Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

3+1

МЮ 23-83

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ АЛЕКСАНДРОВ

ИМЯ АРТЕМ

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 01.07.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»
Вариант: 7092

Вподан 1 лист

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М1023-83

№4.

Рассмотрим варианты: 12:00, 13:00, 14:00, 15:00 и т.д.

$v_{мин} = 6°/мин$
$v_{час} = 0,5°/мин$
$v_{сбл} = 5,5°/мин$

+

непонятное объяснение.

1) 12:00
угол между стрелками 0°
2 не делится на 5,5 нацело
рассм след. вариант

2) 13:00
угол между стрелками 30°
(30-2) не делится на 5,5 нацело
(30+2) не делится на 5,5 нацело

3) 14:00
угол между стрелками 60°
(60-2) не делится на 5,5 нацело
(60+2) не делится на 5,5 нацело

4) 15:00
угол между стрелками 90°
(90-2) делится на 5,5 и равно 16

Значит время 15 часов 16 минут

Ответ: 15 часов 16 минут

№5.

Мы не знаем в каком банке вкладчик потеряет деньги, поэтому лучше положить в банк одинаковые суммы, так как, если мы возьмем по разной сумме денег, то возможно мы можем потерять самую большую часть.

Если мы не оставим деньги дома, то в банк мы положим по 200000 и получим с одного 600000, а с другого 400000, в сумме 1000000. ~~Если~~

Попробуем часть денег оставить дома

То пусть x - это деньги, которые идут в каждый банк

y - это деньги дома

Тогда $3x+2x+0+y = 5x+y$ - деньги полученные через год

и чем больше x, тем больше денег получит вкладчик, т.к перед „x" стоит коэф 5.

Значит нам надо $x_{наиб}$ и $y_{наим}$

$x_{наиб} = 200000$, а $y=0$

тогда сумма, полученная через год, равна 1000000

Ответ: 1000000 руб, вложив по 200000 руб

№2.

+

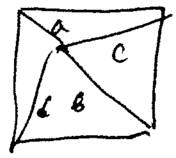
Возьмем произвольный треугольник. Он вращается. Площадь образованной фигуры является площадью описанной окружности вокруг этого треугольника. Нам надо найти такую точку, которая равноудалена от вершин треугольника. Эта точка является центром описанной окружности. И она лежит на пересечении серединных перпендикуляров.

Ответ: лежит на пересечении серединных перпендикуляров

№ 7.

Рассмотрим случай, когда советский радиоперехватчик находится внутри квадрата.

−



Тогда должно выполняться равенство $a^2+b^2=c^2+d^2$?

но $82 \neq 41$ значит он не может быть внутри квадрата

~~На стор~~ Если радиоперехватчик находится на стороне квадрата, то тоже должно выполняться равенство $a^2+b^2=c^2+d^2$ значит он не может быть на стороне.

Далее рассмотрим, когда он вне квадрата.

Он может находиться на продолжении диагоналей квадрата

но тогда должно было быть ~~чтобы~~ 2 одинаковых числа, значит он не находится на диагоналях и их продолжениях

И просто вне треугольника ~~быть~~ не может быть, неравенству треугольника.

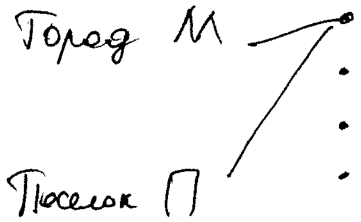
Ответ: не может

№ 1

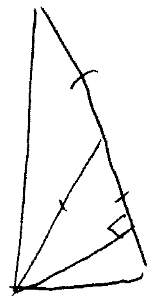
Ответ: может

−

Пример



№6.



Каждый раз гипотенуза треугольника уменьшается в два раза. Значит, это геом. прогрессия, где

$b_1 = 640$ $q = \frac{1}{2}$ $n = 5$

$b_5 = b_1 q^4$

$b_5 = 640 \cdot \frac{1}{2^4} = 40$ м

+

Ответ: 40м

№3.

—

$x^2 + px + q = 0$

$x_1 = x_2 = x$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases}$

$\begin{cases} 2x = -p \\ x^2 = q \end{cases}$; $x = \sqrt{q} = -\frac{1}{2}p$; $q = \frac{1}{4}p^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

ОТ 42-35

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Александров

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 18.08.2001

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

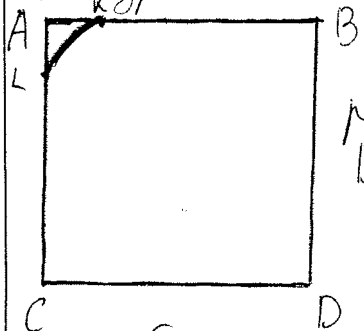
Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7 выдан 1 доп. лист

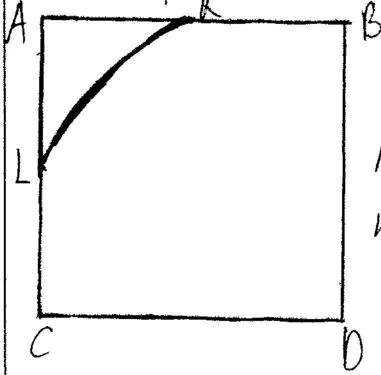
Для начала нужно сказать, что квадрат был размером минимум 7 км × 7 км, т.к. в квадратах с меньшей стороной невозможно провести отрезок, длина которого равнялась бы 9 км. Построим квадрат 7×7.



0,5 см = 1 км

Радиопередатчик обязательно должен быть расположен на линии KL, т.к. от точки D до любой точки линии KL расстояние равно 9 км. Значит, от точки A до передатчика расстояние равно 1 км, но невозможно поставить на линии KL точку так, чтобы расстояние от точек C и B равнялось бы 4 и 5 км. Т.е. этот вариант не подходит.

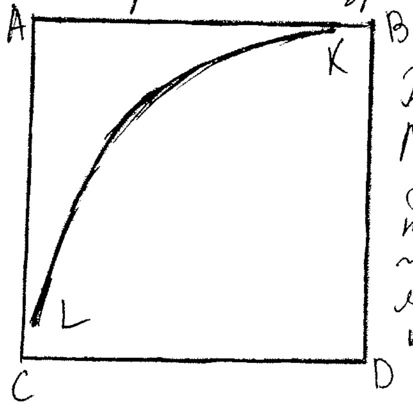
Построим квадрат 8×8



0,5 см = 1 км

Радиопередатчик обязательно должен быть расположен на линии KL, т.к. от точки D до любой точки линии KL расстояние равно 9 км. Но тогда мы не сможем провести от вершин квадрата отрезок к точке линии KL так, чтобы длина этого отрезка равнялась бы 1 км. Т.е. этот вариант нам тоже не подходит

Построим квадрат 9×9



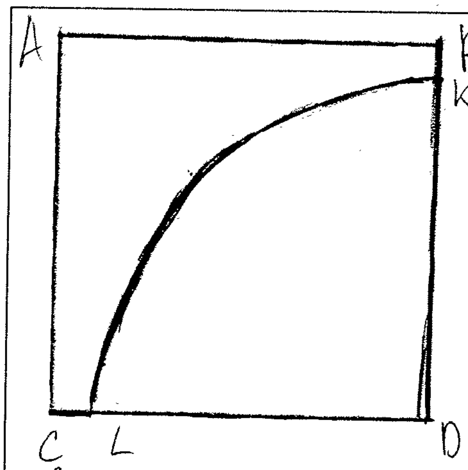
0,5 см = 1 км

Радиопередатчик обязательно должен быть расположен на линии KL, т.к. от точки D до любой точки линии KL расстояние равно 9 км. Допустим, от точки C до передатчика 1 км, но тогда мы не сможем сделать так, чтобы от точек A и B до передатчика расстояние было бы равно 4 и 5 км. Этот вариант нам не подходит

Построим квадрат 10×10

~~№3~~

~~Допустим, что x — это возраст отца в настоящее время, y — возраст матери в настоящее время,~~



0,5см = 1км

Радиопередатчик обязательно должен располагаться на линии KL, т. к. растоя от точки D до любой точки линии KL равно 9 км. Допустим, от точки C до передатчика расстояние равно 1 км. Но тогда мы не сможем сделать так, чтобы от точек A и B расстояние до передатчика равнялось бы 4 и 5 км. Этот вариант нам не подходит.

Дальше рассматривать квадраты смысла нет, т. к. поставить точку в квадрате так, чтобы от одной вершины до неё расстояние равнялось бы 1 км, а от другой вершины – 9 км, невозможно чисто теоретически.

Значит, Мюллер не должен верить Штирлицу

Ответ: нет, не должен

+

№3

Допустим, что x – это возраст отца в настоящее время, y – возраст матери в настоящее время, z – возраст сына в настоящее время. Отсюда по условию составим уравнение

$x+y+z=65$

Мы знаем, что 9 лет назад сумма возрастов была равна 40 годам, т.е.

$x-9+y-9+z-9=40$

Но тогда получается, что мы вычли 27 лет из суммы нынешних возрастов и получили 40 лет, хотя должны были получить 38 лет. Но ведь возможно такое, что сыну 9 или меньше лет, и 9 лет назад его возраст не учитывался. Значит:

$x-9+y-9=40$

$x+y-18=40$

$x+y=58$

А мы знаем, что $x+y+z=65$, т.е. $z=7$.

Ещё мы знаем, что 4 года назад отец был старше сына в 9 раз, т. е.:

$x-4=9(z-4)$

$x-4=9\times(7-4)$

$x-4=9\times3$

$x-4=27$

$x=31$

При проверке всё сходится, т. е. сейчас отцу 31 год.

Ответ: 31 год отцу

№4

Угол 120° можно достичь если между стрелками будет ровно 4 деления ($360°:12\times4=120°$). Если часовая стрелка находится в районе 12 часов, то минутная не может уходить дальше отметки в ~~30~~ 25 минут. Но при этом достичь угла в 120° не получается. Если часовая стрелка находится в районе 13 часов, то минутная не может уходить дальше отметки в ~~35~~ 30 минут, но достичь угла в 120° тоже не получается. Если часовая стрелка находится в районе 14 и 15 часов, то минутная не может уходить дальше отметок в ~~30~~ 35 и ~~45~~ 40 минут соответственно. Но при этом достичь нужного нам угла тоже не получается. А вот если часовая стрелка будет находиться в районе 4 часов, а минутная на отметке в 0 минут, т. е. часы будут показывать 16:00, то угол между стрелками будет равняться 4 делениям, т. е. 120°.

Ответ: 16:00

№6

Если выписать все значения степеней 2, то мы увидим, что числа, в которых определённое количество знаков, формируются в группы по три числа, т. е.

$2015:3=671$ с остатком, т. е. 2^{2015} — это 671-значное число.

Если выписать все значения степеней 5, то мы увидим такую закономерность, что числа формируются в группы, в которых определённое число знаков, таким образом: 1, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 1 и т. д.

Т.е. 5^{2015} — это 2014-значное число. Значит, всего десятичных знаков выписано $671+2014=2685$. +

Ответ: 2685.

№2а

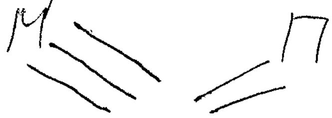
Если построить такой треугольник, то соотношение длин его сторон будет равно 2:2:1. Это наилучший вариант, т.к. во всех других случаях фигура будет длинной, и площадь от этого будет больше.

Ответ: 2:2:1

±

№1

Если среди трёх любых линий есть хотя бы одна, ведущая на предприятие М, то линий, не ведущих на М две или меньше. Если ~~...~~ среди любых четырёх линий есть хотя бы одна, ведущая на предприятие П, то линий не ведущих на П три или меньше! Получается такая картинка.



Т.е. у нас нет линий, не ведущих ни в М, ни в П. ±

Ответ: 0

№5

Через:

10 мин. — прих. письма
15 мин. — уход. письма, прих. бандероли
20 мин. — уход. бандер.
25 — прих. посыл., прих. письма, уход. письма
30 — уход. посыл.
35 — прих. банд., прих. письма, уход. письма
40 — уход. банд.
45 — прих. письма
50 — уход. письма
55 — прих. банд., прих. посыл., уход. банд.
60 — уход. пос., прих. письма
65 — уход. письма
70 — прих. банд.
75 — уход. банд., прих. письма
80 — уход. письма
85 — прих. пос.
90 — уход. пос., прих. банд., прих. письма, ~~уход. банд.~~ уход. письма
95 — уход. ~~банд~~ банд.
100 — прих. письма
105 — уход. письма
110 — прих. банд.
115 — уход. банд., прих. пос., уход. прих. письма

Т.е. мы видим, что у писем 1 коробка с письмами приходит за 15 минут, затем за 5, потом три раза по 15 минут т.е. 23 коробки с письмами всего. Также у бандеролей всего 16 коробок, а у посылок 16 коробок тоже.

+ Ответ: 23 тележки с письмами, 16 тележек с бандеролями, 16 тележек с посылками

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	VK 35-17 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ АЛЕКСЕЕВА

ИМЯ ИРИНА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 5 ЯНВАРЯ 1999

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

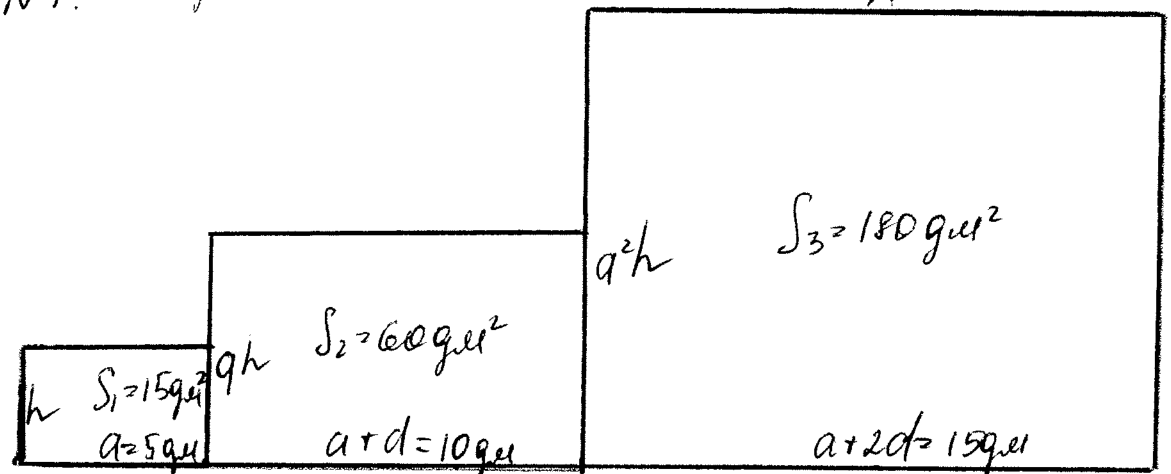
Дата выполнения работы: 1.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан 1 доп лист

№7.



По условию задачи, ступень наименьшей длины имеет наименьшую высоту значит, ступень средней длины имеет среднюю высоту, а ступень наибольшей длины имеет наибольшую высоту, поскольку длины и высоты образуют арифметическую и геометрическую прогрессии соответственно. Иначе q (знаменатель геометрической прогрессии) < 1, а это значит, что ступень с наименьшей длиной имеет наибольшую высоту.

Пусть длина наименьшей ступени равна a, тогда средней равна $a+d$, а длиннейшей $a+2d$.

По условию $a+a+d+a+2d = 3a+3d = 30$

$a+d = 10$

Пусть высота наименьшей ступени равна h, высота средней равна qh, а высочайшей q^2h.

$qh = \frac{S_2}{a+d} = 6$ дм

$S_1 = (a+d-d)\cdot\frac{qh}{q} = \frac{(10-d)6}{q} = 15$ дм^2

$S_3 = (a+d+d)\cdot qh\cdot q = (10+d)6\cdot q = 180$ дм^2

$S_1 \cdot S_3 = 36(100-d^2) = 180\cdot 15$

$d^2 = 25$

$d = 5$ дм

Тогда $a = 5$ дм; $a+2d = 15$ дм

$h = \frac{S_1}{a} = 3$дм

$q = \frac{qh}{h} = 2$

$qh = 6$дм

$q^2h = 12$дм.

Докажем, если высота средней по длине ступени наибольшая, то это противоречит условию задачи ($q<1$)

Пусть высота средней ступени равна qh; а длиной qh, тогда

$(10+d)qh = 180$

$10q^2h = 60$

$(10-d)h = 16.$

$\frac{10+d}{10q} = 3 \Rightarrow 10+d = 30q$

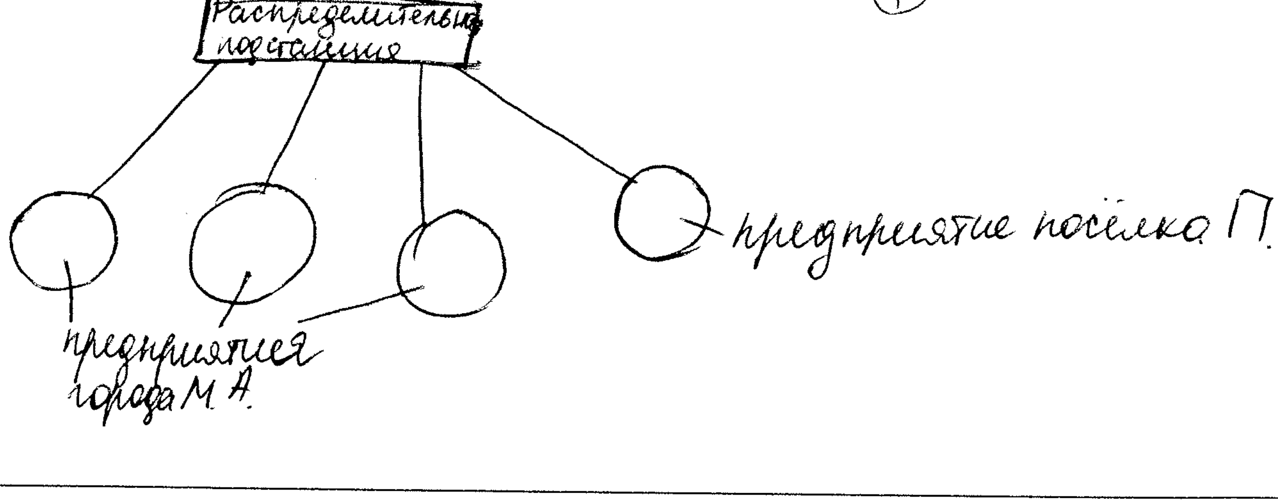
$\frac{10-d}{10q^2} = 4 \Rightarrow 10-d = 40q^2$

$\frac{10-d}{10+d} < 1$, т.к. $d>0$, значит, $\frac{4}{3}q < 1 \Rightarrow q<1$, но тогда наибольшая высота у ступени с наименьшей длиной. Противоречие с условием задачи. Значит, длина наименьшей ступени равна 5дм, высота 3дм; длина средней ступени равна 10дм, высота 6дм; длина наибольшей ступени равна 15дм, высота 12дм.

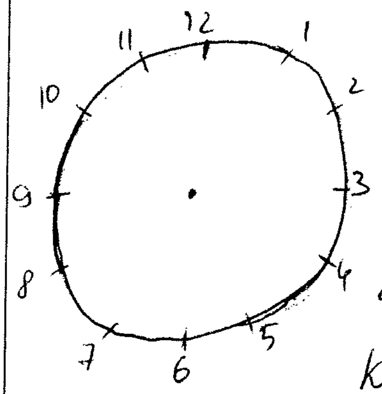
Ответ: 5дм и 3дм; 10дм и 6дм; 15дм и 12дм.

№1.

Ответ: да, может. Пример:



№4.



Минутная стрелка проходит за одну минуту $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$, а часовая $\frac{360^\circ}{12\cdot 60}=\frac{1}{2}^\circ$.

Т.к. минутная стрелка проходит за целое количество минут целое количество градусов, то пройдёт чётное количество минут

Пусть прошло x минут, тогда минутная стрелка прошла $x\cdot 6^\circ$, а часовая $\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$. Тогда модуль разности $(6x)^\circ$ и $\left(\frac{x}{2}\right)^\circ$ должен быть равен сумме $360^\circ n$ (количеству полных оборотов минутной стрелки) $\pm 2^\circ$

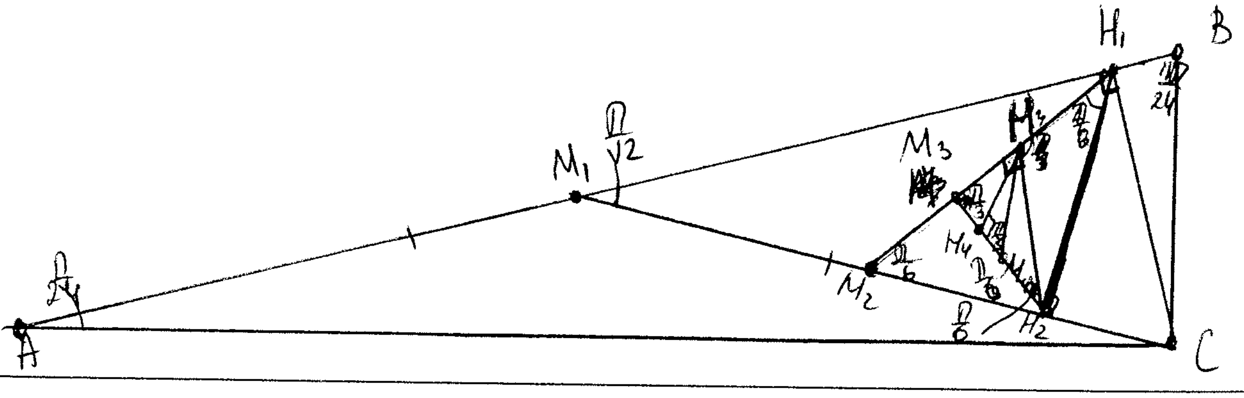
$$\left|6x-\frac{x}{2}\right| = 360n \pm 2$$

$$\left[\begin{array}{l}11x = 720n+4\\ 11x = 720n-4\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \frac{720n+4}{11}\\ x = \frac{720n-4}{11}\end{array}\right.$$

1. При $n=1$ $\quad x\notin\mathbb{Z}$ $\quad \left[\begin{array}{l}x=65\frac{9}{11}\\ x=65\frac{1}{11}\end{array}\right.$
2. При $n=2$ $\quad x\notin\mathbb{Z}$ $\quad \left[\begin{array}{l}x=131\frac{3}{11}\\ x=130\frac{6}{11}\end{array}\right.$
3. При $n=3$ $\quad x\in\mathbb{Z}$ $\quad \left[\begin{array}{l}x=196\frac{8}{11}\\ x=\boxed{196}\end{array}\right.$, значит, часы показывают 15:16

Ответ: 15:16

№6



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VK 35-17

Пусть исходный I треугольник ABC, $\angle B = \alpha = \frac{11}{24}\pi$, CH_1 и CM_1 – высота и медиана соответственно.

II треугольник: ΔCM_1H_1, где $\angle H_1 = 90^\circ$, $\angle CM_1H_1 = \frac{\pi}{12}$, как внешний угол при равнобедренном ΔM_1AC ($M_1C = \frac{1}{2}AB = AM_1$, поскольку в прямоугольном треугольнике медиана, провед. из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы. $M_1C = \frac{1}{2}AB = 320$ м

III треугольник: $\Delta M_2H_1H_2$, где $\angle H_2 = 90^\circ$, $\angle H_1M_2H_2 = \frac{\pi}{6}$, как внешний угол при вершине M_2 равнобедренного $\Delta M_1M_2H_1$ ($M_2H_1 = \frac{1}{2}M_1C$) $M_2H_1 = \frac{1}{2}M_1C = 160$ м.

IV треугольник: $\Delta M_3H_2H_3$, где $\angle H_3 = 90^\circ$, $\angle H_3M_3H_2 = \frac{\pi}{3}$, как внешний угол при вершине M_3 равнобедренного $\Delta M_2M_3H_2$. $M_3H_2 = \frac{1}{2}M_2H_1 = 80$ м.

V треугольник: $\Delta H_3H_4M_4$, где $\angle H_4 = 90^\circ$, $\angle H_4M_4H_3 = \frac{\pi}{3}$, как внешний угол при вершине M_4 равнобедренного $\Delta H_2H_3M_4$. $H_3M_4 = \frac{1}{2}M_3H_2 = 40$ м.

$S_V = H_4M_4 \cdot H_4H_3$. В прямоугольном Δ против $\angle = 30^\circ$ лежит катет, вдвое меньший гипотенузы, значит, $H_4M_4 = \frac{1}{2}H_3M_4 = 20$ м.

$H_4H_3 = H_3M_4 \cdot \cos\frac{\pi}{6} = 20\sqrt{3}$ м.

$\pm$

$S_V = 20\text{ м} \cdot 20\sqrt{3}\text{ м} = 400\sqrt{3}$ м.

Ответ: $C_V = H_3M_4 = 40$ м; $S_V = 400\sqrt{3}$ м

№5.

Пусть в I банк Иван Иванович положил a рублей, во II банк b рублей, в III банк c рублей, а себе оставил d рублей. Тогда возможно получить следующие суммы:

$3a+2b+d$; $2a+3c+d$; $3b+2c+d$

$2a+3b+d$; $3a+2c+d$; $2b+3c+d$.

Пусть $a \le b \le c$, тогда минимально возможная сумма $S = 3a+2b+d$.

Лист 04 из 03

$3a+2b+d \leq 3a+2\cdot\frac{(60000-a-d)}{2}+d = 2a+60000$, т.к. $b \leq \frac{1}{2}(a+b+c)$

Т.к. $a \leq b \leq c$, то $a \leq \frac{a+b+c}{3}$, т.е. $a \leq \frac{60000-d}{3}$, значит, самый выгодный вариант ничего себе не оставлять, ($d=0$), и в каждый банк положить по 20000 рублей, тогда в следующем году он гарантированно получит 100000 рублей.

±

Ответ: в каждый банк положить по 20000 рублей, получит 100000 рублей.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	VK 50-73 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Дидер

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 16.06.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** ~~за~~ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дид

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№5 Пусть x, y, z — суммы денег, которые он положит в банк. Тогда $x+y+z=600\,000$ или <600

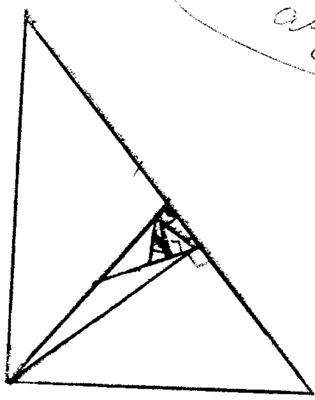
Пусть $x \geq y \geq z$, тогда наихудший расклад — $0 \cdot x + 2y + 3z = 2y+3z$ — сумма, которую получит. Она принимает максимальное значение при максимальных значениях z и y, но $x \geq y \geq z$, значит максимальная сумма будет, если $x=y=z \Rightarrow$

$x+y+z=3y=3z=600000 \Rightarrow y=z=200000=x$, тогда он получит сумму $2y+3z=2\cdot200000+3\cdot200000=1000000$

Ответ: 1000000 рублей ±

не учтен этот случай

№6



$\angle$ $\triangle$-ки $\angle$

Гипотенузой последующего треугольника является медианой предыдущего, т.е. гипотенуза к 5-го — медиана 4-го, гипотенуза 4-го — медиана 3-го, и т.д.

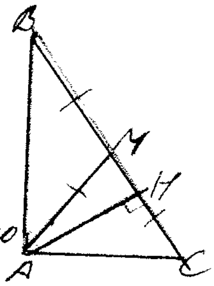
Пусть гипотенуза 5-го равна x, равна медиане 4-го, по теореме о медиане ~~прямо~~, проведенной из вершины прямого угла, ~~меди~~ гипотенуза 4-го ~~равна~~ в 2 раза больше ~~чем~~ медианы 5-го, т.е. равна $2x$, но, она является медианой 3-го ~~и равна~~ которая в 2 раза меньше гипотенузы 3-го, т.е. медиана 2-го, и равна $4x$, тогда гипотенуза 2-го равна $8x$, что является медианой 1-го, значит гипотенуза равна $16x$

$16x=640$ м. $\Rightarrow x=\frac{640}{16}=40$ м. V

~~cos~~

$\angle$ острые углы прямоугольного $\triangle$-ка. Один из них ~~равен угол~~ 5 острый угол м/у медианой и гипотенузой 4-го. ~~Он ра~~

Этот угол равен сумме углов треугольника, который образован медианой, проведённой из вершины прямого угла, т.е.



$\angle \triangle AMB$, где AM — медиана $\triangle$-ка ABC, AH — высота $\triangle$-ка ABC

$\angle AMH = \angle MAB + \angle MBA$ (по св-ву внешнего угла $\triangle$-ка)

$\triangle MBA$ — равнобедренный ($BM = AM$ (по св-ву медианы)) $\Rightarrow$ по св-ву р/б $\triangle$-ка $\angle MBA = \angle MAB \Rightarrow$

$\angle AMH = 2\angle MBA \Rightarrow$ что ~~один~~ наименьший из острых углов прямоугольного $\triangle$-ка в два раза меньше одного из острых углов $\triangle$-ка, образованного высотой и медианой этого прямоугольного треугольника, проведённых из вершины прямого угла. Тогда

$\Rightarrow$ что наименьший из острых углов прямоугольного $\triangle$-ка в 2 раза меньше острого угла м/у медианой и гипотенузой данного треугольника, т.е. ~~угол~~ острый угол в 4-м $\triangle$-ке равен в два раза больше наименьшего острого угла в 5-м

$\frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24} < \frac{11\pi}{24} \Rightarrow$ угол в 4-м $\triangle$-ке равен $2 \cdot \frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

~~в 3-м~~ другой $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12} > \frac{\pi}{12} \Rightarrow$ в 3-м $\frac{\pi}{12} \cdot 2 = \frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} > \frac{\pi}{6} \Rightarrow$

в 4-м $\frac{\pi}{6} \cdot 2 = \frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ в 5-м один из углов равен $\frac{\pi}{6}$

тогда катеты равны $\sin\frac{\pi}{6} \cdot 40 = 20$, $\cos\frac{\pi}{6} \cdot 40 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40 = 20\sqrt{3}$

Тогда площадь равна $S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$

Ответ: 1) 40 м. 2) $200\sqrt{3}$ м²

№7 Пусть длина 1-го прямоугольника a, высота b, длина 2-го $(a+b)$, высота bq, тогда 3-го $(a+2b)$ — длина, bq^2 — высота тогда

$$\begin{cases} S_1=ab=15 \\ S_2=(a+d)bq=60 \\ S_3=(a+2d)\cdot bq^2=180 \\ a+a+d+a+2d=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=15 \\ (a+d)bq=60 \\ (a+2d)\cdot bq^2=180 \\ 3(a+d)=30 \Rightarrow a+d=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=15 \\ bq=\frac{60}{10}=6 \\ (10+d)\cdot bq^2=180 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (10-d)\cdot\frac{6}{q}=15 \\ (10+d)\cdot 6q=180 \end{cases} \Rightarrow (10-d)(10+d)\cdot\frac{6}{q}\cdot 6q=15\cdot 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100-d^2=75 \Rightarrow d^2-25=0\ (d-5)(d+5)=0 \Rightarrow$$

$$d=5\quad a=10-d=10-5=5$$

$$ab=15 \Rightarrow b=\frac{15}{a}=\frac{15}{5}=3\quad q=\frac{6}{b}=\frac{6}{3}=2 \Rightarrow$$

+

⇒ ~~высота~~ длина пьедестала 3-го места 5, высота 3 дм,
длина пьедестала 2-го места 10, высота 6 дм,
длина пьедестала 1-го места 15 дм, высота 12 дм

Ответ: длина пьедестала 3-го места 5 дм, 2-го 10 дм, 3-го 15 дм
высота пьедестала 3-го места 3 дм, 2-го 6 дм, 1-го 12 дм.

№2

$$\operatorname{tg}2x=\frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x}=n,\ n\in\mathbb{Z};\ \operatorname{tg}x\in\mathbb{N}.$$ Пусть $\operatorname{tg}x=a$, $a\in\mathbb{N}$. ОДЗ: $\operatorname{tg}^2x\neq 1 \Rightarrow \operatorname{tg}x\neq\pm1$

$$\frac{2a}{1-a^2}=n \Rightarrow 2a=n-a^2n \Rightarrow a^2n+2a-n=0\quad D=4+4n^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\frac{-2\pm2\sqrt{n^2+1}}{2n}=\frac{-1\pm\sqrt{n^2+1}}{n}\in\mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases}\sqrt{n^2+1}\in\mathbb{Z} \\ n\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow$$ ед-ое

решение системы — $n=0$

$\pm$

1 случай когда $n=0$, $\Rightarrow \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x}=0 \Rightarrow \operatorname{tg}x=0 \Rightarrow$

$x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Проверим: $\operatorname{tg}x=\operatorname{tg}\pi n=0$ $\operatorname{tg}2\pi n=0$ подходит

Ответ: $x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

№4 Пусть минутная стрелка пройдёт x минут, тогда часовая пройдёт $\frac{x}{12}$ минут.
Допустим ~~час~~ минутная стрелка впереди часовой на $2°$, т.е. на $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ минуты.
тогда

$$x-\frac{x}{12}-5k=\frac{1}{3},$$ где $5k$ — кол-во часов, которое пройдёт до событий

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VK 50-73

$\frac{11x}{12}=5k+\frac{1}{3}$ $|\cdot 3$

$\frac{11x}{4}=15k+1$

$x=\frac{4(15k+1)}{11}$, $x\in N \Rightarrow 15k+1 \vdots 11$, т.е. $15k+1=11n$, где $n\in N$,

т.к. нам требуется минимальное количество минут, то нам нужно k_{min}, то значит и n_{min}

$k=\frac{11n-1}{15}\in N$; $n\in N$ $n_{min}=11$, $k=\frac{121-1}{15}=8$ часов

$x=\frac{4\cdot(15\cdot 8+1)}{11}=\frac{4\cdot 11^2}{11}=44$ минуты x — минутная стрелка,

$44-\frac{1}{3}=43\frac{2}{3}$ минуты — часовая. Значит время: 20ч. 44 мин.

Допустим часовая стрелка впереди минутной ~~часовая~~ на $\frac{1}{3}$ минуты,

$x-\frac{x}{12}-5k=-\frac{1}{3}$

$\frac{11x}{12}=5k-\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{11x}{4}=15k-1 \Rightarrow x=\frac{4(15k-1)}{11}\in N \Rightarrow$

$15k-1 \vdots 11$, т.е. $15k-1=11n$; $n,k\in Z$; $k=\frac{11n+1}{15}$ $n_{min}=4 \Rightarrow$

$k_{min}=\frac{11\cdot 4+1}{15}=\frac{45}{15}=3$ часа

$x=\frac{4\cdot(15\cdot 3-1)}{11}=\frac{4\cdot 44}{11}=16$ минут, т.е. время

15 часов 16 минут

15 часов 16 минут раньше 20 ч. 44 минуты $\Rightarrow$

15 часов 16 минут

Ответ: 15 часов 16 минут

I

не рациональный путь

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 55-78 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Апсит

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 17.09.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

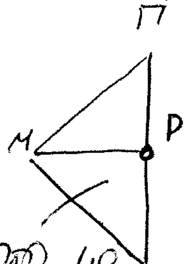
в пункт доходит ...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 55-78

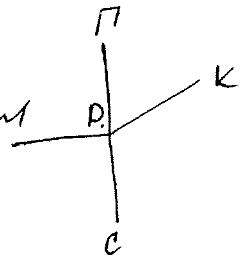
1. Если предприятия соединены между собой, то получается следующая картина. Получаем при



взятии любых 3^x линий 1 идет в т. М. любых 4^x 1 идет в т. П.
Всего линий 5. Линия Р-С не идет ни в, М ни в П.

Это не единств. возм. вар. !

Если ПМ или МС не будут связаны между собой, то не будет вып. условие: линии РП; РК; СК - ни 1 не идет в пункт М.



этот отв. не обоснован

Ответ: линий: 5; есть линия, не идущая ни в П, ни в М.

не только

—

но не вып условие на 4 лин

2. $\begin{cases} tg\, x \in Z \\ tg\, 2x \in Z \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \in Z$

$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} \in Z \to \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} \Rightarrow$

$\cos^2 x - \sin^2 x \neq 0 \Rightarrow \sin x \neq \cos x \Rightarrow |tg\, x| \neq 1.$

Также $\cos x \neq 0$
т.к. на : 0 - делить нельзя.

$tg\, x \in Z$; $tg\, 2x \in Z$, когда числитель $= 0 \Rightarrow$

но не только !

$\sin x = 0$

$x = \pi n,\ n \in Z$

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$ нет обоснования

~~Ответ: 1.~~

±

Лист 01 из 04

4. Часы - круг $= 2\pi = 360°$. Минутная стрелка за 1 час проходит $360° \Rightarrow$ за 1 мин $6°$, часовая же за 1 час проходит $30°$, т.е. за 1 мин $0{,}5°$

Будет 2 случая: минутная до часовой и наоб. Можем записать закон

$30n + 0{,}5k - 6k = 2$ и $6k - 0{,}5k - 30n = 2$.

Стрелка минутная до часовой | стрелка минутная после часовой

n - количество часов, $n \in \mathbb{Z}$

k - количество минут, $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$; $k \in [0; 60]$

$$k = \frac{30n - 2}{5{,}5} \qquad k = \frac{30n + 2}{5{,}5}$$

при подстановке $n = 1; 2; 3$ находим, что $k \in \mathbb{N}$ при $n = 3$ в первом ур-ии $\left(k = \frac{30n - 2}{5{,}5}\right)$

$k = 16$.

Ответ: часы показывали 3 часа 16 минут.

+

---

5. Чтобы получить максимальную прибыль нужно в банк с увеличением $K = 3$ положить максимальную сумму. Худший расклад дел подразумевает, что максимум окажется в банке с $k = 0$. 2 Максимума возможны только при равных суммах, т.е. сумма 1 = сумма 2 = сумма 3. не доказано!

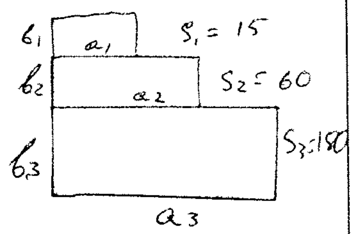
При этом доход составит 1 млн руб (200тыс·3+200тыс·2+0=1млн)

Если оставить часть суммы дома, то доход 900тыс руб.

Ответ: 1 млн руб (1000000 руб)

±

№7. Дана суммарная длинна всех прямоуг. 3 члена а. п. $S_3=\frac{2a_1+d(3-2)}{2}=30$



$a_1+d=10$

$a_2=10 \Rightarrow a_1=5 \quad a_3=15$

S прямоугольников $= a\cdot b$

$S_1 = a_1\cdot b_1 = 15 = 5\cdot b_1 \Rightarrow b_1=3$

$S_2 = - - - - - - \Rightarrow b_2=6$

$S_3 = - - - - - - \Rightarrow b_3=12.$

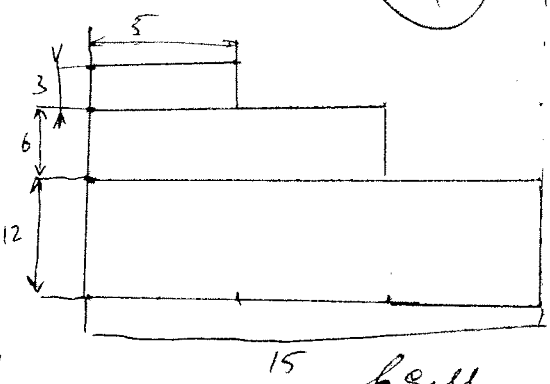
?

b_1, b_2, b_3 действительно составляют геометрическую прогрессию $q=2$ $\left(\frac{b_2}{b_1}=\frac{b_3}{b_2}\right)$

+

Размеры пьедестала.

длинна,	высота, дм
$a_1=5$	$b_1=3$
$a_2=10$	$b_2=6$
$a_3=15$	$b_2=12.$



Общая длина 30дм

Общая высота 21дм

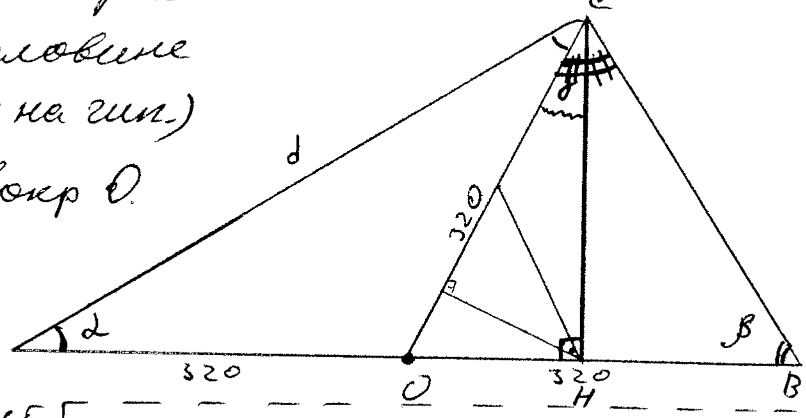
в дм.

(№6 на новом листе)

6. В прямоугольном тр-ке медиана равна половине гипотенузы (опущенная на гип.)

Тр.-к можно вписать в окр O.

$AO = OB = OC = R$.



Длина гипотенузы 5ого треугольника будет меньше AB в $2^{(n-1)}$ раз

$$L_5 = A_5B_5 = \frac{640}{2^4} = 40 \text{ м}$$

Найдем угол γ

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{1\pi}{24}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{24}.$$

Найдем отношение $\frac{S_{OHC}}{S_{ABC}} = \frac{\cancel{R}^2 \cdot \cos\gamma \cdot \sin\alpha \cdot \cancel{\frac{1}{2}}}{4\cancel{R}^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \cancel{\frac{1}{2}}} = \frac{\sin 2\gamma}{4 \sin 2\alpha} =$

$$= \frac{\sin\frac{2\pi}{24}}{4 \cdot \sin\frac{22\pi}{24}} = \frac{\sin\frac{2\pi}{24}}{4\left(\sin\left(\pi - \frac{2\pi}{24}\right)\right)} = \frac{1}{4}$$

?

Каждый новый тр-к меньше другого (предыдущего) в 4 раз

$$\Longrightarrow S_5 = \frac{S_{ABC}}{4^4} = \frac{S_{abc}}{64 \cdot 4} = \frac{1 \cdot \cancel{640}^{\,10\,5} \cdot CH}{2 \cdot \cancel{64} \cdot 4} = 1{,}25 \cdot CH$$

$CH = 2R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{24}\right) \cdot \sin\left(\frac{11\pi}{24}\right)$?

$\angle AOC = \varphi$

$AC = 2R \cdot \sin\frac{\varphi}{2}$

$CH = AC \cdot \sin\alpha$

$CH = \cancel{AC} \cdot$

$\varphi = \pi - 2\alpha$

$\varphi = \frac{2\pi}{12}$

−/+

$$CH = R \cdot \sin\frac{11\pi}{12}$$

$$CH = 320 \cdot \frac{1}{2} = 160$$

$$S_5 = 160 \cdot 1{,}25 = \frac{\cancel{160}^{\,40} \cdot 5}{\cancel{4}} = 200$$

$$\sin(x+y) = 2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} \quad y = \frac{6\pi}{12}$$

Ответ: L гипотенузы = 40 м; $S_5 = 200$ м²

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

BF 39-10

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 1112

шифр

ФАМИЛИЯ Артемьев (АРТЕМЬЕВ)

ИМЯ ДМИТРИЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 02.02.1998

Класс: 11

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Арт

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан 3 доп лист

№2

$tg x$ и $tg 2x$ — целые числа

Проверим некоторые табличные значения.

$x=0$

$tg 0=0$ и $tg 0=0$. Итак, $2015^0=\boxed{1}$ — первый ответ

$x=\frac{\pi}{4}$

$tg\frac{\pi}{4}=1$, $tg\frac{\pi}{2}$ — не сущ.

$x=\pi$

$tg\pi=0$ и $tg 2\pi=0$. Итак, $2015^0=1$, ~~пере~~ тот же ответ.

При $x=\pi k, (k\in Z)$ $tg x=0$ и $tg 2x=0$. $2015^0=\underline{1}$

$tg 2x=\frac{2tg x}{1-tg^2x}$ (формула) Проверим, какие могут быть $tg 2x$, если $tg x$ — целое число. $tg x=1$ $tg 2x=\frac{2}{1-1}$ — не сущ. $tg x=2$ $tg 2x=\frac{4}{1-4}=$ ~~4~~ $-\frac{4}{3}$, $tg x=3$, $tg 2x=\frac{6}{1-9}=-\frac{3}{4}$, $tg x=4$, $tg 2x=\frac{8}{-15}=-\frac{8}{15}$

$tg x=0$, $tg 2x=0$. $tg x=-1$, $tg 2x$ — не сущ. $tg x=-2$, $tg 2x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$ и т.д. Дальнейшие целые значения $tg x$ после $tg x=\pm 2$ будут по модулю меньше чем единица, а значит, среди них не может существовать целого числа. Таким образом, единственный верный ответ: $x=\pi k, k\in Z$ и $2015^0=1$

Ответ: $x=\pi k, k\in Z$. При $x=\pi k$ $2015^{tg x}=1$ +

№4

a_1, a_2, a_3 — арифметическая прогрессия (длины прямоугольников)

$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$ $\quad S_3=30$ $\quad a_1$ — наим $\Rightarrow d>1$

$S_3=\frac{2a_1+2d}{2}\cdot 3=3a_1+3d=3(a_1+d)=30$

$10=a_1+d$

$a_1+d=a_2$

~~$10=10+$~~

$a_2=10$ $\quad a_1=10-d$

$a_3=10+d$

b_1, b_2, b_3 – геометрическая прогрессия (высоты)

$b_2 = b_1 q \qquad b_3 = b_1 q^2 \qquad S_1 = 15,\ S_2 = 60,\ S_3 = 180$

$\cancel{(10-d)}$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \\ a_3 b_3 = 180 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} (10-d)\, b_1 = 15 \\ 10 b_1 q = 60 \\ (10+d)\, b_1 q^2 = 180 \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение системы

$10 b_1 q = 60$

$b_1 q = 6 = b_2$

$b_2 = 6$

$b_1 q = 6$

$b_1 = \frac{6}{q}$

$$\begin{cases} (10-d)\frac{6}{q} = 15 \\ (10+d)\, 6q = 180 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{q}(10-d) = 5 \\ q(10+d) = 30 \end{cases} \times$$

$2 \cdot (100 - d^2) = 150$

$75 = 100 - d^2$

$d^2 = 25$

$d = \underline{5}$ (так как a_1 - длина)

$\frac{2}{q} \cdot 5 = 5$

$\frac{2}{q} = 1$

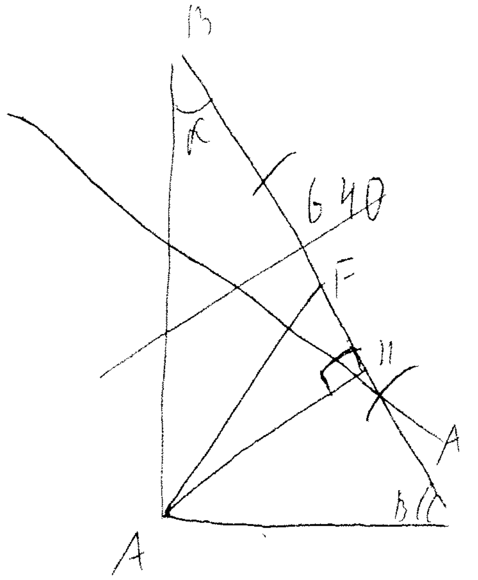
$q = \underline{2}$

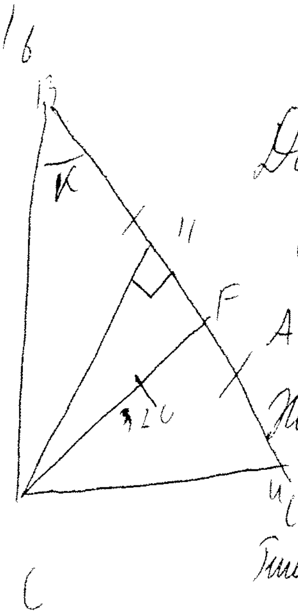
+

Итого, $b_1 = \frac{6}{2} = \underline{3}$, $a_1 = 10 - d = \underline{5}$. $b_2 = \underline{6}$, $a_2 = \underline{10}$. $b_3 = \underline{12}$ $a_3 = \underline{15}$

Ответ: Длины катетов из прямоугольников – 5, 10, 15 дм. Высоты – 3, 6, 12 дм.
Общая высота = 3 + 6 + 12 = 21 дм

№6





Дано: $\triangle ABC$ – прямоугольный

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$ $BC = 640$

AF – медиана. AH – высота

Найти AF, a_5 (гипотенуза a_5 в 5 треугольн.)

Решение:

$\angle ACB = \frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{12\pi}{24} - \frac{11}{24}\pi = \frac{\pi}{24}$

$\angle HAC = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{24} = \frac{11}{24}\pi$

$\triangle AFC$ – равнобедренный. $\angle FAC = \angle FCA = \frac{\pi}{24}$

$\angle HAF = \frac{11}{24}\pi - \frac{\pi}{24} = \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$

$R = AF = BF = FC$ (радиус описанной окружности в пр. треугольн.)

$AF = \frac{1}{2}BC = 320$

$\cancel{\sin\frac{5\pi}{12} =}$ $\angle HFA = \frac{\pi}{12}$

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$, $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{AH}{AF}$ $AH = \sin\frac{\pi}{12}\cdot AF$

$AH = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}\cdot 320 = 80\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

$FH = 80\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$

$S_2 = 80\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)\cdot 80\sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = 12800\cdot 2 = 25600$ м²

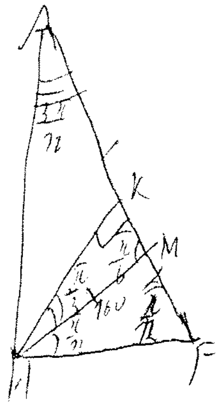
a_2 (гипотенуза) $= 320$

В дальнейшем, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n$ – составляют геометрическую прогрессию ~~со знаменателем~~ с $q = \frac{1}{2}$.

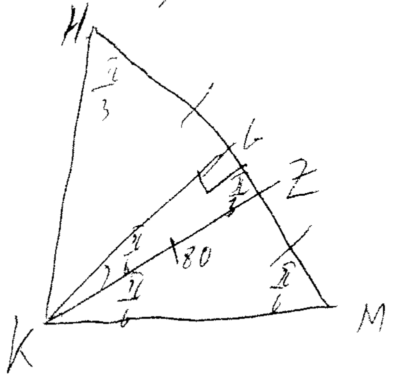
$a_5 = a_1\cdot q^4 = 640\cdot\frac{1}{16} = \boxed{40}$ м

Проверим, как меняется градусная мера углов, чтобы найти площадь

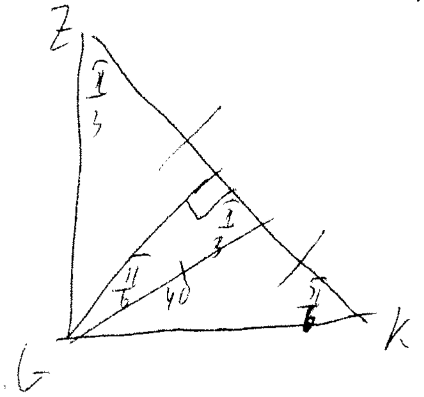
Построение 3 треугольника:



Построение 4 треугольника:

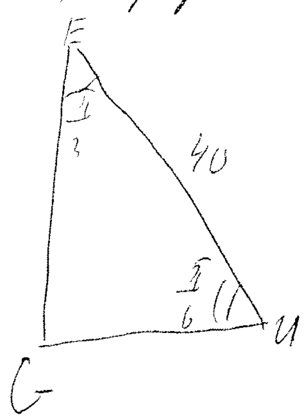


Построение 5 треугольника:



+

5 треугольник



$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{EG}{EU}$ ~~$EU = \frac{EG}{\sin}$~~ $EG = EU\sin\frac{\pi}{6}$

$EG = 40\cdot\frac{1}{2} = 20$ м

$GU^2 = 1600 - 400 = 1200$

$GU = 20\sqrt{3}$

$S = \frac{1}{2}GU\cdot GE$ $S = \frac{1}{2}\cdot 20\sqrt{3}\cdot 20 = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 40м, $200\sqrt{3}$ м^2.

N5

S = 600000 рублей. Самым выгодным решением будет размещение равного количества денег в каждом банке по доказанной оптимальности. Эта сумма составляет 200 000 рублей. Его доход в любом случае составит ~~200~~ $200\cdot3+200\cdot2+200\cdot0-600\,000=400\,000$

Ответ: Он должен разложить по 200000 рублей в каждом банке. Максимально возможный доход — 400 000 рублей.

№1

Можно сказать, что ~~если~~ среди 4 линий обязательно идут на ~~предприятия~~ ~~этих~~ города М и поселка П по крайней мере ~~по 1 линии~~ 1 линия. Т.е. по крайней мере две линии из четырех могут не идти ни в М, ни в П. Поэтому число линий может быть меньше 5 (~~от~~ в поселок П и город ~~М~~ при кол-ве линий равном 4 может проходить как по 1 линии, так и по двум, а также 3-в одну и 1-в др. группу). Если число линий больше или равно 5, то среди ~~любых~~ линий может найтись ~~от 1 до~~ ~~2~~ только 1 линия, которая не ведут ни в город М, ни в поселок П.

~~Предположим~~ Можно представить решение так (Х - в город М, у - в поселок П, 0 - ни туда, ни туда): ~~Х 0 Х у~~ Х 0 Х у Х Х

~~Можно~~ Примем Х - за кол-во линий, идущих в ~~поселок~~ город М, у - ведущих в поселок П, 0 - не ведущих в какой-либо из них. Запишем возможные ~~число~~ комбинации линий.

Х 0 Х у - наличие такой комбинации указывает, что число линий может быть меньше 5 т.е. равно 4.

~~Х 0 Х у Х~~ ~~Х Х Х у у Х~~,

Х Х Х у у - единственная возможная комбинация линий, когда их общее число больше или равно 5 (если мы возьмем 6 Х линию за Х, то не в каждой группе линий в кол-ве 4 х будет линия у, если за у - то не в каждой группе линий в кол-ве 3 будет Х, аналогично и с линией 0 (замена одной из линий также не допускается)) по тем же причинам))

Ответ: Число всех линий может быть меньше 5 (равно 4). Если оно не меньше 5, то среди 5 линий не будет таких, которые не ведут ни в М, ни в П

(+)

нет четкости в логической аргументации.

N3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

1. $-1 \leq \sin y \leq 1$

$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq +\frac{\pi}{2}$

$-1-\frac{\pi}{2} \leq \sin y - \arcsin x \leq 1+\frac{\pi}{2}$

2. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin y \leq \frac{\pi}{2}$

$-1-\frac{\pi}{2} \leq \sin x + \arcsin y \leq 1+\frac{\pi}{2}$

1. $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases}$

$\sin y = \arcsin x$ $\quad$ $x=0 \quad y=0$

$\sin x = -\arcsin y$ $\quad$ $x=0 \quad y=0$

$\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \arcsin y \geq -\sin x \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sin y - \arcsin x < 0 \\ \sin x + \arcsin y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin y < \arcsin x \\ \arcsin y < -\sin x \end{cases}$

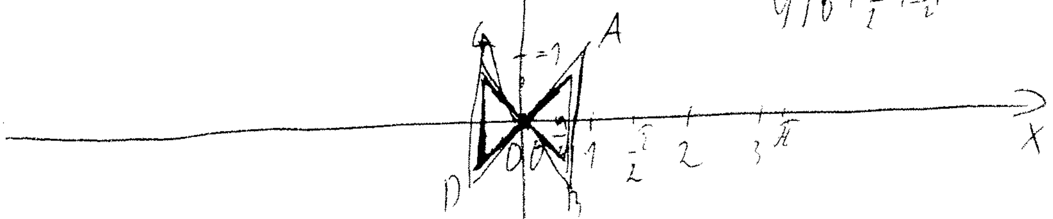
$\sin y = \arcsin x$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$
y	0	$\arcsin\frac{\pi}{6}$	$-\arcsin\frac{\pi}{6}$

$-\sin x = \arcsin y$

x	0	~~$-\frac{\pi}{2}$~~	~~$-\arcsin\frac{\pi}{6}$~~	~~$-\frac{\pi}{2}$~~
y	0	~~$\frac{\pi}{2}$~~	~~$\arcsin\frac{\pi}{6}$~~	

x	0	$-\arcsin\frac{\pi}{6}$	$\arcsin\frac{\pi}{6}$
y	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$



N4

Каждому градусу соответствует $\frac{1}{6}$ минуты. Часовая и минутная стрелка равны по длине. Угл между стрелками является опирается на окружность и поэтому является центральным

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы		
Вариант № 7092	МЮ 23-35 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ БАЗАНОВА

ИМЯ АЛЕКСАНДРА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 16.06.1999 Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3+2 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015. (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092.

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-35

~~Выдан доп. лист~~ 1 ой ю кафр +2 от

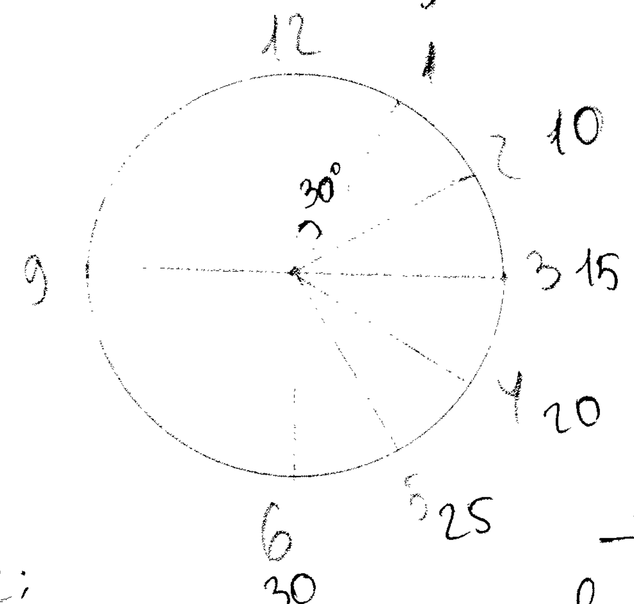
Решение: число всех линий может быть меньше 5. Сказано, что среди любых 4 линий обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие посёлка П. Допустим, число всех линий 4 ($4 < 5$). Тогда среди этих 4 линий обязательно будет 1 линия, ведущая на предприятие посёлка П. Если среди этих 4 линий будет лишь 1 линия, идущая на предприятие города М, то, взяв любые 3 линии, может получиться, что ни одна линия не ведёт на предприятие города М. Если же среди этих 4 линий будут 2, ведущие на предприятие города М, то в таком случае среди любых трёх линий будет хотя бы 1, идущая в город М. Следовательно, число всех линий может быть меньше 5, а именно 4. (+)

Если число всех линий не меньше 5, то число линий, ведущих на предприятие города М должно быть на 1 или 2 меньше числа всех линий, иначе получится так, что среди любых 3 линий ни одна не ведёт на предприятие города М. ~~А~~ число линий, идущих на предприятие посёлка П, должно быть на 1, 2 или 3 меньше числа всех линий. Следовательно, среди любых пяти не найдутся линии, которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: да, число всех линий может быть меньше 5; нет, если число линий больше 5, среди любых 5 линий не найдутся линии, которые не ведут ни в М, ни в П.

Лист из

№4.



(+)

1час = 60 минут.

Решение:

Для минутной стрелки в 1часе 360°, а для часовой стрелки — 30°. Следовательно, за 1 минуту часова стрелка поворачивается на 0,5°, минутная стрелка за 1 минуту поворачивается на 6°. ~~образуется~~ угол за первую минуту после полудна ~~[illegible]~~ между минутной и часовой стрелками, равное 5,5°. ~~[illegible]~~ Дальше угол будет только увеличиваться. Значит угол равный 2° не образуется в первый час после полудна. Во второй час ~~[illegible]~~ минимальный угол образовавшийся между часовой стрелкой и минутной стрелкой будет равен 3° (на 66 минуте). Дальше угол будет увеличиваться. Следовательно, угол равный 2° не образуется во 2 час ~~не образует~~ а в третий час минимальный угол 0,5° (на 131 минуте). Но, угол равный 2°, не образуется в четвертый час (на 196 минуте после полудна) между часовой и минутной стрелками образуется угол, равный 2° (96° от 12-ти часовой отметки для минутной стрелки и 98° от 12-ти часовой отметки для часовой стрелки.)

Ответ: через 196 минут. как получилось?

где решение?

непонятное решение.

№5.

Решение: ~~~~ вкладчик не знает какой банк удвоит сумму, какой утроит, а какой разорится. Следовательно, ~~~~ он разместит деньги поровну в каждом банке.

Если вкладчик решит оставить дома 300000, а остальные деньги равномерно распределит по банкам, то:

(1.) 300000 – дома

вложит: — получит:

100000 – I – 200000

100000 – II – 300000

100000 – III – 0

Итог: 800000 получится через год.

Если:

(2.) 150000 – дома

вложит: — получит:

150000 – I – 300000

150000 – II – 450000

150000 – III – 0

Итог: 900000 получится через год.

Если:

(3.) 120000 – дома

~~вложит – I – получ~~

вложит: — получит:

160000 – I – 320000

160000 – II – 480000

160000 – III – 0

Итог: 920000 получится через год.

№5 (продолжение)

Следовательно, чем меньше вкладчик оставит дома денег, тем большую сумму получит через год.

Наилучший вариант:

вложил — дома — получил:

200000 — I — 400000

200000 — II — 600000

200000 — III — 0

Недостаточное обоснование. Рассмотрены частные случаи.

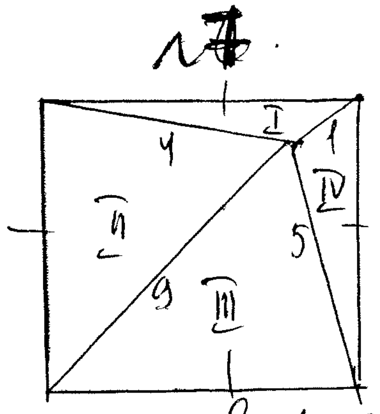
±

Итог: 1000000 получится через год.

Из этого следует, что вкладчику лучше будет распределить всю сумму в банка поровну.

Ответ: 1000000 вкладчик получит через год.

№7



Решение: Стороны квадрата равны.

Образуется 4 треугольника.

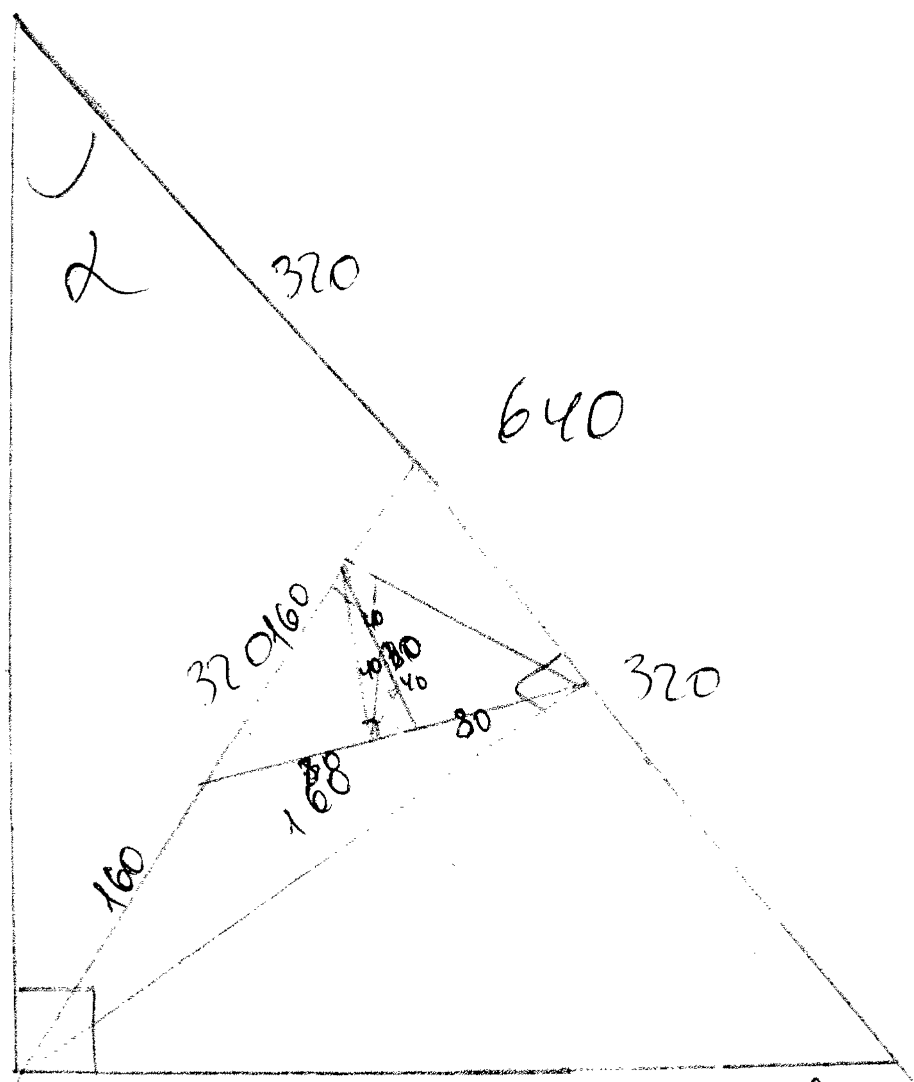
В I треугольнике со сторонами 1 и 4 третья сторона должна быть меньше 5, иначе третья сторона будет больше суммы двух других сторон, а это невозможно.

Во II треугольнике стороны равны 4 и 9. Если третья сторона будет меньше 5, то сторона, равная 9 будет больше суммы двух других сторон.

Из этого следует, что такого быть не может и Мюллер не должен верить.

Ответ: Мюллер не должен верить. +

№6.



Решение: медиана, проведённая из вершины прямого угла равна половине гипотенузы, 320м. Следовательно во втором треугольнике гипотенуза равна 320м.

В третьем — 160 м.

В четвёртом — 80м.

В пятом — 40м.

∓

Неполное решение

Ответ: Гипотенуза пятого треугольника равна 40м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	НЯ 51-51 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ БАКАЛДИН

ИМЯ АНДРЕЙ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 29.06.97 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Число всех линий может быть меньше пяти. Пример для 4 линий:

2 предприятия принадлежат городу М. одно предприятие принадлежит посёлку П. Условия соблюдаются.

Если число линий не меньше пяти, то не найдётся среди любых пяти, которые не ведут ни в М, ни в П. Докажем это. Пусть это не так и нашлись пять линий которые не ведут ни в М, ни в П. Тогда рассмотрим любые три линии отсюда. По условию одна из них ведёт М, значит среди этих пяти хотя бы одна ведёт в М - противоречие.

±

№2

$tg\,x \in \mathbb{Z}$

$tg\,2x \in \mathbb{Z}$

$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x} \in \mathbb{Z}$

$\frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$ - дробь, но являются целым числом, значит модуль числителя больше или равен модулю знаменателя:

$|2tg\,x| \geq |1-tg^2x|$

И поскольку $tg\,x \in \mathbb{Z}$, то будем искать только те корни, которые являются целыми.

Расскроем модули:

$\lvert 2tg\,x\rvert$	-	-	+	+
$\lvert 1-tg^2x\rvert$	-	+	+	-

Для простоты записи введём замену:

$tg\,x = a$

1.) $\begin{cases} a \le -1 \\ -2a \ge -1+a^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a \le -1 \\ a \in [-1-\sqrt{2}; -1+\sqrt{2}] \end{cases}$ $\Rightarrow a = -1; -2$

2.) $\begin{cases} -1 < a \le 0 \\ -2a \ge 1-a^2 \end{cases}$ $\begin{cases} -1 < a \le 0 \\ a \in (-\infty; 1-\sqrt{2}] \cup [1+\sqrt{2}; +\infty) \end{cases}$ $\Rightarrow a \in \varnothing$

3.) $\begin{cases} 0 < a \le 1 \\ 2a > 1-a^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 0 < a \le 1 \\ a \in (-\infty; -1-\sqrt{2}] \cup [-1+\sqrt{2}; +\infty) \end{cases}$ $\Rightarrow a = 1$

4.) $\begin{cases} a > 1 \\ 2a > a^2-1 \end{cases}$ $\begin{cases} a > 1 \\ a \in [1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}] \end{cases}$ $\Rightarrow a = 2$

Мы получили ответы $-2; -1; 1; 2$, но ответы $-1; 1$ нам не подходят, поскольку тогда знаменатель дроби $\frac{2tgx}{1-tg^2x}$ обратится в 0. Рассмотрим оставшиеся ответы:

$tg2x = \frac{2 \cdot 2}{1-4} = \frac{4}{3} \notin \mathbb{Z}$

$tg2x = \frac{-2 \cdot 2}{1-4} = -\frac{4}{3} \notin \mathbb{Z}$

Отсюда следует, что решений нет.

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \ge 0$

$\arcsin a$ можно определить только если $-1 \le a \le 1$, значит:

$\begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ -1 \le y \le 1 \end{cases}$

Неравенство верно, только если:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y \ge \arcsin x \\ \sin x \ge -\arcsin y \end{cases} \text{ назовём это первой системой,} \\ \begin{cases} \sin y \le \arcsin x \\ \sin x \le -\arcsin y \end{cases} \text{ а это второй.} \end{array}\right.$

Заметим, что если $0 \le a \le 1$ то:

$\arcsin a \ge \sin a \ge 0$

А если $-1 \le a \le 0$, то:

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ 51-51

$\arcsin a \leq \sin a \leq 0$

Рассмотрим случай когда $0 \leq x \leq 1$ тогда из первой системы:

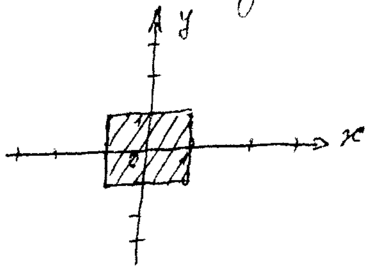
$$\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases}$$

можно получить что:

$\sin y \geq -\arcsin y$ (заменив $\sin x$ на больший ему $\arcsin x$).

А это неравенство верно при любых допустимых y.

Аналогично рассматривается случай при $-1 \leq x \leq 0$ во второй системе; значит мы получаем вот такую область возможных точек



А площадь этой фигуры равна $2 \cdot 2$, а именно 4, что и будет ответом задачи.

$\pm$

№4

За 1 минуту, минутная стрелка проходит $6°$.

Часовая за 1 минуту проходит $0{,}5°$.

1.) Если сейчас 12 часов, то возможен только один случай (за „y" будем обозначать кол-во прошедших минут):

$6y - 0{,}5y = 2 \Rightarrow 5{,}5y = 2$ - решений в целых числах нет

2.) Если сейчас 13 часов, то часовая стрелка прошла не только $0{,}5y$ градусов но и $30°$ за прошедший час:

$$\left[\begin{aligned} 30 + 0{,}5y - 6y &= 2 \\ 6y - (30 + 0{,}5y) &= 2 \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} 5{,}5y &= 28 \\ 5{,}5y &= 32 \end{aligned}\right.$$ - решений в целых чисел нет

3.) Если сейчас 14 часов, то:

$$\left[\begin{aligned} 30 \cdot 2 + 0{,}5y - 6y &= 2 \\ 6y - (30 \cdot 2 + 0{,}5y) &= 2 \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} 5{,}5y &= 62 \\ 5{,}5y &= 58 \end{aligned}\right.$$ - решений в целых числах нет

4.) Если сейчас 15 часов, то:

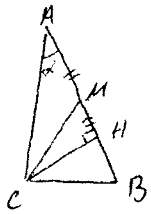
$$\left[\begin{array}{l} 30\cdot 3+0{,}5y-6y=2 \\ 6y-(30\cdot 3+0{,}5y)=2 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 5{,}5y=92 \\ 5{,}5y=88 \end{array}\right. \qquad y=16$$

Значит сейчас 15 часов 16 минут. +

№6

Рассмотрим 2 подслучая:

1.) $\alpha < 45^0$

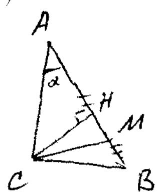


$\frac{AB}{2}=CM=AM=MB \Rightarrow \angle ACM=\angle CAM=\alpha$

$\angle ACM=\angle CAM=\alpha \Rightarrow \angle CMH=2\alpha$

Отсюда следует что новая аллея будет с гипотенузой $\frac{AB}{2}$ и углом 2α

2.) $\alpha > 45$; $\alpha < 90$



$\frac{AB}{2}=MB=CM=AM \Rightarrow \angle MCB=\angle MBC$

$\angle MBC=90-\alpha=\angle MCB$

$\angle HMC=90-\alpha+90-\alpha=180-2\alpha$

$\angle HCM=90-(180-2\alpha)=2\alpha-90$

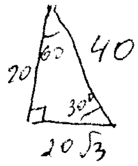
Отсюда следует что новая аллея будет с гипотенузой $\frac{AB}{2}$ и углом $2\alpha-90$

Теперь рассмотрим какая гипотенуза и угол будут у 5 треугольника

угол	гипотенуза	номер треугольника
$82{,}5^0$	640	1
75^0	320	2
60^0	160	3
30^0	80	4
60^0	40	5

И благодаря нашим двум подслучаям получаем, что у 5 треугольника гипотенуза 40.

Теперь найдём его площадь:

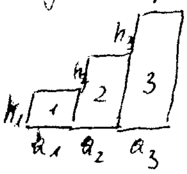


$S = 20 \cdot \cancel{20\sqrt{3}} \cdot 20\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 200\sqrt{3}$

+

№7

За „x" обозначим разность арифметической прогрессии, а за „q" геометрической



$a_1 + x = a_2$

$a_1 + 2x = a_3$

$h_1 \cdot q = h_2$

$h_2 \cdot q^2 = h_3$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

Выразим a_2 и a_3 через a_1 и подставим в $a_1 + a_2 + a_3 = 30$, и получим

$3a_1 + 3x = 30$

$a_1 + x = 10 = a_2$

Площадь второго равна 60, поэтому

$h_2 = \frac{60}{a_2} = 6$

Выразим площади первого и второго прямоугольников через x и q:

1.) $S_1 = a_1 \cdot h_1 = 15$

$(a_2 - x) \cdot \frac{h_2}{q} = 15$

$(10 - x)\frac{6}{q} = 15$

2.) $S_3 = a_3 \cdot h_3 = 180$

$(a_2 + x) \cdot h_2 \cdot q = 180$

$(10 + x) \cdot 6q = 180$

$(10 + x) \cdot q = 30$

Получаем систему с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} (10 - x) \cdot \frac{6}{q} = 15 \\ (10 + x) \cdot q = 30 \end{cases}$$

Решив её, получаем что:

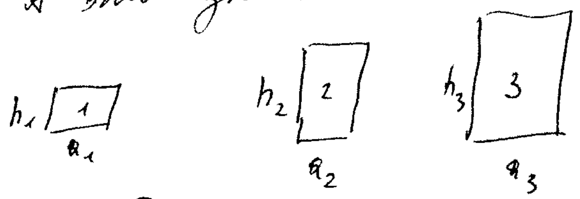
или $q = 2$, $x = 5$,

или $q = 6$, $x = -5$.

Но по условию прямоугольник с самой маленькой высотой имеет самую маленькую длину, то

$q = 2$, $x = 5$

А это значит что



$a_1 = 5$ $\quad a_2 = 10$ $\quad a_3 = 15$

$h_1 = 3$ $\quad h_2 = 6$ $\quad h_3 = 12$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

ОТГ 42-42

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Баранов

ИМЯ Данил

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 20.12.2001

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

Фигура, которая получится в результате вращения треугольника это круг. Если стороны при угле α не равны, то большая сторона будет описывать больший круг, чем меньшая сторона и S круга будет больше. Поэтому стороны при угле α должны быть равными, чтобы описать наименьший круг. Т.е их соотношение 1:1.

(+)

Ответ: 1:1.

№3

Пусть x - лет отцу сейчас
y - лет матери сейчас
z - лет сыну сейчас

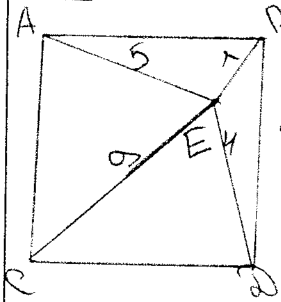
(+)

$x+y+z=65$
$x-9+y-9+z-9=40 \Leftrightarrow x+y+z=67$ } ⇒ ~~от~~ у нас получилась разница в 2 года, т.е. мы прибавили лишние 2 года сыну (так как он самый младший) а значит сыну сейчас 7 лет

4 года назад сыну было 7-4=3 года, т.е. отцу было 3·9=27, т.е. сейчас отцу 27+4=31 год

Ответ: 31 год

№7



Чтобы были расстояния 1 и 9, эти передатчики должны быть в противоположных вершинах, т.к. если они будут на одной из сторон, то тогда S от других вершин будет больше 4 и 5.

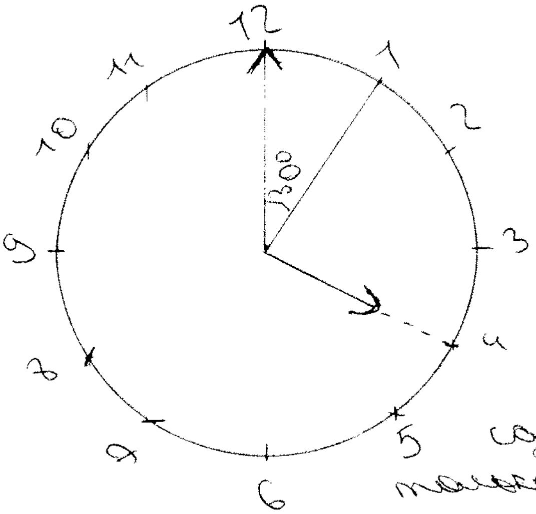
$AB<6$, $BD<5$, $CD<13$, $AC<14$, но так как $AB=BD=CD=AC$, то $AB<5$, $BD<5$, $CD<5$, $AC<5$.

Допустим $AB=4$ (больший вариант из возможных), то должно быть, что $AE<AB+BE$, а у нас получается, что $AE=AB+BE$, чего не может быть. Если AB будет уменьшаться, то будет, что $AE>AB+BE$, чего тоже быть не может, а значит Мюллер не поверит такому сообщению.

Ответ: Мюллер не поверит такому сообщению.

(+)

№4

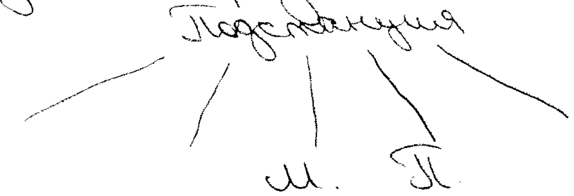


За минуту минутная стрелка смещается на 360° : 60 = 6°
часовая стрелка за минуту смещается на 30° : 60 = 0,5°, т.е. угол между стрелками за минуту увеличивается на 5,5°, а значит за целое число минут сделать угол равный 120° получится только если большая стрелка показывает 4 года, а минутная 0 минут или часовая показывает 12 часов, а минутная 20 минут возможен только первый вариант, т.е. время 16:00 (4:00 вечера)

Ответ 16:00 (4:00 вечера) (+)

№1

Допустим всего 5 линий. Тогда как минимум 1 линия ведёт в город М. и 1 линия в посёлок П.



(−)

В этом случае 3 линии не ведут в город М и посёлок П
Если же линий всего 6, то как минимум 2 ведут в М и 1 ведёт в П. и опять получаются 3 линии ведущие в другие места
Если же линий всего 7, то 2 ведут в М и 1 в П. Тогда получаются 4 линии ни куда не ~~не~~ ведущие
Если же линий всего 8, то 2 ведут в М и ~~2 ведут~~ 2 ведут в П, и тогда 4 линии никуда не ведущие. и так будет продолжаться.
Ответ 4 линии

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/12	шифр ИЦ 49-17

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ БАСАРГИНА

ИМЯ СВЕТЛАНА

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВНА

Дата рождения 19.07.1997 **Класс:** 11Б

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Басар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-17

№4 Для начала рассмотрим сколько градусов проходит стрелка за определенный промежуток времени.

часовая стрелка:
1час = 60 мин – 30°
30 мин – 15°
6 мин – 3°
2 мин – 1°

минутная стрелка:
1час = 60 мин – 360°
1 мин – 6°
2 мин – 12°

далее будем рассматривать время, когда стрелки будут находиться максимально близко друг к другу (кол-во градусов учитывается от положения стрелок в 12:00):
составим таблицу положения стрелок при этом будем останавливать свои подсчеты, когда минутная стрелка пройдет большее кол-во градусов чем часовая (т.к. разница в градусах будет больше увелич. из-за более быстрого движения минутной стрелки):

Время	Положение часовой стрелки (°, отн. 12:00)	Положение минутн. стрелки (°, отн. 12:00)	Угол между часов. и минутн. стрелкой.
12:00	0°	0°	0°
12:02	1°	12°	11°
13:04	32°	24°	8°
13:06	33°	36°	3°
14:10	65°	60°	5°
14:12	66°	72°	6°
15:14	97°	84°	13°
15:16	98°	96°	2°

При этом минуты не кратные 2 можно не рассматривать т.к. минутная стрелка проходит целое число градусов, а часовая – нет.

Ответ: 15:16 +

№6 Дано:

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$

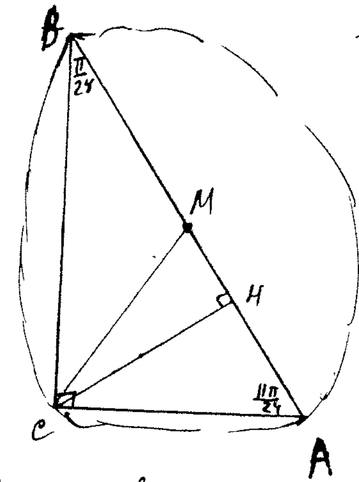
гипотенуза 640м

Найти: длину аллеи-гипотенузы 5-?

S_5 - ?

Решение:

1) Построим ΔABC (парк)



где, $\angle A = \alpha$

$AB = 640$

$\angle C = 90°$

$\Rightarrow \angle B = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

CH-высота

CM-медиана

2) Если вписать ΔABC в окружность, то т.к. $\angle C = 90° \Rightarrow AB$-диаметр данной окружности и т.к. $BM = MA$ (CM-медиана) $\Rightarrow R_{окр.} = BM = \frac{AB}{2} = 320м$

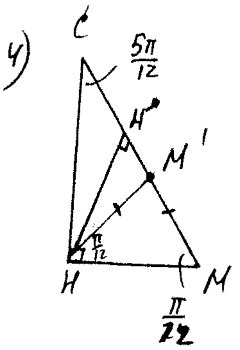
$\Rightarrow CM = R_{окр} = 320м$

3) $BM = MC = R_{окр} \Rightarrow \Delta BMC$-равнобедренный

$\Rightarrow \angle BCM = \frac{\pi}{24} \Rightarrow \angle BMC = \pi - \frac{\pi}{24} - \frac{\pi}{24} = \frac{11\pi}{12}$

$\Rightarrow \angle HMC = \frac{\pi}{12}$ и в ΔMHC $\angle MCH = \frac{5\pi}{12}$

4)



Аналогично описанному ранее получим, что

HM' - медиана

HH' - высота

аналогично ΔABC получим, что

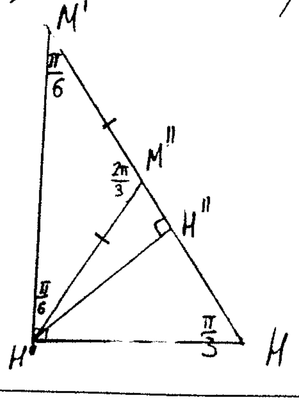
$HM' = 160м$

$\angle MM'H = \frac{10\pi}{12} \Rightarrow \angle H'M'H = \frac{\pi}{6}$

$\angle H'HM' = \frac{\pi}{3}$

выявить послед. проход

5) Аналогично рассматриваем $\Delta H'HM'$



H'H''-высота

H'M''-медиана

$H'M'' = 80м$

$\left.\begin{array}{l}\angle H'M''H'' = \frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow \angle M''H'H'' = \frac{\pi}{6}\end{array}\right\}$ равные углы (см. п. 4)

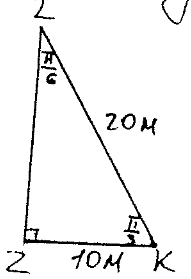
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ПЦ 49-17

6) следовательно при 4 построении мы получим углы $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$ и гипотенузу 40 м

и при случае 5 получим углы $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$ и гипотенузу 20м



По т. Пифагора: $\sqrt{LK^2 - ZK^2} = LZ$.

$LZ = \sqrt{400м^2 - 100м^2} = 10\sqrt{3}$ м

$S = \frac{1 \cdot \cancel{10}^{5}м \cdot 10\sqrt{3}м}{\cancel{2}} = 50\sqrt{3}\,м^2$

+

Ответ: $20м$; $50\sqrt{3}\,м^2$

№7 Длины – члены арифметической прогрессии

$\Rightarrow$ если длина 1 прямоугольника $= a$

длина $2 = da$ и длина $3 = 2da$, где d – разность арифм. прогрессии

Высоты – члены геометрической прогрессии

длина 1 прямоугольника $= b$

длина $2 = qb$, длина $3 = bq^2$, где q – разность геом. прогрессии

Из формулы площади прямоугольника $S = a \cdot b$ (a и b длина и высота соответственно)

и из суммы длин прямоугольников получим систему:

$$\begin{cases} a \cdot b = 15 \\ (da) \cdot bq = 60 \\ (2da) \cdot bq^2 = 180 \\ \cancel{a + da + 2da = 30} \\ a + d + a + 2d + a = 30 \end{cases}$$

$a + d = 10$

$a = 10 - d$

$(d + 10 - d)\,bq = 60$

$10bq = 60$

$bq = 6$.

$q = \frac{6}{b}$

$(2d + 10 - d)\,bq^2 = 180$

$(d+10)bq^2 = 180$

$(d+10)bq = 180$

$10dq = 30$

$dq = 3$

$\boxed{a = \frac{15}{20+\sqrt{70}}}$

$dbq + abq = 60$

? $3b + 15q = 60$

$3b + \frac{15 \cdot 6}{b} = 60$

$\frac{3b^2 + 90 - 60b}{b} = 0$

$b^2 - 20b + 30 = 0$

$D' = 100 - 30 = 70$

$b = 20 + \sqrt{70}$

$q = \frac{6}{20+\sqrt{70}}$

$d = \frac{3(20+\sqrt{70})}{6} = \frac{20+\sqrt{70}}{2}$

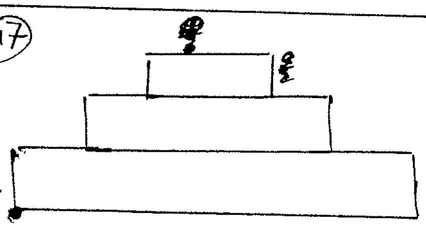
±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ц449-17

№7



№5 $S = 600000$ руб.

Для начала рассмотрим какой может быть самый плохой исход событий: разорится банк, в котором сумма за год должна утроиться; также нам ничего не сказано про третий банк, значит допустим, что при самом плохом случае мы из 3 банка получим ту сумму, которую за год до этого получили в банке.

Т.к. мы не знаем, в каком банке произойдет разорение ⇒ самое оптимальное решение положить в банки равные суммы и тогда через год мы получим максимально 600000 рублей (при этом не важно сколько денег мы положим по банкам, главное - равные суммы.)

Пример:

1) I — 200 тыс. ↓ 0

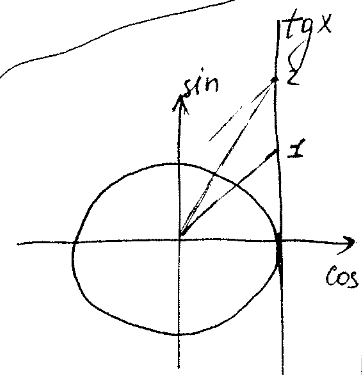
II — 200 тыс. ↓ 400 тыс.

III — 200 тыс. ↓ 200 тыс.

Итог: 600000 руб.

2) 100 тыс. ↓ 0 | 100 тыс. ↓ 200 тыс. | 100 тыс. ↓ 100 тыс.

300 тыс. + 300 тыс. (дома) = 600000 руб.



№2 При $x=0$.

$tgx=0 \quad tg2x=0 \Rightarrow 2015^{0}=1$ подходит.

Если $tgx=1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$ тогда $2x=\frac{\pi}{2}$, а $tg\frac{\pi}{2}$ не существует.

аналогично при $tgx=-1$

рассмотрим целые числа большие единицы (аналогично меньшие -1)

$\sin x = k\cos x$, где k - целое число

$tgx = k$

$x = arctg\,k$ при этом мы не можем получить целое число одновременно при tgx и $tg2x$

Ответ: при $x=0$

Сведён один дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ49-17

№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0.$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

решений нет.

$-\arcsin(\arcsin y) \leq x \leq \arcsin(\arcsin y)$

1) $\sin y - \arcsin x \geq 0.$

$\sin y \geq \arcsin x$

$x \leq \arcsin(\arcsin y)$

2) $\sin x \geq -\arcsin y$

$-y \leq \sin(\sin x)$ $\quad x \geq -\arcsin(\arcsin y)$

$y \geq -\sin(\sin x)$

Пусть $x = \arcsin(\arcsin(y))$ (1)

$y = -\sin(\sin x)$ (2)

(1) → (2)

$y = -x$

$\sin y \leq \arcsin x$

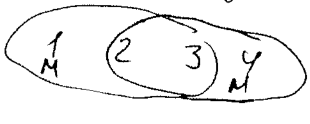
$x \geq \arcsin(\arcsin x)$

$\sin x \leq -\arcsin y$

$x \leq -\arcsin(\arcsin y)$

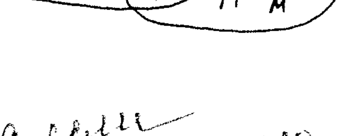
—

№1 Число всех линий не меньше 5, докажем от обратного пусть их 4, тогда 2 из них ведут 1 М



=> найдется тройка чисел при которой число линий ведущих в город М будет 2, что противоречит условию (по примеру если взять группу из линий 1, 2, 4 или 1, 3, 4)

Рассмотрим 5 линий



из 1, 2, 3 1 ведет в М

из 3, 4, 5 5 ведет в М.

min 2 ведут в П => нельзя получить 3 не ведущие ни в М ни в П

а если взять другую тройку линий?

нет четкого обоснования

Введен орган исполнительной ...

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ЙУ 49-83 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Белобородова

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Евгеньевна

Дата рождения 31.12.1997

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

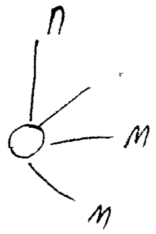
Выдан 1 дополнит. лист Ярину
Выдан ещё 1 дополн. лист Ярину

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7 102 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ПУ 49-83

N1

да, число всех линий может быть меньше 5; в таком случае возможна одна, не ведущая ни в М, ни в П



(минимальное кол-во – 4)

F

если $n \geq 5$, то невозможно найти линии, не ведущие ни в М, ни в П – ?

