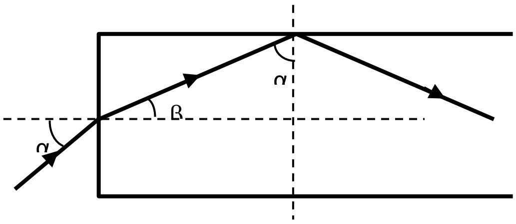
Решения вариантов заключительного этапа Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2018/2019 учебном году.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27111 для 11-го класса

1. В лаборатории волоконной и интегральной оптики кафедры Физики им. В.А. Фабриканта НИУ «МЭИ» исследуются характеристики оптоволоконных кабелей. Из прозрачного материала с показателем преломления $n=\sqrt{2}$ изготовлена длинная тонкая нить кругового поперечного сечения. На её торцевую поверхность падает световой луч под некоторым углом к оси нити. При каком максимально возможном значении этого угла луч проходит по световоду без ослабления? Поясните ваш ответ.

<ins>Решение:</ins>



Для того, чтобы луч прошёл по световоду без ослабления, необходимо, чтобы на поверхности световода выполнялось условие полного внутреннего отражения луча, т.е. что $\sin\alpha_2 > \frac{1}{n}$. Максимальное значение угла α_1 падения луча на торцевую поверхность световода будет соответствовать максимально возможному значению угла преломления β_1, причем $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=n$. Тогда $\sin\beta_1=\cos\alpha_2=\frac{1}{n}\sin\alpha_1$. Следовательно, $\sin\alpha_2=\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\sin^2\alpha_1}>\frac{1}{n}$. Тогда $\frac{1}{n^2}\left(1+\sin^2\alpha_1\right)<1$. При условии $n^2=2$ получаем, что максимальное значение угла падения луча определяется условием $\sin\alpha_1<1$. Это означает, что при любом угле падения луча на торцевую поверхность световода он пройдёт по нему без ослабления.

<ins>Ответ:</ins> Свет пройдет без ослабления при любом угле падения.

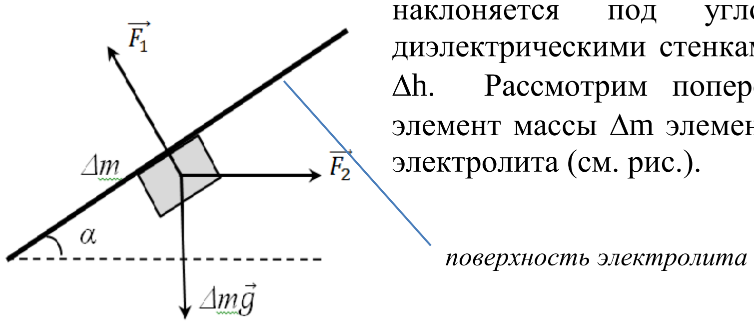
2. Для определения свойств электролита в лаборатории Электрохимической энергетики НИУ «МЭИ» был проведён следующий эксперимент. Жидкий электролит массой m с удельным электрическим сопротивлением ρ был налит до высоты h в прямоугольный сосуд, две стенки которого были изготовлены из металла, а дно и другие две стенки – из диэлектрика. Расстояние между диэлектрическими стенками равно a. К металлическим стенкам сосуда приложено напряжение U, а весь сосуд помещён в однородное магнитное поле с индукцией B, линии индукции которого вертикальны. Определите разность уровней электролита между стенками сосуда. Магнитным полем тока в электролите пренебречь.

Решение.

Поскольку между металлическими стенками сосуда поддерживается постоянная разность потенциалов, то в электролите течет ток плотностью j. Если обозначить расстояние между металлическими стенками l, то

$$j=\frac{I}{S}=\frac{U}{RS}=\frac{u}{\rho l}.$$

Под действием силы Ампера поверхность жидкости наклоняется под углом α к горизонту между диэлектрическими стенками и появляется разность уровней Δh. Рассмотрим поперечное сечение сосуда. Выделим элемент массы Δm элемента объёма ΔV ($\Delta V=\Delta S\cdot l$) жидкого электролита (см. рис.).



На элемент Δm действуют три силы: сила тяжести Δmg, сила Ампера F_2 и сила реакции нижележащих слоев электролита F_1.
Поскольку по элементу ΔV течет ток ΔI=jΔS, то сила Ампера, действующая на этот элемент тока $F_2=\Delta IlB=\frac{u\Delta S}{\rho}B$.
Сила Ампера направлена вправо, если индукция магнитного поля направлена снизу вверх, а ток в электролите течет от нас.
Поскольку элементарная масса находится в равновесии, то

$$\Delta mg= F_1 cos\alpha \qquad F_2 = F_1 sin\alpha.$$

Тогда $tg\alpha = \frac{F_2}{\Delta mg}$. Выражая $\Delta m=\rho_ж \Delta Sl$, учтем, что плотность электролита $\rho_ж=\frac{m}{lah}$.
Разность уровней электролита между диэлектрическими стенками равна

$$\Delta h=h\ tg\alpha =h\frac{u}{\rho m}B\ a^2.$$

Ответ: $\Delta h=h\ tg\alpha =h\frac{u}{\rho m}B\ a^2$.

3. Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется прямолинейно с постоянной скоростью. Водитель, желая увеличить скорость, резко нажимает педаль газа и удерживает её в новом положении. Скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в k раз и через некоторое время автомобиль снова движется равномерно со скоростью, в k раз больше начальной. Найдите отношение количества теплоты, выделившейся между шинами и дорогой при разгоне автомобиля, к приращению кинетической энергии автомобиля. Коэффициент трения между шинами и дорогой не изменяется, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Решение.

Из закона сохранения энергии получаем: $\frac{mv^2}{2}+A=\frac{m(kv)^2}{2}+Q$.
Так как работа двигателя по разгону машины равна

$$A=F\cdot(kv)\cdot t_{разгона}=ma\cdot kv\cdot\frac{kv-v}{a}=mv^2k(k-1)=\frac{mv^2}{2}\cdot 2k(k-1),$$

то выделившееся количество теплоты

$$Q=\frac{mv^2}{2}(1+2k^2-2k-k^2)=\frac{mv^2}{2}(1-2k+k^2)=\frac{mv^2}{2}(k^2-2k+1)=\frac{mv^2}{2}(k-1)^2.$$

С учетом изменения кинетической энергии автомобиля $\Delta W_к=\frac{mv^2}{2}(k^2-1)$ получим, что

$$\frac{Q}{\Delta W_к}=\frac{(k-1)^2}{(k^2-1)}=\frac{k-1}{k+1}.$$

Ответ: $\frac{Q}{\Delta W_к}=\frac{(k-1)^2}{(k^2-1)}=\frac{k-1}{k+1}$.

4. Плотины многих ГЭС имеют в своей конструкции береговой водосброс, через который отводится избыточная вода из водохранилища во время экстремальных паводков. Такой водосброс представляет собой несколько наклонных бетонных желобов, чередующихся горизонтальными участками с устройствами гашения скорости потока воды. Скорость потока воды перед первым наклонным желобом равна V_1 = 20 м/с, а глубина потока h_1 = 3 м. Желоб, имеющий постоянное по длине прямоугольное сечение, наклонен под углом 30° к горизонту и имеет длину L = 50 м. Определите глубину потока h_2 в конце желоба. Воду считать идеальной жидкостью.

Решение:

Из уравнения непрерывности для потока жидкости получаем связь между скоростью в начале и конце желоба $V_1 S_1 = V_2 S_2$, где V_1 - скорость потока в начале желоба, V_2 – в конце желоба на расстоянии L от вершины, S_1 и S_2 – сечения потока в соответствующих местах. При постоянной ширине желоба сечения потока можно связать с глубинами. Тогда уравнение непрерывности можно представить в виде $V_1 h_1 = V_2 h_2$.

По закону сохранения энергии для потока можно записать

$$\frac{mV_1^2}{2} + mgL\sin\alpha = \frac{mV_2^2}{2},$$

где m – масса элемента потока, α – угол наклона водосброса.

Подставляя вместо скорости V_2 в закон сохранения энергии ее выражение через скорость V_1, получаем

$$\frac{mV_1^2}{2} + mgL\sin\alpha = \frac{mV_1^2}{2}\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2$$

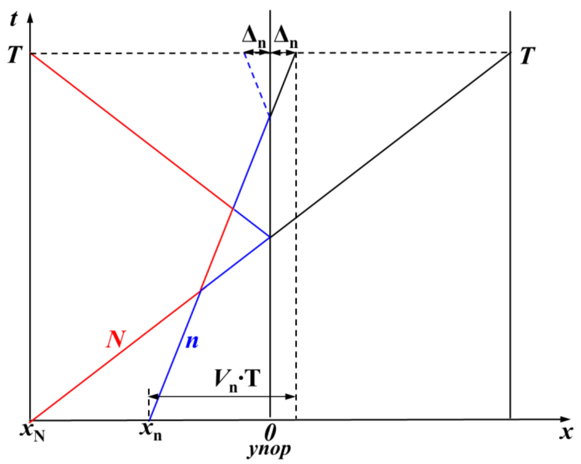
Отсюда

$$h_2 = h_1\sqrt{\frac{V_1^2}{V_1^2 + 2gL\sin\alpha}} = \frac{3\cdot 20}{\sqrt{400 + 2\cdot 10\cdot 50\cdot 0.5}} = 2 \text{ м}.$$

Ответ: $h_2 = 2$ м.

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 8 одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 100 м, до второго 200 м, до следующих 300 м, 500 м, 800 м, 900 м, 1300 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению вагонов пренебречь.

Решение:



Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (t-x). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, *n*-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \frac{2x_N}{V_N} = \frac{2 \cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

Ответ:

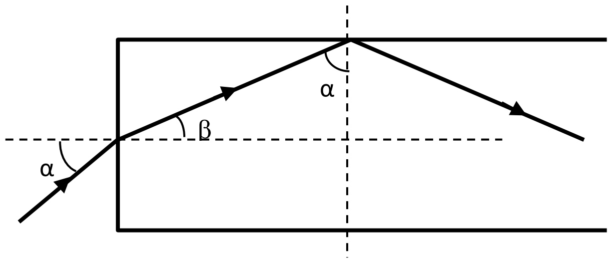
Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м.

