

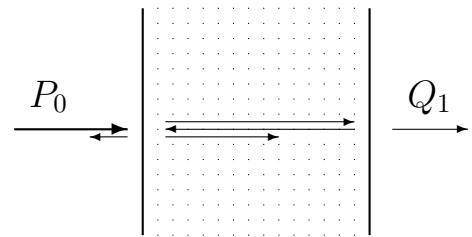
ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

Вариант 47111 для 11 класса

Создание передатчика мыслей на расстояние "Гнилой Зуб" ознаменовало тотальное наступление эры полной цифровизации. Для защиты от непрошенных мыслей разрабатывается специальный защитный экран "Бормоглот", который должен запутывать и ослаблять сигнал. Попробуем помочь разработчикам и смоделировать процесс прохождения некоторых сигналов через такой экран.

Пусть передатчик испускает сигнал (луч) мощностью  $P_0 = 1500$  мВт, который падает на защитный экран по нормали.

На обеих границах экрана происходит частичное отражение сигнала, коэффициент отражения равен  $k$  (независимо от того, с какой стороны от границы подходит сигнал). На рисунке справа изображен возможный ход лучей в экране.



Экран устроен так, что при каждом прохождении от одной границы до другой сигнал теряет часть своей мощности  $W = 10$  мВт. Если же мощность вошедшего (или отраженного) сигнала оказывается меньше  $W$ , то он весь поглощается веществом экрана.

1. Пусть  $k = 0,2$ . Найдите полную мощность  $Q_1$  сигнала (с учетом всех отражений) на выходе из экрана с противоположной от передатчика стороны, а также количество всех отражений внутри экрана до полного поглощения отраженной энергии.

2. Выполните п.1 при значении коэффициента  $k = 0,8$ .

3. Найдите полную мощность  $U_2$  отраженного от экрана сигнала (включая мощности, отраженные от обеих границ и вышедшие наружу в сторону передатчика) при значении  $k = 0,8$ .

4. Составьте алгоритм и найдите полную мощность  $Q_4$  сигнала на выходе из экрана с противоположной от передатчика стороны (с учетом всех отражений), если составить экран из двух слоев, описанных выше. Считайте, что на стыке между слоями происходит такое же частичное отражение, как на границах экрана, и коэффициент  $k = 0,4$  (для всех трех границ).

Примечание. Все ответы следует округлить до двух знаков в дробной части.

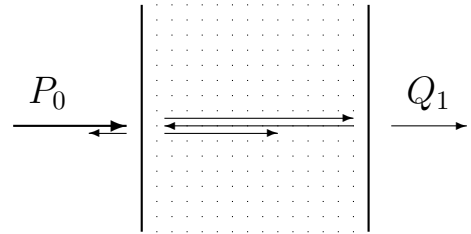
ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

Вариант 47101 для 10 класса

Создание передатчика мыслей на расстояние "Гнилой Зуб" ознаменовало тотальное наступление эры полной цифровизации. Для защиты от непрошенных мыслей разрабатывается специальный защитный экран "Бормоглот", который должен запутывать и ослаблять сигнал. Попробуем помочь разработчикам и смоделировать процесс прохождения некоторых сигналов через такой экран.

Пусть передатчик испускает сигнал (луч) мощностью  $P_0 = 1500$  мВт, который падает на защитный экран по нормали. Будем называть сторону экрана, обращенную к источнику сигнала, внешней, а противоположную сторону — внутренней.

На обеих границах экрана происходит частичное отражение сигнала, причем коэффициент отражения на внешней границе равен  $k_a$ , а на внутренней равен  $k_m$  (независимо от того, с какой стороны от границы подходит сигнал).



На рисунке справа изображен возможный ход лучей в экране.

Экран устроен так, что при каждом прохождении от одной границы до другой сигнал теряет часть своей мощности  $W = 10$  мВт. Если же мощность вошедшего (или отраженного) сигнала оказывается меньше  $W$ , то он весь поглощается веществом экрана.

1. Пусть  $k_a = k_m = 0,2$ . Найдите полную мощность  $Q_1$  сигнала (с учетом всех отражений), вышедшего с внутренней стороны экрана, а также количество всех отражений внутри него до полного поглощения отраженной энергии.