N3

если $x^2 + px + q = 0$ имеет 1 корень,

то $D = 0$

$$p^2 - 4q = 0$$

$$p = \pm 2\sqrt{q}$$

$$T(x) = x^2 + px + q$$

$$T(T(x)) = (x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q$$

$$T(T(T(x))) = ((x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q)^2 + p((x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q) + q = 0$$

если $x^2 + px + q = 0$, то

$$q^2 + pq + q = 0$$

$q(q + 2\sqrt{q} + 1) = 0$ $\quad$ $q(q - 2\sqrt{q} + 1) = 0$

$q = 0$ $\quad$ $q = 1$

если $q = 0$, $p = 0$

$\underline{x = 0}$

если $q = 1$, $p = 2$

$$(((x^2 + 2x + 1)^2 + 2(x^2 + 2x + 1)) + 1 + 1)^2 = 0$$

$D < 0$, $\varnothing$

если $q=1$, $p=-2$

$((x^2-2x+1)^2-2(x^2-2x+1)+1)-1))^2=8$

$(x^2-2x+1)^2-2(x^2-2x+1)=8$

$(x^2-2x+1)(x^2-2x+1-2)=8$

$\underline{x=1}$

$\underline{x=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}}$

+

№2

$tgx=\frac{\sin x}{\cos x}$

D: $\cos x\neq0$

$x\neq\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

$tg2x=\frac{\sin 2x}{\cos 2x}$

D: $\cos 2x\neq0$

$x\neq\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$

+

I $tgx\in Z$ при $\sin x\in Z$ и $\cos x\in Z$ ✓

$-1\leq\sin x\leq1$

$\left.\begin{matrix}\sin x=-1\\ \sin x=0\\ \sin x=1\end{matrix}\right\}\in Z$

$\left.\begin{matrix}\cos x=-1\\ \cos x=0\\ \cos x=1\end{matrix}\right\}\in Z$

1) ~~$x=(-1)^n\cdot\arcsin(-1)+\pi n, n\in Z$~~

$\underline{x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z}$

$\underline{x=\pi n, n\in Z}$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$ - не удовл. усл

2) $\underline{x=\pi+2\pi n, n\in Z}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$ не удовл усл

$\underline{x=2\pi n, n\in Z}$

II $tg2x\in Z$ при $\sin 2x\in Z$ и $\cos 2x\in Z$ ✓

1) $\sin 2x=-1$

$\sin 2x=0$

$\sin 2x=1$

$2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

$\underline{x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z}$

$\underline{x=\frac{\pi n}{2}, n\in Z}$

$\underline{x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z}$

2) $\cos 2x=-1$

$\cos 2x=0$

$\cos 2x=1$

$\underline{x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z}$

$x=\frac{\pi}{4}+\pi n/2$ не удовл. усл

$\underline{x=\pi n}$

№5

I	II	III
x	y	z
2x	3y	

I $A = 600\,000$ руб

пусть II банк через год разорится

тогда $3y = 0$
$y = 0$

допустим, что 300 000 руб он оставит дома и 20 000 положит во II банк

в I $x = 270\,000$ руб

тогда через год $2x = 540\,000$

в III $z = 10\,000 = const$

через год $= 10\,000$

получит

$S = 300\,000 + 540\,000 + 10\,000 = 850\,000$ руб.

II во II банк $= 10$ руб   500 000 - оставит дома

в III $= 990$ руб

в I $= 99000$ руб

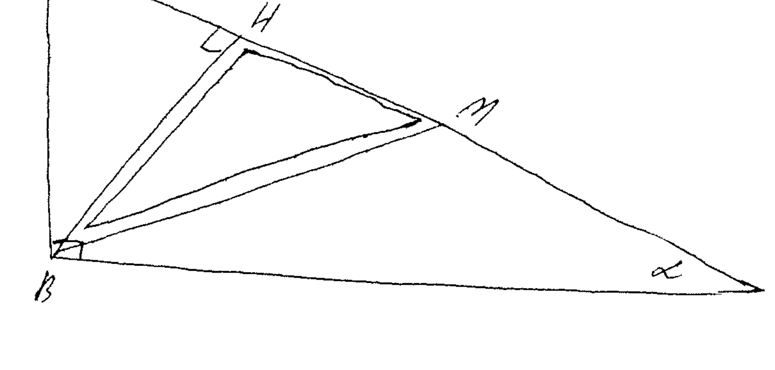
т.е. через год $2x = 2 \cdot 99000 = 198\,000$

получит

$S = 500\,000 + 990 + 198\,000$

Ответ?

N 6



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$AC = 640$ м

$BH \perp AC$

BM - медиана;

$AM = MC$

Найти: S 5-го Δ-ка; в длин- гипотену-зы 5-го Δ-ка

Решение:

① $\sin\alpha = \frac{AB}{640}$

$AB = \sin\alpha \cdot 640$

② $BC = \sqrt{640^2 - \sin^2\alpha \cdot 640^2} = 640\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \cancel{640 \cdot \cos 2\alpha}$

$BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{\cancel{\sin\alpha \cdot 640 \cdot \cos 2\alpha \cdot 640}}{640} = \frac{\sin\alpha \cdot \cancel{640}\sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot 6}{\cancel{640}}$

$= 640 \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

③ $\triangle BHC$

$HC = \sqrt{640^2(1-\sin^2\alpha) - 640^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot (1-\sin^2\alpha)} =$

$= \sqrt{640^2(1-\sin^2\alpha)(1-\sin^2\alpha)} = \underline{640 \cdot (1-\sin^2\alpha)}$

$MH = 640(1-\sin^2\alpha) - 320$

$S_{BHM} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HM = \frac{1}{2} \cdot 640 \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot$

$\cdot (640(1-\sin^2\alpha) - 320) = 320 \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot$

$\cdot (640(1-\sin^2\alpha) - 320)$

$S_{5\text{-}го\ \triangle\text{-}ка} = \frac{\cancel{320} \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot 320(2(1-\sin^2\alpha)-1)}{5} =$

$= 64 \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot 320(2(1-\sin^2\alpha)-1) =$

$= \underline{64 \cdot \sin\frac{11}{24\pi} \cdot \sqrt{1-\sin^2\frac{11}{24\pi}} \cdot 320\left(2\left(1-\sin^2\frac{11}{24\pi}\right)-1\right)}$

алле-гипотенуза $5\text{-}го\ \triangle\text{-}ка = \frac{BM}{5} = \frac{\sqrt{640^2 \cdot \sin^2\frac{11\pi}{24}\left(1-\sin^2\frac{11\pi}{24}\right)}}{}$

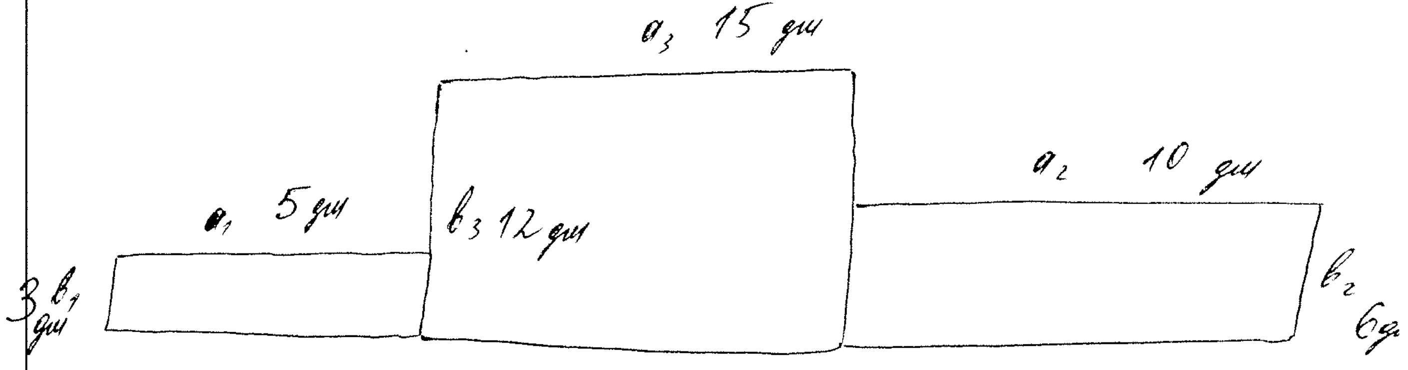
$BM = \sqrt{BH^2 + HM^2} = \sqrt{640^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot (1-\sin^2\alpha) + \cancel{320}^2(640(1-\sin^2\alpha) - 320)^2}$

$\frac{BM}{5} = \frac{\sqrt{640^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot (1-\sin^2\alpha) + (640(1-\sin^2\alpha)-320)^2}}{5} =$

$= \frac{\sqrt{640^2 \cdot \sin^2\frac{11\pi}{24}\left(1-\sin^2\frac{11\pi}{24}\right) + \left(640\left(1-\sin^2\frac{11\pi}{24}\right)-320\right)^2}}{5}$

—

№ 7



a_1, b_1 - наименьшие

$S_{a_1 b_1} = 15$ дм² $a_1 = \frac{15}{b_1}$

$S_{a_2 b_2} = 60$ дм² $a_2 = \frac{60}{b_2}$

$S_{a_3 b_3} = 180$ дм² $b_1 = \frac{b_2}{q}$

$l = a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм

$a_2 - a_1 = d = a_3 - a_2$

$S_3 = \frac{2a_1 + d(3-1)}{2} \cdot 3 = 3(a_1 + d)$

$3(a_1 + d) = 30$ дм

$\underline{a_2 = 10 \text{ дм}} \Rightarrow \underline{b_2 = \frac{60}{10} = 6 \text{ дм}}$

т.к. $S_{a_1 b_1} = 15$ дм, то $a_1 = 5$ дм и $b_1 = 3$ дм ?

$d_{Ar} = a_2 - a_1 = 10 - 5 = 5$ дм

$\underline{a_3 = 15 \text{ дм}}$

проверка: $l = 15 + 10 + 5 = 30$ дм

тогда $b_1 = 3$ дм и $q = \frac{b_2}{b_1} = 2$ дм

$\underline{b_3 = 12 \text{ дм}}$

проверка: $S_{a_3 b_3} = 180$ дм² $= 15 \cdot 12 = 180$ дм²

Ответ: $a_1 = 5$ дм; $b_1 = 3$ дм; $a_2 = 10$ дм; $b_2 = 6$ дм; $a_3 = 15$ дм; $b_3 = 12$ дм.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	PL 40-58	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	шифр	

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ БЕРЕЖКОВ

ИМЯ ГЕОРГИЙ

ОТЧЕСТВО РУСЛАНОВИЧ

Дата рождения 09.06.1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

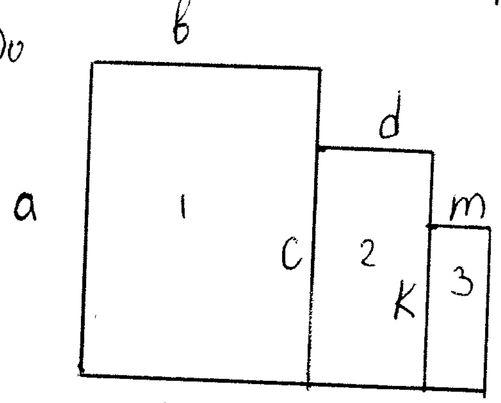
Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Берж

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7

До



Дано:

$S_1 = 180\text{ см}^2$, $S_2 = 60\text{ см}^2$,

$S_3 = 15\text{ см}^2$

$a + c + k = 30.$

$a, b, c, d, k, m - ?$

Решение:

a, c, k – аридометическая прогрессия

$\Rightarrow c = \frac{a+k}{2}.$ $\quad a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ d > 0,\ k > 0,\ m > 0.$

b, d, m – геометрическая прогрессия

$\Rightarrow d^2 = b \cdot m.$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_1 = a \cdot b \\ S_2 = c \cdot d \\ S_3 = k \cdot m \\ a + c + k = 30 \\ 2c = a + k \\ d^2 = b \cdot m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot b = 180 & (1) \\ c \cdot d = 60 & (2) \\ k\, m = 15 & (3) \\ a + c + k = 30 & (4) \\ 2c = a + k & (5) \\ d^2 = b \cdot m & (6) \end{cases}$$

(4) и (5)

$$\left.\begin{array}{l} a + k + c = 30 \\ a + k = 2c. \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2c + c = 30$

$c = 10.$

Поставим в (2)

$10 \cdot d = 60.$

$\Rightarrow d = 6.$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot b = 180 & (1) \\ k \cdot m = 15 & (2) \\ b \cdot m = 36. & (3) \\ a + k = 20 & (4) \end{cases}$$

Поделим (1) на (3)

$\Rightarrow \frac{a}{m} = 5$

$\Rightarrow a = 5m$; $m = \frac{a}{5}$

$\Rightarrow \begin{cases} K \cdot m = 15 \\ a + K = 20 \end{cases}$

$\frac{aK}{5} = 15$

$a \cdot K = 75$

$\Rightarrow K = \frac{75}{a}$

$a + \frac{75}{a} = 20$

$\frac{a^2 + 75}{a} = 20$

$a^2 + 75 - 20a = 0$

$a^2 - 20a + 75 = 0$

$\frac{D}{4} = 100 - 75 = 25$

$a_1 = \frac{10 - 5}{} = 5$

$a_2 = 10 + 5 = 15$

$\Rightarrow K = 15$; $K = 5$

$\Rightarrow m = 1$; $m = 3$

$\Rightarrow b = 36$; $b = 12$

+

Ответ

$\Rightarrow$ ~~1) $a = 5$; $b = 36$; $c = 10$; $d = 6$; $K = 15$; $m = 1$~~ . $\varnothing$

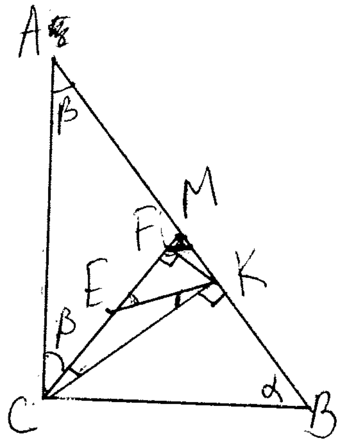
2) $a = 15$, $b = 12$, $c = 10$; $d = 6$; $K = 5$; $m = 3$

№6

Дано:
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$
$AB = 640м$

AB_5 и S_5 - ?

1)

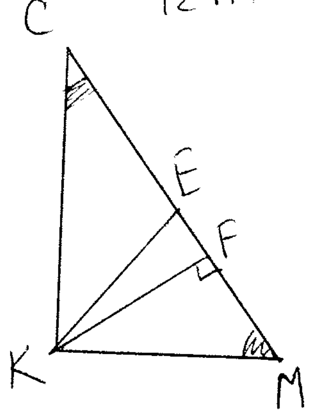


Решение:
Т.к CM - медиана, то
$CM = \frac{AB}{2}$.
CM - гипотенуза $\triangle CMK$.
~~KE~~ KE - гипотенуза $\triangle FEK$.
KE - медиана $\triangle CMK$
$\Rightarrow KE = \frac{CM}{2} = \frac{AB}{4}$.

$\Rightarrow$ гипотенуза 5 треугольника
$AB_5 = \frac{AB}{2^{n-1}}$, где $n = 5$.
$\Rightarrow AB_5 = \frac{AB}{16} = 40м$. V

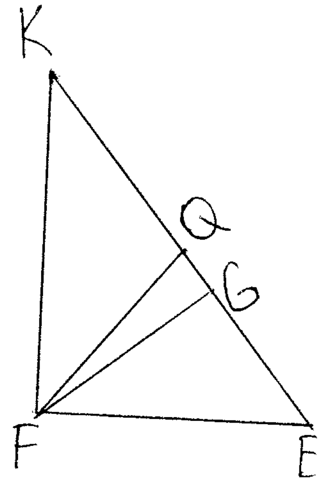
$\angle CBA + \angle BAC = \frac{\pi}{2}$.
$\frac{11}{24}\pi + \beta = \frac{\pi}{2}$.
$\Rightarrow \beta = \frac{1}{24}\pi$. $\angle CMK = 2\beta$ (т.к $CM = AM$)
$\angle CMK = \frac{1}{12}\pi$.

2)



$\angle KEF = 2\angle KCE$
~~$\angle KCE = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{12}\pi = \frac{5\pi}{12}$.~~
~~$\angle KEF = \frac{5\pi}{6}$.~~

3)

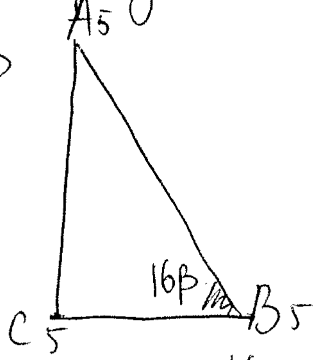


$\angle FQG = 2\angle FKQ$.
~~$\angle FKQ = \frac{\pi}{2} - \angle KEF$~~
~~$\angle FKQ =$~~

Следуя аналогии

$\angle 5$ треугольника будет равен 16β.

$\Rightarrow$



$16\beta = \frac{16}{24}\Pi \Rightarrow \angle A_5B_5C_5 = \frac{16}{24}\Pi - \frac{12\Pi}{24} = \frac{\Pi}{6}$.

$\Rightarrow C_5B_5 = A_5B_5 \cdot \cos\frac{\Pi}{6} = 40\frac{\sqrt{3}}{2}$

$C_5A_5 = A_5B_5 \cdot \sin\frac{\Pi}{6} = 20$.

$\Rightarrow S_{A_5F} = \frac{C_5B_5 \cdot C_5A_5}{2} = \frac{40 \cdot \sqrt{3} \cdot 20}{4} = 200\sqrt{3}$.

Ответ: $S_5 = 200\sqrt{3}$.

№5

Пусть x, y, z – вклады.

Предположим $x \geq y \geq z$

Самый плохой доход будет, если банк, в который вложено x разорится. Второй банк удвоит сумму y а третий утроит z.

Тогда получено $2y + 3z$.

Если $x = y = z$, тогда получено

$2y + 3y = 5y$.

оптимальность не доказана.

$5y > 2y + 3z$ (т.к $z < y$)

$5y > 2y + 3z$ $\Rightarrow$ деньги нужно разместить поровну.

Ответ: В каждый банк по 200тыс. рублей.

№2

$tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$ | $\frac{\sin x}{\cos x} = n \quad (n \in Z)$

$tg\,2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ | $\sin x = \cos x \cdot n$

ОДЗ:

$\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi z, z \in Z$

$\cos x \neq \sin x$

$1 - 2\sin^2 x \neq 0$

$\sin^2 x \neq \frac{1}{2}$

$\sin x \neq \pm\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\Rightarrow tg\,2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

$tg\,2x = \frac{2 \cdot \cos x \cdot n \cdot \cos x}{\cos^2 x - \cos^2 x\, n^2} = \frac{2n \cancel{\cos^2 x}}{\cancel{\cos^2 x}(1-n^2)}$

$K = \frac{2n}{(1-n^2)} \quad (K \in Z)$

Т.к $K \in Z$

$|2n| > |1-n^2|$ и $2n > n^2 - 1$

$n^2 + 2n - 1 > 0$ $\qquad$ $n^2 - 2n + 1 < 0$

$\frac{D}{4} = 2$ $\qquad$ $(n-1)^2 < 0$

$n_1 = -1 + \sqrt{2}$ $\qquad$ $n = 1$ $\varnothing$. (Т.к $\sin x \neq \cos x$)

$n_2 = -1 - \sqrt{2}$ $\qquad$ $n \neq -1$ такого быть не может.

$\Rightarrow$ $-1-\sqrt{2}$ $\quad$ $-1+\sqrt{2}$

$\Rightarrow n \in (-\infty; -1-\sqrt{2}) \cup (-1+\sqrt{2}; +\infty)$

$\Rightarrow n \in (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

$|2n| > |1-n^2|$

$\Rightarrow n \in [-3; 1]$

Подставим (-3) $\frac{-6}{1-9} = \frac{-6}{-8}$ – не подходит.

вправ 3 допол. мест

Подставим $(-2) = \frac{-4}{1-4} = \frac{-4}{-3}$ – не подходит

(-1) и 1 – не удовлетворяют.

$\Rightarrow n=0$

$\Rightarrow \sin x = 0.$

$x = \pi n, n \in Z$ (удовлетворяют ОДЗ)

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1.$

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$, $2015^{tg x} = 1$.

№4

В полдень стрелки совпадают за x минут

Угол мин. стрелки $= \frac{x \cdot 2\pi}{60}$.

Угол час. стрелки $= \frac{2\pi \cdot \frac{x}{60}}{12} = \frac{2\pi x}{720}.$

Уравнение:

$$\left|\frac{2\pi x}{60} - \frac{2\pi x}{720}\right| = \frac{2^\circ \cdot 2\pi}{360^\circ}$$

В модуле т.к может опережать минутная стрелка, а может часовая

I случай $\frac{2\pi x^{\backslash 12}}{60} - \frac{2\pi x}{720} = \frac{2\pi}{360}$

$$\frac{24\cancel{\pi}x - 2\cancel{\pi}x}{\cancel{720}} = \frac{\cancel{2\pi}^{\,4}}{\cancel{360}}{}^{12}.$$

$24x - 2x = 4.$

$12x - x = 2.$

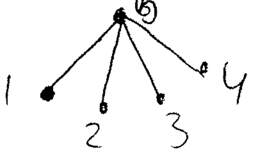
$x = \frac{2}{11}$ часа Ответ: $x \approx 11$ минут первого

12:11.

[illegible]

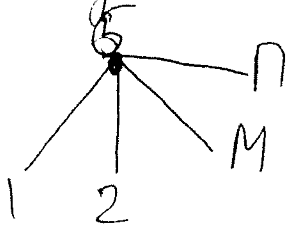
№1

а) n - число линий, если n<5 и m=4.



По условию одна из 4 ведет в поселок

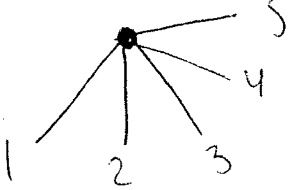
По условию одна из 3 ведет в М.



Если рассматривать 1 и 2 линию, то среди них есть М.

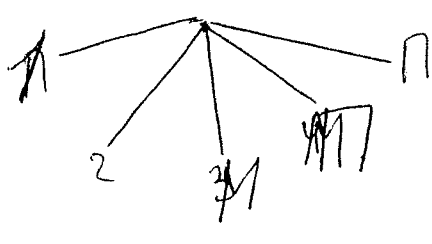
4 линия никуда не ведет => n<5 - неверно

б)



среди линий 1 2 3 4 есть П, как и среди 2 3 4 5,

а среди 3 4 5 есть М.



Среди ПП1 - линий есть М, как и среди ПП2

=> все линии ведут либо к П либо к М

Ответ: нет; не найдутся.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

PL 70-80

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Большаков

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 07.08.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Больш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 1

Т.к. среди любых трёх линий одна ведёт в М., то линий, в М. не ведущих, не более двух — иначе найдутся три линии, противоречащих условию.

Аналогично, есть не более трёх линий, не ведущих в П.

Обозначим за m — ~~множество~~ количество линий, ведущих в М, $m \in N$, $m>0$, за p — количество линий в П, $p \in N$, $p>0$, и за t — количество остальных линий, $t \in Z$, $t \geq 0$.

Тогда $p+t \leq 2$; $m+t \leq 3$. По условию:

$$p+m+2t \leq 5.$$

$p+m+t \geq 4$, иначе не удовл. условию выбора любых 4 городов

Таким образом, линий может быть меньше 5. Если их будет 5, то среди них может не быть линий, не ведущих в М. или П. (то есть $t=0$, что не противоречит условию)

(±)

Задача 2

$tg\, x = \frac{\sin x}{\cos x} \in Z \Rightarrow n\cos x = \sin x$, $n \in Z$.

$\sin x = na$

$\cos x = a$

$tg\, 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \in Z$.

$$tg\, 2x = \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\frac{2 \cdot a \cdot na}{a^2 - n^2a^2} \in Z$$

$$\frac{2n}{1-n^2} \in Z$$

$n \neq \pm 1$.

при $n>1$:

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n}{1-n^2} = 0$.

$n=2$: $\frac{2\cdot 2}{1-4} = \frac{4}{-3} \notin Z$

$n=3$: $\frac{6}{1-9} = \frac{6}{-8} \notin Z$ $\Rightarrow n \notin (1;+\infty)$.

...

при $n < -1$.

$n = -2$: $\frac{2\cdot(-2)}{1-4} = \frac{-4}{-3} \notin \mathbb{Z}$

$n = -3$: $\frac{-6}{-8} \notin \mathbb{Z}$

$\lim\limits_{n\to-\infty} \frac{2n}{1-n^2} = 0.$

$\Rightarrow n \notin (-\infty; -1)$

$\Rightarrow n = 0$: $\Rightarrow \cos x = 0.$

$\frac{0}{1} = 0$. верно, $0 \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $\operatorname{tg} x = 0$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^0 = 1.$

Ответ. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$.

Задача 4

Пусть кол-во минут, прошедших с полудня — n, $n \in \mathbb{N}$.
Тогда кол-во часов — $\frac{n}{60}$.

За это время минутная стрелка прошла $\frac{360}{60}\cdot n = 6n$ градусов. Часовая прошла $\frac{n}{60}\cdot\frac{360}{12} = \frac{n}{2}$ градусов.
То, что между ними 2 градуса, означает, что остаток от деления их разницы хода на $360°$ круга равен 2 или 358.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} (6n - \frac{n}{2}) \bmod 360 = 2 \\ (6n - \frac{n}{2}) \bmod 360 = 358 \end{array}\right.$ $\quad$ mod — ост. от деления

$(\frac{11n}{2}) \bmod 360 = 2 \qquad (11n) \bmod 720 = 4$

$(\frac{11n}{2}) \bmod 360 = 358 \qquad (11n) \bmod 720 = 716.$

Т.к. это событие произошло впервые после полудня, то n – min

$$\left[\begin{array}{l} k\cdot 720 = 11n+4 \\ k\cdot 720 = 11n-4 \end{array}\right. \quad k \in N.$$

перебирая k от 1, находим, что при k = 3. выполняется условие $720k = 11n+4$:

$$720\cdot 3 = 11n+4$$
$$2160 = 11n+4$$
$$11n = 2156$$
$$n = 196$$

⇒ Часы показывают 3 часа 16 минут.

Проверка: ~~...~~ 196 минут = 98 градусов часовой стрелки

⇒ верно! 16 минут = 96 градусов минутной стрелки

Ответ: 3 часа 16 минут.

+

Задача 5

I банк II банк III банк
a_1 счёт a_2 счёт a_3 счёт a_0 на дому

Предположим, что I утраивает, II – удваивает, а III – утраивает. Тогда худший вариант означает, что наибольший счёт будет обнулён, наименьший – утраивается, а оставшийся – удваивается. Тогда $a_1 \geq a_2 \geq a_3$.

Чтобы доход был максимальным, a_3 = max.

Это возможно при $a_1 = a_2 = a_3 = 200000$.

Доход составит: $200000\cdot(3+2) - 600000 = 400000$ рублей

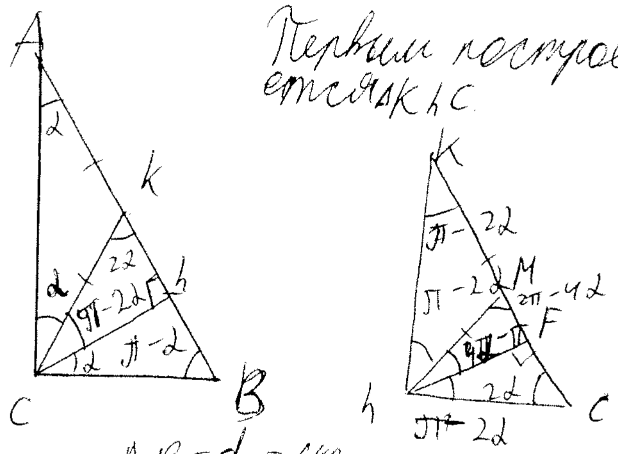
±

При уменьшении α з. мы теряем доход

⇒ Наивыгоднейшим является размещение по 200000 в каждый банк.

На руки он получит 1000000 рублей.

Задача 6



Первым построенным треугольником является ΔKhC.

KMF – второй Δ.

Продолжая построения, получим след. углы при гипотенузе:

	I	II	III	IV
β_1	2α	$4\alpha-\pi$	$8\alpha-3\pi$	$16\alpha-7\pi$
β_2	$\pi-2\alpha$	$2\pi-4\alpha$	$4\pi-8\alpha$	$8\pi-16\alpha$

} равно

$AB = d_0 = 640$

$\angle ACB = 90^\circ$

$\angle ChB = 90^\circ$

$\angle CAB = \alpha$

$AK = KB = CK$

Т.о. четвертый построенный Δ является 5 по счету (включая данный в условии).

В каждом новом Δ гипотенузой является медиана прошлого. Т.о. каждая гипотенуза вдвое короче прошлой.

	I	II	III	IV
d	320	160	80	40.

+

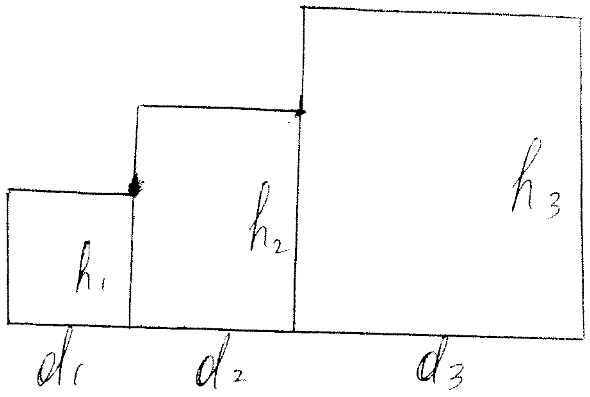
$\Rightarrow$ Площадь пятого $\Delta = \frac{1}{2} \cdot d_{IV} \sin\beta_{IV} \cdot \cos\beta_{IV} \cdot d_{IV}$.

$S_5 = \frac{1}{2} \cdot 1600 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$.

Ответ: $d_5 = 40$ м; $S_5 = 200\sqrt{3}$ м^2

вторая доп лист № 2

Задача 7



$$d_1+d_2+d_3=30$$
$$S_1=d_1h_1=15$$
$$S_2=d_2h_2=60$$
$$S_3=d_3\cdot h_3=180$$

$$d_2=d_1+\Delta \qquad h_2=h_1\cdot q$$
$$d_3=d_2+\Delta \qquad h_3=h_2\cdot q$$

$$d_1+d_2+d_3=3d_1+3\Delta=30$$
$$\Rightarrow d_1+\Delta=d_2=10$$
$$S_2=d_2h_2$$
$$h_2=6.$$

$$\frac{S_2}{S_3}=\frac{d_1+\Delta}{(d_1+2\Delta)q} \qquad q=\frac{S_3}{S_2}\frac{d_1+\Delta}{d_1+2\Delta}$$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{d_1}{(d_1+\Delta)q} \qquad q=\frac{S_2}{S_1}\cdot\frac{d_1}{d_1+\Delta}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{S_3}{S_2}\cdot\frac{d_1+\Delta}{d_1+2\Delta}=\frac{S_2}{S_1}\cdot\frac{d_1}{d_1+\Delta}$$

$$\frac{S_3}{S_2}(d_1+\Delta)^2=d_1(d_1+2\Delta)\frac{S_2}{S_1}$$

$$3(d_1^2+2d_1\Delta+\Delta^2)=4(d_1^2+2\Delta d_1)$$

$$\Delta=d_2-d_1$$

$$d_1^2+2d_1(d_2-d_1)-3(d_2-d_1)^2=0$$

$$-4d_1^2+80d_1-300=0$$

$$d_1^2-20d_1+75=0$$

$$D=400-300=100$$

$$d_1=\frac{20\pm10}{2}$$

$$d_3=15$$
$$d_1=5.$$

$$\Rightarrow h_1=3$$
$$h_3=12.$$

Ответ: $h_1=3;\ h_2=6;\ h_3=12$
$d_1=5;\ d_2=10;\ d_3=15.$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ИЦ 49-32 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Борисова ~~Мария~~

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 10.12.1997 **Класс:** 11 В

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мя

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1) Линий может быть минимум 4.
Тогда любая одна из них ведет в поселок П и любые две из оставшихся ведут в город М. Одна линия тогда не ведет в М и П.

М П М
| | | |

Делаем вывод, что линий может быть меньше 5.
2) Если линий не меньше 5.

а) если их 5.

М П М П М
| | | | | — тогда 3 линии ведут в М и 2 линии ведут в П

б) если их больше 5.

М П М П М П
| | | | | + | и т.д.

Но среди любых 5-ти линий мы не найдем одну, которая ведет в М или П, т.к. тогда не будут выполняться условия задачи.
Отв. Число всех линий может быть меньше 5 и мы не найдем среди любых 5-ти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

Нет полного обоснования ±

№2.

1) $tg x = 0$
$x = \pi n, n \in Z$ тогда.
$tg 2x = 0$
$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$.

2) при $tg x = \pm 1$ и $tg x = \pm 2$, ~~tgx=3~~; $tg 2x$ — не целое число, и наоборот.
$tg x = \pm 4$ также не подходит. +
Делаем вывод, что $tg x$ — целое только при $x = \pi n, n \in Z$
Отв. при $x = \pi n, n \in Z$, $tg x$ и $tg 2x$ — целые, $2015^{tg x}$ тогда будет равно 1.

№4

Угол между часовой и минутной стрелками составляет ровно 1°
Если смотреть на часы, то

$$15 \text{ мин} - 90^\circ$$
$$x \text{ мин} - 2^\circ$$

$$x = \frac{15 \cdot 2}{90} = \frac{1}{3} (\text{мин}) = 20 (\text{с})$$

т. е. между часовой и минутной стрелкой должно быть 10 ~~мин~~ (с).
Это будет возможно, когда часы покажут 8:00 (например)
Но нам нужно, чтобы это был первый случай после полудня, тогда ответом будет 16:00.

—

№5

Т.к. мы не знаем, в каком банке деньги будут удваиваться, в каком утраиваться, а в какой станет банкротом, то во все банки будем класть одинаковую сумму денег.

пусть I – в банке удваив.
II – в банке утроится
III – разорится.

Наибольшая сумма получится, если все деньги положить в банки, тогда (вся сумма – x).

I – полож. $\frac{x}{3}$ – забрали $\frac{2x}{3}$

II – полож $\frac{x}{3}$ – забрали $\frac{3x}{3}$

III – полож. $\frac{x}{3}$ – забрали 0.

+

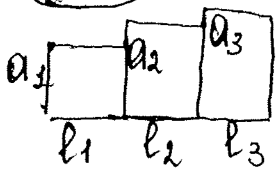
Получим $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{3} + 0 = \frac{5x}{3}$

В других вариантах, если какую-то сумму оставлять дома сумма итоговая будет меньше.

$$\frac{5x}{3} = \frac{5 \cdot 600 \text{тыс}}{3} = 5 \cdot 200 \text{тыс} = 1.000.000 \text{ (рубл)}$$

Отв. максим. сумма 1 млн. рублей.

№ 7



пусть длины – l_1, l_2, l_3

высоты – a_1, a_2, a_3

Тогда по условию задачи составим систему уравнений.

$$\begin{cases} l_2 = l_1 + d \\ l_3 = l_1 + 2d \\ a_2 = a_1 \cdot q \\ a_3 = a_1 \cdot q^2 \\ a_1 l_1 = 15 \\ a_2 l_2 = 60 \\ a_3 l_3 = 180 \\ l_1 + l_2 + l_3 = 30 \ (8) \end{cases}$$

В (8) выразим всё через l_1 и d.

$l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 30$

$3l_1 + 3d = 30$

$l_1 + d = 10.$

$l_1 + d = l_2 \Rightarrow l_2 = 10; \ a_2 = \frac{60}{10} = 6.$

Из уравнения (8) $l_1 + l_2 + l_3 = 30$

$l_1 + 10 + l_3 = 30$, я предположила, что $l_1 = 5$, $l_3 = 15$

тогда $d = 5$.

Подставив в другие уравнения и сделав проверку убедилась, что мое предположение оказалось верным.

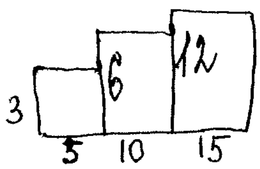
$a_1 = \frac{15}{5} = 3$

$a_2 = 6$ $\Rightarrow q = 2.$ ~~Проверка~~

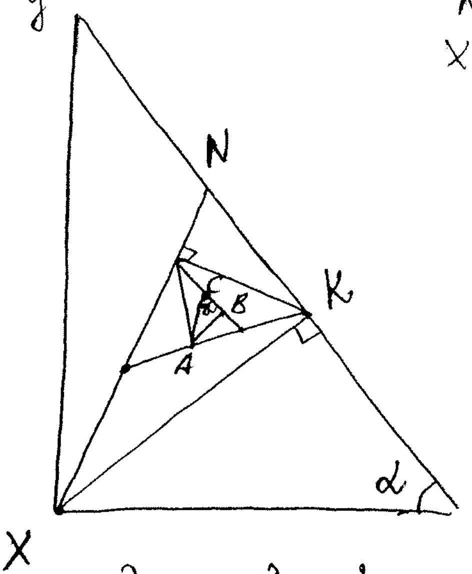
$a_3 = \frac{180}{15} = 12$

Отсюда получаем размеры пьедестала.

Отв. 3 и 5; 6 и 10; 12 и 15;



№6



Дано: XYZ – прямоуг. △, $\angle X = 90°$
XN – медиана, XK – высота, $YZ = 640$.
$\angle YZX = \alpha = \frac{11}{24}\pi$.

Найти: AC – ?, $S_{\triangle ABC}$ – ?

Решение: По т. косинусов найдем XN.

$XN^2 = XZ^2 + NZ^2 - 2XZ \cdot NZ \cdot \cos\alpha$.

$XN^2 = (YZ \cdot \cos\alpha)^2 + NZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot \cos\alpha \cdot NZ \cdot \cos\alpha$

$XN^2 = 640^2 \cdot \cos^2\alpha + NZ^2 - 2 \cdot 640 \cdot 320 \cdot \cos^2\alpha$.

$XN^2 = NZ^2 + 640^2\cos^2\alpha - 640^2\cos^2\alpha$.

$XN = NZ = 320$

По аналогии получим, что в каждом след. △ гипотенуза будет в два раза меньше чем у предыдущего.

у 1-ого – 640
у 2-ого – 320
у 3-его – 160
у 4-ого – 80
у 5-ого – 40

$AC = 40$

?

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot AC\cos\alpha \cdot AC \cdot \sin\alpha = \frac{AC^2}{2} \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$.

$S_{\triangle ABC} = 800 \cdot \cos\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24}$.

Отв. $AC = 40$ (м), $S_{\triangle ABC} = 800\cos\frac{11\pi}{24}\sin\frac{11\pi}{24}$ (м²).

Выдан один дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	ZS 37-61 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ БУЛАТОВ

ИМЯ ДМИТРИЙ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 01.12.1999 Класс: 8

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2.

Чтобы площадь образуемой фигуры была наименьшей, ось вращения должна проходить через точку пересечения медиан треугольника, тогда радиус образуемой окружности будет наименьшим.

№3.

Сейчас сумма возрастов = 65 лет, а 9 лет назад - 40. Если бы в семье 9 лет назад были все 3 члена семьи, то сумма составила бы: 65-9-9-9=38 лет. Однако сумма =40, значит 9 лет назад сын ещё не родился; 38-40=-2, отсюда получим, что до рождения сына 9 лет назад оставалось 2 года, а сейчас сыну: 9+(-2)=7 лет.

Зная, что 4 года назад отец был старше сына в 9 раз получим:

1) 7-4=3 года было сыну 4 года назад.
2) 3×9=27 лет было отцу 4 года назад
3) 27+4=31 год отцу сейчас

65-31-7=27 лет матери сейчас.

А 9 лет назад им было: 0 лет, (27-9)=18 лет, (31-9)=22 года, 0+18+22=40 лет.

Ответ: отцу в настоящее время ~~[illegible]~~ 31 год. (тридцать один)

№4

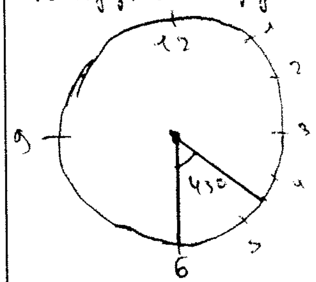
Спустя 1 минуту минутная стрелка проходит: $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$.

часовая $\cancel{\frac{360^\circ}{3600}} : \frac{360}{12\cdot 60} = 0{,}5^\circ$, т.е. спустя 1 минуту после полудня стрелки образуют угол $6^\circ - 0{,}5^\circ = 5{,}5^\circ$, ~~и каждую минуту этот угол увеличивается на 5,5°~~.

Нам нужно получить угол 45° или (360-45)° 315° за целое число минут, значения, близкие к 45° или 315°:

Время на часах	Угол между стрелками:
0ч. 8 мин	$8\cdot 5{,}5 = 44^\circ$
0ч 9мин	$9\cdot 5{,}5 = 49{,}5^\circ$
~~0ч. 57 мин~~ 0ч. 48 мин.	~~57·5,5 = 313,5°~~ $48\cdot 6 + 48\cdot 0{,}5 = 312^\circ$
~~0ч. 58 мин~~ 0ч. 49 мин.	~~58·5,5 = 318°~~ $49\cdot 6 + 49\cdot 0{,}5 = 317{,}5^\circ$
1ч 14 мин (74 мин)	$(74\cdot 5{,}5) \bmod 360 = 44^\circ$
1ч. 15 мин (75 мин)	$(75\cdot 5{,}5) \bmod 360 = 52{,}5^\circ$
1ч. 53 мин	$314{,}5^\circ$
1ч. 54 мин	327°
2ч. 19 мин	$44{,}5^\circ$
2ч. 20 мин	50°
3ч. 7 мин	$313{,}5^\circ$
~~3ч.~~ 8 мин	320°
3ч. 23 мин	$47{,}5^\circ$
3ч. 24 мин	42°
4ч. 11 мин	$311{,}5^\circ$
4ч. 12 мин	318°
4ч. 30 мин	$180^\circ - 120^\circ + 15^\circ = 45^\circ$

Итак, угол между часовой и минутной стрелкой впервые после полудня будет в 4 ч. 30 мин

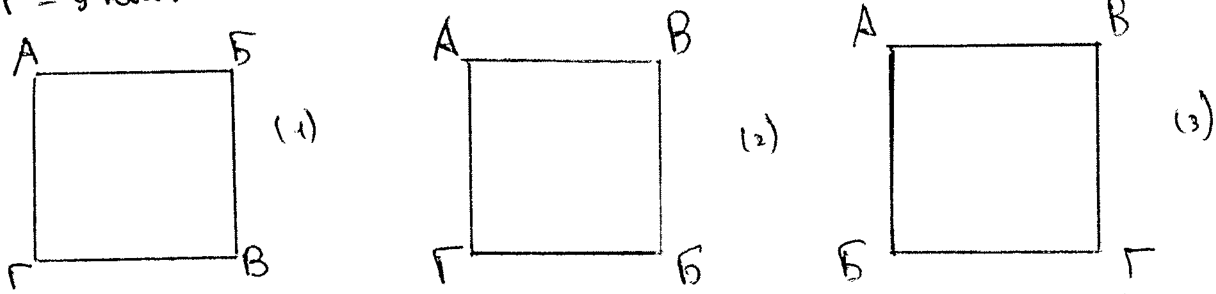


Ответ: 4:30.

(+)

№7.

Возможны 3 случая таких квадратов.
Пусть радиостанция А - приняла сигнал 1 км, Б – 4 км, В – 5 км, Г – 9 км.



По условию АБВГ, АВБГ, АВГБ – квадраты и все их стороны равны, при этом расстояние до светского передатчика (точка К) равно:
$АК = 1$; $БК = 4$; $ВК = 5$; $ГК = 9$.

1) Если сообщение верно, то существуют $\triangle АБК$ и $\triangle АГК$, где:
$АК = 1$; $БК = 4$; $ГК = 9$; $АБ = АГ$. Пусть сторона квадрата $= x$ км, то по теореме о неравенстве тре-ка:

В $\triangle АБК$: $АБ < АК + БК$, т.е. $x < 1+4$; $x < 5$

$АК < АБ + БК$, т.е. $1 < x + 4$; $x > -3$;

$БК < АБ + АК$, т.е. $4 < x + 1$; $x > 3$;

отсюда: $3 < x < 5$

В $\triangle АГК$: $АГ < ГК + АК$, т.е. $x < 9+1$, $x < 10$

$ГК < АГ + АК$, т.е. $9 < x + 1$; $x > 8$

$АК < АГ + ГК$, т.е. $1 < x + 9$; $x > -8$

отсюда $8 < x < 10$

Нет таких x, при которых $\begin{cases} 8 < x < 10 \\ 3 < x < 5 \end{cases}$

Значит (1) квадрата не существует

2) Если сообщение верно, то существуют $\triangle АВК$ и $\triangle АГК$, где: $АК = 1$; $АГ = АВ = x$; $ГК = 9$; $ВК = 5$;
по теореме о неравенстве треугольника

В $\triangle АВК$: $АВ < АК + ВК$, т.е. $x < 1+5$; $x < 6$

В $\triangle АГК$: $ГК < АК + АГ$, т.е. $9 < 1 + x$; $x > 9 - 1$; $x > 8$

отсюда: ~~$8 < x < 10$~~ $8 < x < 6$ – что невозможно, значит (2) квадрата тоже не существует.

3) Если соединение верно, то существуют △ АБК и △ БГК, где: АБ = БГ = x; АК = 1; △ АВК и △ БГК.

ГК = 9; ВК = 5; БК = 4;

по теореме о неравенстве тре-ка

В △ АБК: АБ < АК + БК, т.е. $x < 1+4$; $x < 5$.

~~В △ БГК~~: АК < АБ + БК, т.е. $1 < x+5$; $x > -4$

БК < АК + АБ, т.е. $5 < x+1$; $x > 4$

отсюда $4 < x < 5$

В △ ВГК: ВГ < ГК + ВК, т.е. $x < 9+5$; $x < 14$

ГК < ВГ + ВК, т.е. $9 < 5+x$; $x > 4$

ВК < ГК + ВГ, т.е. $5 < 9+x$; $x > -4$

отсюда $4 < x < 14$.

В △ АВК: АВ < ВК + АК, т.е. $x < 5+1$, $x < 6$

ВК < АВ + АК, т.е. $5 < 1+x$; $x > 4$

АК < АВ + ВК, т.е. $1 < 5+x$; $x > -4$

отсюда: $4 < x < 6$

В △ БГК: БГ < ГК + БК, т.е. $x < 9+4$; $x < 13$

ГК < БГ + БК, т.е. $9 < x+4$; $x > 5$

БК < ГК + БГ, т.е. $4 < x+9$; $x > -5$

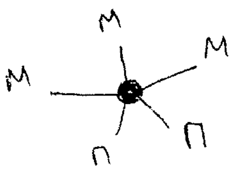
отсюда: $5 < x < 13$.

Итого: $\begin{cases} 4 < x < 5 \\ 4 < x < 14 \\ 4 < x < 6 \\ 5 < x < 13 \end{cases}$ система не имеет решений, т.е. нет (3) квадрата со стороной x. +

ответ: верить такому соединению нельзя.

+

№ 1.



Среди любых 3, 1 ведет в город М, значит есть лишь 2 линии, ведущие не в город М. Среди любых 4 есть 1, ведущая в поселок П, значит есть лишь 3 линии, ведущие не в поселок П. Отсюда получим, что существует лишь 1 вариант. Нет таких линий, не ведущих ни в город М ни в поселок П.

№ 5.

Ответ: он упаковал 10 писем
9 бандеролей
5 посылок

?

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

BF 55-79 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 1112

шифр

ФАМИЛИЯ Бурченко

ИМЯ Владислав

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 27.01.1998

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

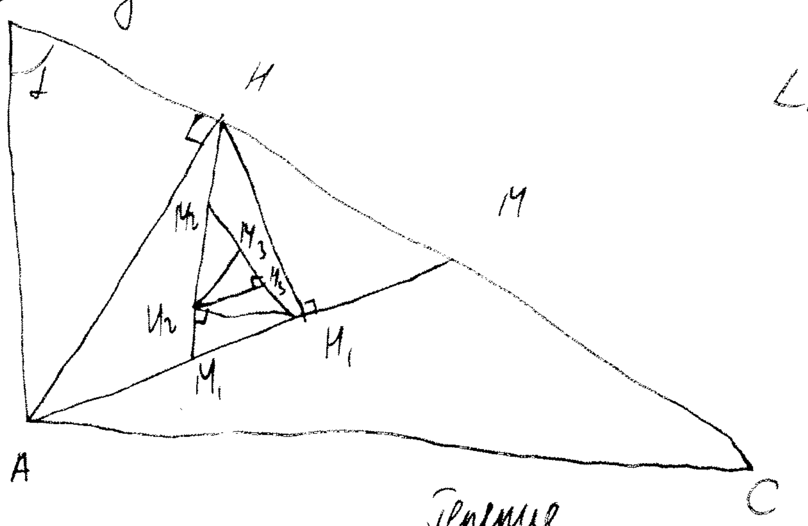
Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Bur

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание №6.



Дано:

$\angle ABC = \alpha = \frac{11}{24}\pi$

$BC = 640$ м

AH - высота

AM - медиана

Найти.

$S_5 = ?$

Решение

За первый треугольник будем считать $\triangle ABC$, тогда 5-ый $\triangle H_2H_3M_3$

2) $AC = 640 \cdot \sin\frac{11}{24}\pi$; $AB = 640 \cdot \cos\frac{11}{24}\pi$

$AH = \frac{S_{ABC}}{\frac{1}{2}BC} = \frac{\frac{1}{2}\cdot AB \cdot AC}{\frac{1}{2}BC} = \frac{640^2 \sin\frac{11}{24}\pi \cdot \cos\frac{11}{24}\pi}{640} = 320 \sin\frac{11}{12}\pi$

$AM = \frac{1}{2}BC$, т.к. $MC = MA = R$ (R - радиус описан. окружн.)

$AM = 320$

3) $HM = \sqrt{MA^2 - AH^2} = \sqrt{320^2 - 320^2 \sin^2\frac{11}{12}\pi} = 320 \cos\frac{11}{12}\pi$

$HH_1 = \frac{S_{AHM}}{\frac{1}{2}AM} = \frac{\frac{1}{2}\ 320 \sin\frac{11}{12}\pi \cdot 320 \cos\frac{11}{12}\pi}{\frac{1}{2}\cdot 320} = 160 \sin\frac{11}{6}\pi$

$HM_1 = 160$

$+$

общий проход

4) $M_1H_1 = \sqrt{HM_1^2 - HH_1^2} = \sqrt{160^2 - 160^2 \sin^2\frac{11}{6}\pi} = 160 \cos\frac{11}{6}\pi$

$H_1H_2 = \frac{S_{HH_1M_1}}{\frac{1}{2}HM_1} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 160 \cdot \cos\frac{11}{6}\pi \cdot 160 \sin\frac{11}{6}\pi}{\frac{1}{2}\cdot 160} = 80 \sin\frac{11}{3}\pi$

$H_1M_2 = 80$

5) $H_2M_2 = \sqrt{H_1M_2^2 - H_1H_2^2} = \sqrt{80^2 - 80^2 \sin^2\frac{11}{3}\pi} = 80 \cos\frac{11}{3}\pi$

$H_2M_3 = 40$; $H_2H_3 = \frac{S_{H_1H_2M_2}}{\frac{1}{2}H_1M_2} = \frac{\frac{1}{2}\ 80 \sin\frac{11}{3}\pi \cdot 80 \cos\frac{11}{3}\pi}{\frac{1}{2}\ 80} = 40 \sin\frac{22}{3}\pi$

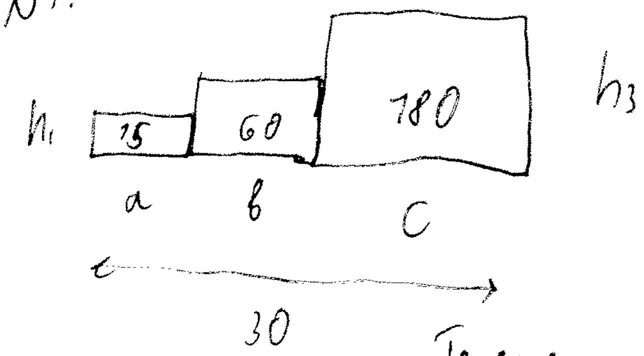
$$M_3H_3=\sqrt{H_2M_3^2-H_2H_3^2}=\sqrt{40^2-40^2\sin^2\frac{22}{3}\pi}=40\cos\frac{22}{3}\pi$$

$$S_{H_2H_3M_3}=\frac{1}{2}H_3M_3\cdot H_2H_3=20\cdot\cos\frac{22}{3}\pi\cdot 40\sin\frac{22}{3}\pi=400\sin\frac{44}{3}\pi=$$

$$=400\sin\left(14\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=400\sin\frac{2\pi}{3}=400\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=200\cdot\sqrt{3}$$

Ответ: $200\sqrt{3}$ дм^2

№7.



Дано:

$S_1=15$ дм^2

$S_2=60$ дм^2

$S_3=180$ дм^2

$a+b+c=30$ дм

Решение

$a;b;c$ – арифм прогр.

$h_1;h_2;h_3$ – геом. прогр.

$$\begin{cases} a\cdot h_1=15 \\ b\cdot h_2=60 \\ c\cdot h_3=180 \\ a+b+c=30 \\ c=a+2d,\ \text{где } d=b-a \\ h_3=h_1\cdot q^2,\ \text{где } q=\frac{h_2}{h_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\cdot h_1=15 \\ b\cdot h_2=60 \\ c\cdot h_3=180 \\ a+b+c=30 \\ c=2b-a \\ h_3=\frac{h_2^2}{h_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\cdot h_1=15 \\ b\cdot h_2=60 \\ (2b-a)\cdot\frac{h_2^2}{h_1}=180 \end{cases}$$

$\cancel{a}+b+2b-\cancel{a}=30$

$b=10$

$h_2=\frac{60}{10}=6$

$$\begin{cases} a\cdot h_1=15 \\ (20-a)\frac{36}{h_1}=180 \quad |:36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1=\frac{15}{a} \\ \frac{(20-a)}{h_1}=5 \end{cases}$$

$20-a=\frac{15\cdot 5}{a} \quad |\cdot a$

$a^2-20a+75=0$

$D=(10)^2-1\cdot 75=25$

$a=10\pm5;\ a=15;\ \boxed{a=5}$

$h_1=\frac{15}{5}=3$

$c=2b-a=20-5=15$

$h_3=\frac{h_2^2}{h_1}=\frac{36}{3}=12$

Ответ: $a=5$; $b=10$; $c=15$; $h_1=3$; $h_2=6$; $h_3=12$

№1

не ?

1) Да линий может быть менше 5 т.к. среди 3 может быть 2 линии идущие на предприятие города М.

2) ~~Да потребляе~~

—

№2

$tg\,x+n\,tg\,2x\in Z$, при $x=\pi n$, $n\in Z$

$tg\,2\pi=0$ т.к. $\sin 0=0$

$tg\,4\pi=0$

$2015^0=1$

+

№5

Максимальный доход можно получить, если вложить всю сумму поровну по банкам.

Получится

$200000\cdot 2+300000\cdot 3-200000=800.000$

Ответ: 200.000 руб.

не доказана оптимальность такого решения

—

№3 —

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЯН 58-49

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

ФАМИЛИЯ Бусел

ИМЯ Владислав

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 23.08.1999

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: В. Бусел

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЯМ 58-49

1. Да, может, но в задаче говорится, что среди любых четырех линий есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П, а если их (линий) будет четыре, то любые четыре линии будут одни и те же. Если число линий не меньше пяти, то не найдется среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П, потому что среди любых трех линий обязательно есть ведущая к М, а среди любых четырех есть ведущая к П.

(+)

2. Через точку пересечения серединных перпендикуляров, так как через эту точку образуется окружность, у которой будет меньше площадь, чем у любого кольца (образуется, если взять точку за треугольником) в данной задаче.

(+)

3. $x^2+px+q=(x+\sqrt{q})^2$, т.к парабола пересекает ось абсцисс только один раз, то парабола не опускается и не поднимается

$p=2\sqrt{q}$

$(x+\sqrt{q})^2=0 \Rightarrow x=-\sqrt{q}$, x-отрицат. число

$\Rightarrow$

(—)

4. $\frac{2^\circ}{360^\circ}=\frac{1}{180}$. За 1 минуту минутная стрелка пройдет $\frac{360^\circ}{60\text{ мин}}=6^\circ$, а часовая $\frac{360^\circ}{720\text{ мин}}=0,5^\circ$, то есть за минуту между минутной и часовой стрелками образуется $5,5^\circ$.

(—)

$5,5^\circ$ — 1 мин

2° — x мин

$x=\frac{2}{5,5}=\frac{4}{11}$ мин ⟵ неверно.

Получается, что часы показывают 12 часов $\frac{4}{11}$ мин

целое число минут.

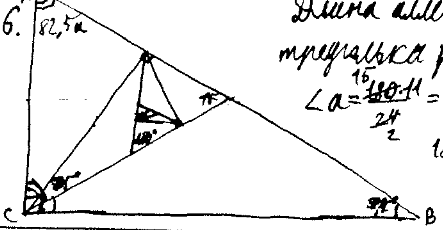
Ответ: 12 часов $\frac{4}{11}$ мин

5. Положить в каждый банк 200.000 руб. В одном банке они пропадут, во втором вклад удвоится (станет 400.000 руб), а в третьем банке будет утроение (600.000 руб). Станет 1.000.000 руб.

не обосновано

(+)

6.



Длина альпа-гипотенузы – 40 м, т.к гипотенуза внутреннего треугольника равна половине гипотенузы внешнего.

$\angle a=\frac{\overset{15}{\cancel{180}}\cdot 11}{\underset{2}{\cancel{24}}}=82,5^\circ$

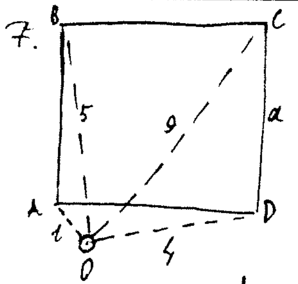
$180^\circ-180^\circ+15^\circ=15^\circ$

$\cos a \cdot 640=AC$

$S=\frac{1}{2}\cdot 640\cdot AC\cdot \sin a=320\,AC\cdot \sin a = ?$

(+)

7.



$\Delta AOB.$ $a<6$, $a>4$ $\quad$ $\Delta AOD.$ $a<5$, $a>3$ $\quad$ $\Delta COD.$ $a<13$, $a>5$ $\quad$ $\Delta BOC.$ $a<14$, $a>4$

$\Delta AOC.$ $d<10$, $d>8$ $\quad$ $\Delta BOD.$ $d<9$, $d>1$

$a<5 \quad d<9$

$a>5 \quad d>8$

$d=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}=8{,}6$

$a=\frac{8{,}6}{\sqrt{2}}=4{,}3\sqrt{2}>5$

Ответ: нет, не может быть такого расстояния, так как в квадрате все стороны равны, а в данной задачи сторона квадрата должна быть больше 5 и меньше 5 одновременно.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

РЮ 61-75
шифр

№ группы

Вариант № 7082

ФАМИЛИЯ Бусыгин

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 02.03.2001 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РЮ 61-78

Выдан 1 (Один) доп. лист

№3

1) Составим уравнение:

а - кол-во лет отца сейчас

в - кол-во лет матери сейчас

с - кол-во лет сына сейчас

$a+b+c=65 \Rightarrow$ 9 лет назад было так $\to (a+b+c)-3\cdot 9=40$

$\underbrace{a+b+c=67,\text{ но } a+b+c=65}$

$\Downarrow$

сын не был рождён 9 лет назад.

$$\begin{cases} a+b+c=65 \\ a+b-2\cdot 9=40 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$a+b=58$

$\Downarrow$

$c=65-58=7$

(+)

2) 4 года назад сыну было $7-4=3$ года $\Rightarrow$ отцу было $3\cdot 9=27$ лет, а сейчас ему $27+4=31$ год

Ответ: 31 год

~~№4~~

Часовая стрелка движется со скоростью $360°:12:60=0{,}5°$ в минуту, а минутная со скоростью $360°:60=6°$ в минуту $\Rightarrow$ их скорость удаления друг от друга $5{,}5°$ в минуту.

Начнём рассматривать все варианты, когда между ними расстояние $45°$:

1) $\frac{45°}{5{,}5°}=8\frac{2}{11}$ минуты

2) $\frac{360-45°}{5{,}5°}=57\frac{3}{11}$ минуты.

3) $\frac{360+45°}{5{,}5°}=73\frac{7}{11}$ минут.

4) $\frac{360°\cdot 2-45°}{5{,}5°}=122\frac{8}{11}$ минут

5) $\frac{360°\cdot 2+45°}{5{,}5°}=139\frac{1}{11}$ минуты

6) $\frac{360°\cdot 3-45°}{5{,}5°}=188\frac{2}{11}$ минуты

7) $\frac{360°\cdot 3+45°}{5{,}5°}=204\frac{6}{11}$ минуты

8) $\frac{360°\cdot 4-45°}{5{,}5°}=253\frac{7}{11}$ минут.

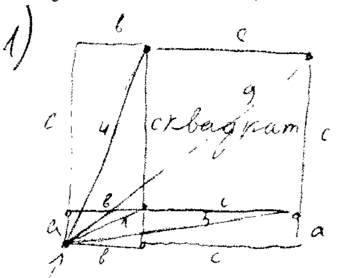
9) $\frac{360°\cdot 4+45°}{5{,}5°}=270$ минут $=3{,}5$ часа.

~~Ответ: через 3,5 часа, то есть в 15:30.~~

№7

вычислим расстояние по теореме Пифагора:

1)



а) $\sqrt{a^2+b^2}=1 \Rightarrow a^2+b^2=1$

$\sqrt{2ac+a^2+c^2+b^2}=4 \Rightarrow 2ac+a^2+c^2+b^2=16$ $\Big\} \Rightarrow 2ac+c^2=16-1=15$.

б) $\sqrt{2bc+a^2+c^2+b^2}=5 \Rightarrow 2bc+a^2+c^2+b^2=25$

$\sqrt{2bc+2ac+c^2+c^2+a^2+b^2}=9 \Rightarrow 2bc+a^2+c^2+b^2+c^2+2ac=81$ $\Rightarrow$

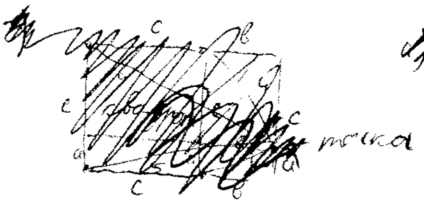
$c^2+2ac=81-25=56$,

но мы вычислили раньше, что $2ac+c^2=15$

$\Downarrow$

расстояния неверны.

$\Downarrow$



Указали неверные координаты. +

№1. (+)

Чтобы всё удовлетворяло условиям, надо 1) чтобы в город М шли все линии передач, кроме 2 (максимум). 2) чтобы в посёлок П шли все линии передач, кроме 3 (максимум), т.к если к городу не будет идти 3 или больше линий, то любые из этих 3-х линий (которые не идут к городу) не будут идти к городу, то же самое с посёлком, только там можно, чтобы к нему не шло 3 линии. Из наших рассуждений получаем, что нельзя поставить больше 5 линий, т.к. если будет больше, то условие не будет выполняться. $\Rightarrow$ всего там 5 линий (т.к 5 линий — максимум и минимум)

Но если идут 5 линий, то единственный верный вариант, при котором выполняется условие, это 3 линии к городу, 2 к поселку, 0 линий ни в посёлок, ни в город.

Ответ: 0 линий максимум.

№6

Когда мы умножаем ~~[illegible]~~ m-значное и n-значное число, то получаем $(m+n)$-значное или $(m+n-1)$-значное число, умножим 2^{2015} на 5^{2015}:

$2^{2015} \cdot 5^{2015} = (2 \cdot 5)^{2015} = 10^{2015}$, а 10^{2015} – 2016-значное число $\Rightarrow$
$\Rightarrow 2^{2015}$ и 5^{2015} записанные один за другим имеют вместе 2016 или 2015 знаков.

+

Предположим, что у них вместе 2015 знаков:

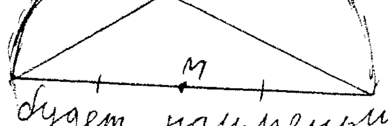
$10^{2015} = 10^m \cdot 10^n$, где $m+n=2015$, но у нас числа 2^{2015} и 5^{2015}, которые не являются 10 в какой либо степени $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ у 2^{2015} и 5^{2015} вместе не 2015 знаков $\Rightarrow$ у них вместе 2016 знаков.

Ответ: 2016 знаков.

№2

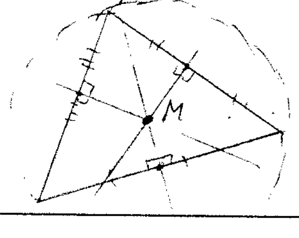
1) Если треугольник тупоугольный, ~~то~~ точка должна стоять на ~~[illegible]~~ середине самого длинного отрезка:

+



круг будет наименьшим, т.к ~~[illegible]~~ самая большая сторона является диаметром.

2) Если он прямоугольный или остроугольный то точка лежит на пересечении серединных перпендикуляров:



круг будет наименьшим, т.к. все вершины касаются его.

№5

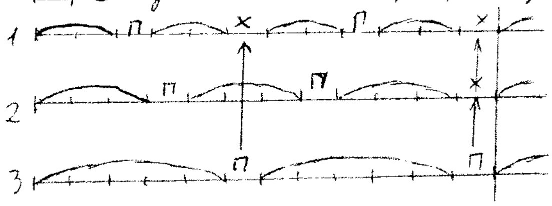
Изобразим все действия на прямой времени.

П – погрузка

х – погрузка невозможна, т.к. грузится другая тележка

⌒ – тележка уезжает

├┤ – единичный отрезок, равный пяти (5) минутам.



1 – путь тележки с письмами

2 – путь тележки с бандеролями

3 – путь тележки с посылками.

60 минут = 1 час

По схеме видно, что через 60 минут всё начинается заново ⇒ данная операция повторится $16_ч : 8_ч = 8$ раз. За 60 минут отправляется по 2 тележки каждого типа, получается, что всего будет ~~от~~ отправлено $2 \cdot 8 = 16$ тележек каждого типа.

Ответ: 16 тележек с грузом каждого типа.

№4.

~~Начнём рассматривать все положения часов.~~

Часовая стрелка движется со скоростью 0,5° в минуту, а минутная со скоростью 6° в минуту → их встречная (или удаляющаяся) скорость равна 5,5° в минуту

Начнём рассматривать все варианты, когда между стрелками 45°:

1) $\frac{45^\circ}{5{,}5^\circ} = 8\frac{2}{11}$ минуты; 2) $\frac{360^\circ - 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 57\frac{3}{11}$ минуты; 3) $\frac{360^\circ + 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 73\frac{7}{11}$ минут;

4) $\frac{360^\circ \cdot 2 - 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 122\frac{8}{11}$ минут; 5) $\frac{360^\circ \cdot 2 + 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 139\frac{1}{11}$ минуты; 6) $\frac{360^\circ \cdot 3 - 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 188\frac{2}{11}$ мин.;

7) $\frac{360^\circ \cdot 3 + 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 204\frac{6}{11}$ мин.; 8) $\frac{360^\circ \cdot 4 - 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 253\frac{7}{11}$ минут; 9) $\frac{360^\circ \cdot 4 + 45^\circ}{5{,}5^\circ} = 270$ мин.;

270 минут = 4,5 часа

Ответ: Через 4,5 часа после полудня, то есть в 16:30.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/12	BF 55-18 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Быстрая

ИМЯ Светлана

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 23.03.1997 Класс: 11

Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 55-18

(4) 1) Угловая скорость часовой стрелки: $\omega_{час} = \frac{2\pi}{T_ч} = \frac{360}{12\cdot 60} = \frac{1}{2}\left(\frac{рад}{мин}\right)$

2) Угл. скор. мин. стрелки: $\omega_{мин} = \frac{2\pi}{T_{мин}} = \frac{360}{60} = 6\left(\frac{рад}{мин.}\right)$

3) Обозначим путь каждой стрелки в радианах как α. $\alpha = \omega_{час} t_0 + 2 = \omega_{мин} t_0$, где t_0 – время, через которое стрелки впервые образуют угол, равный 2°. Из этого ур-я. следует, что $t_0 = \frac{4}{11}$ мин. $t_0 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ не является решением.

4) В следующий раз стрелки образуют угол в 2°, когда минутная будет „догонять" часовую:

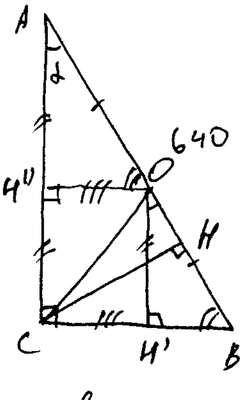
$\alpha = \omega_ч t_1 - 2 = \omega_{мин} t_1 - 360$, где t_1 – время от полудня, когда это случится в I раз. Из этого ур-я следует: $358 = \frac{11}{2} t \Rightarrow t = 65\frac{1}{11}$ (мин). $t \notin \mathbb{Z}$, не является решением.

5) Перебирая аналогичные уравнения находим решение $t = 524$ мин. $= 8$ч 44 мин. Время на часах в этот момент 20ч 44 мин.

Ответ: 20ч 44мин.

(6)

Дано: $\alpha = \frac{11}{24}\pi$; $AB = 640$; $AO = OB$.



1) Докажем, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы. Из точки O на катеты исходного $\triangle ABC$ опустим высоты OH' и OH''. Образовался прямоугольник $CH''OH'$; $AC \parallel OH'$; $CB \parallel OH''$, AB – секущая $\Rightarrow$ $\angle H'OB = \angle CAB = \alpha$; $AO = OB$; $H''O \parallel CB$; AB-секущая $\Rightarrow \angle H''OA = \angle CBO \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AH''O = \triangle OH'B \Rightarrow AH'' = OH'$; $AH'' = H''C \Rightarrow \triangle AH''O = \triangle CH''O$ по 2 катетам (оба прямоугольные треугольники) $\Rightarrow CO = AO = OB$

$\Rightarrow$ При построении треугольнико́в так, как указано в условии, гипотенуза полученного треугольника будет $\frac{1}{2}$ гипотенузы исходного. $\Rightarrow l_5$ (гипотенуза 5го треугольника) $\Rightarrow$

$\Rightarrow l_5 = \frac{AB}{2^5} = \frac{640}{32} = 20$ (м).

2) Площадь полученного треугольника:

$S = \frac{ab}{2}$, где a и b - катеты. $S = \frac{l_5 \sin\alpha \, l_5 \cos\alpha}{2} =$

$= 200 \sin\alpha \cos\alpha = 100 \sin 2\alpha = 100 \sin\frac{11\pi}{12}$

+

Ответ: 20 м; $100 \sin\frac{11\pi}{12}$ м^2.

(2) $\operatorname{tg} x \in \mathbb{Z}$; $\operatorname{tg} 2x \in \mathbb{Z}$; $2015^{\operatorname{tg} x}$ - ?

x, удовлетворяющими условиям $\operatorname{tg} x \in \mathbb{Z}$, $\operatorname{tg} 2x \in \mathbb{Z}$ являются только ~~x=0; π~~ $x = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{tg} x = 0$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^0 = 1$

+

Ответ: $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 1.

(5) Самым плохим ходом событий является случай, когда в разорившийся банк попадает какая либо часть денег. Т.к. размещая деньги в банке вероятность их потерять $\frac{1}{3}$, то максимально возможный доход можно получить, только размееснив оставшуюся сумму в двух других банках. В условиях, когда не известно, какой банк разорится, а какой удвоет или утроит вклад, самая большая сумма, гарантированно получаемая вкладчиком в конце года будет тогда, когда все деньги поровну распределены между банками:

$\frac{600}{3} = 200$ (тыс) - вклад в каждый банк

$200 \times 3 + 200 \times 2 + 200 \times 0 = 1000$ (тыс) $= 1000\,000$ (р.) - сумма в конце года.

не сделано формально

Ответ: 1000000 руб.

+

~~① Вероятность того, что ЛЭП ведет в город М — $\frac{1}{3}$~~

~~—//— в поселок П — $\frac{1}{4}$.~~

~~1) Вероятность того, что ЛЭП ведет либо в г. М, либо в пос. П: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3\cdot4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ ($-\frac{1}{3\cdot4}$, т.к. ЛЭП вести в ~~оба города~~ ~~одно места одновременно~~ не может — это разные населенные пункты).~~

1) Да, число ЛЭП может быть меньше 5. Их может быть 4, если 1 ведет в поселок П, а 2 в город М, тогда соблюдается условие, что хотя бы 1 из 3 линий ведет в г. М, а хотя бы 1 из 4 в пос. П.

~~Больше~~

Ответ: 1) да, может. 2) —

(+)

⑦

$a_{общ}=30$ дм

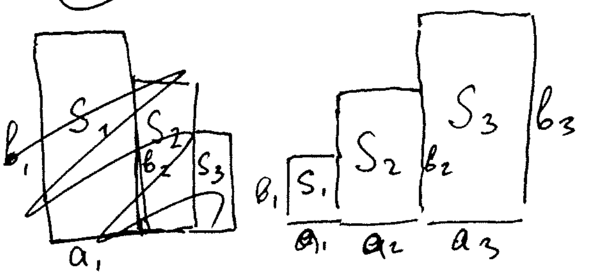
$S_1=15$ дм^2

$S_2=60$ дм^2

$S_3=180$ дм^2

$a_1<a_2<a_3$

$b_1<b_2<b_3$



1) $a_2=a_1+k$

$a_3=a_1+2k$

2) $b_2=b_1q$

$b_3=b_1q^2$

3) $a_{общ}=a_1+a_2+a_3=3a_1+3k=3(a_1+k)\to a_1+k=10$ (дм)

4) $S_1=a_1b_1$; $S_2=a_2b_2=b_1q(a_1+k)$; $S_3=a_3b_3=b_1q^2(a_1+2k)$

5) $\frac{S_3}{S_2}=3=\frac{b_1q^2(a_1+2k)}{b_1q(a_1+k)}=\frac{q(a+2k)}{a_1+k}\Rightarrow 3a_1+3k=qa_1+2qk$

6) $\frac{S_2}{S_1}=4=\frac{b_1q(a_1+k)}{a_1b_1}=\frac{q(a_1+k)}{a_1}\Rightarrow 4a_1=a_1q+kq$

5)−6)=7) $3a_1+3k-a_1q-2kq-4a_1+a_1q+kq=0$

$-kq-a_1+3k=0$ $k(3-q)-a_1=0$

ответ не получен

(+)

③ $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0; \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \quad ① \\ &\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0; \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \quad ② \end{aligned}\right.$$

1) $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \sin y \geq x \\ \sin x \geq y \end{cases}$ $\quad -1 \leq \sin x \leq 1$ $\quad -1 \leq \sin y \leq 1$

2) $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0; \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x; \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$

~~Все эти неравенства выполняются при x=4~~

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	МГ 42-33 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВАЛЕНТИНОВА

ИМЯ КРИСТИНА

ОТЧЕСТВО ЭДУАРДОВНА

Дата рождения 01.07.2001 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Крис

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

Шифр не заполнять! ⇨ ОП 42-33

№2.
При соотношении 1:1 - боковых сторон. Т.е. △ треугольник должен быть равнобедренным. А по теореме боковые стороны равны, а также углы при основании, т.е. если по теореме о том что ~~все~~ сумма всех углов в треугольнике равна 180°, получим что углы при основании каждый равен 75°
$((180-30):2=150:2=75°)$. При вращении эти углы будут проходить по одним точкам, т.к. обе находятся на одном расстоянии относит. вершины a. (+)
Ответ: при соотношении 1:1 боковых сторон.

№3.
Пусть x лет было сыну 4 года назад. А матери сейчас y лет. Нам дано что 4 года назад отец был старше сына в 9 раз, т.е. $x\cdot 9 = 9x$ (лет) - было отцу 4 года назад.
Сейчас сумма их возрастов равна 65 годам, т.е. составим уравнение: $x+4+9x+4+y=65$
$10x+y=65-8$
$10x+y=57$
9 лет назад сумма их возрастов была равна 40 годам, т.е.:
$x-5+9x-5+y-9=~~65~~40$
$10x+y=40+10+9$
$10x+y=59$
Составим систему уравнений: (+)
$\begin{cases}10x+y=57\\10x+y=59\end{cases}$
$\begin{cases}10x+y-(10x+y)=57-59\\10x+y=59\end{cases}$
$\begin{cases}9x=-2\\10x+y=59\end{cases}$ т.е. мы видим что сына ещё не было, точнее он появился на свет через 2 года, значит раз это было 9 лет назад сыну тогда $9-2=7$ лет.
Если 4 года назад он был младше отца в 9 раз, то отцу было $(7-4)\cdot 9 = 3\cdot 9 = 27$ (лет), т.е. сейчас ему $27+4=31$ год. Значит матери сейчас $65-7-31=$
$=65-38=27$ (лет)
Проверим: $31+27+7=65$
$31+34=65$
$65=65$ +
$31-9+27-9=40$
$22+18=40$
$40=40$ +
$31-4=9\cdot(7-4)$
$27=9\cdot 3$
$27=27$

Ответ: отцу было 31 год.

Лист 01 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИТ 42-33

№4.

После того как часы пробили 12:00 прошло некоторое число минут (целое). Между тем, между часовой и минутно стрелкой 120°.
На часах всего 60 маленьких делений (т.к. 60 минут в часе). Каждая стрелка проходит за 1 час 360° т.к. часы круглые, значит каждое деление находится от другого в 360°:60=6°. За каждый час, часовая стрелка проходит 5 маленьких делений, т.е. одно большое, т.е. 1 маленькое деление часовая стрелка проходит за 60:5=12 минут.
Если бы часовая стрелка не двигалась, то минутная стрелка достигла бы расстояния 120° за 20 минут. Раз уж часовая двигается каждые 12 минут, то она к 20 минутам уже подвинется на 6°. Значит минутная также должна двинуться на 1 минуту, т.е. на 6°. Значит на часах будет 12:21 минута.

4°01 ≈120° 120 ≠120°

Ответ: 12:21

№5

Часы работы: 8:00-16:00
В начале дня он отправляет тележки для писем, бандеролей и посылок, т.е. одну он загружает, а ост. отправляются пустыми в 8:05. Тележка для писем уезжает на 10 минут, тележка для бандеролей на 15 минут, а тележка для посылок на 25 мин.
Раз тележ. для посылок ездит дольше, то и ~~уез~~ приезжает раньше, значит почтальон заправляет именно ее, а т. писем и т. банд. отправляет пустыми. Распишем 1 час

+

Тел. пис.: 8:00-8:05(пуст.)-8:15-$\boxed{8:20}$-8:30-8:35(пуст.)-8:45-$\boxed{8:50}$-9:00
Тел. банд.: 8:00-8:05(пуст.)-8:20-$\boxed{8:25}$-8:40-$\boxed{8:45}$-9:00
Тел. посыл.: 8:00-$\boxed{8:05}$-8:30-$\boxed{8:35}$-9:00

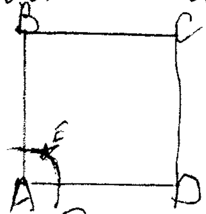
Т.е за 1 час всего загруженные едут 6 тележек.
И так каждый час в течении дня т.е. дальше поедет ответ тележка с посылками т.е. 6 телег будем считать.
Всего почтальон работает 8 часов, т.е. ~~7·9 56~~ 6·8=48
~~но последнюю мы не отправим т.к. это будет идти уже в 16:00, не наполнится к 16:05 и отправится~~
~~Значит 56-1=55 телег всего~~ позве ее каждый час.
значит 2·8=16

Ответ: ~~55~~ 48 телег всего, по 16 каждого вида

Лист 02 из 0

№4.

Если 4 радиостанции находяться в вершинах квадрата то каждая находится не один растоянии от двух других



$AB = BC = CD = AD$.

Радиопередатчик расположен в этом квадрате и находится в 1 км от одной радиостанции, в 9 км от другой в 4 км от другой и в 5 км еще от одной. Предположим что радиопередатчик E находится в 1 км от A, в 4 км от B, в 5 км от D и в 9 км от C. Т.к. ☆E находится в радиусе 1 км от A. Значит расстояние между B и A = 5 км, т.к ☆E может находится в любой точке в радиусе 1 км от A, а значит если от E до B 4 км, то 1+4=5. Расстояние от A до C на в 1,4 раза более чем AB, т.е. $5 \cdot 1{,}4 = 7$ км, но это меньше 9 км. Противоречие. Если AB = 5 км, а расстояние от E до D = 5 км, то это м.б. если ☆E находится на прямой AB. Значит по одному противоречию такого быть не может и Штирлиц ошибся

+

Ответ: нет.

№1

Представим, что предприятий 5 т.е. линий 5. Чтобы среди каждых 3 была хотя бы одна ведущая к г М их должно быть 3 т.к. если будет две то остается три линии которые мы можем взять. Чтобы среди любых 4 были хотя бы одна ведущая в н. П нужно чтобы их было 2, т.к. чтобы не нашлось 4 не идущих значит среди пяти нет ни одной ведущей не в г М и не пос. П. Если взять шесть линий, то мы должны сделать 4 ведущих в г. М и ост. 2 в пос. П но тогда 4 в г М можно взять а в них не будет пос П значит можно брать только 5 они кратно 5. И в них будет 0 не ведущих в г. М и пос П

+

Ответ: 0 линий.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7082

ЕЙ 85-85

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Варфоломеев

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 17.10.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Очный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Варф

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 85-85

№2

Самые дальние места из любой точки треугольника - углы. Таким образом при вращении треугольника получается круг с радиусом ~~каждо~~, равным расстоянию от точки, где проходит ось, до самого дальнего от этой точки угла (+)
Следовательно, чтобы радиус круга был меньше, нужно найти точку, откуда расстояния до всех углов будут одинаковыми. Для остроугольного треугольника это будет пересечение перпендикуляров от середин сторон. Для прямоугольного треугольника это будет центр гипотенузы. Для тупоугольного треугольника это будет центр наибольшей стороны, т.к. пересечение перпендикуляров для такого треугольника будет вне его.

№3

За 9 лет сумма возрастов увеличилась на 65-40=25 лет, в то время, как должна была увеличиться на 9·3=27 лет. Следовательно 9 лет назад сын ещё не родился (+)
а родился он 9-(27-25)=7 лет назад, т.е. сыну сейчас 7 лет. ~~4 лет~~ 4 года назад сыну было 7-4=3 года, а отцу 3·9=27 лет. А значит, что на данный момент отцу 27+4=31 год.

Ответ: 31 год.

№4

~~Так как данное действие произошло впервые, то искомое время между 00:00 и 0:30.~~
1 минута для часовой стрелки равна 0,5°, а для минутной - 6°. Таким образом, когда часовая стрелка показывает угол $x°$, то минутная стрелка показывает угол $12x$ - остаток от деления $12x$ на 360 (т.е. например: 735,25 : 360 = 2(ост. 15,25)). В нашем случае остаток должен быть целым, следовательно угол x тоже должен быть целым. Если x делится на 30, то минутная стрелка стоит на нуле. Если остаток от деления x на 30 = 15, то минутная стрелка стоит на 180°, следовательно будет возможный вариант $x=180°-45°=135°$ (часы показывают 4:30). Таким образом получается

$$\left[\begin{array}{l} 12x-x=45° \\ 12x-x-360°=45° \\ 12x-x-720°=45° \\ \cancel{12x-x-\ldots}=45° \\ 12x-x-1080°=45° \\ 12x-x-1440°=45° \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 11x=45° \\ 11x=405° \\ 11x=765° \\ 11x=1125° \\ 11x=1485° \end{array}\right.$$

где $11x=1485°$ - единственное урав-е, имеющее целый корень 135°

Ответ: 4:30

(+)

№6

Так как
$$\left[\begin{array}{l} \overline{x_1x_2\ldots x_n}\cdot\overline{y_1y_2\ldots y_n}=\overline{z_1z_2\ldots z_n} \\ \overline{x_1x_2\ldots x_n}\cdot\overline{y_1y_2\ldots y_n}=\overline{z_1z_2\ldots z_{n-1}} \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 10^{2015}=\overline{z_1z_2\ldots z_n} \\ 10^{2015}=\overline{z_1z_2\ldots z_{n-1}} \end{array}\right. \\ n=2016 \end{array}\right. \Rightarrow 10^{2015}=\overline{z_1z_2\ldots z_n}$$

(−)

Следовательно длина строки будет $n+n=2n=2\cdot2016=4032$

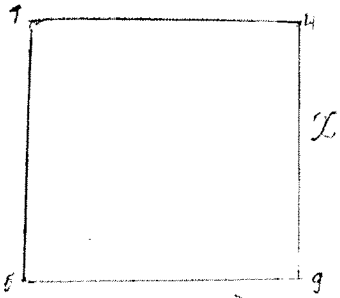
Ответ: 4032

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 85-85

№7.

Допустим x - расстояние между 2 радиостанциями



Так как передатчик был в радиусе 4км от одной станции и на расстоянии 5 км от другой, то $4 \le x \le 6$, а так же 4 км от третьей, то $\begin{cases} 4 \le x \le 6 \\ 3 \le x \le 5 \end{cases} \Rightarrow 4 \le x \le 5$

Диагональ квадрата равна $\sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$. Т.к. расстояние от передатчика до 4 станции равно 9км, то $8 \le \sqrt{2}x \le 10$. Получаем, что: $\begin{cases} 16 \le x^2 \le 25 \\ 64 \le 2x^2 \le 100 \end{cases}$ $\begin{cases} 32 \le 2x^2 \le 50 \\ 64 \le 2x^2 \le 100 \end{cases} \Rightarrow$ нет решений

Ответ: Штирлиц соврал.

№5.

Почтальон Печкин работает 420 мин. Первым делом он высылает x (письма), y (бандероль), z (посылка). Так как все периоды кратны 5 мин, за единицу времени можно принять 5 минут. Во 2 приезжает x, на 3 - y, а на 5 - z, на 7 - y, на 9 - x, на 11 приезжает и y, и z, начинается z, после чего начинается цикл из одинаковых последовательностей, где y и z никогда не приезжают одновременно. Количество $z = 420/(5+1)/5 = 14$, кол-во $y = 420/(3+1)/5 = 21$, кол-во $x = 360/(2+1)/5 - \frac{360}{120} \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 60/(2+1)/5 - \frac{60}{120} \cdot 3 = 21$.

Общее кол-во $x = 21+3 = 24$; $y = 21+3 = 24$; $z = 14+3 = 17$.

Ответ: 24 для писем, 24 для бандеролей, 17 для посылок.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЮ 92-71

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ ВАСИЛЬЕВА

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВНА

Дата рождения 26.10.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1.

Рассмотрим, может ли число всех линий быть равным 4. Для удобства обозначим эти линии буквами a, b, c, d. Т.к. среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на предприятие города М, среди четырех линий должны быть по крайней мере 2, идущие в город М. Пусть это будут линии „a" и „b". В поселок П ведет хотя бы 1 из 4 линий, в нашем случае мы можем выбрать для этого совершенно любую линию. Пусть это будет линия „a".

Проверим (обведены линии, ведущие в данный населенный пункт):

В город М:

1) a b c
2) a b d
3) a c d
4) b c d

В поселок П:

1) a b c d

±

Получилось, что число всех линий может быть меньше 5.

Аналогично, рассмотрим варианты с 5 и 6 линиями, чтобы ответить на второй вопрос.

5 линий: в М:

1) a b c
2) a b d
3) a c d
4) a b e
5) a c e
6) a d e
7) b c d
8) b c e
9) b d e
10) c d e

a, b, c ведут в М

линии d, e не ведут ни в М, ни в П

в П:

1) a b c d
2) a b c e
3) a b d e
4) a c d e
5) b c d e

a, b ведут в П

6 линий: в М:

1) a b c
2) a b d
3) a b f
4) a b e
5) a c d
6) a c e
7) a c f
8) a d e
9) a d f
10) a e f
11) b c d
12) b c e
13) b c f
14) b d e
15) b d f
16) b e f
17) c d e
18) c d f
19) c e f
20) d e f

a, b, c, d ведут в М

e, f не ведут ни в М, ни в П

в П:

1) a b c d
2) a b c e
3) a b c f
4) a b d e
5) a b d f
6) a c d e
7) a c d f
8) a d e f
9) b c d e
10) b c d f
11) b d e f
12) b c e f
13) c d e f
14) a b e f
15) a c e f

a, b, c ведут в П

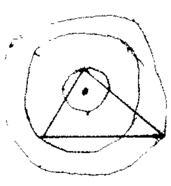
Если линий будет больше 6, то хотя бы 5 линий будут вести в город М.

Ответ: ~~не~~ может; если 5 или 6 линий, то найдутся; если 7 или больше, то нет.

2.

Ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника. При этом образованная при вращении фигура будет описанной около данного треугольника окруж-

ностью.
Рассмотрим, что произойдет, если ось вращения будет в другом месте



Образованной при вращении фигурой будет большая окружность. Легко заметить, что описанная окружность меньше.

+ / —

~~Площадь~~ Ответ: точка пересечения серединных перпендикуляров

4.
Скорость минутной стрелки – 6°/мин.
Скорость часовой стрелки – 0,5°/мин. = 30°/ч.
Составим уравнение, где x – количество минут, прошедших в данном часу; p – количество часов

$x; p \in N$

$|6x-(0,5x+30p)|=2$

$6x-(0,5x+30p)>0$

$5,5x-30p=2 \;|\cdot 2$

$11x-60p=4$

$x=\frac{60p+4}{11}=5p+\frac{5p+4}{11}$

$5p\in N \Rightarrow \frac{5p+4}{11}\in N \Rightarrow p=8$

$x=8\cdot 5+\frac{8\cdot 5+4}{11}=44$

8 часов 44 минуты

$6x-(0,5x+30p)<0$

$30p-5,5x=2 \;|\cdot 2$

$60p-11x=\cancel{24}$

$x=\frac{60p-4}{11}=5p+\frac{5p-4}{11}$

$5p\in N \Rightarrow \frac{5p-4}{11}\in N \Rightarrow p=\cancel{14}\,3$

$\cancel{x=70+\frac{70-4}{11}=76>60}$ $x=15+\frac{15-4}{11}=16$

~~14 часов 76 минут~~ > 3 часа 16 минут

Ответ: 3 ~~15~~ часов~~а~~ 16 минут

(+)

5.
Т.к. неизвестно, что и в каком банке произойдет, надо положить одинаковые суммы в каждый банк. Обозначим эту сумму за ~~х~~ х. Тогда в банки он положит 3·х. В конце года будет $2x+3x-x=4x$.
$3x<4x$, значит он не потеряет деньги, т.е. можно положить в банки все деньги.

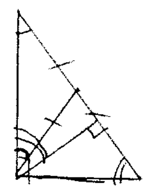
$x=\frac{600\,000}{3}=200000$

$4\cdot 200000=800000$

Ответ: по 200000 в каждый банк; в конце года получит 800000

(—)

6. $\alpha=\frac{11}{24}\pi=\frac{11\cdot 180°}{24}=82,5°$



Медиана в прямоугольном треугольнике равна половине гипотенузы.
Угол между высотой и медианой будет равен разнице между величинами острых углов прямоугольного треугольника.

№ треугольника	1	2	3	4	5
гипотенуза	640	320	160	80	40
острые углы	82,5	75	60	60	60
	7,5	15	30	30	30

(+)

В 5-ом треугольнике катет, лежащий напротив угла в 30°, будет равен $\frac{1}{2}\cdot 40=20$.

$S=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 20\cdot \sin 60^\circ = 400\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=200\sqrt{3}$

Ответ: гипотенуза – 40; площадь – $200\sqrt{3}$

7.

Для удобства обозначим вершины квадрата буквами A, B, C, D; O – место радиопередатчика. Т.к. это квадрат, AO+OC должно быть близко к BO+OD

~~Т.к. это квадрат, суммы противоположных расстояний должны быть противоположные расстояния даже~~

Пусть $AO=4$; $OC=5$; $OB=1$; $OD=9$

$4+5<1+9 \Rightarrow$ т. O ~~ближе к AC, чем к BD~~ близка к AC $\Rightarrow$ OB и OD должны быть близки по значению, но $9-1=8$, значит Мюллер не должен верить сообщению.

Ответ: нет.

3.

$x^2+px+q=0$ имеет ≥ 1 корень

$D=p^2-4q=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p=0,\ q=0 \\ p=4,\ q=4 \\ p=-4,\ q=4\end{array}\right. \Rightarrow T(T(T(x)))=\left[\begin{array}{l} a^2 \quad (1) \\ a^2+4a+4 \quad (2) \\ a^2-4a+4 \quad (3)\end{array}\right.$

$a=T(T(x))$

$b=T(x)$

почему? есть и другие варианты

1) $a^2=0 \Rightarrow a=0=b^2 \Rightarrow b=0=x^2 \Rightarrow x=0$

~~T(~~

2) $a^2+4a+4=0$

$D=16-16=0$

$a=\frac{-4}{2}=-2=b^2+4b+4$

$b^2+4b+6=0$

$D=16-24<0$

3) $a^2-4a+4=0$

$D=16-16=0$

$a=\frac{4}{2}=2=b^2-4b+4$

$b^2-4b+2=0$

$D=16-8=8$

$b=\frac{4\pm 2\sqrt{2}}{2}=2\pm\sqrt{2}=x^2-4x+4$

$x^2-4x+2-\sqrt{2}=0$

$D=16-8+4\sqrt{2}=8+4\sqrt{2}=4(2+\sqrt{2})$

$x=\frac{4\pm 2\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}=2\pm\sqrt{2+\sqrt{2}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	шифр: ВП 42-79

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВАСИЛЬЕВА

ИМЯ ЕКАТЕРИНА

ОТЧЕСТВО ЭДУАРДОВНА

Дата рождения 24.06.2001 **Класс:** 7

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вас

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОП 42-79

№5.