Скорости вагонов равны: 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27101 для 10-го класса

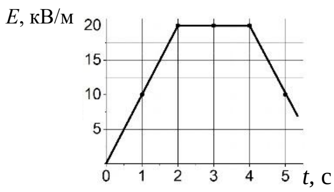
1. В лаборатории волоконной и интегральной оптики кафедры Физики им. В.А. Фабриканта НИУ «МЭИ» исследуются характеристики оптоволоконных кабелей. Из прозрачного материала с показателем преломления $n=\sqrt{2}$ изготовлена длинная тонкая нить кругового поперечного сечения. На её торцевую поверхность падает световой луч под некоторым углом к оси нити. При каком максимально возможном значении этого угла луч пройдет по световоду без ослабления? Поясните ваш ответ.

Решение:

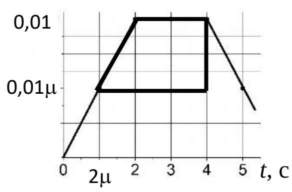


Для того, чтобы луч прошёл по световоду без ослабления, необходимо, чтобы на поверхности световода выполнялось условие полного внутреннего отражения луча. Это означает, что $sin\alpha_2 > \frac{1}{n}$.
Максимальное значение угла α_1 падения луча на торцевую поверхность световода будет соответствовать максимально возможному значению угла преломления β_1, причем $\frac{sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=n$.
Тогда $sin\beta_1 = cos\alpha_2 = \frac{1}{n} sin\alpha_1$. Следовательно, $sin\,\alpha_2=\sqrt{1-\frac{1}{n^2}sin^2\alpha_1}>\frac{1}{n}$. Тогда $\frac{1}{n^2}\left(1+sin^2\alpha_1\right)<1$. При условии $n^2=2$ получаем, что максимальное значение угла падения луча определяется условием $sin\alpha_1<1$. Это означает, что при любом угле падения луча на торцевую поверхность световода он пройдёт по нему без ослабления.
Ответ: **Свет пройдет без ослабления при любом угле падения.**

2. Небольшое тело массой 1 г и зарядом 0,5 мкКл покоится на горизонтальной непроводящей поверхности в однородном электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. Зависимость модуля напряженности поля от времени показана на графике. В момент времени t = 4 с скорость тела равна 12,5 м/с. Определите коэффициент трения тела о поверхность.



Решение:
Нарисуем график зависимости силы, действующей на тело, от времени. Тело начнет движение, когда действующая на него сила превысит значение максимальной силы трения покоя, т.е. $F>\mu mg=0,01\mu$. Из графика ясно, что это произойдет в момент времени $t_0=2\mu$. Тогда изменение импульса тела будет равно площади очерченной жирными линиями трапеции.



Получаем:
$mv=\frac{1}{2}\left(\left(4-2\right)+\left(4-2\mu\right)\right)\cdot\left(0,01-0,01\mu\right)$. После подстановки данных имеем: $2,5=\left(6-2\mu\right)\cdot\left(1-\mu\right)$. Решение квадратного уравнения дает $\mu=0,5$.

Ответ: $\mu=0,5$.

3. Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется прямолинейно с постоянной скоростью. Водитель, желая увеличить скорость, резко нажимает педаль газа и удерживает ее в новом положении. Скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в k раз и через некоторое время автомобиль снова движется равномерно со скоростью, в k раз больше начальной. Найдите отношение количества теплоты, выделившейся между шинами и дорогой при разгоне автомобиля, к приращению кинетической энергии автомобиля. Коэффициент трения между шинами и дорогой не изменяется, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Решение.

Из закона сохранения энергии получаем: $\frac{mv^2}{2}+A=\frac{m(kv)^2}{2}+Q.$

Так как работа двигателя по разгону машины равна

$$A=F\cdot(kv)\cdot t_{разгона}=ma\cdot kv\cdot\frac{kv-v}{a}=mv^2k(k-1)=\frac{mv^2}{2}\cdot 2k(k-1),$$

то выделившееся количество теплоты

$$Q=\frac{mv^2}{2}(1+2k^2-2k-k^2)=\frac{mv^2}{2}(1-2k+k^2)=\frac{mv^2}{2}(k^2-2k+1)=\frac{mv^2}{2}(k-1)^2.$$

С учетом изменения кинетической энергии автомобиля $\Delta W_к=\frac{mv^2}{2}(k^2-1)$ получим, что

$$\frac{Q}{\Delta W_к}=\frac{(k-1)^2}{(k^2-1)}=\frac{k-1}{k+1}.$$

Ответ: $\frac{Q}{\Delta W_к}=\frac{(k-1)^2}{(k^2-1)}=\frac{k-1}{k+1}.$

4. Плотины многих ГЭС имеют в своей конструкции береговой водосброс, через который отводится избыточная вода из водохранилища во время экстремальных паводков. Такой водосброс представляет собой несколько наклонных бетонных желобов, чередующихся горизонтальными участками с устройствами гашения скорости потока воды. Скорость потока воды перед первым наклонным желобом равна V_1 = 20 м/с, а глубина потока h_1 = 3 м. Желоб, имеющий постоянное по длине прямоугольное сечение, наклонен под углом 30° к горизонту и имеет длину L = 50 м. Определите глубину потока h_2 в конце желоба. Воду считать идеальной жидкостью.

