

10 класс, вариант 17101, задача 1

Финансовый аналитик энергетической компании после сложных расчетов с применением математических методов вычислил, что прибыль компании за 2016 год, выраженная в миллионах рублей, удовлетворяет уравнению

$$12x + \frac{12x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 35.$$

Должен ли совет директоров компании поверить этому?

Ответ: нет, не должен, т.к. указанное уравнение имеет два положительных решения.

10 класс, вариант 17101, задача 2

На тепловой электростанции запас газа всегда остается положительным и ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $1/(1 - x)$ м³. Может ли запас газа оказаться одинаковым в какие-то два различных месяца? Если это возможно, то какое значение имеет запас, одинаковый для двух разных месяцев?

Ответ: Запасы газа будут описываться формулами

$$f_{3k}(x) = x, \quad f_{3k+1}(x) = \frac{1}{1 - x}, \quad f_{3k+2}(x) = 1 - \frac{1}{1 - x}.$$

Они попарно не принимают одинаковых значений.

Однако все три функции не могут одновременно быть положительными.

10 класс, вариант 17101, задача 3

Найдите все решения уравнения

$$1 - \frac{x}{1!} + \frac{x(x-1)}{2!} + \dots + \frac{(-1)^n x(x-1)\dots(x-n+1)}{n!} = 0.$$

Ответ: $x = 1, \dots, n$.

10 класс, вариант 17101, задача 4

Господин Бур Жуй, большой поклонник фэн-шуй, получил в наследство дом, представляющий собой в плане прямоугольный треугольник с катетами a и b . К каждой стороне треугольника он пристроил квадратные веранды. Те 6 вершин этих трех квадратов, которые не совпадают с вершинами треугольника, образуют шестиугольник. В этот шестиугольник и был в итоге превращен дом, который построил господин Бур Жуй. Найдите его площадь. При каком соотношении катетов a и b отношение площади нового дома к площади исходного будет минимальным.

Ответ. $S = 2(a^2 + b^2 + ab)$; отношение минимально при $a = b$.

10 класс, вариант 17101, задача 5

Прямоугольный параллелепипед $a \times b \times c$ составлен из кубиков со стороной 1. Сколько в нем можно выделить различных меньших параллелепипедов из таких кубиков?

Ответ: $\frac{abc(a+1)(b+1)(c+1)}{8} - 1$.