Время	Письма	Бандероли	Посылки
8-00	+	+	+
8-05	→	→	→
8-10	✓	→	→
8-15	+	✓	→
8-20	→	+	→
8-25	—	→	✓
8-30	→	→	+
8-35	+	✓	→
8-40	→	+	→
8-45	✓	→	→
8-50	+	→	→
8-55	→	—	✓
9-00	✓	→	+
9-05	+	→	→
9-10	→	✓	→
9-15	✓	+	→
9-20	+	→	→
9-25	→	→	✓
9-30	+	✓	+
9-35	→	+	→
9-40	✓	→	→
9-~~50~~45	+	→	→
9-50	→	✓	→
9-55	—	+	✓

„+" отправил
„→" едет
„✓" приехала
„—" приехала и сразу уехала

Если продолжить данную таблицу, то мы увидим, что комбинация в столбце „Посылки" будет повторяться каждый час, значит ~~что~~ чтобы найти кол-во отправленных за день тележек с грузом надо: $(16-8)\cdot 2$, так как „+" каждый раз повторяется 2 раза, мы получим 16, но нужно $+1$, т.к. он отправит ещё одну тележку в 16-00. 17 тележек с посылками.

~~Комбинация в столбце „Бандероли" повторяется каждые 2 часа, а значит надо $(16-8):2\cdot 6$, т.к. „+" повторяется 6 раз, мы получим 24. 24 тележки с бандеролями.~~

В столбце „Бандероли" комбинация будет повторяться с 8-00 до 8-55. Мы $3\cdot(16-8)=24$, т.к. „+" всегда повторяется 3 раза. 24 тележки с бандеролями.

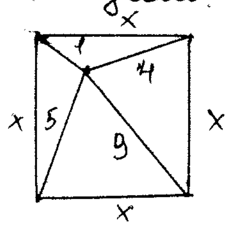
В столбце „Письма" так же будет комбинация, в которой будет повторяться 6 „+" каждые 2 часа. Значит $6\cdot(16-8):2=24$. 24 тележки с письмами.

Ответ: 17 тележек с посылками, 24 с бандеролями, 24 с письмами.

№7.

У нас возможно 3 случая:

I случай:

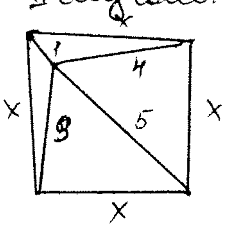


$x < 1+4=5$
$x < 4+9=13$
$x < 5+9=14$
$x < 5+1=6$

$4 < x+1$
$9 < x+4$
$9 < x+5$
$5 < x+1$
$\Rightarrow x \geqslant 6$

$\Rightarrow$ невозможно

II случай:

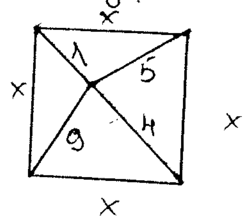


$x<1+4=5$
$x<4+5=9$
$x<5+9=14$
$x<9+1=10$

$4<x+1$
$5<x+4$
$9<x+5$
$9<x+1$
$\Rightarrow x\geq 9$

$\Rightarrow$ невозможно

III случай:



$x<1+5=6$
$x<5+4=9$
$x<9+4=13$
$x<9+1=10$

$5<1+x$
$5<x+4$
$9<x+4$
$9<x+1$
$\Rightarrow x\geq 9$

$\Rightarrow$ невозможно.

Во всех трёх случаях получилось, что такое невозможно, значит нельзя.

Ответ: нет.

№3.

Пусть x лет - сейчас сыну, y лет - маме, z лет - папе.

$x+y+z=65$
$x-8+y-8+z-8=40$
$x+y+z-27=40$
$x+y+z=67$

$\Rightarrow$ 8 лет назад сына не было.

$y-8+z-8=40$
$z+y=58$
$(x+y+z)-(y+z)=65-58$
$x=7$
$7-4=3$ (года) - было сыну 4 года назад.
$3\cdot 9+4=31$ (год) - отцу сейчас.

Ответ: ему сейчас 31 год.

№4.

~~$180^\circ : 30 = 6^\circ$ - одно маленькое деление.~~
~~$120^\circ : 6^\circ = 20$ делений - между ними.~~
~~$14 : 5 = 12$ мин - одно пройденное часовой стрелкой маленькое деление.~~
~~1м дел = 1мин (для минутной стрелки)~~
~~Если прошло 12 мин, то минутная пройдёт 12 делений, а часовая одно, между ними будет 11 делений (не подходит)~~
~~Если прошло 24 мин (12·2), то мин~~

№2.

Образуемая фигура это круг. Площадь круга зависит от радиуса. Радиусом будет являться бо́льшая из сторон, к которым прилегает $\angle\alpha$. Площадь будет наименьшей если эти стороны будут равны, т.к. если одна сторона будет больше другой, то получаемый круг будет больше, чем если стороны будут равны меньшей из них. Третья сторона, к которой не прилегает $\angle\alpha$ должна быть меньше двух других, иначе $\angle\alpha \geq 30^\circ$.

Ответ: 2 стороны должны быть равны, а третья должна быть меньше, чем они.

+

№6.

$2015 : 4 = 503{,}75 \approx 504$ - 2^{2015}, кол-во знаков.

```
-2015 | 4
 20   |503,75
 -015
   12
  -30
   28
  -20
   20
    0
```

$2015 : 2 = 1007{,}5 \approx 1008$ - 8^{2015}, кол-во знаков.

```
-2015 | 2
 2    |1007,5
 -0
  0
 -15
  14
 -10
  10
   0
```

$1008 + 504 = 1512$ знаков - всего.

Ответ: 1512.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	3+2	МЮ 23-63	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Вариант № 7092	шифр	

ФАМИЛИЯ Васильева

ИМЯ Татьяна

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 15.08.1999 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

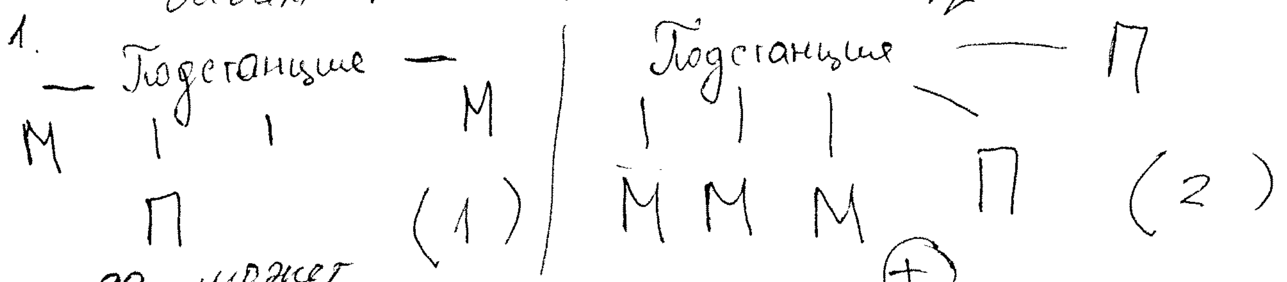
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

Шифр не заполнять! ⇨ МЮ 23-63

~~выдан 1ый доп лист + 2ой ...~~

1.



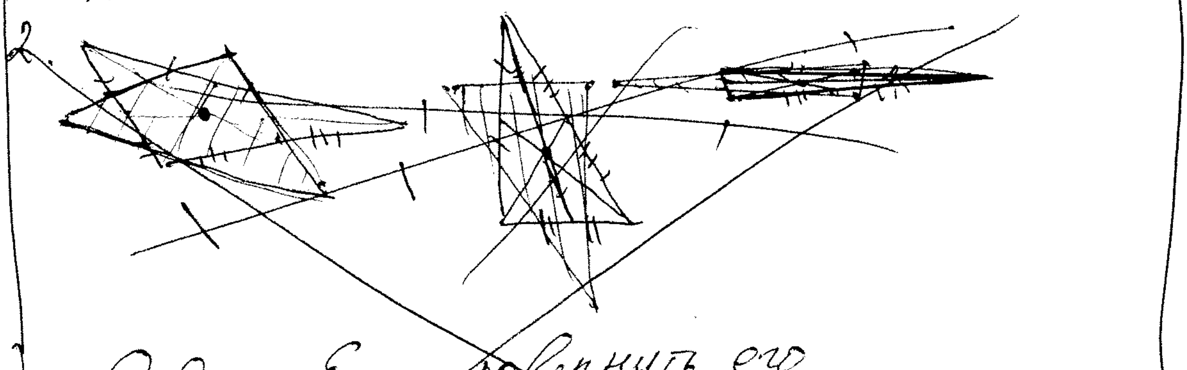
да, может

Если будет больше линий (2), то нужно будет вести либо в М, либо в П, так например если добавить ещё ~~две~~ линию, то ~~она~~ она должна будет вести в М, иначе „условие 1" не будут выполняться, а вторая в П, ~~по тем же~~ ~~причинам~~ т.к. не выполнеется „условие 2", но если мы сделаем так, то не будет выполняться уже „условие 1" ~~Это~~ и т.д. (если добавлять линии) Значит возможны лишь 2 вар-та, описанные мной (1) и (2).

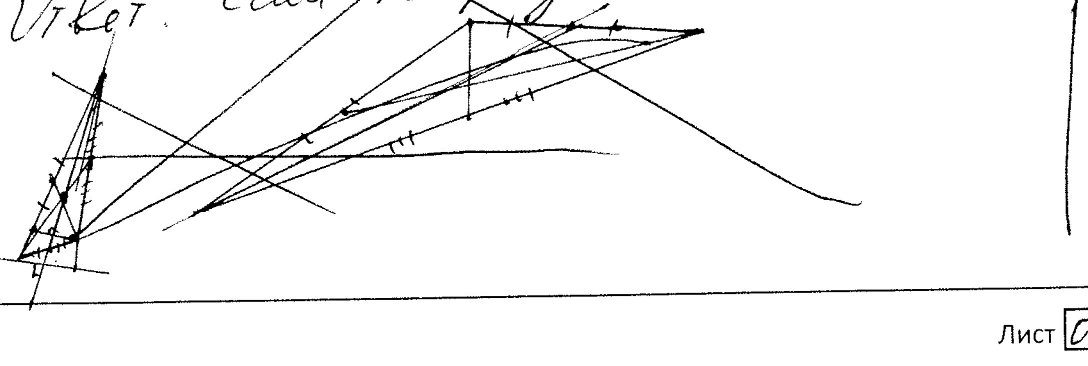
Если учитывать, что „условие 1" - среди любых 3х 1 в М, а „условие 2" - среди любых 4х 1 в П.

Ответ: Может быть меньше 5-ти, но если не меньше пяти, то ~~ст~~ линий, которые не ведут ни в М ни в П не будет.

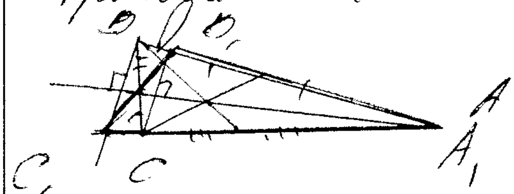
2.

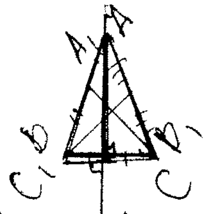


Ответ: Если повернуть его



~~2~~1. 2. Ответ: Ось вращения ~~должна~~ проходить через точку пересечения медиан Δ-ка и лежать ~~проходить~~ на самой длинной из медиан.





$-$

3. $T(x)=x^2+px+q=0$ $\quad D=0$ $\quad D=\underset{=0}{p^2-4q}=\cancel{(p+2\sqrt{q})(p-2\sqrt{q})}$

$\cancel{\left[\begin{array}{l} p+2\sqrt{q}=0 \\ p-2\sqrt{q}=0 \end{array}\right.}$

$T(T(T(x)))=0$

$T(T(x))=T(0)=0^2+p\cdot 0+q=q$

$T(T(T(x)))=T(q)=q^2+qp+q=0$

$T(q)=q^2+qp+q=q(q+p+1)=0$ $\quad T(x)\not\equiv 0$!

$-$.

$\left[\begin{array}{l} q=0 \\ q+p+1=0 \end{array}\right.$

$p=-q-1$

$\cancel{\left[\begin{array}{l} 2\sqrt{q}-q-1=0 \\ -2\sqrt{q}-q-1=0 \end{array}\right.}$

$p^2=4q$

$(-q-1)^2=4q$ $\quad$ либо $\quad$ $\cancel{-(q+1)^2=4q}$

$q^2+2q+1=4q$ $\quad$ $\cancel{-q^2-2q-1=4q}$

$q^2-2q+1=0$ $\quad$ $\cancel{-q^2-6q-1=0}$

$\cancel{q^2+6q+1=0}$

$D=0$ $\quad$ $\cancel{D=36-4=32}$

$q=1$ $\quad$ $\cancel{q_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{32}}{2}}=\frac{-6\pm 4\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $q=0;1.$

=

5.

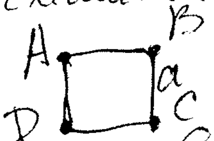
X2 X3 —

Выгоднее всего положить деньги поровну во все банки, т.к. если положить в два или в один может попасться банк, который разорится. (—)

Так же не стоит оставлять деньги дома, т.к. потери ~~во-первых выручка будет больше за счёт~~ тоже высокого взноса, а во вторых те деньги, которые увел. останутся дома, никакой прибыли не принесут.

Значит самым оптимальным вариантом считается положить поровну все деньги в банки. В итоге сумма возрастёт от 600000 до $\frac{600000\cdot 5}{3} = 1000.000$? Откуда $\frac{5}{3}$?

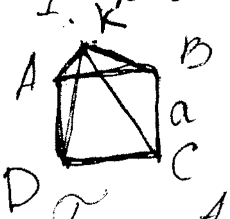
7. ~~Ответ:~~ Всего есть 3 варианта расположения советского радиопередатчика рассмотрим по схемам: (+)



Пусть в четырёх вершинах данного квадрата расположены немецкие радиостанции (по условию), где ABCD — радиостанции и a — сторона

Рассмотрим поочерёдно все варианты:

I. вне квадрата (К — советский радиопередатчик)



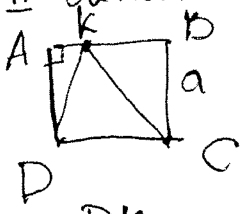
$AK < KB < KD < KC$, соответственно $1 < 4 < 5 < 9$, значит

Пусть $AK = 1$, $KB = 4$, $KD = 5$, а $KC = 9$, тогда рассмотрим ΔAKB и ΔKBC из теоремы о сумме сторон ~~двух~~ треугольника,

ΔAKB: $1+4 > a > 4-1$ и ΔKBC: $4 + a > 9$!

Противоречие! $a < 5$ и $a > 5$, значит такой вариант невозможен.

II Лежит на стороне (К ∩ любой из сторон)



$AK=1$ $KB=4$ $KD=5$ $KC=9$

~~4ц~~ $AB=AK+KB=5$, ~~а~~

рассмотрим $\triangle DAK$ со стороной $DA=5$,

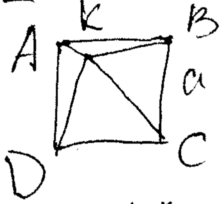
$DK=5$ и $\angle A=90°$ — противоречие! По т. Пифагора

$\cancel{a^2+1^2=5^2}$ $a^2+b^2=c^2$, а $5^2+1^2\neq5^2$.

Значит и такой вариант невозможен.

Остался только 1 вариант.

III Лежит внутри квадрата



Снова рассмотрим $\triangle AKB$ и $\triangle BKC$.

Как и в первом варианте, по т. о сумме сторон треугольника

$\triangle AKB:\ 4-1<a<4+1$

$\triangle BKC:\ a+4>9;\ a>5$

$AK=1$ $KB=4$

$KD=5$ $KC=9$

снова противоречие! $a<5$ и $a>5$

Значит и этот вариант невозможен.

А больше вариантов нет, из-за пропорции $1:4:5:9$.

Ответ: Мюллер не должен верить такому сообщению.

4. Первое достаточно близкое приближение минутной и часовой стрелок после отдаления происходит в 1 час 5 мин и 1 час 6 мин, причём мы не берём в расчёт 1 минуту после полудня, т.к. 1 минута на циферблате составляет $\frac{360}{60}=6°$, а $6°>2$, даже если учитывать малейшее движение часовой стрелки.

Итак, рассмотрим приближения стрелок в 1 час 5 мин. Как мы уже выяснили, минутная стрелка двигается $6°$ в мин, теперь предстоит узнать, насколько градусов движется часовая в минуту. $\frac{360}{12\cdot60}=\frac{1}{2}$ градуса в минуту. Значит в 1:05 расстояние между ними будет $2\frac{1}{2}°$, а в 1:06 $3\frac{1}{2}°$. Проверим это для 2-х часов:

2:10 минутная: 60° часовая: 60°+5°=65°, зн. разница между ними в 5°, а в 2:11 минутная: 66°, а часовая: $65\frac{1}{2}°$ значит их разница составляет $\frac{1}{2}°$

±

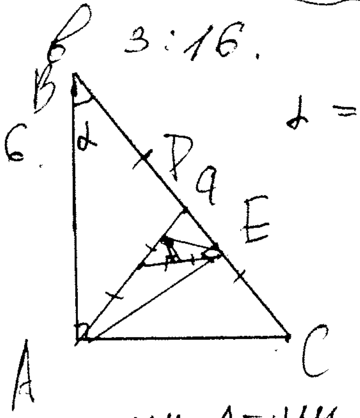
То же проделаем для 3х часов:

3:15 минутная: 90°, часовая: 90°+7,5=97,5° разница =7,5° - нет, а в ~~3:16~~ 3:16 минутная: 96°, а часовая: 90°+8°=98° и разница между ними составляет 2°.

Значит впервые после полудня это произошло в 3:16.

← почему? нет обоснования.

6.



$\alpha = \frac{11}{24}\pi \approx 1°$ a=640м

~~tg sin α ≈ 1/10⁵ 0,00001, tg cos α ≈ 9,99999~~

ΔABC ~ EAD и ~ со всеми остальными Δ-ми

и ~~BD~~ $\frac{BC}{AD} = \frac{BA}{AE} = \frac{AC}{DE} \approx 2$?

и $\sin\alpha \approx 0,00001$

$\cos\alpha \approx 0,99999$

$\frac{640м}{2^4} = \frac{640}{16} = 40м$

−?

$\cancel{\frac{40}{a}} \approx \frac{1}{100000} \approx \frac{a}{40} \approx \frac{\cancel{40000}}{4000000}$

$\cancel{\frac{40}{b}} \approx \frac{99999}{100000} \approx \frac{b}{40} \approx \frac{99999\cdot 4}{4000000}$

$a \approx \frac{\cancel{4}40}{10000\cancel{0}} \approx 0,0005$

$b \approx \frac{4\cancel{0}\cdot 99999}{10000\cancel{0}} \approx 39,9996$

$S = \frac{\cancel{40}\cdot 40 \cdot 99999}{\cancel{100000}\cdot 100000} \approx 0,01599984\ м^2$?

Ответ: 40м и ≈ 0,01599984м²

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	НЯ51-34 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВОЛКОВ

ИМЯ ГРИГОРИЙ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 05.10.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1). Среди любых 3 есть хотябы 1, котор. ведет в М.
2) Среди любых 4 есть хотябы 1, котор. ведет в П.

а). Да, может. (Например, всего 4 линии, 2 ведут в М., 1 в П., 1 еще куда-нибудь.)

б). Обозначим кол-во станций n (по усл. $n \geq 5$). Для выполнения 1-ого условия, кол-во ~~ста~~ линий, ведущих в М. должно быть как минимум $(n-2)$. Для выполнения 2-ого условия, кол-во линий, ведущих в П. должно быть как минимум $(n-3)$. Т.к. $n \geq 5$, то всего ~~станций~~ линий, ведущих в М. или П. $2n-5 \geq 5$. Так же сумма линий, вед. в М. или П. должна быть строго меньше n (чтобы была ~~одна~~ хотя бы 1 линия, кот. ведет в другой пункт). Получается:

$$\begin{cases} n \geq 5 \\ 2n-5 < n \\ 2n-5 \geq 5 \end{cases}$$

решений эта система не имеет, а следовательно ответ на второй вопрос нет, не может.

Ответ: а). Да, может
б) Нет, не может.

+

№4.

Пусть цифра 12 – начало отсчёта, тогда, уравнение угла отклонения часовой стрелки от 12-ти (зависимость градусов от минуты) выглядит так: $\circ_1(t) = 0{,}5t$ (т.к. 360° часовая стрелка проходит за 12 часов). То же ур-ие, только для минутной выглядит так: $\circ_2(t) = 6t$.

Учитывая период обращения минутной стрелки, получаем из условия:

$6t - 0{,}5t = 360n + 2$

$5{,}5t = 360n + 2$

Я перебрал в черновике все возможные n (от 0 до 12) и нашёл, что при ~~n~~ n = 8, t получается целым (т.к. 2882 дел. на 11):

$5{,}5t = 2882$

$t = 524$ мин. = 8 ч. 44 мин.

$\frac{524}{12}$ $\frac{}{66}$ Значит, через 8 ч. 44 мин. на циферблате будет описанная в усл. картинка. Т.е. в 20 ч. 44 мин.

Ответ: 20 ч. 44 мин.

№5.

Т.к. мы не знаем в каком банке какой тариф действует, то ~~ну~~ если и распределять деньги по банкам, то поровну в каждый.

Пусть n – кол-во денег, котор. мы разместим в каждый банк (n от 0 до 200 000), тогда f(n) – сколько мы получим прибыли с этого.

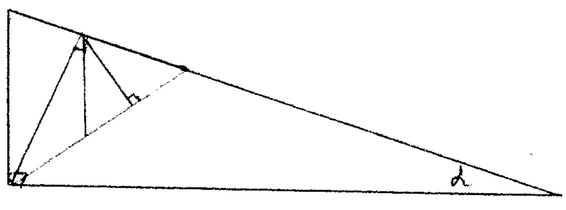
$f(n) = 5n + 600\,000 - 3n = 2n + 600\,000$.

Очевидно, что максимальная прибыль достигается при максимальном n. Значит f(200 000) – искомое. f(200 000) = 1 000 000.

нет обоснования оптимальности (±)

Ответ: в каждый банк по 200.000, получим 1.000.000.

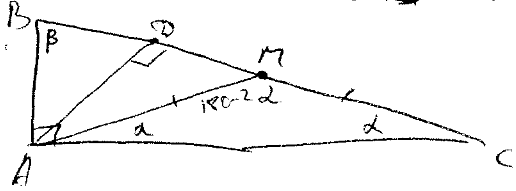
№6.



1) ~~С гипотенузой все и~~

На каждом шаге гипотенуза делится пополам, то есть гипотенуза n-го треугольника $C_n = \frac{640}{2^{n-1}}$

2) Чтобы понять, что происходит с углом, рассмотрим 1-ое деление:



$AM = MC \Rightarrow \angle MAC = \angle MCA = \alpha \Rightarrow \angle AMC = 180° - 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DMA = 2\alpha$, а другой угол $\angle DAM = 2\beta - 90°$.

Иными словами, на каждом делении, больший угол увел. в 2 раза и у нас вычитывается 90°, а меньший просто увелич. в 2 раза.

Далее рассмотрим поэтапно, какие острые углы будут в тр-ах пред делением к длине гипотенузы:

1). $\frac{11\pi}{24}$; $\frac{1\pi}{24}$; 640

2) $\frac{2\pi}{24}$; $\frac{10\pi}{24}$; 320

3) $\frac{4\pi}{24}$; $\frac{8\pi}{24}$; 160

4) $\frac{8\pi}{24}$; $\frac{4\pi}{24}$; 80

5) $\frac{4\pi}{24}$; $\frac{8\pi}{24}$; 40

Значит, 5ый тре-к – имеет углы 30° и 60° и гипотенузу 40 м, значит его ~~катеты~~

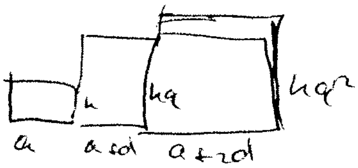
$$S = \frac{40 \cdot 40 \cdot \sin(60^\circ)}{4} = \frac{400\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}.$$

Примечание: Т.к. в условии не было указано считать ли изначальный треугольник первым, я его взял за первый.

Ответ: а) 40 м
б) $200\sqrt{3}$ м²

№7

Обозначим:



a - длина 1го

h - высота 1го

d - разность пр-ии

q - частное пр-ии.

По условию составим систему из 4х ур-ний:

$$\begin{cases} ah=15 \\ (a+d)hq=60 \\ (a+2d)hq^2=180 \\ 3a+3d=30 \Rightarrow a+d=10 \Rightarrow a=10-d \end{cases}$$

Заменим a в первых трех:

$$\begin{cases} (10-d)h=15 \ (1) \\ 10hq=60 \ (2) \\ (10+d)hq^2=180 \ (3) \end{cases}$$

Разделим (3) на (2) и получим:

$$\frac{(10+d)\cancel{hq^2}\,q}{10\cancel{hq}}=3 \Rightarrow (10+d)q=30$$

Разделим (2) на (1) и получим:

$$\frac{10hq}{(10-d)h}=4 \Rightarrow 40-4d=10q \Rightarrow q=4-0{,}4d$$

Подставим q:

$$(10+d)(4-0{,}4d)=30$$

$$40+4d-4d-0{,}4d^2=30$$

$$0{,}4d^2=10 \Rightarrow d^2=25 \Rightarrow \underline{d=5}$$

Значит, $d=8 \Rightarrow q = 4-2=2 \Rightarrow a=5 \Rightarrow h=3$.

Значит, высота $3^{\text{го}}$ пьедестала: $hq^2 = 3\cdot 4 = 12$

Значит, размеры пьедестала: 30 на 12 (м)

Ответ: 30 на 12

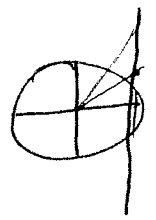
+

№2

~~Чтобы~~ tgx - было меньше и $tg2x$,

будет соблюдаться только при $x = \pi k$, $k \in Z$. V

и тогда $2015^{tgx} = 1$ V



+

Ответ: 1

№3.

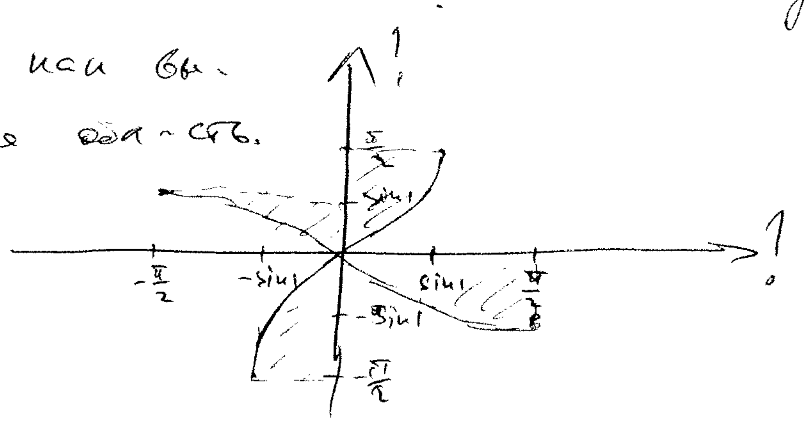
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Рассмотрим графики ~~перв~~ 2-ух ур-ий

и построим их схематично:

каки ур-ия?

Я заштриховала, как выглядит искомая область.



−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	ЕЙ 85-35 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВОЛКОВА

ИМЯ МАРИЯ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИСЛАВОВНА

Дата рождения 24.10.2000 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1) Т.к. среди любых 3 линий обязательно есть одна, идущая в М => линий не идущих в М < 3 (иначе можно найти такие линии)

(+) 2) Т.к. среди любых 4 линий обязательно есть линия, ведущая в П => линий не идущих в П < 4 (иначе противоречие условию)

3) Т.о. если же выбрать наугад пять линий, то максимальное кол-во среди них могут идти и не в М, и не в П — 2 (число, которое удовлетворяет и первому пункту, и второму, и целое)

№3. Пусть возраст отца = О (буква О), матери = М (буква), сына = С, тогда

(+)

$O+M+C=65$ (сейчас)

$O-9+M-9+C-9=40$ (4 года назад) $\Rightarrow O+M+C=67$

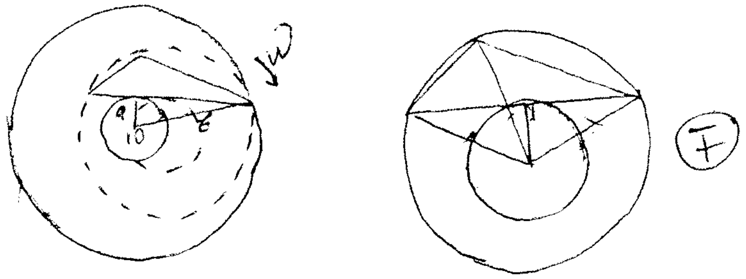
=> 4 года назад сыну было "2" => сейчас $C=7$

Тогда 4 года назад $C=7-\cancel{7}^{4}=3$, и $O=9C=9\cdot 3=27$

=> сейчас $O=31$

Ответ: 31 год

№2.



(+)

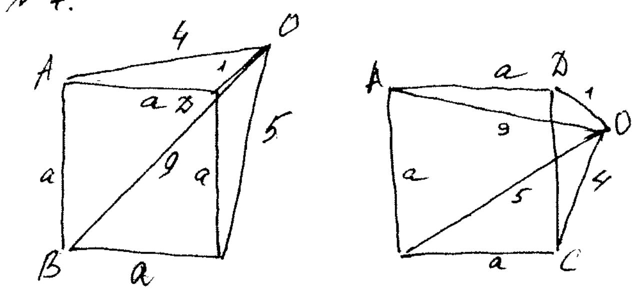
$S=\pi B^2-\pi a^2=\pi(b^2-a^2)$

=> S-мин., когда а - макс., и в-мин. одновременно

(в - ~~расстоя~~ максимальное расстояние от точки О (точка, через которую проходит ось) до точки, содержащейся треугольн.; а - минимальное расстояние от точки О до точки, содержащейся треугольником)

=> Чтобы S было минимальным ось должна проходить через центр описанной окружности.

№7.



1) существует 2 ~~ра~~ разных варианта распределения расстояний (вар.1. и вар.2.)

2) Рассмотрим вар.1.:

Из неравенст треугольников ($a<b+c$; $b<a+c$; $c<a+b$)

$\Rightarrow a<4+1 \Rightarrow a<5$ ($\triangle AOD$);

$9<a+4 \Rightarrow a>5$ ($\triangle AOB$) $\Rightarrow 5<a<5$ - ~~что~~ не возможно

$\Rightarrow$ в этом случае Мюллер не должен верить.

3) Рассмотрим вар.2.:

Из неравенств треугольников $\Rightarrow$

$9<a+1 \Rightarrow a>8$ ($\triangle AOD$)

$a<4+1 \Rightarrow a<5$ ($\triangle DOC$) $\Rightarrow 8<a<5$ - не возможно

$\Rightarrow$ в этом случае Мюллер так же не должен верить сообщению.

Ответ: не должен.

+

№5.

Время	письм	банд	посл.
8:00	↑	↑	↑
8:10	↓	–	–
8:15	↑	↓	–
8:20	–	↑	–
8:25	↑	–	↓
8:30	–	–	↑
8:35	↑	↓	–
8:40	–	↑	–
8:45	↓	–	–
8:50	↑	–	–
8:55	–	↑	↓
9:00	↓	–	↑
9:05	↑	–	–
9:10	–	↓	–
9:15	↓	↑	–
9:20	↑	–	–
9:25	–	–	↓
9:30	↑	↓	↑
9:35	–	↑	–
9:40	↓	–	–
9:45	↑	–	–
9:50	–	↓	–
9:55	↑	↑	↓
10:00	–	–	↑
10:05	↓	–	–

цикл

Время	писм	банд	посл
10:10	↑	↓	–
10:15	–	↑	–
10:20	↓	–	–
10:25	↑	–	↓
10:30	–	↓	↑
10:35	↓	↑	–
10:40	↑	–	–
10:45	–	–	–
10:50	↑	↓	–
10:55	–	↑	↓
11:00	↓	–	↑
11:05	↑	–	–
11:10	–	↓	–

↓ - приехала

↑ - уехала

↑ - уехала пустая

— - в пути

Начиная с 10:55 начинает повторятся цикл.

Длительность цикла 2 часа

За один цикл Печкин отправляет 6 тележек с письмами и 5 тележек с бандеролями

До 8:55 Печкин успел отправить 3 тележки с письмами и 3 тележки с бандеролями

За один рабочий день (8 часов) всего 3 цикла и первые 50 мин. и последний 1 час 50 мин.

$\Rightarrow$ Писем: $3\cdot6+3+\cancel{2}^{6}=2\cancel{4}7$

Бандеролей: $5\cdot3+3+5=23$

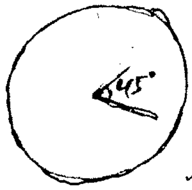
Т.к. посылки Печкин отправляет каждые пол часа, то всего посылок будет 16 ~~ы~~ тележек.

+

№4.

1) Рассмотрим 2 варианта:

Вариант 1.



$\omega_{стр.мин.} = 6°/мин$

$\omega_{стр.час.} = \frac{1}{2}°/мин.$

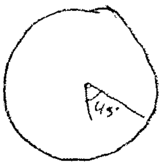
Пусть всего прошло время $= t$ и n целых часов, тогда:

$6t = 360n + \frac{1}{2}t + 45$

$t = \frac{3600n + 450}{55} = \frac{720n + 90}{11}$

$\Rightarrow 720n + 90 \underset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 720n \underset{11}{\equiv} -2 \Rightarrow$ наименьшее $n = 4$ ~~$n \equiv 0$ (т.к. $720 \equiv 5$)~~ $\Rightarrow t = 270$ мин $= 4{,}5$ часа

Вариант 2.



$\omega_{стр.мин.} = 6°/мин.$

$\omega_{стр.час.} = \frac{1}{2}°/мин.$

Пусть всего прошло время t и n целых часов, тогда:

$6t = 360n - \left(\frac{t}{2} - 45\right) = 360n + 45 - \frac{t}{2}$

$t = \frac{3600n + 450}{65} = \frac{720n + 90}{13}$

$\Rightarrow 720n \underset{13}{\equiv} -90 \underset{13}{\equiv} -1 \Rightarrow 5n \underset{13}{\equiv} -1 \Rightarrow$ наименьшее $n = 8$ ~~$\Rightarrow t = 450 = 8$~~

Т.к. такое событие произошло впервые после покупки время, которое показывают часы 4,5 часа. +

№6. В записи числа 5^{2015} будет 2015 цифр.

В записи числа 2^{2015} будет 672 цифры

$\Rightarrow$ всего $2015 + 672 = \underline{2687}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 39-65

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Воронова

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 31.05.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вор

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 2

Пусть $tg x = a,\ a \in Z,\ tg 2x = b,\ b \in Z$

$tg 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x \,|:\cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x \,|:\cos^2 x} = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x} =$

$= \frac{2a}{1-a^2}$ $\qquad \frac{2a}{1-a^2} = b$

$\frac{2a}{1-a^2} - b^{\,1-a^2} = 0$

$\frac{2a - b + ba^2}{1-a^2} = 0 \Rightarrow a \neq 1,\ a \neq -1$

$ba^2 + 2a - b = 0$

1) $b \neq 0$

$\frac{D}{4} = 1 + b^2$

$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+b^2}}{b}$

т.к. $a \in Z \Rightarrow (\sqrt{1+b^2}) \in Z$

Пусть $\sqrt{1+b^2} = c,\ c \in N$

$1 + b^2 = c^2$

$(c-b)(c+b) = 1$

т.к. $c \in Z,\ b \in Z \Rightarrow (c-b) \in Z,\ (c+b) \in Z \Rightarrow$

$\Rightarrow + \begin{cases} c - b = 1 \\ c + b = 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} c - b = -1 \\ c + b = -1 \end{cases}$

$2c = 2$ $\qquad 2c = -2$

$c = 1$ $\qquad c = -1 \notin N$ – неудов усл.

$b = 0$ — не удовлетворяет условию $b \neq 0$

2) $b = 0$

$0 \cdot a^2 + 2a - 0 = 0$

$a = 0 \Rightarrow tg x = 0$ $\qquad x = \pi k;\ k \in Z$

$tg\,2x = tg(2\pi k) = 0 \in Z$

Таким образом $\begin{cases} tg\,x \in Z \\ tg\,2x \in Z \end{cases}$ выполняется

только при $x = \pi k,\ k \in Z$

$2015^{tg\,x} = 2015^{0} = 1$

Ответ: $x = \pi k,\ k \in Z$

$2015^{tg(\pi k)} = 1$

+

№ 4

Скорость минутной стрелки $v_м = \frac{360°}{60 мин} = 6°/мин$

Скорость часовой стрелки $\frac{360° \cdot \frac{1}{12}}{60 мин} = 0{,}5°/мин$

Путь, пройденный часовой стрелкой за время t мин $S_ч = v_ч t = 0{,}5t$ (°)

Путь, пройденный минутной стрелкой за t мин $S_м = v_м t - [\frac{t}{60}] \cdot 360 = 6t - [\frac{t}{60}] \cdot 360$ (°),

где $[\frac{t}{60}]$ - целая часть от $\frac{t}{60}$. Величина $([\frac{t}{60}] \cdot 360)°$ показывает сколько целых оборотов сделала стрелка за t мин.

Расстояние (угол) между часовой и минутной стрелкой составляет $|S_м - S_ч| = 2$

1) ~~Пусть~~ если $S_м > S_ч$

$6t - [\frac{t}{60}] \cdot 360 - 0{,}5t = 2$

$5{,}5t - 2 = [\frac{t}{60}] \cdot 360$

Пусть $[\frac{t}{60}] = n$, $n < 12$ (т.к. через 12 оборотов минутной стрелки часовая и минутная стрелки будут показывать ~~00:00~~ 00ч 00мин), тогда $t = 60n + \alpha$, $\alpha < 60$ мин, $\alpha \in Z$

$5,5(60n+\alpha)-2=n\cdot 360$

$330n+5,5\alpha-2=360n$

$5,5\alpha-2=30n \mid \cdot 2$

$11\alpha-4=60n$

$\alpha=\frac{60n+4}{11}$ Переберем все возможные n

$n=0 \quad \alpha=\frac{4}{11}\notin Z$

$n=1 \quad \alpha=\frac{64}{11}\notin Z$

$n=2 \quad \alpha=\frac{124}{11}\notin Z$

$n=3 \quad \alpha=\frac{184}{11}\notin Z$

$n=4 \quad \alpha=\frac{244}{11}\notin Z$

$n=5 \quad \alpha=\frac{304}{11}\notin Z$

$n=6 \quad \alpha=\frac{364}{11}\notin Z$

$n=7 \quad \alpha=\frac{424}{11}\notin Z$

$n=8 \quad \alpha=\frac{484}{11}=44\in Z$ ⇒ Время: 8ч 44 мин

$n=9 \quad \alpha=\frac{544}{11}\notin Z$

$n=10 \quad \alpha=\frac{604}{11}\notin Z$

$n=11 \quad \alpha=\frac{664}{11}\notin Z$

2) если $S_м < S_ч$

$6t-\left[\frac{t}{60}\right]\cdot 360-0,5t=-2$

$5,5t+2=360\left[\frac{t}{60}\right]$

$5,5(60n+\alpha)+2=360n$

$330n+5,5\alpha+2=360n$

$30n=5,5\alpha+2 \mid \cdot 2$

$60n=11\alpha+4$

$\alpha=\frac{60n-4}{11}$

$n=0 \quad \alpha=-\frac{4}{11}\notin Z$

$n=1 \quad \alpha=\frac{56}{11}\notin Z$

$n=2 \quad \alpha=\frac{116}{11}\notin Z$

$n=3 \quad \alpha=\frac{176}{11}=16\in Z$ ⇒ Время 3ч 16 мин

$n=4 \quad \alpha=$

$n=5 \quad \alpha=$

$n=6 \quad \alpha=$

$n=7 \quad \alpha=$

$n=8 \quad \alpha=$

не нужно рассматривать, т.к. при n=3 выполняется

Если событие произошло раньше 8ч 44 мин, то нужно рассматривать только $n\leq 8$

Ответ: 3ч 16 мин

+

№ 5

Если Иван Иванович положит в каждый банк по 200 тыс. руб., то его доход через год гарантированно составит:

$$\underbrace{200 \cdot 2}_{\text{один из банков, в котором вклад удваивается}} + \underbrace{200 \cdot 3}_{\text{другой банк, в котором вклад утраивается}} + \underbrace{(-200)}_{\text{~~ещё~~ один банк, в котором вклад будет утерян}} =$$

$= \underline{400 + 600 - 200 = 800}$ тыс. руб.

Если Иван Иванович положит в один из банков меньше 200 тыс. руб. ($(200-a)$ тыс. руб.), а сумму (a) оставит дома, то его максимальный доход через год в худшем случае будет равен:

$$\underbrace{(200-a)\cdot 3}_{\text{т.к. в худшем случае Иван положит меньше денег именно в банке утроения вклада}} + 400 - 200 = 800 - 3a < 800$$

Поскольку $800 - 3a < 800$, Ивану Ивановичу невыгодно оставлять любую сумму денег дома.

Если Иван Иванович положит в один из банков больше 200 тыс. руб. ($(200+a)$ тыс. руб.), то ему придется снять сумму (a) руб. с другого счета. В итоге в худшем случае его доход составит

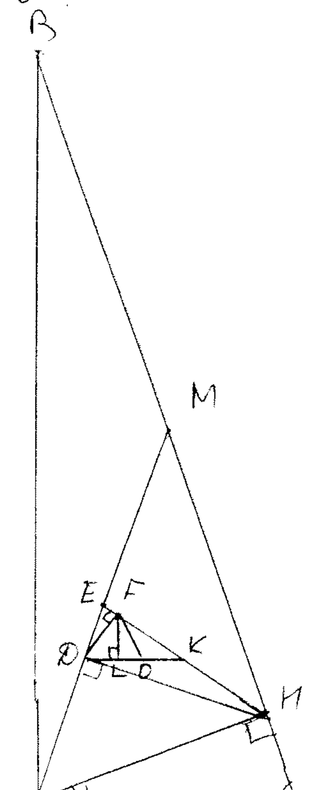
$$\underbrace{(200-a)\cdot 3}_{\text{т.к. в худшем случае Иван снимет деньги именно со счета в банке утроения вклада}} + 400 - \underbrace{(200+a)}_{\text{т.к. в худшем случае Иван положит деньги на счёт именно в банке, где вклад будет утерян}} = 800 - 4a < 800$$

Т.к. $800 \cdot 4a < 800$, Ивану Ивановичу невыгодно класть в какой-либо банк сумму больше 200тыс., а в другой — меньше 200тыс., ведь в этом случае его потенциальный максимальный доход будет ниже, чем если бы он положил в каждый банк по 200тыс руб.

Таким образом, оптимальной стратегией является положить в каждый банк по 200 тыс. рублей. В этом случае через год он получит 800тыс. руб.

Ответ: положить в каждый банк по 200000 руб.; через год он получит 800000 руб.

№6



Дано: $\triangle ABC$, $BC = 640$ м

$\angle BAC = 90°$

$\angle BCA = \frac{4\pi}{24}$

AM, ~~медиана~~ HE, OK, FO — ~~AH — высота~~ медианы

AH, HD, OF, FL — высоты

Найти: S_{FLO}, FO

Решение: 1) $\left.\begin{matrix} AM - \text{мед.} \\ \triangle ABC - \text{прямоуг.} \end{matrix}\right\} \Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC$ (по св-ву мед. пр. $\triangle$)

аналогично $HE = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{4} BC$

$DK = \frac{1}{2} HE = \frac{1}{8} BC$

$FO = \frac{1}{2} D = \frac{1}{16} BC = \frac{640}{16} = 40$ м

2) $\triangle AHC$: $\angle HAC = \frac{\pi}{2} - \angle BCA = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

$\triangle AMC$ − равнобедр ($AM = \frac{1}{2}BC = MC$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MAC = \angle MCA = \frac{11\pi}{24}$

$\angle MAH = \angle MAC - \angle HAC = \frac{11\pi}{24} - \frac{\pi}{24} = \frac{10\pi}{4}$

аналогично

$\triangle ADH$:

$\angle DHA = \frac{\pi}{2} - \frac{10\pi}{24} = \frac{2\pi}{24}$

$\angle AHE = \frac{10\pi}{24}$

$\angle DHE = \frac{10\pi}{24} - \frac{2\pi}{24} = \frac{8\pi}{24}$

$\triangle DFH$:

$\angle FDH = \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{24} = \frac{4\pi}{24}$

$\angle KDH = \frac{8\pi}{24}$

$\angle FDK = \frac{4\pi}{24} - \frac{8\pi}{24} = -\frac{4\pi}{24} < 0 \Rightarrow$ исходный рисунок неверен,

(+) явный расчет

DK − высота, OF − медиана, тогда

$\triangle DKH$:

$\angle KDH = \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{24} = \frac{4\pi}{24}$

$\angle FDH = \frac{8\pi}{24}$

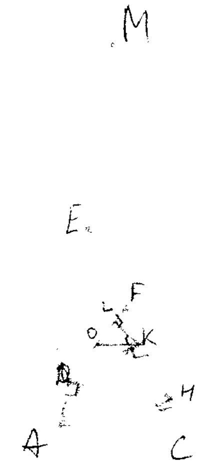
$\angle FDK = \frac{8\pi}{24} - \frac{4\pi}{24} = \frac{4\pi}{24}$

$\triangle DLK$:

$\angle LKD = \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{24} = \frac{8\pi}{24}$

$\angle DKO = \frac{4\pi}{24}$

$\angle LKO = \frac{8\pi}{24} - \frac{4\pi}{24} = \frac{4\pi}{24} = \frac{\pi}{6}$



~~мед~~ гипотенуза 5ого $\triangle LKO$ −

$KO = 40$ м

$\triangle LKO$: $LK = KO \cdot \cos\angle LKO$

$LK = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$ м

$S_{LKO} = \frac{1}{2} LK \cdot OK \cdot \sin\angle LKO$

$S_{LKO} = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{3} \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: гипотенуза 5ого треугольника 40 м, площадь $200\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 39-65

№ 7

h_1 l_1 S_1
h_2 l_2 S_2
h_3 l_3 S_3

Дано: $h_1 < h_2 < h_3$
$l_1 < l_2 < l_3$
$h_2 = h_1 \cdot b$
$h_3 = h_1 \cdot b^2$, где b – коэфф-т геом. прогр.
$l_2 = l_1 + a$
$l_3 = l_1 + 2a$, где a – разность ар. прогр.
$S_1 = 15$ дм^2
$S_2 = 60$ дм^2
$S_3 = 180$ дм^2
$l_1 + l_2 + l_3 = 30$ дм

Найти: $l_1, l_2, l_3, h_1, h_2, h_3$

Решение: $l_1 + l_2 + l_3 = 30$

$l_1 + l_1 + a + l_1 + 2a = 30$

$3l_1 + 3a = 30$

+

$l_1 + a = 10$ дм $\Rightarrow l_2 = 10$ дм

$l_1 = 10 - a$

$l_3 = 10 + a$

$S_2 = h_2 l_2$

$60 = h_2 \cdot 10 \quad h_2 = 6$ дм

$h_1 = \frac{h_2}{b} = \frac{6}{b} \quad h_3 = h_1 \cdot b^2 = 6 \cdot b$

$\begin{cases} S_1 = h_1 \cdot l_1 \\ S_3 = h_3 \cdot l_3 \end{cases}$

$\begin{cases} 15 = \frac{6}{b} (10 - a) \\ 180 = 6b(10 + a) \end{cases}$

$180 \cdot 15 = 36(10 - a)(10 + a) \mid : 36$

$5 \cdot 15 = 100 - a^2$

$a^2 = 25$

$a_1 = 5 \quad a_2 = -5$ – не удовлетворяет условию $l_2 > l_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 5$

$l_1 = 5 \quad l_3 = 15$

$15 = \frac{6}{b}(10 - 5) \quad \frac{6}{b} = 3 \quad b = 2$

$h_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad h_3 = 6 \cdot 2 = 12$

Ответ: ~~размеры~~ длины прямоугольников пьедестала: 5 дм, 10 дм, 15 дм
высоты прямоугольников пьедестала: 3 дм, 6 дм, 12 дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/12	ИЧ 32-83 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Вотякова

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 13.09.1997 Класс: 11А

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

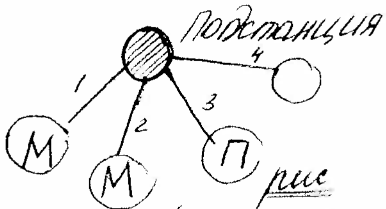
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ПЦ 32-83

№1. Заметим, что от распределительной подстанции может идти несколько линий электропередач к предприятиям города М. и поселка П.

а) Число всех линий может быть меньше пяти.

4 линии:



рис

Пояснение:

В данной ситуации (на рис.) среди любых трех линий есть одна, ведущая к предпр. М, а также среди любых четырех (в данном примере лишь одна четверка линий) есть одна, ведущая к П. Причем, отметим, что ~~к пуст~~ на месте пустого круга может быть как предприятие М, так и П.

б) Если n (n - число линий) $\geqslant 5$, то необходимы следующие требования для выполнения условия.

- Число m (m - число линий до предприятия П) $\geqslant n-3$, $m \leqslant n$
  (чтобы выполнялось „условие про П.")
- число l (l - число линий до предпр. П)
  $l \geqslant n-2$, $l < n$
  (чтобы выполнялось „условие про М")

$m, l, n \in \mathbb{Z}$

Заметим, что если $m = n-3$, то число линий, не ведущих в П. равно 3

если $n-2 = l$, то число линий, не ведущих в М. равно 2.

$2+3=5$. Но среди трех линий, не ведущих в П. обязательно по условию задачи должна быть линия, ведущая в М. Получаем противоречие.

Значит, такого быть не может

+

Ответ: а) да, может (см. рис. и пояснение)

б) нет, не найдутся

№2. $\begin{cases} tg x \in \mathbb{Z} \\ tg 2x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$tg 2x = \dfrac{2tg x}{1-tg^2 x} = m, \ m \in \mathbb{Z}$

① По св-ву пропорции: ①-если $m \neq 0$

$2tg x = m - m tg^2 x$

$m tg^2 x + 2tg x - m = 0$

Пусть $tg x = t, \ t \in \mathbb{Z}$

$D = 4 + 4m^2 \geq 0$ (чтобы был хотя бы один ~~корень~~ корень)

• выполняется при $m \in \mathbb{R}$

$t = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{1+m^2}}{2m}$

~~$t = \dfrac{-1 \pm 2\sqrt{1+m^2}}{2m}$~~ $t = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+m^2}}{m}$

Т.к. $t \in \mathbb{Z}$, то $\sqrt{1+m^2} \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} 1+m^2 = a^2, \ a \in \mathbb{Z} \\ 1+m^2 > 0 \end{cases}$

$m^2 = a^2 - 1$

$m^2 = (a-1)(a+1)$

Это равенство возможно только при $m = 0, \ a = \pm 1$ ~~$m = a-1$~~ ~~$m = a+1$~~

Но по нашему условию $m \neq 0$. Противоречие.

② если $m = 0$, то

$2tg x = 0$

$tg x = 0$

$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pi k \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi l \end{cases} k, l \in \mathbb{Z}$

Тогда, $tg 2x = \dfrac{2 \cdot 0}{1-0} = 0$

$\begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{\pi k}{2} \\ x \neq \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi l}{2} \end{cases} k, l \in \mathbb{Z}$

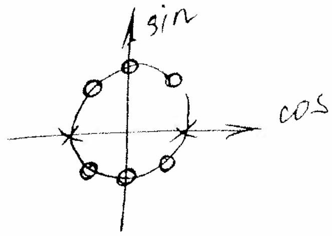
Вернемся к системе.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЯЧ 32-83

$$\begin{cases} x = \pi k \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi l \\ x = \frac{\pi n}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi p}{2} \end{cases} \quad k, l, n, p \in \mathbb{Z}$$



Решением системы будет

$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ: а) $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) 1

+

№4. Минутная стрелка проходит за 1час = 60 мин $360°$, т.е. за 1 мин минутная стрелка проходит $\frac{360°}{60} = 6°$

Часовая стрелка проходит за 1час = 60 мин $\frac{360°}{12} = 30°$, т.е. за 1 мин часовая стрелка проходит $\frac{30°}{60} = 30'$, а за 2 мин часовая стрелка проходит $1°$.

За каждую минуту часовая и минутная стрелки отдаляются / сближаются на

$6° - 30' = 5°30'$, а за 2 минуты на

$(5°30') \cdot 2 = 11°$

По условию нам необходимо найти такое событие, которое произошло впервые после полудня, а не все такие события, поэтому для решения задачи подойдет метод перебора.

1. Если минутная и часовая стрелки на 12^{00}. Между ними $0°$.

через 1 мин → S (расстояние между мин. и часовой стрелками) $= 5°30' > 2°$. Не подх.

Лист 3 из 7

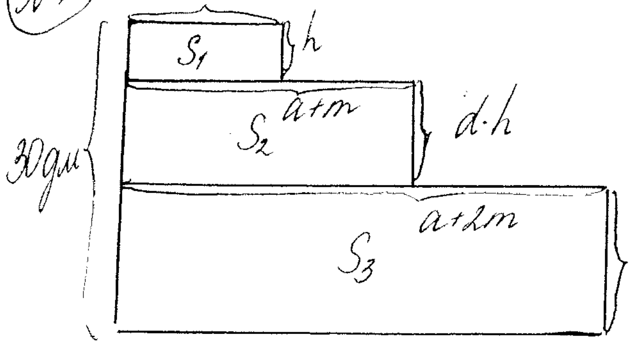
2. Если минутная на 12^{00}, часовая на 13^{00} (1)
(будем рассматривать каждый последующий час)
Между ними $30° = S$
через 2мин $\to S = 30° - 11° = 19°$
через 4мин $\to S = 8°$
через 5мин $\to S = 2°30'$
через 6мин $\to S = 3°$ (минутная стрелка обгонит часовую)
$3° > 2°$
Этот случай не подходит.

3. Если минутная на 12^{00}, часовая на 14^{00} (2)
$S = 60°$
через $5 \cdot 2 = 10$мин $\to S = 60° - 5 \cdot 11° = 5°$
через 11мин $\to S = 30'$ (минутная стрелка обгонит часов.)
через 12 мин $\to S = 6°$
$6° > 2°$ Этот случай не подходит.

4. Если минутная стрелка на 12^{00}, часовая на 15^{00} (3)
$S = 90°$
через $8 \cdot 2 = 16$мин $\to S = 90 - 8 \cdot 11 = 2°$
$2° = 2°$
Этот случай нам подходит.
Время на часах: 15:16 Это и будет первый такой случай после полудня.

Ответ: 15:16 +

№7.



$S_1 = 15$дм^2
$S_2 = 60$дм^2
$S_3 = 180$дм^2

Введем обозначения, как показано на рисунке (удовлетв. условиям задачи)

Видны одни горизонтальные Гар

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ И432-83

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} h+hd+hd^2=30 & (1) \\ ah=15 & (2) \\ (a+m)dh=60 & (3) \\ (a+2m)d^2h=180 & (4) \end{cases}$$

← не соотв. условию

$$\begin{cases} (3):(2) & \frac{a+m}{a}=4 \\ (4):(3) & \frac{(a+2m)d}{a+m}=3 \\ (4):(2) & \frac{(a+2m)d^2}{a}=12 \\ h=\frac{15}{a} & (5) \\ h(1+d+d^2)=30 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+m)d=4a & (6) \\ (a+2m)d=3(a+m) & (7) \\ (a+2m)d^2=12a & (8) \\ 1+d+d^2=2a & (1):(5) \end{cases}$$

±

• Рассмотрим (6):(7)

$$\frac{(a+m)\cancel{d}}{(a+2m)\cancel{d}}=\frac{4a}{3(a+m)}$$

$3(a+m)^2=4a(a+2m)$

$6am+3a^2+3m^2=4a^2+8am$

$3m^2=(a^2+2am+m^2)-m^2$

$4m^2=(a+m)^2$

$2m=a+m$ (остальные случаи не подходят по смыслу задачи)

~~$a+m=-2m$~~

$a=m$

Т.к. ступень наименьшей длины имеет меньшую высоту, т.е. меньшую площадь

• Рассмотрим (7):(8):

$$\frac{\cancel{(a+2m)}\cancel{d}}{\cancel{(a+2m)}d^{\cancel{2}}}=\frac{3(a+m)}{12a}$$

$$\frac{1}{d}=\frac{a+m}{4a}$$

$4a=d\cdot 2a$

$d=2$

• Подставим $d=2$ в (1)

$h(1+2+4)=30$

$h=\frac{30}{7}$

Выдан 1 дополнительный лист. [illegible]

~~Подставим $d=2$ в (6):~~

$(8): (a+2m)d^2 = 12a = 6\cdot 2a = 6\cdot(1+d+d^2)$

$d=2,\ a=m$, то

$\cancel{6}\cdot 2a = \cancel{6}\cdot(1+2+4)$

$a = \frac{7}{2} = m$

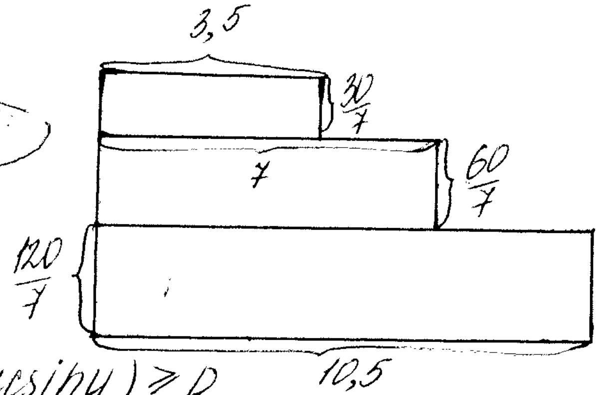
$a+m = \frac{7}{2}+\frac{7}{2} = 7$

$a+2m = 7+\frac{7}{2} = 10{,}5$

$d\cdot h = 2\cdot\frac{30}{7} = \frac{60}{7}$

$d^2\cdot h = 4\cdot\frac{30}{7} = \frac{120}{7}$

Ответ:



№3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Заметим, что $\sin y \in [-1;1]$

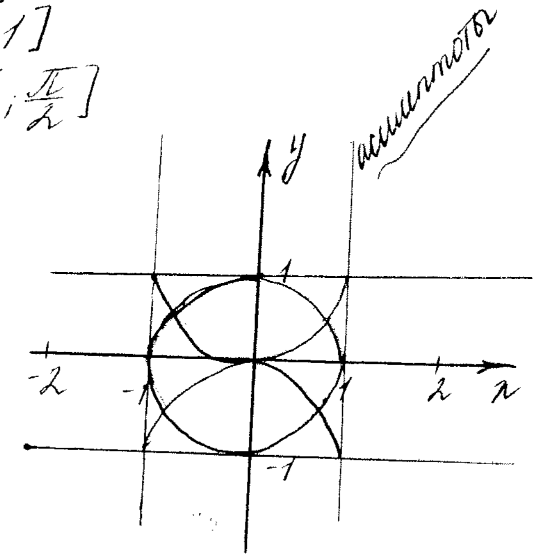
$\sin x \in [-1;1]$

Пусть $\arcsin x = \alpha,\ \alpha\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$

$\sin\alpha = x,\ x\in[-1;1]$

Аналогично, $y\in[-1;1]$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases} \end{array}\right.$$



$$\begin{cases} r=1 \\ S_{кр} = \pi r^2 = \pi \end{cases}$$

Ответ: π

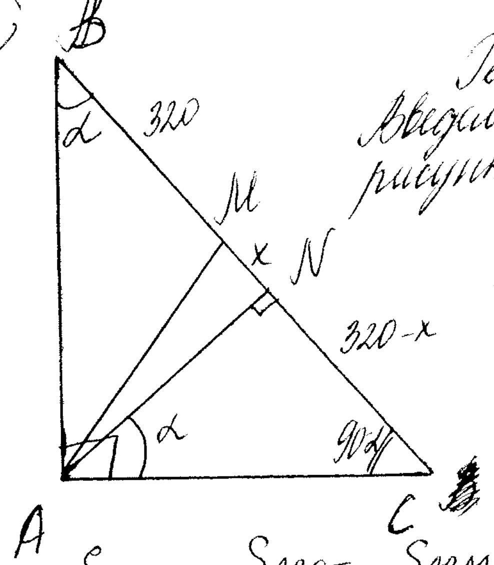
(+)

Выдан один дополнительный лист

№5 Заметим, что Ивану Ивановичу выгоднее вкладывать в банки одинаковые? суммы, т.к. неизвестно, в каком банке что произойдёт.
Также Ивану Ивановичу выгодно, если дома у него не останется денег, а все деньги пойдут в ход.
Таким образом, получаем, что в каждый банк И.И. кладёт по 200 000 рублей.
1банк ⟶ через год 400.000руб
2банк ⟶ 600000 руб
3банк ⟶ 0 руб.
400.000 + 600.000 = 1000000 руб
Ответ: 1млн руб

(+)

№6.



Решение:
Введём обозначения, как показано на рисунке.

$AC = BC \cdot \sin\alpha = 640\sin\alpha$

$AB = BC \cdot \cos\alpha = 640\cos\alpha$

$h = CN = \frac{ab}{c} = \frac{640^2 \cdot \sin 2\alpha}{2 \cdot 640} = 320\sin 2\alpha$

$S_{ABC} = \frac{AC \cdot AB}{2} = \frac{640^2 \sin 2\alpha}{4}$

$S_{MAN} = S_{ABC} - S_{ABM} - S_{ANC} = \cancel{S_{ABC} - \frac{NC \cdot AC \cdot \sin(90-\alpha)}{2}}$

$\cancel{= \frac{1}{2} \cdot AN \cdot BM = S_{ABC} - \frac{NC \cdot AN}{2} - \frac{AN \cdot 320}{2} = S_{ABC} - \frac{AN \cdot x}{2} = \frac{AN \cdot x}{2}}$

$= S_{ABC} - \frac{640\cos\alpha \cdot 320 \cdot \sin\alpha}{2} - \frac{AN \cdot (320-x)}{2} =$

$= S_{ABC} - \frac{320^2 \sin 2\alpha}{2} - \frac{AB \cdot \sin\alpha \cdot AC \cdot \sin\alpha}{2} =$

$= S_{ABC} - \frac{320^2 \sin 2\alpha}{2} - \frac{640^2 \sin 2\alpha \cdot \sin^2\alpha}{4} =$

$= \frac{640^2 \sin 2\alpha \cos^2\alpha}{4} - \frac{2 \cdot 320^2 \sin 2\alpha}{4} = \frac{\sin 2\alpha}{4}(640^2\cos^2\alpha - 2 \cdot 320^2)$

ответ не найден (+)

Введен один дополнительный лист. Под

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	BF 51-70	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7112	шифр

ФАМИЛИЯ Гаврилин

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Геннадьевич

Дата рождения 14.06.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

+ 1 доп. лист
+ 1 доп лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-70

№4.

В круге 360°, а на циферблате 12 цифр ⇒ между цифрами ∠=30°, а значит за 5 мин. минутная стрелка проходит 30°, а за минуту 6°. Часовая стрелка проходит 30° за час ⇒ за минуту только 0,5°

В 12:00 угол между стрелками (∠) = 0°, через минуту часовая стрелка сдвигается на 0,5°, а минутная на 6°, ∠=5,5° и увеличивается после этого

В 13:00 ∠ = 30°, ~~в 13:05~~ в 13:05 ~~∠ = 30+0,5-30+0,5. в 13:06 ∠ = 0,5·6~~

∠ = 30-30+2,5 = 2,5°, а в 13:06 ∠ = 3° и увеличивается

В 14:00 ∠=60°, в 14:10 ∠ = 5°, в 14:06 ∠ = 6 - 6 - 0,5 = 0,5°, а в 14:07 ∠ = 6 - 0,5 - 0,5 = 5° и увеличивается

В 15:00 ∠=90°. В 15:15 ∠ = 7,5°, а через минуту - в 15:16 ∠ = 7,5 + 0,5 - 6 = 8 - 6 = 2°. - Первый раз после полудня.

+

Ответ: 15:16

№5.

Если мы рассматриваем худший случай, то сгорит в банке наибольшая сумма ⇒ логично класть в банки равные суммы.

Если мы положим деньги только в один банк, то они сгорят, если в два, то в одном сгорят, а во втором удвоятся ⇒ логично положить деньги в 3 банка.

Т.к мы кладем равные суммы денег в банки, то можно сказать, что $\frac{1}{3}$ от вклада в банки сгорят, а $\frac{2}{3}$ вклада увеличатся в 5 раз. ⇒

Чем больше положим в банки, тем больше получим.

Посмотрим что будет, если оставить часть дома:

Если оставим 150 тыс, то получим 150·5 + 150·0 + 150 = 900 тыс

Если оставим 300 тыс, то получим 100·5 + 300 · 100 · 0 = 800 тыс } ⇒

⇒ чем больше оставляем дома, тем меньше получаем. Тогда логично будет вложить все деньги в банки по 200 тыс

Получается 200·5 + 200·0 = 1000 тыс.

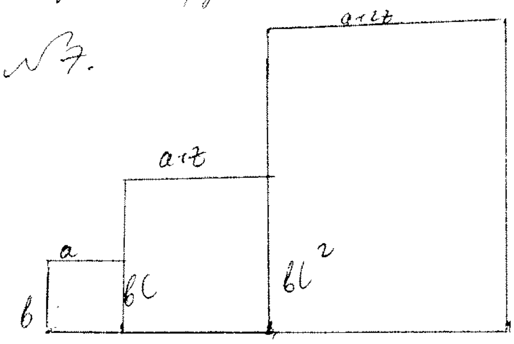
не доказана оптимальность.

(±)

Лист 1 из 5

Ответ: вложить в банки по 200 тыс. Получит на руки 1000000 р.

№7.



Пусть ширина ~~первого~~ - a, а высота - b,
тогда высота 2го - bl, ширина $a+z$,
а 3го bl^2 и $a+2z$ соответственно.

Составим уравнения по условию

$$\begin{cases} S_1 = a\cdot b = 15 \\ S_2 = (a+z)lb = 60 \\ S_3 = (a+2z)l^2b = 180 \\ W = a+(a+z)+(a+2z) = 30 \end{cases}$$

~~Упростим~~ ⟸

$$\begin{cases} a+z=10 \\ a\cdot b=15 \\ lb=6 \\ (10+z)l=30 \end{cases}$$

Упростим

$a+a+z+a+2z=30$
$3a+3z=30$
$a+z=10$;

$(a+z)lb=60$
$10lb=60$
$lb=6$;

$(a+2z)l^2b=180$
$((a+z)+z)\cdot lb\cdot l=180$
$(10+z)\cdot 6l=180$
$(10+z)l=30$

$$\begin{cases} a+z=10 \\ ab=15 \\ lb=6 \\ (10+z)l=30 \end{cases}$$

$l=\frac{6}{b}$;

$(10+z)l=30$
$(10+z)\frac{6}{b}=30$
$10+z=\frac{30b}{6}$
$10+z=5b$
$z=5b-10$;

$a+z=10$
$a+5b-10=10$
$a=20-5b$.

$a\cdot b=15$
$(20-5b)b=15$
$20b-5b^2-15=0$
$b^2-4b+3=0$
$D=4$
$b_{1,2}=\frac{4\pm2}{2}$ $\Big\langle{}^3_1$

При $b=1$

$l=6$

$a=\frac{15}{1}=15$

$z=-5$, что противоречит условию, что при большей высоте большая ширина.

$b=3$; $a=\frac{15}{3}=5$

$l=2$;

$z=10-a=5$

Проверяем

$a\cdot b=5\cdot3=15$

$(a+z)lb=(5+5)\cdot2\cdot3=10\cdot6=60$

$(a+2z)bl^2=(5+10)\cdot2^2\cdot3=15\cdot12=180$

$a+a+z+a+2z=3a+3z=15+15=30$

+

Удовлетворяет условие. Тогда

стороны 1го: 5 и 3

2го: ~~5 и 3~~ 10 и 6

3го: 15 и 12.

Ответ: ~~6, 3; 5, 3 дм; 10, 6 дм; 15, 12 дм~~ 5 дм, 3 дм; 10 дм, 6 дм; 15 дм, 12 дм.

№2.

Целые числа будут у $tg\,0°$, $tg\,45°$, $tg\,180°$ и $tg\,360°$, а по условию для x подходят только $0°$ и $180°$.

$tg\,0°=0$; $tg\,180°=0$, тогда $2015^{tg\,x}=2015^0=1$

Ответ: $0°$; $180°$; 1.

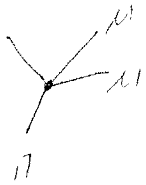
±

№1.

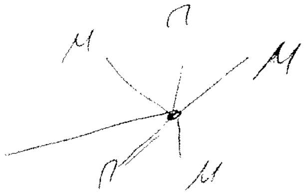
а) Да, может быть меньше пяти линий. Их может быть 4, две из которых ведут на предприятия в М, а хотя бы одна на предприятие в П.

V

а)



б) Нет, если линий не меньше пяти, то не найдется линий не ведущих в П или М, т.к чтобы удовлетворять условию в М должно вести не больше 3х линий, а в П не больше двух, значит наибольшее число линий - 5, но если будет 5 линий, у них 3 должны вести в М, а две в П, чтобы удовлетворить условию.



При добавлении хотя бы 1 линии, не ведущей ни в П ни в М ~~может~~ получится так, что, когда мы возьмем 4 линии, в среди них 3 ведут в М, а одна ни в М ни в П, что не удовлетворяет условию.

Ответ: а) Да, 4; б) нет.

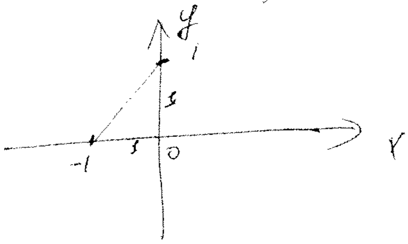
(+)

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ ~~sin не мог~~

$\sin \in [-1;1] \Rightarrow$ x и $y \in [-1;1]$

т.к $\arcsin x$ будет меньше $\sin y$ только при $x \geq 0$, ~~то все точки будут расположены на одной прямой~~ а т.к а $\sin x + \arcsin y \geq 0$ только при $x \geq -1$, то мы получаем треугольник. $y \neq -1$ т.к не удовлетв. в таком случае условию.

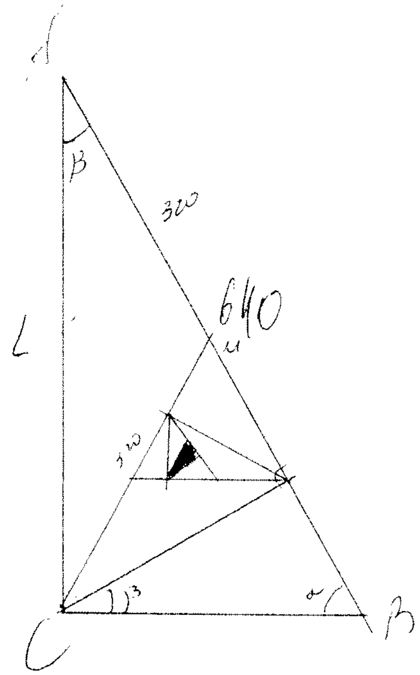


$S_\triangle = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$

Ответ: $S_\triangle = 0,5$.

(−)

№ 6



$AB = 640$

$AM = 320$

MC – средняя линия, т.к M – точка делящая AB пополам, а L – $\perp$ к AC

$L \parallel CB$, тогда $\triangle AMC$ – р/б $\Rightarrow AM = MC = 320 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle 2$ подобен ABC; гипотенуза 2го $\triangle = MC = 320$.

По аналогии с другими треугольниками. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ гипотенуза 5го $= 640-320-160-80-40 = 40$ м

Треугольник 5 подобен исходному $\Rightarrow \angle\alpha_5 = \frac{11\pi}{24}$, тогда катеты равны $\sin\alpha \cdot 40$ и $\cos\alpha \cdot 40$ тогда

$S_{5} = \frac{40\sin\alpha \cdot 40\cos\alpha}{2} = 20\sin\frac{11\pi}{24}\cos\frac{11\pi}{24}$ м²

+

Ответ: гипотенуза $= 40$; $S = 20\sin\frac{11}{24}\pi\cos\frac{11}{24}\pi$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ИЦ 49-88 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГАЙДУКОВ

ИМЯ ВЛАДИМИР

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 16.09.1997 **Класс:** 11 А

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Гайд

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

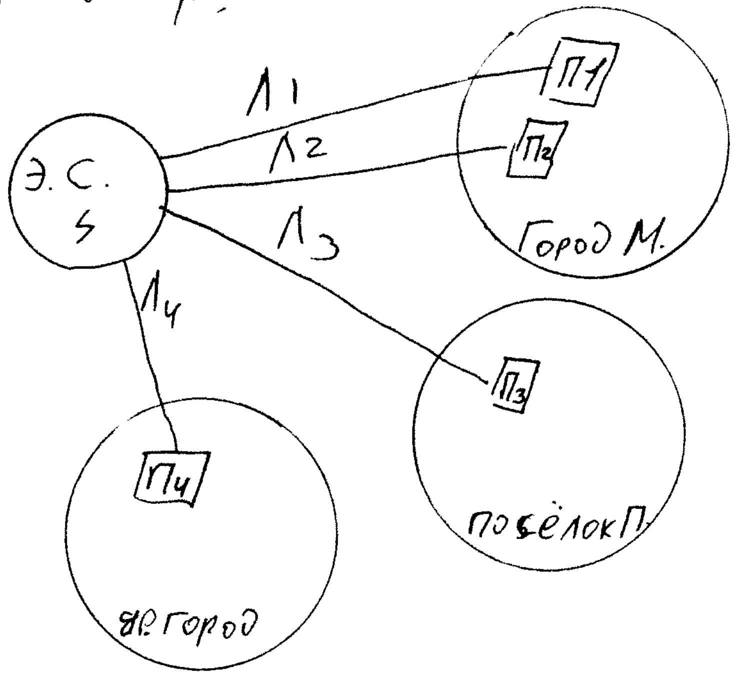
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИУ 49-88

№1

Может. 4 линии.

Например:



Если в городе М 2 предприятия $\Rightarrow$ среди любых 3-х линий хотя бы одна идёт в город М., а среди 4-х линий из 4-х одна идёт в посёлок П.

Отв: да; 4

№2

$tg\, x \in Z$

$tg\, 2x \in Z$

$tg\, 2x = \dfrac{2\, tg\, x}{1 - tg^2 x}$

Пусть $tg\, x = k \Rightarrow$

$\Rightarrow tg\, 2x = \dfrac{2k}{1-k^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1) если $k = 0 \Rightarrow tg\, x = tg\, 2x = 0$

$\Rightarrow 2015^0 = 1$

2) $k = 1 \Rightarrow tg\, 2x = \frac{2}{0} = \varnothing$

3) $k = 2 \Rightarrow tg\, 2x = \frac{4}{-3} \notin Z$

4) $k = 3 \Rightarrow tg\, 2x = \frac{6}{-8} \notin Z$

5) $k = 4 \Rightarrow tg\, 2x = \frac{8}{-15} \notin Z$

Заметим, с увеличением k разница между числителем и знаменателем растёт $\Rightarrow$

$\Rightarrow k = 0$ - единств. решение для

N 2 продолжение

Для не отрицательных чисел

заметим, что $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$ - нечётная ф-я

т.к. $f(-x) = -f(x)$

(док-во: $f(-1) = \frac{-2x}{1-x^2} = -f(1)$)

$\Rightarrow$ для $k \in -2, -3, -4, -5 \ldots$ будет такая же ситуация, что при $k \in 2, 3, 4 \ldots$

т.е. при отриц. k чисел не будет

$\Rightarrow$ Отв: $tg x = tg 2x = 0 \Rightarrow 2015^{tg x} = 1$

$x = \pi n; n \in Z$ +

N 4

$\omega = \frac{360°}{T}$ - угловая скорость

$\omega_{min} = \frac{360°}{60 мин} = \frac{6°}{1 мин}$ (угловая скорость мин. стрелки)

$\omega_{час} = \frac{360°}{60 мин \cdot 12} = \frac{0,5°}{1 мин}$ (для час. стрелки)

1) если минутная стрелка опережает часовую

$t\omega_{min} - t\omega_{ч} - 30°k = 2°$

где t - минут, прошедших с начала цикла, k - кол-во циклов, где $k \in (0; 1; 2 \ldots 11)$

$6t - \frac{t}{2} = 2 + 30k$

$\frac{11t}{2} = 2; 32; 62; 92; 122; 152; 182; 212; 242; 272; 302; 332$

заметим, что нет такого целого t, чтобы выполнялось одно из равенств. $\Rightarrow$ см продолжение

N 4 продолжение

2) часовая опережает минутную

$\Rightarrow -6t + 30k + \frac{t}{2} = 2$

$\frac{11}{2}t = 30k - 2$ $\qquad k \in (1 \ldots 12)$

$\frac{11}{2}t = 28; 58; 88; 118 \ldots$

Заметим, что $88 \vdots 11 \Rightarrow$

прошло 3 часа $\Rightarrow t = 16$ мин +

Отв: 3ч. 16 мин.

N5

Всего $6 \cdot 10^5$ руб; по условию задачи гражданину не повезло $\Rightarrow$ рассмотрим все худшие варианты (т. е. теряет он самую большую вложенную сумму; а вторая по величине умножается на 2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$

10^5 руб				
дома	0	2x	3x	получено
0	2	2	2	10
0	3	2	1	7
0	4	1	1	5
0	4	2	0	4
0	5	1	0	2
1	2	2	1	8
1	3	1	1	6
1	4	1	0	3
2	2	1	1	7
2	3	1	0	4
3	1	1	1	8
3	2	1	0	5
4	1	1	0	6
4	2	0	0	4
5	1	0	0	5

очевидно: Ответ:
дома: 0
банки по 200 000 руб

+

N6

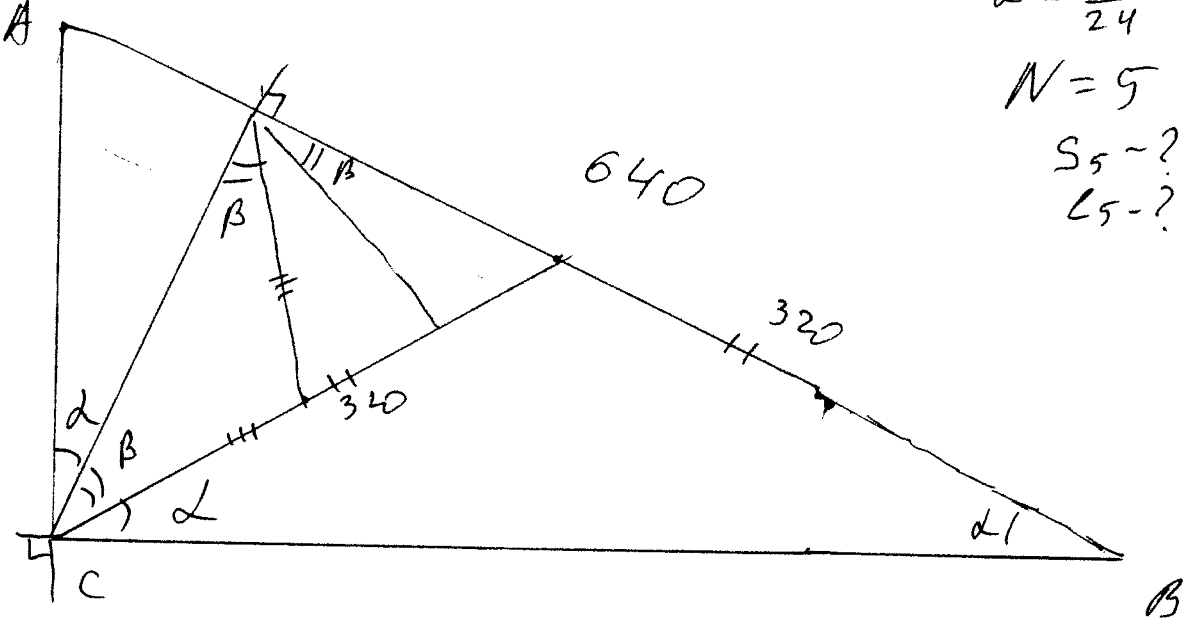
Дано: $AB = 640$

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$

$N = 5$

S_5 - ?

l_5 - ?



Решение:

1) Заметим, что гипотенузой треугольника K+1 является медиана треугольника K ($K \in N$)

$\Rightarrow$ 1-й Δ-к) $l_1 = 640$

2-й) $l_2 = 320$

3-й) $l_3 = 160$

4-й) $l_4 = 80$

5-й) $\boxed{l_5 = 40}$ V

(+)

2) $\angle\beta = 90° - 2\alpha$ - угол 2-го Δ-ка

3-й) $\gamma = 90° - 2(90° - 2\alpha) = 4\alpha - 90°$

4-й) $\omega = 90° - 2\gamma = 90° - 8\alpha$

5-й) $\boxed{\varphi = 90° - 2\omega = 16\alpha - 90°}$

явный проход

$S_5 = \frac{1}{2} a_5 l_5 \sin\varphi = \frac{1}{2}(l_5 \cos\varphi) l_5 \sin\varphi$

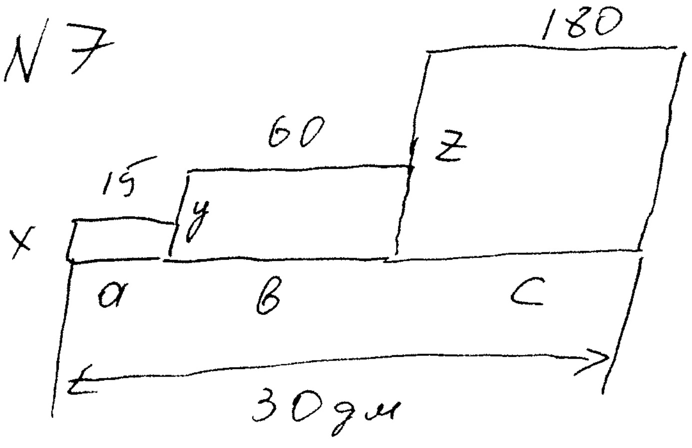
$S_5 = \frac{1}{4}(\sin 2\varphi) l_5^2 = \frac{1}{4} \cdot 1600 \cdot \sin(32\alpha) = 400 \cdot \sin\left(\frac{32 \cdot 11\pi}{24}\right)$

$S_5 = \frac{400\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$

Отв: $l_5 = 40$; $S_5 = 200\sqrt{3}$

Введен один дополнительный лист

N 7



$b = a + d$; $c = a + 2d$

$y = xq$; $z = xq^2$

+

$$\begin{cases} ax = 15 \\ by = (a+d)(xq) = 60 \\ cz = (a+2d)(xq^2) = 180 \\ a+b+c = 30 \Rightarrow 3a + 3d = 30 \Rightarrow \boxed{a + d = 10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{15}{x} \\ 10xq = 60 \\ (20 - a)(xq^2) = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \frac{15}{x} \\ q = \frac{6}{x} \\ \left(20 - \frac{15}{x}\right)\left(\frac{x \cdot 6 \cdot 6}{x^2}\right) = 180 \end{cases}$$

$$(20x - 15)\left(\frac{36}{x}\right) = 180x$$

$$(20x - 15)1 = 5x^2$$

$$5x^2 - 20x + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

1) т.к. $x = 1 \Rightarrow y = 1$; $z = 1$, что не возможно для пьедестала из ступеней

2) $x = 3 \Rightarrow q = 2$

$h_1 = 3$; $h_2 = 6$; $h_3 = 12$

$l_1 = \frac{15}{3} = 5$; $l_2 = \frac{60}{6} = 10$; $l_3 = \frac{180}{12} = 15$

Отв: $(l_1; l_2; l_3) = (5; 10; 15)$

$(h_1; h_2; h_3) = (3; 6; 12)$

выдан один дополнительный листок

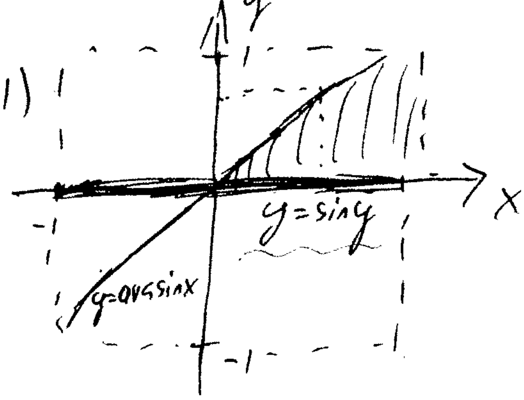
№3

$$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$$

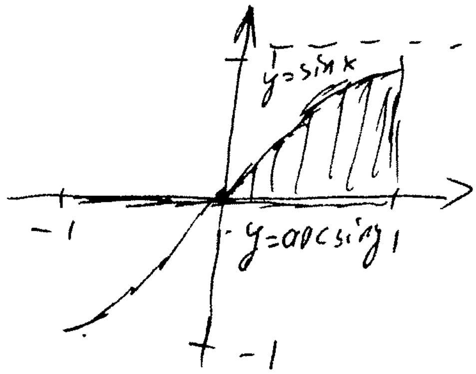
ОДЗ: $x \in [-1;1]$, $y \in [-1;1]$

1) $\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \ (1) \\ \sin x \geq -\arcsin y \ (2) \end{cases}$

(1)



(2)



⇒ из системы $y = \sin x > 0$

2) симметричная картинка будет при
$\begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$
только под осью Ox!

$$\Rightarrow S = \left|2\int_0^1 \sin x\right| = \left|2(-\cos x)\right|_0^{1}.$$

$$S = 2(1 - \cos(1\,\text{рад}))$$

Отв: $2 - 2(\cos 1)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	шифр: RЙ 27-74	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГАЛКИНА

ИМЯ АЛЕКСАНДРА

ОТЧЕСТВО ЕГОРОВНА

Дата рождения 13.04.2000 Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 08 листах Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Алекса

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3

Выдано 5 (пять) доп. листов

a - возраст отца
b - возраст матери
c - возраст сына

$a+b+c=65$

$(a-9)+(b-9)+(c-9)=65-27=38$ } =>

$38 \neq 40$

9 лет назад сын ещё не родился =>

$(a-9)+(b-9)+(c-x)=40$

x - сколько лет назад родился сын $x=c$

$65-18-c=40$

$25-18-c=0$

$c=7$

4 года назад сын был в возрасте 3-х лет ($7-4=3$).

4 года назад возраст отца составлял:

$3 \cdot 9 = 27$ (лет) =>

Сейчас возраст отца составляет:

$27+4=31$ (год.)

Ответ: возраст отца 31 год.

+

№5

Каждая из тележек стоит у Печкина 5 минут. Мы можем посчитать время между отправлениями одной и той же тележки, так как действие цикличны.

для писем:

$10 + 5 = 15$ (мин)

для бандеролей:

$15 + 5 = 20$ (мин)

для посылок:

$25 + 5 = 30$ (мин)

Можно предположить что отправление всех трёх тележек одновременно тоже цикличны. Для этого найдём Н.О.К.

$$\left.\begin{array}{l} 15 = 5 \cdot 3 \\ 20 = 5 \cdot 2^2 \\ 30 = 5 \cdot 3 \cdot 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Н.О.К.} = 60 \text{ (мин)}$$

Можем изобразить прибытие и отъезд тележек на схеме.

Для этого введём некоторые сокращение:

тележка с письмами - пис

тележка с бандеролями - банд

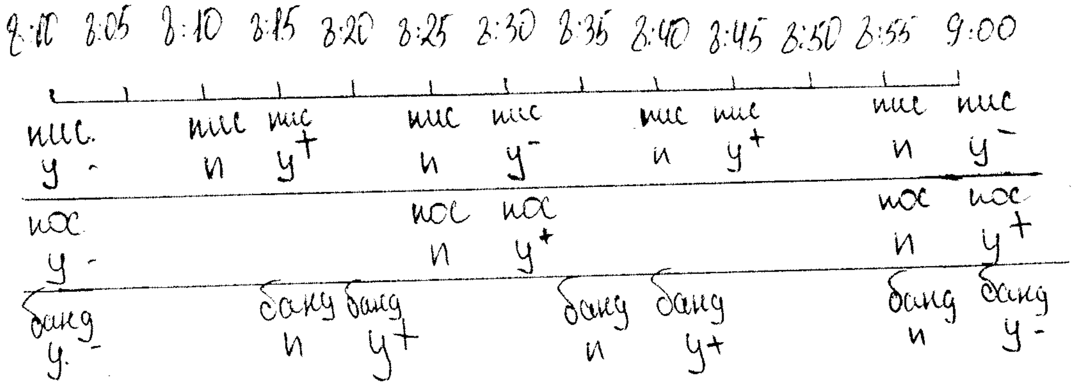
тележка с посылками - пос

прибывает - П

уезжает - У

с грузом +

без груза -



8:30 посылки реже писем

9:00 посылки реже бандеролей и писем

Считаем что в начале рабочего дня тележки уезжают пустыми, т.к. рабочий день только начался и Печкин ещё не успел погрузить письма бандероли и посылки.

Тогда за 1-й час (с 8:00 до 8:59) Печкин отправит (полные)

2 тележки с письмами

1 тележку с посылками

2 тележки с бандеролями

Но за каждый следующий час он отправляет

2 тележки с письмами

2 тележки с бандеролями

и 2 тележки с посылками (т.к. именно её Печкин погрузит в конце прошлого часа.

Считая что в 16:00 Печкин уже не отправляет тележки, посчитаем:

тележки с письмами:

$2+2\cdot7=16$ (тел.)

тележки с бандеролями:

$2+2\cdot7=16$ (тел.)

тележки с посылками

$1+2\cdot7=15$ (тел.)

Ответ: 16 тележек с письмами; 16 тележек с бандеролями и 15 тележек с посылками.

№6

Если выписать степени числа 2, то можно увидеть закономерность в кол-ве цифр:

$2^1=2$
$2^2=4$
$2^3=8$
$2^4=16$
$2^5=32$
$2^6=64$
$2^7=128$
$2^8=256$
$2^9=512$

⇒ Количество цифр увеличивается на 1 через каждые 3 степени.

* $2015:3=671\frac{2}{3}$ ⇒ пошла 672-я „тройка"

кол-во знаков числа 2^{2015}: 672 знака

~~$(1+2+3+4\ldots+671)\,3+672\cdot2$~~

~~$671:2=335,5$ пар. $(671+1=672)$~~

~~$672\cdot335,5\cdot3+672\cdot2=672(335,5\cdot3+2)=$~~

$= \cancel{672 \cdot 1008,5 = 677712}$

В степенях числа 5 тоже можно найти закономерность:

	кол-во цифр:	
$5^1 = 5$	1	
$5^2 = 25$	2	степень - кол-во цифр = 0
$5^3 = 125$	3	
$5^4 = 625$	3	
$5^5 = 3125$	4	степень - кол-во цифр = 1
$5^6 = 15625$	5	
$5^7 = 76125$	5	
$5^8 = 380625$	6	степень - кол-во цифр = 2
$5^9 = 1903125$	7	
$5^{10} = 9515625$	7	

$\Rightarrow$

Разность соответствует номеру «тройки» -1

Из предыдущих рассуждений см * разность составляет 671

Число 5^{2015} стоит 2-м в «тройке» $\Rightarrow$ число цифр числа 5^{2015}:

$2015 - 671 = 1344$

Общее кол-во знаков:

$1344 + 672 = 2016$ (зн.)

Ответ: в записи 2016 десятичных знаков.

№1

Обозначим кол-во всех линий электропередач за x.

(+)

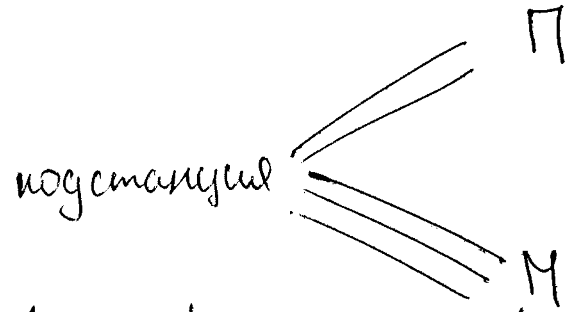
$x \geqslant 5$

количество линий идущих не в М не должно превышать 2.
кол-во линий идущих не в П не должно превышать 3
$\Rightarrow$

не в М $\leqslant 2$
не в П $\leqslant 3$
$\Rightarrow$ из $x \geqslant 5 \Rightarrow$

не в М = 2 (в П и куда-либо ещё)
не в П = 3 (в М и куда-либо ещё)
$\Rightarrow$ сумма больше кол-ва линий.

$2+3=5 \Rightarrow$ линии идут только в М или П



Ответ: все линии ведут на предприятия города М или посёлка П.

№ 4

1 час = 60 мин ; окружность = 360° ⇒
минутная стрелка за 1 мин проходит
6°.