Решение:

Уравнением непрерывности для потока жидкости дает нам связь между скоростью в начале и конце желоба

$$V_1S_1=V_2S_2,$$

где V_1 - скорость потока в начале желоба, V_2 – в конце желоба на расстоянии L от вершины, S_1 и S_2 – сечения потока в соответствующих местах. При постоянной ширине желоба сечения потока можно связать с глубинами. Тогда уравнение непрерывности можно представить в виде $V_1h_1=V_2h_2$.

По закону сохранения энергии для потока можно записать $\frac{mV_1^2}{2}+mgLsin\alpha=\frac{mV_2^2}{2}$,

где m – масса элемента потока, α – угол наклона водосброса.

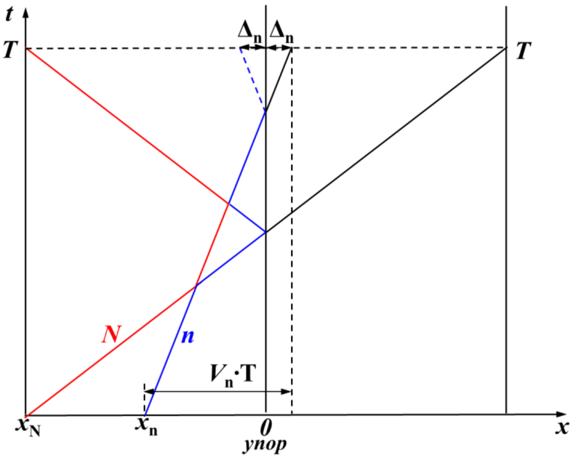
Подставляя вместо скорости V_2 в закон сохранения энергии ее выражение через скорость V_1, получаем

$$\frac{mV_1^2}{2}+mgLsin\alpha=\frac{mV_1^2}{2}(\frac{h_1}{h_2})^2$$

Отсюда $h_2=h_1\sqrt{\frac{V_1^2}{V_1^2+2gLsin\alpha}}=\frac{3\cdot 20}{\sqrt{400+2\cdot 10\cdot 50\cdot 0.5}}=2$ м.

Ответ: $\boldsymbol{h_2=2}$ м.

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 8 одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 100 м, до второго 200 м, до следующих 300 м, 500 м, 800 м, 900 м, 1300 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь.



Решение:

Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (t-x). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, n-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2\cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м.

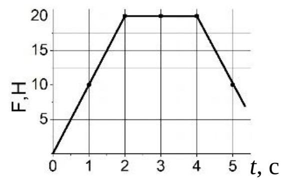
Скорости вагонов равны: 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27091 для 9-го класса

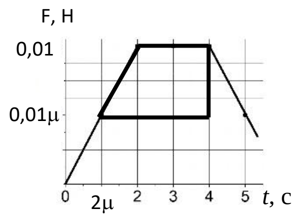
1. В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Решение.
На верхний торец запаянной трубки сверху вниз действует сила атмосферного давления. Изнутри трубки эта сила ничем не компенсируется, т.к. над ртутью в трубке находятся пары ртути, давлением которых можно пренебречь. Сила атмосферного давления в точности равна весу ртути в трубке. Таким образом, показания динамометра равны сумме веса стеклянной трубки и силы атмосферного давления. Следовательно, показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления.
Ответ: **показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления.**

2. Тело массой 2 кг покоится на горизонтальной поверхности. На тело начинает действовать горизонтальная сила, зависимость модуля которой от времени представлена на графике. Через 4 с после начала действия силы скорость тела стала равна 12,5 м/с. Определите коэффициент трения тела о поверхность.



Решение.
Нарисуем график зависимости силы, действующей на тело, от времени. Тело начнет движение, когда действующая на него сила превысит значение максимальной силы трения покоя, т.е. $F > \mu mg = 0,01\mu$. Из графика ясно, что это произойдет в момент времени $t_0 = 2\mu$. Тогда изменение импульса тела будет равно площади очерченной жирными линиями трапеции.



Получаем:
$mv = \dfrac{1}{2}\left(\left(4-2\right)+\left(4-2\mu\right)\right)\cdot\left(0,01-0,01\mu\right)$. После подстановки данных имеем:

$$2,5 = \left(6-2\mu\right)\cdot\left(1-\mu\right).$$

Решение квадратного уравнения дает $\mu = 0,5$.

Ответ: $\mu = 0,5$.

3. Известно, что энергопотребление в городах в утренние и вечерние часы возрастает в несколько раз по сравнению с дневными и ночными часами. Представим, что город получает электроэнергию от гидроэлектростанции, генератор которой полностью справляется с энергообеспечением города при пиковой нагрузке. Когда энергопотребление в городе на протяжении суток возросло в 3 раза, оператор на ГЭС увеличил расход воды через

гидротурбину в 2 раза. Определите, как при этом изменился КПД гидрогенератора. Считать, что уровень воды в водохранилище остается неизменным.