2. Выполните п. 1 при значениях коэффициентов  $k_a = 0,7$ ;  $k_m = 0,9$ .

3. Найдите полную мощность  $U_2$  сигнала, отраженного от экрана в сторону передатчика (с учетом всех отражений) при значениях  $k_a = 0,7$ ;  $k_m = 0,9$ .

4. Определите, при каком наименьшем значении коэффициента  $k_m$  мощность  $Q_3$  прошедшего сквозь экран сигнала (с учетом всех отражений) будет в 10 раз меньше первоначальной ( $Q_3 \leq P_0/10$ ), если  $k_a = 0,7$ .

Примечание. Все ответы следует округлить до двух знаков в дробной части.

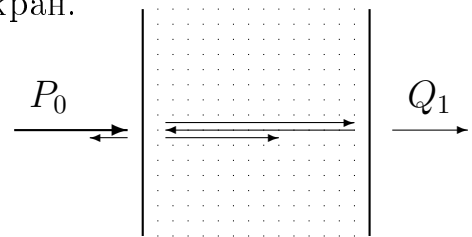
ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

Вариант 47991 для 9 класса

Создание передатчика мыслей на расстояние "Гнилой Зуб" ознаменовало тотальное наступление эры полной цифровизации. Для защиты от непрошенных мыслей разрабатывается специальный защитный экран "Бормоглот", который должен запутывать и ослаблять сигнал. Попробуем помочь разработчикам и смоделировать процесс прохождения некоторых сигналов через такой экран.

Пусть передатчик испускает сигнал (луч) мощностью  $P_0 = 1500$  мВт, который падает перпендикулярно на защитный экран.

На обеих границах экрана происходит частичное отражение сигнала: в обратном направлении отражается  $K\%$  мощности (независимо от того, с какой стороны от границы подходит сигнал), а остальная часть проходит сквозь границу. На рисунке справа изображен возможный ход лучей в экране.



Экран устроен так, что при каждом прохождении от одной границы до другой сигнал теряет часть своей мощности  $W = 10$  мВт. Если же мощность вошедшего (или отраженного) сигнала оказывается меньше  $W$ , то он весь поглощается веществом экрана.

1. Пусть  $K = 20\%$ . Найдите полную мощность  $Q_1$  сигнала (с учетом всех отражений) на выходе из экрана с противоположной от передатчика стороны, а также количество всех отражений внутри экрана до полного поглощения отраженной энергии.

2. Выполните п. 1 при значении коэффициента  $K = 80\%$ .

3. Найдите полную мощность  $U_2$  отраженного от экрана сигнала (включая мощности, отраженные от обеих границ и вышедшие наружу в сторону передатчика) при значениях  $K = 20\%$  и  $K = 80\%$ .

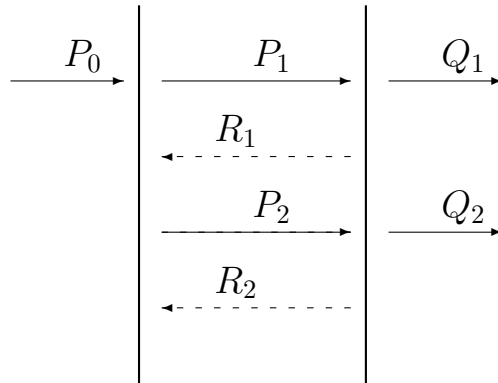
Примечание. Все ответы следует округлить до двух знаков в дробной части.

## РЕШЕНИЕ

Задачи для разных классов содержат одну и ту же физико-математическую модель и различаются количеством вопросов и их глубиной. Поэтому далее приводится единое решение, в котором сначала даются подходы и ответы для 9 класса, а затем следует продолжение для 10 и 11 классов.

1. Рассмотрим прохождение луча через препятствие, состоящее из одного слоя вещества. Прошедший внутрь луч будет испытывать многократные отражения от стенок препятствия, при этом его мощность будет уменьшаться за счет того, что часть излучения будет уходить через стенку наружу и еще часть будет поглощаться веществом по пути от одной стенки к другой.

