

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 33112 для 11 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Среди простых чисел, не превосходящих заданного натурального числа  $n$ , найти такое, в пятеричной записи которого максимальное количество троек.
2. В теории чисел нечётное натуральное число  $k$  называют числом Серпинского, если для любого натурального числа  $n$  число  $k \times 2^n + 1$  является составным. Тау-число – это целое число, делящееся на число своих делителей. Разработайте алгоритм поиска чисел Серпинского, являющихся тау-числами, для  $k = U$  в диапазоне для  $n$  от  $P$  до  $Q$ .
3. Дано множество выпуклых четырёхугольников, заданных координатами вершин. Найти наибольший из тех четырёхугольников, обе диагонали которых меньше  $D$ .
4. Стойкость криптосистемы RSA основана на вычислительной сложности решения задачи факторизации (разложения на простые сомножители) большого целого числа. Известно, что число 14197777 равно остатку от деления на 56887111 некоторого числа  $x$ , возведённого в куб. Числа  $x$  и 56887111 имеют общий делитель, отличный от 1. Известно, что число 56887111 является произведением двух простых чисел. Составьте алгоритм для нахождения хотя бы одного такого числа  $x$ .
5. Дана квадратная матрица размера  $N \times N$ , элементы которой – числа в диапазоне от 1 до  $N$ . Подсчитать количество строк заданной матрицы, являющихся перестановкой чисел 1, 2, ...,  $N$ .

Пример матрицы приведен на рис.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & \dots & & a_{16} & \dots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & & & a_{27} & \\ \dots & & a_{33} & \dots & \dots & & a_{38} \\ a_{41} & \dots & & a_{44} & \dots & & \\ & a_{52} & \dots & & a_{55} & \dots & \\ & & a_{63} & & & a_{66} & \dots \\ \dots & & & a_{74} & & & a_{77} \\ a_{81} & \dots & & & a_{85} & & a_{88} \end{pmatrix}$$

Пример строки:

$(a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{17}, a_{18})$

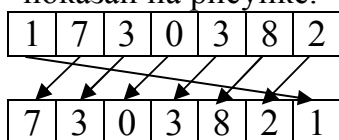
ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 32113 для 11 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Найти сумму ряда чисел с точностью  $\varepsilon$ ,  $|x| \leq 1$
- $$\frac{x}{4} + \frac{3x^2}{4 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 7x^3}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \frac{3 \cdot 7 \cdot 11x^4}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} + \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15x^5}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20} + \dots + \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (4n - 5)x^n}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot \dots \cdot (4n)}$$

2. Даны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  и натуральное число  $m > 1$ . Составить алгоритм для распределения чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  так, чтобы сначала шли (по возрастанию абсолютной величины) все числа, дающие при делении на  $m$  остаток 0, затем 1, 2, ...,  $m-1$ .

3. К массиву цифр натуральных чисел  $a$  ( $a[i] > 9$ ) применяется операция циклический сдвиг влево. Пример применения этой операции к числу 1730382 показан на рисунке.



Из числа 1730382 получено число 7303821. К этому числу опять можно применить сдвиг. К полученному тоже. Получается последовательность чисел 1730382, 7303821, 3038217, 0382173, 3821730, 8217303, 2173038, 1730382, ....

Составьте алгоритм, который для каждого числа из массива  $a$  находит наибольшее число, получаемое из его цифр при сдвиге. Каждое число из массива  $a$  может содержать до 100 цифр.

4. Рассмотрим возрастающий ряд всех положительных несократимых правильных дробей, знаменатель которых меньше или равен  $n$ . Разработайте алгоритм нахождения суммы  $P$  тех членов данного ряда, для которых знаменатель нацело делится на 21.

5. Числа Пелля задаются соотношением:

$$P_n = \begin{cases} 0, n = 0 \\ 1, n = 1 \\ 2P_{n-1} + P_{n-2}, n > 1 \end{cases} . \text{ Разработайте алгоритм, находящий простые числа Пелля в диапазоне от } P \text{ до } Q.$$

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 31112 для 11 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. В теории чисел нечётное натуральное число  $k$  называют числом Серпинского, если для любого натурального числа  $n$  число  $k \times 2^n + 1$  является составным. Разработайте алгоритм поиска чисел Серпинского для  $k=U$  в диапазоне для  $n$  от  $P$  до  $Q$ .

2. В теории чисел натуральное число называется  $B$ -гладким, если все его простые делители не превосходят  $B$ . Разработайте алгоритм проверки совершенных чисел в диапазоне от  $P$  до  $Q$  на  $B$ -гладкость. Число называют совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, исключая само число.

3. Разработайте алгоритм, который определяет, является ли заданная матрица  $H$  матрицей Адамара (квадратная матрица размера  $n \times n$ , составленная из чисел 1 и  $-1$ , для которой справедливо соотношение  $H \times H^T = n * E_n$ ). Матрица – прямоугольная таблица.  $E_n$  – единичная матрица размера  $n$  (единичная матрица размера 3  $E_3$  приведена на рис. 1.). Символ  $T$  обозначает операцию транспонирования, т.е.  $a_{ij}^T = a_{ji}$ . Произведением матриц  $A$  размера  $(M \times N)$  и  $B$  размера  $(N \times Q)$  является матрица  $C$  размера  $(M \times Q)$ , элементы которой определяются формулой  $c_{ij} = \sum_{k=1}^N a_{ik} * b_{kj}$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 1

4. В таблице размером  $M \times N$  приведены значения величин  $N$  измерений силы тока для  $M$  амперметров. Найти для каждого прибора максимальное отклонение от среднего значения среди всех приборов.