Решение.

Полное КПД гидрогенератора на ГЭС равно

$$\eta = \frac{IU_0 t}{mgh},$$

где mgh/t – механическая мощность, развиваемая элементом водяного потока массой m, а отношение $\frac{m}{t}$ и есть расход воды через гидротурбину, h – расстояние от уровня воды в водохранилище до лопастей гидрогенератора по вертикали, IU_0 – электрическая мощность, вырабатываемая гидрогенератором.

Здесь следует отметить, что гидрогенератор устроен так, чтобы напряжение на его клеммах не менялось со временем. Поэтому, все напряжения на линии электропередачи и вплоть до напряжения в розетке конечного потребителя тоже остаются неизменными по времени.

$$U_0 = const$$

Таким образом, увеличение энергопотребления влияет только на повышение силы тока в цепи. Если энергопотребление возросло в 3 раза, то и сила тока тоже возросла в 3 раза, а значит и КПД гидрогенератора теперь будет равен

$$\eta^* = \frac{3IU_0 t}{2mgh} = 1{,}5\eta.$$

Ответ: КПД увеличился в 1,5 раза.

4. Вал турбины на гидроэлектростанциях закрепляется в специальных устройствах – опорных подшипниках, которые уменьшают трение при вращении. Через подшипники для их охлаждения и смазки непрерывно прокачивается вода, температура которой до и после подшипника отличается в 2 раза. Определите, во сколько раз будет отличаться температура воды до и после подшипника, если расход воды через подшипник будет увеличен в два раза. Температура воды на входе в подшипник во всех случаях одинакова.

Решение.

Количество теплоты, отдаваемое подшипником воде в единицу времени во всех режимах одинаково, а расход воды пропорционален массе воды. Поэтому можно записать

$$cm_1(t_{1\text{кон}} - t_{\text{нач}}) = cm_2(t_{2\text{кон}} - t_{\text{нач}})$$

Здесь c – теплоемкость воды, $t_{1\text{кон}}$ и $t_{2\text{кон}}$ – температуры воды на выходе из подшипника в первом и втором режимах, $t_{\text{нач}}$ – температура воды на входе в подшипник.

Отсюда получаем : $(t_{1\text{кон}} - t_{\text{нач}}) = 2(t_{2\text{кон}} - t_{\text{нач}})$

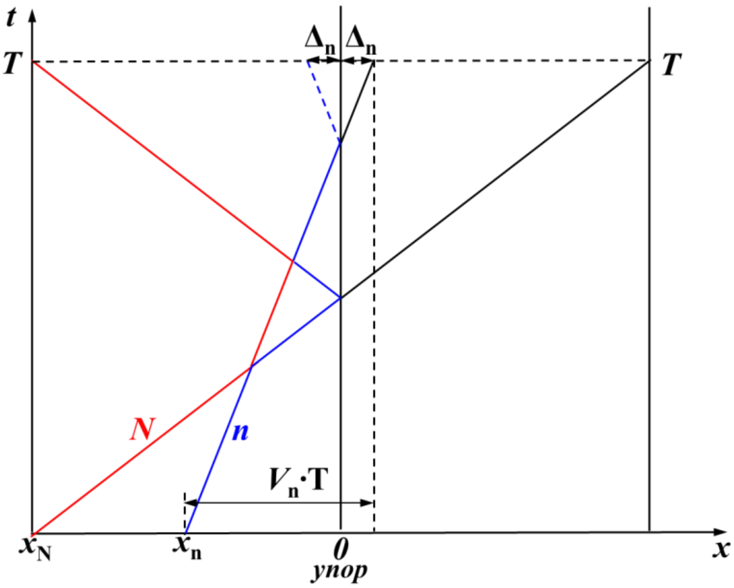
$$\frac{t_{1\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} - 1 = 2\frac{t_{2\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} - 2$$

Ответ: $\frac{t_{2\text{кон}}}{t_{\text{нач}}}$ = 1,5.

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 5 одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до следующих 800 м, 900 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны

9 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Решение:



Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (*t*-*x*). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, *n*-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2 \cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 300, 700, 800, 900, 1500 метров. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 300, 700, 800, 900, 1500 метров.
Скорости вагонов равны: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27081 для 8-го класса

1. В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Решение.

На верхний торец запаянной трубки сверху вниз действует сила атмосферного давления. Изнутри трубки эта сила ничем не компенсируется, т.к. над ртутью в трубке находятся пары ртути, давлением которых можно пренебречь. Сила атмосферного давления в точности равна весу ртути в трубке. Таким образом, показания динамометра равны сумме веса стеклянной трубки и силы атмосферного давления. Следовательно, показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления. Атмосферное давление будет равно разности показаний динамометра и веса пустой стеклянной трубки, поделенной на площадь поперечного сечения трубки.
<u>Ответ</u>: **показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления.**

2. Традиционными источниками энергии являются нефть, уголь, природный газ. Запасы данных источников энергии не восполняются, кроме того их использование отрицательно влияет на экологическое состояние планеты. Приливная электростанция (ПЭС) — особый вид гидроэлектростанции, использующий энергию приливов, которые происходят в результате действия гравитационных сил со стороны Солнца и Луны. Колебания уровня воды у берега моря могут достигать 13 метров. Мощность строящейся приливной электростанции «Северная» в Мурманской области составит 12 МВт при КПД, равном 60%. Электростанция своей плотиной перекрывает длинный узкий залив (губу «Долгая») площадью 5 км^2. Определите средний перепад уровней воды в рабочем цикле электростанции, если приливное повышение или понижение уровня воды в заливе длится около 5 часов.