Для наглядности будем считать, что луч проходит через экран слева направо. Схематически такой процесс изображен на рисунке ниже. Там же введены обозначения мощностей луча в момент падения на стенку.



2. Опишем этот процесс в случае разных коэффициентов отражения на левой и правой границах. Пусть коэффициент отражения слева равен  $k_a$ , а справа  $k_m$ . (Эти обозначения соответствуют заданию для 10 класса. Для задания 11 класса  $k_a = k_m = k$ . Для задания 9 класса  $k_a = k_m = 0.01 \cdot K$ .)

Луч  $P_0$ , проходящий на левую границу извне, частично отразится от нее (эта часть нас сейчас не интересует), а частично пройдет внутрь. Мощность прошедшего луча будет равна  $(1 - k_a)P_0$ . При прохождении сквозь вещество луч потеряет фиксированную мощность и на подходе к правой границе его мощность составит

$$P_1 = (1 - k_a)P_0 - W.$$

На правой границе часть излучения отразится, а наружу выйдет часть  $Q_1$ , равная

$$Q_1 = (1 - k_m)P_1.$$

Отраженная часть потеряет по пути фиксированную мощность  $W$ , и на левую границу вернется (изнутри) луч, мощностью

$$R_1 = k_m P_1 - W.$$

От левой границы внутрь отразится луч мощностью

$$k_a R_1,$$

который по пути снова потеряет часть, равную  $W$ , так что мощность излучения, вернувшегося на правую границу, составит

$$P_2 = k_a R_1 - W.$$

Этот луч снова разделится на часть

$$Q_2 = (1 - k_m)P_2,$$

выходящую наружу, и часть

$$R_2 = k_m P_2 - W,$$

дошедшую после отражения до левой границы (изнутри).

Дальше процесс пойдет аналогичным образом. Выведенные зависимости между величинами 2-го и 1-го шагов сохранятся для зависимостей величин  $(j + 1)$ -го и  $j$ -го шагов. Таким образом, получаем циклический процесс, который прекратится, как только очередная отраженная мощность окажется меньше  $W$ . Для того, чтобы определить общую мощность излучения, прошедшего сквозь препятствие, нужно сложить все получившиеся величины  $Q_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$

3. Запишем составленный алгоритм на псевдокоде. Оформим его как функцию, входными параметрами которой будут коэффициенты отражения на левой и правой границах  $k_a$  и  $k_m$ . В переменной  $m$  будет подсчитываться количество отражений. Ее придется ввести, так как счетчик цикла  $j$  подсчитывает количество возвратов на правую границу, а последнее отражение может произойти как справа, так и слева.

**Алгоритм Слой** ( $k_a, k_m$ )

**начало алгоритма**

$$P[1] := (1 - k_a)P_0 - W$$

$$j := 1$$

$$m = 0$$

$$Q := 0$$

ПОКА  $P[j] > 0$

$$m = m + 1$$

$$Q = Q + (1 - k_m)P[j]$$

$$R[j] = k_m P[j] - W$$

ЕСЛИ  $R[j] > 0$  ТО  $m = m + 1$

$$P[j + 1] := k_a R[j] - W$$

$$j := j + 1$$

КОНЕЦ\_ПОКА

Вывести  $Q$  и  $m$

**конец алгоритма**

4. Если запустить этот алгоритм при значениях коэффициентов, указанных в п.п. 1 и 2 задания (каждого класса), то будут получены ответы на 1 и 2 вопрос.

Заметим, что коэффициенты в вопросе 1 таковы, что количество внутренних отражений невелико и весь процесс может быть просчитан вручную. Это полезно, в том числе, для получения тестовой информации, требующейся при отладке программы.

5. Для поиска отраженного сигнала (полного) нужно модифицировать алгоритм так, чтобы подсчитывалась сумма не на правой, а на левой границе.

Поскольку в процессе расчетов находятся приходящие на левую границу изнутри можности  $R_j$ , то достаточно умножить их на  $(1 - k_a)$  и сложить все полученные величины. К этой сумме нужно также прибавить мощность  $k_a P_0$  (не прошедшая внутрь часть передаваемой источником мысли).

Алгоритм с соответствующими изменениями (и без подсчета количества отражений) будет иметь следующий вид.

