

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 32101

1. Ювелирное украшение имеет вид цилиндра. Его боковая поверхность выложена золотыми квадратами и соседствующими с ними серебряными треугольниками так, что никакие две фигуры одного материала не имеют общих точек кроме, возможно, вершин. Размеры фигур выбраны так, что число квадратов максимальное из возможных. Найдите это число и минимальную долю занимаемой ими площади боковой поверхности, если высота цилиндра не менее 4 см, а площадь основания не более 6 см^2 .
2. Найдите все натуральные n , для которых $\sin(0,001\pi(n^5 - n^3)) = 0$.
3. Основания правильных треугольников лежат на горизонтальной оси и примыкают друг к другу. Стороны треугольников в порядке их следования слева направо равны 1, 3, 5, 7, Постройте график кривой, проведённой через вершины треугольников, не принадлежащие основанию.
4. Покажите, что функция

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{7}{5} - xy - \frac{x}{2y+3} - \frac{y}{2x+3}}$$

определена для всех чисел $x, y \in [0, 1]$. Найдите максимальное и минимальное значения функции в этой области.

5. Решите уравнение с двумя неизвестными $\cos x \cos y = |\cos x + \cos y|$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 32102

1. В точке $O(0,0)$ координатной плоскости находится электростанция, в точках $A(0,6)$, $B(8,6)$, $C(8,0)$ – потребители электроэнергии. Точки $P(x, 3)$, $Q(8 - x, 3)$ выбраны так, чтобы суммарная длина отрезков OP, AP, PQ, BQ, CQ электрокабеля была наименьшей. Найдите угол OAP и минимальное значение указанной длины.
2. Функции $f_1(x) = x^2 + p_1x + q_1$, $f_2(x) = x^2 + p_2x + q_2$ таковы, что уравнение $f_1(x) = 0$ имеет два различных корня и оба этих корня меньше 2014, а уравнение $f_2(x) = 0$ также имеет два различных корня и оба его корня больше 2014. Может ли уравнение $f_1(x) + f_2(x) = 0$ иметь два корня, один из которых меньше 2014, а другой больше 2014? Может ли оно не иметь вещественных корней?
3. Найдите все такие целые числа x , что $2x^2 + x - 6$ является квадратом простого числа.
4. Лучшего спортсмена года выбирают 20 экспертов из 5 кандидатов. Каждый эксперт подает один голос ровно за одного кандидата. Сколькими способами могут распределиться голоса? Два журналиста, не входящие в число экспертов, считают, что один из кандидатов не может быть лучшим, а четверо остальных вполне достойны. Какова вероятность избрания лучшим этого спортсмена первоначальным (из 20) и расширенным (из 22) составом экспертов, включающим и двух таких журналистов?
5. Найдите все возможные значения углов треугольника, у которого длины высот – целые числа, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит такой треугольник, а высота призмы равна периметру основания.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 33101

1. Решите уравнение с двумя неизвестными $\sin x \sin y = |\sin x \sin y|$.

2. На прямолинейной просеке стоит лесник. По просеке он может идти со скоростью 4 км/ч, а по лесу – со скоростью 2 км/ч. Изобразите на рисунке в системе координат (ось ОХ совпадает с просекой, а лесник находится в начале координат) геометрическое место точек, в которые лесник может прийти за один час ходьбы. Найдите площадь области, в точки которой лесник может прийти не более, чем за один час ходьбы.

3. Банк «Фантастика» предлагает такие условия срочного вклада: если вклад хранится n дней, то клиенту возвращается кроме положенной суммы ещё $0.001(n^5 - n^3)/3$ рублей. На какое целое число дней надо положить 300 000 рублей, чтобы возвращаемая сумма была целым числом?

4. В заполярном городе производственные помещения одной из фирм располагались в вершинах прямоугольника со сторонами 80 метров и 60 метров. Руководство фирмы решило соединить эти помещения крытыми переходами. Но оказалось, что на эти цели фирма может выделить деньги достаточные для строительства только 186 метров переходов. Можно ли на эти деньги построить переходы так, чтобы из любого помещения можно было попасть в любое другое, не выходя на улицу? Предложите вариант прокладки таких переходов или докажите, что его не существует.

5. Покажите, что функция

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{7}{5} - xy - \frac{x}{2y+3} - \frac{y}{2x+3}}$$

определена для всех чисел $x, y \in [0, 1]$. Найдите максимальное и минимальное значения функции в этой области.