Решение.
Полезная работа $A=P*2t$, совершается за счет изменения потенциальной энергии при перепадах уровней воды при приливном наполнении и опустошении залива, которое определяется как

$$\Delta E = mgh = \rho vgh = \rho sh^2 g.$$

С учетом КПД: $P\cdot 2\,t = \eta\rho sh^2 g$, откуда $h^2 = (P\cdot 2t)/\,\eta\rho sg = \frac{12\times10^6\times2\times5\times3600}{0{,}6\times1000\times5\times10^6\times10} = 14{,}4$ м^2.
Т.е. h= 3,8 м.

<u>Ответ</u>: $\boldsymbol{h} = ((\mathrm{P}\cdot \boldsymbol{2t})/\,\boldsymbol{\eta\rho s g})^{\mathbf{0{,}5}}$**= 3,8 м.**

3. Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доезжая до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате все друзья (Катя пешком, а Петя и Ваня на скутере) прибыли в школу одновременно, причём их средняя скорость преодоления пути от дома к школе равнялась $v_{ср}$=9 км/час. Какова была скорость ходьбы ребят, если Катя и Ваня шли с одной и той же скоростью, а Петя ехал на скутере со скоростью V=15 км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

Решение.

Введём следующие обозначения:

u – скорость ходьбы, t_1 – Катя и Петя едут на скутере ; t_2 – Петя возвращается к Ване на скутере, t_3 – Ваня и Петя едут на скутере до школы; $t_к$ – Катя идет пешком до школы

Петя проезжает расстояние Vt_1 “вперед” и Vt_2 “назад”.

Координата Пети на скутере до встречи с Ваней: $V(t_1 - t_2)$

Координата Вани до встречи с Петей: $u(t_1 + t_2)$.Петя посадил Ваню: $V(t_1 - t_2) = u(t_1 + t_2)$ (1).

Расстояние от дома до школы: $S = Vt_1 + ut_к$ (2)

Время движения Пети до школы: $T = t_1 + t_2 + t_3$.

Время движения Кати до школы: $T = t_1 + t_K$

$T = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_K$, поэтому $t_K = t_2 + t_3$. Подставим это в (2):

$$S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right) = v_{cp}\left(t_1 + t_2 + t_3\right) \quad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) составляем систему:

$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_2 + t_3) = v_{\text{ср}}(t_1 + t_2 + t_3) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases} \qquad (*)$$

Путь Кати до школы: $S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right)$. Путь Вани до школы: $S = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$

Тогда $Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right) = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$, откуда $t_1 = t_3$.

Подставим это в (*)
$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_1 + t_2) = v_{\text{ср}}(2t_1 + t_2) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases}$$

$$t_1(V - u) = t_2(V + u) \Rightarrow t_2 = \frac{V - u}{V + u} t_1$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{t_1(V + u) + t_2 u}{2t_1 + t_2} = \frac{t_1(V + u) + \frac{V - u}{V + u} t_1 u}{2t_1 + \frac{V - u}{V + u} t_1} =$$

$$= \frac{(V + u)^2 + (V - u)u}{2(V + u) + V - u} = \frac{V^2 + 2Vu + u^2 + Vu - u^2}{2V + 2u + V - u} = \frac{V(V + 3u)}{3V + u}$$

$$u\left(3V - v_{\text{ср}}\right) = V\left(3v_{\text{ср}} - V\right)$$

$u = \frac{V\left(3v_{\text{ср}} - V\right)}{3V - v_{\text{ср}}} = \frac{15(27-15)}{45-9} = 5$ км/час.

<u>Ответ</u>:

$$\boldsymbol{u} = \frac{\boldsymbol{V}\left(\boldsymbol{3v}_{\text{ср}} - \boldsymbol{V}\right)}{\boldsymbol{3V} - \boldsymbol{v}_{\text{ср}}} = \frac{\mathbf{15(27 - 15)}}{\mathbf{45 - 9}} = \mathbf{5} \text{ км/час}$$

4. Вал турбины на гидроэлектростанциях закрепляется в специальных устройствах – опорных подшипниках, которые уменьшают трение при вращении. Через подшипники для их охлаждения и смазки непрерывно прокачивается вода, температуры которой до и после подшипника отличаются в 2 раза. Определите, во сколько раз будут отличаться температуры воды до и после подшипника, если расход воды через подшипник будет увеличен в два раза. Температура воды на входе в подшипник во всех случаях одинакова.

Решение.