5. Характеристикой строки целочисленной матрицы назовём сумму её отрицательных нечётных элементов. Переставляя строки матрицы, расположить их в соответствии с неубыванием характеристик. Матрица – прямоугольная таблица.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 33104 для 10 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Среди простых чисел, не превосходящих заданного натурального числа  $n$ , найти такое, в девятеричной записи которого максимальное количество семёрок.
2. Задано  $n$  натуральных чисел, где  $n \geq 10^6$ , каждое число не превышает 200000. Вывести по возрастанию все числа, которые встречаются более одного раза.
3. При установке соединения между компьютерами  $A$  и  $B$  по протоколу TCP/IP используется так называемая «процедура рукопожатия»: 1)  $A$  выбирает натуральное число  $x$ , не большее 5988, и передает  $B$  значение функции  $F(x)$ , а  $B$  отвечает  $A$  числом  $F(x + 1)$ ; 2)  $B$  выбирает натуральное число  $y$ , не большее 5988, и передает  $A$  число  $F(y)$ , при этом  $A$  отвечает  $B$  числом  $F(y + 1)$ . Значение функции  $F$  равно остатку от деления на 5989 значения аргумента, возведенного в третью степень. Составьте алгоритм для нахождения  $x$  и  $y$ , если при установке соединения последовательно наблюдались числа 1369, 1421, 2795 и 2804. Число 5989 выбрано так, что значение аргумента определяется по значению функции  $F$  однозначно.
4. На координатной плоскости по оси ординат построено несколько параллелограммов (две стороны параллельны ординате). Необходимо подсчитать число точек с целочисленными координатами, принадлежащими сразу всем этим параллелограммам. Параллелограмм задается координатами вершин.
5. Подсчитать количество столбцов заданной матрицы, у которых все соседние элементы составлены из попарно различных чисел.

Пример матрицы приведен на рис.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & \dots & & a_{16} & \dots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & & & & a_{27} \\ \dots & & a_{33} & \dots & & \dots & a_{38} \\ a_{41} & \dots & & a_{44} & \dots & & \\ & a_{52} & \dots & & a_{55} & \dots & \\ & & a_{63} & & & a_{66} & \dots \\ \dots & & & a_{74} & & & a_{77} \\ a_{81} & \dots & & & a_{85} & & a_{88} \end{pmatrix}$$

Пример столбца:

(  $a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{41}, a_{51}, a_{61}, a_{71}, a_{81}$  )

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 32101 для 10 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Найти сумму ряда чисел с точностью  $\varepsilon$ ,  $|x| \leq 1$

$$\frac{x}{4} + \frac{1 \cdot 5x^2}{4 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9x^3}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13x^4}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} + \dots + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (4n - 3)x^n}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot \dots \cdot (4n)}$$

2. Автоморфным называют число, десятичная запись квадрата которого оканчивается цифрами самого этого числа. Найти произведение четных автоморфных чисел с порядковыми номерами от  $P$  до  $Q$ . Среди таких чисел найти все дружественные числа. Два числа называются дружественными, если каждое из них равно сумме всех делителей другого, кроме самого этого числа.

3. На координатной плоскости по линиям сетки построено несколько прямоугольников. Необходимо подсчитать число точек с целочисленными координатами, принадлежащими сразу всем этим прямоугольникам.

4. Рассмотрим возрастающий ряд всех положительных несократимых правильных дробей, знаменатель которых меньше или равен  $n$ . Разработайте алгоритм нахождения суммы  $P$  тех членов данного ряда, для которых знаменатель является совершенным числом. Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, исключая само это число.

5. Сопутствующие числа Пелля задаются соотношением:

$$P_n = \begin{cases} 2, n = 0 \\ 2, n = 1 \\ 2P_{n-1} + P_{n-2}, n > 1 \end{cases} . \text{ Разработайте алгоритм, находящий сопутствующие числа}$$

Пелля в диапазоне от  $P$  до  $Q$ , которые являются простыми.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 31101 для 10 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. В теории чисел нечётное натуральное число  $k$  называют числом Серпинского, если для любого натурального числа  $n$  число  $k \times 2^n + 1$  является составным. Разработайте алгоритм поиска чисел Серпинского для  $k=U$  в диапазоне для  $n$  от  $P$  до  $Q$ .

2. В теории чисел натуральное число называется  $B$ -гладким, если все его простые делители не превосходят  $B$ . Разработайте алгоритм проверки совершенных чисел в диапазоне от  $P$  до  $Q$  на  $B$ -гладкость. Число называют совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, исключая само число.