На циферблате 12 отрезков по часу
каждый ⇒ часовая стрелка за 1 час
проходит 30° или 1° за 2 мин
Часовая стрелка как бы „отстаёт" от
минутной. Угловая скорость отдаления
5,5°/мин

$\frac{45^\circ}{5{,}5^\circ} = \frac{90}{11} = 8\frac{2}{11}$ (мин) не удовл усл задачи (кол-во минут целое)

$\frac{180^\circ}{5{,}5^\circ} = 32\frac{8}{11}$ (мин) время после полудня за которое стрелки образуют
угол в 180°.
После этого момента угол между ними
начнёт ~~увеличиваться~~ уменьшаться с
той же угловой скоростью

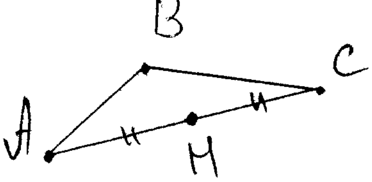
$\frac{180^\circ + 135^\circ}{5{,}5^\circ} = 24\frac{6}{11} + 32\frac{8}{11} = 57\frac{3}{11}$ (мин)
время за которое стрелки снова встанут
в угол в 45°

№2

Расстояние от вершин треугольника до точки через которую проходит ось вращения должно быть наименьшим (+)

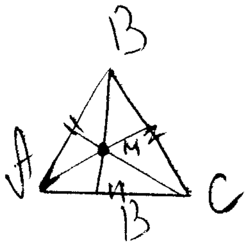
Эта точка должна лежать на большей стороне треугольника между вершинами образующими эту сторону, если треугольник тупоугольный

а)



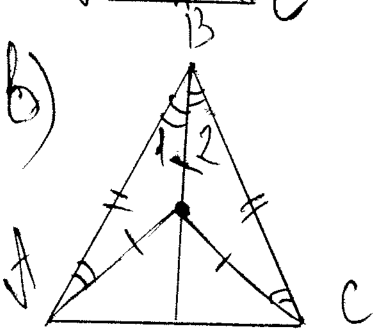
Ось вращения через точку M если равнобедренный тупоугольный.

б)



Через пересечения биссектрис, если равносторонний или остроугольный

в)



Строим равнобедренные треугольники с углами равными углу 1 и 2

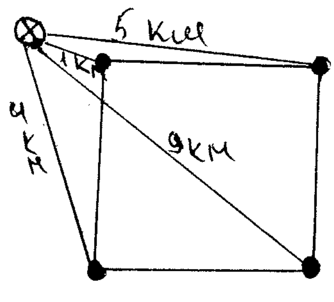
Если Δ равнобедренный остроугольный или остроугольный

№7

Да, такое возможно.

• радиостанция

⊗ передатчик



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF22-18 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Галушкин

ИМЯ Семен

ОТЧЕСТВО Вячеславович

Дата рождения 01.03.1997 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

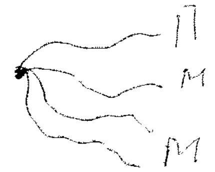
выдан 1 доп лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

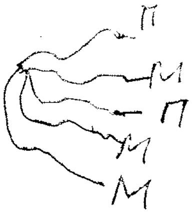
ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF22-18

(1) а) Рассмотрим случай, когда кол-во линий меньше 5-ти, например, 4:



, противоречие с условием, т.к., по-условию из 4-ех хоть одна идёт в П. из 3-ёх хоть одна идёт в М. ⇒ может такое быть.

б) Если ~~больше~~ не меньше ~~чем~~ 5-ти: (допустим 5)



Если из 4-ёх min 1, то из 5-ти мин 2 ~~в~~ П

из 3-ех min 1, то из 5-ти мин 3 в М,

⇒ для 5-ти линий каждая должна идти ~~в~~ в ~~в~~ какой-либо пункт, не найдутся такие, что не ведут ни в М ни в П. (+)

(5) самый плохой ход событий: $z > y > x$, где z - вклад в разорившийся банк; y - банк где сумма удваивается, а x - где утраивается.

максим. возможный доход, когда разница между вкладами наименьшая (в нашем случае - 1 копейка)

$x + y + z = 600000$

1 год спустя: $2y + 3x = S_k$ конечная сумма.

$z = 200000{,}01$ р.

$y = 200000$ р.

$x = 199999{,}99$ р.

$S_{max} = 0 + 400000 + 3(200000 - 0{,}01) = 1000000 - 0{,}03 = 999999{,}99$ р.

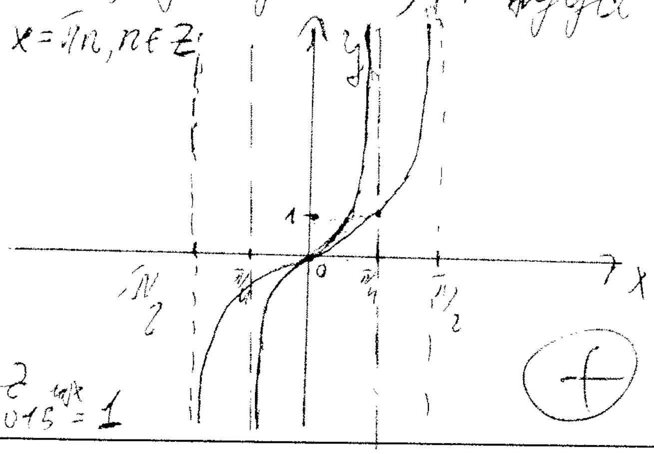
Ответ: 999999,99 руб. (−)

(2) $tg x$ и $tg 2x \in Z$ $\quad 2015^{tg x} = ?$

р-трим значения ф-ции на периоде: $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

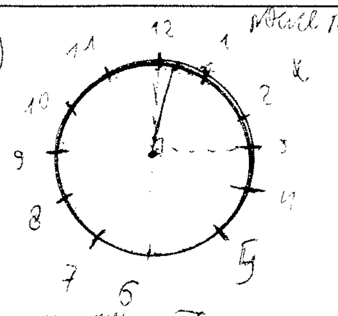
ясно, что при $x = 0$, $tg x = tg 2x = 0$, откуда $2015^{tg x = 0} = 1$

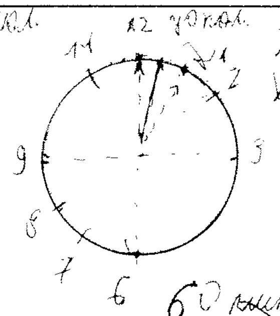
$x = \pi n, n \in Z$



Ответ: $x = \pi n, n \in Z$
$2015^{tg x} = 1$ (+)

(4)





$\pi - 180^0$
$x - 2^0$ $\Rightarrow x = \frac{\pi}{90}$ (рад)

$1ч \to \frac{\pi}{6}$ - у часовой

$1ч \to 2\pi$ - у минутной

часы, минуты

$n\frac{\pi}{6} - m\frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{90}$, $m \in \mathbb{Z}$

$60 мин = 2\pi$

$y/90 = \frac{\pi/4}{90}$, $y = \frac{60\cdot\frac{\pi}{90}}{2\pi} =$

$15 мин - \frac{\pi}{2}$

$y - \frac{\pi}{90}$

$15n - 3m = 1$

$5n - m = \frac{1}{3}$

$y = \frac{15\pi}{90} \cdot \frac{1}{2\pi} =$

$= \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{3}$

$60 мин - 2\pi$

$n\frac{\pi}{6} - 2\pi \cdot m = \frac{\pi}{90}$ $|:\pi \cdot 90$

n - часы

m - минуты

$1 мин - y$

$15n - 180m = 1$

$y = \frac{\pi}{30}$ (мин)

$n - 12m = \frac{1}{15}$, m - минуты, $m \in \mathbb{Z}$

1 поворот часовой $= 1$ ч минутной

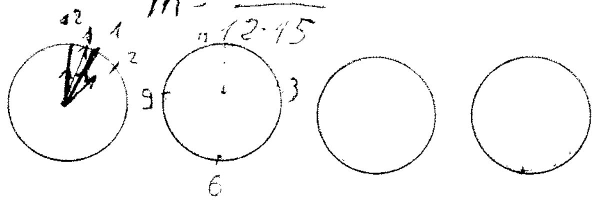
Если на 1 мин, то ч. стрелка $\frac{1}{12}$

$12m = n - \frac{1}{15}$, $m = \frac{n}{12} - \frac{1}{12\cdot 15}$

$m = \frac{\pi}{30}$, $n = \frac{\pi}{12\cdot 30}$

$n\frac{\pi}{6}$

$m = \frac{15n - 1}{12 \cdot 15}$



$m - \frac{n}{12} = \frac{1}{90}$

$180m - 15n = 2$ $m \in \mathbb{Z}$

$n = \frac{178}{15} = 12 - \frac{2}{15} = 11\frac{13}{15}$ ч

за 1 оборот $\frac{13}{15}$ ч $- x$

$1ч - \pi/6$

$x = \frac{\pi \cdot 13}{6 \cdot 15}$

$m = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{12 \cdot 13}{6 \cdot 15} = \frac{26}{45}$

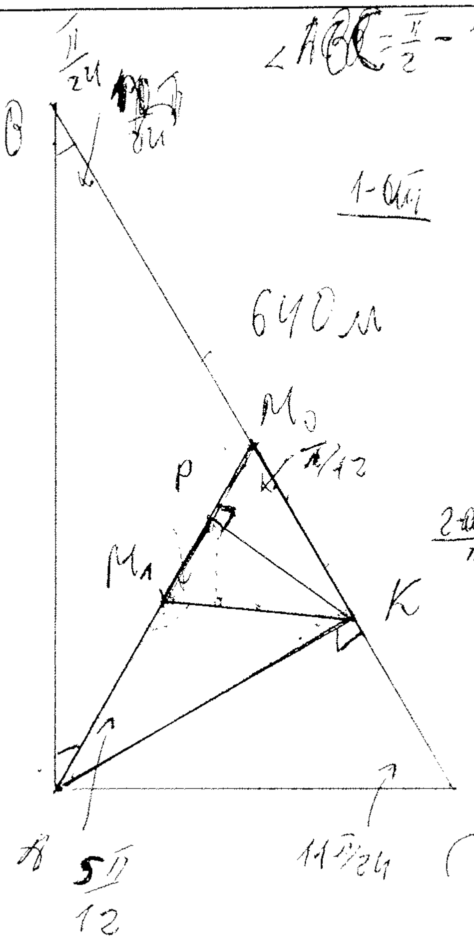
(3) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases} \vee \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$

6

$\angle ABC = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$



$AM_0 = M_0B = M_0C = \frac{BC}{2} = 320$ (м)

1-ый $\triangle AMK$ - прямоуг.

$\triangle BM_0A$ - равноб. $BM_0 = AM_0$

$\angle BM_0A = \pi - 2 \cdot \frac{1}{24}\pi = \pi - \frac{1}{12}\pi = \frac{11\pi}{12}$

$\angle AM_0K =$

2-ой треуг. $= \pi - \angle BM_0A = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$ т.к.

$\angle AM_0K$ и $\angle AM_0B$ - смежные

$\angle M_0AK = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

~~другое расположение $\alpha = \frac{11}{24}\pi$ не имеет смысла быть.~~

3-ий $\triangle AP$ $AM_0 =$

M_1PK - прямоуг.

$\triangle AM_1K$ - равноб.

$AM_1 = M_1K = 160$ м

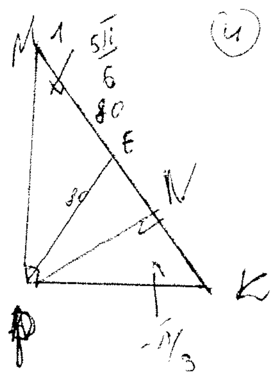
$\angle AM_1K = \pi - 2 \cdot \frac{5\pi}{12} = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

$\angle PM_1K = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

длина симм.-гипотенузы: $\frac{640}{2} = 320$; (3) $\frac{320}{2} = 160$

(4) $\frac{160}{2} = 80$; (5) $\frac{80}{2} = 40$ м

$\angle PKM_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$



4-ый $\triangle PEN$ - прямоуг.

$PE = ME = M_1K = 80$

$\angle MEP = \pi - \frac{2 \cdot 5\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$

$\angle EPN = \pi -$

$S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot BC =$

$= \frac{1}{2} BC^2 \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \cos\frac{11\pi}{24} =$

$= \frac{BC^2}{4} \cdot \sin\frac{11\pi}{12} =$

$= 15360 \sin\frac{11\pi}{12}$

до числа не доведено

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 22-18

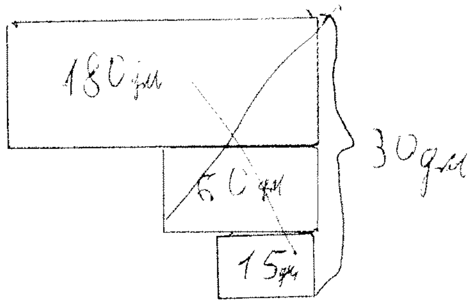
(7)

арифм. пр-ия $a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n$

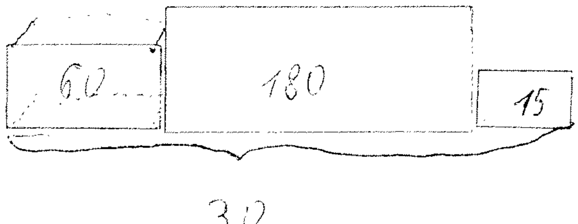
геом. пр-ия: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$S_n = b \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$



h_1, h_2, h_3

a_1, a_2, a_3



св-во ар-мет. пр

$\frac{a_1 + a_3}{2} = a_2$

$a_1 + a_3 = 2a_2$

$S_1 = a_1 h_1 = 180$

$S_2 = a_2 h_2 = 60$

$S_3 = a_3 h_3 = 15$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$a_1 + a_3 = 30 - a_2$

$2a_2 = 30 - a_2$

$a_2 = 10$ дм

$h_2 = \frac{S}{a_2} = \frac{60}{10} = 6$ дм

$h_2^2 = h_1 \cdot h_3$

$S_1 S_3 = a_1 \cdot a_3 \cdot \overbrace{h_1 h_3}^{h_2^2} = 180 \cdot 15$

$a_1 \cdot a_3 = \frac{\overset{305}{\cancel{180} \cdot 15}}{\cancel{36}} = 75$

$a_1 + a_3 = 20$

$a_1 = 20 - a_3$

$a_3(20 - a_3) = 75$

$a_3^2 - 20a_3 + 75 = 0$

$D_1 = 100 - 75 = 5^2$

$a_3 = 10 - 5 = 5 \quad a_1 = 15$

$a_3 = 10 + 5 = 15 \quad a_1 = 5$

a_1

$S_1 > S_3 \Rightarrow a_1 > a_3 \Rightarrow \underline{a_1 = 15}$, $\underline{a_3 = 5}$

$h_1 = \frac{180}{15} = 12$ дм

$h_3 = \frac{15}{5} = 3$ дм

Ответ: $h_1 = 12$ дм; $a_1 = 15$ дм

$h_2 = 6$ дм; $a_2 = 10$ дм

$h_3 = 3$ дм; $a_3 = 5$ дм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

ИЦ 49-87

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГАШИГУЛЛИН

ИМЯ РУСЛАН

ОТЧЕСТВО АЙРАТОВИЧ

Дата рождения 20.08.1997

Класс: 11 А

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 9 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 4.

∃ прошло n часов и k минут (оба целые, т.к. прошло целое число минут)

Тогда часовая стрелка ~~остановится на~~ пройдет $\left(\frac{n}{12}+\frac{k}{720}\right)$-ую часть циферблата, т.к. мы считаем, что $n<12$ и $k\leqslant 60$, поскольку через 12 часов обе стрелки снова окажутся на 12 часах (будет полночь) ⇒ если необходимого нам события не произошло за эти 12 часов, то не произойдет никогда, т.к. произошло зацикливание. Минутная стрелка пройдет $\left(\frac{k}{60}\right)$ую часть циферблата. 2° – это $2/360$ части циферблата. ⇒ $\left|\frac{n}{12}+\frac{k}{720}-\frac{k}{60}\right|=\frac{1}{180}$.

1) $\frac{n}{12}-\frac{k\cdot 11}{720}=\frac{1}{180}$

$60n-k\cdot 11=4$

$60n-4=11k$

$56\neq 11k$ – подберем n.

$116\neq 11k$

$176=11\cdot 16$.

… выходит, что спустя 3 ч и 16 мин это случилось впервые.

2) $\frac{n}{12}-\frac{k\cdot 11}{720}=-\frac{1}{180}$

$60n-k\cdot 11=-4$

$60n+4=11k$

подберем n.

$64\neq 11k$

$124\neq 11k$

$184\neq 11k$

$244\neq 11k$

$304\neq 11k$

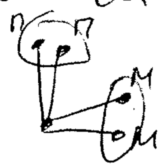
… – есть пример для $n=3$, дальше искать бессмысленно.

Ответ: 3 часа 16 минут.

+

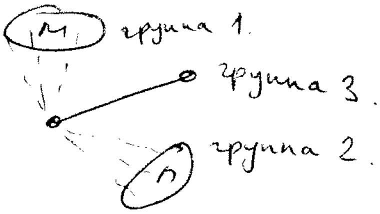
Задача 1.

Если есть хотя бы 3 линии, не идущие на предприятие города М, то выберем их и получим противоречие условию => линий, не ~~веду~~ идущих в М — максимум две. Так же, если есть хотя бы ~~одна~~ четыре линии, не идущие в П, то тоже получаем противоречие. Тогда линий, не идущих в П — максимум три => т.к. кол-во линий, идущих в М $\leq$ кол-ву линий, не идущих в П, то оно ≤ 3.
=> в сумме линий не больше 5. ~~т.к.~~
Для четырех есть пример:



V

Если оно не меньше пяти, то оно равно пяти.
=> $\exists$ есть хотя бы одна, не ведущая ни в М, ни в П:



=> в группе 3 $\geq$ одной линии. Но тогда, т.к. линий, не идущих в М — максимум две, то в группе 2 линий $\leq 2-1$, то есть ≤ 1.

=> из пяти линий не более одной ведут в П => не менее четырех не ведут в П — их и выберем и получим противоречие.

Ответ: их может быть меньше пяти, но, если их не меньше пяти, то не идущих ни в М, ни в П не найдется!

+

Задача 5.

~~Допустим, что~~

Утверждаем, что максимальная выгода будет, когда он разместит по $2\cdot 10^5$ руб в каждом из банков. Докажем это

Для начала докажем, что если он решил положить в банки ~~в сумме~~ сумму, равную S, то деньги нужно распределить поровну. Это так, т.к. иначе $\exists$ он распределил деньги на суммы a, b и c. $\left(\begin{cases} a+b+c=S \\ a\geq b\geq c\end{cases}\right)$. Тогда, допустим, что ему не повезло, и банк с вкладом a - разорился, с вкладом c - утроился, с вкладом b - удвоился $\Rightarrow$ он получил сумму, равную $2b+3c$ (не считая тех денег, что оставил дома), но если бы он распределил деньги поровну, то получил бы
$$3\cdot\left(\frac{a+b+c}{3}\right)+2\cdot\left(\frac{a+b+c}{3}\right)=\frac{5}{3}(a+b+c).$$
Сравним: $\frac{5}{3}(a+b+c) \vee 2b+3c \equiv$

$\equiv 5a+5b+5c \vee 6b+9c \equiv 5a \vee b+4c$,

но т.к. $a\geq b, c$, то $5a\geq b+4c \Rightarrow$

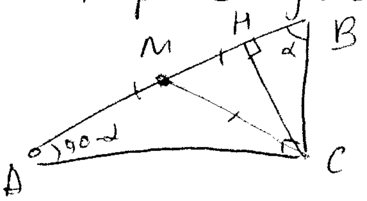
$\Rightarrow$ если он распределил бы их поровну, то он точно бы не получил меньше, чем если бы этого не сделал (для самого хода событий) $\Rightarrow$ будем считать, что он распределил их поровну. Теперь, $\exists$ в банках он оставил S, а дома $-(6\cdot 10^5-S)$, тогда он получит через год $\frac{5}{3}S+6\cdot 10^5-S=\frac{2}{3}S+6\cdot 10^5$, откуда видно, что чем больше S, тем больше выгода $\Rightarrow S=6\cdot 10^5$ (самое

большее возможно 5).
Тогда он получит $6\cdot10^5(1+\frac{2}{3}) = 10^6$ руб. ~~денег~~
Ответ: нужно ~~разложить~~ положить по $2\cdot10^5$ руб в каждый банк, тогда он получит через год 10^6 руб.

(+)

Задача 6.

Дан прямоугольный треугольник, у которого углы не равны:



$\alpha > 90-\alpha$. Как известно, если $\angle ACB = 90°$ и CM – медиана ($M \in AB$), то $MB = MA = MC$ (хотя бы потому, что это центр опис. окр-ти).
Выходит, что у каждого нового треугольника гипотенуза в 2 раза меньше, чем у предыдущего. Исключение, если ~~углы~~ острые углы вдруг стали равны – тогда ~~треугол~~ новый треугольник будет вырожденным – будет отрезком. Так же известно и очевидно, что $AH > HB$, если $\angle BAC < \angle CBA$ (CH – высота, $H \in AB$).
Тогда, т.к. $MA = MC$, то $\angle MCA = \angle MAC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BMC = \angle MAC + \angle MCA = 2\cdot\angle MAC$.
Первоначально ~~угол~~ наименьший острый угол был равен $1/24\,\pi$ (т.к. $\frac{1}{24}\pi + \frac{11}{24}\pi = \frac{\pi}{2}$). $\Rightarrow$ ~~затем в новом треугольнике~~ составим таблицу углов новых треугольников, зная, что один из углов нового треугольника равно в 2 раза больше наименьшего из углов предыдущего треугольника. (наименьший будем обводить в кружок, также подразумевается, что углы выражаются в единицах измерения, равной π, иными словами запись $\frac{1}{3}$ означает угол, равный $\pi/3$.)

	I угол	II угол
1й тр.	1/24	11/24
2й тр.	1/12	5/12
3й тр.	1/6	1/3
4й тр.	1/3	1/6
5й тр.	1/6	1/3
6й тр.	1/3	1/6 и т.д.

из таблицы видно, что углы зацикливаются ⇒ никогда не станут равными ⇒ нам го сходим можем хоть до скончания века проводить данную операцию.

Итак, пятый треугольник (если мы считаем, что изначальный треугольник был первым) имеет углы $\pi/2$, $\pi/3$ и $\pi/6$.

Его гипотенуза $= \frac{640\text{ м}}{2^4} = 40$ м.

Его площадь $= \frac{\text{катет}\cdot\text{катет}}{2} = \frac{20\cdot\sqrt{3}\cdot 20}{2} = 2\sqrt{3}\cdot 10^2$.

Ответ: гипотенуза пятого треугольника $= 40$ м, его площадь $= 2\sqrt{3}\cdot 10^2$ м^2. +

Задача 2.

$$tg\,2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x \Rightarrow \cos x = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2x}}$$

$$\cancel{\sin x^2 = \sqrt{\frac{1}{1+tg}}} \quad \frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \frac{1}{tg^2 x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{tg\,x}{\sqrt{tg^2x+1}}.$$

$$2\sin x\cos x = \frac{2\,tg\,x}{tg^2x+1}.$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{1+tg^2x} - \frac{tg^2x}{1+tg^2x} =$$

$$= \frac{1-tg^2x}{1+tg^2x} \Rightarrow tg\,2x = \frac{2\,tg\,x}{tg^2x+1} : \frac{1-tg^2x}{1+tg^2x} =$$

$$= \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x}. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow tg\,x \in Z \text{ и } \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x} \in Z. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists\, tg\,x = n \Rightarrow \frac{2n}{(1-n)(n+1)} \in Z.$$ Ответ $n=0$ подходит. ✓

Выдан 1 дополнительный лист

$n = \pm 1$ не подходят, т.к. тогда $tg\, 2x = \pm\infty$, что некорректно, т.к. мы делим на нуль, а этого делать нельзя. $\Rightarrow$ $n \neq \pm 1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ если $|n^2-1| > |2n|$, то $\frac{-2n}{n^2-1}$ точно $\notin \mathbb{Z}$.

Т.к. мы рассматриваем n : $|n| > 1$ ($0, \pm 1$ мы уже рассмотрели и $n \in \mathbb{Z}$), то

$|n^2-1| = |n|^2 - 1$ и $|2n| = 2|n|$ тогда

$|n|^2 - 1 - 2|n|$ должно быть ≤ 0, если $\frac{-2n}{n^2-1} \in \mathbb{Z}$.

тогда т.к. это возрастающая функция, то при $|n| \geq 3$ $|n|^2 - 1 - 2|n| > 0 \Rightarrow |n| < 3 \Rightarrow |n|$ может быть 2. Проверим это:

$n = 2$

$\frac{4}{(2+1)(1-2)} = -\frac{4}{3}$ $n \neq 2$.

$n = -2$.

$\frac{-4}{(-2+1)(2+1)} = \frac{4}{3}$, $n \neq -2$.

$\Rightarrow$ n равен только 0. $\Rightarrow$ $tg\, x = 0 \Rightarrow$

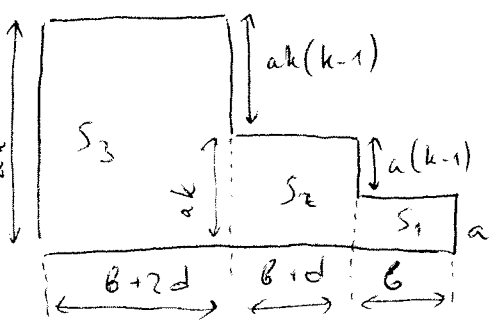
$\Rightarrow$ $tg\, 2x = 0$ тоже. Тогда $x = \pi n$, где $n \in (-\infty; \infty)$.

Тогда $2015^0 = 1$.

Ответ: $x = \pi n$, $n \in (-\infty; +\infty)$.

$2015^{tg\, x} = 1$.

Задача 7.



$3b + 3d = l \Rightarrow$

$\Rightarrow b + d = \frac{l}{3}$.

$\Rightarrow ak = S_2/(b+d) =$

$= 3S_2/l$.

$\left.\begin{array}{l} ba = S_1 \\ ak^2 \cdot (\frac{2}{3}l - b) = S_3 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow (ak)^2 \cdot b(\frac{2}{3}l - b) = S_1 S_3$. $\Rightarrow$ ~~$b^2 - \frac{2}{3}lb = \frac{(ak)^2}{S_1S_3}$~~ $\Rightarrow$

Выдан один дополнительный лист

$$\cancel{b^2 + b\left(-\frac{2}{3}l\right) - \frac{(ak)^2}{S_1 S_3} = 0.}$$

$$\cancel{D = \frac{4}{9}l^2 + \frac{4(ak)^2}{S_1 S_3}}$$

$$\cancel{b = \frac{\frac{2}{3}l + \sqrt{\frac{4}{9}l^2 + \frac{4(ak)^2}{S_1 S_3}}}{2}}$$

~~, т.к. если $\sqrt{D}$ взять с минусом, то b получится строго < нуля.~~

$$\cancel{d = \frac{l}{3}}$$

$$\Rightarrow b^2 + b\left(-\frac{2}{3}l\right) + \frac{S_1 S_3}{(ak)^2} = 0.$$

$$D = \frac{4}{9}l^2 - \frac{4 S_1 S_3}{(ak)^2}.$$

$$b = \frac{\frac{2}{3}l \pm \sqrt{\frac{4}{9}l^2 - \frac{4S_1S_3}{(ak)^2}}}{2} = \cancel{\frac{l}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{}}}$$

$$= \frac{l}{3} \pm \sqrt{\frac{l^2}{9} - \frac{S_1 S_3}{(ak)^2}}$$ т.к. $b + d = \frac{l}{3}$, то

$$d = \pm\sqrt{\frac{l^2}{9} - \frac{S_1 S_3}{(ak)^2}} \Rightarrow$$

$$S_2 = akb + akd$$

$$S_1 = ab \Rightarrow S_2 - kS_1 = akd$$

$$kS_1 = S_2 - akd \Rightarrow k = \frac{S_2 - akd}{S_1} = \cancel{\frac{S_2 - \frac{ld}{3}}{S_1}}$$

$$= \frac{S_2 - \frac{3S_2 d}{l}}{S_1} = \frac{S_2}{S_1} - \frac{3S_2 d}{l S_1}.$$

$$d = \pm\sqrt{\frac{l^2}{9} - \frac{S_1S_3}{(ak)^2}} = \pm\sqrt{\frac{l^2}{9} - \frac{S_1S_3 l^2}{9S_2^2}} = \pm\frac{l}{3}\sqrt{1 - \frac{S_1S_3}{S_2^2}}$$

$$\Rightarrow k = \frac{S_2}{S_1} \pm \frac{3S_2}{lS_1}\sqrt{\frac{l^2}{9} - \frac{S_1S_3 l^2}{9S_2^2}} = \frac{S_2}{S_1} \pm \frac{S_2}{S_1}\sqrt{1 - \frac{S_1S_3}{S_2^2}}$$

приведем все к численным значениям (дм):

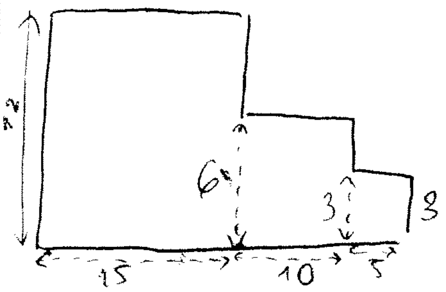
$b + d = 10.$ $d = \pm 5.$ $a = 3;\ 1$

$ak = 6.$ $k = 4 \mp 2.$ $b = 5;\ 15.$

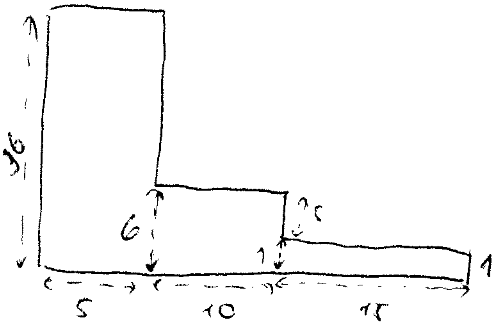
Вверху один дополнительный лист

~~Ответ~~

в первом случае: $d = 5$, $k = 2$, $a = 3$, $b = 5$:

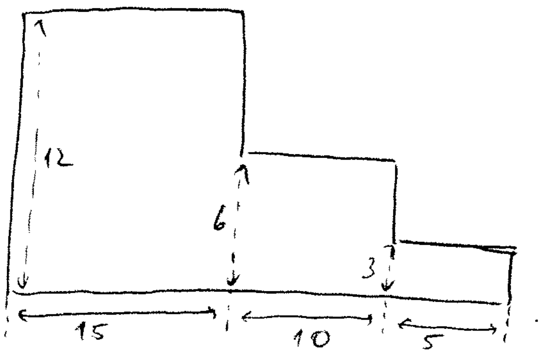


во втором случае: $d = -5$, $k = 6$, $a = 1$, $b = 15$.



но т.к. в условии сказано, что ступень с наим. длиной имеет наим. высоту, то второй вариант отпадает.

Ответ: ~~это пр~~ $d = 5$, $k = 2$, $a = 3$, $b = 5$:

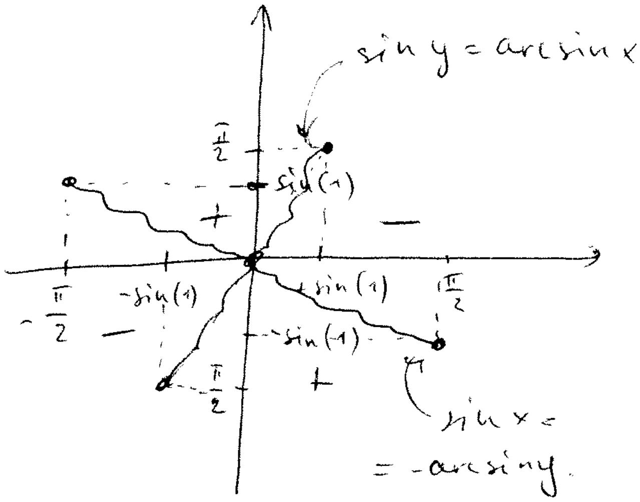


Выдан один дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИУ49-87

Задача 3.



проведем ~~прям~~ функции

$\sin y - \arcsin x = 0$

и $\sin x + \arcsin y = 0$.

$\sin y = \arcsin x$

$y = \arcsin(\arcsin x)$.

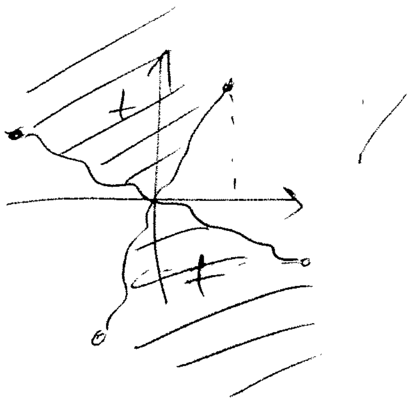
графики построены формально не обязательно → $\arcsin x \in [-1; 1]$.

~~вообще~~, это ~~должен~~ имеет

$x \in [\sin(-1); \sin(1)]$.

госнотакую же форму.

построим так же $\sin x = -\arcsin y$.



+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF17-10 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГЕРАСИМОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 15.08.97 **Класс:** 11

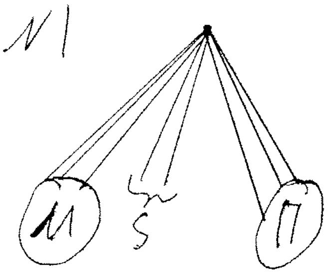
Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 05 **листах** **Дата выполнения работы:** 01. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1



p – ведут П

m – ведут М.

s – никуда $p, m \in \mathbb{Z}$

I $\begin{cases} s+p=1 \\ s+m\le 3 \\ s+p+m\ge 4 \end{cases}$

$\begin{cases} p=1 \\ m\le 3 \\ m\ge 3 \end{cases}$ $s=0$, $m=3$

$p=1$; $m=3$; $s=1$

Ответ: 1) Может, 2) Не найдется.

II $\begin{cases} s+p=2 \\ s+m\le 3 \\ s+p+m\ge 4 \end{cases}$

где неоретическое обоснование данных систем

а) $p=1$; $s=1$

$\begin{cases} m\le 2 \\ m\ge 2 \end{cases}$ $m=2$

б) $p=2$ $s=0$

$\begin{cases} m\le 2 \\ m\ge 3 \end{cases}$

$m=2$, $p=2$, $s=0$

$m=3$, $p=2$, $s=0$

№2

$$\begin{cases} tg\,x = k \\ tg\,2x = m \end{cases} \quad k, m \in \mathbb{Z}$$

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2 x}$$

1) Если k чётное, то $1-k$, $1+k$ - нечетн. => n - целое число. $n \in 1, 2, 3, 4, \dots$

$$m = \frac{2k}{1-k^2}$$

$$m = \frac{2k}{(1-k)(1+k)}$$

2) Если 2k - нечётное, тогда $1-k$, $1+k$ - чётн.

$1-k = 2s$

$1+k = 2p$ $\quad s, p \in \mathbb{Z}$

$$m = \frac{2k}{2s \cdot 2p} = \frac{k}{2sp} \text{ - нечетн.}$$

$k = 0 \Rightarrow m = 0$

$$\begin{cases} tg\,x = 0 \\ tg\,2x = 0 \end{cases} \Rightarrow tg\,x = 0 ;\ \pi n$$

$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1) πn; 2) 1

+

№5

В городе N, a, б, c-руб в банках

Для наглядности $0 \le a \le b \le c$, x – худший вариант, если.

a – в банке, в котором утроится сумма

в – в банке, в котором удвоится сумма

c – банк, который разорится, т.е.

$3a+2b+c$, так как $a+b+c+x=600.000$.

$a \le b \le c$ т.е.

$4a+b \le 5c+2x$

$4a+b \le 5(a+b+c+x)-3x-5a-5b$

$9a+6b+3x \le 5(a+b+c+x) \quad :3$

$3a+2b+x \le \frac{5}{3}(a+b+c+x)$

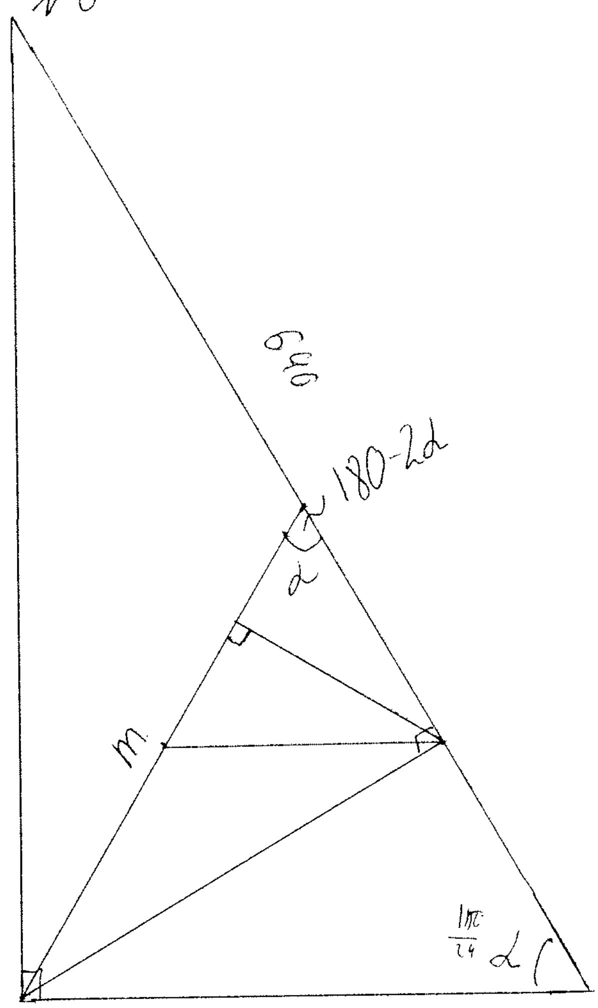
$\frac{5}{3} \cdot 600.000 = 1.000.000$

по 200.000

(+)

Ответ: 1) по 200.000 2) 1.000.000

№6



$m_1 = 320$ 180-2α

$m_2 = 160$

$m_3 = \cancel{160}\,80$

$m_4 = 40$

$m_5 = 20$ V

?

$a = 20\cos\beta = 20\cos(1983 + 32\alpha) = -20\cos\frac{11\pi\cdot 32}{24} =$

$= -20\cos\frac{44\pi}{3} = -20\cos\frac{2\pi}{3}$

$b = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{200-100} = 10\sqrt{2}$

$S = \frac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2}\cdot 10 = 50\sqrt{2}$

Ответ: $S = 50\sqrt{2}$, $b = 10\sqrt{2}$

№4

$v_{мин} = 6°/мин$

$v_{час} = 30°/60мин = \frac{1}{2}°/мин$

$S_1 - S_2 = 2°$

Через t (t – мин) – интервал между стрелками составил $2°$

Через t часовая стрелка прошла $\cancel{30}$ $t \cdot \frac{1}{2}$

Через t минутная стрелка прошла $\frac{t}{2} + 360°$

Через t минутная стрелка опережает или догоняет часовую на $2°$, т.е.

$$\left|6t - \left(\frac{t}{2} + 360°\right)\right| = 2$$

$6t - \left(\frac{t}{2} + 360°\right) = 2$

$\frac{11t}{2} + 360 = 2$

$65n + \frac{5n+4}{11} = 404$

$n = 8$; $t_1 > t_2$

$6t - \left|\frac{t}{2} + 360\right| = -2$

$65n + \frac{5n-4}{11} = 256$

$t = 3$

$12ч + 4ч\,16мин = 16ч.16м.$

+

Ответ: 16ч. 16м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

НТ 12-67

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 13.11.2000

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

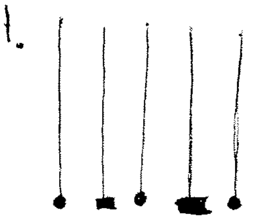
Подпись участника олимпиады: Петров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ 2072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИТ 12-67

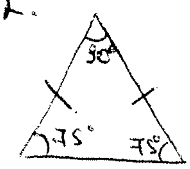
1. 

● – к городу М ■ – к посёлку П

Меньше трёх линий к городу М быть не может, т.к. найдётся та тройка линий, которая будет без линии к городу М. (+)

~~Одна~~ Две линии к посёлку П, потому что из пяти линий достаточно выбрать одну, чтобы какие бы четыре линии не были бы выбраны, везде будет ~~одна~~ две линии к посёлку П.

Ответ: ~~одна~~ 0 линия не идёт не в город М, не в ~~А~~ посёлок П.

2. 

Площадь образуемой фигуры будет меньше, если треугольник равнобедренный, т.е. две его стороны равны ⇒ углы при основании тоже равны; в треугольнике $\sum\angle = 180^\circ$ $180-30=150^\circ$ (сумма углов при основании) $150:2=75^\circ$ (+)

Значит, ~~при~~ если треугольник р/б, то площадь образуемой фигуры будет наименьшей.

Ответ: когда две стороны равны, углы при основании ~~равны~~ по 75° ⇒ вершина 30°.

3. Если в наст. вр. 65 лет, ~~то~~ а 9 лет назад было 40, то для начала надо вычесть $9\cdot2$ (18), т.к мать и отец 9 лет назад были моложе на 9 лет каждый.

$65-18=47$ (лет), то есть 40 лет назад сыну ~~было 7 года~~ родился тогда.

Если 4 г. назад отец был старше сына в 9 раз, то

$65-\overset{12}{(4\cdot3)}=53$ (года) сыну было ~~77~~ $7-4=3$ $3\cdot9=27$ (лет) было отцу $27+4=31$ (год)

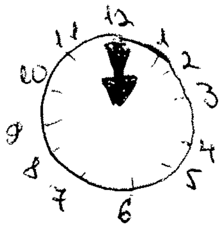
Ответ: в наст. вр. отцу 31 год.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОТ 12-67

4. $120° = 4$ часа



Полдень – 12:00

$120:4 = 30°$ (час)
$30:6 = 5°$ (10 мин)
$1°$ (2 мин)
} в часовой стрелке

~~каждые 2 мин 8°~~

~~120=~~

~~1~~ 2 мин – ~~1~~ 12°
10 мин – ~~30~~ 60°
час – 360°
} ~~мин 120~~

каждые 1 мин $6 - 0,5 = 5,5°$

$120 : 5,5 =$ ~~120:1,1~~ $= 1200 : 55 = 21,1111$

$\frac{1200}{55} = \frac{240}{11} = 21\frac{9}{11}$ ч мин 12:21:52 но нужно ~~ровное~~ целое число минут, так что 16:00

Ответ: ~~в 12:21:~~ 16:00

(+)

5. $16 - 8 = 8$ (ч) – работает Печкин $8ч = 480$ мин

письма – $48 - 16 = 32 - 9 = 23$
бандероли – $32 - 6 = 26$
посылки – 19

каждые 30 мин будут встречаться ~~1~~ пис. и ~~посылки~~ банд.
$48:3 = 16$ каждые 50 мин письма и ~~посылки~~ посылки $48:5 = 9$ (30

каждые 75 мин встр посылк. и бандероли
$480:75 = 6$

Ответ: письма – 23; ~~посылки~~ бандероли – 26; посылки – 19

(+)

Лист 2 из 3

6. 2^{2015} 5^{2015}

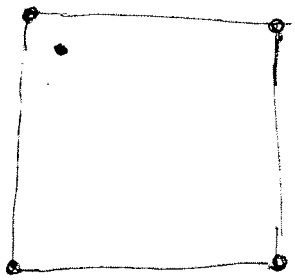
$2\cdot2=4$ $4\cdot2=8$ $8\cdot2=16$ $16\cdot2=32$ $32\cdot2=64$ $64\cdot2=128$ ...

с каждой 3 на десяток больше => $2015:3=671$

$5\cdot5\cdot5=125$ $125\cdot5=250$ · $250\cdot5=1250$ тоже с каждой 3 (1)

$2015:3=671+1=$

Ответ: 1343 десятков.

7. 

1,9,4,5

~~Нет, не должен, если~~

~~Да, должен, т.к радиостанции расположены в вершинах, а советск радиопередатчик близко к одной,~~

Нет, не должен 9км, пусть даже от самых дальних точек квадрата, наискосок, не будет такое расстояние

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	ГИ 10-31 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Гладких

ИМЯ Владислав

ОТЧЕСТВО Борисович

Дата рождения 22.03.2000 Класс: 9

Предмет математика Этап: заключительный

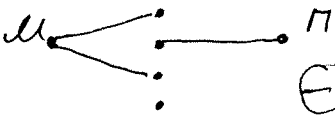
Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание №1:

Да, может, к примеру, 4. Нарисуем в виде графа:



Как видно, любые 3 точки имеют доступ к М, и среди 4 есть связь с П. Что и требовалось доказать.

(−)

Задание №2:

Образованной фигурой будет круг, площадь которого равна $S=\pi R^2$. $\Rightarrow$ чем меньше R, тем ~~меньше~~ меньше S. $R=\rho(O;a)$, где O – центр окр., ~~и~~ a – дальняя вершина Δ. $\Rightarrow$ вершины должны быть равноудалены от ~~[illegible]~~ центра. То есть центром окружности должна стать точка пересечения серединных перпендикуляров, а окружность – описанная.

(∓)

Задание №4.

За полный оборот минутная стрелка проходит ~~в~~ 1 час = 60 мин = 3600 с. $360^\circ = 3600с \Rightarrow 1^\circ = 10 с$.

За полный оборот часовая стрелка проходит ~~[illegible]~~ 12 часов = 12 · 60 мин = 12 · 3600 с. $360^\circ = 12 \cdot 3600с \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $1^\circ = 120 с$

(+)

Т.к. нас интересует целое кол-во минут, найдём пройденное кол-во градусов за 1 мин.: $\frac{60}{10} = 6^\circ$ для минутной и $\frac{60}{120} = 0{,}5^\circ$ для часовой.

Ясно, что разницу в 2° мы можем получить, когда кол-во градусов обеих стрелок (в счёте относительно 0° – 12ч отметки) целое, т.е. рассматриваем 2-ухминутные интервалы – 12° минутной и 1° часовой стрелок.

Представим интересующие нас участки (стрелки близко) таблицей:

мин°	0	12	24	0	12	24	36	0	12	24	36	48	60	72	0	12	24	36	48	60	72	84	$\boxed{96}$
час°	0	1	2	30	31	32	33	60	61	62	63	64	65	66	90	91	92	93	94	95	96	97	$\boxed{98}$

Отмеченная рамочкой ~~[illegible]~~ пара подходит под условие – $98 - 96 = 2(^\circ)$

Время = ~~[illegible]~~ $98 \cdot 2 = 196$ мин от 12ч = 15:16 (или 3ч 16 мин.)

Ответ: 3ч 16 мин (15:16)

Задание №5.

1	2	3
×2	×3	0

600000 ₽

Т.к. Иван Иванович не знает, куда кладут деньги, в расчёте на худший случай надо класть во все банки некоторую (равную во всех банках) сумму X.

$3x + 2x - x + y = Z$, где Z – конечная сумма, а y – деньги, которые И.И. оставил себе.

$$\begin{cases} 4x + y = Z \\ 3x + y = 600000 \end{cases} \ominus \iff \begin{cases} 4x + y = Z \\ x = Z - 600000 \end{cases}$$

$\ominus$

$Z - 600000$ – это прибыль И.И.

$\Rightarrow$ Чем больше X – тем больше прибыль.

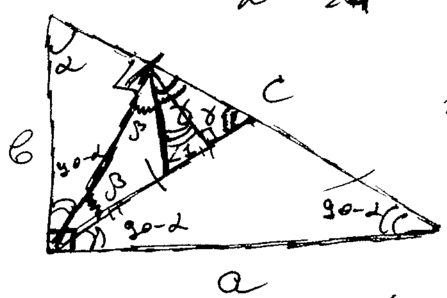
$X_{max} = \frac{600000}{3} = 200000$ ₽

$Z_{max} = X_{max} + 600000 = 800000$ ₽

Ответ: 800000 ₽

Задание №6.

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая ~~к большой стороне~~ к гипотенузе, равна половине оной. И она же будет являться гипотенузой следующего Δ. Тогда гипотенуза пятого равна $c_5 = c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{c}{2^4} = \frac{640}{2^4} = \frac{2^6 \cdot 10}{2^4} = 2^2 \cdot 10 = 40$ (м).

Заметим, что угол между a и c = $90 - \alpha$. Далее смотри(те) рисунок.

$\pm$

$\angle\beta = 90 - 2(90-\alpha) = 45 - 90 + \alpha = \alpha - 45$

$\angle\gamma = 90 - \angle\beta$

$\angle 1 = \gamma - \beta = 90 - \beta - \beta = 90 - 2\beta = 90 - 2(\alpha - 45) = 95 - \alpha + 45 = 90 - \alpha$ $180 - 2\alpha$

Соответственно, второй угол (острый) равен α. ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

Т.е. α есть в каждом нечётном по порядку, построенном таким образом, треугольнике. 5 ⋮̸ 2 $\Rightarrow$ в нём есть $\angle\alpha$. По т. синусов, $\frac{a_5}{\sin\alpha} = \frac{c_5}{\sin 90°} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow a_5 = c_5 \sin\alpha = \frac{40 \cdot 11 \cdot \pi}{24} = \frac{17}{30}$, $b_5 = \sqrt{c_5^2 - a_5^2} =$~~

$\Rightarrow a_5 = c_5 \sin\alpha$

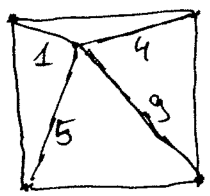
$b_5 = \sqrt{c_5^2 - a_5^2} = \sqrt{c_5^2 - c_5^2 \sin^2\alpha} = c_5\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$S = \frac{ab}{2} = \frac{c_5 \sin\alpha \cdot c_5 \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2} = 800 \sin\alpha \cdot \sqrt{1-\sin\alpha}$

Ответ: $800 \cdot \sin\frac{11}{24}\pi \cdot \sqrt{1-\sin^2\frac{11}{24}\pi}$

Задание № 7.

Допустим, это правда. Тогда возможно такое построение (остальные аналогично опровергаются, просто более явны)!



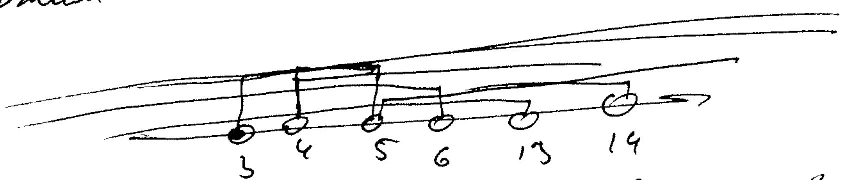
1ед

1 ед не диагональ, т.к. все точки диагонали равноудалены от двух оставшихся вершин, тогда как $4 \neq 5$.

Выпишем условие возможности существования треугольников, на которые разбился квадрат $(a-b<c;\ a+b>c)$

$$\begin{cases} a > 3 \\ a < 5 \\ a > 4 \\ a < 6 \\ a > 5 \\ a < 13 \\ a > 4 \\ a < 14 \end{cases}$$

Расположим на числовой прямой.



Как видно, общего для всех условий участка нет $\Rightarrow$ Штирлиц соврал.

Ответ: Нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

МЮ 92-10

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ Голубева

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Романовна

Дата рождения 27.11.1998

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

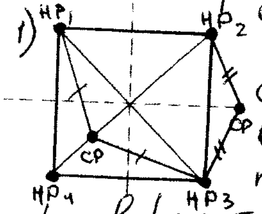
Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдали 2 дополнительных листа

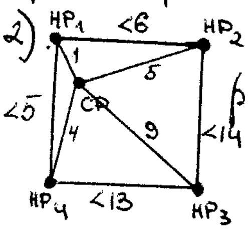
№7. Ответ: Мюллер не должен верить сообщению Штирлица.

Решение: рассмотрим несколько случаев расположения советского радиопередатчика. (НР – немецкий радиоприемник, СР – советский радиопередатчик).

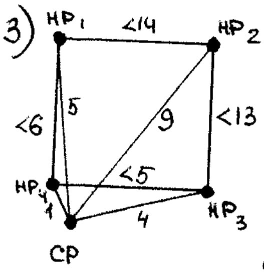
1) 

Заметим, что радиопередатчик не может располагаться на диагоналях квадрата и на их продолжении, т.к. в этом случае расстояния до каких-либо 2-х противоположных радиостанций будут равны, что противоречит условию. Так же советский радиопередатчик не может располагаться на осях симметрии квадрата, т.к. иначе расстояния до двух радиоприемников будут равны – противоречие.

(+)

2) 

Рассмотрим случай, когда советский радиоприемник расположен где-то внутри квадрата. Получим 4 треугольника. ~~Вспомн~~ Вспомним, что в треугольнике сумма двух сторон больше третьей стороны, тогда стороны квадрата должны быть <6, <14, <13 и <5 соответственно. Т.к. у квадрата стороны равны, то они должны быть <5, значит, диагональ квадрата должна быть меньше $\sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$. Диагональ – самый длинный отрезок внутри квадрата, значит, если сов. радио~~приемник~~передатчик расположен внутри квадрата, то расстояние от вершин до него должно быть меньше $5\sqrt{2}$, что противоречит условию. Отсюда можем сделать вывод, что радио~~приемник~~передатчик не может находится внутри квадрата.

3) 

Рассмотрим случай, когда радиопередатчик находится вне квадрата. Тогда мы опять получим 4 треугольника и так же как в пункте 2 определим, что стороны квадрата должны быть <5 км. Этот случай так же невозможен, т.к. расстояние от HP_2 до CP будет максимально, если HP_1, HP_4 и CP лежат на одной прямой, тогда в прямоуг. треугольнике, образованном точками HP_1, HP_2 и CP гипотенуза (расстояние от HP_2 до CP) максимум будет равна $\sqrt{36+25} = \sqrt{61} < 8$ (км) (при стороне квадрата равной 5). А у нас расстояние от HP_2 до $CP = 9$ км – противоречие. Тем самым, рассмотрев все случаи, мы можем сказать, что Штирлиц передал Мюллеру неверные сведения.

№4. Ответ: часы показывают 3 часа 16 мин. ±

Решение: Циферблат часов составляет окружность в 360°. Минутная стрелка за 1 час делает полный оборот, т.е. за 1 минуту минутная стрелка проходит $\frac{360°}{60} = 6°$.
Часовая стрелка за 1 час поворачивается на $\frac{360°}{12} = 30°$, а за 1 минуту на $\frac{30°}{60} = 0,5°$.
• В полдень угол между минутной и часовой стрелкой составляет 0°. Пусть с полдня прошло x мин ($x < 60$), тогда часовая стрелка повернулась на $0,5 \cdot x°$, а минутная на $6 \cdot x°$.
По условию $6x - 0,5x = 2$; $5,5x = 2 \Rightarrow x = \frac{4}{11}$ (мин), что невозможно, т.к. $x \in N$.
Значит, с полдня прошло более 1 часа.
• Тогда часовая стрелка отклонилась на 30° от своего начального положения, а минутная стрелка вернулась в начальное положение. Пусть от 1 часа дня прошло y минут, тогда часовая стрелка повернулась на $0,5y°$, а минутная на $6y°$.
Угол между минутной и часовой стрелкой будет равен $(30° + 0,5y°) - 6y° = 2°$ (т.к. мин. стрелка будет догонять часовую. $30 - 5,5y = 2$; $28 = 5,5y \Rightarrow y = 5\frac{1}{11}$ (мин) - противоречие, т.к. $y \in N$.
• Значит, с полудня прошло более 2-х часов ⇒ часовая стрелка отклонилась на 60° от своего начального положения
Тогда получим ур-ие: $60 + 0,5z - 6z = 2$, где z - время прошедшее с 2-х часов дня
$58 = 5,5z \Rightarrow z = 10\frac{6}{11}$ (мин.) - противоречие, т.к. $z \in N$.
• Значит, с полудня прошло более 3-х часов ⇒ часовая стрелка отклонилась на 90° от начального положения.
Тогда получим уравнение: $90 + 0,5k - 6k = 2$, где k - число минут прошедших 3-х часов дня.
$90 - 5,5k = 2$; $88 = 5,5k \Rightarrow k = 16$ (мин).
Значит, с полудня прошло 3 часа 16 мин

есть другой вар-т
$6k - 90 - 0,5k = 2$.

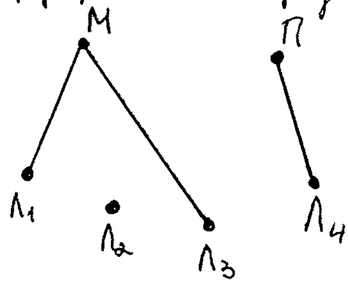
№5. Ответ: в каждый банк необходимо вложить по 200тыс руб, тогда через год Иван Иванович получит 800 000 руб. ?

Решение: Разумней будет в каждый из банков положить одинаковое количество денег, поскольку нам не известно какой именно банк разорится и если мы большее число денег ~~поел~~ положим в тот банк, который в последующем разорится, то мы имеем риск уйти в убыток.
Пусть x - все деньги (т.е. x = 600тыс.р), а y - кол-во денег, которое мы положим в каждый банк, т.е. всего в банки мы положим $x - 3y$ тыс.р, причем x не всегда = 3y (в том случае, если часть денег мы оставим дома). ?
Итак, в каждый из банков мы положили по y тыс.руб, тогда через год в одном из банков мы получим ~~3y~~ тыс.р... (продолжение на листе 3)

№5. (продолжение).
... в другом банке $2y$ тыс руб. а в третьем потеряем y тыс руб.
Т.е. с банков мы заберем $3y + 2y - y = 4y$ (тыс руб).
Тогда в итоге у нас будет $x - 3y + 4y = x + y$ (тыс. руб.) =>
доход: $x + y - x = y$ (тыс. руб.) То есть доход будет равен той сумме денег, которую мы вложим в каждый из банков => чем больше мы вкладываем, тем больше доход.
Т.к. максимум в каждый из банков мы можем вложить по 200 тыс руб, то ~~в конц~~ через год доход в любом случае будет составлять 200 тыс руб? не смотря на то, какой из банков разорился.

—

№1. Ответ: Число всех линий может быть меньше 5.
Решение: По условию хотя бы одна из 3-х линий ведет на предприятие города М, а хотя бы одна из 4-х линий ведет на предприятие города П. Допустим, что число линий равно 4,

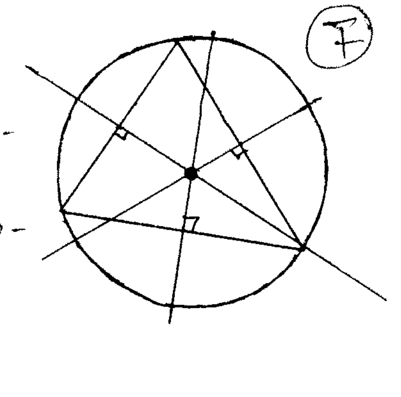


(+)

тогда 2 линии должны идти в город М, чтобы не противоречить условию, и одна из 2-х оставшихся должна вести в город П. Тогда получим, что имея 4 линии мы можем провести их так, чтобы удовлетворить условие, т.к. взяв любые 3 линии, хотя бы одна будет вести в город М, а взяв любые 4 линии, хотя бы одна будет вести в поселок П.

№2. Ответ: ось вращения должна проходить через центр описанной вокруг треугольника окружности.
Решение: Наименьшая по площади фигура, образованная в результате вращения треугольника в своей плоскости, будет являться описанной вокруг этого треугольника окружностью. ~~Все~~ Значит, ось вращения будет проходить через центр описанной окружности. Иначе радиус окружности будет больше => площадь фигуры будет больше.
Центр описанной окружности можно найти, проведя серединные перпендикуляры к сторонам треугольника. Тогда их пересечение и будет центром описанной вокруг треугольника окружности.

(+)



№3. Ответ: $-\frac{p}{2}$; 0; q.

Решение: Нам известно, что уравнение $x^2+px+q=0$ имеет 1 корень, он равен $x=\frac{-p}{2}$, а $D=\sqrt{p^2-4q}=0$.

~~т.к. $T(x)=x^2+px+q \Leftarrow\Rightarrow T\left(-\frac{p}{2}\right)=\left(-\frac{p}{2}\right)^2+p\cdot\left(-\frac{p}{2}\right)+q=\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+q=\frac{p^2-2p^2}{4}+q=-\frac{p^2}{4}+q$.~~

$T\left(-\frac{p}{2}\right)=0$.

$T(T(x)) \Leftarrow\Rightarrow T\left(T\left(-\frac{p}{2}\right)\right) \Leftarrow\Rightarrow T(0)$

$T(0)=0^2+p\cdot 0+q=q$.

Тогда $T(T(T(x))) \Leftarrow\Rightarrow T(q)$

$T(q)=q^2+pq+q$.

В итоге мы имеем корни: $-\frac{p}{2}$, 0 и q.

№6. Ответ: длина аллеи-гипотенузы 5-го треугольника равна 40 м; площадь 5-го треугольника равна $=10\sqrt{3}$ м.

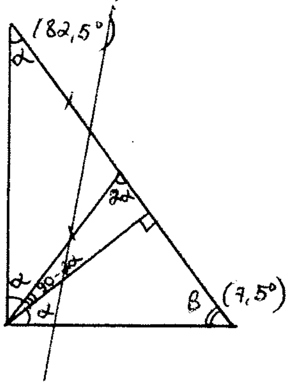
Решение: ~~длина аллеи-гипотенузы 5-го треугольника равна~~

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из прямого угла к гипотенузе равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы, значит, гипотенуза 2-го $\Delta=\frac{640\text{м}}{2}=320$ м, гипотенуза 3-го $\Delta=\frac{320\text{м}}{2}=160$ м, гипотенуза 4-го $\Delta=\frac{160\text{м}}{2}=80$ м, гипотенуза 5-го $\Delta=\frac{80\text{м}}{2}=40$ м.

Т.е. длина аллеи-гипотенузы 5-го треугольника равна 40 м.

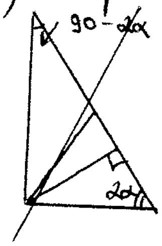
Площадь 5-го Δ найдем по формуле $S=\frac{1}{2}c\cdot b\cdot\sin\gamma$, где c – гипотенуза, b – один из катетов, а γ – угол между гипот. и катетом.

По теореме синусов $\frac{b}{\sin(90-\gamma)}=\frac{c}{\sin 90^\circ} \Rightarrow b=c\cdot\sin(90-\gamma)$.



Далее будем рассматривать все получаемые треугольники.

1) Первый Δ:



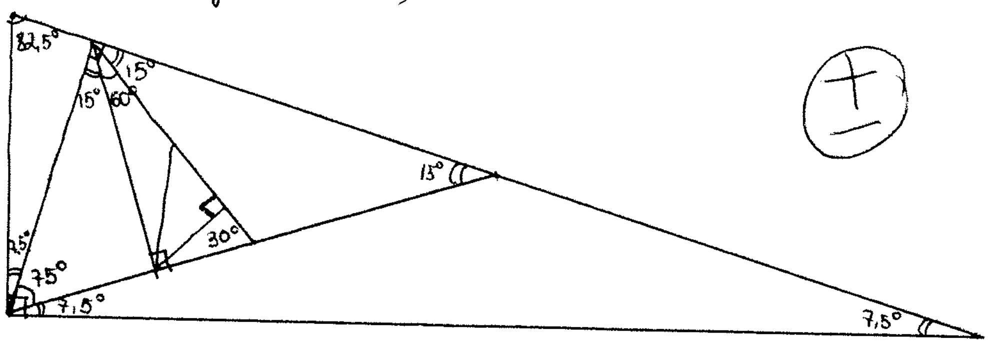
~~$2\alpha=\frac{11\cdot 180\cdot\alpha}{24}=$~~

~~$\alpha=\frac{11\cdot 180^\circ}{24}=82{,}5^\circ$.~~

$\alpha=\frac{11\cdot 180^\circ}{24}=82{,}5^\circ$.

(продолжение на листе 5)

№6. (продолжение)



±

В 1-ом △ углы будут равны 90°, 75° и 15° ← это 2-й △-к

Во 2-ом △ углы будут равны 90°, 60° и 30°.

В 3-ем △ углы будут равны 90°, 30° и 60°.

В 4-ом △ углы будут равны: 90°, 30° и 60°.

В 5-ом △ углы равны: 90°, 30° и 60°.

Тогда $S = \frac{1}{2} 20 \cdot (20 \cdot \sin 30°) \cdot \sin 60° = \frac{1}{2} 20 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ (м)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	НВ 86-74 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Голубков

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 13.03.1998 Класс: 10

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

$$\begin{cases} tg x \in Z \\ tg 2x \in Z \end{cases}; \quad \begin{cases} tg x \in Z \\ \dfrac{2tg x}{1-tg^2 x} \in Z \end{cases}$$

$$\frac{2tgx}{1-tg^2x} \in Z \Rightarrow 2tgx \,\vdots\, 1-tg^2x$$

$2tgx = (1-tg^2x)\cdot k, k \in N$

(±)

$k\cdot tg^2x + 2tgx - k = 0$

$D = 4+4k^2 = 4(1+k^2) > 0$

$$tgx = \frac{-2 \pm 2\sqrt{1+k^2}}{2k}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} tgx = \dfrac{-1-\sqrt{1+k^2}}{k} \\ tgx = \dfrac{\sqrt{1+k^2}-1}{k} \end{array}\right. \\ tgx \in Z, k \in N \end{cases}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1+k^2}}{k} \in Z, k \in N \Rightarrow \sqrt{1+k^2} \in Z$$

$\sqrt{1+k^2} = n, n \in Z, n \geq 0$

$1+k^2 = n^2$

$(n-k)(n+k) = 1, n \in Z, n \geq 0, k \in N$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} n-k=1 \\ n+k=1 \end{cases} \\ \begin{cases} n-k=-1 \\ n+k=-1 \end{cases} \varnothing \end{array}\right. \quad \begin{cases} k=n-1 \\ n+k=1 \end{cases} \quad \begin{cases} k=n-1 \\ 2n-1=1 \end{cases} \quad \begin{cases} k=n-1 \\ n=1 \end{cases} \quad \begin{cases} k=0 \\ n=1 \end{cases} \varnothing$$

Ответ: таких x несуществует

№4

1) $\frac{360°}{60} = 6$ (град/мин) - скорость минутной стрелки.

2) $\frac{360°}{12\cdot 60} = \frac{1}{2}$ (град/мин) - скорость часовой стрелки.

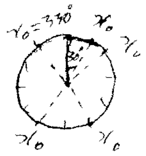
3) Стрелки совпали (и продолжили движение):

$x_м - x_ч = 2^0$

$6 \cdot t - \frac{1}{2} t = 2^0$

$t = \frac{2}{5,5} \notin N$, то выполнение условия невозможно после их совмещения

4) Минутная стрелка догоняет часовую:



$x_ч - x_м = x_0 + v_ч t - v_м t = x_0 - 5,5^0 t = 2^0$

$t = \frac{2 - x_0}{-5,5} = \frac{x_0 - 2}{5,5} = \frac{2x_0 - 4}{11} \in Z \Rightarrow 2x_0 - 4 \vdots 11$

$2x_0 - 4 = 11k, k \in N$

$x_0 = \frac{11k+4}{2} \le 330^0$

$11k \le 656$

$k \le \frac{656}{11}$, $\frac{656}{11} = \frac{550+106}{11} = 50 + \frac{99+17}{11} = 59\frac{17}{11}$

$k \le 59, k \in N$

$\frac{11k+4}{2} \vdots 30 \Rightarrow \frac{11k+4}{2} = 30n, n \in N$

$k = \frac{60n-4}{11} \le 59$

$60n \le 655$

$n \le \frac{655}{60}$

$n \le 10\frac{55}{60}$

$n \le 10, n \in N$

~~При~~ если $n=1$, то. если $n=2$, то. если $n=3$, то

$\frac{60n-4}{11} = \frac{56}{11} \notin N$ $\varnothing$ $\frac{116}{11} \notin N$ $\varnothing$ $\frac{176}{11} = \frac{110+66}{11} = 16 \in N$ - верно

если $n=4$, то если $n=5$, то

$\frac{236}{11} = \frac{220+16}{11} \notin N$ - неверно $\frac{296}{11} = \frac{220+76}{11} \notin N$ - неверно если $n=6$, то $\frac{356}{11}=\frac{330+26}{11}\notin N$ если $n=7$, то $\frac{416}{11}=\frac{330+86}{11}\notin N$ если $n=8$, то $\frac{476}{11}=\frac{440+36}{11}\notin N$

если $n=9$, то $\frac{536}{11}=\frac{440+76}{11}\notin N$ если $n=10$, то $\frac{596}{11}=\frac{550+46}{11}\notin N$

+

$K=\frac{60n-4}{11}=16$

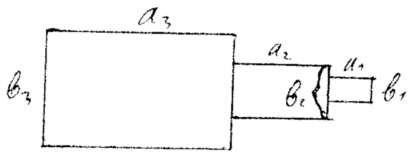
$x_0=\frac{11\cdot16+4}{2}=\frac{180}{2}=90^\circ$

$t=\frac{2\cdot90^\circ-4}{11}=\frac{176}{11}=16$ мин

т.е. с трёх часов дня мин. стрелка догоняла часовую (до нужного момента) 16 минут

Ответ: 15ч. 16мин.

№7



a_n - ар. прогр.

b_n - геом. прогр.

$$\begin{cases} a_1b_1=15 \ (3)\\ a_2b_2=60 \ (2)\\ a_3b_3=180 \ (4)\\ a_1+a_2+a_3=30 \ (1)\end{cases}$$

1) $a_1+a_1+d+a_1+2d=30$

$3a_1+3d=30$

$a_1+d=10=a_2$

Из (2):(3)

$\frac{a_2b_2}{a_1b_1}=\frac{60}{15}$; $\frac{10}{a_1}\cdot q=4$; $q=\frac{2a_1}{5}$, то

$b_3=b_1\cdot\frac{4a_1^2}{25}$

4) $(a_1+2d)\frac{b_1\cdot4a_1^2}{25}=180$

Из (3).

$(a_1+2d)a_1\cdot\frac{4\cdot15}{25}=180$

$a_1\cdot a_3=75$

$\begin{cases} a_1 a_3 = 75 \\ a_2 = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1(a_1+2d) = 75 \\ a_1+d = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} (10-d)(10-d+2d) = 75 \\ a_1 = 10-d \end{cases}$

$(10-d)(10+d) = 75$

$100-d^2 = 75$

$d^2 = 25$

$d = 5$, т.к. $a_1 < a_2 < a_3$

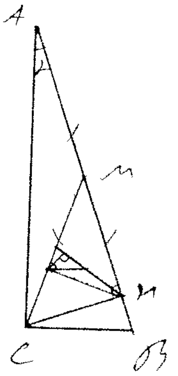
$\begin{cases} d = 5 \\ a_1 = 5 \end{cases}$, что $a_3 = 5+2\cdot 10 = 15$

$\begin{cases} 5\cdot b_1 = 15 \\ 10\cdot b_2 = 60 \\ 15\cdot b_3 = 180 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 6 \\ b_3 = 12 \end{cases}$

+

Ответ: 5дм и 3дм – длина и высота маленького прям.;
10дм и 6дм – длина и высота среднего прям.;
15дм и 12дм – длина и высота большого прям.

№6



Дано: ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = 640$м

$\angle A = \frac{11}{24}\pi$

CM - медиана, CH - высота

m_i - медианы к гипотенузам

Найти: 1) m_5
2) $S_{\Delta 5}$

1) $CM = \frac{1}{2}AB$ (по св-ву прямоуг. треуг.), то

$m_i = \frac{1}{2^i}\cdot m_0$, где $m_0 = AB$

$m_5 = \frac{1}{2^5}\cdot 640 = \frac{640}{32} = 20$м

Ответ: 1) 20м

+

площадь = ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 22-13 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Гончаренко

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 03.11.97 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 22-13

№2

$tg x,\ tg 2x \in Z$

$2015^{tg x} = ?$ Пусть $tg x = z$, $z \in Z$

$$tg 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x} = \frac{2z}{1-z^2} = \frac{2z}{(1-z)(1+z)}$$

Предположим, что z - четное, тогда $z = 2k$

$$tg 2x = \frac{4k}{(1-2k)(1+2k)}$$

$4k$ - четное, $1-2k$ - нечетное, $1+2k$ - нечетное $\Rightarrow$ т.к. произведение двух нечетных чисел всегда нечетное, то получим, что $tg 2x = \frac{\text{четное}}{\text{нечетное}} \Rightarrow$

$\Rightarrow tg 2x$ не может быть целым, ~~значит~~ тогда предположим, что $z = 2k+1$ (нечетное)

$$tg 2x = \frac{2(2k+1)}{(1-2k-1)(1+2k+1)} = \frac{2(2k+1)}{-2k(2k+2)} = \frac{2k+1}{-2k(k+1)}$$

$2k+1$ - нечетное

$2k$ - четное

при любом значении $k+1$, мы получим, что

$tg 2x = \frac{\text{нечет}}{\text{чет}} \Rightarrow tg 2x \notin Z$ противоречие

Значит не существует x при которых $tg x$ и $tg 2x$ одновременно $\in Z$.

Отсюда следует, что нам подходит решение, только когда $tg x = tg 2x = 0$;

Откуда получим, что $x = 0$ ...

Проверка: $tg 0 = 0$, $tg 2 \cdot 0 = 0$ подходит.

$$2015^{tg x} = 2015^{tg 0} = 2015^0 = 1$$

Ответ: $2015^{tg x} = 1$.

±

5

Так как неизвестно, что произойдет в каждом банке, то чтобы получить максимально возможный доход, при наихудшей раскладке, следует в каждый банк положить равную сумму.

~~Предположим, что~~ В случае, когда мы используем всю сумму, то у нас получится по 200000 рублей в каждом банке, значит доход будет $5 \cdot 200000 - 600000 = 400000$ рублей. (меньше чем вложили)

Предположим, что если мы будем вкладывать меньшие суммы, то в результате выиграем из этого. Составим уравнение:

Пусть $S = 600000$ деньги Ивана. пусть nS часть которую он хочет заложить, тогда у него дома останется $(1-n)S$ $\quad 0<n<1$

2x 1 банк: $\frac{nS}{3} \to \frac{2nS}{3}$

3x 2 банк: $\frac{nS}{3} \to \frac{3nS}{3}$

0 3 банк: $\frac{nS}{3} \to 0$

В результате получим:

$max = (1-n)S + \frac{5nS - 3nS}{3} =$

$$= \frac{3S - 3nS + 2nS}{3} = \frac{3S - nS}{3}$$, чем больше числитель, тем больше max => n должно быть наименьшим, не равным нулю. Минимальное кол-во рублей, которое можно вложить - 1 рубль => выигрыш 2 рубля

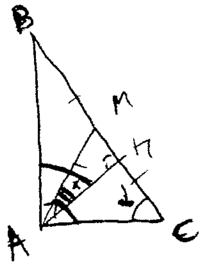
Ответ: 600000 р. получит Иван. (считая деньги которые у него были)

6

Медиана равняется половине гипотенузы. Значит в первом треугольнике медиана $= 320$ м $\Rightarrow$ пятая медиана будет $\frac{1}{25} \cdot 640 = \frac{640}{32} = 20$ м

Пусть угол между медианой (AM) и высотой (AH) $- x_1$. 1) В $\triangle AMC$ $\angle MAC = \alpha$ т.к. $\triangle$-равнобедр.

2) $\angle BAH = \alpha$, т.к. AH - высота в прямоуг. $\triangle$



из (1) и (2) $\Downarrow$

$\alpha + \alpha - x_1 = 90°$

$x_1 = 2\alpha - 90$

Значит второй угол $x_2 = 2x_1 - 90 = 4\alpha - 3 \cdot 90$

$x_3 = 2x_2 - 90 = 8\alpha - 7 \cdot 90$

$x_5 = 2x_4 - 90 = 32\alpha - 31 \cdot 90$

Отсюда, длина ~~стор~~ катет пятого треугольника = $\boxed{m_5 = 20\ м}$ В ответ

$$S_{пятого\ \Delta} = \frac{1}{2} \sin x_5 \cdot m_5 h_5$$

Найдем h_1 (AH)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{h_1}{640-CH} = \dfrac{CH}{h_1} \qquad h_1^2 = 640x - x^2 \\ \dfrac{h_1}{x} = tg\frac{11}{24}\pi \Rightarrow x = \dfrac{h_1}{tg\frac{11}{24}\pi} \end{array}\right) \Rightarrow h_1 = \frac{640\, tg\frac{11}{24}\pi}{tg^2\frac{11}{24}\pi + 1}$$

$$\Downarrow$$

$$h_1 = \frac{BC\ tg\,\alpha}{tg^2\alpha + 1}$$

$$\Downarrow$$

$$h_5 = \frac{m_5\ tg\,x_5}{tg^2 x_5 + 1}$$

$$S = \frac{1}{2}\sin(32\alpha - 31\cdot 90^\circ)\cdot 20 \cdot \frac{20\cdot tg(32\alpha - 31\cdot 90^\circ)}{tg^2(32\alpha - 31\cdot 90^\circ) + 1} =$$

$$= 200\,\frac{\frac{\sin^2(\ )}{\cos(\ )}}{\cos(\ )} = \qquad 200\frac{\sin^2(\ )}{\cos^2(\ )} = 200\,tg^2(32\alpha - 31\cdot 90^\circ) =$$

?

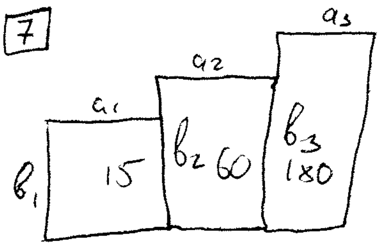
$$= 200\,tg^2(32\alpha - 90^\circ) = 200\ ctg^2(32\alpha) = 200\,ctg^2\left(32\cdot\frac{11}{24}\pi\right) =$$

$$= 200\,ctg^2\left(\frac{88}{3}\pi\right) = 200\,ctg^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 200\cdot\frac{1}{9} = \frac{200}{9}\ м$$

Ответ: гипотенуза = 20 м
площадь = $\frac{200}{9}$ м

±

7



длина $a_1\ a_2\ a_3$ ÷

высоты $b_1\ b_2\ b_3$ ÷÷

составим систему уравнений.

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3=30 \\ a_1 b_1=15 \\ a_2 b_2=60 \\ a_3 b_3=180 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a_1+a_1+d+a_1+2d=30 \\ a_1 b_1=5 \\ (a_1+d)b_1 q=60 \\ (a_1+2d)b_1 q^2=180 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$a_1=10-d$$

$$b_1=\frac{6}{q}$$

$$\begin{cases} (10-d)\frac{6}{q}=15 \\ (10+d)\frac{6}{q}q^2=180 \end{cases} \longleftarrow \begin{cases} (10-d)b_1=15 \\ 10b_1 q=60 \\ (10+d)b_1 q^2=180 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} (10-d)2=5q \\ (10+d)q=30 \end{cases} \rightarrow q=\frac{(10-d)2}{5}$$

+

$$\frac{(10+d)(10-d)2}{5}=30$$

$$100-d^2=15\cdot 5$$

$d=5 \Rightarrow a_1=5\ a_2=10\ a_3=15$

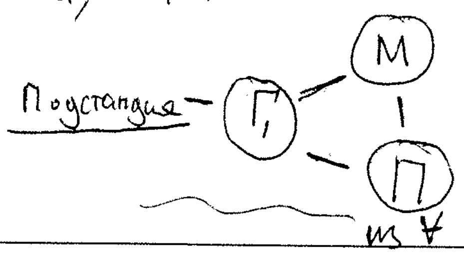
$b_1 5=15\quad b_2\cdot 10=60\quad b_3\cdot 15=180$

$b_1=3\quad b_2=6\quad b_3=12$

Ответ: высоты: 3, 6, 12.
длины: 5, 10, 15.

1

Да, может.



$Г_1$ - ∀ город

четыре линии: условие выполняется.

Нет, противоречие условию: из ∀ трех линий, хотя бы одна ведет к М

−

№4

Разобьем циферблат на деления. Пусть будет 60 делений.

решим пропорцию

60 дел − 360°

x − 2°

$x = \frac{60 \cdot 2}{360} = \frac{1}{3}$, значит между стрелками должно быть расстояние в $\frac{1}{3}$ одного деления.

Через 20 секунд после полудня это произойдет в первый раз, но этот случай нам не подходит, так как минутная стрелка не прошла целое кол-во минут. Следующий случай выдастся через примерно 1 час, 5 минут. Составим таблицу. Скорость минутной стрелки 1 $\frac{дел}{мин}$, часовой − $\frac{1}{12}$ $\frac{дел}{мин}$. Заполняем таблицу до тех пор пока не получим $\frac{1}{3}$ деления между стрелками

Время:	Минутная прошла	часовая	I (недогнала)	II (перегнала)	
1 час	60 дел.	5 дел	$65-60-5-\frac{5}{12}=-\frac{5}{12}$	$66-60-5-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	X
2 часа	120 дел	10 дел	$130-120-10-\frac{5}{6}=-\frac{5}{6}$	$131-120-10-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$	X
3 часа	180	15	[illegible] $-180-15-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}$		✓
4	240	20			
5	300	25			
6	360	30			
7	420	35			
8	480	40			
9	540	45			
10	600	50			
11	660	55			
12	720	60			

После того, как мы найдем нужное расстояние прекратим заполнение.

Возможно два случая: когда минутная стрелка чуть не догнала часовую и когда она немного обогнала её.

Распишем каждый час (для заполнения таблицы)

1 час: за 5 мин часовая стрелка пройдет $\frac{5}{12}$ деления

за 6 мин − $\frac{1}{2}$.

2 час: за 10 мин − $\frac{5}{6}$ деления

за 11 − $\frac{11}{12}$

3 час: за 15 мин часовая стрелка пройдет больше одного деления значит берем 16 минут.

за 16 минут часовая стрелка пройдет $\frac{4}{3}$ деления, расстояние между минутной и часовой будет $16-15-\frac{4}{3}=-\frac{1}{3} \Rightarrow$ угол между ними 2°.

Ответ: пройдет 3 часа 16 минут после полудня: $\boxed{15:16}$ прежде чем минутная и часовая стрелки составят ∠2°

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	БП 42-91 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Горшков

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 31.10.01 Класс: 7

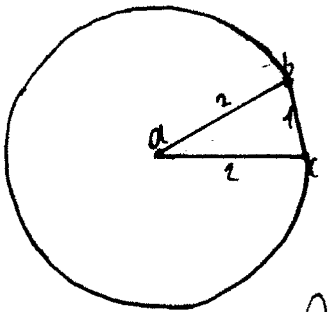
Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Гор

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2



Для того, чтобы образуемая фигура была наименьшей, вершины b и c должны быть равноудалены от вершины a ⇒ ab = ac ⇒ Δabc – р/б ⇒ ∠b = ∠c.

1) ∠a = 30°, ∠b = ∠c ⇒ ∠b = ∠c = 75°

(±)

Ответ: 0,4р + 0,4р + 0,2р. ?

№3

1) 9 · 3 = 27 (лет) на 27 лет сумма возрастов мами. отца, сына должна быть меньше

2) 27 – (~~40~~ 65 – 40) = 2 (года)

3) 9 – 2 = 7 (лет) сейчас

4) (7 – 4) · 9 = 27 (лет) было отцу 4 года назад

5) 27 + 4 = 31 год

Ответ: 31 год отцу

(+)

№4

Минутная стрелка за час проходит 360°, а часовая 30° ⇒
~~за~~ 11 1 час = 360 – 330° = 330°

1) 330 : 110 = 2,75 (раза)

60 : 2,75 = 21 $\frac{9}{11}$ (минут) будет 110°, но по условию прошло ~~тот~~ целое кол-во минут.

21 $\frac{9}{11}$ · 11 = 240 (мин) = 4 часа.

12 + 4 = 16 часов

Ответ: 16 часов

(+)

№1. (+)

Если из каждых трех линий хоть одна идёт в город М, то 2 или 1 линия не идёт в город М.
Если из каждых четырёх линий хоть одна идёт в посёлок П, то 3 или 2 или 1 линия не идёт в посёлок П.
Пусть в город идут три линии, а в посёлок две, тогда ни одна линия не идёт в город М, ни в посёлок П.
Пусть в город идут 2 или 1 линия, а в посёлок 2 или 1, тогда всего будет меньше 5 линий, что противоречит условию.
Ответ: 0 линий.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЭ 42-91

№ 1

4+1=5 км => Расстояние между вершинами не больше ~~меньше~~ 5 км => ~~расстояние не~~ ~~до любых две точ~~ расстояние между двумя любыми точками не больше 1 км. А от одной вершины до передатчика 9 км и передатчик находится внутри квадрата. Поэтому Мюллер не должен верить такому сообщению.

Ответ: Мюллер не должен верить такому сообщению.

№ 6

кол-во цифр ~~степень~~				
1	2	4	8	
2	16	32	64	
3	128	256	512	
4	1024	2048	4096	8192
5	16384	32468	64936	
6	129872	259744	519488	

Каждая 13 степень лишняя

$1015 : 13 = 155$

$1015 - 155 = 1160$

$1160 : 2 = 620$

кол-во цифр		
1	5	
2	25	
3	125	625
4	3125	
5	15625	78125
6	390625	
7	1953125	9765625

$1015 - 3 = 1012$

$1012 : 3 \cdot 2 = 1346$

$1346 + 2 = 1348$

$1348 + 620 = 1968$

Ответ: 1968

−

№ 5

$16^{00} - 8^{00} = 8$ часов.

В 1 час работы Пескин отправил по 3 тележки писем, бандеролей, посылок.

Время	письма	бандероли	посылки
8^{00}	1	1	1
8^{15}	2		
8^{20}		2	
8^{30}	2		2
8^{40}		3	
8^{45}	3		
9^{00}	3	3	3

$3 \cdot 8 = 24$ тележки

Ответ: 24 тележки писем; 24 тележек бандеролей; 24 тележки посылок.

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	ZS 37-96 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Грачева

ИМЯ Елизавета

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 08.03.2001 **Класс:** 8 А

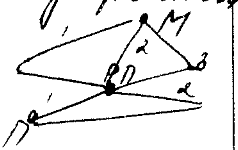
Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

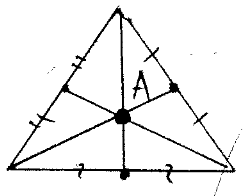
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Если среди любых 3 линий есть обязательно одна, идущая на предприятие М, то среди 5 линий обязательно должно быть, как минимум, 3 линии на М, чтобы соблюдалось условие. А чтобы из любых 4 была одна хотя бы линия, идущая на предприятие П нужно, как минимум, 2 линии на П. (+)
Если есть 5 линий, то там 3 обяз. идущие на М и 2 на П; 3+2=5, т.е. не остается линий для ост. предприятий. Т.е. максимальное кол-во ~~предприятий~~ линий среди 5, кот-ые не идут в М и П, равно 0



Ответ: 0 ~~пред~~ линий

2.



Чтобы площадь образуемой фигуры была наименьшей, ось вращения должна проходить через точку А — эта точка явл-ся точкой пересечения медиан тре-ка. Так расстояние будет наименьшим. (−)

Ответ: через точку пересеч. медиан тре-ка.

6. 2^{2015}; 5^{2015}

$5^1 = 5$ – 1 цифра
$5^2 = 25$ – 2
$5^3 = 125$ – 3
$5^4 = 625$ – 3
$5^5 = 3125$ – 4
$5^6 = 15625$ – 5
$5^7 = 75\ldots$ – 5

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 11

(−)

5^{2015} будет иметь $2015 - 403 = 1612$ цифр,
т.к. $2015 : 5 = 403$
$\begin{array}{r} 2015 \\ -20 \\ \hline 015 \\ -15 \\ \hline 0 \end{array}$

а разница между степенью и кол-вом цифр в 5 ст. равна 1
отсюда 1 раз = 403.
$2015 - 403 = 1612$

А 2

А в числе 2^{2015}
$2^1 = 2$ 1
$2^2 = 4$ 1
$2^3 = 8$ 1
$2^4 = 16$ 2
$2^5 = 32$ 2
$2^6 = 64$ 2
$2^7 = 128$ 3
$2^8 = 256$ 3
$2^9 = 512$ 3
кол-во цифр

Отсюда:
$2015 : 3 = 67$,
$\begin{array}{r} 2015 \\ -18 \\ \hline 21 \\ -21 \\ \hline 05 \end{array}$

67 цифр.

$1612 + 67 = 1679$ цифр – дес. знаков

Ответ: 1679 десят. знаков

№3
Пусть x лет - сейчас отцу, y лет - матери, z лет - сыну
Сост. сист. ур.: $\begin{cases} x+y+z=65 \\ (x-9)+(y-9)+(z-9)=40 \\ (x-4)=9(z-4) \end{cases}$
Рассмотрим отдельно 2 ур. сист.: $\begin{cases} x+y+z=65 \\ x-9+y-9+z-9=40 \end{cases}$
$\begin{cases} x+y+z-x+9-y+9-z+9=65-40 \\ x+y+z=65 \end{cases}$ $\begin{cases} 27=25 \text{ - неверно.} \\ x+y+z=65 \end{cases}$
Отсюда: система неверна и есть только один случай: сын не родился 9 лет назад, т.е. сейчас сыну меньше 9 лет.
Тогда сист. примет вид:
$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x-9+y-9=40 \\ x-4=9(z-4) \end{cases}$ $\begin{cases} z=65-(x+y) \\ x+y=58 \\ x-4-9z+36=0 \end{cases}$ $\begin{cases} z=65-(x+y) \\ x+y=58 \\ x-9z+32=0 \end{cases}$
$\begin{cases} z=65-58=7 \\ x+y=58 \\ x=9z-32 \end{cases}$ $\begin{cases} z=7 \\ x+y=58 \\ x=31 \end{cases}$ $\begin{cases} z=7 \\ x=31 \\ y=27 \end{cases}$ Отсюда: $x=31$ лет, значит 31 год сейчас отцу.
Ответ: 31 год.

№4
Допустим сейчас 12 часов и какое-либо число минут. Тогда чтобы найти градусную меру угла, кот-рую образуют стрелки: минутная и часовая - нужно вывести формулу: 1) если бы часовая стрелка не двигалась при движении минутной, то угол был бы равен:
$\frac{x}{60}=\frac{y}{360}$; $y=\frac{360x}{60}=6x$, где x - показание минутной стрелки, а y - гр. мера угла. 2) но час. стрелка тоже двигается. Угол между 2 числами на часах равен $\frac{360}{12}=30°$ т.е. угол, на кот-ый сдвинется часовая стрелка при x-минутах, равен: $30\cdot\frac{x}{60}=\frac{1}{2}x$. 3) т.е. угол между часовой и минутной стрелках будет равен $6x-\frac{1}{2}x=5{,}5x$
Имеем: $5{,}5x=45$; $x=\frac{45}{5{,}5}=\frac{450}{55}=\frac{90}{11}=8\frac{2}{11}$ - не целое число минут, т.е. это не удовлетворяет усл. задачи, т.е. сейчас не 12 часов.
Пусть сейчас 13 часов, тогда ~~часовая~~ угол между стрелками равен $4{,}5x$; $4{,}5x=45$; $x=10$ минут.
Значит: сейчас 13 час. 10 минут. Ответ: 13 часов 10 минут.

5. Тележка для посылок приезжает реже всего, отсюда она никогда не уедет пустой. Тележка для бандеролей поедет пустой всего 1 раз. А тележка для писем поедет пустой 12 раз. Тогда тележка с письмами проедет с грузом 25 раз, тележка с бандеролями - 23 раза, а тележка с посылками 17 раз. Тележка с письмами выезжает 4 раза или 5 раз в час, из них 1 или 2 раза пустая (соответственно). А тележка с бандеролями уезжает 3 раза в час, тележка с посылками 2 раза в час. Тележка не закончит до конца погрузки в последний час, т.к. они бы прибыли позже 16.00.

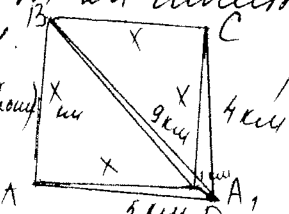
Тележка с письмами выезжает пустой 12 раз причем: в 8 часов - 2 раза, 9 часов - 2 раза, и т.д. в последовательности:
2, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1.

с письмами	с бандер.	с посылками
8.00 →	8.00 →	8.00 →
8.10 ←	8.15 ←	8.25 ←
8.15 →	8.20 →	8.30 →
8.25 ←	8.35 ←	8.55 ←
8.25 → без	8.40 →	9.00 →
8.30 ←	8.55 ←	9.25 ←
8.35 → без	8.55 → без	9.30 →
8.45 ←		
8.50 →		

и т.д.

Ответ:
25 с письмами,
23 с бандер,
17 с посылками.

7. Существует квадрат и за его пределами, допустим, существует точка, кот-ая имеет расст. до вершин квадрата равное 1, 9, 4 и 5 км. Пусть сторона квадрата равна x (км).