Количество теплоты, отдаваемое подшипником воде в единицу времени во всех режимах одинаково, а расход воды пропорционален массе воды. Поэтому можно записать

$$cm_1(t_{1\text{кон}} - t_{\text{нач}}) = cm_2(t_{2\text{кон}} - t_{\text{нач}})$$

Здесь c – теплоемкость воды, $t_{1\text{кон}}$ и $t_{2\text{кон}}$ – температуры воды на выходе из подшипника в первом и втором режимах, $t_{\text{нач}}$ – температура воды на входе в подшипник.

Отсюда получаем : $(t_{1\text{кон}} - t_{\text{нач}}) = 2(t_{2\text{кон}} - t_{\text{нач}})$

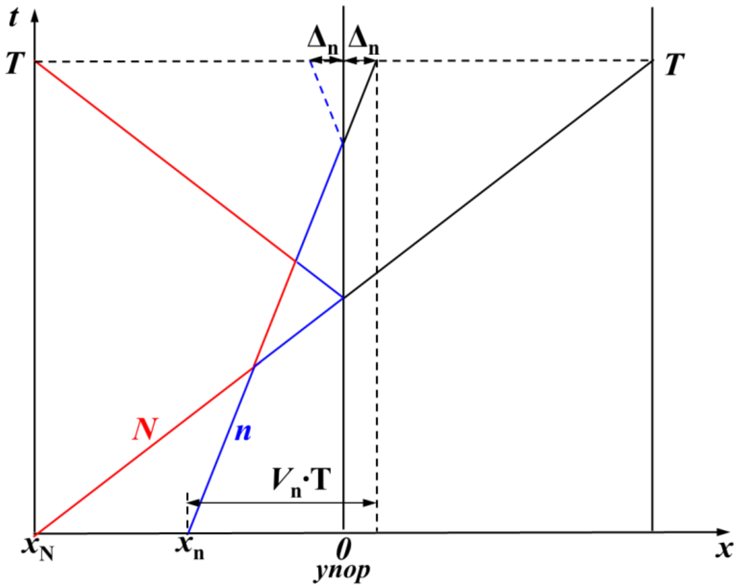
$$\frac{t_{1\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} - 1 = 2\frac{t_{2\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} - 2.$$

Ответ: $\frac{t_{2\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} = 1{,}5$

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 4 одинаковых вагона. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до третьего 900 м и до четвертого 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Решение:

Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (t-x). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, n-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат



первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2 \cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 300, 700, 900, 1500 метров. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 300, 700, 900, 1500 метров.
Скорости вагонов равны: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27071 для 7-го класса

1. В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Решение

На верхний торец запаянной трубки сверху вниз действует сила атмосферного давления. Изнутри трубки эта сила ничем не компенсируется, т.к. над ртутью в трубке находятся пары ртути, давлением которых можно пренебречь. Сила атмосферного давления в точности равна весу ртути в трубке. Таким образом, показания динамометра равны сумме веса стеклянной трубки и силы атмосферного давления. Следовательно, показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления.

2. Самосвалы возят грунт для строительства дамбы. В строительстве дамбы участвует $N = 10$ самосвалов. Грузоподъемность каждого самосвала $m = 50$ т. В результате за 8-ми часовую смену было отсыпано $L = 50$ м дамбы. Усадкой грунта в дамбе можно пренебречь. Расстояние между местом погрузки грунта на самосвалы и строящейся дамбой равно $l = 2{,}5$ км. Самосвалы движутся равномерно. Площадь сечения дамбы равна $S = 200$ м^2, плотность грунта $\rho = 2500$ кг/м^3. Погрузка-разгрузка самосвалов занимает 10% от общего времени работы. Все самосвалы за смену делают одинаковое количество рейсов. Определите среднюю скорость движения каждого самосвала.

Решение:

Обозначим общий объем построенного участка дамбы как $V' = SL$.

Объем грунта, перевозимый самосвалом равен $V_0 = \frac{m}{\rho}$.

Таким образом, должно быть сделано N рейсов грузовиков

$$N = \frac{V'}{V_0} = \frac{\rho SL}{m},$$

при этом один грузовик сделает рейсов

$$N_0 = \frac{\rho SL}{n \cdot m}.$$

Общий путь, проходимый грузовиком за смену можно представить, как

$$2lN_0 = 0{,}9Vt.$$

Отсюда, средняя скорость грузовика равна

$$V = \frac{2lN_0}{0{,}9t} = \frac{2lL\rho S}{0{,}9t \cdot n \cdot m} = \frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 50 \cdot 2500 \cdot 200}{0{,}9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 50000} \approx 35\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Ответ: $V \approx 35\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3. Кубик, ребро которого равно a, плавает в воде, погрузившись в неё наполовину. Другой кубик такого же размера плавает в воде, погрузившись на две трети. Кубики ставят друг на друга, соединив грани. Получившийся параллелепипед плавает в воде так, что его длинное ребро вертикально. Определите глубину погружения в воду нижней грани параллелепипеда, если первый кубик находится внизу. Найдите ответ, если внизу будет второй кубик.