3. Разработайте алгоритм, который определяет, является ли заданная матрица  $H$  матрицей Адамара (квадратная матрица размера  $n \times n$ , составленная из чисел 1 и  $-1$ , для которой справедливо соотношение  $H \times H^T = n * E_n$ ). Матрица – прямоугольная таблица.  $E_n$  – единичная матрица размера  $n$  (единичная матрица размера 3  $E_3$  приведена на рис. 1.). Символ  $T$  обозначает операцию транспонирования, т.е.  $a_{ij}^T = a_{ji}$ . Произведением матриц  $A$  размера  $(M \times N)$  и  $B$  размера  $(N \times Q)$  является матрица  $C$  размера  $(M \times Q)$ , элементы которой определяются формулой  $c_{ij} = \sum_{k=1}^N a_{ik} * b_{kj}$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 1

4. В таблице размером  $M \times N$  приведены значения величин  $N$  измерений силы тока для  $M$  амперметров. Найти для каждого прибора максимальное отклонение от среднего значения среди всех приборов.

5. Характеристикой строки целочисленной матрицы назовём сумму её отрицательных нечётных элементов. Переставляя строки матрицы, расположить их в соответствии с неубыванием характеристик. Матрица – прямоугольная таблица.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 33991 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Среди простых чисел, не превосходящих заданного натурального числа  $N$ , найти такое, в троичной записи которого максимальное количество двоек.
2. Два числа называются дружественными, если каждое из них равно сумме всех делителей другого, кроме самого этого числа. Число называется полупростым, если оно представимо в виде произведения двух простых чисел (число 1 не учитывается). Разработайте алгоритм нахождения числа пар дружественных полупростых чисел в диапазоне от  $N$  до  $M$  ( $N, M$  – натуральные числа).
3. Как известно, числа-палиндромы – это числа, одинаково читающиеся слева направо и справа налево. Полнократное число — положительное целое число, которое делится нацело квадратом каждого своего простого делителя. Разработайте алгоритм для нахождения суммы полнократных чисел-палиндромов в диапазоне от  $F$  до  $G$ .
4. Разработать алгоритм, минимизировав количество выполняемых операций сравнения и присваивания. Даны действительные числа  $x_1, y_1, x_2, y_2$ . Поменять значения переменных так, чтобы  $x_1 < y_1 < x_2 < y_2$ .
5. На листе бумаги записаны значения средней температуры за день за период март-апрель 2017. Каково минимальное отклонение от среднего значения температуры среди выходных дней, в которые температура была отрицательна? Выходной день – суббота и воскресенье. 1 марта 2017 года – среда.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 32992 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. Найти сумму ряда чисел с точностью  $\varepsilon$ ,  $|x| \leq 1$

$$\frac{3x}{3!} - \frac{15x^4}{5!} + \frac{35x^6}{7!} - \frac{63x^8}{9!} + \dots \pm \frac{(4n^2 - 1)x^{2n}}{(2n + 1)!}$$

2. Рассмотрим возрастающий ряд всех положительных несократимых правильных дробей, знаменатель которых меньше или равен  $n$ . Разработайте алгоритм нахождения суммы  $P$  тех членов данного ряда, для которых знаменатель является совершенным числом. Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, исключая само это число.

3. В математике  $n$ -ным гармоническим числом называется сумма обратных величин первых  $n$  последовательных чисел натурального ряда:

$$H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}.$$

Среди гармонических чисел с номерами от  $F$  до  $G$  найдите сумму тех из них, значения которых лежат в диапазоне от  $a$  до  $b$  ( $a$  и  $b$  – вещественные числа).

4. Примитивной пифагоровой тройкой называется тройка взаимно простых натуральных чисел  $(x, y, z)$ , являющаяся решением уравнения Пифагора  $x^2 + y^2 = z^2$ . Составить алгоритм, который для заданного  $n \leq 10^6$  определяет число примитивных пифагоровых троек таких, что  $z \leq n$ .

5. На листе бумаги записаны значения средней температуры за ночь в сентябре. Каково среднее значение температуры среди дней, когда температура лежит в заданном диапазоне  $[c, d]$ ?



ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 31991 для 9 класса

Для заданий 1-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке.

1. В теории чисел нечётное натуральное число  $k$  называют числом Серпинского, если для любого натурального числа  $n$  число  $k \times 2^n + 1$  является составным. Разработайте алгоритм поиска чисел Серпинского для  $k=U$  в диапазоне для  $n$  от  $P$  до  $Q$ .
2. Известно, что десятизначное число  $A = 2013x2013y$  делится нацело на 121. Составьте алгоритм для нахождения всех возможных пар цифр  $(x, y)$ .
3. Разработайте алгоритм для решения задачи: найти все натуральные числа, не превосходящие заданного числа  $N$  и делящиеся нацело на куб каждой из своих цифр.
4. Даны три стопки карточек, на каждой из которых записано два числа. Эти два числа задают координаты точки на плоскости. Посчитать число треугольников общего вида и прямоугольных треугольников среди троек точек, описанных координатами в стопках карточек.
5. Найдите сумму взаимно простых чисел, являющихся совершенными, в диапазоне от  $P$  до  $Q$ . Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, кроме самого числа. Числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей, кроме 1.