**Алгоритм Возврат** ( $k_a, k_m$ )

**начало алгоритма**

$$P[1] := (1 - k_a)P_0 - W$$

$$j := 1$$

$$U := k_a P_0$$

ПОКА  $P[j] > 0$

$$R[j] = k_m P[j] - W$$

$$\text{ЕСЛИ } R[j] > 0 \text{ ТО } U = U + (1 - k_a)R[j]$$

$$P[j + 1] := k_a R[j] - W$$

$$U = U + (1 - k_a)R[j]$$

$$j := j + 1$$

КОНЕЦ\_ПОКА

Вывести  $U$

**конец алгоритма**

Запустив новый алгоритм для значений, указанных в п. 3 задания, получим ответ на 3 вопрос (для каждого класса).

Этим исчерпываются вопросы задания для 9 класса.

6. Для поиска ответа на 4 вопрос для 10 класса можно организовать простой перебор входных значений коэффициента отражения  $k_m$ , сравнивая результат с заданным значением.

Этот перебор можно автоматизировать, например, подавая на вход значения коэффициентов, идущие с определенным шагом, или организовать что-то типа бисекции. Подробные алгоритмы такой автоматизации здесь не приводятся.

7. Для расчета двухслойного экрана мысленно разделим его на две части (два слоя) и будем рассматривать сигнал, вышедший из первого слоя, как входной сигнал для второго и наоборот.

Внесем в формулы упрощения, связанные с равенством коэффициентов отражения на всех границах, и будем использовать обозначение  $k$ .

Приведем без комментариев рекурсивный алгоритм расчета, в котором используются две функции (вызывающие как сами себя, так и друг друга), которые обрабатывают происходящее в левом и в правом слое. На вход каждой функции подается мощность  $P$  луча, отходящего внутрь от границы. Структура всех используемых в этих функциях формул подробно описана выше.

### Функция F1(P)

ЕСЛИ  $P > W$  ТО

Вернуть  $F2( (1 - k) \cdot (P - W) ) + F1( k \cdot (k \cdot (P - W) - W) )$ ;

### Функция F2(P)

ЕСЛИ  $P > W$  ТО

Вернуть  $(1 - k) \cdot (P - W) + F2( k \cdot (k \cdot (P - W) - W) ) + F1( k \cdot ((1 - k) \cdot (k \cdot (P - W) - W) - W) )$ ;

Чтобы получить ответ на вопрос, нужно осуществить вызов

$F1( (1 - k) \cdot P )$

Для облегчения программирования и тестирования программы на следующей странице приведена «отладочная таблица» для двухслойного экрана из задания.

### Ответы.

9 класс.

1.  $Q_1 = 980,48$  мВт; 4 отражения.
2.  $Q_2 = 118,61$  мВт; 9 отражений.
3. при  $K = 20\%$   $U = 480,10$  мВт, при  $K = 80\%$   $U = 1284,89$  мВт.

10 класс.

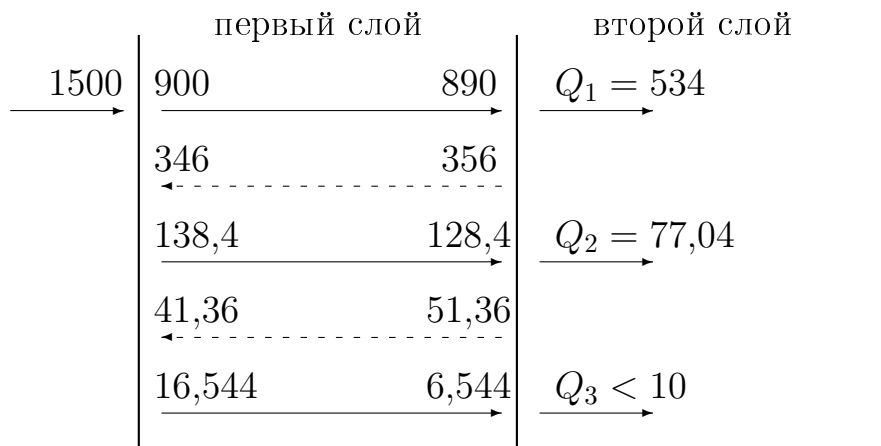
1.  $Q_1 = 980,48$  мВт; 4 отражения.
2.  $Q_2 = 95,56$  мВт; 11 отражений.
3.  $U = 1290,01$  мВт.
4.  $k_m = 0,83$ .

11 класс.

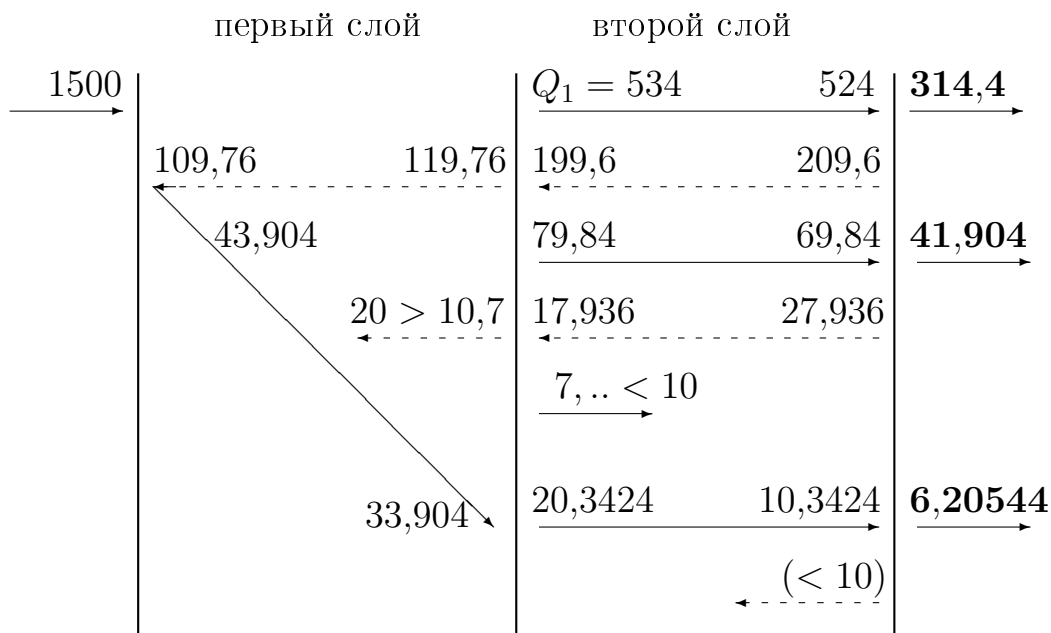
1.  $Q_1 = 980,48$  мВт; 4 отражения.
2.  $Q_2 = 118,61$  мВт; 9 отражений.
3.  $U = 1284,89$  мВт.
4.  $Q_4 = 402,73$  мВт.

### Отладочная информация

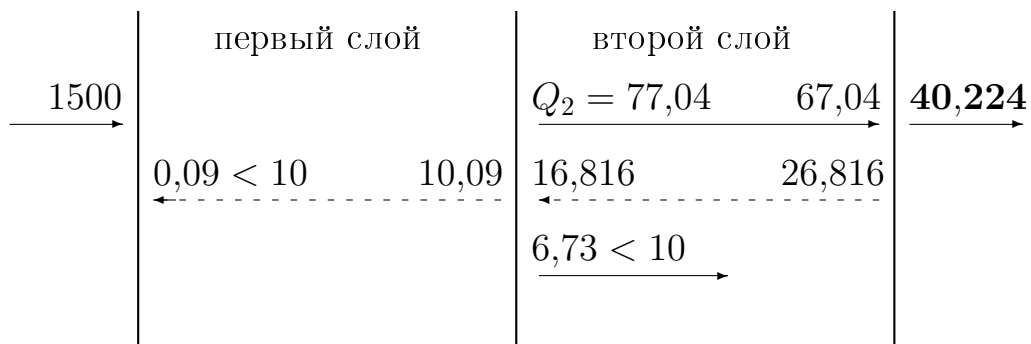
## Начальный сигнал в первом слое



### Прохождение луча $Q_1$



### Прохождение луча $Q_2$



**Итого** полный выход равен

$$314,4 + 41,904 + 6,20544 + 40,224 = 402,73344 \approx \mathbf{402,73}$$