Решение:

Для кубика, наполовину погруженного в воду, запишем условие плавания: $\rho_1 a^3 = \frac{1}{2}\rho_в a^3$, поэтому $\rho_1 = \frac{1}{2}\rho_в$;

То же условие плавания для второго кубика: $\rho_2 a^3 = \frac{2}{3}\rho_в a^3$, поэтому $\rho_2 = \frac{2}{3}\rho_в$.

Обозначим глубину погружения нижней грани в воду как h, тогда $(\rho_1 + \rho_2)a^3 = \rho_в h a^2$;

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)a = h; \qquad \boldsymbol{h = \frac{7}{6}a}$$

Ответ: $\boldsymbol{h = \frac{7}{6}a}$**.** Ответ не изменится, если кубики поменять местами.

4. Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доезжая до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате все друзья (Катя пешком, а Петя и Ваня на скутере) прибыли в школу одновременно, причём их средняя скорость преодоления пути от дома к школе равнялась $v_{ср}$=9 км/час. Какова была скорость ходьбы ребят, если Катя и Ваня шли с одной и той же скоростью, а Петя ехал на скутере со скоростью V=15 км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

Решение:

Введём следующие обозначения:
u – скорость ходьбы, t_1 – Катя и Петя едут на скутере ; t_2 – Петя возвращается к Ване на скутере, t_3 – Ваня и Петя едут на скутере до школы; $t_к$ – Катя идет пешком до школы.
Петя проезжает расстояние Vt_1 “вперед” и Vt_2 “назад”.

Координата Пети на скутере до встречи с Ваней: $V(t_1 - t_2)$

Координата Вани до встречи с Петей: $u(t_1 + t_2)$.

Петя посадил Ваню: $V(t_1 - t_2) = u(t_1 + t_2)$ (1).

Расстояние от дома до школы: $S = Vt_1 + ut_к$ (2)

Время движения Пети до школы: $T = t_1 + t_2 + t_3$.

Время движения Кати до школы: $T = t_1 + t_K$.

$T = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_K$, поэтому $t_K = t_2 + t_3$.

Подставим это в (2):

$$S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u(t_2 + t_3) = v_{ср}(t_1 + t_2 + t_3) \quad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) составляем систему:

$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_2 + t_3) = v_{ср}(t_1 + t_2 + t_3) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases} \qquad (*)$$

Путь Кати до школы: $S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right)$. Путь Вани до школы: $S = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$

Тогда $Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right) = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$, откуда $t_1 = t_3$. Подставим это в (*):

$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_1 + t_2) = v_{ср}(2t_1 + t_2) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases} \qquad t_1(V - u) = t_2(V + u) \Rightarrow t_2 = \frac{V-u}{V+u}t_1$$

$$v_{ср} = \frac{t_1(V + u) + t_2 u}{2t_1 + t_2} = \frac{t_1(V + u) + \frac{V - u}{V + u}t_1 u}{2t_1 + \frac{V - u}{V + u}t_1} =$$

$$= \frac{(V + u)^2 + (V - u)u}{2(V + u) + V - u} = \frac{V^2 + 2Vu + u^2 + Vu - u^2}{2V + 2u + V - u} = \frac{V(V + 3u)}{3V + u}$$

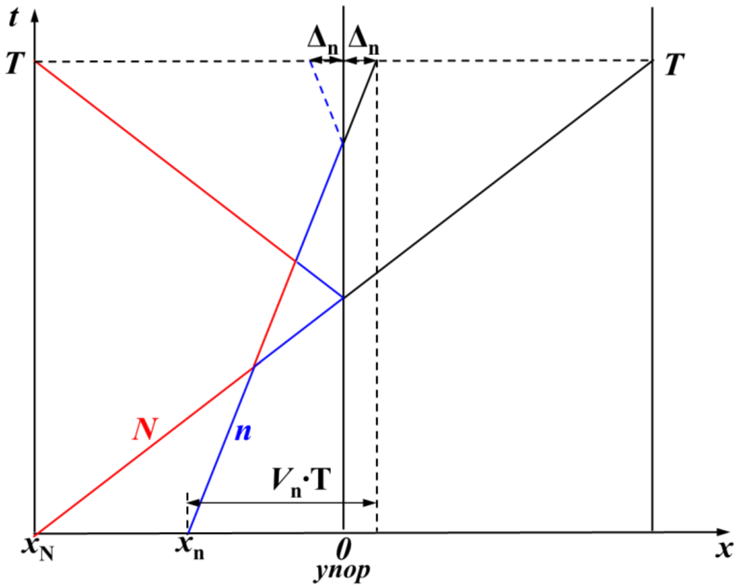
$$u\left(3V - v_{ср}\right) = V\left(3v_{ср} - V\right)$$

$$u = \frac{V\left(3v_{ср} - V\right)}{3V - v_{ср}} = \frac{15(27 - 15)}{45 - 9} = 5 \text{ км/час}$$

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 4 одинаковых вагона. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до третьего 900 м и до четвертого 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Решение:

Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (*t*-*x*). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, *n*-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой



замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2 \cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 300, 700, 900, 1500 метров. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 300, 700, 900, 1500 метров.

Скорости вагонов равны: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч.