

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 32771

1. Найдите все натуральные  $n$  такие, что число  $n^4 - n^2$  кратно 300. При каких  $n$  это число кратно 500 ?

2. Две улитки двигаются равномерно по прямолинейной садовой дорожке со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Время, которое требуется второй улитке для преодоления всей дорожки не больше, чем время, требуемое на тот же путь первой улитке, однако оно не меньше часа. Если первая улитка проползёт путь  $v_2$ , а вторая улитка сразу же вслед за этим проползёт путь  $v_1$ , то в каких пределах будет находиться время такого перемещения? При каких соотношениях скоростей это время будет наименьшим и наибольшим?

3. Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое число  $n$  такое, что  $n \leq x$ , например,  $[10] = 10$ ,  $[9,93] = 9$ ,  $[\frac{1}{9}] = 0$ ,  $[-1,7] = -2$ . Выясните, имеет ли решение уравнение  $[2x + 1] = \frac{1}{2}x$ .

4. Существует ли выпуклый  $n$ -угольник, углы  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  которого удовлетворяют условиям

$$\alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_2 = \alpha_3 + \alpha_4, \dots,$$

$$\alpha_{n-2} = \alpha_{n-1} + \alpha_n, \alpha_{n-1} = \alpha_n + \alpha_1, \alpha_n = \alpha_1 + \alpha_2?$$

5. Числа  $x_1, \dots, x_{2014}$  связаны равенствами

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \dots = \frac{x_{2013}}{x_{2014}}, \quad x_1 = \left(\frac{10}{9}\right)^{2014}, \quad x_{2014} = \left(\frac{11}{10}\right)^{2014}.$$

Найдите  $x_2, \dots, x_{2013}$ . (Пример взят из VIII книги сочинения «Начала» древнегреческого математика Евклида, IV в. до н. э.)

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 33771

1. Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое число  $n$  такое, что  $n \leq x$ , например,  $[10] = 10, [9,93] = 9, \left[\frac{1}{9}\right] = 0, [-1,7] = -2$ .  
Найдите все решения уравнения  $[2x-1]=x+2$  или докажите, что решений нет.

2. Найдите все натуральные  $n$  такие, что число  $n^4 - n^2$  кратно 300.  
При каких  $n$  это число кратно 1500?

3. Две цепочки составлены из одинаковых круглых колец. В первой цепочке на два кольца больше. В вытянутом состоянии длина первой цепочки 53 мм, второй – 43 мм. Найдите число колец в каждой цепочке.

4. Две гусеницы двигаются равномерно по прямолинейной садовой дорожке со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Время, которое требуется второй гусенице для преодоления всей дорожки не больше, чем время, требуемое на тот же путь первой гусенице, однако оно не меньше часа. Если первая гусеница проползёт путь  $v_2$ , а вторая гусеница сразу же вслед за этим проползёт путь  $v_1$ , то в каких пределах будет находиться время такого перемещения? При каких соотношениях скоростей это время будет наименьшим и наибольшим?

5. Дано уравнение в целых числах.

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 2$$

с  $n$  неизвестными. Найдите число его решений.