Получим 3 тре-ка (например, их больше), если соединим точку с верш. тре-ка:
1) ADA_1 со сторонами: 5 км; x км; 1 км
2) CA_1D, со стор. 4 км; 1 км; x км
3) BA_1D, со стор. 9 км; 1 км и $\sqrt{2x^2}$ (по теор. Пифагора)

В любом тре-ке любая сторона меньше суммы 2 других

Отсюда
$$\begin{cases} x < 5+1 \\ 1 < 5+x \\ 5 < 1+x \\ x < 1+4 \\ 4 < 1+x \\ 1 < 4+x \\ 1 < \sqrt{2x^2}+9 \\ 9 < \sqrt{2x^2}+1 \\ \sqrt{2x^2} < 1+9 \end{cases}$$
, т.е. $x < 6$ (вспомогательное условие)
$x > 3$
$x > 4$ отсюда: $x = 5$ (если x целое) и
$x \in (4; 5]$ (если x нецелое), но это невозможно, т.к.
$x < 1+4$; $5 < 5$ - неверно. Значит $x \neq 5$
$x \notin (4; 5]$, т.к. это противоречит $9 < \sqrt{2x^2}+1$
Отсюда: Мюллер не должен верить. Ответ: нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	СV 64-55 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГРИГОРЬЕВ

ИМЯ ДМИТРИЙ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 26.06.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 9 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Григ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан доп. лист №1 Ксенофонтова. Выдан доп. лист №2 Ксенофонтова. Выдан доп. лист №3 Ксенофонтова. Выдан лист №4. Выдан доп. лист №5 Ксенофонтова. Выдан доп. лист №6 Ксенофонтова.

Задание №2.

Нам известно, что $tg\,x$ и $tg\,2x$ - целые числа.
Обозначим $tg\,x$ за букву y, $y \in Z$.
Обозначим $tg\,2x$ за букву n, $n \in Z$.
По формуле двойного угла, которая выглядит следующим образом $tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$ видно, что

$\frac{2tg\,x}{1-tg^2x} = n$. Теперь в этом выражении заменим $tg\,x$ на y и получим

+

$\cancel{\frac{2y}{1-tg^2x}}$ $\frac{2y}{1-y^2} = n$.

$2y = n - ny^2$

$ny^2 + 2y - n = 0$.

$y = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4n^2}}{2n}$

$y = \frac{-2 \pm \sqrt{1+n^2}}{n}$.

$ny = -2 \pm \sqrt{1+n^2}$ (при $n \neq 0$).

Такого быть не может, т.к. число $\sqrt{1+n^2}$ должно быть целым, а это возможно только в одной ситуации - при $n = 0$.

Осталось рассмотреть случай, когда $tg2x=0$. Запишем $tg2x$ через $tg x$.

$$\frac{2tgx}{1-tg^2x}=0 \Rightarrow tgx=0.$$

Как раз получилось так, что $tg2x$ и $tg\,x$ - целые числа.

Осталось решить систему:

$$\begin{cases} tgx=0 \\ tg2x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\pi k, \text{ где } k\in Z \\ 2x=\pi m, \text{ где } m\in Z \end{cases} \quad \begin{cases} x=\pi k \\ x=\frac{m\pi}{2} \end{cases}$$

$x=\pi k$, где $k\in Z$.

При таком значении x tgx и $tg2x$ - всегда целые числа.

Ответ: $x=\pi k$, где $k\in Z$.

Задание №1. (+)

В условии задания сказано, что среди любых четырех линий... Значит минимальное количество линий может быть четыре.

Из условия можно почерпнуть много полезной информации, например:

1) Т.к. среди любых трех линий обязательно есть линия, идущая на предприятие города М, то линий не идущих к городу М ~~всего 2~~ ~~и...~~ меньше 3.

Это легко объяснить. Если линий не идущих к городу М больше или равно 3, то уже существует 3 линии, ни одна из которых не идет к городу М, что противоречит условию.

2) Так как среди любых четырех линий обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П, то линий не идущих к поселку П меньше 4. И обязательно есть хотя бы одна, идущая к поселку П.

Это тоже нетрудно объяснить. Если бы линий не идущих к поселку было больше или равно 4, то нашлась бы одна четверка линий, где ни одна линия не идет к поселку П, а это противоречит условию.

К 1) пункту еще можно добавить то, что линия идущая к городу М должна быть. Хотя бы одна.

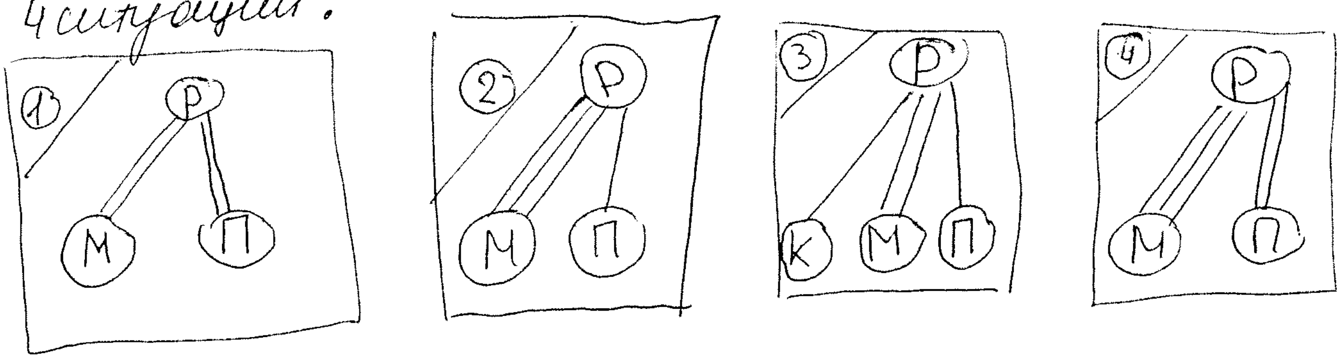
Итак, получилось, что линий больше или равно четырем. Среди них есть хотя бы одна линия идущая к городу М и хотя бы одна идущая к поселку П. И должно выполняться 2 условия:

выдан доп. лист №1
[подпись]

Первое: линий не идущих к поселку П меньше 4.

Второе: линий не идущих к городу М меньше 3

При всех этих условиях возможны только 4 ситуации:



где (P) - распределительная подстанция.
(M) - город М.
(П) - поселок П.
(K) - любой город или поселок но не (M) и не (П).

Ответ: число линий может быть меньше пяти;
если линий не меньше пяти, то среди любых пяти не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

Выдан доп. лист №2

Задание №4

Скорость часовой стрелки $\frac{1}{2}°$ в минуту.

Скорость минутной стрелки $6°$ в минуту.

Т.к. угол составляет $2°$, то нужно рассматривать время близкое к времени встречи двух стрелок (когда они „накладываются" друг на друга). Время нужно рассматривать только целое и как до встречи так и после.

1 встреча.

$\frac{1}{2} \cdot n = 6 \cdot n - 360°$ (вычитаю $360°$, т.к. уже прошел один круг).

$11n = 720$. 65 минут – угол будет не целым.

$n = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11}$ 66 минут – угол равен $3°$.

2 встреча.

$\frac{1}{2} n = 6n - 720$ (вычитаю 720, т.к. прошло 2 круга).

$n = \frac{1440}{11} = 130\frac{10}{11}$ 130 минут – угол ~~10~~ $5°$

131 минута – угол нецелый.

3 встреча

$\frac{1}{2} n = 6n - 1080$ (вычитаю 1080, т.к. прошло 3 круга)

$n = \frac{2160}{11} = 196\frac{4}{11}$. 196 минут – угол $2°$. как раз то что нужно.

Угол между стрелками проверял следующим образом: часовая стрелка прошла $\frac{1}{2}° \cdot (n$ минут) град.

Минутная стрелка $(n \cdot 6) \bmod 360$, где mod – остаток от деления нацело.

И находил разницу.

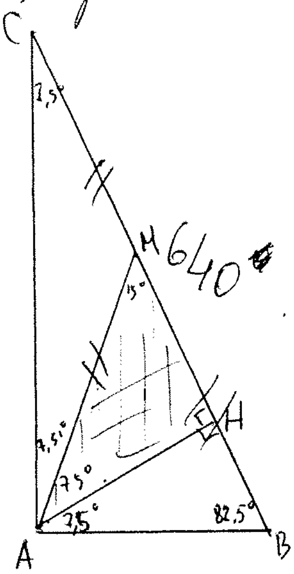
Получилось, что прошло 196 минут, а это 3 часа 16 мин

Ответ: 15 часов 16 минут.

выдан доп. лист №3

Задание 6.

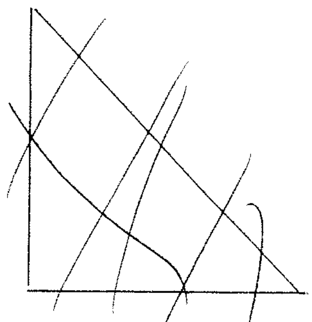
$\alpha = \frac{11}{24}\pi = 82,5^\circ$.

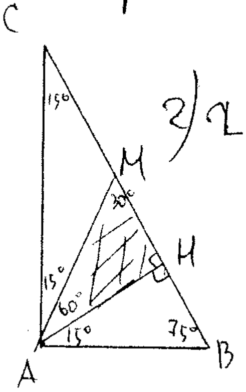


1) Итак по свойству прямоуг. треугольника медиана равна половине гипотенузы, значит $AM = 320$.

1 треугольник – AMH с углами 15° и 75°.

Углы посчитал очень просто: сумма углов в $\Delta = 180^\circ$. Итак рассчитал все углы.

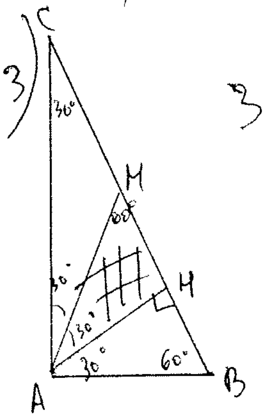




2) 2 треугольник – AMH с углами 30° и 60° и гипотенузой $\frac{320}{2}$.

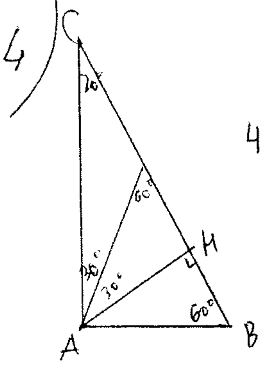
Все делал как в 1 пункте.

3)



3 треугольник – ΔAMH с углами 30° и 60° и гипотенузой 80.

4)

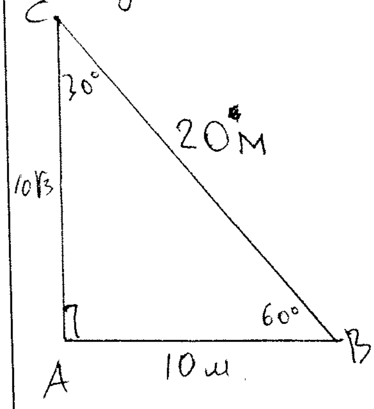


4 треугольник – ΔAMH с углами 30° и 60° и гипотенузой 40.

Аналогично 5 треугольник – треугольник с углами 60° и 30° и гипотенузой 20.

Выдан доп. лист №4

Получилось:



Длина аллеи-гипотенузы 5-того треугольника равна 20 м.

$AB = \sin 30° \cdot 20 = 10$ м.

$AC = 10\sqrt{3}$ м (по теореме Пифагора).

$S_{\triangle ABC} = 50\sqrt{3}$ м^2

+

Ответ: длина аллеи-гипотенузы - 20м

$S_{\triangle} = 50\sqrt{3}$ м^2

Задание N5

Как я считаю, чтобы доход был максимальным нужно вложить как можно больше денег. Но мы не знаем какой именно банк разорится, поэтому по-моему самым выгодным вкладом был бы вклад, когда в каждый банк он вложил по $\frac{1}{3}$ от своей суммы. В итоге он получит даже в самом плохом исходе 1000000 руб.

+

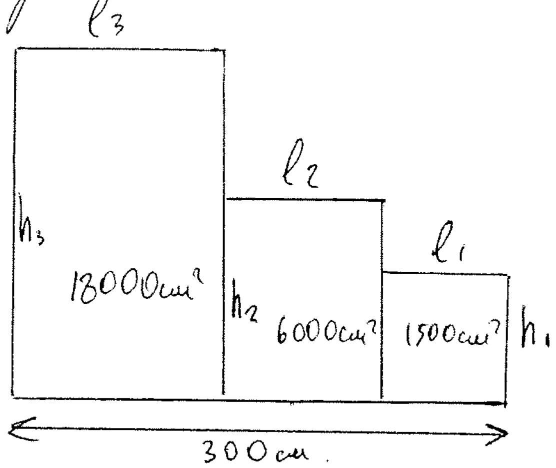
Ответ: по 200000 руб в каждый банк

Получит 1000 000 руб.

не обоснован ответ

Выдан доп. лист N5
Насноф

Задание N 7



l_1, l_2, l_3 - арифметич. прогрессия.

$l_1 + l_1 + x + l_1 + 2x = 300$

$3l_1 + 3x = 300$

$\underbrace{l_1 + x}_{l_2} = 100$ x - разность прогрессии

$l_2 = 100_{см} \Rightarrow h_2 = 60$, т.к. $l_2 h_2 = 6000$ см²

Теперь, нетрудно увидеть, что l_1 и h_1 кратны 10, т.к. $h_1 \cdot l_1$ - кратно 100, а l_1 меньше 100. Остается перебрать всего 5 пар l_1 и x. Это 90 и 10, 80 и 20, 70 и 30, 60 и 40, 50 и 50. После проверки каждой пары получилось, что пара 50 и 50 подходит.

$l_1 = 50$ см, $l_2 = 100$ см, $l_3 = 150$ см

$h_1 = 30$ см, $h_2 = 60$ см, $h_3 = 120$ см

+

Ответ: высота первой ступени - 3дм
высота второй ступени - 6дм
высота третей ступени - 12дм
длина первой ступени - 5дм
длина второй ступени - 10дм
длина третей ступени - 15дм

Выдан доп. лист №6
Ксенофонт

Задание №3.

$T(x)=x^2+px+q$, т.к. он имеет ровно 1 корень, то $T(x)=(x-a)^2$

$T(T(x))=(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q=(x-a)^4+p(x-a)^2+q$

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2+p((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)+q$

$T(T(T(x)))=((x-a)^4+p(x-a)^2+q)^2+p((x-a)^4+p(x-a)^2+q)+q=0$.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ЙЈ 49-63 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Данилова

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 22.03.1998 Класс: 10

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№5.

1) Т.к. неизвестно, в каком именно банке удваив. вклад, утраив., „сгорает", то нужно положить в каждый банк одинаковую сумму.

2) пусть в каждый банк положили по 1000 рублей (всего 3000 руб.)

I бан. было 1000, стало 2000.
II бан. было 1000, стало 3000.
III бан. было 1000, стало 0.

Из этого примера видно, что сумма, положенная в банк с утраиванием вклада, полностью возвращает первоначальные затраты. Дополнительные деньги вкладчик получает засчёт банка с удваиванием вклада. ⇒ Нужно получ. из этого банка максимальный доход. Т.к. вклад в кажд. банк одинаковый, то он равен $\frac{600000}{3} = 200\,000$.

I бан. было 200 тыс., стало 400 тыс.
II бан. было 200 тыс., стало 600 тыс.
III бан. было 200 тыс., стало 0

Остаток от 600 тыс. 0 после вложения денег. Теперь у вклад. 400 тыс. + 600 тыс. = = 1 000 000 — максим. возмож. сумма.

Ответ: в каждый банк полож. по 200 тысяч.

Максим. возмож. дох. 1 миллион.

+

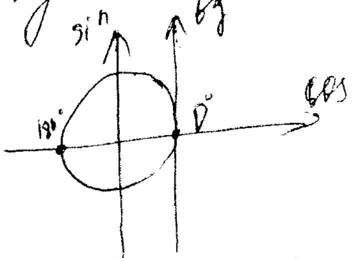
№2.

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2 x}$$

Т.к. tg x – целое число, то видно, что $\frac{2tg\,x}{1-tg^2 x}$ – тоже целое число. Табличные значения tg-сов: 0; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 1; $\sqrt{3}$. Следовательно, у всех других, нетабличных углов, tg-сы не будут цел. числами?

tg 45° = 1, а tg 90 не вычисляется, следовательно, цел значение, котор может приним. цел в этой задаче, — это 0.

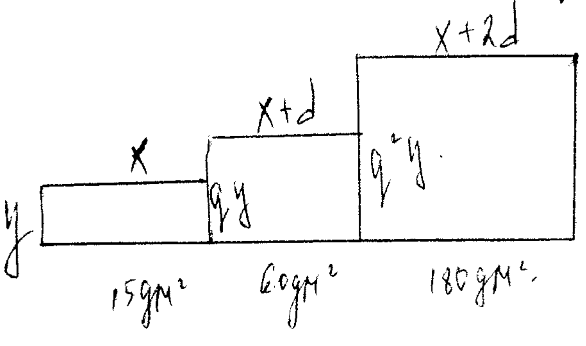
$tg\,x = 0$. $x = 0 + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.



т.е. $x = 0; 180; 360; 540$ и т.д.

Ответ: $x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.

№7.



Пусть разность арифм. прогрес. d а члены геом. прогрес. возраст. в q.

1) т.к. общ. длина 30 дм. ⇒ $x+(x+d)+(x+2d)=30$.

$3x+3d=30$.

$x+d=10$.

2) состав. сист. урав., использ. теор. о S прямоуг.

$$\begin{cases} xy=15 \\ (x+d)qy=60 \\ (x+2d)q^2y=180 \\ x+d=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy=15 \\ 10qy=60 \\ (x+2d)q^2y=180 \\ d=10-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{15}{x} \\ qy=6 \\ (x+2d)q^2y=180 \\ d=10-x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{q\cdot 15}{x}=6 \Rightarrow q=\frac{6x}{15} \\ (x+20-2x)q^2\cdot\frac{15}{x}=180 \end{cases}$$

$$(20-x)q^2\cdot\frac{15}{x}=180$$

$$(20-x)\frac{6x\cdot 6x\cdot 15}{15\cdot 15\cdot x}=180$$

$$x(20-x)=75$$

$$-x^2+20x=75$$

$$x^2-20x+75=0$$

по теор. Виета.

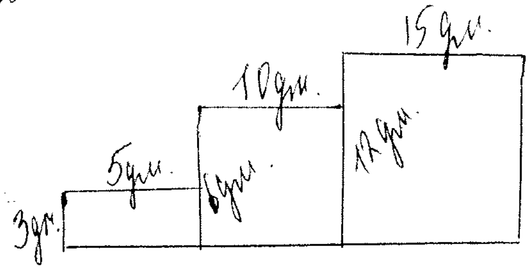
$x=15$ ∅ т.к. услов. при наим. длин. наим. всегда не будет выполн.

$x=5$ (дм)

$y=\frac{15}{5}=3$ (дм)

$q=\frac{6}{3}=2$ (дм)

$d=10-5=5$ (дм)

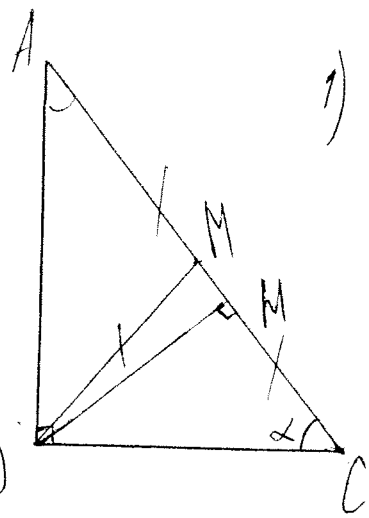


Ответ: прямоуг. 1: длин. 5дм, выс. 3дм.
прямоуг. 2: длин. 10дм, выс. 6дм.
прямоуг. 3: длин. 15дм, выс. 12дм.

+

выдан один дополнительный лист. [подпись]

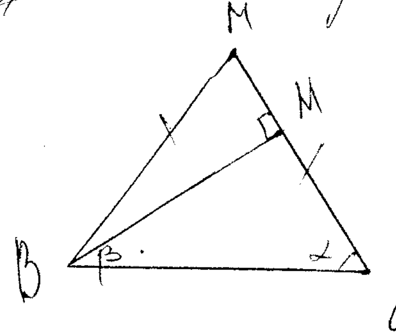
№6



1) BM – медиана (по усл.) ⇒
AM = MC = BM (по св. мед. прямоуг. Δ-ка, провед. к гипотен.)
⇓
гипотенуза каждого следующего прямоуг. Δ-ка будет в 2 раза меньше
⇓
гипотенуза 5-того Δ-ка будет меньше в 2^4.
$\frac{640}{16} = 40$ (м). V

2) ∡ Δ ABC. пусть $\angle A = \beta$
$\beta = 90 - \alpha$ (по св. остр. уг. Δ-ка).
$\beta = \frac{1}{2}\pi - \frac{11}{24}\pi = \frac{12-11}{24}\pi = \frac{1}{24}\pi$.

3) ∡ Δ BMC – равнобед. (BM = MC по I п.)



по св-ву выс. BH Δ BCH ~ Δ ACB ⇒
⇒ $\angle MBC = \beta$.
Δ BMC – равнобед. ⇒ $\angle MBC = \angle MCB = \alpha$.
⇓
$\angle MBH = \alpha - \beta = \frac{11}{24}\pi - \frac{1}{24}\pi = \frac{10}{24}\pi$.
⇓ ?

получается закономерность:

I $\alpha - \beta$
II $\alpha - 2\beta$
III. $\alpha - 3\beta$
IV $\alpha - 4\beta$
$\boxed{V\ \alpha - 5\beta}$

в 5-ом Δ-ке угол будет:
$\frac{11}{24}\pi - \frac{5 \cdot 1}{24}\pi = \frac{6}{24}\pi = \frac{1}{4}\pi$.

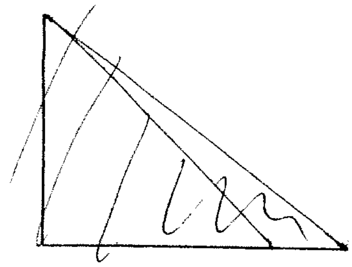
выдан второй дополнительный лист

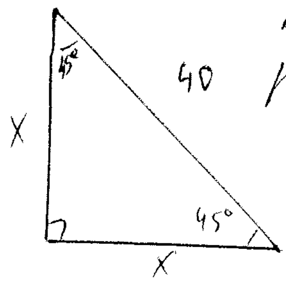
$\frac{1}{4}\pi = \frac{1\cdot180}{4} = 45°$

четвёртый Δ-к будет равнобед., т.к. один из остр. угл равен 45° ⇒ и другой тоже 45°.

катет обозначу за x.

по теор. Пифагора:





$x^2+x^2=1600$

$2x^2=1600$

$x^2=800$

$S_{\text{четв. } \Delta\text{-ка}} = \frac{1}{2}x\cdot x = \frac{1}{2}x^2$ (по теор. о S прямоуг. Δ-ка)

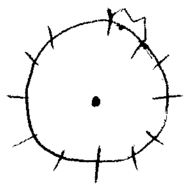
$S_{\text{четв. } \Delta\text{-ка}} = \frac{1}{2}\cdot 800 = 400$ м²

Ответ: длина гипотен. IV Δ-ка: 40 м.

S IV Δ-ка: 400 м²

±

№4.



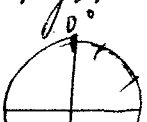
часовая стрелка 60 мин — $\frac{360}{12}=30°$

1 мин. — 0,5°

минут. стрел. 60 мин — 360°

1 мин. — 6°

1. пусть 12 часов ⇒ минут. и часов. начин. с 0° свое движение.



пусть движут. x мин, тогда их положение через x мин.

минут.: 0+6x, часов.: 0+0,5x

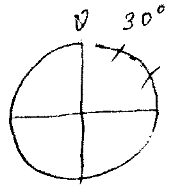
$6x-0{,}5x=2°$

$5{,}5x=2$ ⇒ $x=\frac{2}{5{,}5}=\frac{20}{55}=\frac{4}{11}$ — не целое число ⇒

значит время не 12 часов.

2. пусть 13 часов ⇒ ~~ми нач~~ минут. начин. движ. с 0°, а часов. — 30°.

выдан третий дополнительный лист. Дин/



минут: $0+6x$ часов: $30+0,5x$.

$6x-(30+0,5x)=2$.

$6x-30-0,5x=2$.

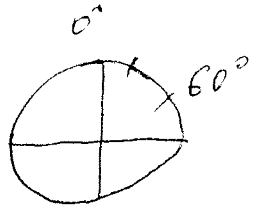
$5,5x=32$

$x=\frac{32}{5,5}=\frac{320}{55}=\frac{64}{11}=5\frac{9}{11}$ – не цел. чис.

$\Downarrow$

время не 13 часов.

3. пусть 14 часов ⇒ минут начин. с $0°$, часов. с $60°$



минут: $0+6x$ часов: $60+0,5x$

$6x-60-0,5x=2$.

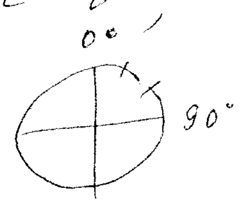
$5,5x=62$

$x=\frac{620}{55}=\frac{124}{11}=11\frac{3}{11}$ – не цел. чис.

$\Downarrow$

Время не 14 часов.

4. пусть ~~часов~~ 15 часов ⇒ минут начин. с $0°$ часов. с $90°$



минут: $0+6x$ часов. $90+0,5x$

~~$6x-90-0,5x=2$~~

$90+0,5x-6x=2$.

$5,5x=88$

$x=\frac{880}{55}=\frac{80}{5}=16$ (мин)

~~Значит~~ Т.к. по усл. задачи надо найти такое первое событие ⇒ значит, часы показывают время 15 часов 16 мин.

Ответ: 15 часов 16 мин.

выдан четвертый дополнительный лист.

№3.

$x^2+px+q=0$ им. один корень $\Rightarrow D=p^2-4q=0 \Rightarrow p^2=4q \Rightarrow p=2\sqrt{q}$.

$T(x)=0 \Rightarrow T(T(x))=T(0)=q$

$T(T(T(x)))=T(q)=q^2+pq+q=q^2+2\sqrt{q}q+q$

$q^2+2\sqrt{q}q+q=0$ (по усл.)

замена $\sqrt{q}=t$, $t\geq 0$

$t^4+2t^3+t^2=0$. $t_1=-1$ $\varnothing$, т.к. $-1<0$.

$$\begin{array}{r|l} t^4+2t^3+t^2+0t & t+1 \\ \underline{-\;t^4+t^3} & \overline{t^3+t^2} \\ t^3+t^2 & \\ \underline{-\;t^3+t^2} & \\ 0 & \end{array}$$

$t^3+t^2=0$

$t^2(t+1)=0$

$t_2=0$ $t_3=-1$ $\varnothing$.

обр. зам. $\sqrt{q}=0$

$q=0$

Ответ: 0

№1

1) меньше 5 — это 1, 2, 3, 4. 1, 2 не могут быть, т.к. есть усл. «люб. из трёх»; 3 не может быть, т.к. есть усл. «люб. из четырех» ⇒ остается 4. Может быть 4, например, М М П

в таком случ. выполн. все услов.

2) Не может быть 5 люб. мин., котор. не вер. ни в М, ни в П, иначе услов. о люб. 3-х и любых 4-х не будет выполн.

Ответ: может быть меньше 5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ЙЦ 32-77 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Данилова

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 07. 01. 1998 **Класс:** 11 „А"

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Данил

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача №4.

За 1 минуту минутная стрелка отклоняется на 6°. За 60 минут часовая стрелка отклоняется на 30°, а за 1 минуту — на 0,5°.

Пусть y минут прошло до того, как угол между часовой и минутной стрелками не стал равным 2°.

Тогда $6y-0,5y=2°$ или $6y-0,5y=-2°$ (в завис-ти от того, какая стрелка впереди). (∅, т.к. $y<0$) Так как среди решений этих ур-й нет целых y, рассмотрим случай, когда минутная стрелка уже сделала один полный оборот:

1) $6y-0,5y=362°$ или 2) $6y-0,5y=358°$
y-нецелое y-нецелое

Рассмотрим случай, когда мин. стрелка сделала 2 полных оборота:

1) $6y-0,5y=722$ или 2) $6y-0,5y=718°$
$5,5y=722$ $5,5y=718$ y-нецелое
y-нецелое

Рассмотрим случай, когда мин. стрелка сделала 3 полных оборота:

1) $6y-0,5y=1082$ 2) $6y-0,5y=1078$
$5,5y=1082$ $5,5y=1078$
y-нецелое $y=196$ - целое число минут

След-но, часы показывают время 15:16. Это и будет 1-й случай после полудня, когда угол между часовой и минутной стрелкой равен 2°. Проверим:

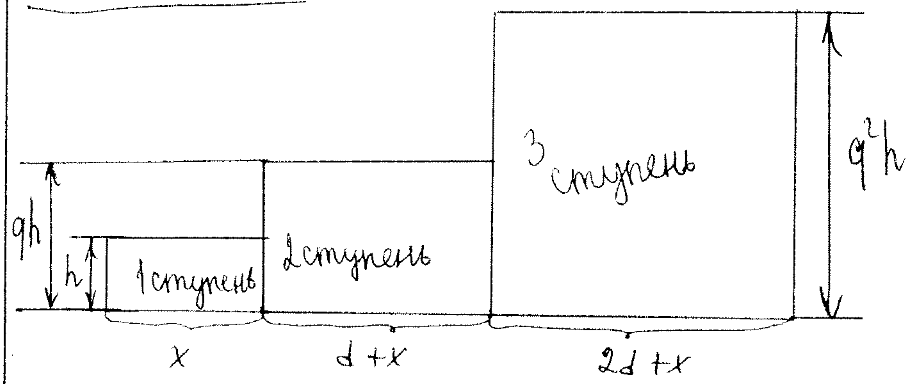
$(6°y-1080°)=6°\cdot196-1080°=96°$

$0,5°y=0,5°\cdot196=98°$

$98°-96°=2°$

Ответ: 15 ч 16 мин. +

Задача №7.



Обозначим длины прямоуг-ков $x, d+x, 2d+x$, где x – длина 1-й ступени; d – разность арифметич. прогрессии, которую они составляют;
высоты прямоуг-ков h, qh, q^2h, где h – высота 1-й ступени; q – знаменатель геометрич. прогрессии, которую они составляют.

Запишем условия задачи в систему уравнений:

$$\begin{cases} xh=15 \\ qh(d+x)=60 \\ q^2h(2d+x)=180 \\ 3x+3d=30 \end{cases} \quad \begin{cases} xh=15 \\ qh\cdot(d+x)=60 \\ q\cdot\frac{60}{d+x}(2d+x)=180 \\ 3(x+d)=30 \end{cases} \quad \begin{cases} xh=15 \\ qh\cdot10=60 \\ q\cdot\frac{60}{10}(2d+x)=180 \\ x+d=10 \end{cases} \quad \begin{cases} xh=15 & (1) \\ qh=6 & (2) \\ q(2d+x)=30 & (3) \\ x+d=10 & (4) \end{cases}$$

(3): $2dq+xq=30$

Из (2): $q=\frac{6}{h}$, из (1): $x=\frac{15}{h}$, из (4): $x=10-d$

$$\frac{15}{h}=10-d \Rightarrow d=10-\frac{15}{h}$$

Тогда ур-ие (3) имеет вид:

$$2\cdot\left(10^{h}-\frac{15}{h}\right)\cdot\frac{6}{h}+\frac{15}{h}\cdot\frac{6}{h}=30$$

$$\frac{12(10h-15)}{h^2}+\frac{90}{h^2}-\frac{30h^2}{h^2}=0$$

$$\frac{120h-180+90-30h^2}{h^2}=0$$

Так как $h\neq0$, то
$h^2-4h+3=0$
$h_1=1$ (*) $\quad h_2=3$ (**)

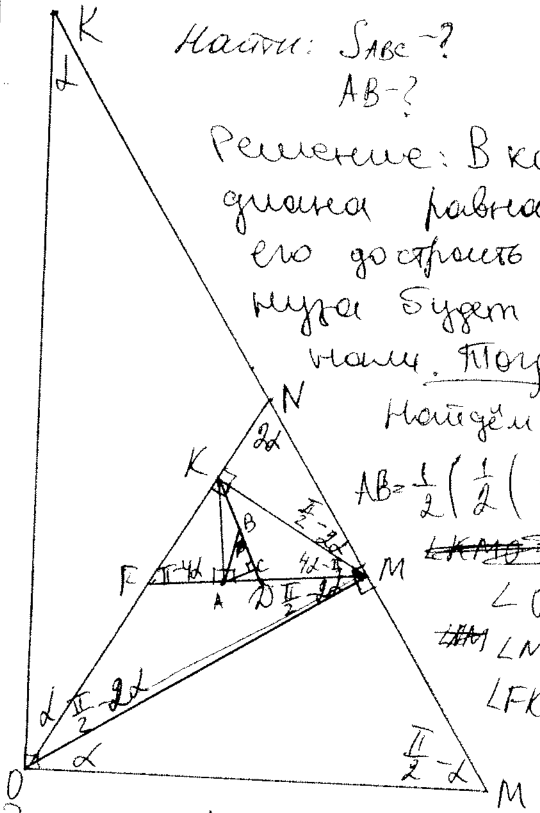
(*) Невозможно, т.к. тогда $x=15 \Rightarrow d=-5$. ~~Зн~~ Тогда длина 2-й ступени будет меньше длины 1-й, что невозможно по условию. ⟶

(**): $h=3 \Rightarrow x=5,\ d=5,\ q=2$

Ответ: 1 ступень: длина – 5 дм, высота – 3 дм
2 ступень: длина – 10 дм, высота – 6 дм
3 ступень: длина – 15 дм, высота – 12 дм.

+

Задача №6.



Найти: S_{ABC} – ? AB – ?

Дано: KM = 640 м; $\alpha = \frac{11\pi}{24}$

Решение: В каждом прямоугольном Δ-ке медиана равна половине гипотенузы (так как если его достроить до прямоугольника, то эта гипотенуза будет являться половиной его диагонали. Тогда треугольник, у которого одна из сторон – медиана другого Δ-ка, а другая – пол-на гипотенузы, яв-ся равнобедренным.

Найдём AB: $AB = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot 640\right) = 40\text{ м}\right)\right)$

$\angle ONM = \pi - \left(\alpha + \frac{\pi}{2} - 2\alpha + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2\alpha$

$\angle NMK = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$; $\angle KMF = \frac{\pi}{2} - \left(2\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)\right) = \frac{\pi}{2} - (\pi - 4\alpha) = 4\alpha - \frac{\pi}{2}$

$\angle FKA = 4\alpha - \frac{\pi}{2}$; $\angle AKD = \frac{\pi}{2} - \left(2\left(4\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\pi}{2} - (8\alpha - \pi) = \frac{3\pi}{2} - 8\alpha$

$\angle KDA = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} + 8\alpha = 8\alpha - \pi$

$\angle ABD = \pi - (2(8\alpha - \pi)) = 3\pi - 16\alpha$ ⟶

~~Задача №1. Наименьшее возможное число линий – 4, т.к. должно выполняться усл-ие о посёлке П. Но тогда не будет выполняться усл-ие, касаемое города М. Получаем противоречие. Значит, число всех линий не может быть меньше 5.~~

~~Даже если число всех линий~~

Задача №1. Число всех линий может быть равно 4, одна из которых будет вести в п. П, а 2 – в город М. Если число линий не меньше 5, то не найдутся среди любых 5 линий такие, что они не ведут ни в М, ни в П. Если бы такие существовали, то не выполнялось бы условие о том, что среди любых 3-х линий обяз-но есть одна, идущая в город М.

Ответ: Может; Нет, не найдутся.

±

Нет полного обоснования

Задача № 5

Наиболее выгодный ~~вариант~~ – вложить все имеющиеся деньги в банки и распределить их поровну, так как иначе при самом худшем ходе событий вкладчик потеряет вклад большей стоимости. Если же он оставит часть денег дома, то ~~есть~~ риск не только получить небольшую прибыль, но и остаться „в минусе". Таким образом, если вкладчик распределит свои деньги по 3-м банкам поровну, то через год он получит сумму

~~600 000 – 200000 + 2·200000 + 3·200000 = = 400 000~~

$2\cdot 200000 + 3\cdot 200\,000 = 5\cdot 200\,000 = 1000000$ рублей.

(Доход в таком случае составит 400000 рублей).

Отв.: Распределить все деньги поровну; 1000000 рублей.

не обоснован ±

Зад. № 6. (продолжение)

~~Пусть $\angle ABC = \beta = 3\pi - 16\alpha$~~ $\beta = \angle BAC = \frac{\pi}{2} - 3\pi + 16\alpha = 16\alpha - \frac{5\pi}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC = \frac{1}{2}\cdot AB\sin\beta\cdot AB\cos\beta = \frac{40\cdot 40}{2}\cdot\sin\beta\cos\beta =$

$= 400\sin(2\beta) = \cancel{400\sin\left(2\left(\frac{5\pi}{2}+16\alpha\right)\right) = 400\sin(6\pi - 32\alpha) =}$

ошибка в преобр.

$\cancel{= 400\sin\left(6\pi - \frac{32\cdot 11\pi}{24}\right) = 400\sin\left(6\pi - \frac{44\pi}{3}\right) = 400\sin\left(-\frac{26\pi}{3}\right)}$

+

$S_{ABC} = 400\sin\left(2\left(16\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)\right) = 400\sin(32\alpha - 5\pi) = 400\sin\left(\frac{32\cdot 11\pi}{24} - 5\pi\right) =$

$= 400\sin\left(\frac{44\pi}{3} - \frac{15\pi}{3}\right) = 400\sin\left(\frac{29\pi}{3}\right) = \cancel{400\sin\left(8\pi + \pi + \frac{\pi}{3}\right)}$

$\cancel{= 400\sin\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) =}$ $\cancel{= 400\sin\left(8\pi + \pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 400\sin\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} =$

$= 400\sin\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -400\sin\frac{\pi}{3} = -200\sqrt{3}\ м^2$

Отв.: $200\sqrt{3}\ м^2$

Использован дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	BF 50-36

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ДАШАНОВА

ИМЯ ЕКАТЕРИНА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 01.09.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

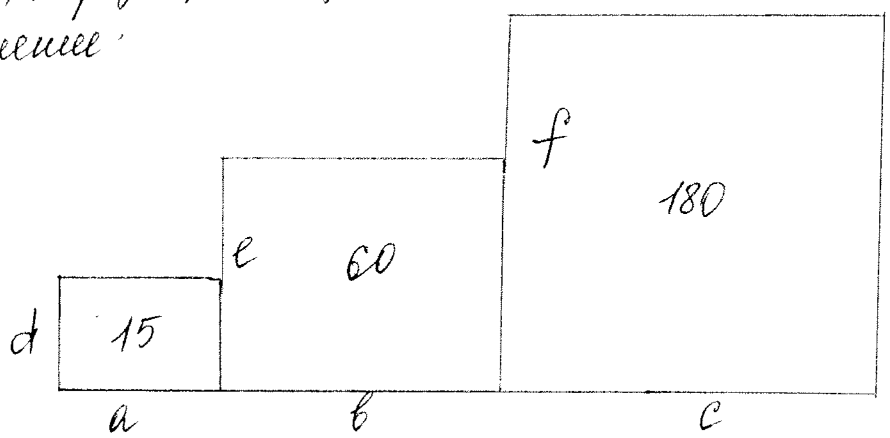
Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ДЕА

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7

Дано:
$b-a=c-b$, т.е. a, b, c образуют арифм. прогр.
$\frac{f}{e}=\frac{e}{d}$, т.е. d, e, f образуют геом. прогр.
$S_1 = a\cdot d = 15$ дм^2
$S_2 = b\cdot c = 60$ дм^2
$S_3 = c\cdot f = 180$ дм^2
$a+b+c = 30$ дм
Найти: размеры пьедестала
Решение:



1) $b-a=c-b$
$2b=a+c$
$a+b+c=30$
$a+c=30-b$
$2b=30-b$
$3b=30$
$b=10=\frac{a+c}{2}$

2) $e\ b=60=S_2$
$e=\frac{60}{10}=6$

3) $a+b+c=30$
$a+c=30-b=30-10=20$
$a=20-c$

4) $\begin{cases} a\cdot d=15 \\ c\cdot f=180 \\ d\cdot f=36 \end{cases}$ $a=20-c$ $\Rightarrow \begin{cases} (20-c)\cdot d=15 \\ c\cdot f=180 \\ d\cdot f=36 \end{cases}$

$d=\frac{36}{f}$

$\frac{36\cdot 20}{f} - \frac{c\cdot 36}{f} = 15$

$f=\frac{36(20-c)}{15}$

$\frac{c\cdot 36(20-c)}{15}=180$

$36\cdot 20\cdot c - 36c^2 = 180\cdot 15 \quad |:36$

$-c^2+20c-75=0$

$c^2-20c+75=0$

$c_1=5 \qquad c_2=15 \Rightarrow c=15.$

~~пост~~ не удовл. усл., т.к. $c>b$.

5) $b - a = c - b$

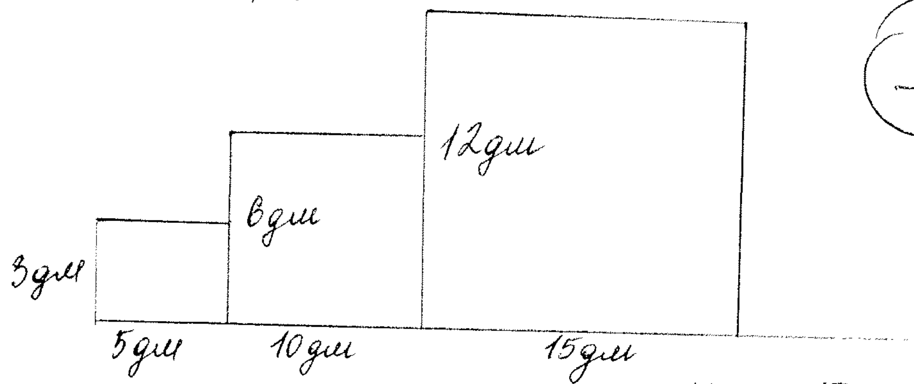
$10 - a = 15 - 10$

$a = 5$

6) $d \cdot a = 15$ $\quad f \cdot c = 180$

$d = \frac{15}{5} = 3$ $\quad f = \frac{180}{15} = \frac{60}{5} = 12$

Таким образом:



Ответ: 3дм × 5дм; 6дм × 10дм; 12дм × 15дм.

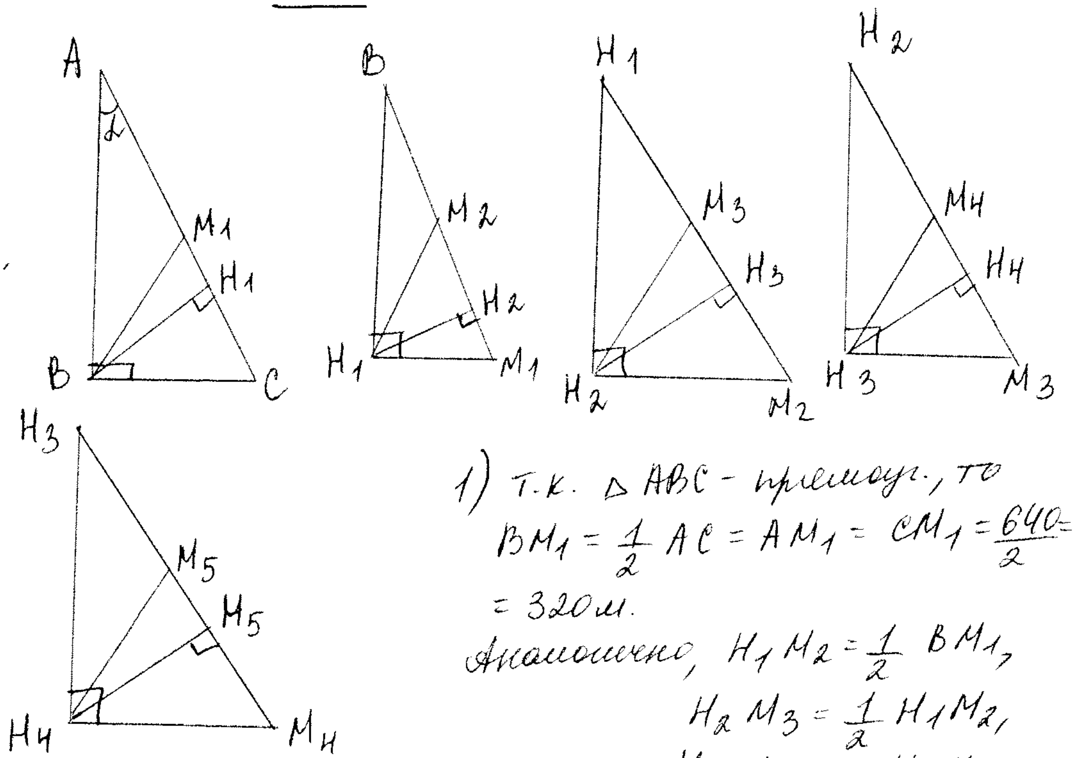
№6

Дано:

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$

$AC = 640$м

Найти: H_4M_5; $S_\Delta H_3M_4H_4$



1) т.к. ΔABC – прямоуг., то $BM_1 = \frac{1}{2} AC = AM_1 = CM_1 = \frac{640}{2} = 320$м.

Аналогично, $H_1M_2 = \frac{1}{2} BM_1$,

$H_2M_3 = \frac{1}{2} H_1M_2$,

$H_3M_4 = \frac{1}{2} H_2M_3$,

$H_4M_5 = \frac{1}{2} H_3M_4$.

Длины медиан треугольников образуют геометрическую прогрессию, где ~~$b_1 = 640$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 5$~~ $b_1 = 320$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 5$

~~$\Rightarrow b_5 = H_4M_5 = b_1 \cdot q^{5-1}$ b_5~~

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$b_5 = H_4M_5 = \cancel{640 \cdot \frac{1}{2}} = 320 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{320}{16} = 20$ м

2) Из $\triangle ABC$: $\angle ACB = 90-\alpha$, т.к. $BM_1 = CM_1$, то $\triangle BM_1C$ - равноб. и $\angle M_1BC = \angle M_1CB = 90-\alpha$, $\angle BM_1C = 180-90+\alpha-90+\alpha = 2\alpha$.

Аналогично из $\triangle BH_1M_1$: $\angle M_2H_1M_1 = \angle M_2M_1H_1 = 2\alpha$,
$\angle H_1M_2M_1 = 180-4\alpha$

из $\triangle H_1H_2M_2$: $\angle H_2M_3M_2 = 180-180+4\alpha-180+4\alpha = 8\alpha-180$

из $\triangle H_3H_2M_3$: $\angle H_3M_4M_3 = 180-8\alpha+180-8\alpha+180 = 540-16\alpha$.

В $\triangle H_4H_3M_4$: $\angle H_3M_4H_4 = 540-16\alpha = \frac{\cancel{540}^{3}}{\cancel{180}} \cdot \pi - \frac{\cancel{16}^{4} \cdot 11\pi}{\cancel{24}_{6}} =$

$= 3\pi - \frac{44\pi}{6} = \frac{18\pi - 44\pi}{6} = \frac{-26\pi}{6} = -4\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} = -60°$.

т.к. в геометрии углы не могут быть отрицательными, то $\angle H_3M_4H_4 = 60°$

±

Из $\triangle H_4H_3M_4$: $H_3M_4 = 40$м., $H_4M_4 = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20$м

$H_3H_4 = \frac{40\cdot\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$м.

$S_{\triangle H_3M_4H_4} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 20м ; $200\sqrt{3}$ м^2.

№1

Пусть всего от подстанции x АЭП. Тогда на М $= x-2$, на П $= x-3$, чтобы выполнялись условия.

1) Т.к. в условии есть фраза: среди любых 4-х обязательно есть АЭП, ведущая к П, то $x \geq 4$.
Если $x=4$, то на М должны идти минимум 2 ЛЭП. Если всего ЛЭП 4, то достаточно иметь 1 ЛЭП на П, чтобы удовлетворять условию.
Таким образом, 2 ЛЭП на М
1 ЛЭП на П
1 ЛЭП на произвольное предприятие.

V

Поэтому число ЛЭП может быть равно 4, а значит может быть меньше 5.

2) Если $x \geq 5$.

Допустим, $x = 5$. Тогда на $M = x - 2 = 3$

на $П = x - 3 = 2$.

т.е. из 5 ЛЭП 3 на ~~на~~ М и

2 на П и

на произвольное предприятие ЛЭП не идут.

Допустим, если $x = 6$. Тогда на $M = x - 2 = 4$

на $П = x - 3 = 3$

Получается, что одна ЛЭП у М и П общая, что

невозможно.

Так будет получаться всегда, если ~~ЛЭП > 5~~ $x > 5$,

т.е. у М и П будут общие ЛЭП, что невозможно.

Значит $x = 5$. И при $x = 5$ ЛЭП, ведущих ни в М,

ни в П, нет.

(+)

Ответ: да ; нет.

№4

Т.к. часовая стрелка делает круг за 12 часов, а

в каждом часе 60 минут, то каждую минуту часо-

вая стрелка сдвигается на $\frac{360^\circ}{12 \cdot 60} = 0,5^\circ$

Т.к. минутная стрелка делает круг за 1 час, то

каждую минуту минутная стрелка сдвигается на

$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$.

Очевидно, что в течение первого часа после полудня

угла между стрелками, равного 2°, не будет, т.к. уже

через минуту после полудня угол между стрелками

будет равен $5,5^\circ$, а дальше он будет только увеличиваться.

Поэтому пусть a – количество полных оборотов минутной

стрелки, т.е. кол-во часов, прошедших после

полудня.

x – кол-во минут, которые прошла минутная стрелка без полных

оборотов.

Получаем уравнение:

$((60\cdot a)+x)\cdot 0,5 - 6\cdot x = 2$

т.к. неизвестно, что впереди: минутная или часовая стрелка, введем модуль.

$|((60\cdot a)+x)\cdot 0,5 - 6x| = 2.$

Учитывая, что $\begin{cases} a\in\mathbb{Z} \\ x\in\mathbb{Z} \end{cases}$,

решим ур-ние.

если $a=1$, то $|(60+x)\cdot 0,5-6x|=2$

$|30-5,5x|=2$

$5,5x=28$ $\qquad$ $5,5x=32$

$x=\frac{280}{55}$; $280 : 55 = 5,0\ldots$ (-275, $50\ldots$) $\qquad$ $x = 320 : 55 = 5,\ldots$ (-275, $450\ldots$)

$x\notin\mathbb{Z}$ $\qquad$ $x\notin\mathbb{Z}$

если $a=2$, то $|(120+x)\cdot 0,5-6x|=2$

$|60-5,5x|=2$ $\qquad$ $-5,5x+60=2$

$x = 620 : 55 = 11,\ldots$ (-55, 70, -55, $15\ldots$) $\qquad$ $x = 580 : 55 = 10,\ldots$ (-55, $300\ldots$)

$x\notin\mathbb{Z}$ $\qquad$ $x\notin\mathbb{Z}$

если $a=3$, то $|(180+x)\cdot 0,5-6x|=2$

$|90-5,5x|=2$ $\qquad$ $x = 920 : 55 = 16,\ldots$ (-55, 370, -330, $40\ldots$)

$x = 880 : 55 = 16$ (-55, 330, -330, 0) $\qquad$ $x\notin\mathbb{Z}$

$x\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ угол между стрелками равен $2°$, если после полудня пройдет 3 часа 16 минут.

Ответ: 15 часов 16 минут

+

№5

Пусть в один банк Иван Иванович положит x, в другой - y, в третий - z, а дома оставит d рублей.

Тогда $x+y+z+d = 600\,000$

Пусть в том банке, где x, удвоится,
где y, утроится,
где z, пропадут деньги.

Тогда $2x+3y+d$ будет у Ивана Ивановича через год.

Если рассматривать худший случай, то банк, в котором максимальное кол-во денег, разорится.

Поэтому деньги раскладывать нужно поровну.

Если 300 тыс. оставить дома, а по 100 разложить.

тогда через год: 300 тыс. + 300 тыс. + 200 тыс. = 800 тыс.

если 150 тыс. дома, а по 150 тыс. разложить.

через год: 150 тыс. + 300 тыс. + 450 тыс. = 900 тыс.

если все деньги разложить по банкам по 200 тыс, тогда

через год: 400 тыс. + 600 тыс. = 1000 тыс.

Это максимальная сумма, которую Иван Иванович сможет получить через год.

(не доказана оптимальность.) $\pm$

Ответ: 1000 000.

№2

$tg\, x \in \mathbb{Z}$
$tg\, 2x \in \mathbb{Z}$
$x - ?,\ 2015^{tg\, x} - ?$

$$tg 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x}$$

если $tg\, x = \pm 1$, то $tg\, 2x$ не существует.

поэтому $x \neq \pm\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

если $tg\, x = 0$, то $tg\, 2x = 0$.

$x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ $\quad 2x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi n}{2},\ n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} x = \pi n \\ x = \frac{\pi n}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$$

$tg\, x = 0.$

$2015^0 = 1.$

Ответ: $\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; 1.

$\oplus$

~~№2~~ №3

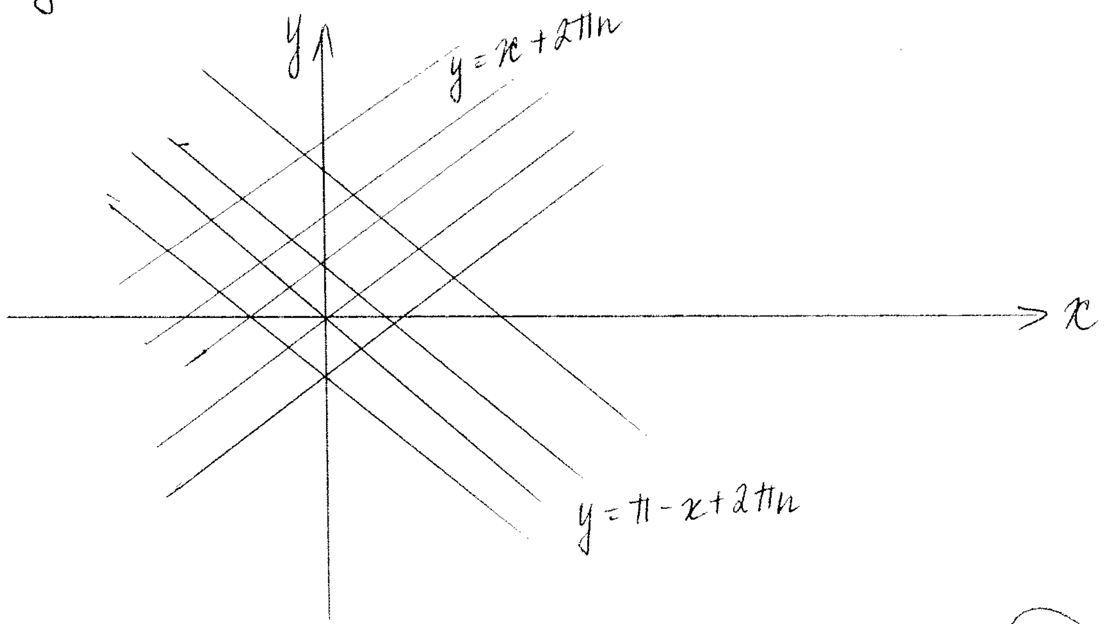
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$$\begin{cases} \sin y = \arcsin x & (1) \\ \sin x = -\arcsin y & (2) \end{cases}$$

1) $y = \arcsin(\arcsin x) + 2\pi n = x + 2\pi n$
$y = \pi - \arcsin(\arcsin x) + 2\pi n = \pi - x + 2\pi n$ $\Big\}$ $n \in \mathbb{Z}$

2) $x = \arcsin(-\arcsin y) + 2\pi n = -y + 2\pi n$
$x = \pi - \arcsin(-\arcsin y) + 2\pi n = \pi + y + 2\pi n$ $\Big\}$ $n \in \mathbb{Z}$

$y = -x + 2\pi n$
$y = x - \pi + 2\pi n$ $\Big\}$ $n \in \mathbb{Z}$



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 55-74

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ДВОРЦОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 30.01.1998

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

выдан дополнительный лист

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 55-74

№1

1) + Ответ: может быть линий меньше 5 — верно. 5 и более линий которые не ведут в М и П — нет.

Решение:

~~т.к в любой из 3х линий ведут в~~

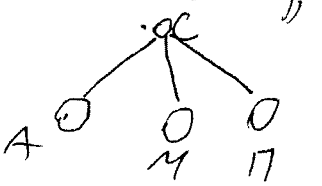
1) т.к. среди 3 любых линий хотя бы одна ведет в „М", то всего может быть 3 города. +

2) т.к. среди любых 4 линий хотя бы одна ведёт в П", а ~~исходя из~~ (1) любые 3 в „М", то 2 линии ведут в М, одна ~~или 2~~ в П", одна в ~~и~~ А" (при ~~2х~~ условии, что линии идут только в „П" и „М", то в „П"-2 линии и в „М"-2 линии)

противор. предыд. вывод

3) если линий ≥5, то: ~~если одна из~~.

Пусть станция „С"



чтобы усл (1) - удовлет. нужно, чтобы в „М" вели 3 дороги, но тогда усл (2) - не удовл. ⇒ 5 и более дорог, среди которых одна не ведёт в „М" или „П" - ~~нев~~ существует.

(+)

№2.

Ответ: $2015^{tg x} = 1$, при $x \in \{0; \pi n\}$

(+)

Решение:

1) ~~т.к~~ т.к $tg x; tg 2x \in \mathbb{Z}$, то ~~tg x~~ $= 0; \pi n; \pm\frac{\pi}{4}+\pi n; arctg(2)+\pi n$ и.т.д или ~~tg x~~ $x = 0; \pi n; \pm\frac{\pi}{2}+\pi n; \frac{arctg(2)+\pi n}{2}$

это не обосновано

2) найдем x, при которых вып. усл. задачи: 0; πn, т.к. при $x = \pm\frac{\pi}{4}+\pi n$ $tg(2x)$ - не сущ., а

~~при~~ №2

a при $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$ $tg(x)$ — не сущ

③ при $x=arctg(2)+\pi n$ $-tg(2x)$ — не целое

при $x=\frac{arctg(2)+\pi n}{2}$ $-tg(x)$ — не целое

④ аналог. ③ ~~при~~ ~~при~~ при других значениях x — условия не будет удовлетворяться

⑤ найдем значения $2015^{tg\,x}$

$2015^{tg\,0}=1$

$2015^{tg\,\pi n}=1.$

№4

Ответ: 3 часа 16 минут дня (15 ч. 16 мин)

+

Решение.

1) Пусть N — количество минут. Т.к оборот ~~во~~ стрелки = 360^0, то 1 минута $=\frac{360}{N}=6^0$

2) За одну минуту часовая стрелка проходит $0{,}5^0$, т.к. за 12 минут — проходит 6^0 ($\frac{60}{5}=12$); т.е. за 12 минут часовая стрелка проходит 5 минутных делений)

5х 3) ~~раз~~ ~~раз~~ угол между стрелками ~~увеличивается~~ изменяется на $5{,}5^0$ каждую минуту.

4) если прошла одна минута, то угол между стрелками $=5{,}5^0>2^0$ — не подходит — до часу

5) для ~~раз~~ угол между стрелками $\geq 30^0$

5) в 13 ч. 6 мин угол между часовой и минутной стрелкой $=4^0$, а в 11 минут 1,5 $\Rightarrow$ не подходит

6) аналог. ⑤ — не подойдет 2 часа 12 минут

7) в 3 ч. 15 минут угол $=7{,}5^0$, а в 16 минут 2^0 ~~Я~~ ~~Равны~~ что и требовалось найти

№5

Решение:

1) Т.к. ~~так~~ при самом плохом ходе событий — наибольшая сумма — сгорает, то если он положить в банк ~~так~~ не равнознач. сумму денег — не выгодно

2) если разделить деньги поровну : 200000 р. в каждый банк, то ~~прибо~~ Иван получит 1000000 р.

3) если положить поровну, а часть оставить дома, то мы теряем от прибыли де сумму равную 2x, где x — деньги оставшиеся дома, т.к банк утраивающий вклад - возвращает все положенные в банк деньги, а удваивающий — приносит прибыль. => самое выгодное 2)

Ответ: в каждый банк по 200000 рублей, получит 1000000 р.

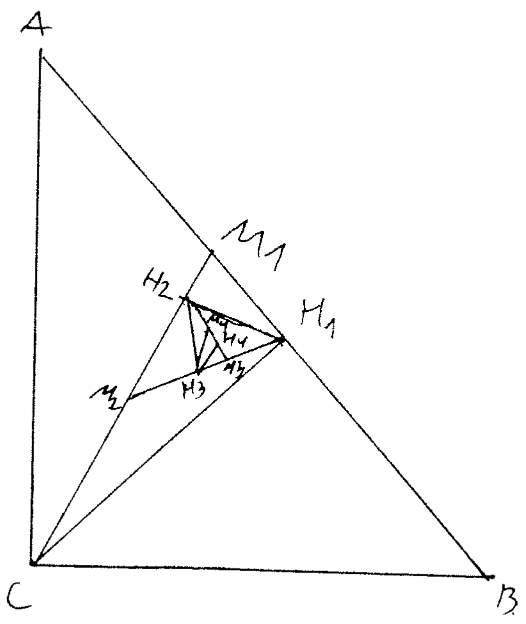
не доказана оптимальность!

±

№6

Дано:
$\angle B = \frac{17\pi}{24}$
$\triangle ABC$ — прям.
$\angle C = 90^0$
CH_1 — высота
CM_1 — мед.
$AB = 640$ м

Найти $S\triangle_5$ и $\triangle_5$.



Решение:

1) Изобразим $\triangle H_1H_2M_2$, $\triangle H_3M_3H_2$, $\triangle H_3H_4M_4$ при чем M — медиана, H — высота.

$S\triangle H_3H_4M_4$, H_3M_4 — ?

2) Т.к. CM_1 — медиана $\triangle ABC$ — прям, $\angle C = 90°$, то $CM_1 = \frac{1}{2}AB = 320$ м.

3) Аналог. 2): $H_1M_2 = 160$ м ($\frac{1}{2} CM_1$)

$H_2M_3 = 80$ м. ($\frac{1}{2} H_1M_2$)

$H_3M_4 = 40$ м ($\frac{1}{2} H_2M_3$)

4) $\angle B = \frac{11\pi}{24} \Rightarrow \angle A = \frac{\pi}{24}$ ($\frac{\pi}{24} + \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$)

5) $\triangle ACM_1$, $\triangle CM_1B$ - равноб. $\Rightarrow \angle ACM_1 = \angle A$; $\angle B = \angle BCM_1$

$\triangle H_1CB$ - прям.. $\Rightarrow \angle H_1CB = \angle A (90 - \angle B) = \frac{\pi}{24}$

6) $\angle M_1CB = \angle M_1CH_1 + \angle H_1CB = \frac{11\pi}{24} \Rightarrow \angle M_1CH_1 = \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$.

7) аналог. 4) $\angle CM_1H_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$. явный проход

8) аналог. 5), 6) $\angle H_2H_1M_2 = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$, $\angle H_2M_2H_1 = \frac{\pi}{6}$

9) аналог 8) $\angle H_3H_2M_3 = \frac{\pi}{6}$, $\angle H_2M_3H_3 = \frac{\pi}{3}$

+

$\angle M_4H_3H_4 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow M_4H_4 = \frac{1}{2} H_3M_4 = 20$

10) по теор. Пифагора $H_3H_4 = \cancel{1600-400} \sqrt{M_4H_3^2 - M_4H_4^2} = 20\sqrt{3}$

11) $S_{\triangle H_3H_4M_4} = \frac{M_4H_4 \cdot H_3H_4}{2} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: $S_\triangle = 200\sqrt{3}$ м^2, $H_3M_4 = 40$ м.

№7.

1) пусть x - длина, y - высота маленького [illegible].
тогда $x+p$, yq - длина и высота соотв. среднего.
$x+2p$, yq^2 - длина, высота большого

2) Составим систему.

$$\begin{cases} xy = 75 & (1) \\ (x+p)\cdot yq = 60 & (2) \\ (x+2p)yq^2 = 180 & (3) \\ 6x+6p+2q^2y = 30 & (4) \end{cases} \qquad \begin{cases} (1)\ x = \frac{75}{y} \\ (2)\ \cancel{75q}\, p = \frac{60-15q}{yq} \\ (3)\ \cancel{75q^2} \end{cases}$$

(3) $\left(\frac{15}{y} + \frac{2(60-15q)}{yq}\right) q^2 y = 180$

$15q^2 - 30q^2 + 120q = 180$

$-5q^2 + 40q = 60$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

$q = 6 \qquad q = 2.$

$p = \frac{60-15\cdot 6}{6y} < 0$ не подходит $\qquad p = \frac{30}{2y} = \frac{15}{y} \Rightarrow t = p.$

$p =$

(4) ~~$12x + \frac{2\cdot 4\cdot 15}{x} = 30$~~

~~$\frac{12x^2 - 30x + 120}{x} = 0$~~

~~$2x^2 - 5x + 20 = 0$~~

~~$12x + 8\cdot ...$~~

~~$\begin{cases} 2x \cdot 2y = 60 \\ x + y = 15 \\ 3x + 4y = 180 \end{cases}$~~

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ГИ 10-44

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ ДОДОНОВА

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВНА

Дата рождения 18.05.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: А.Д.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан доп. лист.

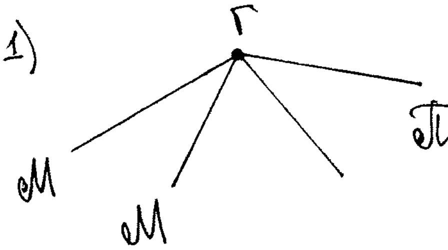
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГИ 10-44

Задача №1.

1)



, где Г – главная распределительная подстанция.

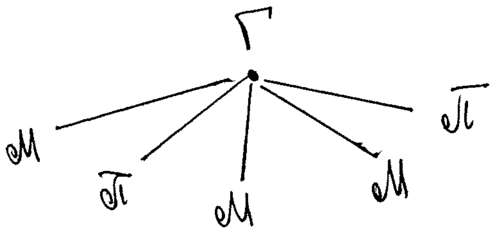
М – некоторое предприятие города М.

П – предприятие поселка П.

Из схемы видно, что число всех линий может быть равно 4, а 4 < 5.

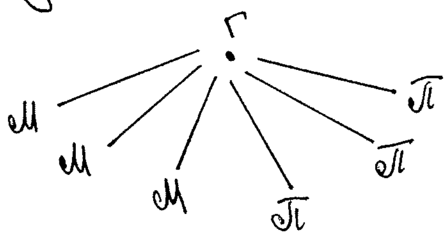
±

2) Если число линий равно 5:



При такой схеме все условия сохраняются, но нет линий, которые не ведут ни в М, ни в П.

3) Допустим, что число линий больше 5. Тогда



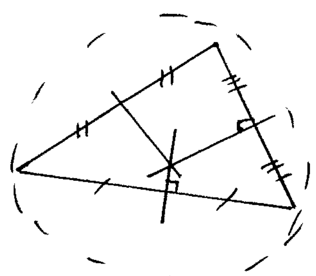
Тогда нарушается условие, не получается так, что среди любых 3 есть М, а среди любых 4 есть П.

⇒ Такого варианта в принципе не может быть.

Ответ: может; не найдутся.

Задача №2.

+



~~До~~ Фигура, образованная таким образом, с наименьшей площадью – это ~~круг~~ круг.

⇒ Ось вращения должна проходить через центр описанной окружности, который лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров данного треугольника.

Ответ: через точку пересечения серединных перпендикуляров.

Задача №3.

1) $x^2+px+q=0$ – имеет ровно 1 корень по условию.

$\Rightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=0 \Longleftrightarrow (x+\sqrt{q})^2=0$.

Отсюда $\frac{p}{2}=\sqrt{q} \Rightarrow q=\frac{p^2}{4}$; $p=2\sqrt{q}$.

$x=-\frac{p}{2}$ или $x=-\sqrt{q}$

Если $x=-\frac{p}{2}$, то $T(x)=\left(-\frac{p}{2}\right)^2+p\cdot\left(-\frac{p}{2}\right)+q$

$\left(-\frac{p}{2}\right)^2+p\cdot\left(-\frac{p}{2}\right)+q=\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+\frac{p^2}{4}=\frac{2p^2}{4}-\frac{p^2}{2}=0$ - верно.

2) Тогда:

$x_2=\left(-\right.$

Задача №4.

Весь циферблат – $360°$. Всего 60 минут $\Rightarrow \frac{360°}{60 мин}=6°$ приходит. на 1 мин.

Отметка в один час стоит на 5 мин.

$\Rightarrow$ 12 звеньев по 5 мин на часах.

$\frac{360°}{12}=30°$ – в каждом таком звене.

За 1 час часовая стрелка проходит одно звено.

$\Rightarrow \frac{30°}{60}=\frac{1}{2}$ °/мин – производительность часовой стрелки.

$\frac{360°}{60}=6$ °/мин – производительность минутной стрелки.

По условию угол между стрелками $2°$, а это меньше одной минуты, значит в 12 часов это произойти не могло.

Прикинем, что произойдет в 13 часов:

Мин. стр.: $6 \cdot 6 = 36^\circ$

Час. стр.: $30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 6 = 33^\circ$, т.к. $\frac{1}{2}$ °/мин - произв. час. стр, то я беру четное кол-во минут, т.к. в 13 часов стрелка (часов) уже стоит на отметке 1, то мы прибавляем величину одного звена (30°). Но $36^\circ - 33^\circ$ - не подх.

Попробуем взять меньше: $4 \cdot 6 = 24^\circ$ $\quad 32^\circ - 24^\circ > 2^\circ$ - не подх

$30 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 32^\circ$ $\quad$ если взять 2 м

В 14 часов:

1) Мин. стр.: $6 \cdot 8 = 40^\circ$ $\quad 64^\circ - 40^\circ > 2^\circ$ - не подх.

Час. стр.: $60 + \frac{1}{2} \cdot 8 = 64^\circ$

2) М.: $6 \cdot 10 = 60^\circ$ $\quad 65^\circ - 60^\circ > 2^\circ$ - не подх.

Ч.: $60 + 5 = 65^\circ$

3) М.: $6 \cdot 12 = 72^\circ$ $\quad 72^\circ - 66^\circ > 2^\circ$ - не подх.

Ч.: $60 + 6 = 66^\circ$

В 15 часов:

1) М.: $6 \cdot 14 = 84^\circ$ $\quad 97^\circ - 84^\circ > 2^\circ$ - не подх.

Ч.: $90 + 7 = 97^\circ$

2) М.: $6 \cdot 16 = 96^\circ$ $\quad 98^\circ - 96^\circ = 2^\circ$ - подходит.

$90 + 8 = 98^\circ$

± нет обоснования

Почему берём именно эти минуты?

⇒ Часы показывают 15:16, точнее 03:16.

Ответ: 03:16.

Задача № 5.

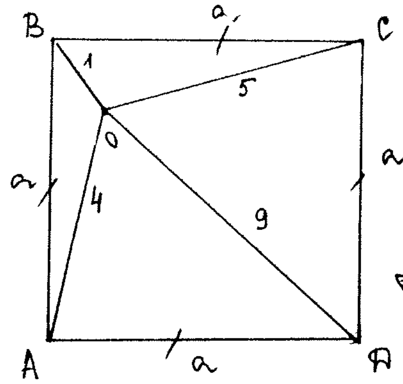
Вероятность положить деньги в любой из банков одинакова ($\frac{1}{3}$), поэтому в любом случае вкладчик потеряет часть денег. Поэтому лучше всего положить одинаковую сумму в каждый банк ($600000 : 3 = 200000$).

Тогда через год он получит $200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 0 =$
$= 400000 + 600000 = 1.000.000$ руб. Нет обоснования

Ответ: одинаково в каждый банк; 1.000.000 руб.

∓

Задача №7.



Эти отрезки (от радиостанций до советского передатчика) могут располагаться только так, как показано на рисунке.

1) Рассмотрим ΔAOD:

$a < 4+9 \Rightarrow a < 13$ – по правилу сторон треугольника

2) ΔCOD: $a < 5+9 \Rightarrow a < 14$ 4) ΔAOB: $a < 1+4 \Rightarrow a < 5$

3) ΔBOC: $a < 5+1 \Rightarrow a < 6$

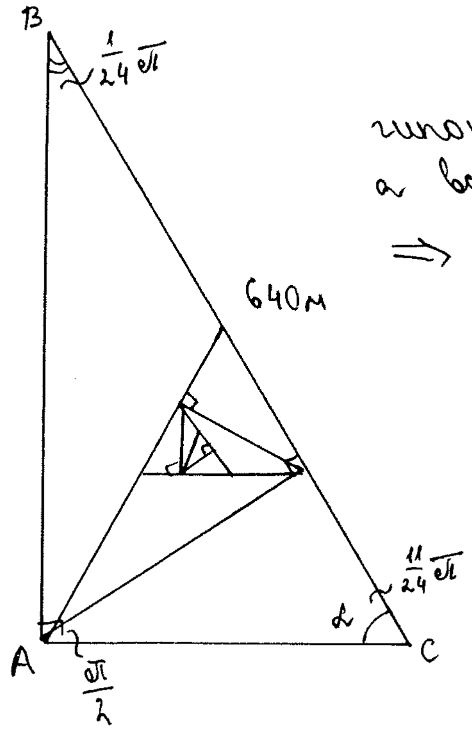
4) Но, если из ΔAOB $a < 5$, то в ΔAOD: $9 > 4+a$

$\Rightarrow$ данные Штирлица ложные, и Мюллер не должен верить такому сообщению.

(+)

Ответ: не должен.

Задача №6.



В каждом новом прямоугольном Δ гипотенуза в 2 раза меньше предыдущей, а все эти треугольники подобны.

$\Rightarrow$ 1 гипотенуза: 320м

2 : 160м

3 : 80м

4 : 40м

5 : 20м

(+)

Ответ: 20м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	BF 17-26

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ: Долбня

ИМЯ: Дмитрий

ОТЧЕСТВО: Кириллович

Дата рождения: 11. 12. 1997

Класс: 11

Предмет: математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Долбня

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Вы́дано 3 доп. листа

1. Монет. Т.к. среди четырех есть хотя бы одна линия, ведущая в П, то возможен вариант, когда есть всего четыре линии, одна из которых ведет в П. Тогда для ~~условия~~ выполнения первого условия должно быть две линии, ведущие в М. ~~Т.~~ Т.к. возможен вариант, когда среди трех случайно выбранных линий не окажется линии в М, то ~~нужно~~ должно выполняться условие: кол-во линий, ведущих в М, должно быть не меньше $n-2$ от всего кол-ва n.

Аналогично для второго условия: чтобы среди случайно выбранных линий была хоть одна, ведущая в П, нужно иметь кол-во таких линий не менее $n-3$ от всего кол-ва n.

$4-2+4-3=3$ линии из 4 ведут в М или П $\Rightarrow$ монет.

Если линий нет5, то, согласно нашему условию, линий, ведущих в ~~М или~~ М должно быть: $5-2=3$, а в П $-\ 5-3=2$.

Значит, все пять линий будут направлены в П или М. следовательно, ~~не~~ линии, которые не будут ни в М, ни в П не найдется. ✓ (+)

2. $tg2x - tgx$ — целое число.

$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases}$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in Z$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin 2x \cos x - \sin x \cos 2x}{\cos 2x \cos x} =$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x \cos 2x} = \frac{tg x}{\cos 2x}$$

$\frac{tg x}{\cos 2x}$ — целое число $\Leftrightarrow$ $\cos 2x$ — целое число

т.к. $\cos 2x$, $tg 2x$ — целые числа $\Rightarrow$ $\sin 2x$ — целое число

$\begin{cases} \cos 2x \text{ — целое} \\ \sin 2x \text{ — целое} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \sin 2x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \sin 2x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right.$ — не подходит (т.к. $\cos 2x \neq 0$)

$\Downarrow$

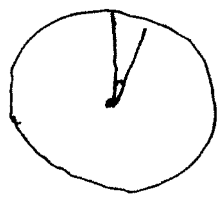
$tg 2x = 0 \Leftrightarrow tg x = 0$

$x = \pi N, N \in Z$

$2015^{tg x} = 1$

Ответ: 1 $x = \pi N, N \in Z$. (+)

4.



$2^\circ - \frac{1}{180}$ часть окр-ти, обр-щей часы.

$\frac{1}{180} = \frac{1}{3}$ минуты

$\frac{1}{180} = \frac{1}{15}$ часа

$\frac{1}{15}$ часа -4 минуты

За начало отсчета возьмем 12:00

Подбирая, получаем, что впервые это произойдет в 3 часа 16 минут после полудня: пройдет $3\frac{4}{15}$ часа, а значит, стрелка окажется между цифрами 16 и 17, а минутная покажет число 16. Таким образом, если рассматривать данное положение в системе отсчета, где единица времени - минута, то часовая стрелка покажет $16\frac{1}{3}$ минуты, а минутная - 16. Значит ~~между ними сект~~ они образуют сектор, заключающий $\frac{1}{3}$ минуты. $\frac{1}{3}$ минуты - $\frac{1}{180}$ часть окр-ти часов, ~~$\frac{1}{180}$ окр часов~~ $-2^\circ =>$ угол, ~~образованный стрелками~~

~~угол~~ $\frac{1}{180}$ окр-ти часов – $2°$ => стрелки обр-ют угол в $2°$

Ответ: 3 часа 16 минут после запуска.

5.

Q – нач. кол-во

K – сумма в банки

L – оставшиеся деньги

S – прибыль

M – полученные на руки деньги

x, y, z – размеры вкладов по банкам

$$\begin{cases} K = x + y + z \\ x \geq y \\ y \geq z \end{cases}$$

Т.к. расклад самый плохой, то ~~в~~ размещение банк с суммой x, деньги удваиваются в банке суммой y ~~x~~ и утраиваются в z

$S = 2z + y + 0 \cdot x$

S достигает макс зн. при макс ~~x~~ z и y

⇓

$y = x$

$z = x$

$S = 3x = K$

$M = S + ~~x~~ 2x = \frac{5}{3}K + L \Leftarrow> M = \frac{2}{3}K + Q$. M достигает макс значений при K макс.

$K_{макс} = 600\,000$ руб.

$\Downarrow$

$M = 1000000$ руб.

Ответ: 1000000 рублей

7. x_1, y_1, z_1 – длины

x_2, y_2, z_2 – высоты

$$\begin{cases} \frac{x_1+z_1}{2} = y_1 \\ \sqrt{x_2 z_2} = y_2 \\ x_1 x_2 = 15 \\ y_1 y_2 = 60 \\ z_1 z_2 = 180 \\ x_1 + y_1 + z_1 = 30 \end{cases}$$

$x_1 + z_1 + y_1 = 3y_1$

$y_1 = 10$

$y_2 = 6$

$$\begin{cases} x_1 + z_1 = 20 \\ x_2 z_2 = 36 \\ x_1 x_2 = 15 \\ z_1 z_2 = 180 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{15}{x_2}$

$z_1 = \frac{180}{z_2}$

$x_2 z_2 = 36$

$\frac{15 z_2 + 180 x_2}{x_2 z_2} = 20$

$15 z_2 + 180 x_2 = 720$

$z_2 + 12 x_2 = 48$

$z_2 = 12(-x_2 + 4)$

$x_2^2 - 4x + 3 = 0$

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ x_1 = 15 \\ z_1 = 5 \\ z_2 = 36 \end{cases}$$ – не подх по условию

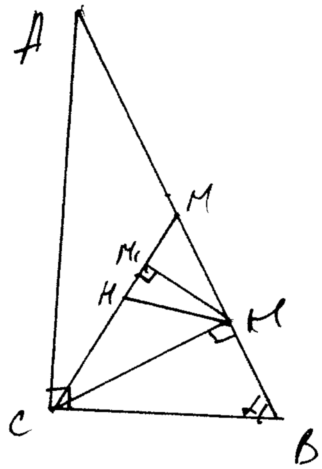
$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ x_1 = 5 \\ z_2 = 12 \\ z_1 = 15 \end{cases}$$

Ответ: для первой ступени: длина-5; высота-3

для 2-ой: 10; 6

для 3-ей: 15; 12.

6. Дано: $AB = 640$ м, $\angle CBA = \frac{11}{12}\pi$.



$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$

$AH = AC \cdot \cos A = \frac{AC^2}{AB}$

$MH = AH - \frac{AB}{2} = \frac{AC^2}{AB} - \frac{AB}{2}$

$AC = AB \sin\alpha$

$CB = AB\cos\alpha$ $\quad | \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB^2 \sin 2\alpha}{4}$

$CH = \frac{AB \sin 2\alpha}{2}$

$MH = \frac{AC^2}{AB} - \frac{AB}{2} = AB\sin^2\alpha - \frac{AB}{2} = AB\left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{-AB\cos 2\alpha}{2}$

$S_{\Delta CMH} = \frac{-AB^2 \sin 4\alpha}{16} = \frac{AB^2 \cdot \sin^2 2\alpha}{4^2}$

$CM = \sqrt{CH^2 + MH^2} = \sqrt{\frac{AB^2}{4}(\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha)} = \frac{AB}{2}$

CM - медиана $\Rightarrow CM = \frac{1}{2}AB$.

~~СМ 6~~ пусть, первый треугольник - нач., тогда ~~катет треугольн~~ гипотенуза пятого тр-ка равна:

$l = \frac{AB}{2^4} = 40$ м

площадь пятого тр-ка равна:

$$S_5 = \left|\frac{AB^2 \cdot \sin 2^5 \alpha}{4^5}\right| = \left|\frac{AB^2}{4^5} \cdot \sin \frac{44\pi}{3}\right| =$$

$$= \frac{AB^2}{4^5} \cdot \sin \frac{2}{3}\pi = \frac{640^2}{4^5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \cancel{\frac{2^7 \cdot 5\sqrt{3}}{2^{11}}} =$$

$$= \cancel{\frac{5\sqrt{3}}{2^4} = \frac{5\sqrt{3}}{16}}$$

$$= \frac{2^{14} \cdot 5\sqrt{3}}{2^{10} \cdot 2} = 40\sqrt{3}\ м^2$$

Ответ: 40 м, $40\sqrt{3}\ м^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 402

ЕЧ 54-58

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Фамилия Друшляков

Имя Игорь

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 05.10.2000

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2^х листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 54-58

№1

Из условия следует, что к „М" идёт каждая ~~вторая~~ третья ветка, а к П каждая четвертая, одна линия по логике не может идти сразу в два места ⇒ (−)

линий которые не идут ни в „М", ни в „П" нет.

Ответ: НЕТ

№3

Разница между суммой возрастов сейчас и 3 лет назад (65 − 40) составляет 25. Проверяем родился ли к тому моменту ребёнок (25 − (9·3) = −2) и понимаем, что ребёнок родился 7 лет назад ⇒ сейчас ему 7 лет, а из этого следует, что (7 − 4 = 3) ~~24~~ года назад ему было 3 года и отец его было тогда (3·9 = 27) ~~27~~ лет ⇒ что сейчас ему (27+3 = 31) 31 год.

(+)

Ответ: 31 год

№4

часовая стрелка за 1 минуту ((360:12):60 = $\frac{1}{2}$ °/мин) двигается на $\frac{1}{2}$ градуса, а минутная (360:60) за минуту сдвигается на 6 градусов.

~~В~~ Далее методом подбора можно понять, что первый раз такое случится когда на часах будет (4:30) половина пятого.

Ответ: (4:30)

+

№5

Эту задачу я решал с помощью таблицы и проверял каждое время на пересечевание и получил, что ПП отправит 29 писем, 22 бандеролей и 29 посылки и плюс по единице к каждому пункту ⇒ за весь день ПП отправил

(−)

30 тележек с письмами 23 тележки с бандеролями и 20 тележек с посылками

Ответ: ~~30, 23, 20~~

Лист 01 из 02

№8

2^{2015} и 5^{2015} ⇒ 10^{403} и 5^{2015} ⇒ число из 2417 знаков.

Ответ: 2417

№7

~~Мюллер~~

Мюллеру не стоит верить этому утверждению т.к. если бы расстояния были бы такие, то не ~~не~~ работала бы теорема Пифагора ⇒ была бы ~~то~~ либо не квадратом либо опровергалась теорема Пифагора, а ~~не~~ это не может произойти поскольку задачи 2) По здравой логике 1) Не доказано ⇒ Мюллеру не стоит верить Штирлицу.

Ответ: нет

№2

Ось должна проходить через самый центр треугольника, который можно найти, если провести в треугольнике линии из углов, которые делили противоположные стороны треугольника пополам и на их пересечении и должна находится ось.

Ответ: через самый центр треугольника.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7/12

BF 50-12

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

…милия ДЬЯКОВ

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 25.08.98

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

…одпись участника олимпиады:

…ишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, …щее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

выдан дополнительный лист

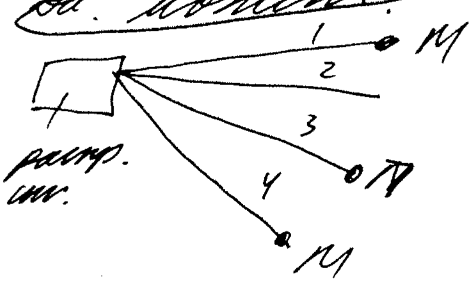
Вариант: 7112

выдан дополнительный лист

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF50-12

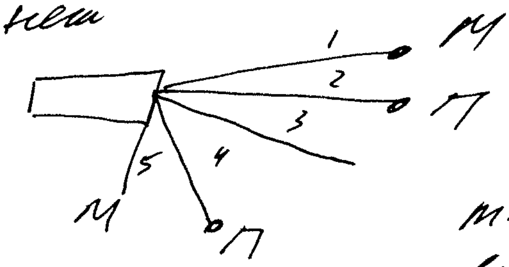
№1

Да. можно.



для любых трех линий есть линия к М
и для любых 4 есть линия к П.

нет



для линий 2 3 4 нет линии ведущей к М

т.к. для того чтобы выполнялось условие из задачи необходимо: (N – кол-во линий, M – кол-во линий к M, П – кол-во линий к П)

$$\begin{cases} N-2 \le M \\ N-3 \le П \end{cases}$$

~~...~~ иначе найдутся 3 линии без M и 4 линии без П

$N \le M+2$

$N \le П+3$ $\cancel{N}-5 \le M+П$ (1)

~~$M+2 \ge 5$~~

т.к. ~~надо~~ $M+П < 5$, тогда будет линия не ведущая к M и П в любых пяти линиях иначе можно составить набор из линий к M и П ~~...~~
но $M+П \le N$

значит нельзя будет набрать набор ~~значит~~ из пяти линий, ~~из (1) ...~~ т.к. всего линий меньше 5.

значит $N < 5$, а

№2

т.к. значения $tg\,x$ и $tg\,2x \in R$, то по условию $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$ (области всех ~~значений~~ целых чисел)

$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$ т.к. $tg\,2x \in Z$, то пусть $tg\,2x = n, n \in Z$

$n(1-tg\,x)(1+tg\,x) = 2tg\,x$ пусть $tg\,x = k, k \in Z$

I $n \ne 0$

$n(1-k^2)=2k$

$n-nk^2=2k$

$nk^2+2k-n=0$

$D=4-4n^2=4(1-n^2)$

$k=\frac{-2\pm2\sqrt{1-n^2}}{2}=-1\pm\sqrt{1-n^2}$ $\quad 1-n^2\geq 0$

$n^2\leq 1$

$\begin{cases} n\leq 1 \\ n\geq -1 \end{cases}$

т.к. $n\in\mathbb{Z}$ $\quad n=1$, $n=0$, $n=-1$

не рассматриваем ноль

$n=1$ $\quad k=1$

$n=-1$ $\quad k=1$

$k=1$ $\operatorname{tg}x=1$ проверяем $\operatorname{tg}2x=\frac{2\operatorname{tg}x}{1-1}=\frac{2}{0}$ $\varnothing$ не подходит.

$n=0$ $\operatorname{tg}x=0$

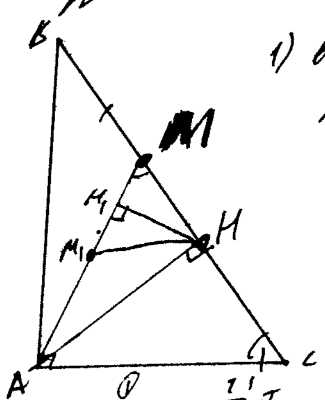
проверяем $\operatorname{tg}2x=\frac{0}{1-0}=0$ уд. усл.

$2015^0=1$

Ответ: 1

+

№ 6



1) в $\triangle ABC$ – AM – медиана, по св. пр.-уг. $\triangle$

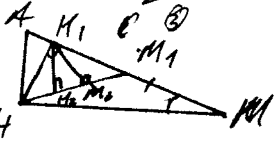
$AM=R=BM=MC$ $\angle MAC=\angle MCA=\frac{11}{24}\pi$

$\Rightarrow \triangle AMC$ – р/б $\Rightarrow \angle AMC=180^0-2\angle MAC=$

по т. о сумме $\angle\triangle$: $=180^0-\frac{11}{12}\pi=15^0$

2) в $\triangle HMA$ аналогично п. 1

$\angle MM_1H=$ ... $=\angle M_1MH=15^0$



$\angle H_1M_1H$ – внешний угол $\triangle HM_1M$

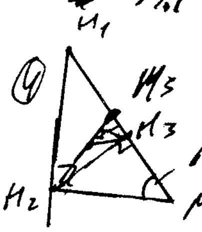
$\Rightarrow \angle H_1M_1H=2\angle M_1MH=30^0$

$\Rightarrow \angle H_1HM_1=60^0$ и аналогично

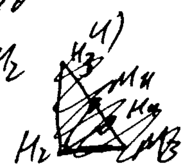
Зимний

трохот

п.1 $\angle H_1M_2H_2=60^0$



3) аналогично п. 1 $\angle H_2H_3M_3=60^0$



5) $AM=BC/2$ из п.1

6) $HM_1=\frac{AM}{2}=\frac{BC}{4}$ $\quad H_1M_2=\frac{HM_1}{2}=\frac{BC}{8}$

$H_2M_3=\frac{BC}{16}$

+

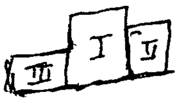
$$S_{\Delta H_2 Ш_3 H_3} = \frac{1}{2}\frac{BC}{16}\cdot\frac{BC}{16}\cdot\cos 60^\circ\cdot\sin 60^\circ = \frac{40\cdot 40}{8}\cdot\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$$

Ответ: $S = 200\sqrt{3}$, $c = 40$

№ 7

Пусть l_1 – длина I места, h_1 – высота I места

l_2 – длина II, h_2 – высота II



l_3 – длина III, h_3 – высота III

т.к. l_1, l_2 и l_3 составляют арифм. прог.

то $l_2 = l_1 + x$

$l_3 = l_2 + x$, где x – разность между соотв. членами

т.к. $l_1 + l_2 + l_3 = 30$

$3l_1 + 3x = 30$

$l_1 + x = 10 = l_2 \Rightarrow h_2 = \frac{S_2}{l_2} = 6$

т.к. h_1, h_2 и h_3 – составл. геом. прог.

пусть $d = \frac{h_2}{h_1}$

тогда $h_2 = h_1\cdot d$

$h_3 = h_2\cdot d$

$$\begin{cases} S_1 = h_1\cdot l_1 = \frac{h_2}{d}(l_2 - x) = 15 \\ S_3 = h_3\cdot l_3 = h_2 d(l_2 + x) = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{d}(10 - x) = 15 \\ 6\cdot d\,(10 + x) = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} (10 - x) = 2{,}5d \\ (10 - x) = \frac{5}{2}\left(\frac{30}{x+10}\right) \end{cases}$$

$100 - x^2 = 75$

$x = 5$

$x = -5$ н.у.

$$\begin{cases} x = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

размеры (длина × выс.) первого места: 15×12

второго: 10×6

третьего: 5×3

+

№

№ 5

Пусть Иван положит x_1 в один банк, x_2 во второй x_3 в третий, и x_4 — дома

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 600\,000$

тогда

он получит

$S_1 = 2x_1 + 3x_2 + 0\cdot x_3 + x_4$

или

$S_2 = 3x_1 + 2x_2 + 0\cdot x_3 + x_4$

или

$S_3 = 0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4$

или

$S_4 = 0x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4$

или

$S_5 = 2\cdot x_1 + 0\cdot x_2 + 3x_3 + x_4$

или

$S_6 = 3x_1 + 0x_2 + 2x_3 + x_4$

Т.к. вероятность попадания в любой из 3 банков одинакова, что и вероятность получить S_1 или S_2 ... или S_6 одинакова. Но мы рассматриваем худший случай, т.е. тот среди S_1, S_2, S_3 и т.д. или он положит в один из банков больше чем в другие т.е. x_3 он получит меньше. ~~прибыли~~

Так же, очевидно, что хранить деньги дома бессмысленно

если он разделит их на три равные части, то получит $\frac{5}{3}S$ в любом случае.

Если он разделит их в соотношении a, b, c т.е. $aS + bS + cS = S$ $a + b + c = 1$

$c = 1-(a+b)$
$a > b$ I
$1-(a+b) < a$
$1-(a+b) < b \Rightarrow$
$1-2b < a$
$\Rightarrow a$

то $S\cdot a$ — пропорции

$S\cdot b \to 2S\cdot b$

$S\cdot(1-(a+b)) \to 3S(1-(a+b))$

$0 + 2Sb + 3S - 3Sa - 3Sb = 3S - Sb - 3Sa$

это должно быть $> \frac{5}{3}S$

$3S - Sb - 3Sa > \frac{5}{3}S$

$3 - b - 3a > \frac{5}{3}$

$-b - 3a > -\frac{4}{3}$

$b + 3a < +\frac{4}{3}$ $\quad b + 2a < \frac{4}{3} - a$

т.к. $1 - b + a < b$ $\quad 1 - b - b - a < 0$

$1 - 2a < b$

следовательно $1 < b + 2a$

$1 < \frac{4}{3} - a$

$a < \frac{1}{3}$

т.к. $1 < b + 2a$

$1 - 2a < b$

то $b > \frac{1}{3}$,

$a \Rightarrow b > a$ и это

противоречит I

следовательно он может максимально получить $\frac{5S}{3} = 1000000$

Ответ: 1000000 р.

№ 3

т.к. функции $y = \sin x$ и $y = \arcsin x$ обратные, то $\sin x = \arcsin y$ и наоборот. Также же учтем области значений и области определений функций $\Rightarrow x \in [-1; 1]$ и $y \in [-1; 1]$

Получаем

$(\sin y - \sin y)(\sin x + \sin x) \geq 0$

~~$2\sin x \geq 0$~~

~~$\sin x \geq 0$~~

$\sin x$ ~~больше нуля при $x \in [0; 1]$ с учетом области определения x~~

значит $x \in [0; 1]$

$(\arcsin x - \arcsin x)(\arcsin y + \arcsin y) \geq 0$

$0 \cdot 2\sin x \geq 0$

$\sin x \in [-1;1]$

т.е. x ограничено только условием (I)

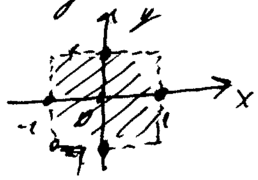
$x \in [-1;1]$

$(\arcsin x - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$0 \cdot 2\arcsin y \geq 0$ $\arcsin x \in E(y)$ $y = \arcsin x$

т.е. y ограничен только условием (I)

$y \in [-1;1]$



$S = 2 \cdot 2 = 4$

Ответ: 4.

P.S.
Как было сказано условие I получено из области значений и области опр. функций $y = \sin x$, $y = \arcsin x$

в первом случае $y \in [-1;1]$, $x \in R$

во втором $x \in [-1;1]$, $y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

получим
$\begin{cases} y \in [-1;1] \\ x \in [-1;1] \\ y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \in [-1;1] \\ x \in [-1;1]. \end{cases}$

(+)

№4

Т.к. в часах минутная стрелка принимает 60 значений (она прошла целое число минут) от 12:00 $= t \cdot 6^0$, где это угол отклонения и t — количество минут $t < 60$, $t \in Z$, $t > 0$

Пусть прошел первый час. А если не первый?

т.к. угловая скорость стрелки минутной больше часовой, то угол будет

$\frac{1}{60} \cdot 30$ — угол отклонения часовой ($\frac{360}{12} = 30^0$)

за каждый час она проходит

$-(\frac{1}{2})^0 + 6^0 = 5,5^0 > 2^0$

теперь ~~минутная догнала опередила~~ не обязательно ~~положение минутной~~ ~~на $t \cdot 6$~~ часовой $\frac{t}{60} \cdot 30 + 30$

по условию $\frac{t}{2} - 6t + z \cdot 30 = -2$, где z — кол-во пройденных часов.

~~$-3t \ldots$~~

теперь отсюда $t - 12t + 60z = -4$

~~$6t - 3t - 30 = 2$~~

$-11t = -4 - 60z$ или $t = \frac{60 \cdot z - 4}{11}$

$t = \frac{4 + 60z}{11}$

$t = 4$ мин $z = 1$ час

Ответ: 1 час 4 мин.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ЙУ 49-76 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Евдокимова

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Витальевна

Дата рождения 09.06.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7

	длина	высота	площадь
I прямоуг.	a дм	b дм	$ab = 15$ дм^2
II прямоуг.	$a+n$ дм	bq дм	$(a+n)bq = 60$ дм^2
III прямоуг.	$a+2n$ дм	bq^2 дм	$(a+2n)\cdot bq^2 = 180$ дм^2

По условию:

$$a + a+n + a+2n = 30 \text{ дм}$$

$$3(a+n) = 30 \text{ дм}$$

$$\underline{a+n = 10} \text{ (дм) — длина II прямоуг.}$$

тогда: $bq = \frac{S_2}{a+n} = \frac{60}{10} = 6$ (дм) — высота II прямоуг.

$$b = \frac{S_1}{a} = \frac{15}{a} \text{ (дм)}$$

$$bq^2 = \frac{S_3}{a+2n} = \frac{180}{a+2n} \text{ (дм)}$$

$$\frac{b}{bq} = \frac{bq}{bq^2}$$

$$\frac{15}{a\cdot 6} = \frac{6(a+2n)}{180}, \quad a+n=10 \Rightarrow n = 10-a \qquad \text{ОДЗ: } a<10$$

$$180\cdot 15 = 36a(a+2n)$$

$$180\cdot 15 = 36a(a+2(10-a))$$

$$180\cdot 15 = 36a^2 + 720a - 72a^2$$

$$36a^2 - 720a + 180\cdot 15 = 0 \quad |:36$$

$$a^2 \overset{+20}{-20a} \overset{+75}{+75} = 0$$

$a = 15 \notin$ ОДЗ

$\underline{a=5}$ (дм) — длина I прямоуг. $\Rightarrow$ $n = 10-5 = 5$ (дм)

$b = \frac{15}{5} = 3$ (дм) — высота I прям.

$a+2n = 5+10 = 15$ (дм) — длина III прямоуг.

$bq^2 = \frac{180}{15} = 12$ (дм) — высота III прямоуг.

Ответ: I прямоуг-к: высота 3 дм; длина 5 дм

II: высота 6 дм, длина 10 дм

III: высота 12 дм; длина 15 дм

Выдан 1 дополнит. лист (подпись)

№1 Число всех линий может быть < пяти. Например, четыре: три линии идущие на город М, и одна линия, идущая на посёлок П.

Если число всех линий не меньше пяти, то среди любых пяти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П. Рассмотрим пять линий: чтобы выполнялось условие задачи, не менее трёх линий из пяти должны идти в город М и не менее двух в ~~город~~ посёлок П; т.е. не менее пяти линий должны быть распределены между городом М и посёлком П.

№5 Максимальный доход Иван Иванович получит, если разделит деньги поровну между тремя банками; а именно положит в каждый 200 000 руб. Тогда его доход составит

$200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 0 = 1000000$ рублей.

Это максимальный доход, т.к. если распределить все деньги между банками неравномерно, то наибольший вклад может оказаться в банке, в котором вкладчик теряет деньги.

Если оставить часть денег дома, то доход также будет меньше, чем 1000 000 руб, так как удваиваться и утраиваться будут меньшие суммы.

№2 $tgx, tg2x \in \mathbb{Z}$

ОДЗ: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n \\ 2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi \cdot n}{2} \end{cases}; n \in \mathbb{Z}$

$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$, пусть $tgx = n$, $tg2x = m$, $n, m \in \mathbb{Z}$

$m = \frac{2n}{1-n^2}$

$2n = m(1-n^2)$

$2 = \frac{m}{n} - mn$

$2 = m(\frac{1}{n} - n)$

По усл. m и n – целые $\Rightarrow m = \pm 1, \pm 2; 0$

1 случай: $m = 1$; то $\frac{1}{n} - n = 2$
$n^2 + 2n - 1 = 0$
$n \notin \mathbb{Z}$

2 случай: $m = -1$; то $\frac{1}{n} - n = -2$
$n^2 - 2n - 1 = 0$
$n \notin \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$

3 сл. $m=2$, то $\frac{1}{n}-n=1$

$n^2+n-1=0$

$n \notin \mathbb{Z}$

4 сл. $m=-2$, то $\frac{1}{n}-n=-1$

$n^2-n-1=0$

$n \notin \mathbb{Z}$.

5 сл. $m=0 \Rightarrow n=0$

Таким образом, $tg\,x=0$, $x=\pi\cdot k, k\in\mathbb{Z}$

Ответ. $x=\pi\cdot k$, $k\in\mathbb{Z}$

№3 Т.к $x^2+px+q=0$ имеет один корень, то

$T(x)=(x-a)^2$

$T(T(x))=((x-a)^2-a)^2$

$T(T(T(x)))=(((x-a)^2-a)^2-a)^2$

$((x-a)^2-a)^2-a=0$

$((x-a)^2-a)^2=a$; $a\geq 0$, т.к ур-ие должно иметь корни.

$(x-a)^2-a=\pm\sqrt{a}$

$(x-a)^2=a\pm\sqrt{a}$

$\left[\begin{array}{l}(x-a)^2=a+\sqrt{a}\\(x-a)^2=a-\sqrt{a}\end{array}\right.$

Должно быть три различных корня ⇒ одно ур-ие имеет один корень, а второе два корня.

$a-\sqrt{a}=0$

$a=0$ или $a=1$

1) если $a=0$, то $\left[\begin{array}{l}(x-0)^2=0+0\\(x-0)^2=0-0\end{array}\right.$

$x=0$ – один корень, не уд. условию

2) если $a=1$, то $\left[\begin{array}{l}(x-1)^2=1+1\\(x-1)^2=1-1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}(x-1)^2=2\\(x-1)^2=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x-1=\pm\sqrt{2}\\x=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=1\pm\sqrt{2}\\x=1\end{array}\right.$

Ответ: $x=1$; $x=1\pm\sqrt{2}$

№4 v мин. стрелки $=6°/$мин; v час. стрелки $=\frac{1}{2}°/$мин.

1) тогда за n минут мин. стрелка пройдет $6n°$, а часовая $(\frac{1}{2}n)°$

$\Rightarrow |6n-\frac{1}{2}n|=2°$ или $|6n-\frac{1}{2}n|=360°-2°$

$|\frac{11}{2}n|=2°$ $\quad$ $|\frac{11}{2}n|=358°$

$n\notin\mathbb{Z}$ $\quad$ $n\notin\mathbb{Z}$

т.е. до часу дня такое событие не произойдет

⇒

2) В час дня расст-ие м/у стрелками 30°
через n минут угол м/у стр будет:

$|6n-(30+\frac{1}{2}n)|=2^\circ$ или $|6n-(30+\frac{1}{2}n)|=358^\circ$

$\left[\begin{array}{l}\frac{11}{2}n=32\\ \frac{11}{2}n=28\end{array}\right.$ $n\notin Z$ $\qquad$ $\left[\begin{array}{l}\frac{11}{2}n=-328\\ \frac{11}{2}n=358\end{array}\right.$ $n\notin Z$

=> до двух часов дня событие не произойдет.

3) В два часа дня расст. между стрелками будет равно 60°
через n минут:

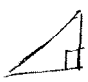
$|6n-(60+\frac{1}{2}n)|=2^\circ$ или $|6n-(60+\frac{1}{2}n)|=358^\circ$

$\frac{11}{2}n=60\pm2$ $\qquad$ $\frac{11n}{2}=418$ или $\frac{11}{2}n=-298$

$n\notin Z$ $\qquad$ $n=76$ $\qquad$ $n\in Z$

Зн, после двух часов прошло 76 минут
=> часы показывали 15 ч 16 мин.

Ответ: 15 часов 16 минут.

№6  1-ый прямоуг Δ-к: один острый угол - $\frac{11}{24}\pi$
второй - $\frac{\pi}{24}$

2-ой прямоуг Δ-к: один остр угол $\frac{5}{12}\pi$, другая $\frac{1}{12}\pi$,
гипотенуза 320 м

3-ий пр Δ-к: больший острый угол $\frac{\pi}{3}$, меньший $\frac{\pi}{6}$
гипотенуза: 120 м

4-ый прямоуг. Δ-к: больший остр. $\angle\frac{\pi}{3}$; меньший $\frac{\pi}{6}$
гипотенуза = 80 м

5-ый прямоуг Δ-к: больший остр $\angle=\frac{\pi}{3}$ меньший $\frac{\pi}{6}$
гипотенуза 40 м

катет, леж. напротив $\angle 30^\circ$, $=\frac{1}{2}$ гипот, т.е 20
второй катет $\sqrt{40^2-20^2}=\sqrt{1200}=20\sqrt{3}$
$S=\frac{1}{2}\cdot20\cdot20\sqrt{3}=200\sqrt{3}$

Ответ: $S=200\sqrt{3}$, гипотенуза = 40 м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 9092	Мю 92-85 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Евсеев

ИМЯ Сергей

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 22.07.1999 Класс: 9

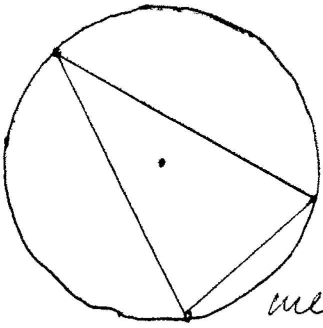
Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Евсив

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2.



Наибольшей амплитудой обладают вершины тр-ника. Вращаясь, он описывает окружность. Значит, наименьшей площадью будет обладать круг, на котором будут лежать все вершины тр-ника, т.е. ось должна проходить через центр описанной окружности. +

№4.

+

Дано:
$\alpha = 2^\circ$
$T_ч = 12ч$
$T_м = 1ч$
$t_0 = N$ мин
t - ?

Решение:

1. Найду угловые скорости стрелок:

$\omega_ч = \frac{360^\circ}{12 \cdot 60 мин} = 0,5 \frac{^\circ}{мин}$

$\omega_м = \frac{360^\circ}{1 \cdot 60 мин} = 6 \frac{^\circ}{мин}$

2. Движение вдогонку, общая скорость

$\omega = \omega_м - \omega_ч = 5,5 \frac{^\circ}{мин}$.

3. Они встречаются каждые:

$T = \frac{360^\circ}{5,5 \frac{^\circ}{мин}} = \frac{720}{11}$ мин.

4. Есть 2 случая их расположения:

$t = \frac{720}{11} N \pm \frac{4}{11} \in N \Rightarrow t = \frac{720n \pm 4}{11}$, где n и $t \in N$.

← ? откуда ?

Подставляя вместо n целые числа, нашел t:

неполное объяснение

$t = (720 \cdot 3 - 4) : 11 = 196$ (мин)

Ответ: 15ч 16 мин.

№5.

Если ход событий самый плохой, то потеряна будет самая крупная сумма, а утроится самая маленькая (если положить деньги во все банки). А если в 2, то удвоится наименьшая. Наименьший убыток и наибольшая прибыль будут при наибольшем вкладе "c" и наименьшем "a" ($a \geq b \geq c$), т.е. наибольшая сумма при $a = b = c$ или $a = c$.

Если деньги класть в 2 банка, то:

$a \cdot 0 + 2 \cdot c = 2c = a + c$ – сумма не изменится ($a = c$) ±

А если в 3, то:

$a \cdot 0 + 2b + 3c = 2b + 3c = 5c = \frac{5}{3}(a+b+c)$ – вклад увеличится в 1,6 сразу! ·А если дома оставить!

Таким образом, лучше всего положить во все банки по 200 000 рублей, и вкладчик получит 1 млн руб.

Ответ: во все банки по 200.000 руб, получит 1 млн руб.

№1.

±

Меньше пяти может быть: 2 ведут в М, 1 в П и 1 куда-то ещё. Более четырёх линий может быть только 5: 2 в П и 3 в М, иначе условие не будет выполняться. При этом ни одной ЛЭП не пойдёт на сторону.

Ответ: меньше 5 может быть. Если ЛЭП не менее 5, то найтись иные не могут.

№3.

—

$x^2+px+q=0;$

$D=p^2+4q=0$, т.к. 1 корень $\Rightarrow q=-0,25p^2$

$x=\frac{-p}{2}=-0,5p.$

Подставим полученное значение q в функцию:

$T(x)=x^2+px-0,25p^2.$

$b=T(T(x))$:

$b^2+pb-0,25b-0,25p^2=0$; ?

$b=-0,5p.$

$T(x)=a$:

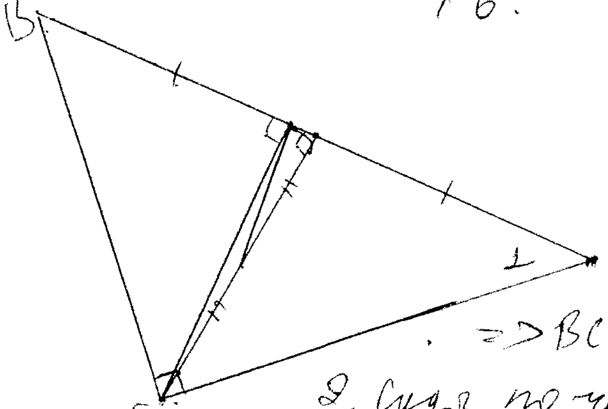
$a^2+pa-0,25p^2=-0,5p;$

по условию 3 корня

$D=p^2-4p(0,5-0,25p)=p^2-2p+p^2=2p(p-1)$

$x_{1,2}=\frac{-p\pm\sqrt{2p(p-1)}}{2}=-0,5p\pm0,5\sqrt{2p(p-1)}$

№6.



Дано: $\alpha=\frac{11}{24}\pi$; $AB=640$ м

Найти: A_5B_5; S_5.

Решение: 1. $\sin\alpha\approx\alpha=\frac{11}{24}\Rightarrow$

$\Rightarrow BC=\frac{11\cdot640}{24}=\frac{880}{3}$

2. Судя по чертежу, гипотенуза каждого следующего тр-ника равна половине предыдущего, значит: $A_5B_5=\frac{1}{2}A_4B_4=\frac{1}{2^{5-1}}AB=\frac{640}{16}=40$ (м) - геометрическая прогрессия.

Ответ: $A_5B_5=40$ м

Неполное решение

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7082

ZS 92-24

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Орлова

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 15.08.2000

Класс: 8

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

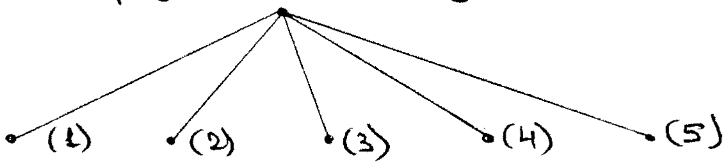
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

Шифр не заполнять! ⇨ ZS 92-24

№1 Распределительная подстанция



(+)

1) Пусть среди 5 линий электропередач одна связана с предприятием города М (1), но если собрать группу из других трёх электролиний: 2, 3 и 4 получится что среди них нет электролинии до города М, хотя в условии сказано что среди любых трёх такая линия есть, то есть среди этих трёх тоже должна быть электролиния М (2), возьмём группу электролиний 3, 4, 5 среди них опять же нет электролинии М, в итоге получаем, что всего должно быть 3 электролинии М (1, 2, 3).

2) Пусть среди 5 линий передач одна связана с предприятием посёлка П (4), но если собрать группу: 1, 2, 3, 5, то в этой группе из 4 электролиний нет линии до посёлка П, то есть среди пяти линий электропередач должно быть хотя бы две линии до предприятия посёлка П. (4, 5)

3) Мы получили, что из пяти электролиний 3 идут до города М, а 2 до посёлка П, то есть нет таких линий идущих не в город М и не в посёлок П

Ответ: 0.

№3 Пусть отцу - x лет, матери y лет, а сыну z, где $x, y, z \in N$, тогда:

1) $x+y+z=65$

2) $(x-9)+(y-9)+(z-9)=40$

3) $(x-4)=9(z-4)$

I. $(x-9)+(y-9)+(z-9)=40$

$x+y+z=40+27$

$x+y+z=67$ не возможно т.к. по 1 известно, что сумма равна 65 сын ещё не родился

Значит, что девять лет назад

$x+y=40+18=58$

$z=65-58=7$ лет - сыну

II. Подставим во ~~второе~~ 3 выражение возраст сына

$(x-4)=9(7-4)$

$x-4=27$

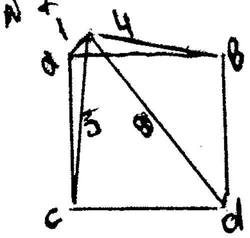
$x=31$ год - отцу

(+)

Ответ: отцу 31 год.

№5 Нужно определить в какие моменты тележки приходят в пункт погрузки одновременно
1) Письма и бандероли
$10+5$ $15+5$
Пусть x - сколько раз возвращались письма до встречи (включительно)
y - сколько раз возвращались бандероли до встречи (включит.)
$x \cdot 10 + (x-1)\cdot 5 = y \cdot 15 + (y-1)\cdot 5$
$15x - 5 = 20y - 5$
Они сталкиваются для писем каждые 4 раз, для бандероли каждый 3 раз.
2) Письма и посылки
Пусть x - сколько раз возвращались письма до встречи (включительно)
Пусть z - сколько раз возвращались посылки до встречи (включительно)
$x \cdot 10 + (x-1)\cdot 5 = z \cdot 25 + (z-1)\cdot 5$
$15x - 5 = 30z - 5$
Они сталкиваются для писем каждый 2 раз для ~~бандеролей~~ посылок каждый раз
3) Посылки и бандероли
Пусть y - сколько раз возвращались бандероли до встречи (включительно)
z - сколько раз возвращались посылки до встречи (включительно)
$20y - 5 = 30z - 5$
Они сталкивались для бандеролей каждый 3 раз для посылок каждый 2 раз
+
4) Все вместе
Пусть x, y, z - сколько раз возвращались письма, бандероли, посылки соответственно до встречи (включительно)
$15x - 5 = 20y - 5 = 30z - 5$
Они сталкивались для писем каждый 4 раз, для бандеролей каждый 3 раз, для посылок каждый 2 раз
5) с 8 до 16 часов проходит 8 часов (= 480 минут)
5.1) $480 : 30 = 16$ раз отправляли посылки
5.2) $480 : 20 = 24$ раз отправляли бандероли без вычета пустых
$24 - (24:3) = 24 - 8 = 16$ раз отправлели бандероль
(По 3 и 4 пункту каждый 3 раз бандероль сталкивалась с посылкой, которая приходит реже, то есть он нагружал посылки, а не бандероли)
5.3) $480 : 15 = 32$ раз отправляли письма без вычета пустых
$32 - (32:2) = 16$ раз отправляли письма
(По 1, 2 и 4 пунктам тележки с письмами отправляли пустыми или каждый 2 раз или 4 раз, т.к. 2 чаще, поэтому $32:2$)
Ответ: писем 16, бандеролей 16, посылок 16.
+ +1 +1

№7 1) Пусть передатчик находится за ab радиостанциями и от них до него 1 и 4 км, ближе к a, тогда до C 5, а от d 9. (Получаем рисунок)



$1+4>ab$; $5+9>cd$ ⇒ $5>ab$; $14>cd$; $ab=cd$ ⇒ $ab<5$, но $4{,}5\,(cd)+5>9$ (к прям) } подход

$4+Bd>9$, но bd не больше 4,5 нев.

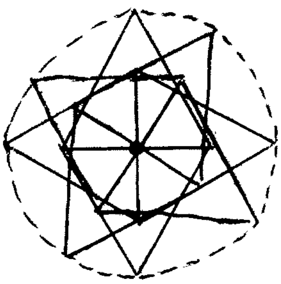
(Другой вариант:

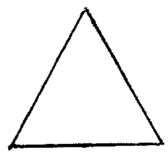
$1+5>ab$; $4+9>cd$ ⇒ $6>ab$; $13>cd$; $ab=cd$ ⇒ $ab<6$ но $AC<1+4$ (<5) ($dc+4>9$ где $dc<5$ нев))

(+)

Ответ: Ильмер не должен верить такому сообщ.

№2 Ответ: точка должна проходить через середину сторон треугольника





(−)

№4 $45^\circ = 1{,}5$ ч $= 7{,}5$ делен.

$v_{м.с} = 1$ д/мин,

$v_{ч.с} = 5$ д/ч $= \frac{1}{12}$ д/мин

1) 2,5 деления можно получить если минутная стрелка показывает 30 минут, т.к. между минутной и часовой 45°, то часовая будет показывать 16:30 (4:30)

Ответ: часы показывают 4:30

(+)

№6 2^{2015} и 5^{2015}

$2^{2015} = 2^{(5\cdot13\cdot31)} = 32\cdot8192\cdot1073741824\cdot2$

1024×1024: 4096, 2048, 1024 → 1048576

1048576×1024: 4194304, 2097152, 1048576 → 1073741824

(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 55-76

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Еременко

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 10.12.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

По условию задачи из любых 3 линий 1 ведет ~~ведут~~ в „М", а из любых 4 – 1 в „П". Таким образом среди всех линий должно быть не более 2 линий, ведущих не в „М" и не более 3 линий, ведущих не в „П".

⇒ а) Возможно: например

2 линии ведут в „М", 1 линия – в „П" и одна линия – ни в „П", ни в „М".

б) Нет, не может.

Рассмотрим 2 возможных варианта, когда кол-во линий $n \geq 5$:

1) $n > 5$

Если кол-во линий превышает 5, то есть равно 6, 7 и т.д., то кол-во линий, ведущих в М, ~~будет увеличиваться согласно выражению $n-2$, то есть~~ $\geq n-2$ для уже 6 линий будет 4 линии, ведущих в „М", а следовательно, имеется набор из 4 линий, в котором ни одна не ведет в „П"

⇒ ситуация невозможна.

2) $n = 5$ ⇒ линий, ведущих в „М" → 3.

либо ММММПП → нет варианта линий, ведущих ни в „М", ни в „П";

пусть линия „Н" – линия, ведущая ни в „М", ни в „П".

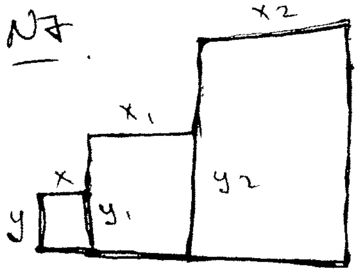
либо МММНП. → есть набор из 4 линий, в котором нет линии, ведущей в „П".

⇒ ситуация невозможна.

Ответ: а) да; б) нет.

±

№7.



$$\Rightarrow \begin{cases} x + x_1 + x_2 = 30 \ (1) \\ xy = 15 \ (2) \\ x_1 \cdot y_1 = 60 \ (3) \\ x_2 \cdot y_2 = 180 \ (4) \end{cases}$$

y, y_1, y_2 образуют геометрическую прогрессию, x, x_1, x_2 – арифметическую.

n – множитель прогрессии

1) $x + x + d + x + 2d = 30$, где d – разность прогрессии

$3x + 3d = 30 \Rightarrow x + d = 10 \Rightarrow x_1 = 10 \Rightarrow y_1 = 6$

из п. 3 и п. 4 следует, что

2) $\begin{cases} (10+d)6n = 180 \\ (10-d)\frac{6}{n} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10n + dn = 30 \\ 5n + d = 20 \end{cases}$?

$\Rightarrow d = 5;\ n = 2$

~~$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ y = 5 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 10 \end{cases} \begin{cases} x_2 = \\ y_2 \end{cases}$~~

$\Rightarrow x = 5 \quad y = 3$

$x_1 = 10 \quad y_1 = 6$

$x_2 = 15 \quad y_2 = 12$

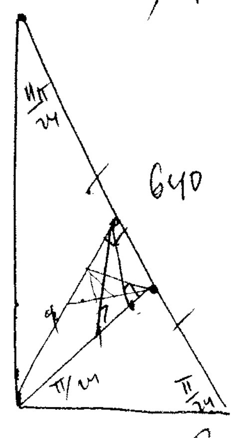
+

Ответ: 1 ступень: длина = 5 дм, высота = 3 дм

2 ступень: длина = 10 дм, высота = 6 дм

3 ступень: длина = 15 дм, высота = 12 дм

№6.



1) Гипотенуза 1ого Δ = 640, 2 → 320, 3 – 160; 4 – 80; 5 – 40. по свойству медианы прямоугольного Δ, проведенной из вершины прямого угла

+

2) У 3его Δ будет острый угол $\frac{\pi}{6}$ ⇒ высота 2 треугольника равна 80°, углы равны 30 и 60° ?

⇒ Третий Δ подобен 5ому Δ по 3 углам

⇒ стороны 5го Δ (гипотенузы) = 20 и 40, угол между

№4.

За 1 час минутная стрелка → полный круг
часовая за 1 час → $\frac{1}{12}$ круга
⇒ скорость минутной стрелки в 12 р. больше скорости часовой
С каждой минутой угол между стрелками будет увеличиваться или сокращаться на 5,5 градуса, т.к. за 1 минуту часовая стрелка проходит $(\frac{1}{2})^\circ$, а минутная — 6°. ⇒ чтобы расстояние между стрелками стало равным 2°, нужно рассмотреть вариант, когда минутная стрелка будет стоять на 12ти часах а ~~расстоя~~ угол между ними в градусах можно представить, как $5{,}5x+2$. ~~в~~ Первый случай, когда часы показывают 3 часа дня. → $5{,}5x+2=90$ ⇒
⇒ $x=16$ ⇒ часы показывают 15:16

Ответ: 15:16 +

№6 продолжение.

ним равен 60° ⇒ $S_5 = 20 \cdot \cancel{40}^{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$

Ответ: $200\sqrt{3} = S_5$

гипотенуза $\Delta_5 = 40$

№5.

Оставить часть суммы доме не рационально т.к. эта сумма не может ни удвоиться, ни утроиться. Пусть Р — разорившийся банк
2 — банк, уд~~ваиваю~~вающий
3 — утраивающий
x_1, x_2, x_3 — доли от 600'000
→ возможно три варианта состояний банка

состояние	сумма в итоге
Р23	$2x_2+3x_3$
Р32	$3x_2+2x_3$
2Р3	$2x_1+3x_3$
23Р	$2x_1+3x_2$
32Р	$3x_1+2x_2$
3Р2	$3x_1+2x_3$

на основании таблицы $\Rightarrow$ можно сделать вывод, что самым лучшим вариантом будет, если вложить 200000 в каждый банк. Тогда при любом возможном ходе событий на руки Иван Иванович получит $2\cdot 200+3\cdot 200 = 1000$ тыс $= 1'000'000$ рублей.

Ответ: в каждый банк по 200'000 р., в итоге 1 млн. рублей

(+) нет док-ва оптимальности

N2.

$tg x = n, \ n\in Z$

$\frac{\sin x}{\cos x} = n \Rightarrow \sin x = n\cdot\cos x$

$\Rightarrow \cos^2 x + n^2\cdot\cos^2 x = 1$

$\cos^2 x(1+n^2) = 1 \rightarrow 1+n^2 \in Z$

это всегда вып.

$\cos^2 x = \frac{1}{1+n^2}$

$tg x \in Z$ при $x = 0; 1; -1$ почему?

$tg 2x \in Z$ при $x=0 \Rightarrow$ единственное решение ~~x=0~~ ?

$tg 0 = 0$

(∓)

$2015^0 = 1$ Ответ: $\overset{x=0}{2015^{tg x}} = 1$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	РЮ 61-70 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ефремова

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Викторовна

Дата рождения 08.11.1999 Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЕПВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Предположим, что взяли (выбрали) 5 любых линий. Так как в любых 3-ех линиях должна быть хотя бы одна, идущая на предприятие города М, то 3 из 5 линий должны идти в город М. Если будет только 2 провода (линии), то останется 3 других, и среди них нет, идущих в город М, что противоречит условию. Пусть 1 из 2-ух оставшихся будет идти на предприятие поселка П, но тогда, если взять 3 линии, идущих в г. М, и 1 оставшуюся, будет 4 линии, и ни одна не будет идти в поселок П, что также противоречит условию. Значит, среди 5-ти любых линий не может быть таких, которые идут и не в город М, и не в поселок П.

+

№2.

Ось вращения должна проходить через центр треугольника, чтобы площадь образуемой при этом фигуры была наименьшей. При оси вращения, проходящей в точке на любой из вершин, S (площадь) образуемой фигуры будет ~~сильнее~~ и расстояние от крайней точки до оси вращения будет равно длине самой большой стороны.

+

№3.

Н. время 65 лет
(сумма)

9 лет назад 40 лет

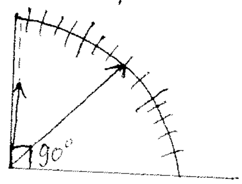
4 года назад возраст отца = 9 возраст сына

Если из 65 вычесть 27 (9·3=27, т.к. 9 лет назад все были младше на 9 лет), то получится 38, что меньше 40 лет, которые должны быть. Значит, 9 лет назад сына ещё не было, тогда 65 − 18 = 47 лет. 47 − 40 = 7 лет — нынешний возраст сына.

Так как сыну сейчас 7 лет, 4 года назад ему было 3 года, а отцу, соответственно 27 лет. В настоящее время, то есть 4 года спустя, отцу 31 год.
Ответ: 31 год.

№4.

При положении стрелок на 3ч. 00 мин, угол между ними 90°. (~~Значит~~) Такое положение стрелок равняется 15 делениям. Значит, 45° будет равняться $\frac{15}{2} = 7,5$ делениям. За 1 час часовая стрелка сдвигается на 5 минутных делений. А на одно такое деление за $\frac{60}{5} = 12$ минут. Так как прошло целое число минут, а 45° это 7,5 делений, находим, за сколько минут часовая стрелка сдвинется на $\frac{1}{2}$ деления. $12 : 2 = 6$ минут. Через каждые 6 минут час. стрелка сдвигается на пол минутного деления, до 1-ого деления сдвинется только в 12 минут. От 1 деления откладываем 7 минут (делений) => 8 минут. Т.к. $6 < 8 < 12$, часовая стрелка на половине перед 1 делением.



Часы показывают 12ч 8 мин.

Ответ: 12 ч 8 мин.

№6.

2^{2015} 5^{2015}

При возведение 5 в каждую последующую степень прибавляется по 1 разряду. Получается 5^{2015} это 2015 знаков. При возведении 2 через каждые 3 последующие степени прибавляется по 1 разряду. $2015 : 3 = 671,\ldots$ $2015 + 672 = 2687$.
Ответ: 2687 знаков.

№5

Письма – П; Бандероли – Б, Посылки – По.

← – тележка приехала, → – тележка уехала.

Самая редкая (редко приезжающая) тележка – По.

Менее редкая – Б.

8.10 – П←
8.15 → П1.
8.15 Б←
8.20. Б1→
8.25 – По←
8.30 – По 1 →
8.35 – Б2 ←
8.40 Б2 →
8.45. – П←
8.50. – П2 →
8.55. – По 2←
9.00. По 2 →
8.55 Б ← →
9.00 П3←

9.05 П3→
9.10. Б3←
9.15. Б3→
9.15. П4←
9.20 П4→
9.25. По3←
9.30. По3→
9.30. Б4← 9.30. П←→
9.35. Б4→
9.40 П5←
9.45. П5←
9.50 В5→
9.55. В5→
9.55. По4← 9.55. П←→
10.00 По4→

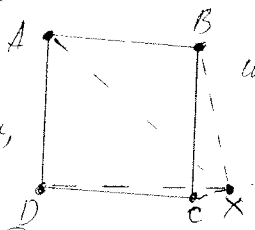
И так продолжается дальше.
За 1 час 2 тележки с бандеролью, 3 с письмами, 2 с посылками.
В 15,55 вернется 17 тележка (отвозящая посылки). До конца рабочего дня она (18) успеет уехать, но вернуться уже не успеет.

+

В 15.50 придет тележка с бандеролью (22), но она также уехать успеет до конца раб. дня, но не вернется. (не успеет).
В 15.55. приедет 23 тележка с письмами и должна будет уехать пустой. 17+23+22 = 62 тележки всего.
Ответ: 23 – с письмами; 22 – с бандеролью (23 – если она не вернется до 16.00), 17 – с посылками (В 16.00 отправилась бы 18)

№7.

1, 9, 4 и 5 км. Передатчик вне квадрата. Предположим, что передатчик в точке X.



Масштаб: в 1 см 2 км

Расстояние от точки C до X будет 1 км, от B до X – 4 км, от D до X = 5 км, но от самой отдаленной точки A до X не будет 9 км.

+

Инспектор не должен верить такому сообщению.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 22-25 шифр ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЖИГУЛЁВ

ИМЯ МИХАИЛ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 30.04.1998 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

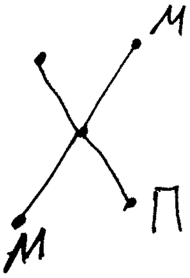
Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

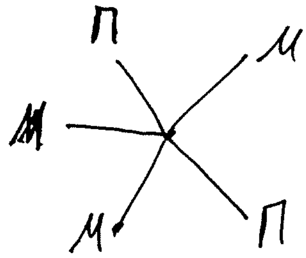
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан один лист

№1



Число всех линий может быть меньше пяти. Так как данный случай удовлетворяет всем условиям.



Если число линий не меньше пяти, то все они обязательно будут весить в М и П. Иначе будут нарушены условия задачи. Либо среди любых трёх линий не будет М, либо среди любых четырёх не будет П.

№2

Таким целым числом может быть 0

$tg\,x = 0$

$tg\,2x = 0$

$x = \pi n, n \in Z$

$2x = 2\pi n, n \in Z$

$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

+

№4

За час часовая стрелка проходит $\frac{360^0}{12}=30^0 \Rightarrow$

за минуту $\frac{30^0}{60}=0{,}5^0$

Минутная стрелка за минуту проходит

$\frac{360^0}{60}=6^0$

Таким образом, скорость часовой стрелки $0{,}5^0$ в минуту

а минутной -6^0 в минуту. (При целом числе минут)

На первом круге по прошествии одной минуты угол будет равен $6\cdot1-0{,}5\cdot1=5{,}5^0$, затем он будет увеличиваться.

На втором ~~круге~~ минимальный угол $=(6\cdot66-360)-0{,}5\cdot66=$

$=36-33=3^0$

На третьем ~~круге~~ минимальный угол $=(6\cdot130-720)-$

$-0{,}5\cdot130=5^0$

На четвертом $\angle=(6\cdot196-1080)-0{,}5\cdot196=96-98=$

$=2^0$.

Это событие удовлетворяет условиям и произошло впервые после полудня.

(Рассматривались круги минутной стрелки при целом числе минут)

196 минут $=3$ ч. 16 мин.

$12:00+3:16=15:16$

Ответ: Часы показывают 15:16. (+)

№5

Так как рассматривается самый плохой ход событий, то нужно разложить деньги поровну по всем банкам. Иначе разорится банк с самым большим вкладом. оставлять часть суммы дома не имеет смысла, так как от меньшего вклада будет получен меньший доход.

Таким образом нужно положить в каждый банк по 200000 рублей.

Доход составит:

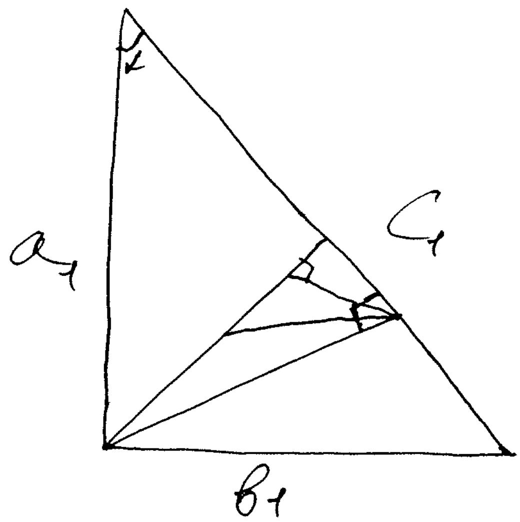
$0+200000\cdot 2+200000\cdot 3 = 1000000$ рублей.

Ответ: Сумма = 1000000 рублей

строго не доказана оптимальность

±

№6



Дано:

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$c_1 = 640$ м

c_5 — ?

S_5 — ?

Медиана, проведённая из прямого угла треугольника, равна половине его гипотенузы. В данном случае в каждом следующем треугольнике гипотенузой становится медиана предыдущего треугольника. Поэтому в каждом следующем треугольнике гипотенуза в 2 раза меньше предыдущей.

$c_2 = \frac{c_1}{2} = \frac{640}{2} = 320$

$c_3 = \frac{c_2}{2} = \frac{320}{2} = 160$

$c_4 = \frac{c_3}{2} = \frac{160}{2} = 80$

$c_5 = \frac{c_4}{2} = \frac{80}{2} = 40$

$S = \frac{a\cdot b}{2}$; $a = c\cdot\cos\alpha$; $b = c\cdot\sin\alpha$

$S_5 = \frac{a_5\cdot b_5}{2} = \frac{c_5\cdot\cos\alpha\cdot c_5\cdot\sin\alpha}{2} = \frac{40^2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2}$

далее на следующем листе

№6

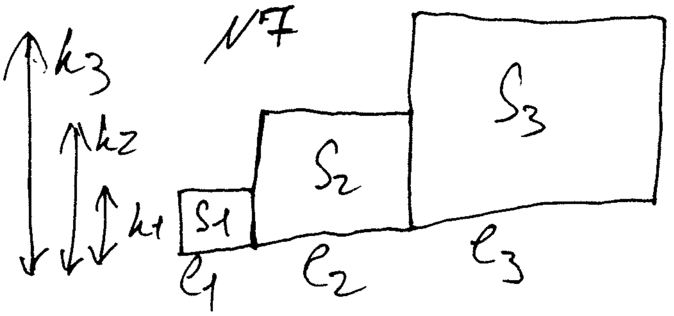
±

$$S_5 = \frac{40 \cdot 40 \cdot \cos 2 \cdot \sin 2}{2} = 20 \cdot 20 \sin 2\alpha = 400 \sin \frac{11}{12}\pi$$

Ответ: $l_5 = 40$ м; $S_5 = 400 \cdot \sin \frac{11}{12}\pi$ м^2.

не найдено

№7



$l_1 + l_2 + l_3 = 30$

сумма арифм. прогрессии

$S = \frac{(l_1 + l_3)}{2} \cdot 3 = 30$

$l_1 + l_3 = 20 = 2l_2$

$l_2 = \frac{20}{2} = 10$ дм

Поскольку $l_1 = l_2 - d$; а $l_3 = l_2 + d$ и $l_1 + l_3 = 20$ то $l_1 = 5$ дм, а $l_3 = 15$ дм.

±

~~$S = \frac{l \cdot h}{2}$~~

~~$S_1 = \frac{l_1 \cdot h_1}{2} = 15 \Rightarrow h_1 = \frac{30}{5} = 6$ дм.~~

~~$S_2 = \frac{l_2 \cdot h_2}{2}$~~

$S = l \cdot h$

$S_1 = l_1 \cdot h_1 = 15 \Rightarrow h_1 = \frac{15}{5} = 3$ дм

$S_2 = l_2 \cdot h_2 = 60 \Rightarrow h_2 = \frac{60}{10} = 6$ дм

$S_3 = l_3 \cdot h_3 = 180 \Rightarrow h_3 = \frac{180}{15} = 12$ дм

Ответ: $l_1 = 5$ дм; $l_2 = 10$ дм; $l_3 = 15$ дм; $h_1 = 3$ дм; $h_2 = 6$ дм; $h_3 = 12$ дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	BF 51-30 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Жидков

ИМЯ Артем

ОТЧЕСТВО Антонович

Дата рождения 6 января 1998

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

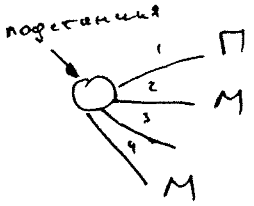
Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

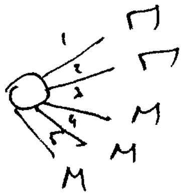
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

1) Да, может: т.к. на любой из 4х будет линия в П а на любой из трех линия в М.



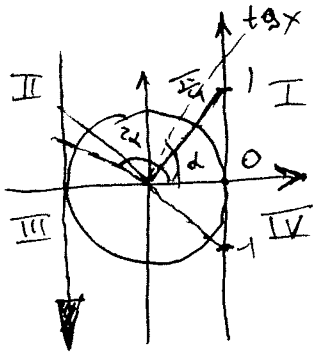
2) нет, не найдется среди 5ти линий ни одной, которые не ведут ни в М, ни в П



Потому что среди любых 3х линий будет хотя бы одна, ведущая в М

А среди любых 4х будет хотя бы одна, ведущая в П.

№2



при $\begin{cases} x > \frac{\pi}{4} \\ x < \frac{\pi}{4} \\ x \neq 0 \end{cases}$ tgx и $tg2x$ не будут являться целыми числами, т.к. $|tgx| < 1$, $|tg2x| < 1$

при $\begin{cases} \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4} \end{cases}$ tgx и $tg2x$, так же не будут целыми числами,

потому что: предположим, $\left(\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ что tgx равен целому числу, тогда угол $2x$ находится во II четверти в промежутке $\pi < 2x < \frac{3\pi}{4}$, где $tg \in (-1; 0)$, то есть не равен целому числу

⇓

исходя из всего выше сказанного, углы, которые удовлетворяют условию, это $x = \pi n, n \in Z$, тогда

$2015^{tgx} = 2015^{tg0} = 1$

~~Ответ~~

Ответ: 1

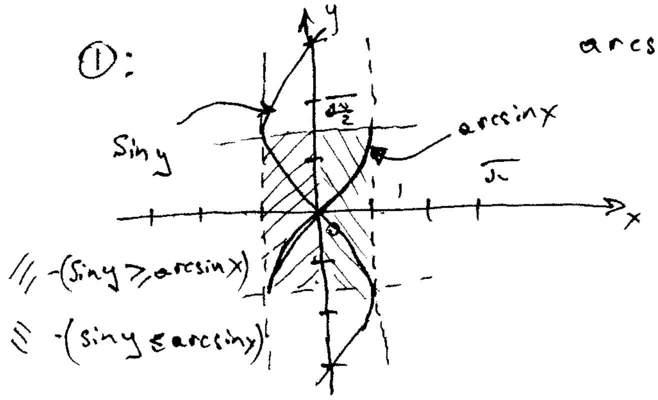
№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

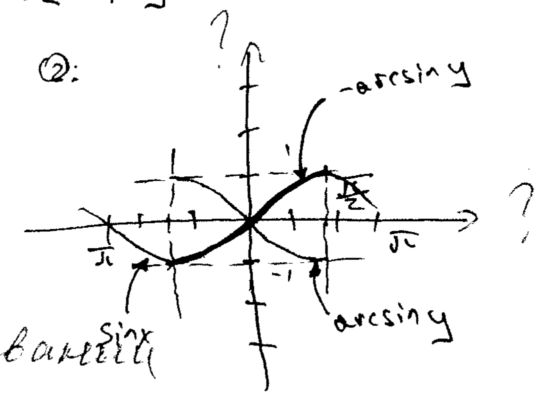
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \quad (1) \\ \sin x \geq -\arcsin y \quad (2) \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \quad (1) \\ \sin x \leq -\arcsin y \quad (2) \end{cases} \end{array}\right.$$

①:



$\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
$x \in [-1; 1]$

②:



Нет четкости в обосновании решения.

$\sin x$ и $-\arcsin y$ совпадают

тогда все точки ~~при~~ подходящие по условию: $x \in [-1; 1]$
$y \in [-1; 1]$

получается фигура ограничена 4 перпендикулярными линиями (квадрат) со стороной 2 $\Rightarrow$ $S = 4$

+

ответ: $S = 4$

№4

$30°$ занимает одно часовое деление на циферблате

$6°$ - одно минутное деление на циферблате, тогда

положение стрелок будет определятся по формуле

$$\begin{cases} b_m = \cancel{b_0} + 30(m-1) \\ a_n = \cancel{a_0} + 6(n-1) \end{cases}$$ где $m = \frac{1}{60n}$ и $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} |b_m - a_n| = 2° \\ b_m = 30\left(\frac{1}{60}n - 1\right) \\ a_n = 6(n-1) \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{1}{2}n - 30 - 6n + 6\right| = 2$$

$\left|-\frac{11}{2}n - 24\right| = 2$

$-\frac{11}{2}n - 24 = 2$
$\varnothing$

$-\frac{11}{2}n - 24 = -2$
$n = -4$

т.к. $n=-4$ и т.к. стрелки часов ~~не двиг~~ двигаются только в одном направлении, то на часах показывается 11ч 56мин (12 часов − 4 мин) проверка:

получается что прошло 716 минут, тогда $n=716$

$$\begin{cases} b_M = 30\left(\frac{1}{60}\cdot 716 - 1\right) = 328 \\ a_n = 6(716-1) = 4290 \\ |b_M - a_n| = 2 \end{cases}$$

(т.к. минутная стрелка несколько раз делает круг, то $4290:360 = 11$ остатком 330)

$330 - 328 = 2$

−

ответ: 11 часов 56 мин

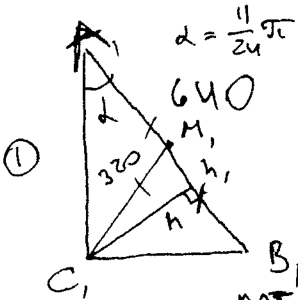
№5

т.к. мы рассматриваем максимально плохой ход событий, то если Иван Иванович разнесет все свои деньги в один банк, то у него пропадут все деньги, т.к. он положит их в „проигрышной" банк. Если же он разделит свои деньги на 3 части и положит их в разные банки, то он получит 1000 000 р. (один банк удвоит, а другой утроит). А если же он разделит свои деньги на 4 части и одну из них оставит дома, то он получит лишь 900 000 р. и при дальнейшем разделении денег на более меньшие части, он не получит ~~все~~ более „выигрышного" варианта.

нет строгого обоснования оптимальности

±

Ответ: 1000000 рублей



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

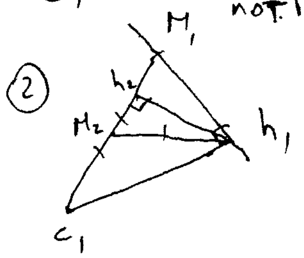
~~так~~ в п/у медиана $= \frac{1}{2}$ гипотенузы $\Rightarrow$

$A_1B_1 = 640$

$C_1M_1 = 320$

$$C_1h_1 = \frac{A_1C_1 \cdot C_1B_1}{A_1B_1} = \frac{A_1B_1\cos\alpha \cdot \cancel{A_1B_1}\sin\alpha}{\cancel{A_1B_1}} = 320\sin 2\alpha$$

по т. Пифагора: $M_1h_1 = 320\sqrt{1-\sin^2\frac{11}{12}\pi} = 320\cos\frac{11}{12}\pi$



$h_1M_2 = 160 = \frac{1}{2}C_1M_1$

$$h_1h_2 = \frac{M_1h_1 \cdot C_1h_1}{C_1M_1} = 160\left(2\sin\frac{11}{12}\pi\cos\frac{11}{12}\pi\right) = 160\sin\frac{11}{6}\pi$$

Тогда в (3) треугольнике

медиана $= 80$ а $h = 80\sin\frac{11}{3}\pi$

в (4):

медиана $= 40$ а $h = 40\sin\frac{22}{3}\pi$

в (5):

медиана $= 20$ а $h = 20\sin\frac{44}{3}\pi$

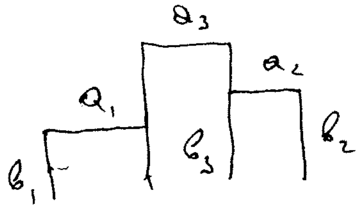
+

$\Rightarrow$ в 5ом треугольнике гипотенуза $= 40$, а ~~$S = 20 \sin \frac{44}{3}\pi \cdot 20$~~

$$S = \frac{20 \cdot \sin\frac{44}{3}\pi \cdot 20\cos\frac{44}{3}\pi}{2} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 50\sqrt{3}$$

Ответ: гипотенуза $= 10$м

$S = 50\sqrt{3}$ м^2



№7

тогда:

$$\begin{cases} ① \; a_1 b_1 = 15 \quad (S\,I_{20}) \\ ② \; a_2 b_2 = 60 \quad (S\,II_{20}) \\ ③ \; a_3 b_3 = 180 \quad (S\,III_{20}) \\ ④ \; a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

по св-ву ~~ар~~ ~~ар~~ (арифметической / геометрической) прогрессии:

④: $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30$

$a_1 + d = 10$

$d = 10 - a$

②: $(a_1 + d) b_1 q = 60$

$(a_1 + 2d) \cdot b_1 q^2 = 180$

$(20 - a_1) \cdot b_1 q^2 = 180$

$\Downarrow$

$b_1 q = \frac{60}{a_1 + d}$; $b_1 q = 6$ $\quad q = \frac{6}{b_1}$

$(20 - a_1) \cdot \frac{36}{b_1} = 180$; $b_1 = \frac{(20-a_1) \cdot 36}{180} = \frac{40 - 2a_1}{10}$

①: $40a_1 - 2a_1^2 = 150$; $2a_1^2 - 40a_1 + 150 = 0$

$a_1^2 - 20a_1 + 75 = 0$

$a_{1_1} = 15$ — не подходит, т.к. $d < 0$

$a_{1_2} = 5$ — подходит

$\Rightarrow a_1 + d = 10$

$5 + d = 10$

$d = 5$, тогда

$a_1 = 5$

$a_2 = 10$

$a_3 = 15$

$b_1 = \frac{15}{a_1} = 3$

$b_2 = \frac{60}{a_2} = 6$

$b_3 = \frac{180}{a_3} = 12$

Ответ: $\begin{cases} a_1 = 5 \text{ дм} \\ b_1 = 3 \text{ дм} \end{cases}$ $\begin{cases} a_2 = 10 \text{ дм} \\ b_2 = 6 \text{ дм} \end{cases}$ $\begin{cases} a_3 = 15 \text{ дм} \\ b_3 = 12 \text{ дм}. \end{cases}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

BL 60-48

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Жидков

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 16.04.2001

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Жидк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВК 60-48

№1.

Допустим всего пять линий. Значит из них среди 3-х любых в город не пойдут максимум 2 линии, т.к. одна из них обязательно пойдёт в город П (по условию). Так же, среди 4-х любых в посёлок не пойдут максимум 3 линии, т.к. одна из них обязательно пойдет в посёлок П (по условию). (+)

Следовательно, не больше 2-х линий не пойдут ни туда ни туда и сколько бы линий мы не добавили к станции, они пойдут и туда и туда (не идти в город должно не больше 2-х, а в посёлок не больше 3-х)

IIIII	линии
III	город
IIII	посёлок

Ответ: 2.

№3.

1) $9 \cdot 3 = 27$ (лет) - должна была увеличиться сумма их возрастов за 9 лет

2) Раз сумма возрастов за 9 лет выросла на $65 - 40 = 25$ лет, а не на 27 лет, значит сын родился через 2 года.

3) Следовательно сейчас ~~от~~ сыну $9 - 2 = 7$ лет, а 4 года назад ему было $7 - 4 = 3$ года. В то время отец был в 9 раз старше сына, а значит ему было $9 \cdot 3 = 27$ лет (+)

4) Тогда сейчас отцу $27 + 4 = 31$ год

Ответ: 31 год

№5.

Составим график отправки тележек с 8:00 до 10:00, без первого рейса в 8:00. Я зачеркнул тележки, которые поехали пустыми.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВЛ 60-48

письма	бандероли	посылки
8:15	8:20	8:30
~~8:30~~	8:40	9:00
8:45	~~9:00~~	9:30
~~9:00~~	9:20	10:00
9:15	9:40	
~~9:30~~	~~10:00~~	
9:45		
~~10:00~~		
4	4	4

±

Видно, что за 2 часа Печкин отправляет ровно 4 вида каждого груза. Он работает 8 часов, значит за них он сможет доставить 8:2·4 = 16 видов каждого груза + 1-й рейс ~~на~~ в 8:00 = 17.

Ответ: 17 тележек писем, 17 тележек бандеролей и 17 тележек посылок

№7

Нет, т.к. даже если мы проведём в квадрате со стороной 5 км диагональ то она будет равна 7,5 км, а не 9 км. Следовательно, информация ложная, ведь квадрата не получится

⊖

~~№4~~

~~Такое бывает только 4 раза в сутки. После полудня это случается дважды: в 4 часа и в 8 часов. в 4 часа дня это случается раньше,~~ , если учитывать что прошло удвоенное количество минут

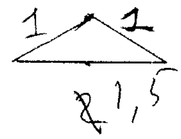
Лист 02 из 03

№4.

Если учитывать, что с начала полудня прошло ~~к~~ целое число минут, то ~~такое может быть только~~ часовая и минутная стрелки могут образовать < 120° только 2 раза (после полудня): в 4 часа дня и в 8 часов вечера. 4 часа наступают раньше, значит сейчас 4 часа дня. (+)

№2.

Чтобы при вращении 3-угольника получалась наименьшая фигура, это будет круг, то 3-угольник должен быть как можно меньше в длину. Пусть его стороны относятся друг к другу как 1 : 1 : 1,5. Вот его рисунок: (Он не точный).



(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

BF51-71
шифр

№ группы

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ Жих

ИМЯ Артем

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 26.06.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Жих

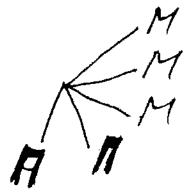
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

I Да, может.  , где Н – любой город.

II Нет, не может. Для выполнения условия кол-во городов М должно быть не меньше $к-2$, а городов Н $к-3$, где к – общее число городов.

Возможен вариант, только когда $к = 5$.



$\pm$ это надо далее обосновать

№3

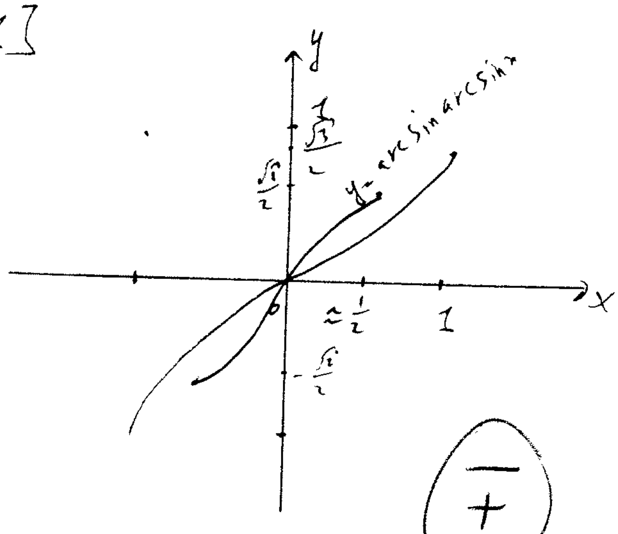
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$y \in [-1;1]$

$x \in [-1;1]$

$y = \arcsin \arcsin x$

$y = \sin \sin x$



$\mp$

№5

$P = 600000$

$x = \frac{P}{3}$

$x \to 3x$ второй банк

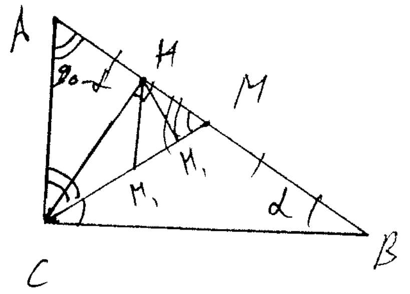
$x \to 2x$ первый банк

$x \to 0$ третий банк

$\frac{2}{3}P$ — прибыль.

Ответ: равные суммы по 200000 р; сумма через год - 1000000 р.

№ 6.



$AB = c$

$AM = MB$

$CM = AM = MB$, т.к. ΔABC – п/у.

$CM = \frac{c}{2}$

$HM_1 = \frac{CM}{2} = \frac{c}{4}$

$\angle AMC = 180 - 180 + 2\alpha = 2\alpha$

гипотенуза nго тр-ка равна $\frac{c}{2^{n-1}} = \frac{640}{2^{n-1}}$

гипотенуза 5го тр-ка $= \frac{640}{2^4} = 40$ м.

$$S = \frac{c^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{c^2 \sin 2\beta}{4} = \frac{\frac{c^2}{2^{2n-2}} \cdot \sin 2\beta}{4}$$

$\beta = \alpha \cdot 2^{n-1}$

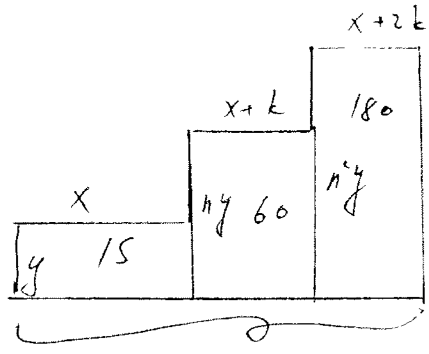
$$S = \frac{\frac{c^2}{2^{2n-2}} \cdot \sin(\alpha \cdot 2^n)}{4} = \frac{c^2 \cdot \sin(\alpha \cdot 2^n)}{2^{2n}} =$$

$$= \frac{100 \cdot 2^{12} \cdot \sin\left(32 \cdot \frac{11}{24}\pi\right)}{2^{10}} = 400 \sin \frac{44}{3}\pi$$

Ответ: $c = 40$ м; $S = 400 \cdot \sin \frac{44}{3}\pi$

±

№ 7



$$\begin{cases} xy = 15 \\ (x+k)\,ny = 60 \\ (x+2k)\,n^2y = 180 \\ x+3y = 30 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y = 10 \\ 10\,ny = 60 \\ (x+2k)\,n^2y = 180 \\ xy = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 15 \\ x+k = 10 \\ ny = 6 \\ (x+2k)\,n^2y = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} n = \frac{6}{y} \\ k = 10-x \\ (x+2k)\,n^2y = 180 \end{cases} \qquad (x+20-2x)\frac{36}{y} = 180 \qquad \frac{(20-x)}{y} = 5$$

$$\begin{cases} \frac{20-x}{y} = 5 \\ y = \frac{15}{x} \end{cases} \qquad \frac{(20-x)x}{15} = 5$$

$20x - x^2 - 75 = 0$

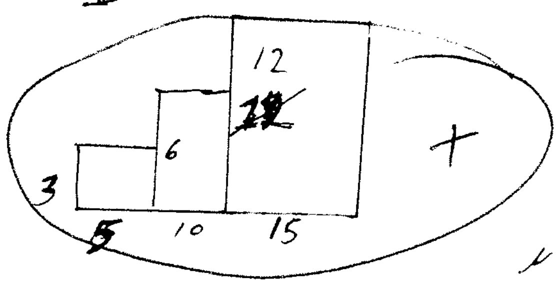
$x^2 - 20x + 75 = 0$

$D = 400 - 300 = 10^2$

I $x_1 = \frac{20-10}{2} = 5$ $y = 3$ $k = 5$ $n = 2$

II $x_2 = \frac{20+10}{2} = 15$ $y = 1$ $k = -5$ $n = 6$ не уд.

Ответ: I ~~II~~



№ 4.

$V_м = \frac{360°}{ч}$

$V_ч = \frac{30°}{ч}$

$\Delta V = 330°/ч = \frac{5,5°}{м}$

$5,5 \cdot t = 360° n \pm 2°$

$t \in Z$

$n \in Z$

$t = 65,(45)n \pm 0,(36)$

Дополнительных листов 2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

139		ЮF 60-97
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Жупанова

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 10.06.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

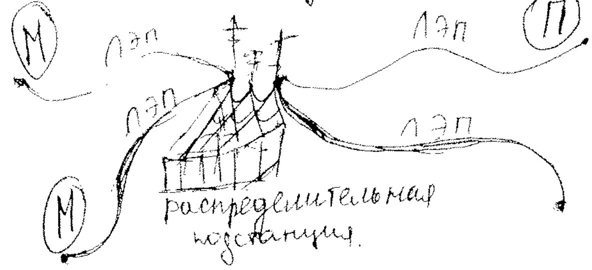
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача №1

Нужно доказать, что линий может быть меньше пяти.
Но из условия, где говорится, что „среди любых четырех обязательно есть линия" можно сделать вывод, что линий будет не меньше четырех.
Это упрощает всё доказательство, т.к. можно было рассмотреть случаи с кол-вом линиями меньше пяти. А из этого условия понятно, что наше док-во сокращено, т.к. ЛЭП строго меньше пяти, но не меньше четырех.

±

Рассмотрим случай с 4-мя ЛЭП



1) Из условия, что „среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П, то хотя бы один ЛЭП из четырех на рисунке ведёт в П.

2) Из условия, что „среди любых трёх линий есть одна, идущая на предприятие „М", то нужно минимум 2 ЛЭПа.
Это потому, что, если мы в первый раз возьмем любые 3 ЛЭПа, где среди них есть 1 ЛЭП, идущая в М, то в другой раз мы можем взять такие три ЛЭП из четырех, чтобы вместо той ЛЭП, идущей в М, взять четвертую ЛЭП. Поэтому среди четырёх наших ЛЭП есть 2, ведущие в М.

3) Таким образом получаем, что может выполняться условие о том, чтобы ЛЭП было меньше пяти.
И даже получается, что есть ЛЭП, которая не ведёт ни в М, ни в П.

Ответ: Да, может.

Задача №3.

—

Если $x^2+px+q=T(x)$ имеет один корень, то $T(T(x))$ имеет 2 корня, а $T(T(T(x)))$ имеет 3 корня.
С каждой новой функцией уравнение повышает степень в два раза. но из-за того, что D первого уравнения $=0$ (чтобы был один корень) получаем $p^2=4q$. ~~И с помощью~~ из-за этого у нас $T(T(T(x)))$ имеет ~~3р~~ три корня.

нет продвижения в решении

$x_1=?$

$x_2=?$

$x_3=?$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

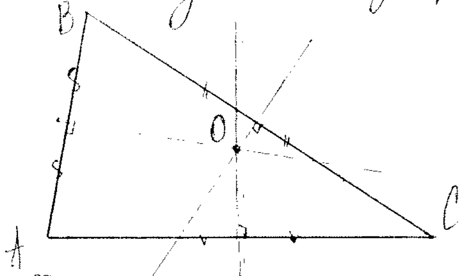
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10Г 60-97

Задание №2.

Нам дан произвольный треугольник, для которого надо найти такую точку, через которую проходит ось вращения, чтобы площадь образованной фигуры была наименьшей.

1). Образованная фигура всегда будет являться окружностью. Таким образом надо найти наименьший радиус.

2). Для наглядности изобразим произвольный Δ ABC.



3) Радиусом образованной в результате вращения окружности будет наибольший отрезок от точки вращения до вершины Δ

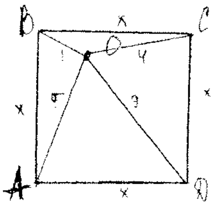
4) Чтобы этот радиус был наименьшим, точка должна быть равно удалена от каждой вершины Δ ABC.

Равноудалённая от каждой вершины точка Δ — есть центр описанной окружности, который находится на пересечении серединных перпендикуляров.

Ответ: ось должна проходить через центр описанной окружности.

Задание №7

У нас есть квадрат ABCD, где A, B, C и D - радиостанции.



Где-то внутри этого квадрата расположен советский радиопередатчик O.

Пусть BO = 1, OC = 4, OD = 9 и AO = 5, а AB = BC = CD = AD = x.

Получишь 4 с Δ. ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD, ΔAOD.

Далее будем решать эту задачу с помощью свойства треугольника, что сумма любых двух сторон больше третьей.

$$\begin{cases} x < 4+9 \\ x < 1+5 \\ x < 1+4 \\ x < 5+9 \end{cases} \Rightarrow$$ Из этой системы неравенств получается, что $x < 5$.

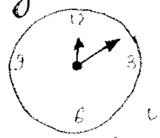
Из ΔBOC получаем, что OC + OB будет меньше OD, чего в Δ быть не может, поэтому Штирлицу верить нельзя.

Ответ: нет, не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10Г 60-97

Задание №4.



Угол между часовой и минутной стрелками ровно 2°, причём впервые ~~за~~ после полудня. Из этого можно сделать вывод, что время, которое показывают часы, недалеко ушло от полудня.

Пусть $S_{1,2}$ кол-во градусов, которые прошли стрелки, V_1, V_2 – кол-во градусов за 1 минуту, которые проходят стрелки.

t – время (мин), которое прошли обе стрелки.

Составим уравнение из того, что расстояние между стрелками $V = 2°$:

(–)

$S_1 - S_2 = 2$

$V_1 t - V_2 t = 2$

$t(V_1 - V_2) = 2$ $\quad | : (V_1 - V_2)$, т.к. $V_1 \neq V_2$ и $V_1 - V_2 \neq 0$

$t = \frac{2}{V_1 - V_2}$ не учитывается полный оборот.

$V_1 = 6°/мин$, т.к. минутная стрелка проходит за минуту $6°$.

$V_2 = 0{,}5°/мин$, т.к. большая стрелка проходит за 2 минуты $1°$.

$t = \frac{2}{6-0{,}5} = \frac{20}{55} = \frac{4}{11}$ (мин) $= 5\frac{9}{11}$ с

по условию прошло целое число минут.

Ответ: 12 часов, 0 минут и $5\frac{9}{11}$ секунд.

Задание №5.

Нужно свои деньги Ивану Ивановичу разделить на три равные части и сделать вклады во все три банка

не обосновано

Потому что через год в одном банке удвоенный вклад компенсирует потерю денег в обанкротившемся и остается третий банк, который утроит $\frac{1}{3}$ часть от ~~все~~ всей суммы, которую Иван Иванович вложил в три банка. Таким образом он увеличит ~~свои~~ свою эту сумму ~~на~~ в $\frac{2}{3}$ раза.

И в такой ситуации выгодно использовать все 600 000 рублей.

Ответ: в каждый банк вложить 200 000 рублей.

(+)

№6. Задача №6

Дано:

гипотенуза = 640 м

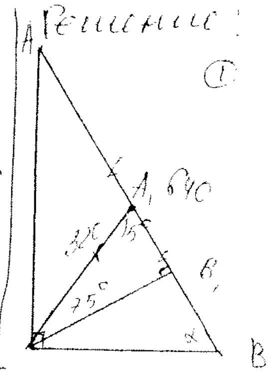
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

Найти:

S и гипот. 5-го Δ

Решение:

①



$\alpha = \frac{11}{24}\pi = \frac{11\cdot 180^\circ}{24} = \frac{11\cdot 15}{2} = 82{,}5^\circ$

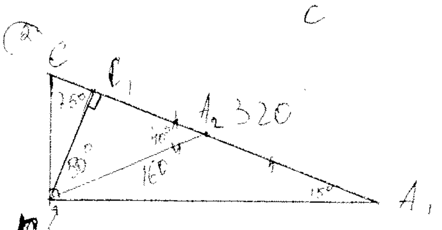
ΔA_1BC – равнобедр. $(A_1C = A_1B) \Rightarrow \angle A_1CB = \angle A_1BC \Rightarrow \angle A_1 = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$

$\angle A_1CB_1 = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

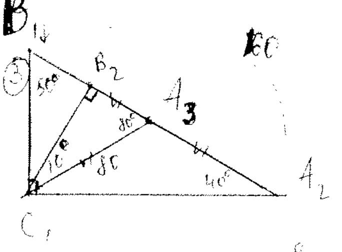
$AC = AA_1 = A_1B = \frac{640}{2} = 320$.

И на протяжении 5-ти чертежей эти действия будут повторяться.

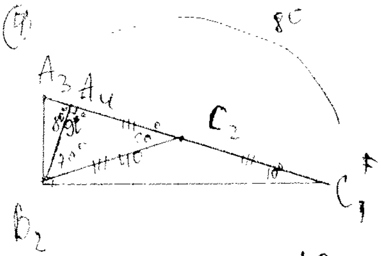
②



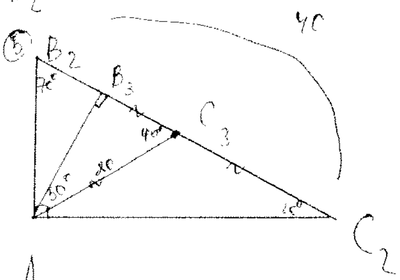
③



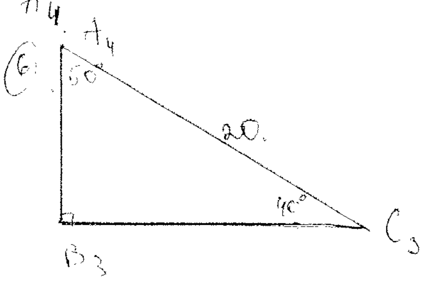
④



⑤



⑥



К шестому чертежу можно получить ответ.

гипотенуза $(A_4C_3) = 20$ (м)

$S_{\Delta A_4C_3B_3} = \frac{A_4B_3 \cdot B_3C_3}{2}$?

$A_4B_3 = 20\cdot\sin 40^\circ$

$B_3C_3 = 20\cdot\cos 40^\circ$

$S = \frac{20\cdot\sin 40^\circ\cdot 20\cdot\cos 40^\circ}{2} = 100\cdot\sin 80^\circ = 100\cdot 0{,}98 = 98\ (м^2)$

Ответ: гипотенуза = 20 м

$S = 98\ м^2$.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	НТ 42-70 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Зайцев

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 17 июля 2001 года **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЗАВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Т.к. среди трёх линий есть хотя бы одна, идущая на предприятие города М, то если всего линий X, что их минимум $X-2$, Т.к. среди четырёх линий есть предприятие посёлка П, то их минимум $X-3$.
Тогда $X-2+X-3 \le X \Rightarrow 2X-5 \le X$. Допустим, что $2X-5 < X$, тогда $X+5 > 2X$, значит $5 > X$, чего не может быть по условию задачи, тогда допустим, что $2X-5 = X \Rightarrow X = 5$. Условие задачи соблюдаются, значит этих линий - 5. Тогда в город М идёт $5-2=3$ линии, а в посёлок П $5-3=2$ линии. тогда ни туда ни туда идут $5-3-2=0$ линий.

(+)

Ответ: 0 линий

3. Т.к. 9 лет назад им всем вместе было 40 лет, то если бы сын тогда уже родился, то сумма их возрастов сейчас была бы $40+9\cdot3=67$ лет. Тогда он родился $9-(67-65)=7$ лет назад и сейчас ему 7 лет. А 4 года назад ему было $7-4=3$ года, а его отцу $3\cdot9=27$ лет. значит сейчас ему $27+4=31$ год.

(+)

4. Допустим, что это произошло в первом часу после полудня, тогда Пусть прошло x минут
Примечание: 1 минута на часах, равна $360°:60=6°$.

$$x^{1/2}-\frac{x}{12}=120°:6°$$

$$\frac{11x}{12}=20$$

$$11x=240$$

$$x=\frac{240}{11}$$

$$x \notin Z$$

значит это произошло не в 1 часу. Да
Допустим, что это произошло во II часу

$$5x-\frac{x}{12}-5=20$$

$$\frac{11x-60}{12}=20$$

$$11x=300$$

$12x = \frac{300}{11}$

$\frac{300}{11} \notin Z$

значит это произошло не во $\overline{II}$ часу

Допустим, что это произошло в а) $\overline{III}$ часу б) $\overline{IV}$ часу в) $\overline{V}$ часу г) $\overline{VI}$ часу д) $\overline{VII}$ часу е) $\overline{VIII}$ часу

а) $\frac{11x}{12} - 10 = 20$ б) $\frac{11x}{12} - 15 = 20$ в) $\frac{11x}{12} = 40$

$11x = 360$ $11x = 420$ $11x = 480$

$\frac{360}{11} \notin Z$ $\frac{420}{11} \notin Z$ $\frac{480}{11} \notin Z$

это произошло не в $\overline{III}$ часу, не в $\overline{IV}$ часу, не в $\overline{V}$ часу

г) $\frac{11x}{12} = 45$ д) $\frac{11x}{12} = 50$ е) $\frac{11x}{12} = 55$

$\frac{540}{11} \notin Z$ $\frac{600}{11} \notin Z$ $\frac{660}{11} = 60$

не в $\overline{VI}$ часу, не в $\overline{VII}$ часу, а в $\overline{VII}$ часу, то есть было 7 часов и ещё прошёл час, то есть сейчас 8 часов и действительно угол между стрелками равен 120°. Это не самое раннее!

±

5. Составим таблицу ↑ уходит ↓ приехали V погрузил

пис.	банд.	пос.	
↑	↑	↑	8:00
↓			8:10
V↑	↓		8:15
	V↑		8:20
			~~8:25~~
↓		↓	8:25
↑		V↑	8:30
	↓		8:35
↓	V↑		8:40

пис.	банд.	пос.	
V↑			8:45
↓	↓	↓	8:55
↑	V↑↑	V↑	9:00
		V↑	9:05
↓			9:10
V↑	↓		9:15

На этой схеме видно, что за час Печкин успевает погрузить 2 тележки с письмами, 2 с бандеролями и 2 с посылками значит за 8 часов он разгрузит $8 \cdot 2 = 16$ тележек с письмами, $8 \cdot 2 = 16$ с бандеролями и $8 \cdot 2 = 16$ с посылками.

Ответ: по 16 с письмами, бандеролями и посылками.

6. Я заметил закономерность, что сумма количеств цифр в числах 2^x и 5^x всегда $x+1$, значит всего цифр будет $2015+1=2016$

Ответ: 2016

7. Допустим, что это возможно, тогда допустим, что рядом с точкой прослушивания будет засекший передатчик на расстоянии 1 метр (A) будет точка, засекшая передатчик на расстоянии 4 метра (B) 5 метров (C), тогда по неравенству треугольника сторона квадрата в любом случае будет меньше $1+4=5$ метров, но тогда рядом с точкой прослушивания засекшей передатчик на расстоянии 9 метров (D) будет находиться точка B и тогда по неравенству треугольника 4 + число меньшее и будет больше 9, но это невозможно.

Если рядом с A будут B и D, то по неравенству треугольника сторона квадрата должна быть меньше $1+4=5$, но тогда 1+ число, меньшее 5 должно быть ~~меньше~~ больше 9, что невозможно.

Если рядом с A будут C и D, то по неравенству треугольника сторона квадрата должна быть меньше $1+5=6$, но тогда 1+ число, меньшее 6 должно быть больше 9, что невозможно.

Значит Мюллеру не стоит верить Штирлицу

Ответ: не стоит.

9. Т.к. треугольник вращается вокруг вершины, то в итоге получается круга. $S_{круга} = \pi r^2$, значит чем меньше радиус, тем меньше площадь. Радиус – это наибольшая сторона треугольника, соприкасающаяся с центром вращения, чтобы он был наименьшим, треугольник должен быть равнобедренным $\Rightarrow$ два оставшихся его угла равны и равны $(180°-30°):2=75°$. Т.к. $75°:30°=2{,}5$, значит в 2,5 раза боковые стороны больше основания, значит отношение между сторонами равно 1:1:0,4.

Ответ: 1:1:0,4

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ИЦ 32-40 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Зиновьев

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Владиленович

Дата рождения 29.09.1997 **Класс:** 11 А

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Зиц

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) а) В условии задачи не оговорено, что подстанция работает только для города М и посёлка П. Значит, возможны комбинации из 4 линий, удовлетворяющие условию 1 вопроса (Если одна или две из этих четырёх линий проведены в П, а остальные в М соответственно).

б) В условии задачи не оговорено, что подстанция работает только для города М и посёлка П. Значит, добавив условие, что каждый пятый ~~(десятый, пятнадцатый (n=5k))~~ провод проведён в какой-либо другой населенный пункт (либо каждый второй), среди любых пяти проводов непременно найдется провод, не идущий ни в М, ни в П.

2) $tg2x = \dfrac{2tgx}{1-tg^2x}$

а) Пусть $tgx=0 \Rightarrow tg2x=0$; тогда $x=\pi n$, а $2015^{tgx}=2015^0=1$;

б) Пусть $tgx=t;\ t\in \mathbb{Z};\ tg2x=nt;\ n\in\mathbb{Z}$:

$nt=\dfrac{2t}{1-t^2}\ /:t\neq 0$

$n=\dfrac{2}{1-t^2};\ t^2\in\mathbb{Z} \cup n\in\mathbb{Z} \Rightarrow t\in\varnothing$

Таким образом, видим единственное решение: $x=\pi k, k\in\mathbb{Z} \Rightarrow tgx=tg2x=0 \Rightarrow 2015^{tgx}=1$

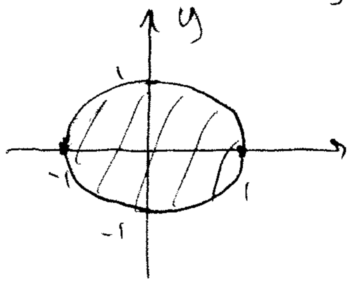
Ответ: $x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; $2015^{tgx}=1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЛТЦ 32-40

3) Нанесём на оси координат все точки, уд-е условию $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$:



~~Точки~~, находящиеся вне этого круга, не удовлетворяют исходному нер-ву (в силу ~~моно~~ синхронного возрастания $\sin x$ и $\arcsin x$ на соответствующих областях). Значит, решением исходного нер-ва являются все точки, находящиеся во внутренней области (заштрихованной). Получившаяся фигура представляет собой окружность радиуса 1, а её площадь $= S = \pi R^2 = \pi$

Ответ: $S = \pi$.

4) За 1 час часовая стрелка поворачивается на 30^0 ⇒ её угловая скорость $\omega_ч = 0{,}5^0/мин$.

Аналогично $\omega_м = 6^0/мин$

За время τ минут они поворачиваются на $S_ч = \omega_ч \tau$ и $S_м = \omega_м \tau$; при этом минутная стрелка может не раз обогнать часовую на один оборот. Учитывая условие, составим уравнение:

$$\omega_м \cdot \tau - \omega_ч \cdot \tau = 360n + 2 \quad (где\ n \in Z - кол-во\ «обгонов»)$$

$$6\tau - 0{,}5\tau = 360n + 2$$

$$5{,}5\tau = 360n + 2 \ ; \ \tau \in Z.$$

Минимальное n, при котором $\tau \in Z$, $n = 8$ ⇒

$5{,}5\tau = 2882 \Rightarrow \tau = \frac{28820}{55} = 524$ минуты $=$

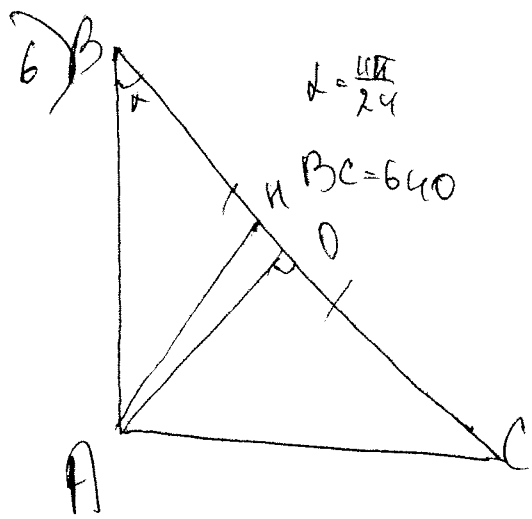
$= 60\cdot 8 + 44 = 8ч\ 44$ мин

Ответ: 8ч 44 мин после полудня

5) Самый плохой исход произойдёт в случае, когда самый большой вклад «прогорит», а самый маленький «утроится». Целесообразно поступить так, чтобы разница между тремя вкладами была минимальна, а сами вклады максимальны. Значит, разбив имеющуюся сумму на 3 вклада по 200 000, один из них «прогорит», один «удвоится», один «утроится», причём разницы между вкладами нет. Тогда Иван Иванович получит на руки $S = 200000\cdot(2+3) =$

$= 1$ млн рублей.

Ответ: 1 млн рублей.

6) 

7) По св-ву медианы, проведенной из прямого угла, её величина равна половине гипотенузы. Таким образом, каждая следующая из них будет в 2 раза меньше предыдущей ⇒

Гипотенуза 5-го Δ $x = \frac{1}{5}\cdot 640 = \frac{640}{16} = 40$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ32-40

Рассмотрим $\triangle ABC$ и AOC: $\triangle ADC \sim \triangle ABC$;

$k = \frac{AC}{BC} = \sin\alpha \Rightarrow S_{AOC} = S_{ABC} - \underline{S_{AOC}} = (1-k^2)S_{ABC} =$

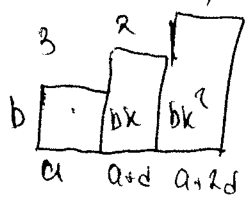
$= \cos^2\alpha \cdot S_{ABC} = \cos^2\frac{4\pi}{24} \cdot S_{ABC}$?.

Каждый последующий будет иметь меньшую ~~в~~ ~~cos~~ площадь. $S_5 = \cos^8\frac{11\pi}{24} \cdot S_{ABC}$

Ответ: $x = 40°$, $S = \cos^8\frac{4\pi}{24} \cdot S_{ABC}$

+

7) Пьедестал имеет вид



(из условия);

Учитывая все данные, имеем систему:

$$\begin{cases} a+a+d+a+2d=30 \\ ab=15 \\ (a+d)(bk)=60 \\ (a+2d)bk^2=180 \\ d>0;\ k>1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+d=10 \\ ab=15 \\ bk=6 \\ (a+2d)\cdot k=30 \\ d>0;\ k<1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=10-a \\ k=6/b \\ b=\frac{15}{a} \\ (20-a)\cdot k=30 \\ b>0\ k<1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow k\left(20-\frac{5k}{2}\right)=30 \Rightarrow -5k^2+40k-60=0$

$k^2-8k+12=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=6\ b=1\ a=10\ d\le 0 \\ k=2\ b=3\ a=5\ d=5 \end{array}\right.$

+

Ответ: мен

ступень	длина	ширина
1	15	12
2	10	6
3	5	3

Выдан один дополнительный лист Бор

Доп. листов 2 (.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

139		ЮF60-24
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ибрагимов

ИМЯ Эмиль

ОТЧЕСТВО Халилович

Дата рождения 24.03.2000 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ибр

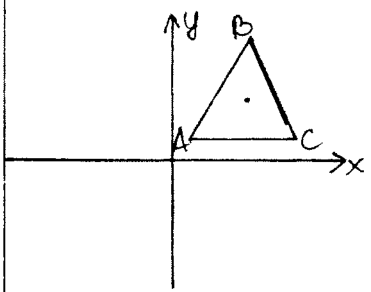
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10F60-24

№2.



Дано:
ABC = треугольник.

Найти:
Точка, вращаясь вокруг которой, треугольник описал бы наименьшую окружность.

Решение:
$S = \pi R^2$

Чем меньше радиус, тем меньше площадь круга, => нужно найти радиус описанной около ~~окружности~~ треугольника окружности.
Эта точка (центр описанной окружности) и будет точкой, при вращении вокруг которой площадь окружности будет минимальной.

Ответ: центр описанной около треугольника окружности.

+

№4.

Дано:
В часовой стрелке:
1 час = 30°; => 1 мин = 0,5°
В минутной стрелке:
1 час = 360°; => 1 мин = 6°

Найти:
Время на часах – ?

Ответ: 15:16.

Решение:
Найдём прошедшее время с момента полудня, при котором между минутной и часовой стрелкой становится ровно 2 градуса.
Кол-во градусов пропорционально минутам равно:
1) в часовой стрелке $\frac{x}{2}$
2) в минутной стрелке $6x$ при $x<60$.

+

Для этого нужно делить x на кол-во часов, умноженное на 60 с остатком, а остаток равен x.
Получаем, что это значение 196. Значит время на часах = 15:16. При значении 196, минутная стрелка отходит на 96° от 0; а часовая на 98°.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10F 60-24

№5.

Дано:
600000 рублей;
3 банка
1 из них утраивает взнос;
другой удваивает;
третий обнуляет.

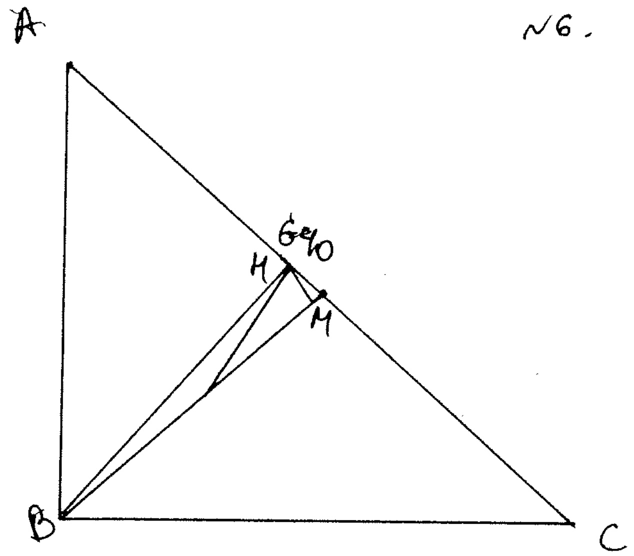
Найти:
Как, не зная, какой банк какую функцию выполняет, получить максимальный доход.

Решение:
Для того, чтобы это сделать, нужно положить во все 3 банка одинаковую сумму денег.
Но чтобы получить максимальный доход, нужно и положить максимальную сумму. Тогда и по...
Значит, мы кладем увели... по 200000 рублей в каждый банк и получаем доход:
$200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 0 =$
$= 1000000$ рублей.

Ответ: 1000000 рублей.

Неполное объяснение.

№6.



Дано:
BH — высота
BM — медиана
AC = 640
Найти:
Медиану 5-го треугольника, S 5-го треугольника.
Решение:
По теореме о медиане, медиана в прямоугольном треугольнике равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы.
Тогда медиана 5-го треугольника равна $\frac{1}{16}$ медианы 1-го треугольника и равна 20.

$\frac{S_1}{S_2} = k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ (т.к. гипотенузы и медианы относятся как $\frac{1}{2}$)

Это верно только для подобных треугольников.

$S_1 = \frac{ab}{2} = \frac{AB\cos\alpha \cdot AB\sin\alpha}{2} =$

$= \frac{409600 \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \cos\frac{11\pi}{24}}{2} =$

$= 204800 \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \cos\frac{11\pi}{24}$

Ответ: медиана = 20
площадь = 103,53

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-24

$S_8 = \frac{S_1}{256} = 800 \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \cos\frac{11\pi}{24} =$

$= 103,53$

№7.

Дано:
квадрат;
расстояние = 1; 9; 4; 5

Док-ть:
может ли такое быть или нет?

Ответ: не стоит верить сообщению.

Решение:
По свойству треугольников $a+b>c$.
Проверим, соблюдается ли это условие в этих треугольниках.

$1+4=5$
$1+9>5$
$1+5>4$
$1+9>4$
$4+5=9$
$1+5<9$
$1+4<9$

Как видим, в более половины случаев свойство противоречит данным треугольникам.
Значит, Мюллеру не стоит верить.

$\mp$

№1.

Дано:
Пункт М
Пункт П

Ответ: справедливы оба выражения.

$-$

Решение:
Рассмотрим различные варианты:
1) 4 линии; тогда 1 из линий ведёт в М; 1 ведёт в П
2) более 5 линий; тогда 1 ведет в М; другая в П; остальные ни туда, ни туда.

Значит справедливы оба выражение.

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

ЙУ 49-81

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ИВАНОВ

ИМЯ ЕГОР

ОТЧЕСТВО АНДРЕВИЧ

Дата рождения 22.03.1998

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Иванов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

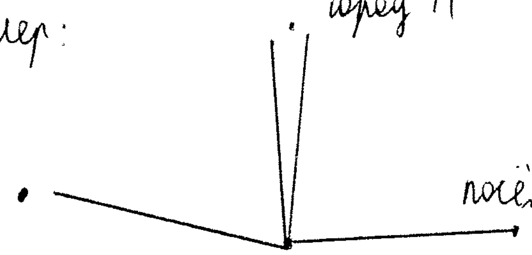
ВАРИАНТ: 7102 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙУ 49-81

N 1 Выдано 1(один) л.

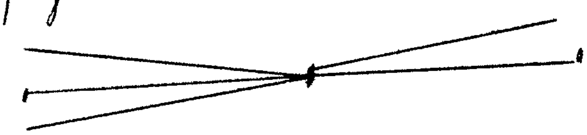
Для того, чтобы выполнялось условие, что одна среди любых трёх линий обязательно должна идти на некоторое предприятие города М, нужно чтобы количество линий, не идущих в город М, не превышало двух.

Для того, чтобы выполнялось условие, что одна среди любых четырёх линий обязательно должна идти на некоторое предприятие посёлка П, нужно чтобы количество линий, не идущих в посёлок П, не превышало трёх.

А из этих двух условий следует, что число всех линий может быть меньше пяти. Например:



~~Из этих~~ Из первых двух условий следует, что если число всех линий не меньше пяти, то возможен только один вариант распределения линий электропередач, в котором три линии идут в город М, и две линии идут в посёлок П, то есть среди любых пяти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П:



Ответ: Да, может. Нет, не найдутся.

~~N3~~

N4

1) Так как это событие произошло впервые после полудня, то часовая стрелка должна показывать чуть больше 13 часов и минутная стрелка должна быть ~~ближе~~ выше, чем часовая

2) На промежутке от 13ч до 14ч часовая стрелка проходит 1° ~~чем минутная~~ за 2 минуты. (И т.к. расстояние между ними 2°, то из этого следует, что число минут - чётное)

3) На часах 1 минута соответствует 6°, ~~г.~~ а для того чтобы минутная стрелка приблизилась к часовой на расстояние между ними в 2°, то время приблизительно равно 13:05, ~~т.к.~~ по первому условия.

4) Проверим время 13:04: минутная стрелка = 24°, часовая стр. = 30+2=32°. Не подходит

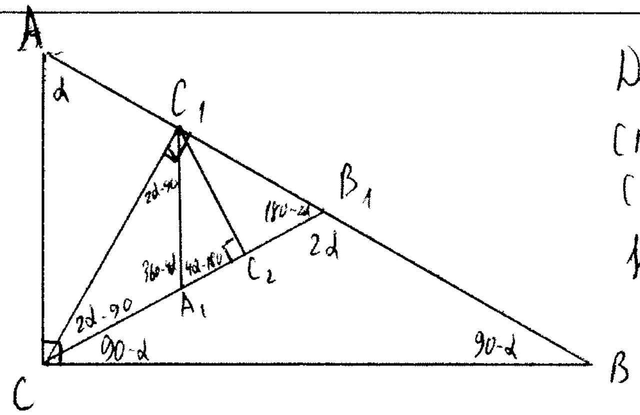
13:06: минутная стрелка = 36°, часовая стрелка = 30+6=36°. Подходит.

Ответ: 13:06.

N5

Для того, чтобы даже при самом плохом ходе событий Иван Ивановичу мог получить максимально возможный доход, то ему нужно положить одинаковое количество денег во все три банка, так как один из банков удвоит вклад, и один разорится, то он не потеряет своих денег, но и останется без прибыли, но есть ещё третий банк, который утроит вклад, ~~то есть~~. То есть Ивану Ивановичу нужно положить все свои деньги в три банка, при этом разделив вклады на три равных части.

Ответ: Нужно положить в каждый банк по 200000 рублей. Через год он получит 800000 рублей.



Дано: $AB = 640$ м, $\angle BAC = \alpha$, $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, CB_1 – медиана, CC_1 – высота, C_1C_2 – высота, C_1A_1 – медиана и т.д.

Найти: Гипотенузу 5-ого треугольника и площадь 5-ого треугольника.

Решение: 1) Так как половина гипотенузы равна медиане, то гипотенуза каждого следующего треугольника будет уменьшатся в 2 раза $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ гипотенуза 5-ого треугольника $= 640\text{м} : 2 : 2 : 2 : 2 = 40\text{м}$ ✓

2) Т.к. $\angle BAC = \alpha$, то $\angle ABC = 90-\alpha$ и $\angle B_1CB = \angle B_1BC = 90-\alpha$ (как углы при основании равноб. треуг., т.к. медиана равна половине гипотенузы), то $\angle CB_1B = 2\alpha$, то $\angle C_1B_1C = 180-2\alpha$, то $\angle C_1CB_1 = 2\alpha-90$, то $\angle CC_1A_1 = 2\alpha-90$ (как углы при осн), $\angle CA_1C_1 = 360-4\alpha$, то $\angle C_1A_1C_2 = 4\alpha-180$

3) Рассмотрим $\triangle CC_1B_1$: $B_1C_1 = |\cos(180-2\alpha)| \cdot B_1C$. $B_1C = \frac{640}{2} = 320$м, $\cos|(180-2\alpha)| = |\cos(180-165)| = \cos 15$ (т.к. $\frac{11\pi}{24} = 82{,}5$, то $2\alpha = 165$). $\cos 15 = \cos(45-30) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, т.е.

$B_1C_1 = 320\text{м} \cdot \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = 80(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ м

4) Рассмотрим $\triangle CC_1B_1$: $CC_1 = B_1C \cdot |\sin(180-2\alpha)|$, $B_1C = 320$м, $\sin(180-2\alpha) = \sin 15 = \sin(45-30) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \Rightarrow CC_1 = 320\text{м} \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = 80(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ м

±

5) Из 4) и 3) $\Rightarrow S_{CC_1B_1} = \frac{80(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \cdot 80(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}\text{м}^2 = 12800\text{м}^2$

6) Рассмотрим $\triangle C_1C_2A_1$: $A_1C_2 = C_1A_1 \cdot |\cos(4\alpha-180)| = \frac{320\text{м}}{2} \cdot |\cos(330-180)| = 160\text{м} \cdot |\cos(150)| = 160\text{м} \cdot \cos(30) = 160 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\text{м} = 80\sqrt{3}$ м

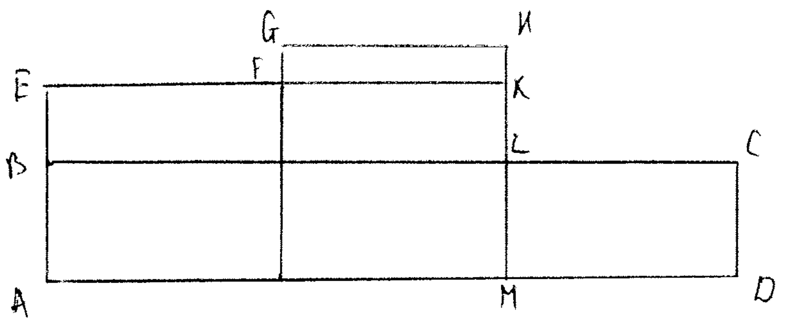
7) Рассмотрим $\triangle C_1C_2A_1$: $C_2C_1 = A_1C_1 \cdot |\sin(4\alpha-180)| = 160\text{м} \cdot \sin 30 = 80$м

8) из 6) и 7) $\Rightarrow S_{A_1C_1C_2} = 80\text{м} \cdot 80\sqrt{3}\text{м} = 6400\sqrt{3}\text{м}^2$

9) Т.к. треугольники прямоугольные, ~~то~~ и гипотенузы образую арифм. прогрес, то $S_5 = \cancel{S_{3(A_1C_1C_2)}} : \frac{S_2}{S_{3(A_1C_1C_2)}}$ $S_5 = S_{3(A_1C_1C_2)} : k^2$, где $k = \frac{S_{2(A_1C_1C_2)}}{S_3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, т.е. $S_5 = 6400\sqrt{3}\text{м}^2 \cdot \frac{9}{12} = 4800\sqrt{3}\text{м}^2$

Ответ: $4800\sqrt{3}$ м², 40 м

№7



Дано: HK:KL = KL:CD (геом. пр. высот), AD − BL = BL − GH (арифм. пр. длин), $S_{ABCD} = 180$ дм^2, $S_{BEKL} = 60$ дм^2, $S_{GHKF} = 15$ дм^2. AD+BL+GH = 30 дм

Найти: размеры пьедестала (AE, EF, FG, GH, HL, LC, CD, AD)

Решение: I Пусть $GH = c$, $HK = q$, $\frac{HK}{KL} = n$, $EK - GH = d$

Тогда $EK = c + d$, $AD = c + 2d$, $KL = qn$, $HM = qn^2$

Т.к. $S_{ABCD} = 180$, $S_{BEKL} = 60$, $S_{GHKF} = 15$, $AD + BL + GH = 30$, то можно составить систему ур-ий:

$$\begin{cases} c + c + d + c + 2d = 30 \Rightarrow 3c + 3d = 30 \Rightarrow c = 10 - d \quad (c + d = 10) \\ qc = 15 \Rightarrow c = \frac{15}{q} \\ qn(c+d) = 60 \Rightarrow qn = 6 \Rightarrow q = \frac{6}{n} \\ qn^2(c+2d) = 180 \end{cases}$$

II Из I ⇒ GH = 5, HL = 9, LC = 5,

CD = 12, AD = 15, AE = 18, EF = 5, FG = 3

1) $\frac{6}{n} \cdot n^2 (10 - d + 2d) = 180$

$n(10 + d) = \cancel{18}\ 30$

$n = \frac{30}{10+d}$

2) $q = \frac{6 \cdot (10+d)}{30} = \frac{10+d}{5}$

3) $c = \frac{15 \cdot 5}{10+d} = \frac{75}{10+d}$

4) $\frac{75}{10+d} + d = 10 \quad |(10+d)$

$d^2 + 10d + 75 - 10d - 100 = 0$, при $d \neq -10$

$d^2 = 25$

$d = 5$

5) $c = 5$

6) $q = \cancel{\frac{6}{n}} = \frac{10+d}{5} = 3$

7) $n = \frac{6}{q} = 2$

+

Ответ: 5 дм; 9 дм; 5 дм, 12 дм, 15 дм, 18 дм, 5 дм, 3 дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

303		VT 24-65	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7071	шифр	

ФАМИЛИЯ Иванов

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 18.06.2001 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UT24-65

№1

$\frac{1}{3}$ всех линий ведет в М

$\frac{1}{4}$ всех линий ведет в П

(+)

Значит чтобы была хотя бы одна линия, не ведущая ни в М, ни в П, кол-во линий должно быть кратно 3 и 4, и быть на 1 больше, а ближайшее от нуля такое число - 13, значит и свободных" линий среди 5 линий нет.

№2.

Вращаясь, треугольник образует окружность, значит чтобы площадь получившегося круга была наименьшей, необходимо чтобы и самая длинная сторона треугольника была наименьшей, среди возможных

(+)

Найдем эти отношение:

Сумма оставшихся углов:

$180° - \alpha = 150°$

Наиболее возможные треугольники с такой суммой двух углов:

а) Равнобедренный. В этом случае наименьшее отношение - 2:2:1.

б) Прямоугольный треугольник, тогда возможное наименьшее отношение - 4:2:1 ?

в) Произвольный. Наименьшее отношение:

4:2:1. ?

Лист 01 из 04

№3

Отцу — а лет
Матери — в лет
сыну — с лет.

$a+b+c=65$

$a-9+b-9+c-9=40$

$a+b+c-27=40$

$a+b+c=67$

мы видим разницу между действительной суммой возрастов и той суммой, которая получается по выражению; значит возраст сына на 2 меньше, чем 9 лет назад, значит сейчас сыну: 7 лет, тогда отцу 4 года назад:

$a-4=9(c-4)$

$a-4=9(7-4)$

$a-4=27$

$a=31$

Отцу: 31 год.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UT24-65

№4.

Нам известно, что ~~промежуток между~~ все часов — это окружность, значит можно найти градусную меру между каждыми 5-ю минутами.

360°: 12 = 30°, а т.к. нам известно, что минутная стрелка прошла 120°, значит она прошла:

120°: 30° = 4 раза по 5 мин., значит с полудня прошло: 4·5 = 20 мин, значит сейчас: 12 часов 40 мин.

№5

В наилучшем случае Печкин может отправить:

6 тележек с письмами

4 тележки с бандеролями

2 тележки с посылками.

Но необходимо построить таблицу и рассмотреть возможный вариант за 1 час работы.

Время	Приходит	Уходит
8:00		Письма Бандероль Посылки
8:10	Письма	
8:15	Бандероль	Письма
8:20	—	Бандероль
8:25	Письма Посылки	~~Посылки~~
8:30		Посылки

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UT24-65

8:35	Бандероль	1
8:40	Письма	Бандероль
8:45		Письма
8:50	—	—
8:55	Бандероль, посылки, письма	

т.е. мы видим, что за 1 час

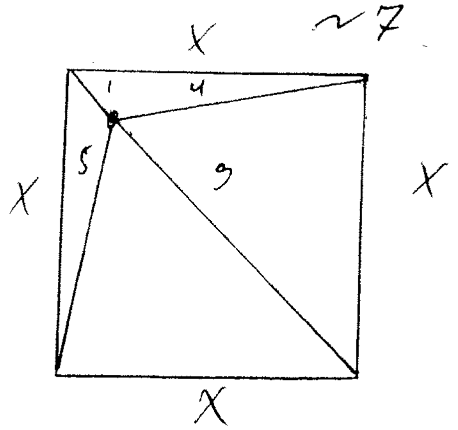
Печкин отсылает 3 бандероли, 3 письма, 3 посылки, значит за весь рабочий день он отправит:

24 тележки писем

24 тележки бандеролей

24 тележки посылок

~7



$5 > x > 3$

$6 > x > 4$

$14 > x > 4$

$13 > x > 5$

$x > 10$, значит:

$14 > x > 10$

Да, должен верить.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
шифр	ИУ 49-51

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ ИВАНОВА

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВНА

Дата рождения 24.02.1997

Класс: 11 А

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Иванова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙУ 49-51

Задание №4

$360^\circ : 12 = 30^\circ$ – в 1 часу

$30^\circ : 60 = 0{,}5^\circ$ – в 1 минуте

$2^\circ : 0{,}5^\circ = 4$ – минуты прошло, если считать, что часовая стрелка не двигалась. Время 12ч 4 минуты.

$v_ч$ в минуту – $0{,}5^\circ$

$v_{мин}$ в минуту $= 6^\circ$

$v_{уд}$ часовой и минутной $= v_ч + v_м = 6{,}5^\circ$

$vt = S$

$6{,}5^\circ t = 2^\circ \Rightarrow t = \frac{2^\circ}{6{,}5^\circ} = \frac{20^\circ}{65^\circ} = \frac{4}{13}$ – нецелое число.

Ответ: 12ч 4 минуты

Задание №5

Для того, чтобы были доходы И.И. требуется вложить в каждый банк по 200.000 рублей

1) 200.000 → 400.000
2) 200.000 → 600.000
3) 200.000 → 0

У И.И. станет 1.000.000 рублей.
Это max доход, а-ось может получить И.И., вкладывая в банк одинаковую сумму и не надеясь на удачу. Доход будет стабилен.

Если не полагаться на удачу, то самый большой доход, а-ось может быть у И.И.:

1) 200.000 → 400.000
2) 300.000 → 900.000
3) 100.000 → 0

у 1.300.000. Но это при благоприятном исходе.

нет доказательства

Ответ: По 200.000 рублей в каждый банк. 1 миллион рублей.

Задание №7

$S_1 = 180 = l_1 h_1$

$S_2 = 60 = l_2 h_2$

$S_3 = l_3 h_3 = 15$

$l_2 = l_1 + d$

$l_3 = l_1 + 2d$

$h_2 = h_1 \cdot g$

$h_3 = h_1 \cdot g^2$

$L = l_1 + l_2 + l_3 = 30$

$L = l_1 + l_2 + l_3 = l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 3l_1 + 3d = 30$

$l_1 + d = 10$

$l_1 + d = l_2 = 10$

$h_2 = \frac{60}{l_2} = \frac{60}{10} = 6$

$h_1 = \frac{h_2}{g} = \frac{6}{g}$

$l_1 = 10 - d \Rightarrow h_1 l_1 = 180 = \frac{6}{g}(10-d) \Rightarrow 30g = 10 - d$

$d = 10 - 30g$

$10 = l_1 + 10 - 3g$

$l_1 = 30g$

$l_3 = 30g + 20 - 60g = 20 - 30g$

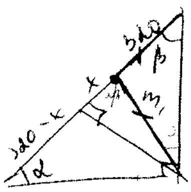
$h_3 = h_2 q = 6q$
$15 = (20-30q)6q$
$15 = 120q - 180q^2 \,|:15$
$12q^2 - 8q + 1 = 0$
$D = k^2 - ac = 16 - 12 = 4$
$q_1 = \frac{4+2}{12} = \frac{1}{2}$
$q_2 = \frac{4-2}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

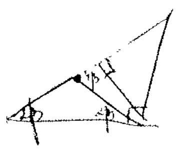
$q_1 = \frac{1}{2}$
$h_2 = h_1 q$
$h_1 = 6 : 0{,}5 = 12$
$h_3 = h_2 q = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$
$l_3 = 15 - 10 = 5$
$l_2 = 15 + d = 10$
$d = -5$ (+)

$q_2 = \frac{1}{6}$
$h_2 = h_1 q \Rightarrow h_1 = 36$
$l_1 = 35$
$h_3 = h_2 q \Rightarrow h_3 = 6 \cdot \frac{1}{6} = 1$
$h_2 = 6,\ l_2 = 10$

Ответ: $h_1 = 12$ дм, $l_1 = 15$ дм; $l_2 = 10$ дм, $h_2 = 6$ дм; $l_3 = 5$ дм, $h_3 = 3$ дм и $h_1 = 36$ дм; $l_1 = 5$ дм; $h_2 = 6$ дм; $l_2 = 10$ дм; $h_3 = 1$, $l_3 = 15$ дм

Задание №6





медиана = $\frac{\text{гипотенуза}}{2}$
$m_1 = \frac{c_1}{2} = \frac{320}{2} = 160$ м
$m_1 = c_2$
$m_2 = \frac{c_2}{2} = \frac{160}{2} = 80$ м
$m_2 = c_3 \Rightarrow m_3 = \frac{80}{2} = 40$ м
$m_4 = 20$ м
$m_5 = 10$ м

1) острый угол — 2β
2) 4β
3) 8β
4) 16β
5) 32β
} если не считать исходный треугольник

$\beta = 90^\circ - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

если не считать исходный прямоугольный треугольник
острый угол: 32β, гипотенуза = 10 м
$\frac{32\pi}{24} = \frac{4\pi}{3}$, но $\frac{4\pi}{3} > \pi$, т.е. надо учитывать исходный треугольник:
острый угол $16\beta = \frac{16\pi}{24} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2 \cdot 180}{3} = 120^\circ$ — не острый угол!,
тогда острый угол $8\beta = \frac{8\pi}{24} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$, другой $= 30^\circ \Rightarrow$ катет против $30^\circ = \frac{1}{2}$ гипотенузы
$S_\Delta = \frac{1}{2} h \cdot 10\text{см} = \frac{1}{2}$ катет$_1$ катет$_2$
катет$_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$, катет$_2 = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \Rightarrow S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$
катет$_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$, катет$_2 = \sqrt{400 - 100} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \Rightarrow S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$
катет$_1 = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$, катет$_2 = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$, $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{3} \cdot 20 = 200\sqrt{3}$

Ответ: 10 см
$S = \frac{25\sqrt{3}}{2}$; $S = 50\sqrt{3}$; $S = 200\sqrt{3}$ (+)

Задание №2

$tg x$ и $tg 2x$

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad \sin\alpha \in [-1; 1]$, $\cos\alpha \in [-1; 1]$

$tg\alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq 90°$

$tg x = \frac{\sin x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \sin x = \cos x \Rightarrow x = 45°$, но $2x = 90°$

$2015^{tg x} = 2015^1$, если $tg x = 1$

$2015^{tg x} = 2015^{-1} = \frac{1}{2015}$, если $tg x = -1$

x могло бы: $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$, но можно считать, что

$tg 2x = tg 45° = 1$, т.е. $2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

$tg x = tg \frac{\pi}{8} = tg\left(\frac{45°}{2}\right) = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}$

$\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 \Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\cos 45° + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt2}{2} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt2+2}{4}} = \frac{\sqrt{\sqrt2 + 2}}{2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha \cdot c}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{\sqrt2}{2}}{2\cdot\frac{\sqrt{\sqrt2+2}}{2}} = \frac{\sqrt2}{2\sqrt{\sqrt2+2}} = \cancel{\frac{\sqrt2\sqrt{\sqrt2+2}}{2(2+2)}} = \cancel{\ldots}$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{\sqrt2+2}}{2} : \frac{\sqrt2}{2\sqrt{\sqrt2+2}} = \frac{(\sqrt2+2)\cdot\sqrt2}{\ldots} = \cancel{\ldots}\ \frac{\sqrt2+2}{\sqrt2} = \frac{2+2\sqrt2}{2} = 1+\sqrt2$

$2015^{1+\sqrt2} = 2015^1 \cdot 2015^{\sqrt2} = 2015 \cdot 2015^{2^{\frac12}} = 2015 \cdot 2015^{1,4} = 2015^{2,4}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

—

№3

$(\sin y - \arcsin x)\cdot(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\arcsin x = a \Rightarrow \sin a = x$ $\quad \sin\alpha \in [-1; 1]$

$\arcsin y = b \Rightarrow \sin b = y$

$\begin{cases}\sin y - \arcsin x \geq 0\\ \sin x + \arcsin y \geq 0\end{cases}$ и $\begin{cases}\sin y - \arcsin x \leq 0\\ \sin x + \arcsin y \leq 0\end{cases}$

Все числа измеряются в радианах.

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin y - a \geq 0\\ \sin x + b \geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}\sin y - a \leq 0\\ \sin x + b \leq 0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin y \geq a\\ \sin x \geq -b\end{cases}\\ \begin{cases}\sin y \leq a\\ \sin x \leq -b\end{cases}\end{array}\right.$, т.е. $\arcsin a = y$, $\arcsin(-b) \leq x$

—

Задание №1 Если число всех линий больше пяти, то действительно есть такие линии, к-ые не ведут ни в М, ни в П.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	шифр: ЙУ 49-43

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 7102

ФАМИЛИЯ Иванова

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Викторовна

Дата рождения 09 марта 1999

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ИФ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

4. за 1 мин минутная стрелка проходит $\frac{1}{60}$ часть круга; за 1 мин часовая стрелка проходит $\frac{1}{12\cdot60}=\frac{1}{720}$ часть круга; тогда за некоторое время t минутная стрелка пройдёт $\frac{t}{60}$, а от положения 12-и часов $\frac{t}{60}-k$, где k - кол-во пройденных ранее часов, тогда расстояние между часовой и минутной стрелками равно:

$$\left|\left(\frac{t}{60}-k\right)-\frac{t}{720}\right|=\left|t\left(\frac{12-1}{720}\right)-k\right|=\left|\frac{11t}{720}-k\right|$$

искомое расстояние 2°, а это $\frac{2}{360}=\frac{1}{180}$ часть круга, т.е.

$$\frac{1}{180}=\left|\frac{11t}{720}-k\right|$$

или $\frac{1}{180}=\frac{11t-720k}{720}\Big|\cdot720$ и $\frac{1}{180}=\frac{720k-11t}{720}\Big|\cdot720$

$11t-720k=4$ $\qquad$ $-11t+720k=4$

$11t=4+720k$ $\qquad$ $11t=720k-4$

$t=\frac{720k+4}{11}$ $\qquad$ $t=\frac{720k-4}{11}$

т.к. $t\in\mathbb{Z}\Rightarrow 720k+4\equiv_{11}0$ $\qquad$ $720k-4\equiv_{11}0$

$720k\equiv_{11}7$ $\qquad$ $720k\equiv_{11}4$

$11\cdot65k+5k\equiv_{11}7$ $\qquad$ $11\cdot65k+5k\equiv_{11}4$

$5k\equiv_{11}7$ $\qquad$ $5k\equiv_{11}4$

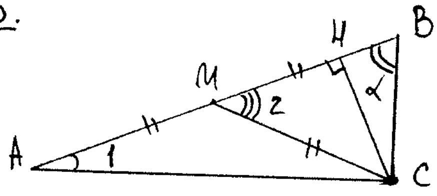
(+)

наименьшее значение k в первом случае 8, а во втором 3 $\Rightarrow$ $k=3$, т.к. мы ищем 1-ое событие по времени $\Rightarrow$ $t=\frac{720\cdot3-4}{11}=\frac{2160-4}{11}=\frac{2156}{11}=196$(мин)

т.е. часы показывают время 3 часа 16 мин

Ответ: 3 часа 16 минут

6.



Дано: $\triangle ABC$ - п/у

$\alpha=\frac{11}{24}\pi$

CH - высота

CM - медиана

$AB=640$

Рассм $\triangle CMH$ - п/у

MC - гипотенуза; MC - медиана для $\triangle ABC$ - п/у $\Rightarrow$

$MC=AM=MB=\frac{1}{2}AB\Rightarrow$

гипотенуза каждого последующего $\triangle$ в 2 раза меньше предыдущей $\Rightarrow$

$C_i=\frac{640}{2^i}\Rightarrow C_5=\frac{640}{2^5}=20$

$\angle2=2\angle1$, т.к. $\angle2$ внешний для р/б $\triangle AMC$

$\angle 1 = 90° - \angle\alpha = \cancel{90}\ \frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{1}{24}\pi$

$\angle 2 = 2\angle 1 = 2\frac{1}{24}\pi = \frac{1}{12}\pi$

Для 2-ого Δ образованного этим способом

$\angle 3 = 2\angle 2 = \frac{1}{6}\pi$, т.к. $\angle 3$ меньше $\frac{\pi}{4}$, т.е. меньше другого острого $\angle$ Δ

Для 3-его:

$\angle 4 = \frac{1}{3}\pi$

+

Для 4-ого:

$\angle 5 = 2\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 2\cdot\frac{\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$, т.к. $\angle 4 > \frac{\pi}{4}$

Для 5-ого:

$\angle 6 = \frac{1}{3}\pi$; $\frac{1}{3}\pi = 60° \Rightarrow S_\Delta = \frac{ab}{2} = \frac{c\cdot\sin\angle 6\cdot c\cdot\cos\angle 6}{2} =$

$= \frac{c^2\cdot\sin 60°\cdot\cos 60°}{2} = \frac{c^2\cdot\sqrt{3}\cdot 1}{2\cdot 2\cdot 2} = \frac{c^2\sqrt{3}}{8}$

$S_{5\Delta} = \frac{c_5^2\sqrt{3}}{8} = \frac{20^2\sqrt{3}}{8} = 50\sqrt{3}$

Ответ: 20 м; $50\sqrt{3}$ м

7. Пусть a и b — длина и высота наименьшей ступени, тогда длина и высота второй ступени: $a+d$ и bq; длина и высота третьей ступени: $a+2d$ и bq^2, тогда:

$$\begin{cases} ab = 15 \\ (a+d)(bq) = 60 \\ (a+2d)\,b\,q^2 = 180 \\ a+(a+d)+(a+2d) = 30 \Rightarrow 3a+3d = 30 \end{cases}$$

$a+d = 10 \Rightarrow a = 10-d$

$$\begin{cases} a+d = 10 \\ (a+d)bq = 60 \end{cases}$$

$bq = 6 \Rightarrow b = \frac{6}{q}$

+

$(10-d+2d)\frac{6}{q}\cdot q^2 = 180 \Rightarrow \times\begin{cases} (10+d)\,6q = 180 \\ (10-d)\frac{6}{q} = 15 \end{cases}$

$(10^2 - d^2)\cdot 36 = 180\cdot 15 \quad |:36$

$100 - d^2 = 75$

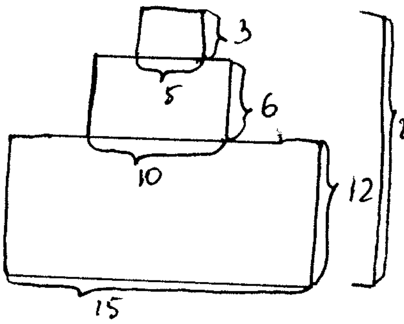
$d^2 = 25$

$\Leftarrow$ $d_1 = 5$ $\quad d_2 = -5$ - неуд.

$a = 10-5 = 5$

$(10+d)6q = 180 \Rightarrow q = 2$

$b = 3$



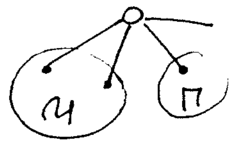
$\Leftarrow$ Высоты и длины ступеней:

1) 3 и 5
2) 6 и 10
3) 12 и 15

Ответ: высота и длина 1-ой ступени: 3дм и 5дм; 2-ой: 6дм и 10дм; 3-ей: 12дм и 15дм

1. Если для любых 3 линий справедливо, что 1 из них ведёт в М, то всего не больше 2 линий не ведёт в М, иначе для этих 3 линий условие не выполняется; если для любых 4 справедливо, что 1 из них ведёт в П, то всего не больше 3 линий не ведёт в П. Число всех линий может быть меньше 5, ~~т.е~~ например для 4 линий:

(+)



тогда условия соблюдаются и для М и для П; последняя дорога может вести как в М, так и в П или ни в М ни в П.

Рассмотрим случай когда дорог 5, тогда 3 из них ведут в М и 2 в П; для кол-ва дорог > 5, например 7, дорог не ведущих ни в М, ни в П здесь не меньше 3, но ~~8~~ не ведёт в М не больше 2, т.е. из этих 3 дорог одна ведёт в М, чего быть не может, т.к. среди 5 любых линий не найдётся линии не ведущей ни в М ни в П.

2. tg x и tg 2x являются целыми для $x = \pi n$, т.к. тогда и tg x и tg 2x равны 0, т.е. являются целыми (−)

5. Если разместить в каждом из банков поровну по 200000, тогда через год Иван потеряет 200000, но оставшаяся часть денег увеличится в 2 и 3 раза в каждом банке, т.е. станет 400000 и 600000, что в сумме составит 1000000, доход не будет зависеть от того, какой банк каким являлся, т.к. во все банки положили одинаковые деньги.

3. $x^2+px+q=0$ имеет 1 корень $\Rightarrow D=0$ можно представить в виде $(x\pm\sqrt{q})^2=0$ т.е. $x=\pm\sqrt{q}$

тогда $T(T(T(x)))=0$ можно представить как:

$$(((x+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2=0 \Rightarrow ((x+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2+\sqrt{q}=0$$

$$((x+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2=-\sqrt{q}$$, чего быть не может, т.е. $(x-\sqrt{q})^2=0 \Rightarrow ((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q})^2=\sqrt{q}$

~~$(x-\sqrt{q})^2-\sqrt[4]{q}+\sqrt{q}$~~ или ~~$x-\sqrt{q}=$~~

т.е. $(x-\sqrt{q})^2=\sqrt[4]{q}+\sqrt{q}$ или $(x-\sqrt{q})^2=\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}$

$x=\sqrt{q}+\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$ или $x=\sqrt{q}-\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$ - не уд. т.к. $x>0$

$x=\sqrt{q}+\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$ или $x=\sqrt{q}-\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$

Ответ: $\sqrt{q}+\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$; $\sqrt{q}+\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$; $\sqrt{q}-\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	NR 64-60 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ИВАНОВА

ИМЯ ЮЛИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 05.05.2001 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ю/

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Взял 1 (один) доп лист

Задача №3

Сейчас

Мама + Папа + Сын = 65 лет; 9 лет назад каждому из них было на 9 лет меньше, значит сумма возрастов была на $(9 \cdot 3 = 27)$ 27 лет меньше чем сейчас.

$65 - 27 = 38$ лет, но в задаче сказано, что 9 лет назад сумма возрастов составляла 40 лет => 9 лет назад у мамы и папы еще не было сына, отсюда можно узнать сколько лет сейчас сыну.

$40 - 38 = 2$ - разница, $9 - 2 = 7$ (лет) - сейчас сыну =>

=> найдем возраст мальчика 4 года назад

$7 - 4 = 3$ (года), сказано, что 4 года назад отец был в 9 раз старше, => $3 \cdot 9 = 27$ (лет) - было отцу 4 года назад

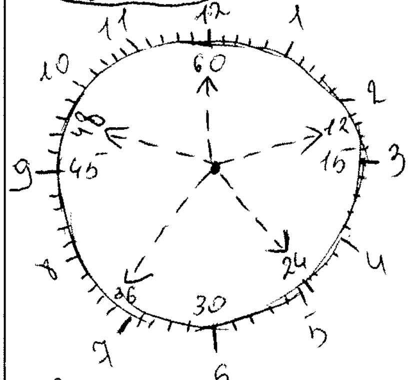
$27 + 4 = 31$ (год) - возраст отца на данный момент

Ответ: возраст отца - 31 год.

+

Задача №4

120° - это 20 минут на циферблате, то есть равно 20 делений



возможное расположение минутной стрелки.

По моему мнению задача может иметь 2 решения: ① - если при движении минутной стрелки в течении часа часовая стрелка стоит неподвижно

② - если при движении минутной стрелки часовая медленно движется.

Решение №1

при этом условии 120° между часовой и минутной стрелкой будет через 20 мин после полудня, т.е в 12:20 Ответ: 12:20

Решение №2

В таком случае нужно, чтобы и минутная и часовая находились на равном ~~расстоянии~~ количестве делений от последнего упора ~~=> 60 · 5 · 12~~ между двумя цифрами 5 делений, а только количест-

60 минут было целым, нужно, чтобы минутная стрелка стояла на определённых местах ~~(…)~~ (смотреть рисунок в начале решения)

$60 : 5 = 12$ (минут) - в $\frac{1}{5}$ части

$12 \cdot 2 = 24$ (минуты) в $\frac{2}{5}$ частях

$12 \cdot 3 = 36$ (минут) в $\frac{3}{5}$ частях

$12 \cdot 4 = 48$ (минут) в $\frac{4}{5}$ частях

$12 \cdot 5 = 60$ (минут) - в 1 часу

Ну а далее методом исключения подбираем наилучший вариант расположения стрелок.

В таком случае минутная стрелка окажется на 12, а минутная - на 4 и время будет 16:00.

Ответ: 16:00. (+)

Задача №5

Письма - 10 мин $60 = 10+5+10+5+10+5+10+5$ - 4 рейса

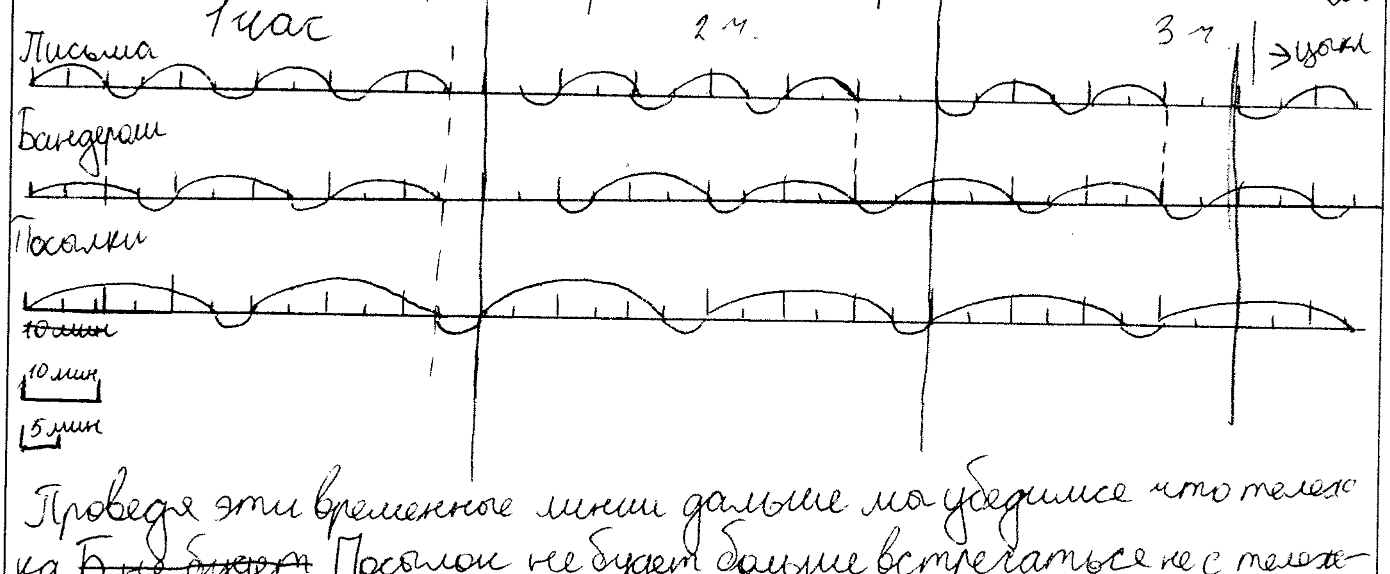
Бандероли - 15 мин $60 = 15+5+15+5+15+5$ - 3 рейса

Посылки - 25 мин $60 = 25+5+25+5$ - 2 рейса

$16 - 8 = 8$ (часов) - составляет рабочий день Печкина

Т.к. сказано, что если тележки встречаются, то грузит он тележку, которая приезжает реже ⇒ тележка с посылками в любом случае всегда будет грузиться, ⇒ а за 1 час она выполняет 2 рейса ⇒

⇒ 8 часов · 2 рейса/час = 16 (рейсов) - совершит тележка с посылками



Проведя эти временные линии дальше мы убедимся что тележка ~~Б не будет~~ Посылок не будет больше встречаться не с тележкой Писем не с тележкой Бандеролей, т.к. будет повторяться двух-часовой цикл, который начнется через 2,5 часа тогда можно посчитать.

Письма 8 ч < 2,5 ч — 9 рейсов; 5,5 ч < (2 ч — 6 рейсов; 2 ч — 6 рейсов; 1,5 ч — 4 рейса) } 25 рейсов

Бандероли 8ч. — 2,5ч — 7 рейсов; 5ч — 2ч — 6 рейсов; 2ч — 6 рейсов; 1,5ч — 4 рейса } 23 рейса

Ответ: 25 тележек с письмами, ~~23~~ тележки с бандеролями, 16 тележек с посылками.

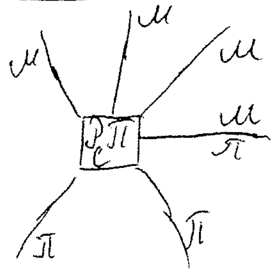
Задача №1 Сказано, что количество линий ≥5

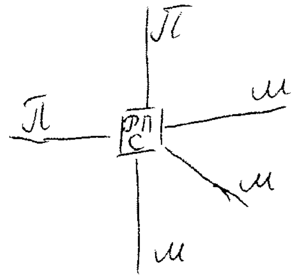
~~Среди~~ Сказано, что среди любых 3 линий есть хотя бы одна М, значит всего линий не идущих в город М меньше 3

Сказано, что среди любых 4, есть хотя бы 1 ведущая в П, значит всего линий П меньше 4.

⇓

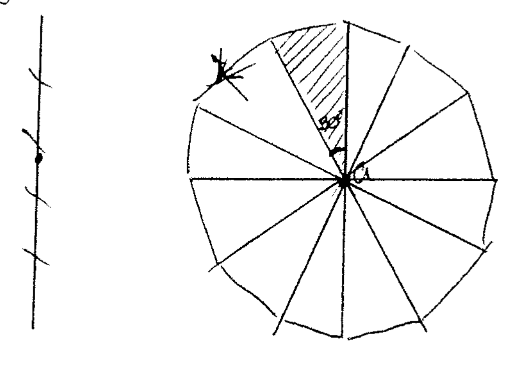
все линии следуют либо в город М, либо в посёлок П.





Задача №2

Площадь фигуры будет наименьшей, если треугольник ~~равнобедренный~~ ~~равносторонний~~ равнобедренный.



Задача №7

Сообщение, которое передал Штирлиц Мюллеру несет ложную информацию, т.к. 4 радиостанции расположены в вершинах квадрата - прямоугольника с равными сторонами, и точка не может находится на данных растояниях от точек подслушивания.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 39-14

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ИВЧЕНКО

ИМЯ АРТЕМ

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 07.12.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

2 листа. Выдан дополнительный ли...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF39-14

№1

1) Число всех линий может быть ~~больше~~ меньше 5

Пример: 4 линии (2 ведут в М и 2 ведут в П)

+

Берём любые 3 – обязательно будет одна М

берём 4 – будет П (обязательно)

2) Не найдутся ~~в~~ среди любых 5 линий таких, которые не ведут ни в М, ни в П.

при кол-ве линий – 5.

чтобы при любых 3 был М, надо, чтобы М было ⩾ 3

чтобы при любых 4 был П, надо, чтобы П было ⩾ 2

2 + 3 = 5 ⇒ не будет.

случаи, когда линий 6, или больше, не подходят под условия задачи

Это неверно.

т.к. для ~~выполнения~~ их надо:

1) чтобы М было равно 0-2 (0 – общее число линий)

2) П ~~было~~ равно 0-3 ~~6~~

0 = 20 – 5 ~~при~~

при 0 = 6

6 = 12 – 5 = 7 – неверно.

$\overline{+}$

№2

Пусть $a = tg x$ $(a \in Z)$

$$tg 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2}{\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}} =$$

продолжение на следующем листе

$$= \frac{2}{\frac{1}{tg x} - tg x} = \frac{2}{\frac{1}{a} - a}$$

$tg \frac{3\pi}{2}$ не сущ.

т.к $a \in Z$ ⇒ $\frac{1}{a} \in Z$ только при $a = \pm 1$

1) $a = 1$. $tg x = 1$ $tg 2x = \frac{2}{1-1}$ ⇒ $\varnothing$ ($x = \frac{3\pi}{2}$ $tg x = 1$ ~~$tg 2x = tg \pi \cdot 0$~~)

2) $a=-1$; $tg\,2x = \frac{1}{-1+1} \Rightarrow \varnothing$ $\left(x = -\frac{3\pi}{2} \quad tg\,x = -1 \quad tg\,2x = tg(-3\pi) = 0 \right)$

для 1) $2015^{1} = 2015$

для 2) $2015^{-1} = \frac{1}{2015}$

Ответ: $x \in \left\{\frac{3\pi}{2}+\pi k; -\frac{3\pi}{2}+2\pi k\right\}$;

$2015^{tg\frac{\pi}{2}} = 2015$;

$2015^{tg-\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2015}$.

№4

$W_M = \frac{360}{60} = 6°/мин$ (угловая скорость минутной стрелки)

$W_Ч = \frac{360}{720} = 0{,}5°/мин$ (угловая скорость часовой стрелки)

1) случай

$\varphi_M = 360 \cdot n + \varphi - 2 = tW_M$

$\varphi_Ч = \varphi = tW_Ч$

$360n - 2 = t(W_M - W_Ч)$

$t = \frac{360n-2}{6-0{,}5} = \frac{360n-2}{5{,}5} = \frac{720n-4}{11}$

$n=1 \Rightarrow 716 : 11$ — нецелое

$n=2 \Rightarrow 1436 : 11$ — нецелое

$n=3 \Rightarrow 2156 : 11 = 196$ — целое

$\Rightarrow t = 196$ мин

2) случай

$\varphi_M = 360n + \varphi + 2 = tW_M$

$\varphi_Ч = \varphi = tW_Ч$

$\frac{360n+2}{W_M - W_Ч} = t \qquad t = \frac{720n+4}{11}$

продолжение на следующем листе

$n = 1 \Rightarrow$ $724 : 11$; 66; 64; 6 – нецелое

$n = 2 \Rightarrow$ $1444 : 11$; 11; 34; 33; 14; 13 – нецелое

$n = 3 \Rightarrow$ $2164 : 11$; 11; 106; 99; 74; 19 – нецелое

$\Rightarrow t = 196$ мин $= 3$ч 16 мин

$\Rightarrow$ ~~время на часах~~ – 3 часа 16 минут.

Ответ: 3 часа 16 минут +

№5

сумма через год: число удвоений $= (m+n)$

$3n + 2m + 0k = (2n+2m) + (n) + 0k$ число утроений

m – вклад в удваивающий банк

n – вклад в утраивающий банк

k – вклад в разорившийся банк

рассматриваем самый плохой ход событий, т.е самая большая часть вклада будет в k, средняя – в m, и самая малая в n.

наиболее выгодно будет разделить деньги поровну, т.к. Иван получает так 1000000 руб.

при этом число удвоений – 4, а число утроений – 2

если суммы неравны, то обязательно появляется вклад > 2 и вклад < 2,

вклад > 2 идёт в k $\Rightarrow$ сумма удвоений < 4

~~вклад < 2 идёт точно~~

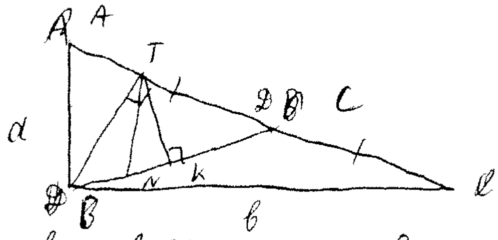
в n точно будет вклад < 2

$\Rightarrow$ сумма утроений < 2

$\Rightarrow$ в случае, когда вклады не равны, Иван получает меньше

Ответ: в каждый банк по 200000 руб; 1000000 руб.

№ 6



медиана ~~на~~ проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника является радиусом описанной окружности и равна половине гипотенузы.

~~DB~~ C_1 - гипотенуза первого треугольника

$C_1 = 640$ м

DC - медиана $\Rightarrow DC = \frac{C_1}{2} = 320м = C_2$

$\Rightarrow C_3 = 160$ м

$C_4 = 80$ м

$C_5 = 40$ м т.к. треугольники прямоугольные

$\Rightarrow \triangle ABD$ - р/б.

$\Rightarrow \angle ADB = \pi - 2 \cdot d = \frac{1}{12}\pi = d_2$ - острый угол второго треугольника.

~~$d_3 = 180 - (180 - 2d_2) = \dots \triangle T$~~

далее углы считаются аналогично, т.к. треугольники прямоугольные, но если $\varphi_i > \frac{\pi}{2}$, то в качестве d_i берётся $180 - \varphi_i$?

$\varphi_3 = \pi - 2d_2 = \pi - \frac{1}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi \Rightarrow d_3 = \frac{1}{6}\pi$

$\varphi_4 = \pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow d_4 = \frac{\pi}{3}$

$\varphi_5 = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

+

$\Rightarrow$ один из катетов 5. треугольника равен $b_5 = \frac{C_5}{2} = 20$ м (a_5 - другой катет)

по т. Пифагора $a_5 = \sqrt{C_5^2 - b_5^2} =$

$= \sqrt{1600 - 400} = 20\sqrt{3}$ м

$\Rightarrow S_5 = a_5 \cdot b_5 = 400\sqrt{3}$ м.

Ответ: $C_5 = 40$м; $S_5 = 400\sqrt{3}$м

№7 Разрез:

a – длина первого ~~прям~~ прямоугольника

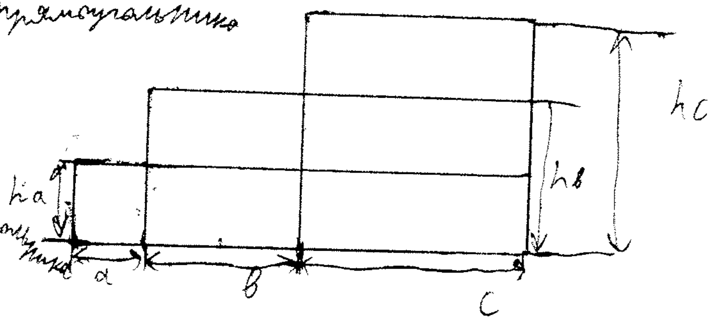
b – второго

c – третьего

h_a – высота первого прямоугольника

h_b – второго

h_c – третьего



Ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту

$\Rightarrow h_c > h_b > h_a$

$c > b > a$

длины образуют арифметическую прогрессию

$\Rightarrow$ ~~a+b+c~~ $b - a = c - b \Rightarrow 2b = a + c$

по условию $a + b + c = 30$ дм

$\Rightarrow 3b = 30$ дм

$\boxed{b = 10 \text{ дм}}$

высоты образуют геометрическую прогрессию

$\frac{h_b}{h_a} = \frac{h_c}{h_b} \Rightarrow h_b^2 = h_a h_c$

$a h_a = 15$

$c h_c = 180$

$a c h_a h_c = 180 \cdot 15$

$\Rightarrow h_b^2 = \frac{180 \cdot 15}{ac}$

$ac = \frac{180 \cdot 15}{h_b^2}$

$h_b \cdot b = 60$

$\Rightarrow \boxed{h_b = 6}$

$ac = \frac{180 \cdot 15}{36} = \frac{180 \cdot 5}{12} = 75$

$a + c = 2b = 20$ дм

$c = 20 - a$

$20c - c^2 = 75$

$c^2 - 20c + 75 = 0$

$D = 400 - 4 \cdot 1 \cdot 75 = 100$

$\Rightarrow c = \frac{20 \pm 10}{2}$

$c = \left[\begin{array}{l} 15 \\ 5 \end{array}\right.$ $c > b \Rightarrow \boxed{c = 15 \text{ дм}}$

$\boxed{a = 20 - c = 5 \text{ дм}}$

$\boxed{h_a = \frac{15}{a} = 3 \text{ дм}}$

$\boxed{h_c = \frac{180}{15} = 12 \text{ дм}}$

Ответ: $h_a = 3$ дм;
$h_b = 6$ дм;
$h_c = 12$ дм;
$a = 5$ дм;
$b = 10$ дм;
$c = 15$ дм;

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 1102	МВ 86-97 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ИСАКОВА

ИМЯ ЛАДА

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 05.05.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 9 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

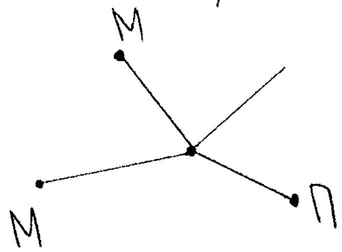
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

n - число линий
$n \geq 4$ - по условию.

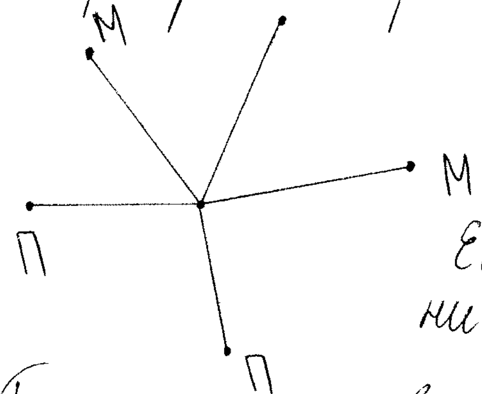
+

Рассмотрим пограничный случай, когда $n=4$



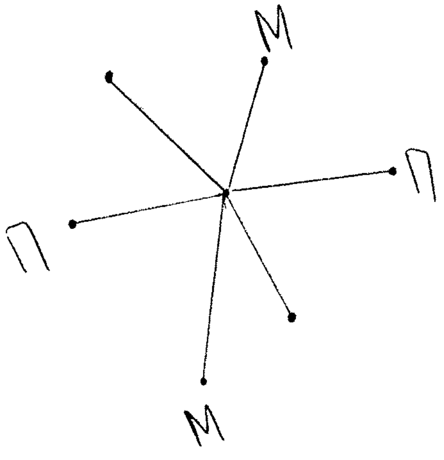
Расположив линии таким образом, мы видим, что все условия выполняются, а значит число линий может быть меньше 5.

Теперь рассмотрим случай, когда $n>4$



Мы видим, что все условия выполняются, а значит этот случай нам подходит. Есть линия, которая не ведет ни в М., ни в П.

То же самое выполняется при $n=6$.



Ответ: n может быть меньше 5; если $n \geq 5$, то могут быть линии, которые не ведут ни в М., ни в П.

№2.

$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$ Известно, что tgx и $tg2x$ одновременно принадлежат целым числам. (+)

① $tgx \in \mathbb{Z}$, если $\sin x = k\cos x$, где $k \in \mathbb{Z}$

$\Downarrow$

$\sin x = k\cos x$ (1)

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$ (2)

из 1 в 2 $\sin 2x = 2k\cos^2 x$. (3)

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ (4)

из 1 в 4 $\cos 2x = 1 - 2k^2\cos^2 x$. (5)

$\sin 2x = m\cos 2x$, где $m \in \mathbb{Z}$.

$\sin 2x = m\cos 2x$ (6)

$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} = m$ (7).

из 3 и 5 в 7 $m = \frac{2k\cos^2 x}{1-2k^2\cos^2 x}$

$\Downarrow$

$2k\cos^2 x = m - 2k^2\cos^2 x\, m$.

$m = 2k\cos^2 x + 2k^2\cos^2 x\, m$

$m = 2k\cos^2 x(1+km)$

$m \in \mathbb{Z}$ по док.

$k \in \mathbb{Z}$ по док. $\Rightarrow 2k \in \mathbb{Z}$

$km \in \mathbb{Z}$, т.к. $k \in \mathbb{Z}$; $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow (1+km) \in \mathbb{Z}$

$\Downarrow$

Чтобы m было целым $\cos^2 x$ должен принадлежать целым числам.

$\Downarrow$

$\cos x \in \mathbb{Z}$

№2 (продолжение).

$\cos x \in \mathbb{Z}$

$|\cos x| \leq 1 \Rightarrow$ Рассмотрим 3 случая:

① $\cos x = -1$ ⇓ $\sin x = \sqrt{1-1} = 0$ ⇓ $\operatorname{tg} x = \frac{0}{-1} = 0, \in \mathbb{Z}$

② $\cos x = 0$ ⇓ $\sin x = \sqrt{1-0} = 1$ ⇓ $\operatorname{tg} x = \frac{1}{0}$ $\varnothing$

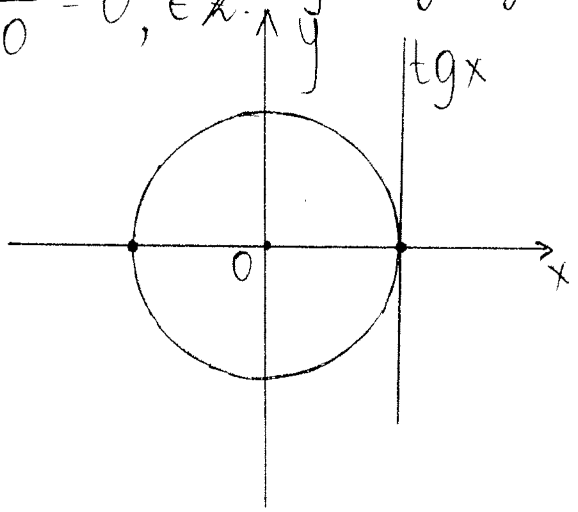
③ $\cos x = 1$ ⇓ $\sin x = \sqrt{1-1} = 0$ ⇓ $\operatorname{tg} x = \frac{0}{1} = 0, \in \mathbb{Z}$

Мы получили, что

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = 0 \\ \operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \frac{2\cdot 0}{1-0} = 0, \in \mathbb{Z} \end{array}\right\} \text{- подходит.}$$

$\operatorname{tg} x = 0$

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

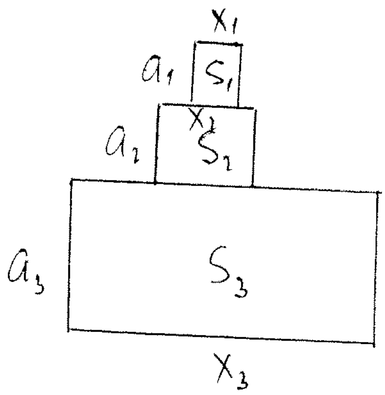


Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

№7.

~~$S_1 = 15$; $S_2 = 60$; $S_3 = 180$~~

~~Высоты~~



$S_1 = 15$ дм²; $S_2 = 60$ дм²; $S_3 = 180$ дм²

Высоты □-ков образуют геом. пр-ю, а значит $a_1 = a$; $a_2 = aq$; $a_3 = aq^2$.

Длины □-ков образуют арифм. пр-ю, а значит $x_1 = x$; $x_2 = x+d$; $x_3 = x+2d$.

$$\begin{cases} ax = 15 \quad (1) \\ aq(x+d) = 60 \quad (2) \\ aq^2(x+2d) = 180 \quad (3) \end{cases}$$

① из 2 и 3: $\frac{aq^2(x+2d)}{aq(x+d)} = \frac{180}{60} = 3$

$\Downarrow$

$qx + 2dq = 3x + 3d$ (4)

② из 1 и 2: $\frac{aq(x+d)}{ax} = \frac{60}{15} = 4$

$\Downarrow$

$q(x+d) = 4x$ (5)

③ из 4 и 5:

$q = \frac{4x}{x+d}$ $\quad q = \frac{3(x+d)}{x+2d}$

$\Downarrow$

$\frac{4x}{x+d} = \frac{3(x+d)}{x+2d}$

$\Downarrow$

$x^2 + 2xd - 3d^2 = 0$

$D = 4d^2 + 12d^2 = 16d^2$

$x_{1,2} = \frac{-2d \pm 4d}{2}$

$x_1 = -3d$, не подходит, т.к. мы взяли $d > 0$

$x_2 = d$ - подходит

$\Downarrow$

$x = d$ (6)

④ из 4 и 6!

Заменим x на d

$qd + 2dq = 3d + 3d$

$\Downarrow$

$q = 2$.

⑤ Нам известно, что

$x_1 + x_2 + x_3 = 30$ дм

$\Downarrow$

$x + x + d + x + 2d = 30$

$x = d$

$\Downarrow$

$6x = 30 \Rightarrow x = 5$ (7)

№7 (продолжение).

⑥ из 7 и 1: $ax = 15$, $x = 5$ $\Big| \Rightarrow a = 3$.

⑦ $a_1 = 3$дм; $x_1 = 5$дм;
$a_2 = 6$дм; $x_2 = 10$дм;
$a_3 = 12$дм; $x_3 = 15$дм;

+

Ответ: Пьедестал в разрезе состоит из 3-х прямоугольников размерами 3дм × 5дм; 6дм × 10дм; 12дм × 15дм.

№5.

Обозначим вклады, как x, y, z.

x	y	z
Прошел год	⇓	
~~2x~~ /	~~2z~~	~~2y~~
2x	3y	0z

Нас просят разложить деньги так, чтобы Иван Иванович получил максимальный доход, даже при самом плохом исходе. Но Иван Иванович не знает какой из банков обанкротится, поэтому чтобы случайно не поставить самую крупную сумму в банк, который обанкротится, я предлагаю разложить все деньги поровну.

X

Если мы оставим часть денег дома, то наш доход будет меньше, мы потеряем конечно же, меньше денег в обанкротившемся банке, но получим меньше, чем могли бы получить в других банках. Поэтому я считаю, что нужно положить в банки все деньги.

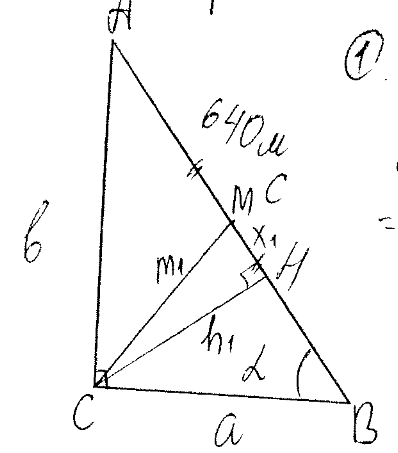
№5 (продолжение).

Если мы положим в каждый банк по 200000 р, то при этом, даже в худшем случае, мы получим максимальный доход.

У Ивана Ивановича было 600000 р, а стало 1000 000 р. => его доход 400000 р.

Ответ: Иван Иванович через год получит 1000 000 р.

№6



① $\alpha = \frac{11\pi}{24} = \frac{11\cdot 180^\circ}{24} = \frac{165^\circ}{2}$.

$\cos 2\alpha = \cos 165^\circ = \cos(135^\circ + 30^\circ) =$
$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\Downarrow$

$2\sin^2\alpha = 1 + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4+\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}}$

② В каждом полученном Δ-ке гипотенузой будет являться медиана.

Нам нужно найти 5-ую гипотенузу-медиану, поэтому введем обозначения для медиан m_1, m_2, m_3, m_4, m_5.

$4m_1^2 = 2a^2 + 2b^2 - c^2$ (по ф-ле длины медианы)

Введем такие же обозначения для высот h_1, h_2, h_3, h_4, h_5.

$h_1 = a\sin\alpha$

Введем обозначения для другого катета x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 01В 86-97

№6 (продолжение).

$x_1 = m_1^2 - h_1^2$.

Теперь посчитаем остальные x, h, m.

$4m_2^2 = 2x_1^2 + 2h_1^2 - m_1^2$.

$x_1 = m_2^2 - h_2^2$.

$h_2 = x_1 \sin\beta$.

простое решение не обнаружено

К сожалению, я не успеваю все это сосчитать, поэтому вычислю хотя бы катеты первоначального Δ-ка.

$\frac{b}{c} = \sin\alpha \Rightarrow b = c\sin\alpha$. $b = 640\sqrt{\frac{4+\sqrt6+\sqrt2}{8}}$

$\cancel{\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{(4+\sqrt6+\sqrt2)}{8^2}}}$

$a^2 = c^2 - b^2 = 640^2 - 640^2 \cdot \frac{(4+\sqrt6+\sqrt2)}{8} = 640^2\left(1 - \frac{4+\sqrt6+\sqrt2}{8}\right) =$

$= 640^2\left(\frac{8-4-\sqrt6-\sqrt2}{8}\right) = 640^2 \cdot \frac{4-\sqrt6-\sqrt2}{8}$

$a = \sqrt{\frac{4-\sqrt6-\sqrt2}{8}} \cdot 640$.

+

№4.

Для минутной стрелки: 60 мин = 360°

⇓

1 мин = 6°

Для часовой стрелки: 1ч = 60 мин = 30°

⇓

1 мин = 0,5°

Первоначально обе стрелки находятся на отметке 0°

~~№4 (продолжение)~~

~~Составим систему уравнений и будем искать целочисленные решения.~~

~~$\begin{cases} y = 12x \\ y - x = 2 \end{cases}$~~

Рассмотрим две арифметические прогрессии.

$a_1 = 6$ $\quad b_1 = 0,5$

$d_1 = 6$ $\quad d_2 = 0,5$.

$a_n = b_n + 2$.

$6(n+1) = 0,5(n+1) + 2$.

$6n + 6 = 0,5n + 0,5 + 2$.

$5,5n = -3,5$ $\varnothing$

Возьмем $b_1 = 30$ (т.к. прошел час).

$6(n+1) = 30 + 0,5n + 2$.

$6n + 6 = 30 + 0,5n + 2$.

$5,5n = 26$

$n = \frac{260}{55}$ - не целое число минут.

Возьмем $b_1 = 60$ (т.к. прошел еще час)

$6n + 6 = 60 + 0,5n + 2$.

$5,5n = 56$.

$n = \frac{560}{55}$ - при таком n не целое число минут

Возьмем $b_1 = 90$ (т.к. прошел еще час).

$6n + 6 = 90 + 0,5n + 2$.

$5,5n = 86$

$n = \frac{860}{55}$ - при n не целое число минут.

№4 (продолжение).

Возьмем $b_1 = 120$ (т.к. прошел еще час).

$6n + 6 = 120 + 0{,}5n + 2$

$5{,}5n = 116$

$n = \frac{1160}{55}$ – при данном n не целое число минут.

Возьмем $b_1 = 150$ (т.к. прошел еще час)

$6n + 6 = 150 + 0{,}5n + 2$

$5{,}5n = 146$

$n = \frac{1460}{55}$ – при данном n не целое число минут

Возьмем $b_1 = 180$ (т.к. прошел час).

$6n + 6 = 180 + 0{,}5n + 2$

$5{,}5n = 176$

$n = \frac{1760}{55}$ – при данном n не целое число минут

Возьмем $b_1 = 210$ (т.к. прошел час)

$6n + 6 = \cancel{180}\,210 + 0{,}5n + 2$

$5{,}5n = 206$

$n = \frac{2060}{55}$ – при данном n не целое число минут.

Возьмем $b_1 = 240$ (т.к. прошел час)

$6n + 6 = 240 + 0{,}5n + 2$

$5{,}5n = 236$

$n = \frac{2360}{55}$ при этом n получаем целое число минут.

Ответ: когда на часах 20:44 угол между стрелками равен 2°

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	шифр: CV 64-80

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ИСМАИЛОВ

ИМЯ РАШАД

ОТЧЕСТВО МАХИР ОГЛЫ

Дата рождения 29.07.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 9 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Наир

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CV 64-80

Выдан доп. лист №1 Ксенар

Задача №2. Решение

Выдан доп. лист №2 Ксенар

Выдан доп. лист №3

Выдан доп. лист №4 Ксенар

Выдан доп. лист №5 Ксенар

Выдан доп. лист №6 Ксенар

Допустим, что $tg\, x$ – целое число.

$tg\, 2x = \frac{2tg\, x}{1-tg^2 x}$ (по ф-ле тангенса двойного угла) ОДЗ: $tg\, x \neq \pm 1$.

Пусть $tg\, 2x$ тоже целое число.

$tg\, x = 0$ подходит под решение, тогда и $tg\, 2x = 0$.

Если $tg\, x \neq 0$, то для того, чтобы $tg\, 2x$ было целым число, нужно, чтобы $2tg\, x$ делилось на $1-tg^2 x$, т.е. как минимум $|2tg\, x| \geq |1-tg^2 x|$

Решим это уравнение:

$|2tg\, x| \geq |1-tg^2 x|$

$\cancel{4tg^2 x \geq 1+tg^4 x}$

$4tg^2 x \geq 1+tg^4 x - 2tg^2 x$

$tg^4 x - 6tg^2 x + 1 \leq 0$

$tg^2 x \in [3-\sqrt{8}; 3+\sqrt{8}]$

$($ $tg^4 x - 6tg^2 x + 1 = 0$

Замена: $t = tg^2 x$

$t^2 - 6t + 1 = 0$

$D_1 = 9 - 1 = 8$

$t = 3 \pm \sqrt{8}$

$tg^2 x = 3 \pm \sqrt{8}$ $)$

Т.к. $tg\, x$ – целое число, то $tg^2 x$ – целый квадрат.

Из данного диапазона $tg^2 x = 1$ или $tg^2 x = 4$.

$tg^2 x = 1$ не подходит под ОДЗ

$tg^2 x = 4$

$tg\, x = 2$ или $tg\, x = -2$.

$tg\, 2x = \frac{4}{1-4} = -\frac{4}{3}$ (не подходит, т.к. $tg\, 2x \in Z$)

$tg\, 2x = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ (не подходит, т.к. $tg\, 2x \in Z$)

Получается, что единственное решение: $tg\, x = 0$

$tg\, x = 0$

$x = \pi n$ $(n \in Z)$

Ответ: $x = \pi n$, $n \in Z$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CV 64-80

Задача № 4.

Решение

За 60 минут часовая стрелка проходит проходит 30°, т.е. её скорость 0,5°/мин, а минутная – 360°, т.е. её скорость 6°/мин.
Допустим, что событие произошло раньше часа. За 0° отметим точку, совпадающую с цифрой 12. Пусть до этого события прошло x минут ($x \in N$). Часовая стрелка прошла 0,5x градусов, минутная 6x градусов. Можно составить ур-ие:

$6x - 2 = 0{,}5x$

$5{,}5x = 2$

$x = \frac{20}{55}$

$x = \frac{4}{11}$ (не подходит, т.к. $x \in N$)

Допустим, что событие произошло после 1 часа, но раньше 2-ух часов. Тогда часовая стрелка за y минут ($y \in N$) пройдёт (после 1 часа) $(0{,}5y + 30)$ градусов (т.к. она стартует с отметки 30°), а минутная 6y град. Тогда:

$6y - 2 = 0{,}5y + 30$

$5{,}5y = 32$

$y = \frac{320}{55}$

$y = \frac{64}{11}$ (не подходит, $y \in N$)

или

$6y + 2 = 0{,}5y + 30$

$5{,}5y = 28$

$y = \frac{280}{55}$

$y = \frac{56}{11}$ (не подходит, $y \in N$)

Допустим, что событие произошло после 2 часов, но раньше 3-ёх часов. Тогда часовая стрелка за z минут ($z \in N$) пройдёт $(0{,}5z + 60)$ градусов (т.к. она стартует с отметки 60°), а минутная 6z градусов. Тогда:

$6z + 2 = 0{,}5z + 60$

$5{,}5z = 58$

$z = \frac{580}{55}$

$z = \frac{116}{11}$ (не подходит, $z \in N$)

или

$6z - 2 = 0{,}5z + 60$

$5{,}5z = 62$

$z = \frac{620}{55}$

$z = \frac{124}{11}$ (не подходит, $z \in N$)

Допустим, что событие произошло после 3-ех часов, но до 4 часов. Часовая стрелка за t минут ($t \in N$) прошла $(80+0,5t)$ градусов (т.к. стартовала с $80°$), а минутная – $6t$ град. Тогда:

$80+0,5t = 6t+2$ или $6t-2 = 80+0,5t$

$5,5t = 88$

$t = \frac{880}{55}$

$t = 16$ (подходит)

$5,5t = 82$

$t = \frac{184}{11}$ (не подходит, $t \in N$)

+

Получается, что событие произошло в 3 ч. 16 минут.
Ответ: 3 ч. 16 мин.

Задача №1

+

Решение

В условии сказано, что среди любых трёх линий есть хотя бы одна, идущая на предприятие М, а среди любых четырёх есть хотя бы одна, идущая на предприятие П. Пусть предприятий n, тогда из условия делаем вывод, что минимальное кол-во линий, идущих на предприятие М – $(n-2)$ (если меньше, то найдутся 3 линии не идущие на М).
• Аналогично, минимальное кол-во линий, идущих на П – $(n-3)$. (Если меньше, то найдутся 4 линии, не идущие на П.)
Таким образом, делаем вывод, что ~~предприятий~~ линий не менее 4 (в противном случае может быть, что на предприятие хотя не пойдет ни одной линии)
Если линии 4, то не менее 2 линий пойдут на предприятие М и не менее 1 на предприятие П. $2+1<4$, значит делаем вывод, что менее пяти линий быть может.
Т.к. каждая линия ведёт в одно предприятие, то кол-во линий в М и П меньше или равно общему кол-ву линий. $(n-3)+(n-2) \le n$.
$n \le 5$.
Получается, что если линий не меньше 5, то их может

Выдан доп. лист №1 Исаноф

быть только 5. Из этих ~~пяти~~ ~~трёх~~ линий 3 должны вести в М. и линий 2. - в П. Получается, что не найдутся среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: 1) могло быть

2) не найдутся.

Задача № 3.

Решение

$x^2+px+q=0$ (имеет 1 корень)

$D=p^2-4q=0$

$T(x)=x^2+px+q$

$T(T(x))=(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q$

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2+p((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)$ $+q$.

Пусть $y=(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q$

$T(T(T(x)))=y^2+py+q=0$

$D=p^2-4q=0$

$y=\frac{-p}{2}$.

$(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q=-\frac{p}{2}$

Замена: $t=x^2+px+q$

$t^2+pt+q+\frac{p}{2}=0$

$D=p^2-4q-\frac{p}{2}\cdot 4=-2p$.

$t=\frac{-p\pm\sqrt{-2p}}{2}$

$t_1=\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}$ $(p\leq 0)$

$t_2=\frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$

выдан доп. лист №2 Усенкор

$x^2+px+q=\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}$ или $x^2+px+q=\frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$

$x^2+px+q+\frac{p-\sqrt{-2p}}{2}=0$ или $x^2+px+q+\frac{p+\sqrt{-2p}}{2}=0$

$D=p^2-4q-2p+2\sqrt{-2p}=2\sqrt{-2p}-2p$

$D=p^2-4q-2p-2\sqrt{-2p}$
$=-2p-2\sqrt{-2p}$

т.к. ур-ие имеет 3 решения, то $2\sqrt{-2p}-2p=0$ или $-2p-2\sqrt{-2p}=0$

1) $2\sqrt{-2p}-2p=0$

$\sqrt{-2p}=p$

$-2p=p^2$

$p=0$ или $p=-2$ (подходит под ОДЗ)

2) $2\sqrt{-2p}=2p$

$p=\sqrt{-2p}$

$p=0$

При $p=0$:

$x^2+px+q=0$

$x=\frac{-p}{2}$

$x=0$

При $p=-2$:

~~$x^2+px+q-2=0$~~

$x^2+px+q-\frac{2+2}{2}=0$

$x^2+px+q-2=0$

$D=p^2-4q+8=8$

$x=\frac{-p\pm\sqrt{8}}{2}$

$x=\frac{2+\sqrt{8}}{2}$ или $x=\frac{2-\sqrt{8}}{2}$

$x=1+\sqrt{2}$ или $x=1-\sqrt{2}$

~~Все корни подходят~~

Ответ: 0; $1+\sqrt{2}$; $1-\sqrt{2}$

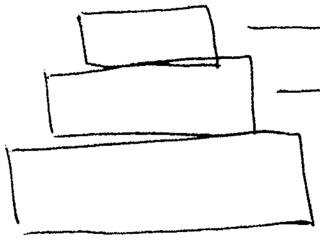
±

доп. лист №3

Задача №7

Решение

Допустим, что ступени уменьшаются сверху вниз.



— сторона a, высота h_1

— сторона b, высота h_2

— сторона c, высота h_3

По условию: a, b, c — арифмет прогрессия

h_1, h_2, h_3 — геометр. прогрессия.

$a+b+c=30$

$ah_1=15$, $bh_2=60$, $ch_3=180$

Т.к. a, b, c — арифмет. прогрессия, то $a+c=2b$.

$3b=30$

$b=10$.

$h_2=\frac{60}{6}=6$.

Т.к. h_1, h_2, h_3 — геометр. прогрессия, то $h_1 \cdot h_3 = h_2^2$

$ah_1 \cdot ch_3 = ac \cdot h_2^2 = 36ac = 2700 \Rightarrow ac = 75$

$\begin{cases} a+c=2b \\ ac=75 \end{cases}$ $\begin{cases} a+c=20 \\ ac=75 \end{cases}$ $\begin{cases} c=20-a \\ ac=75 \end{cases}$

$20a-a^2=75$

$a^2-20a+75=0$

$\cancel{a=\frac{100\pm75}{4}}$ $D=100-75=25$

~~$a=25$ или $a=175$~~

$a=10\pm5$

$a_1=15$ $a_2=5$ (подходит)

$c_1=5$ (не подходит, $a<c$) $c_2=15$

$h_1=\frac{15}{a}=3$

$h_3=\frac{180}{c}=12$

Таким образом, пьедестал состоит из 3-ёх ступенек с размерами: 5дм×3дм, 10дм×6дм, 15дм×12дм.

Выдан доп. лист №1 Женор

Общая высота пьедестала: 21 дм.
общая длина = с = 15 дм

Ответ: 5дм x 3дм, 10дм x 6дм, 15дм x 12дм

Общая высота: 21 дм
Общая длина: 15 дм.

Задача №5.

Решение

Существует несколько способов разложения денег в банки:

1) положить все деньги в один банк (или часть оставить у себя)
это способ невыгоден, т.к. в худшем случае именно этот банк и обанкротится и Иван Иванович потеряет все деньги, кроме тех которые он оставил у себя.

2) положить деньги в два банка (или часть оставить у себя)
~~Получил чуть наибольшее кол-во денег он оставил~~
Пусть в первый банк он положит x рублей, во 2-ой – y рублей, у себя оставит z рублей (x > y). ~~Обанк~~ В худшем случае обанкротится тот банк в который было положено x рублей, т.е. общая выручка И Ивановича не составит более 60000 рублей.

3) положить деньги в **три банка** (или часть оставить у себя)

a руб – **1-ый банк**
в руб. – **2-ой банк**
с руб. – **3-ий банк**
d руб – оставил у себя

Если он в какой то банк **положил** больше, чем в другой, ~~оставил~~ то ~~большая часть будет~~ в худшем случае большая часть будет потеряна, поэтому выгоднее в каждый банк класть одинаковое кол-во денег, например, по a рублей

Выдан доп. лист №5 Ксенар

Тогда на руках у него останется $(600000 - 3a)$ рублей.

Общая выручка будет:

$(3 \cdot a + 2a + 600000 - 3a)$ рублей.

$(600000 + 2a)$ рублей.

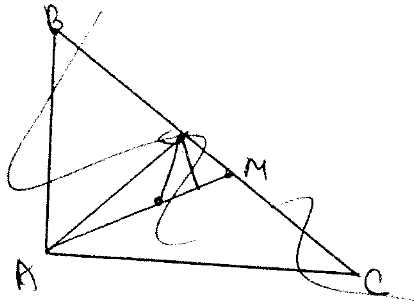
Получается, что чем больше a, тем выгоднее, т.к. $3a \leq 600000$, то $max_a = 200000$.

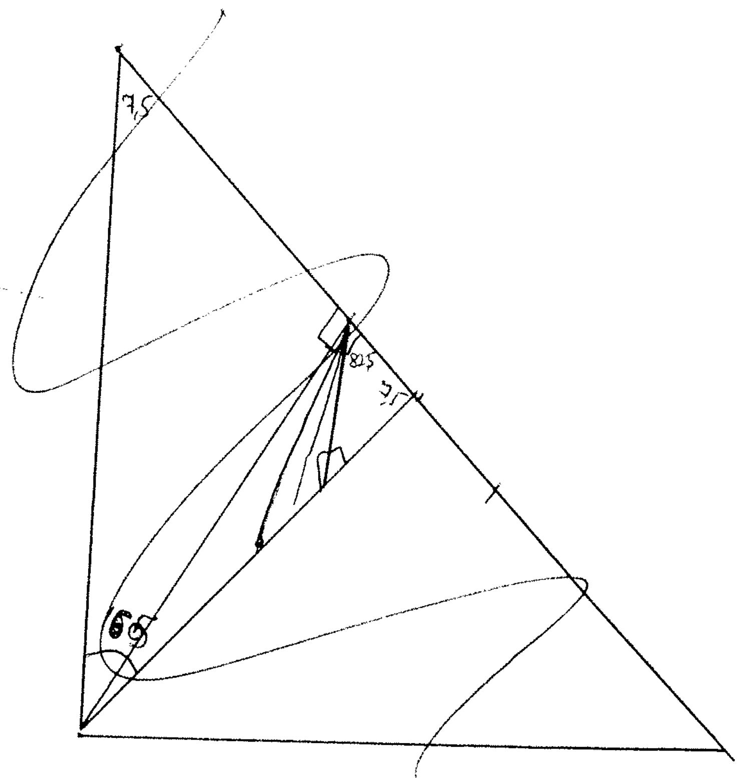
Получается, что максимально возможный доход в 400000 рублей будет в том случае, если в каждый банк положить по 200000 рублей. Через год И.И. получит на руки 1000000 рублей.

Ответ: по 200000 рублей в каждый банк; 1000000 рублей.

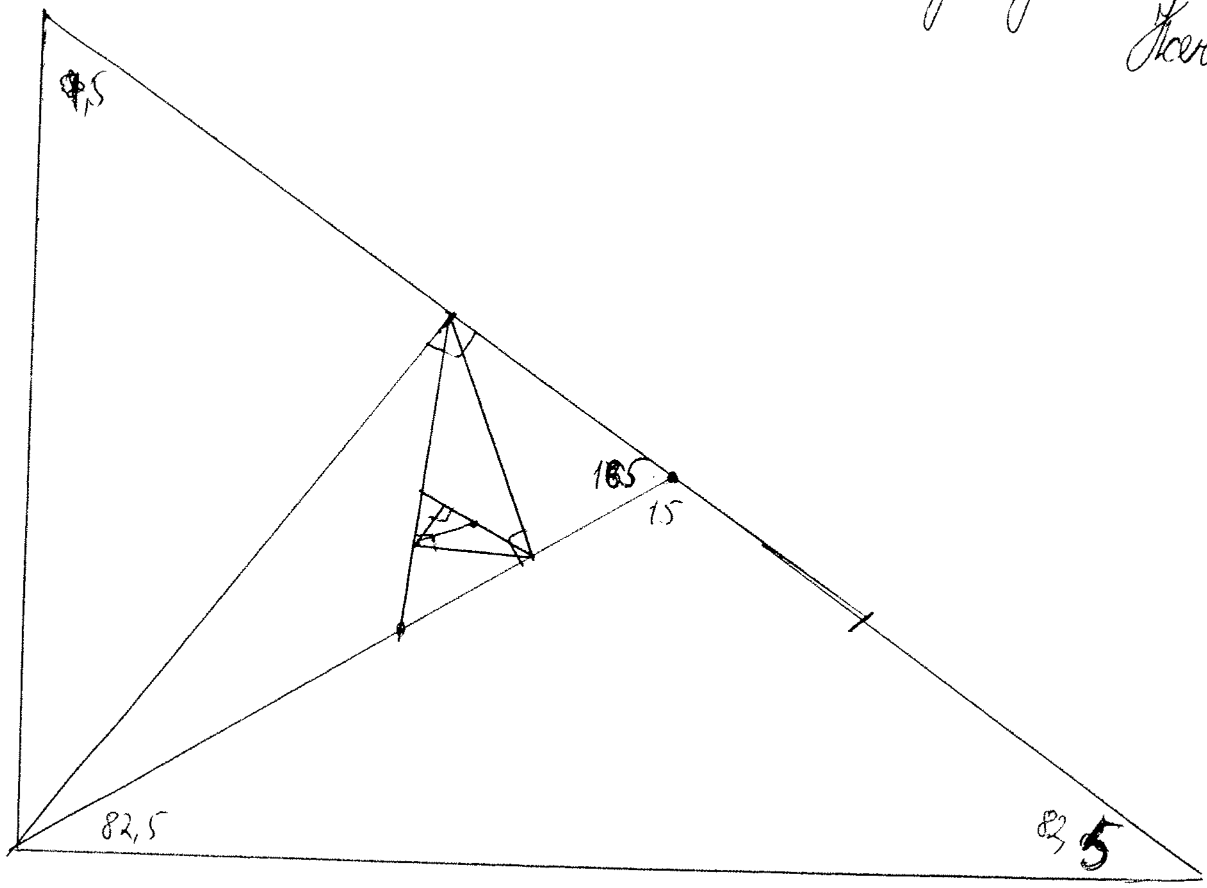
№6.

Решение





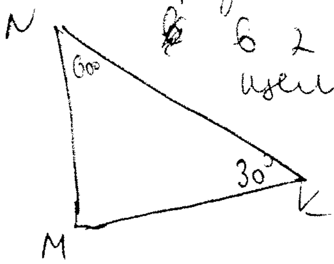
Выдан доп. лист №6



$\alpha = \frac{11\pi}{24} = 82{,}5^\circ$

$\beta = 7{,}5^\circ$

Подставляя углы $\frac{11\pi}{24}$ и $\frac{\pi}{24}$ ~~то~~ и учитывая то, что медиана равна половине гипотенузы получаем, что пятый треугольник имеет углы 60° и 30°. В каждом треугольнике гипотенуза получалась в 2 раза меньше, чем в предыдущем. В пятом она получилась равной 20. V



$S_{\triangle MNK (5\text{-ого})} = NM \cdot MK \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} NK \cdot \overset{?}{\sqrt{400-100}} = 10\sqrt{3} \cdot$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 20\right)$

$= 100\sqrt{3}$ м^2

+

Ответ: $100\sqrt{3}$, 20 м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 22-97

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Калинина

ИМЯ Алена

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 23.01.1998

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

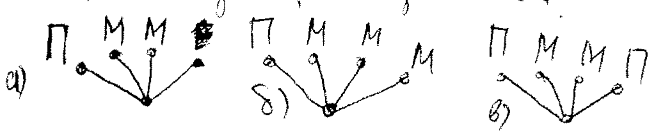
I По условию: среди любых четырех линий обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П. Следовательно кол-во линий должно быть больше или равно четырем ($n \geq 4$).

1) Первый вопрос еще ограничивает кол-во линий ($n < 5$)

$$\begin{cases} n \geq 4 \\ n < 5 \end{cases} \rightarrow n = 4$$

И у нас есть теперь только одно n, которое мы можем рассматривать, для получения положительного ответа на представленный вопрос. ($n=4$)

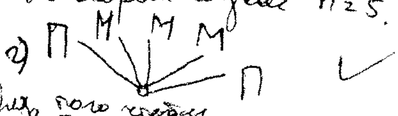
Рассмотрим случай, в котором $n=4$.



По условию: обязательно есть одна. Это значит, что кол-во линий П ~~...~~ среди любых четырех или кол-во М среди любых трех больше или равно единицы (≥ 1).

Если линий четыре возможны три случая а), б), в). В случае а) мы подтверждаем условие, а пустая линия идёт на некоторое предприятие, которое не оговаривается в задаче (не оговаривается названия других предприятий). В случае б) и в) место этого неизвестного предприятия занимают известные нам предприятия, ведь по условию (как я уже писала) линий П, М ~~не заданных~~ при заданных значениях могут быть ≥ 1. Ответ: да.

II Во втором случае $n=5$.



Для того чтобы ~~...~~ следовать условию необходимо, чтобы кол-во линий к П было больше или равно двум (≥ 2), а кол-во линий к М было больше или равно трем. Получается один случай, представленный на рисунке г).

Ответ: нет.

+

№2

$tg\, x = z$

$tg\, 2x = z$

~~tg~~ Тангенс какого-либо угла имеет целое значение только ноль и единица ~~один~~ (плюс и минус)

~~а) Рассмотрим случай с единицей. Если $tg\, x = 1$, то $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pi n \\ x \neq \frac{\pi n}{2} \end{cases}$~~

~~$tg\, 2x = tg\frac{\pi n}{2}$, что не подходит, ведь не существует такого значения, от этого угла по ранее написанной системе $x = \frac{\pi n}{2}$. Этот случай не подходит.~~

~~б) Рассмотрим случай с единицей.~~

~~$tg\, x = 1 \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi n$~~

~~$tg\, 2x = tg\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$~~

а) Рассмотрим случай с нулем. $tg\, x = 0$.

~~$tg\, x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi n$~~ $\quad tg\, x = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm 1 \end{cases} \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n$

~~$tg\, 2x = tg\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$~~

$tg\, 2x = tg(\pi + 2\pi n) = 0$

~~$tg\, 2x = tg(\pi + 2\pi n)$, при этом угле $\cos 2x = 0$, что невозможно, ведь $tg\, 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \rightarrow \cos 2x \neq 0$~~

~~Этот случай не подходит~~

б) ~~tg~~ Рассмотрим второй случай. $tg\, x = \pm 1$

$tg\, x = \pm 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n \quad (tg\, x = 1) \qquad tg\, 2x = tg\left(\frac{\pi}{2}\right.$

$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n \quad (tg\, x = -1)$

№2

$tg\, x = z, \; tg\, 2x = z$

Тангенс какого-либо угла имеет целое значение только ~~1~~ ноль и один (плюс и минус)

1) $tg\, x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$

$tg\, 2x = tg\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)$ → не подходит этот случай

по ОДЗ $\quad \cos 2x \neq 0 \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2}$

$\cos x \neq 0 \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$

2) $tg\, x = 0 \quad x = \pi n$

$tg\, 2x = tg(2\pi n) = 0$ → подходит $\qquad 2015^{tg\, x} = 2015^0 = 1$

Ответ: а) $x = \pi n$; б) $2015^{tg\, x} = 1$

+

№5

I $2x$ — $7 = 600\,000$

II $3x$ — $x =$ вклад

III 0 — $k =$ MAX прибыль

$$2\cdot a+3\cdot b+c\cdot 0=k$$

Чтобы прибыль была максимальной необходимо взять максимальную сумму для вложений $x=7=600000$.

Для максимальной прибыли нужно учесть затраты при наихудшем раскладе и вложить, обеспечив себе какую-либо выгоду.

А это будет вклады $d, 2d, 3d$ d – наименьший вклад; мы можем взять и $2d, 4d, 6d$ но при этом сумма прибыли будет меньше, чем на большее кол-во частей мы делим деньги тем меньшая у нас будет прибыль, поэтому мы возьмем ~~2d, 4d, 6d~~ $d, 2d, 3d$.

Учитывая, что мы берем из всей суммы не сложно посчитать d

$$d=\frac{600000}{1+2+3}=100000$$

При наихудшем повододе событий клиент получит (всего)

$$\left.\begin{array}{l} a=2d \\ b=d \\ c=3d \end{array}\right| \rightarrow 2\cdot 2d+3\cdot d+3d\cdot 0=k$$

$$k=4d+3d=7d=700000$$

А для этого выгодно брать и вкладывать равное кол-во денег в каждый банк, чтобы при наихудшем раскладе была максимальная прибыль, ведь если в уравнении $k=2a+3b+c\cdot 0$ переменные a, b, c будут равны и равны вкладу d, то $k=2d+3d+d\cdot 0=5d$, а d, в свою очередь будет являться максимальным вкладом в каждый банк.

$$d=\frac{600000}{3}=200000$$

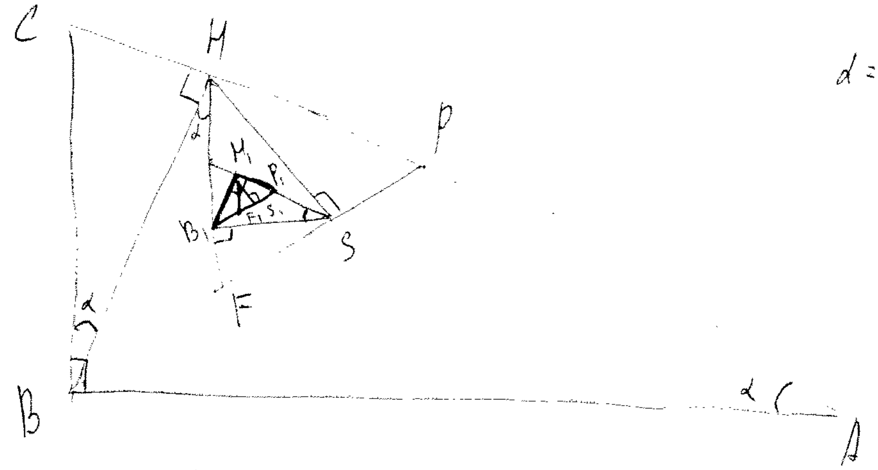
$$k=5d=1000000$$

Ответ: он получит 1000000 рублей

(+)

выдан доп. лист ~~дан~~ ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 22-97

№6



$\alpha = \frac{11}{24}\pi \quad AC = 640$ км

$\triangle ABH \sim \triangle ABC$ ($\angle H = \angle B = 90°$; $\angle A$ общий) $\to \angle HBA = \angle C$

$\triangle BCH \sim \triangle ABC$ ($\angle H = \angle B = 90°$, $\angle C$ общий) $\to \angle A = \angle CHB$ $\quad \Big| \to \triangle BCH \sim \triangle BAH$

$\cos\alpha = \frac{CB}{AC}$

$CB = AC \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{BH}{CB}$

$BH = CB \cdot \cos\alpha = AC \cdot \cos^2\alpha$

$\sin\alpha = \frac{CH}{CB} = \frac{CH}{AC \cdot \cos\alpha}$

$CH = \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot AC = \frac{1}{2} AC \cdot \sin 2\alpha$

$HP = \frac{1}{2} AC - CH = \frac{1}{2} AC - \frac{1}{2} AC \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} AC (1 - \sin 2\alpha) = \frac{640}{2} (1 - \sin \frac{11}{12}\pi) =$

$\cancel{= \frac{640}{2} \left(1 - \frac{1 - \cos\frac{11\pi}{6}}{2}\right) = 320 \cdot \left(1 - \left(\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}\right)\right) = 320 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = 160 + 80\sqrt{3}}$

$\triangle B_1H_1P_1 \sim \triangle BHP$

Т.к. рассмотрев первые треугольники заметим, что $\triangle HFP \sim \triangle PBC$ и $CB \parallel HF$, и таким образом каждой вновь. катеты параллелен медиане следующего треугольника, а каждый наибольший катет паралл. ~~следующей~~ высоте следующего треугольника

$S_{B_1H_1P_1} = S_{BHP} \cdot k^2 \qquad H_1S_1 = HS \cdot k \qquad$ (k - коэфф. подобия)

$S_{BHP} = \frac{1}{2} \cdot HP \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot HS \cdot BP \qquad HS = \frac{HP \cdot BH}{BP} \qquad BP = \sqrt{HP^2 + BH^2}$

$S_{BHP} = \frac{1}{2} \cdot HP \cdot BH = AC \cdot \cos^2\alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot (1 - \sin 2\alpha) = \frac{1}{4} \cdot AC^2 \cdot \cos^2\alpha \cdot (1 - \sin 2\alpha) =$

$HS = \frac{HP \cdot BH}{\sqrt{HP^2 + BH^2}}$

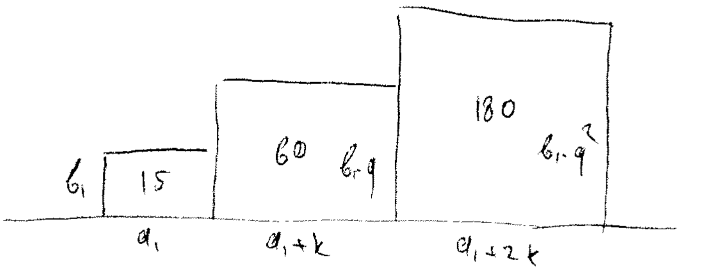
ответ не получен

$S_{B_1H_1P_1} = k \cdot \frac{1}{4} \cdot AC^2 \cdot \cos^2\alpha\,(1 - \sin 2\alpha)$

$H_1S_1 = k \cdot \frac{HP \cdot BH}{\sqrt{HP^2 + BH^2}}$

(—/+)

№7



$S_a = 30$
$S_1 = 15$
$S_2 = 60$
$S_3 = 180$

$$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ (a_1+k)\, b_1 \cdot q = 60 \\ (a_1+2k)\, b_1 \cdot q^2 = 180 \\ 3a_1 + 3k = 30 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ 10\, b_1 q = 60 \\ (20-a_1)\, b_1 q^2 = 180 \\ k = 10 - a_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10\, b_1 q = 60 \\ (20-a_1)\, b_1 q^2 = 180 \end{cases} = \begin{cases} 100\, b_1^2 q^2 = 3600 \\ (20-a_1)\, b_1 \cdot q^2 = 180 \end{cases}$$

$$\frac{100\, b_1}{(20-a_1)} = 20$$

$$100 b_1 = 400 - 20 a_1$$
$$5 b_1 = 20 - a_1$$
$$a_1 = 20 - 5 b_1$$

$$\begin{cases} a_1 = 20 - 5b_1 \\ a_1 \cdot b_1 = 15 \end{cases}$$

$$(20 - 5b_1)\, b_1 = 15$$
$$5b_1^2 - 20 b_1 + 15 = 0$$
$$b_1^2 - 4 b_1 + 3 = 0$$
$$D_1 = 4 - 3 = 1$$
$$b_1 = 2 \pm 1$$

$b_{11} = 1$ $a_{11} = 15$ (не подходит) $(k<0)$

$b_{12} = 3$ $a_{12} = 5$

$$\begin{cases} k = 10 - a_1 \\ b_1 q = 6 \end{cases}$$

$k = 5$ $q = 2$

$b_{общ} = 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 3(3+4) = 21$

Ответ: длина равна 30 дм
высота равна 21 дм

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ $S = ?$

$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$ $f(x) \geq g(x)$

$\left[\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 & g(x) \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 & f(x) \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 & f(x) \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 & g(x) \end{cases}\right.$

1) $S = \int_a^b (\sin x + \arcsin y - \sin y + \arcsin x)dx$

2) $S = \int_a^b (\sin y - \arcsin x - \sin x - \arcsin y)dx$

№4

1° — 360°

$\frac{1}{180}$ ч.

1 мин = $\frac{1}{60}$ сек

→ 3 мин. разница между ~~часами~~ часовой и минутной стрелкой

3 деления разница

$1ч = \frac{1}{3600}$ сек. $= \frac{1}{60}$ мин.

60 : 5 = 12 мин = 1 деление для часовой стрелки

ч. : 1 дел. = 12 мин надо сделать разницу в 3 деления
м. : 1 дел = 1 мин.

n - часов за 1 час на 5 дел.
3 дел. разница (нами) → $5n \pm 3$ (там должна находиться минутная стрелка) (в конце)

$5 \cdot n \pm 3 = 12n$

$12n - 5n = -3$

$12n - 5n = 3$

$7n = 3$

$n = \frac{3}{7}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	1112
шифр	BF22-70

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КАЛИНИЧЕВА

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 24.04.1997г.

Класс: 11

Предмет математика

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

+ 1 доп. лист ~~Алексей~~
+ 1 доп. лист ~~Тат~~
+ 1 доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

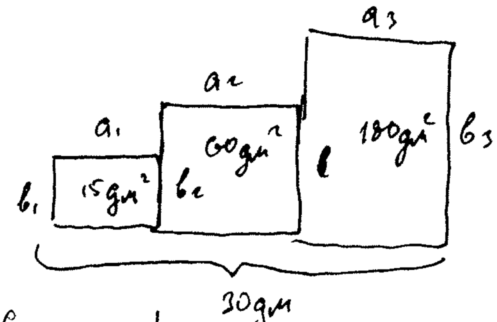
ВАРИАНТ: 17112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF22-70

№7

(a_n) арифмет. прогрессия

(b_n) – геометрическ. прогрессия



a_1
$a_2 = a_1 + d$
$a_3 = a_1 + 2d$
b_1
$b_2 = b_1 \cdot q$
$b_3 = b_1 \cdot q^2$
$a_1, b_1, q, d > 0$

$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 30 \\ a_1 \cdot b_1 = 15 \\ \cancel{(a_1+d)} \cdot a_2 b_2 = 60 \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \end{cases}$
$\begin{cases} 3a_1 + 3d = 30 \\ a_1 \cdot b_1 = 15 \\ (a_1+d) \cdot b_1 \cdot q = 60 \\ (a_1+2d) \cdot b_1 \cdot q^2 = 180 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + d = 10 & (1) \\ a_1 \cdot b_1 = 15 & (2) \\ (a_1+d) \cdot b_1 \cdot q = 60 & (3) \\ (a_1+2d) \cdot b_1 \cdot q^2 = 180 & (4) \end{cases}$

(1): $a_1 = 10 - d$

(2): $a_1 = \frac{15}{b_1}$ $| b_1 \neq 0$

$10 - d = \frac{15}{b_1}$ $d = 10 - \frac{15}{b_1}$

(3): $\left(a_1 + 10 - \frac{15}{b_1}\right) \cdot b_1 \cdot q = 60$

$\left(\frac{\overset{=15}{a_1 \cdot b_1} - 15}{b_1} + 10\right) \cdot b_1 \cdot q = 60$

$b_1 \cdot q = 6$

$\begin{cases} a_1 + d = 10 & (5) \\ a_1 \cdot b_1 = 15 & (6) \\ b_1 \cdot q = 6 & (7) \\ (a_1 + 2d) b_1 \cdot q^2 = 180 & (8) \end{cases}$

(7): $q = \frac{6}{b_1}$

$b_1 = \frac{6}{q}$

(8): $\left(a_1 + 20 - \frac{30}{b_1}\right) b_1 \cdot q \cdot q = 180$

$\left(\frac{a_1 \cdot b_1 - 30}{b_1} + 20\right) 6 \cdot q = 180$

$\left(\frac{15 - 30}{b_1} + 20\right) \cdot q = 30$

$\frac{-\overset{3}{\cancel{15}} q}{b_1} + \overset{4}{\cancel{20}} q = \overset{6}{\cancel{30}} \; |:5$

$\frac{-3q}{6/q} + 4q = 6$

$\frac{-q^2}{2} + 4q = 6$

$q^2 - 8q + 12$ $\quad q = 6$, $q = 2$

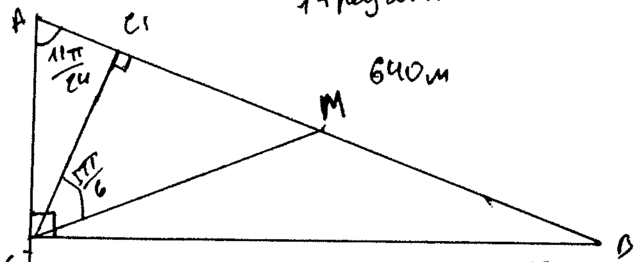
Если:

$q = 6$, то $b_1 = 1$, $a_1 = 15$, $d = -5$ не уд. усл. $d > 0$
не подход

$q = 2$, то $b_1 = 3$, $a_1 = 5$, $d = 5$

Ответ: в длину пьедестал 30дм, в высоту 12дм (b_3)
1 ступенька (5×3) ~~дм~~ дм (длина × высота)
2 ступенька (10×6) дм
3 ступенька (15×12) дм

№6



$AB = 640$м

$\angle CAB = \frac{11\pi}{24}$

т.к. $\angle CAB$ близок к $\frac{\pi}{2}$, то высота в $\triangle ACB$, проведенная из прямого угла будет „выше" (ближе к углу $\angle A$) чем медиана CM

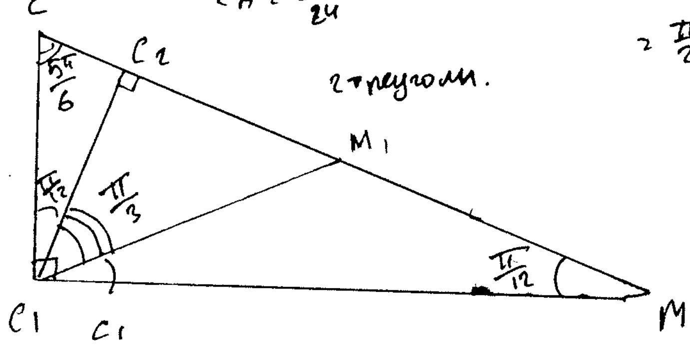
тогда $CM = \frac{AB}{2} = 320$м

$\triangle ACC_1$ $\angle C_1 = 90°$, $\angle A = \frac{11\pi}{24}$ $\Rightarrow \angle ACC_1 = \frac{\pi}{24}$

$\triangle ABC$ $\angle C = 90°$, $\angle A = \frac{11\pi}{24}$ $\Rightarrow \angle B = \frac{\pi}{24}$

$\triangle CMB$ $CM = MB$, $\angle C = \angle B$, $\angle MCB = \frac{\pi}{24}$

$\angle C_1CM = \angle ACB - \angle ACC_1 - \angle MCB = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{24} - \frac{\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$



аналогично с 1 треугольником (C_1M_1 - медиана C_1C_2 высота)

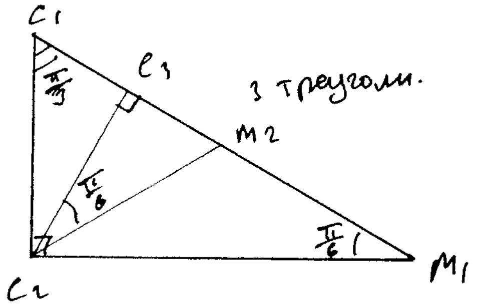
$\angle CC_1C_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$

$\angle M_1MC_1 = \angle M_1C_1M = \frac{\pi}{12}$

$\angle C_2C_1M_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$

$C_1M_1 = \frac{1}{2} CM = 160$м

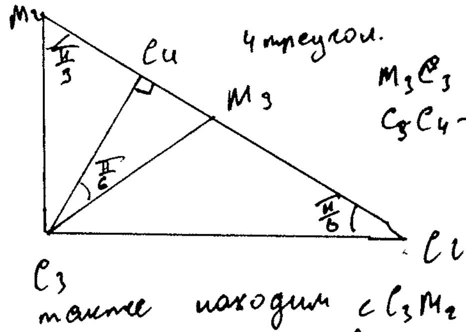
лишний проход



аналогично с 1 и 2 треугольниками (C_2M_2 - медиана C_2C_3 - высота) находим

$\angle C_3C_2M_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

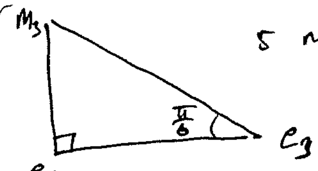
$C_2M_2 = \frac{1}{2} C_1M_1 = 80$м



M_3C_3 - мед.
C_3C_4 - высота

также находим $\angle C_3M_2C_2 = \frac{\pi}{3}$
и аналогично с первым треугол

$\angle C_4C_3M_3 = \frac{\pi}{6}$ $C_3M_3 = \frac{1}{2} C_2M_2 = 40$м



±

$\angle C_4M_3C_3 = \frac{\pi}{3}$

длина аллеи гипотенузы $= M_3C_3 = 40$м

т.к. $\angle M_3C_3C_4 = \frac{\pi}{6}$

$M_3C_4 = \frac{1}{2} M_3C_3 = 20$м

$C_3C_4 = \sqrt{40^2 - 20^2} = 10\sqrt{14}$ м

$S_{M_3C_4C_3} = \frac{1}{2} M_3C_4 \cdot C_4C_3 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10\sqrt{14} = 100\sqrt{14}$ м^2

Ответ $M_3C_3 = 40$м $S = 100\sqrt{14}$ м^2

N 5

т.к. И.И. не знает какой банк что делает, то логично если он положит все деньги в 1 банке, то он может все потерять (доход − 0р.)

Чтобы такого не было надо положить деньги во все банки сразу и по одинаковой сумме, рассмотрим эту ситуацию

	1 банк (×2)	2 банк (×3)	3 банк	доход стало
	200 000	200 000	200000	
стало	400 000	600 000	0	1000 000 доход + 400000

также он может оставить часть ~~суммы~~ суммы дома

1 банк	2 банк	3 банк	дом	стало
150 000	150 000	150 000	150 000	
200 000	450 000	0	150 000	900 000 доход + 300 000

мы ~~мо~~ видим что та сумма, которая осталась дома дохода никакого не дала, лучше ее распределить по банкам (как было в первом случае)

В банки надо класть одинаковые суммы, чтобы случайно не положить много денег в 3 банк и все потерять.

И если в каждый положить по 200000, то в одном из банке она утроится и будет равна 600000 что и было изначально и плюс к этому доход с другого банка +400000, а в третьем банке +0

<u>Ответ</u>: в каждый банк он должен положить по 200 000 р.

нет одного обоснования

+

№4

часы - окружность 360°

в 1 часе 60 минут, т.е. за 60 мин. его минутная стрелка проходит 360° $\Rightarrow \frac{360°}{60} = 6°$ в минуту

также в окружности 12 часов, т.е. часовая стрелка движется со скоростью $\frac{360°}{12} = 30°$ в час (или 0,5° в минуту) рассмотрим несколько ситуаций:

минут	0 часов	1 час	2 часа	3 часа ...
1 = 6°	0,5°	30,5°	60,5°	90,5
2 = 12°	1°	31°	61	.
3 = 18°	1,5°	31,5°	61,5	91,5
4 = 24°	2°	32°	.	.
5 = 30°	2,5°	32,5°	.	
6 = 36°	3°	33°	.	
7 = 42	3,5°	33,5°	.	
8 = 48	4°	34°	64°	.
9 = 54°	4,5°	.	64,5°	.
10 = 60	5°	.	65°	.
11 = 66	5,5	.	65,5°	.
12 = 72	6	.	66°	96
13 = 78	6,5	.	.	96,5
14 = 84	7	.	.	97
15 = 90	7,5	.	.	97,5
16 = 96	8	.	.	98
17 = 102	8,5	.	.	
18 = 108	.	.	.	
19 = 114	.	.	.	
20 = 120	.	.	.	
⋮	⋮	⋮	⋮	
60 = 360	30°	60°	90°	120°

в 0 часов единств. ~~разница~~ угол в 2° мог ~~произойти~~ получится в первые несколько минут, но она не произошла

в 1 час было 2 близких ~~разниц~~ углов между часовой и минутной

в 1 час 5 минут 2,5°

в 1 час 6 минут 3° что тоже не подход.

в 2 часа 11 минут 0,5°

далее разрыв все больше

И наконец в 3 часа 16 минут ~~разница~~ угол между стрелками 2°

+

Ответ 3 часа 16 минут (после полудня)

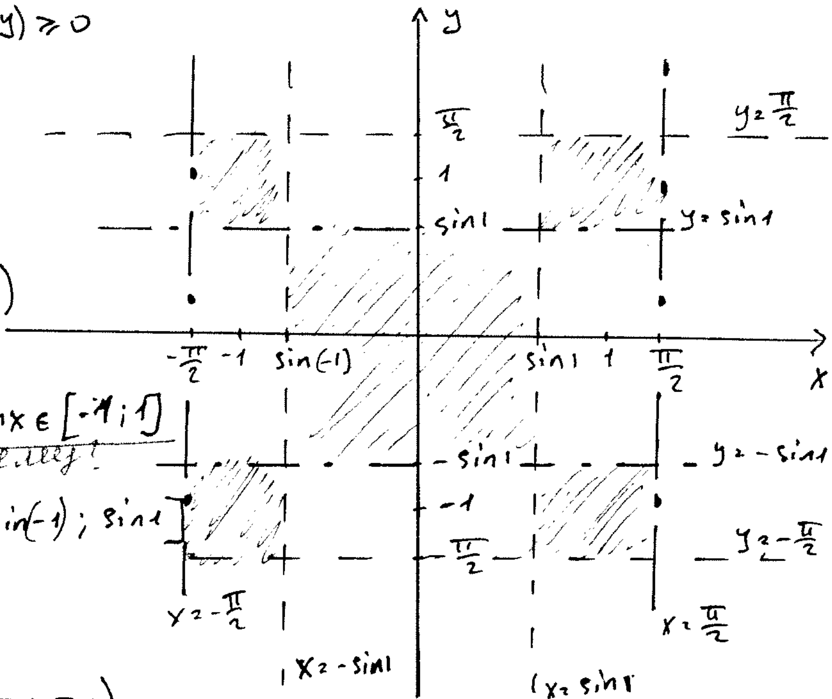
№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

ур. границ.

1) $\sin y = \arcsin x$

2) $\arcsin y = -\sin x$



Рассмотрим 1ур: (– – – –)

$\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$\sin y \in [-1; 1]$ $\Rightarrow \arcsin x \in [-1; 1]$

почему!

$\begin{cases} x \in [-1; 1] \\ \arcsin x \in [-1; 1] \end{cases} \Rightarrow x \in [\sin(-1); \sin 1]$

$y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

Рассмотрим 2ур: (–·–·–·)

$\left.\begin{matrix} \arcsin y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \sin x \in [-1; 1] \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \arcsin y \in [-1; 1] \\ y \in [-1; 1] \end{matrix}\right\} y \in [-\sin 1; \sin 1]$

$x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

подставим точку (0;0) в неравенство

$(\sin 0 - \arcsin 0)(\sin 0 + \arcsin 0) \vee 0$

$(0 - 0)(0 + 0) \geq 0$

четыре маленьких прямоугольника равны и их площадь равна

$S_{мал} = (\frac{\pi}{2} - \sin 1)(\frac{\pi}{2} - \sin 1) = (\frac{\pi}{2} - \sin 1)^2$

$S_{бол} = 2\sin 1 \cdot 2\sin 1 = 4\sin^2 1$

S фигуры $= 4S_{мал} + S_{бол} = 4(\frac{\pi}{2} - \sin 1)^2 + 4\sin^2 1$

Ответ $S = 4\left((\frac{\pi}{2} - \sin 1)^2 + \sin^2 1\right)$

—

№1

Минимальное из возможных линий это 4.

Чтобы выполнялось условие: из любых 3-х линий обязательно есть та, которая идет на М, то всего может быть только 2 линии, не идущих на М.

Также с линиями на П, только 3 линии из ~~набора~~ всех, не идущих на П, чтобы выполнялось условие.

Если линия будет 1, то она может и не идти на какое либо предприятие (неподходит)

Если 2, то аналогично могут не идти на какое-либо предприятие

Если 3, то на предприятие М пойдет, а на предприятие П не всегда

Если 4, то обязательно найдется линия идущая на оба предприятия, тогда мин. 4 линии. (<5)

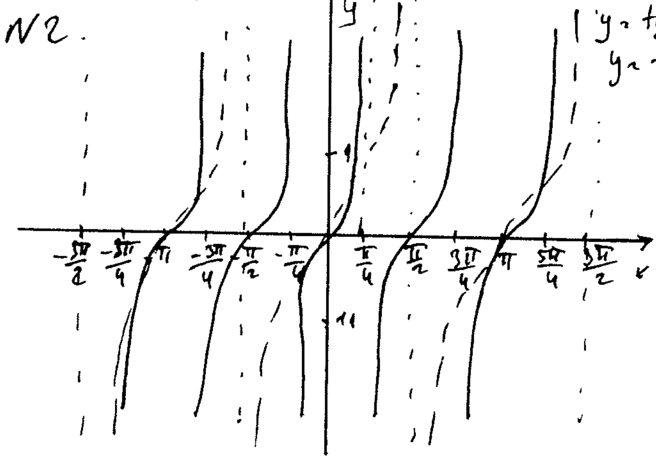
Теперь возьмем 5 любых линий, то точно 3 из них будут идти на предприятие М, чтобы выполнялось условие, тогда две другие могут быть только линиями на П, что тоже нужно чтобы выполнялось условие, если хоть бы одна линия не пойдет не туда не туда, то найдется такая тройка или четверка которая не подойдет условию.

Ответ 1) да мин. 4

2) нет

+

№2.



единственное множество значений x, при которых $tg x$ и $tg 2x$ целое число, это при

$x = \pi n$, $n \in Z$

$tg \pi n = 0$

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ 1

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ЙЦ 49-43 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КАРЛЫШЕВА

ИМЯ АНЖЕЛА

ОТЧЕСТВО ВЛАДИСЛАВОВНА

Дата рождения 24.05.1997 Класс: 11А

Предмет Математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Анж

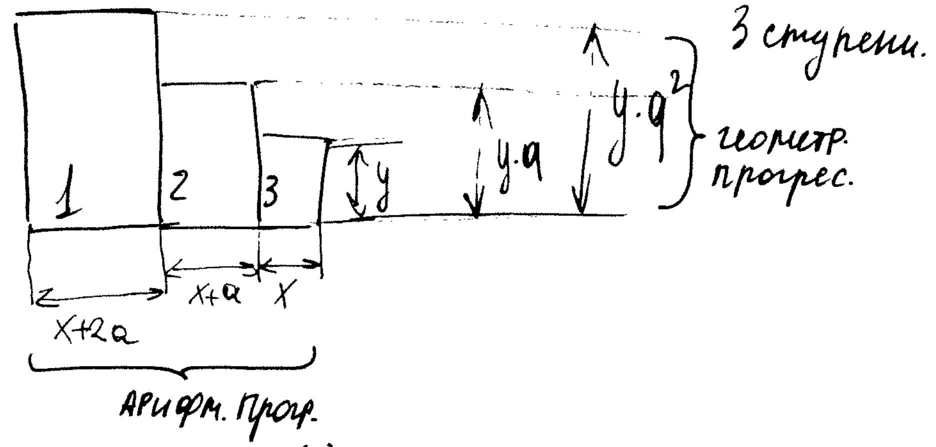
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИЦ 49-43

7)



$$\begin{cases} x \cdot y = 15 \ (дм^2) & (1) \\ y\,q\,(x+a) = 60 \ (дм^2) & (2) \\ y\,q^2\,(x+2a) = 180 \ (дм^2) & (3) \\ x + x + a + x + 2a = 30 \ (дм) & (4) \end{cases}$$

из 4: $3x + 3a = 30$

$x + a = 10 \qquad a = 10 - x$

из 2:

$y \cdot q = \cancel{20}$ $\qquad$ $y \cdot q = 6.$

$y = \frac{20}{q}$ $\qquad$ $y = \frac{6}{q}.$

$x \cdot \frac{20}{q} = 15$ $\qquad$ $x \cdot \frac{6}{q} = 15$

$q = \frac{x \cdot 20}{15} = \frac{4}{3}x$ $\qquad$ $q = \frac{x \cdot 6}{15} = \frac{2}{5}x.$

$yq \cdot q(x + a + a) = 180$ $\qquad$ $yq \cdot q(x + a + a) = 180$

$20 \cdot \frac{4}{3}x(10 + 10 - x) = 180.$ $\qquad$ $6 \cdot \frac{2x}{5}(20 - x) = \cancel{180}\ 15$

$20 \cdot \frac{4}{3}x(20 - x) = 180$ $\qquad$ $20x - x^2 = 15 \cdot 5.$

$20x - x^2 = \frac{\cancel{180} \cdot 3}{4 \cdot \cancel{20}} = \frac{27}{4}$ $\qquad$ $x^2 - 20x + 75 = 0.$?

$D = 400 - 300 = 100$

$x_1 = \frac{20 - 10}{2} = 10.$ не удовл. ($yq^2(x+2a) \ne 180$; тогда $a = 0$, не ар. ф. прогрессия)

$x^2 - 20x + \frac{27}{4} = 0$

$4x^2 - 80x + 27 = 0$

$D = 6400 - 432 = 5968$

$$\left[\begin{aligned} x_2 &= 15. \\ y &= 1 \\ q &= 6 \\ a &= -5 \end{aligned}\right.$$

Размеры четырёхугольника.

Min: 15×1

средн: 10×6

Max: $5 \times 36.$

Ответ: 15×1; 10×6; 5×36

Лист 1 из 5

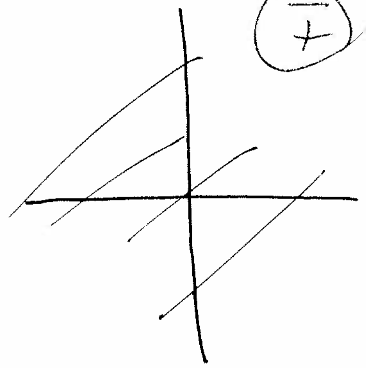
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-43

Я думаю, число линий ~~2~~ -3. т.к. при другом раскладе не удовл. высказываниям. (При 3 есть такая линия, не ведущая не на предприятие М, не не предпр. П)

3) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0.$



$\arcsin x = \sin(\arcsin x) = \sin x.$

$\arcsin y = \sin y$

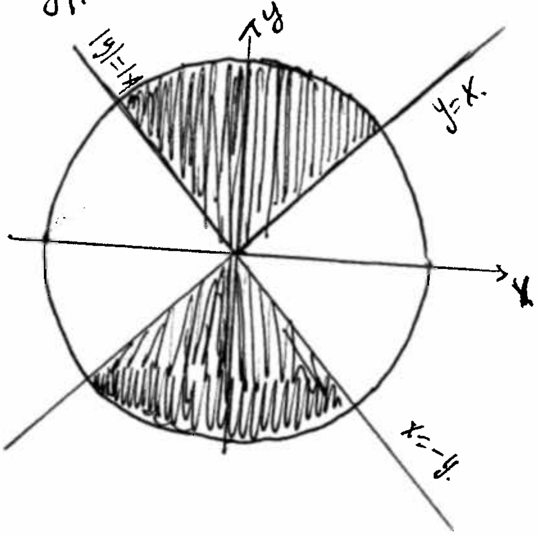
$(\sin y - \sin x)(\sin x + \cancel{\arcsin}\, \sin y) \geq 0.$

$\sin^2 y - \sin^2 x \geq 0$

$\sin^2 y - \sin^2 x \geq 0$ $\quad \sin x + \sin y = 0$ $\quad \sin y - \sin x = 0$

$|\sin y| = |\sin x|$ $\quad \sin x = -\sin y.$ $\quad y = x.$

$|x| = |y|.$



Нужно найти заштрихованную фигуру.

$S_{\text{замт. ф}} = \dfrac{S_{\text{окр}}}{2} = \dfrac{\Pi R^2}{2} = \dfrac{\Pi}{2}$

$R = 1.$

Ответ: $S = \dfrac{\Pi}{2}$ $(\approx 1{,}57).$

(—)

2) ~~tgx - целое число~~

~~tg 2x - цел ?~~

$tg \in Z.$

$tg\, 2x \in Z.$

$205^{tg x} = ?$

$tg 2x = \dfrac{\sin 2x}{\cos 2x} = \cancel{\dfrac{2}{1+\cos x}}$

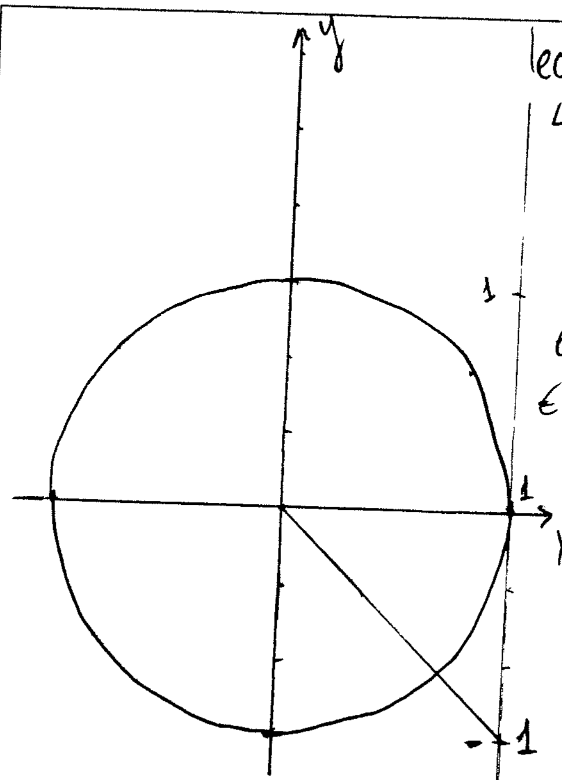
$= \dfrac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

Решим графическим способом;

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙУ 49-43



если мы рассматриваем угол меньше 45°, его $tg x$ меньше 1 ($x \notin Z$)

$tg 45° = 1$, но $tg\, 2\cdot 45° = \varnothing$. не существует

если мы рассматриваем углы $\in (45°; 90)$ то их $tg 2x \in (-1; 0)$ не целые числа.

$x = 0$

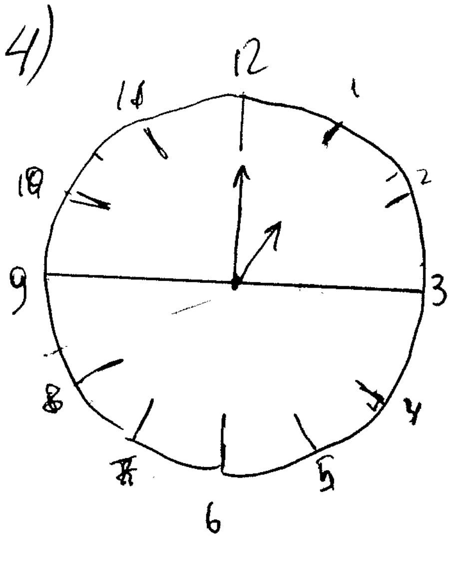
$tg x = 0$ — целое число.

$tg 2x = 0$.

тогда: $2005^{tg x} = 1$.

Ответ: 1.

4)



1) мин. стрелка.

60 мин − 360°

1 мин   x°

$x = 6°$

За 1 мин стрелка проходит 6°.

2) часов. стрелка

60·12 мин − 360°

1 мин   y°.

$y = \frac{360}{60\cdot 12} = \left(\frac{1}{2}\right)°$.

1 положение стрелки (1 мин.) разница $5\frac{1}{2}°$ не удовлетворяет условию

За 1 деление (1 час) мин. стрелка проходит 5 мин — 30°.

1ч 2мин. М: 12°
Ч: 31° не подходит. подбором находим такие значения

1ч 6 мин М: 36°
Ч: 33°

Выдан один дополнительный лист

3ч 16 мин. М - $16 \cdot 6 = 96°$

ч - $90 + \frac{16}{2} = 98°$

~~6ч 30мин~~ ~~М - 180°~~

~~ч -~~

8ч 44мин. М - $44 \cdot 6 = 264°$

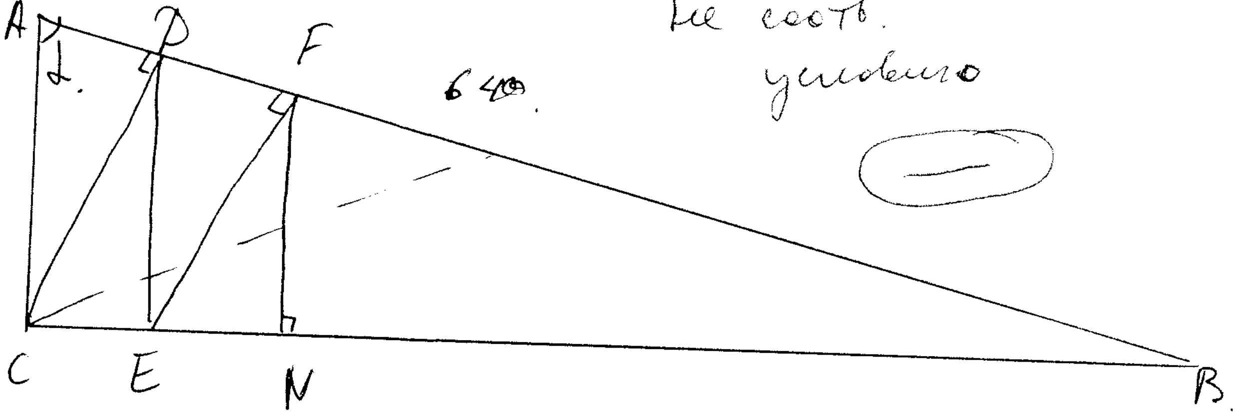
ч - $180 + 60 + \frac{44}{2} = 262°$

Впервые после полудня:

Ответ: 3часа 16 мин. +

6) $\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$L = 640$м.



не соотв. условию

—

ΔFNB - прямой

$\Delta ACB \sim \Delta FNB$. ($\angle FNB = \angle ACB = 90°$)

$\angle B$ общ.

$\frac{AC}{AB} = \frac{FN}{BF}$

Вводим один дополнительный лист ГОР

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

206		ЮF60-28
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Катунов

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 20.06.1999 Класс: 9

Предмет Математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Кат

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

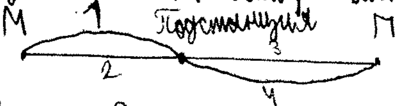
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЭ 60-28

N 1

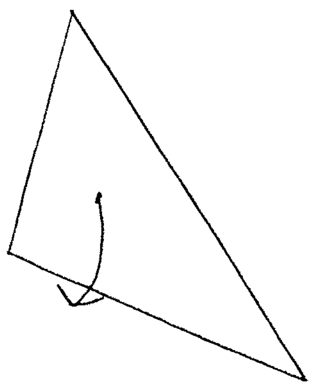
Если среди любых трёх линий есть одна, идущая в М (по условию это обязательно), то линий должно быть как минимум три. Аналогично если из любых четырёх одна обязательно идёт в П, то их как минимум должно быть четыре. Получаем, что от подстанции идут не менее четырёх линий, т.е. могут идти только четыре линии: +



Если же линий будет не меньше пяти, то рассмотрим такую ситуацию: закрепим три линии — одна ведёт в М, одна — в П и ещё одна — в другое место. Для примера возьмём пять линий. Для выполнения условия относительно М четвёртую линию придётся вести в М. Если провести 5 линию не в М, то условие задачи будет нарушено (среди 3 линий, не ведущих в М, не будет ни одной, ведущей в М). Если же провести её не в П, то условие задачи также будет нарушено (4 линии ведут не в П). Значит, 5 линию нужно вести и в М, и в П, чего сделать нельзя. Значит, если число линий не меньше пяти, они все ведут либо в М, либо в П (рассматривать случаи с 6 и более линиями можно было бы, если бы удалось разместить 5 линий).

Ответ: да, может; нет, не найдутся.

N2



−

Ответ:

N3

Чтобы уравнение имело один корень, необходимо, чтобы дискриминант был равен 0:

$x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q=0 \Rightarrow p^2=4q$

$x=-\frac{p}{2}$

~~Подставим значение x через p в выражение T(x):~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МОГ 60-28

~~$T(x)=x^2+px+q$~~ ~~$(\frac{p}{2})^2+p-\frac{p}{2}+q=\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+q=q-\frac{p^2}{4}$~~ ~~$T(x+\frac{p}{2})^2$~~ $x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$, т.к. $p^2=4q$

После всех преобразований уравнения $T(T(T(x)))=0$ получим равносильное уравнение:
$(x^2+px+q)^8+2p(x^2+px+q)^6+(p^2+2q+p)(x^2+px+q)^4+(2pq+p^2)(x^2+px+q)^2+q^2+pq+q=0$

Подставив $q=\frac{p^2}{4}$, получаем:
$(x+\frac{p}{2})^{16}+2p(x+\frac{p}{2})^{12}+(\frac{3p^2}{2}+p)(x+\frac{p}{2})^{8}+(\frac{p^3}{2}+p^2)(x+\frac{p}{2})^4+\frac{p^4}{16}+\frac{p^3}{4}+\frac{p^2}{4}=0$,

Если $\frac{p^4}{16}+\frac{p^3}{4}+\frac{p^2}{4}=\frac{p^2}{4}(\frac{p^2}{4}+p+1)=0$, т.е. $p=0$ или $p=-2$, то $x=-\frac{p}{2}$ (0 или 1)

Уравнение также имеет корень $x=q$ и $x=q+p+1$ (если $p=0$, т.к. $q^2+pq+q=$ $=\frac{p^4}{16}+\frac{p^3}{4}+\frac{p^2}{4}$) (0 или 1).

Ответ: 0; 1;

не объяснено откуда 6,30 и 0

№4

Пусть после 12:00 прошло n целых часов (~~n натуральное число~~ $n\geq 0$) и x минут ($x<60$; x-целое). Тогда условие задачи запишется как:
$|30n+0{,}5x-6x|=2$; или $30n-5{,}5x=\pm 2$; где $30n$ - угол поворота часовой стрелки за n часов; $0{,}5x$ - угол поворота часовой стрелки за x минут; $6x$ - угол поворота минутной стрелки за x минут (часы для минутной стрелки роли не играют). Будем подставлять n и искать x:

$n=0$: $-5{,}5x=\pm 2$; x - нецелое число

1) $n=1$

$30-5{,}5x=2$ или $30-5{,}5x=-2$
$28=5{,}5x$; x-нецелое число; $32=5{,}5x$; x-нецелое число

2) $n=2$

$60-5{,}5x=2$ или $60-5{,}5x=-2$
$58=5{,}5x$; x-нецелое число; $62=5{,}5x$; x-нецелое число

3) $n=3$

$90-5{,}5x=2$ или $90-5{,}5x=-2$
$88=5{,}5x \,/\cdot 2$
$176=11x$
$x=16$
$92=5{,}5x$; x-нецелое число

+

Т.к. это событие произошло впервые после полудня, то дальнейший поиск подбором n и x не имеет смысла. Значит, угол $2°$ образуется между стрелками через 3 часа и 16 минут после 12:00, т.е. в 15:16.

Ответ: 15:16.

№5

+

Для получения максимального дохода необходимо задействовать всю сумму. Но учитывая то, что заранее неизвестно, в каком банке вклад удвоится, в каком - утроится, а в каком - пропадёт, необходимо разделить деньги на три равные части (т.е. по 200000 рублей) и отнести по одной из частей в каждый банк. В этом случае через год, даже с учётом того, что один из банков разорится, Иван Иванович получит 400000+600000=1000000 рублей. Его доход будет 400000 рублей (максимально возможный согласно условию задачи).

Ответ: разделить все деньги на три равные части и каждую часть положить в каждый из банков; 1000000 рублей.

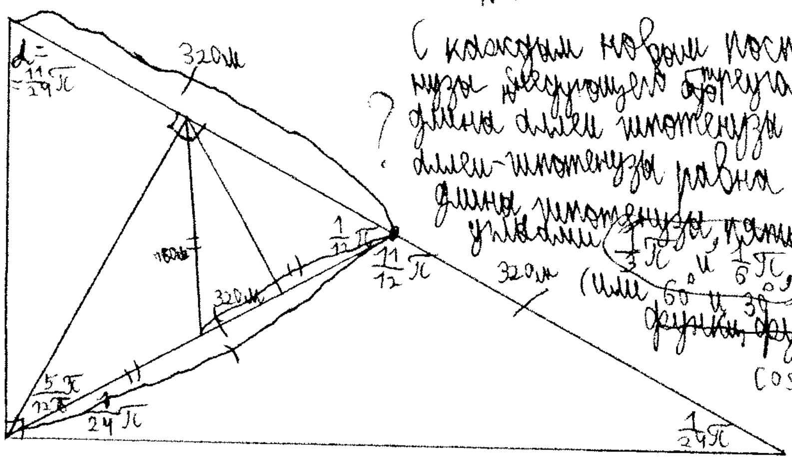
не обосновано

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-28

№6



С каждым новым построением длина алли-гипотенузы следующего треугольника будет в два раза меньше длина алли гипотенузы предыдущего. Значит, длина пятой алли-гипотенузы равна $\frac{640}{2\cdot2\cdot2\cdot2}=\frac{640}{16}=40$ метров. ~~Помимо длины гипотенузы~~ можно задать, пятый треугольник ~~будет иметь~~ углами $\frac{1}{3}\pi$ и $\frac{1}{6}\pi$, прилежащими к гипотенузе (или 60° и 30° в градусной мере). Используя ~~функц, функцию~~ формулы $\sin\alpha=\frac{a}{c}$ и $\cos\alpha=\frac{b}{c}$, найдем площадь пятого треугольника:

$$S=\frac{ab}{2}=\frac{c\cdot\sin\alpha\cdot c\cdot\cos\alpha}{2}=\frac{c^2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2}$$

За α можно взять и 30°, и 60° ($\sin 30°=\cos 60°$; $\cos 30°=\sin 60°$). Подставляя числовые данные получаем:

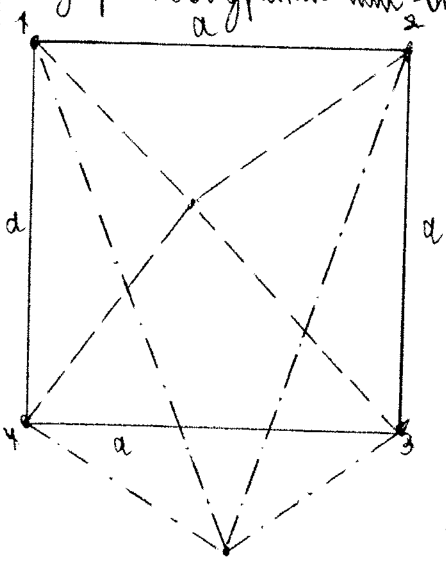
$$S=\frac{40^2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}}{2}=\frac{1600\sqrt3}{8}=200\sqrt3 \text{ м}^2.$$

±

Ответ: 40 м; $200\sqrt3$ м².

№7

Если Мюллер должен верить такому сообщению, то расстояния от радиостанций до передатчика найдены верно. Пусть квадрат, в вершинах которого находятся точки прослушивания, имеет сторону a (неважно, где находится передатчик: внутри квадрата или вне его):



Независимо от того, где находится передатчик, он образует треугольники, в которых верны ~~неравенства~~ неравенства (выбираем любую вершину и по часовой стрелке обозначаем удаленность от передатчика):

$\begin{cases}1+9>a\\ a+1>5\end{cases}$ $\begin{cases}9+4>a\\ a+4>9\end{cases}$ $\begin{cases}4+5>a\\ a+4>5\end{cases}$ $\begin{cases}1+5>a\\ a+1>5\end{cases}$;

или $\begin{cases}10>a\\ a>4\end{cases}$ $\begin{cases}13>a\\ a>5\end{cases}$ $\begin{cases}9>a\\ a>1\end{cases}$ $\begin{cases}6>a\\ a>4\end{cases}$

Учитывая, что a — сторона квадрата (одинаковая во всех случаях), эти системы можно объединить в одну:

$$\begin{cases}a>1\\ a>4\\ a>5\\ a<6\\ a<9\\ a<10\\ a<13\end{cases} \Rightarrow 5<a<6$$

Для данной системы можно найти a. Значит, квадрат существует, т.е. Мюллер должен верить Штирлицу.

Ответ: да, должен.

Задача не решена

−

Твор.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	LA 54-24 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Каун

ИМЯ Татьяна

ОТЧЕСТВО Васильевна

Дата рождения 29.09.1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Каун

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Минимальное количество линий должно быть 4, т.к. в условии говорится о четырёх линиях. 4<5, значит число всех линий может быть меньше пяти. (Тогда среди них одна будет вести в П, две - в М, а ещё одна в другое место)

Чтобы среди любых n линий всегда была одна, ведущая в определённое место, ~~таких должно быть~~ то линий, туда не ведущих, должно быть n-1. Т.е. линий, не ведущих в П, при общем количестве линий больше пяти, будет 4-1=3. А не ведущих в М ~~их~~ - 3-1=2. +

Таким образом, линий, ведущих в П, не более 2, т.к. они не ведут в М, а линий, ведущих в М, не более 3, т.к. они не ведут в П. Значит всего линий не более 5. Если линий 5, то 2 из них ведут в П, а 3 - в М. Не ведущих ни в М, ни в П нет.

Ответ: да; нет.

№2.

Если во время вращения треугольника постоянно отмечать точки, в которых оказываются его вершины, то обнаружится, что ~~то~~ получится окружность. Наименьшая окружность, внутри которой будет вращаться треугольник, это та, которая описана вокруг него. Значит ось вращения должна проходить через центр описанной вокруг треугольника окружности. +

№4.

Минутная стрелка совершает ~~один~~ полный оборот за 60 мин, часовая - за 720 мин.

$V_{мин.} = \frac{360°}{60 мин.} = 6°/мин.$

$V_{час.} = \frac{360°}{720 мин} = 0,5°/мин.$

~~Расстояние~~ Угол между стрелками можно рассчитать как $\alpha = t(V_{мин.} - V_{час.}) = t \cdot (6°/мин - 0,5°/мин.) = t \cdot 5,5°/мин.$

Чтобы угол между стрелками был равен 2°, надо чтобы α был равен 2° или $360° \cdot X - 2°$. Тогда $t = \frac{\alpha}{5,5°/мин}$. Т.к. $t \in \mathbb{Z}$, то $\alpha \vdots 5,5°/мин$. При $\alpha = 2°$ это не выполняется. Методом перебора находим, что $X = 3$.

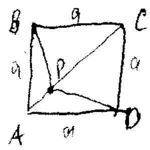
$t = \frac{360° \cdot 3 - 2°}{5,5°/мин} = \frac{1078°}{5,5°/мин.} = 196$ мин. $= 3$ ч. 16 мин. Значит время было 15:16

Ответ: 15:16 (15 часов 16 минут).

№7.

Рассмотрим три случая, когда передатчик находится внутри квадрата, снаружи, и когда лежит на стороне. Пусть сторона квадрата = a.

1) внутри: известно, что сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. ~~Про~~ Подставим разные расстояния.



$a < 1+9$ — $a < 10$

$a < 1+4$ — $a < 5$

$a < 1+5$ — $a < 6$

$a < 4+9$ — $a < 13$

$a < 5+9$ — $a < 14$

$a < 4+5$ — $a < 9$

$a < 5$ ~~[illegible]~~. По тому же правилу:

$1+a > 9$ — $a > 8$

$4+a > 9$ — $a > 5$

$5+a > 9$ — $a > 4$

$1+a > 5$ — $a > 4$

$1+a > 4$ — $a > 3$

$4+a > 5$ — $a > 1$

$5+a > 4$ — $a > -1$

$4+a > 1$

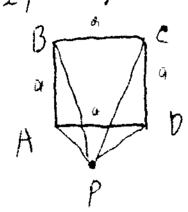
$5+a > 1$

$9+a > 4$

$9+a > 5$

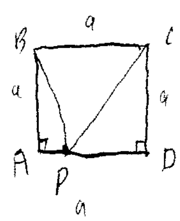
противоречие. Такого быть не может.

2) снаружи.



здесь те же треугольники, что и в 1).

3) на стороне



в прямоугольном треугольнике гипотенуза длиннее катета. Значит сторона квадрата меньше, чем BP и PC ⇒ BP и PC — наибольшие из расстояний, т.е. 5 и 9, тогда $a = 1+4 = 5$. Но тогда гипотенуза равна катету чего быть не может. Противоречие.

Такого быть не могло, значит Мюллер не должен верить такому сообщению.

Ответ: нет.

№5.

Т.к. неизвестно, в каком из банков деньги увеличатся в 2 и 3 раза, и неизвестно, какой разорится, то в каждый из 3-х банков надо положить одинаковую сумму.

Допустим, Иван Иванович разделил сумму на 4 равные части и положил поровну в банки и дом, тогда: $\frac{600\,000 \text{ р.}}{4} = 150\,000$ р. = 150 тыс. р.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ LA 54-24

1) 1 – 150 тыс. р. → 300 тыс. р.
2 – 150 тыс. р. → 450 тыс. р.
3 – 150 тыс. р. → K · 150 тыс. р.
дом – 150 тыс. р.

Пусть в последнем банке вклад увеличится в K раз, K > 1

если разорится 1 банк, то Иван Иванович получит 600 тыс. р. + K · 150 тыс. р. (> 750 тыс. р.)

если 2 банк – то 450 тыс. р. + K · 150 тыс. р. (> 600 тыс. р.)

если 3 банк – то 900 тыс. р.

Самый худший вариант – если разорится банк, где вклад утраивается либо тот, где увеличивается в K раз (зависит от K)

допустим, Иван Иванович разделил сумму на 3 равные части и положил в 3 банка. $\frac{600 \text{ тыс. р.}}{3} = 200$ тыс. р. тогда:

2) 1 – 200 тыс. р. → 400 тыс. р.
2 – 200 тыс. р. → 600 тыс. р.
3 – 200 тыс. р. → K · 200 тыс. р.
дом – 0

если разорится 1 банк, то Иван Иванович получит 600 тыс. р. + K · 200 тыс. р. (> 800 тыс. р.)

если 2 банк – то 400 тыс. р. + K · 200 тыс. р. (> 600 тыс. р.)

если 3 банк – то 1000 тыс. р.

в 1-м и 3-м случае ~~второй~~ вариант вклада выгодней. Сравним при 2-м случае ~~варианте~~.

$450 + K \cdot 150 < 400 + K \cdot 200$

$150(3+K) < 200(2+K) \quad |:50$

$3(3+K) < 4(2+K)$

$9 + 3K < 8 + 4K$

$1 + 3K < 3K + K$

$1 < K$

рассматривать другие случаи нет смысла, т.к. чем больше вклад – тем больше с него прибыли.

Искажен смысл задачи

Ответ: ему надо положить по 200 тыс. р. в каждый банк и тогда он получит на руки через год столько, сколько указано во 2-м случае.

№ 3

$x^2 + px + q = 0 \quad D = p^2 - 4q$ Корень один, значит $D = 0$; $p^2 - 4q = 0$

$p = 2\sqrt{q} \quad x^2 + px + q = x^2 + 2\sqrt{q}\,x + q = (x + \sqrt{q})^2 = 0 \quad x = -\sqrt{q}$

$T(x) = 0 \Rightarrow T(T(x)) = T(0) = 0^2 + p \cdot 0 + q = q$

$T(T(T(x))) = T(T(0)) = T(q) = q^2 + pq + q = q(q + p + 1) = q(q + 2\sqrt{q} + 1) = q(\sqrt{q} + 1)^2 = 0$

$q = 0$ или $(\sqrt{q} + 1)^2 = 0$

$\sqrt{q} + 1 = 0$

$\sqrt{q} = -1$ (н)

$q = 0 \Rightarrow p = 2\sqrt{0} = 0$

$\Rightarrow x = -\sqrt{0} = 0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

КИТ 42-56

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Кирий

ИМЯ Семен

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 02.11.2001

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

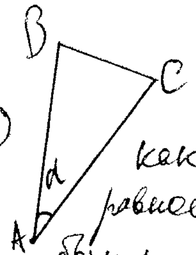
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Так как в город М идёт 1 из любых 3-х линий, линий, не идущих на М — 2. В случае, если линий всего ровно 5, максимум можно сделать 2 линии, не идущие никуда, но можно и меньше (т.е. ≤ 2). Во всех случаях по условию (линий ≥ 5) есть линии, которые идут и в М, и в П.

(−)

Итак, линий, не идущих ни в М, ни в П, максимум 2. Однако всё зависит от того, сколько всего линий и какие выбраны. Поэтому количество принадлежит отрезку $[0; 2]$.

№2.



(+)

ΔABC не может быть равносторонним, так как сумма углов треугольника $= 180°$, т.е. каждый угол равностороннего треугольника $= 60°$, а $\angle \alpha = 30°$. Но ΔABC может быть равнобедренным, ~~где α~~ Чтобы S образуемой фигуры была наименьшей, лучше будет, если $\angle \alpha$ - не угол при основании равнобедренного треугольника. Тогда $AC : AB : CB$, где $AC = AB > CB$.

№3. Пусть x - сын; y - отец; z - мать.

$x + y + z = 65$.

$(x-9)+(y-9)+(z-9) = 40$

$y - 4 = (x-4)\cdot 9$

~~Во~~ $y \vdots 9$.

Возьмём стандартную семью. Тогда $(y-4) \geq 18$, т.к. $18 \vdots 9$. Если $(y-4) = 18$, то $y = 22$, $(x-4) = 2$, $x = 6$. Тогда $z = 65 - (6+22) = 37$

9 лет назад сын не родился, т.е. $(x-9) = 0$. $40 = (y-9)+(z-9) = 13 + 22$, что неверно.

Тогда $(y-4) = 27$, $y = 31 \Rightarrow (x-4) = 3 \Rightarrow x = 7$. $z = 65 - (31+7) = 27$.

9 лет назад сын не родился, т.е. $(x-9) = 0$. $40 = (y-9)+(z-9)$

$40 = 22 + 18$ - верно

(+)

Ответ: сейчас отцу 31 год.

№5. 5 — 5 минут ожидания.

| посылки $\xrightarrow{5}$ письма → бандероли → письма → посылки → бандероли $\xrightarrow{5}$ → письма → бандероли → посылки $\xrightarrow{5}$ бандероли $\xrightarrow{5}$ письма → посылки → → письма $\xrightarrow{5}$ бандероли $\xrightarrow{5}$ посылки → бандероли → письма $\xrightarrow{5}$ → → бандероли → посылки → письма → бандероли → письма $\xrightarrow{5\text{ мин}}$ |

(150 минут)

150 — 1-е число от нуля, которое кратно 15, 25 и 10, поэтому каждые 150 минут работы Печкина одинаковые.

16 ч. − 8 ч = 8 часов — работа Печкина

8 часов = 480 минутам. Значит Печкин пройдёт 3 таких 150 минутных „круга" и ещё 30 минут.

В каждом таком „круге" 6 посылок, 8 писем, 8 бандеролей. В первые 30-ти минутах 2 посылки, 2 письма и 1 бандероль.

Отсюда всего за рабочий день 20 посылок, 26 писем и 25 бандеролей.

Ответ: 20 посылок, 26 писем, 25 бандеролей.

+

№7. Предположим, что шпионы дали верные данные. Тогда удобнее предположить, что квадрат — 5×5 км. Чтобы точка была на 1 км от 1 вершины и на 4 км от другой, радиоприёмник должен быть на грани квадрата. От другой вершины 5 км до другой, а значит до точки >5 км. Диагональ данного квадрата ≈ 7,06 км, что < 9 км, а точка ещё ближе.

Если брать квадраты другими сторонами, то всё равно будет выполняться не более 2-х условий. Но это частный случай.

Ответ: показания шпионов неверны, но чтобы Красная Армия победила в войне, мастер должен поверить шпиону.

+

№6. Начнём с 2^{2015}

3 степени 2 чередуются с 4 степенями, где 3 степени — нечёт. количество цифр в числе, где 4 степени — чётное. Значит всего таких 7 в круге.

$\frac{2015}{7} \approx 287$. $287 \cdot 7 = 2009 \Rightarrow 2^{2010} - 2^{2012}$ — неч, $2^{2013} - 2^{2015}$ — чётное.

С каждым таким кругом количество цифр увеличивается на 2

$287 \cdot 2 = 574$. $574 + 2 = 576$ — столько цифр в числе 2^{2015}

Теперь 5^{2015}.

Здесь степени чередуются так: 1 степень - нечётное кол-во цифр, 2 степени - чётное, кроме 1-го круга. Там 2 степени - неч., 1 степень - чёт. Поэтому $2015-1=2014$.

Всего в круге 3 степени. $\frac{2014}{3}=671$. $671\cdot3=2013$. $2013+1=2014$, т.е. 5^{2015} - неч. кол-во цифр. $671\cdot2+1=1343$.

Итак, $576+1343=1919$.

Ответ: 1919 знаков

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 4102

ОВ67-93

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КИРЯКИНА

ИМЯ МАРИНА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 11.12.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

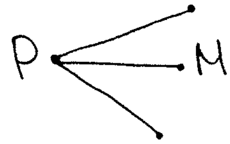
Работа выполнена на 3 листах

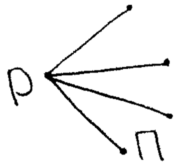
Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① Р-распределительная подстанция





В условии сказано, что среди любых 4 есть линия, ведущая в П. Следовательно, мы можем сделать вывод, что любые 4 линии (одна из них веден в П) включают в себя любые 3 линии, одна из которых ведет в М.

⇒ Число всех линий может быть меньше 5.

+

②

tgx ; $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

$tg2x$; $tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

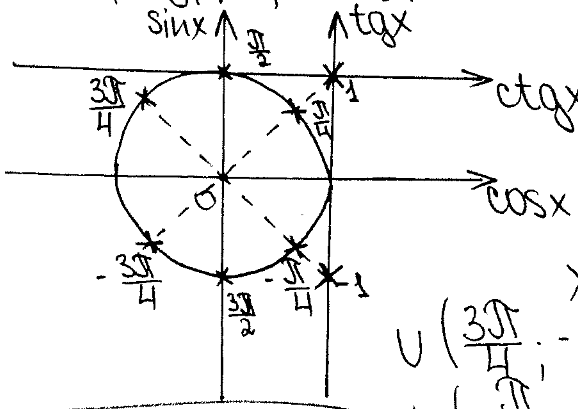
$1 - tg^2x \neq 0$

$tg^2x \neq 1$

$tgx \neq 1$ или $tgx \neq -1$

$x \neq \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in Z$ $\quad x \neq -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

±



Р - множество целых чисел.

Для множества Р:

$x \in (-\infty; \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}) \cup (-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}) \cup (-\frac{\pi}{4}; +\infty)$.

③ $x^2 + px + q = 0$

$T(x) = x^2 + px + q$

$T(T(T(x))) = 0$

$T(T^2(x)) = 0$

$T^3(x) = 0$

$(x^2 + px + q)^3 = 0$

$x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q\cdot 1=p^2-4q$

Из условия: уравнение имеет 1 корень.

$\Rightarrow D=0$

$p^2-4q=0$

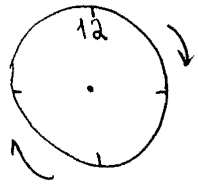
$(p-2\sqrt{q})(p+2\sqrt{q})=0$

$p=2\sqrt{q}$ или $p=-2\sqrt{q}$

$x=\frac{-p}{2}$

Ответ:

$-\frac{p}{2}$; $-\sqrt{q}$; $\sqrt{q}$ ±

④ 

в 1 часе 60 минут

$\Rightarrow 1^\circ = 6$ минут

$2^\circ = 12$ минут

$\Rightarrow$ время равно: 12:12

Ответ: 12:12 ±

⑤ В городе N 3 банка. Условно обозначим их a, b и c.

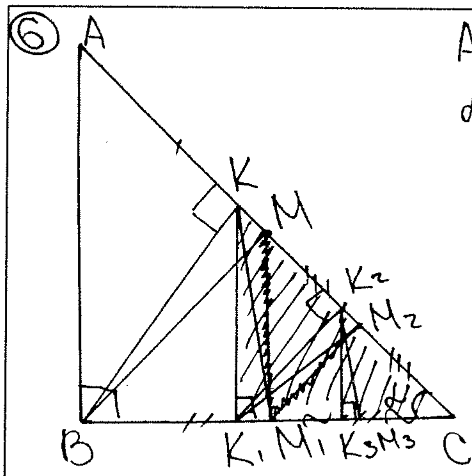
Положим в каждый банк равную сумму денег:

a = 200.000 р.	Через год 8000000000000
b = 200.000 р.	40000000000
c = 200.000 р.	0

Σ = 8.000.040.000.000.000 р. ±

Ответ: 8.000.040.000.000.000 р.

⑥



$AC = 640$ м

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$AM = MC$

$\angle BAC = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

$K_2C = \frac{1}{4}AC = \frac{640}{4} = 160$ м

$\angle CK_2K_3 = \angle CAB$ (из подоб. Δ)

по теореме синусов:

$$\frac{K_2C}{\sin\angle CK_3K_2} = \frac{K_2K_3}{\sin\angle \cancel{CK_2K_3}\, K_2CK_3}$$

$$K_2K_3 = \frac{160\cdot\sin\frac{11\pi}{24}}{1} = 160\sin\frac{11\pi}{24}$$

по теореме синусов:

$$\frac{K_2C}{\sin\angle CK_3K_2} = \frac{K_3C}{\sin\angle CK_2K_3}$$

$$K_3C = \frac{160\cdot\sin\frac{\pi}{24}}{1} = 160\sin\frac{\pi}{24}$$

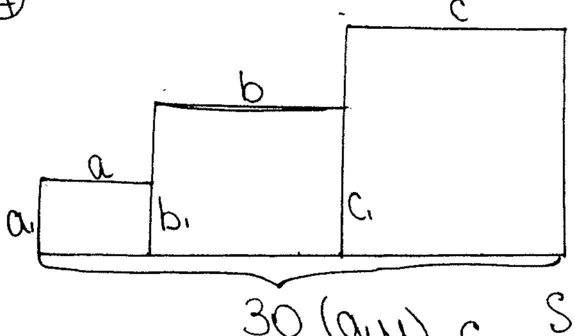
$$S_{CK_2K_3} = \frac{1}{2}K_3C\cdot K_2K_3 = \frac{1\cdot \cancel{160}^{80}\sin\frac{\pi}{24}}{\cancel{2}_1}\cdot 160\sin\frac{11\pi}{24} =$$

$$= 12800\sin\frac{\pi}{24}\cdot\sin\frac{11\pi}{24}\ \text{м}^2$$

+

Ответ: 160 м; $12800\sin\frac{\pi}{24}\sin\frac{11\pi}{24}$ м^2

⑦



$S_a = aa_1 = 15$ (дм)

$S_b = bb_1 = 60$ (дм)

$S_c = cc_1 = 180$ (дм)

$S_п = 15+60+180 = 275$ дм^2

$a+b+c = 30$ (дм)

$$c_1 = \frac{S_п + (S_3 - S_1) + (S_3 - S_2)}{30} = \frac{245+165+120}{30} = 18\frac{2}{3}\ (\text{дм})$$

$$c = \frac{S_c}{c_1} = \frac{180\cdot 3}{56} = 9\frac{9}{14}\ (\text{дм})$$

$a+b = 30 - 9\frac{9}{14} = 21$ (дм)

$S_{ab} = 15+60 = 75$ (дм)

$$b_1 = \frac{S_{ab} + (S_b - S_a)}{21} = \frac{120}{21} = 5\frac{15}{21}\ (\text{дм})$$

$$b = \frac{60\cdot 21}{120} = \frac{1260}{120} = \frac{63}{6} = 10\frac{1}{2} = 10{,}5\ (\text{дм})$$

$a = 21 - 10{,}5 = 10{,}5$ (дм)

$$a_1 = \frac{S_a}{a} = \frac{15}{10{,}5} = 1\frac{5}{\frac{11}{2}} = 1\frac{10}{11}\ (\text{дм})$$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	НВ 86-83 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Климович

ИМЯ Вероника

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 14.03.1999 Класс: 10

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 05 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОВ 86-83

№3. ★

$x^2+px+q=0$ – 1 корень, ; $T(x)=x^2+px+q$; – функция квадратичная. График – парабола. ветви вверх.

Выясним, при каких x, $T(x)=0$.

$D=p^2-4q=0$, т.к. ур-е имеет 1 корень, т.е. $\underset{\geq 0}{p^2}=4q$,

$p^2\geq 0$, значит, чтобы ур-е имело смысл $4q\geq 0$.

Обе части ур-я неотрицательны, значит можем извлечь корень.

$p=2\sqrt{q}$, т.е.

$x=\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}=\frac{-p}{2}$; – 1ое решение.

Рассмотрим $T(T(x))$, т.е. $T(-\frac{p}{2})$;

$T(-\frac{p}{2})=\frac{p^2}{4}+p\cdot(-\frac{p}{2})+q$; $T(-\frac{p}{2})=\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+q$;

Выясним, при каких значениях аргумента, функция будет $=0$.

$\frac{p^2}{4}-\frac{2p^2}{4}+q=0$; $-\frac{p^2}{4}+q=0$; $-p^2+4q=0$

$p^2=4q$,

как говорилось раньше, обе части ур-я ≥ 0, т.е.

$p=2\sqrt{q}$; $\|:2$

$\frac{p}{2}=\sqrt{q}$; $\|\cdot(-1)$

$-\frac{p}{2}=-\sqrt{q}$ – 2ое решение.

Рассмотрим $T(T(T(x)))$, т.е. $T(T(-\frac{p}{2}))$, т.е. $T(-\sqrt{q})=0$.

$q+p\cdot(-\sqrt{q})+q=0$;

$2q-p\sqrt{q}=0$;

$\sqrt{q}(2\sqrt{q}-p)=0$; $\left[\begin{array}{l}\sqrt{q}=0\\2\sqrt{q}=p\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}q=0\\\frac{p}{2}=\sqrt{q}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}q=0 \text{ – 3е решение}\\-\frac{p}{2}=-\sqrt{q} \text{ – 2 решение}\end{array}\right.$

~~Ответ~~: 1 решение: $x=\frac{-p}{2}$;

2 решение: $-\frac{p}{2}=-\sqrt{q}=x$

3 решение: $q=0$; $x^2+px+0=0$;

$x(x+p)=0$

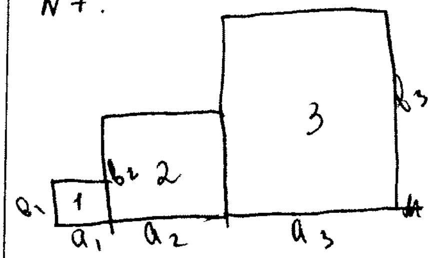
$\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-p\end{array}\right.$

Ответ: $\frac{-p}{2}$; $-p$; 0;

$-$ / $+$

$p=?$

N7.



~~Sф~~ фигуры 1, 2, 3 – прямоугольники

$S_{прям.} = ab$

$S_1 = a_1 b_1 = 15 дм^2$

$S_2 = a_2 b_2 = 60 дм^2$

$S_3 = a_3 b_3 = 180 дм^2$

a_1, a_2, a_3 – арифметическая прогрессия.

b_1, b_2, b_3 – геометрическая прогрессия.

$a_1 + a_2 + a_3 = 30 дм.$

Распишем формулы S: $S_1 = a_1 b_1 = 15$

$S_2 = a_2 b_2 = (a_1 + d) b_1 q = 60$

$S_3 = a_3 b_3 = (a_1 + 2d) b_1 q^2 = 180$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

~~$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d$~~ $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30 \;|| :3$

$a_1 + d = 10$

$\underline{a_2 = 10 дм}$ $S_2 = a_2 b_2 = 10 \cdot b_2 = 60 дм^2$

т.е. $b_2 = \underline{6 дм}$

$a_1 + 10 + a_3 = a_1 + 10 + a_2 + d = a_1 + 20 + d = 30.$

? Получаем, что ~~a1~~ $d = a_1$, т.к. в противном случае, мы получим, что основания не составляют ~~геометр~~ арифметическую прогрессию.

$a_1 + d = 10$

$2a_1 = 10$

$a_1 = 5; d = 5.$

т.е. $a_1 = 5; a_2 = 5+5; a_3 = 5 + 5 \cdot 2 = 15$; Проверим: $a_1 + a_2 + a_3 \stackrel{?}{=} 30$

$5 + 10 + 15 = 30$

$30 = 30$, верно.

$S_1 = a_1 b_1 = 5 \cdot b_1 = 15; b_1 = 3;$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{3} = 2$; т.е. $b_3 = 6 \cdot 2 = 12.$

+

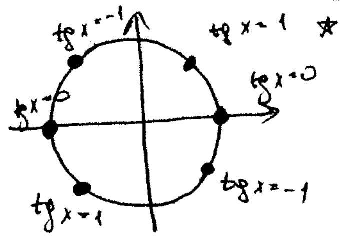
Также можем составить отношение:

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{a_2 b_2}{a_1 b_1} = \frac{60}{15} = 4$; $\frac{S_2}{S_1} = \frac{a_2 \cdot b_1 q}{a_1 b_1} = \frac{a_2 \cdot q}{a_1} = 4$, т.е. стороны 2 в 2 раза больше сторон 1, верно: $a_2 = 2a_1$; $b_2 = 2b_1$;

Ответ: размер 1: $h = 3$; $l = 5$; 2: $h = 6$; $l = 10$; 3: $h = 12$; $l = 15$;

3×5; 6×10; 12×15.

№2.
$tg\,x,\ tg\,2x \in Z$, при каких x?



$tg\,x$; при $x = \pi n$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ – $tg\,x$ принимает целые значение

В точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, tg не определен.

В точках $x = \pi n$, $tg\,x = 0$, $0 \in Z$
$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $tg\,x = \pm 1$, $\pm 1 \in Z$;

(+)

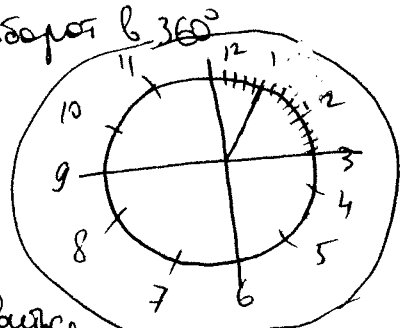
т.е. $tg\,x \in Z$, при $x \in \pi n \cup x \in \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$. ?

$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1 - tg^2x}$; ОДЗ: $tg^2x \neq 1$ $\begin{cases} tg\,x \neq 1 \\ tg\,x \neq -1 \end{cases}$ – а $tg\,x = 1$, при $x \in \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$;

При $x = \pi n$; $\frac{2\,tg\,\pi n}{1 - tg^2 \pi n} = \frac{2 \cdot 0}{1 - 0} = \frac{0}{1} = 0 \in Z$; при $n \in Z$

Ответ: при $x \in \pi n$, $n \in Z$, $tg\,x$ и $tg\,2x \in Z$.

№4.
За час: минутная стрелка делает оборот в $360°$
часовая проходит $30°$;



За минуту: минутная $6°$
часовая $\frac{1}{2}°$

Рассмотрим: 1ый час.
2 минуты: ЧС $1°$, МС $12°$ – разница будет становиться больше и больше

Рассмотрим 2ой час:
62 минуты: ЧС: $31°$, МС: $12°$
64 минуты: ЧС $32°$, МС: $24°$
66 мин: ЧС: $33°$, МС: $36°$ } разница $3°$

(±)

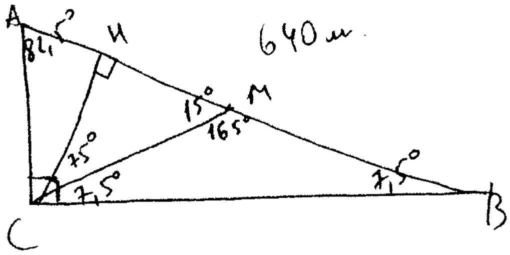
Рассмотрим 3ий час:
122 минуты: ЧС $61°$, МС: $12°$
126 минут: ЧС: $63°$, МС: $36°$
130 мин: ЧС: $65°$, МС: $60°$ ~~} разница $5°$~~
132 мин: ЧС: 66, МС: 72 } – разница 6

Рассмотрим 4 час:
182 мин: ЧС: $91°$, МС: $12°$
186 мин: ЧС: $93°$, МС: $36°$
190 мин: ЧС: $95°$; МС = $60°$
194 мин: ЧС: $97°$, МС: $84°$
196 мин: ЧС: $98°$, МС: $96°$ } $2°$

Ответ: Через 196 мин, т.е. через 3 ч 16 минут,
т.е. 15:16 мин.

нерациональное решение

№ 6.



Дано: $\triangle ABC: \angle C = 90°$.

1. Д.п. высота и медиана CH CM

2. $\alpha = \frac{11\pi}{24} = \frac{11 \cdot 180}{24} = \frac{11 \cdot 30}{4} = \frac{11 \cdot 15}{2} = 82,5°$

~~т.~~ $\alpha = \angle CAB$.

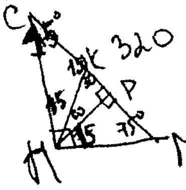
т.е. $\angle CBA = 90° - 82,5° = 7,5°$

(т.к. сумма острых углов в прямоуг. треугол. $= 90°$)

~~Т.~~ 3. Медиана прямоугольного треугольника проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

т.е. $CM = \frac{1}{2} AB = 320$ м

4. Рассмотрим 1ый образ. треугольник $\triangle CHM$ ($\angle H = 90°$)

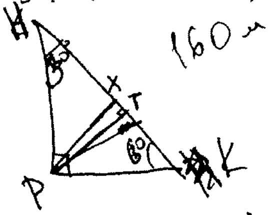


Д.п. HK – медиана
HP – высота

$\angle HCM = 15°$, а $\angle HMC = 75°$ (из расчетов, что в треуг. сумма всех углов $= 180°$
в равноб. $\triangle$ ~~сумма~~ углы при основ. равны,
в прямоуг. $\triangle$ сумма острых углов $= 90°$)

$HK = \frac{1}{2} CM = 160$ м

5. Рассмотрим 2ой образ. треугольник $\triangle HKP$ ($\angle P = 90°$)



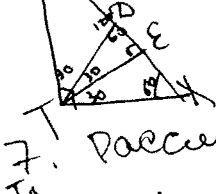
$\angle PKH = 60°$
$\angle PHK = 30°$ (из тех же расчетов)

$KP = \frac{1}{2} HK = 80$ (катет, лежащий против угла в 30°)

Д.п. PX – медиана ;
PT – высота

$PX = \frac{1}{2} HK = 80$ м

6. Рассмотрим $\triangle PTX$ ($\angle T = 90°$) – 3ий образ. $\triangle$.

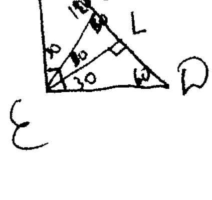


$\angle PXT = 60°$
$\angle TPX = 30°$ /

Д.п. TE – высота
TD – медиана

$TD = \frac{1}{2} PX = 40$ м (медиана)
$TX = \frac{1}{2} PX = 40$ м (катет против $\angle 30°$)

7. Рассмотрим $\triangle DET$ ($\angle E = 90°$) – 4ый образ. $\triangle$.



$\angle TDE = 60°$;
$\angle ETD = 30°$;

Д.п. EG – медиана
EL – высота

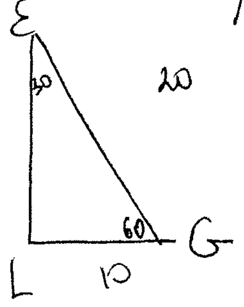
$EG = \frac{1}{2} TD = 20$ м ; $ED = \frac{1}{2} TD = 20$ м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МВ 86-83

8. Рассмотрим $\triangle GLE$ ($\angle L = 90°$) – 5ый треугольник. *



Нужно найти EG – гипотенузу,

S_{EGL} – ?

$EG = 20$ м, т.к. $EG = \frac{1}{2} TD = \frac{1}{2} 40 = 20$ м

$LG = \frac{1}{2} EG = \frac{1}{2} 20 = 10$ м (катет, лежащий против угла 30°)

По т. Пифагора: $EG^2 = LG^2 + EL^2$

$EL^2 = EG^2 - LG^2 = 400 - 100 = 300$

$EL = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ м.

$S_{\triangle ELG} = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} EL \cdot LG = \frac{1}{2} 10\sqrt{3} \cdot 10 = 5 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ м²

Ответ: Длина аллеи – гипотенузы = 20 м

$S_\triangle = 50\sqrt{3}$

+

Выдано 4 дополнительных бланков

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

208		10 F 60-67
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ковалев

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 25.04.2001 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Т.к. среди любых трёх линий есть одна, ведущая в М, то максимум 2 линии идут не в М. Аналогично, т.к. среди любых четырёх линий есть одна ведущая в П, то максимум 3 линии ведёт не в П. Общее число линий может быть меньше 6, например, в М идёт 2 линии и в П идёт 2 линии, тогда условие задачи выполняется. Если же линий не меньше 5, то не всегда найдётся среди любых пяти такая, что не ведёт ни в М, ни в П, например, пусть 3 линии идут в М, 2 в П, тогда условие задачи выполняется, а всего линий 5, и среди них все ведут либо в М, либо в П

+

Ответ: может; не обязательно

№2

Зафиксируем точку, через которую проходит ось вращения. Рассмотрим все расстояния от этой точки до всех возможных точек треугольника. Понятно, что максимальным будет расстояние до одной из вершин. Тогда при вращении образуется ~~окружность~~ круг с радиусом, равным этому расстоянию. Чтобы минимизировать площадь круга, надо минимизировать его радиус. Тогда понятно, что точка оси вращения — это центр описанной окружности треугольника, и радиус круга будет равен её радиусу (действительно, выбрав какую-либо другую точку, мы увеличим расстояние от неё до какой-то вершины треугольника).

+

Ответ: через центр описанной окружности данного треугольника (т. е. через точку пересечения серединных перпендикуляров к сторонам)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-68

(14)

+

Минутная стрелка за минуту проходит $\frac{360^0}{60}=6^\circ$, часовая за час проходит $\frac{360^0}{12}=30^\circ$, за минуту $\frac{30^0}{60}=0,5^\circ$. Будем рассматривать по порядку случаи, пока не найдём первого целого решения:

1) Пусть с полудня прошло 0 ч k мин, тогда минутная стрелка „впереди" часовой, минутная прошла 6k градусов, часовая 0,5k градусов. Имеем:

$6k-0,5k=2$

$5,5k=2$

k - нецелое

2) Пусть с полудня прошёл 1 ч k мин. Если минутная стрелка „сзади" часовой:

$(0,5k+30)-6k=2$

$-5,5k=-28$

k - нецелое

Если минутная „спереди" часовой:

$6k-(0,5k+30)=2$

$5,5k=32$

k - нецелое

3) Пусть с полудня прошло 2 ч k мин, если минутная стрелка „сзади":

$(0,5k+60)-6k=2$

$-5,5k=-58$, k - нецелое

Если минутная стрелка „спереди":

$6k-(0,5k+60)=2$

$5,5k=62$, k - нецелое

4) Пусть с полудня прошло 3 ч k мин, если минутная стрелка „сзади":

$(0,5k+90)-6k=2$

~~$-5,5k=-88$~~ $-5,5k=-88$

$k=16$

Итак, первый раз указанное событие произойдёт в 3 ч 16 мин.

Ответ: 3 ч 16 мин.

№3

Т.к. у-е $x^2+px+q=0$ имеет ровно 1 корень, то $x^2+px+q=(x+a)^2$, где $p=2a$, $q=a^2$. Имеем:

+

$$T(T(T(x)))=0$$
$$T(T((x+a)^2))=0$$
$$T(((x+a)^2+a)^2)=0$$
$$(((x+a)^2+a)^2+a)^2=0$$
$$((x+a)^2+a)^2+a=0$$
$$((x+a)^2+a)^2=-a$$

$(x+a)^2+a=\sqrt{-a}$ или $(x+a)^2+a=-\sqrt{-a}$ (отсюда $a\le0$)

$(x+a)^2=\sqrt{-a}-a$ $\qquad$ $(x+a)^2=-\sqrt{-a}-a$

$x+a=\pm\sqrt{\sqrt{-a}-a}$ $\qquad$ $x+a=\pm\sqrt{-\sqrt{-a}-a}$

$x=\pm\sqrt{\sqrt{-a}-a}-a$ (1) $\qquad$ $x=\pm\sqrt{-\sqrt{-a}-a}-a$ (2)

Получим 4 корня. По условию, у-е имеет 3 различных корня, значит, 2 каких-то полученных корня совпадают. Если какой-то из корней типа (1) совпадает с корнем типа (2), то оставшиеся 2 корня тоже будут совпадать, что не удовлетворяет условию задачи (получим 1 или 2 корня вместо 3). Сл-но, совпадают корни одного типа. Если совпадают корни типа (1), то имеем $\cancel{\sqrt{\sqrt{-a}-a}-a=0}$ $\sqrt{-a}-a=0$, тогда $a=0$, и все корни совпадают (равны 0), что не удовлетворяет условию задачи. Если совпадают корни типа (2), то $-\sqrt{-a}-a=0$, $a=0$ или -1. Случай $a=0$ уже рассмотрен, а при $a=-1$ имеем 3 различных корня $1-\sqrt2$; 1; $1+\sqrt2$.

Ответ: $1-\sqrt2$, 1, $1+\sqrt2$.

№5

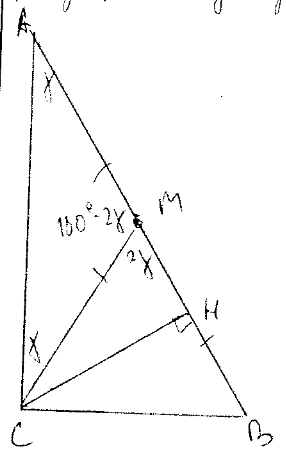
Пусть мы положили в „удваивающий" банк a рублей, в „утраивающий" – b рублей, в „разоряющий" – c рублей, тогда через год доход составит $a+2b-c$ рублей. Мы не знаем, какой из банков что сделает с деньгами, поэтому все возможные варианты доходов – это $a+2b-c$; $b+2a-c$; $a+2c-b$; $b+2c-a$; $c+2a-b$; $c+2b-a$. Нам необходимо максимизировать каждый из доходов, т.к. мы не знаем распределения банков. В таком случае, из равновероятности выпадения каждого дохода, имеем, что все они должны быть равны, отсюда $a=b=c$, тогда максимальный доход составит $a+2a-a=2a$ (верхнее, этот доход мы получим в любом случае, если бы мы распределили деньги по-другому, то был бы вариант, в котором мы бы получили меньше денег). $2a$ максимально, когда a максимально, а максимум равно $\frac{600000}{3}=200000$, тогда доход через год составит 400000, и на руки Иван Иванович получит $600000+400000=1000000$ рублей.

±

Ответ: надо положить в каждый банк 200000 рублей, на руки он получит 1000000 рублей.

(№6)

Заметим, что в прямоугольном треугольнике с меньшим острым углом γ после выполнения указанных в условии действий один из углов станет 2γ, а гипотенуза уменьшится в 2 раза



(действительно, по свойству прям. треугольника медиана ~~CM~~ $CM=AM=BM$, т.е. $CM=\frac{1}{2}AB$, также $\angle ACM=\angle CAM=\gamma$ (углы при основании равнобедренного $\triangle AMC$), тогда $\angle AMC=180°-2\gamma$, $\angle HMC=2\gamma$ как смежный с ним)

В нашем исходном треугольнике меньший угол равен $\frac{1}{24}\pi$ (угол будет меньшим, если он не больше $\frac{1}{4}\pi$). Составим таблицу:

N треугольника	Меньший острый угол	Больший острый угол	Гипотенуза
1	$\frac{1}{24}\pi$	$\frac{11}{24}\pi$	640 м
2	$\frac{1}{12}\pi$	$\frac{5}{12}\pi$	320 м.
3	$\frac{1}{6}\pi$	$\cancel{\frac{1}{3}\pi}$ $\frac{1}{3}\pi$	160 м
4	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	80 м
5	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	40 м

Получим, что знаем гипотенузу пятого треугольника 40 м, его острые углы $\frac{1}{6}\pi=30°$ и $\frac{1}{3}\pi=60°$, отсюда катеты $40\cdot\sin 30°=20$ м и $40\cdot\cos 30°=20\sqrt{3}$ м, площадь равна $\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 20\sqrt{3}=$ $=200\sqrt{3}$ м^2.

Ответ: гипотенуза 40 м, площадь $200\sqrt{3}$ м^2.

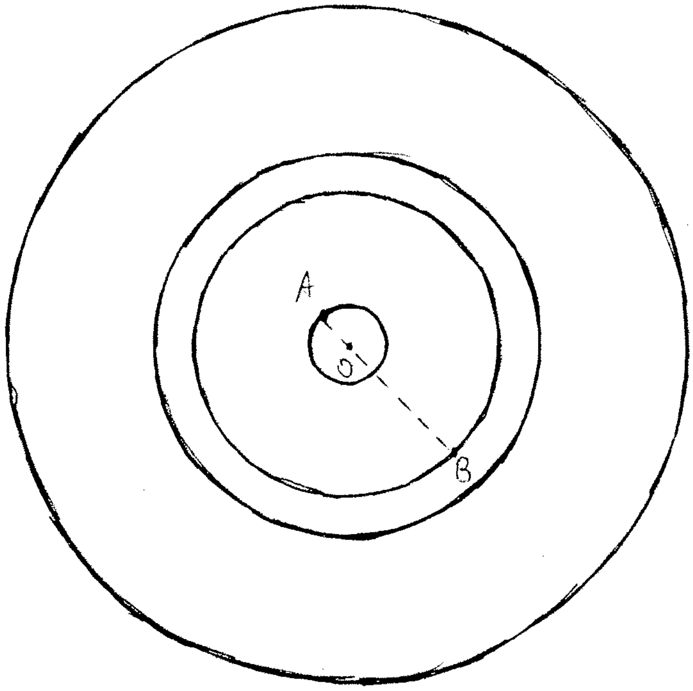
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-67

№7



Зафиксируем точку O - предполагаемое место советского радиопередатчика, тогда 4 радиостанции должны находиться на ~~окружностях~~ окружностях с радиусами 1км, 4км, 5км, 9км.
Пусть мы выбрали на окружности радиуса 1км точку A, тогда наиболее удалённая от неё точка окружности радиуса 4км находится на расстоянии 5км, пусть это B ~~С другой сто~~
Получили максимальную длину стороны квадрата 5км.
С другой стороны, расстояние от точки B до любой из точек окружности радиуса 9км как минимум 5км, а равно 5км оно пусть в точке C, но эта точка будет лежать на одной прямой с точками O, A и B, т.е. не будет являться вершиной квадрата с двумя вершинами A и B.
Если мы выберем точку B по-другому, то AB < 5км, и тогда квадрат построить тем более не получится (BC ≥ 5км)

Ответ: Мюллер не должен верить такому сообщению

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 39-95 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ковалев

ИМЯ Евгений

ОТЧЕСТВО Константинович

Дата рождения 01.10.1997 Класс: 11

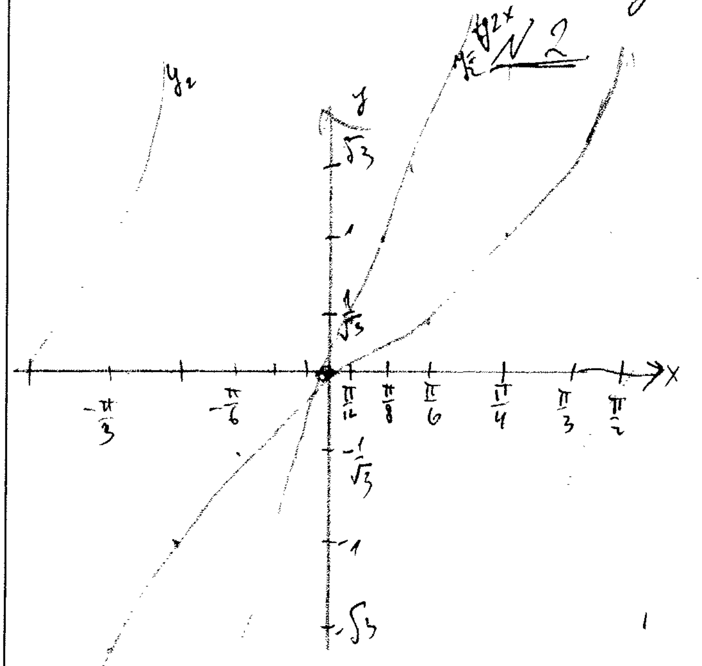
Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 2



отобразим на графике $tg\,x$ и $tg\,2x$

y_2 $y_2 = tg\,2x$

$y_1 = tg\,x$

на гр-ке видно, что одно из целых значений когда $x=0$.

уверим точки пересеч

$tg\,x = tg\,2x$

$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2\sin x\cos x}{1-2\sin^2 x}$; $\sin x(1-2\sin^2 x) = \sin x\cdot 2\cdot(\cos^2 x)$

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ 1-2\sin^2 x = 2-2\sin^2 x \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2}+\pi k \\ x \neq \pm\frac{\pi}{4}+\pi k \\ \left[\begin{array}{l} x = \pi k \\ 1 = 2 - \varnothing \end{array}\right. \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x = \pi k \quad (x = 0 \text{ при } k=0)$$
$k \in \mathbb{Z}$.

других x, при которых $tg\,x$ и $tg\,2x \in \mathbb{Z}$ нет, т.к. $y\,tg\,x$ переодичность πk; $y\,tg\,2x$ переодичность $\frac{\pi m}{2}$, тогда при одном x один из них будет целым, другой нет (чтобы были целыми они одновременно нужно чтобы были разные k и m ⇒ разные x).

$2015^{tg\,x} = 1$, $x = \pi k$

Ответ: $x = \pi k$; $2015^{tg\,x} = 1$; $k \in \mathbb{Z}$.

+

№ 1

Число линий может быть любым, т.к. может быть меньше 5.

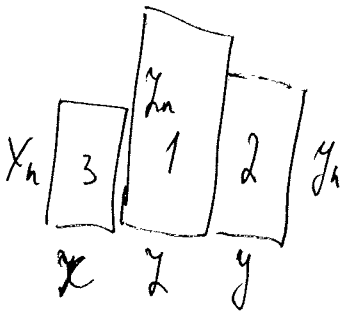
Если число линий не меньше 5, значит ≤ 5; чтобы они не вели ни в М, ни в П может быть так: ~~число~~ 1) число линий $\leq$ ≤ 2, ~~тогда~~ тогда эти ~~2~~ линии просто не ведут ни в П, ни в М (смысл задачи искажен)

2) если ~~ч. л.~~ ~~#~~ ~~≤ 5, но больше 2, тогда~~ ч. л. = 3, то ~~удовл условию:~~ одна линия 100% ведёт в М, и 3 линии не в П

3) если линий 4 или 5, то ~~но~~ обязательно 1 или 2 линии ведут в М и 1 в П.

(+)

№ 7



X_h, Z_h Y_h – высоты ; $X_h, X, Z_h, Z, Y, Y_h \neq 0$

X, Y, Z – длины ; $X < Y < Z$

получ сист ур-ний.

$$\begin{cases} 1 & X+Z=20 \\ 2 & X+Y+Z=30 \\ 3 & X_h Z_h = Y_h^2 \\ 4 & X_h X = 15 \\ 5 & Y_h Y = 60 \\ 6 & Z_h Z = 180 \end{cases} \Rightarrow_{(1,2)} Y = 10, \text{ тогда из } 5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow Y_h = ~~18~~6$, получим систему

(+)

$$\begin{cases} X+Z=20 \\ X_h Z_h = 36 \\ X_h X = 15 \\ ~~Y_h Y = 60~~ \\ Z_h Z = 180 \end{cases} \Rightarrow Z_h = \frac{180}{Z} \quad \begin{cases} X+Z=20 \\ \frac{X_h 180}{Z} = 36 \\ Y_h X = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z = 20 - X \\ \frac{X_h \cdot 180}{20-X} = 36 \\ X_h X = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{15 \cdot 180}{X(20-X)} = 36 \\ X_h = \frac{15}{X} \end{cases}$$

~~$50 = 18 \cdot (20x - x^2)$~~

~~$9x^2 - 180x + 25 = 0$~~

$15 \cdot 180 = 36\, x(20-x) \mid :36$

$x^2 - 20x + 75 = 0$

$D = 400 - 300 = 100$

$x = \frac{20 \pm 10}{2}$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 15 \\ x_2 = 5 \end{array}\right.$, т.к. $X < Y \Rightarrow$

$\Rightarrow X_1$ – неподх

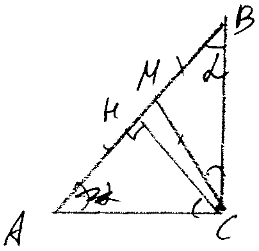
Тогда $X_n=3$, $Z=\cancel{11}5$, $Z_n=12$.

Ответ: 3 место: высота 3, ширина 5

2 место: 6 10

1 место: 12 15.

N 6 $\alpha=\frac{11}{24}\pi$

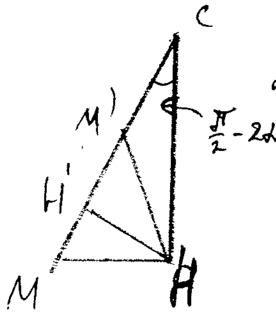


1 и 2 Δ: $AM=MB=MC=$ мед $=320$ (по св-ву мед) ~~В~~ — гипотенузы

$\angle B$ — острее чем A, т.к. мед ~~выше чем высота~~ (длиннее) чем высота.

$\angle BAC=\frac{\pi}{2}-\alpha$; $\angle HCA=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}+\alpha=\alpha$;

$\angle BCM=\alpha \Rightarrow \angle MCH=\frac{\pi}{2}-2\alpha$



2 и 3 Δ: аналогично $M'H=\frac{MC}{2}=160$

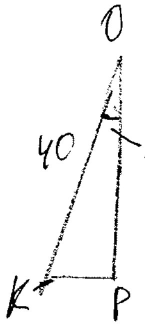
для угла аналогично: $\angle M'HH'=\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)=$

$=\frac{\pi}{2}-\pi+4\alpha=4\alpha-\frac{\pi}{2}$

±

для 4Δ: гипотенуза $=80$

остр угол $=\frac{\pi}{2}-2\left(4\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-8\alpha+\pi=\frac{3\pi}{2}-8\alpha$



для 5Δ: гип $=40$ (ΔKOP)

остр угол $=\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{3\pi}{2}-8\alpha\right)=\frac{\pi}{2}-3\pi+16\alpha=$

$=16\alpha-\frac{5}{2}\pi=\varphi$

Тогда $S_{KOP}=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot\cos\varphi\cdot 40\cdot\sin\varphi=$

$=400\sin 2\varphi=400\sin(32\alpha-5\pi)=400\sin(32\alpha-5\pi)=$

$\cancel{=400\sin\left(\frac{32\cdot 11\pi}{24}-\pi\right)=400\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)}=400\sin\left(\frac{29\pi}{3}\right)=400\sin\frac{5\pi}{3}<0=$

$\frac{32\cdot 11}{24}-5=\frac{44}{3}-5=\frac{44-15}{3}=\frac{29}{3}=9\frac{2}{3}=8+\frac{5}{3}\pi$ $\quad \sin\frac{5\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: длина гипотенузы $=40$ дм ; $S=$ ~~400 sin~~ $400\sin\frac{5\pi}{3}$ дм².

Вариант 7112

№ 5

банк	I	II	III	дом	всего 600к
было	x	y	z	m	
стало	$2x$	$3y$	0	m	max

m — сколько оставил дома

$$\begin{cases} x+y+z+m=600k \\ x+y+z+m<2x+3y+0+m \end{cases}$$

$0 \le m < 600\,k$

$0<x<600k$

$0<y<600k$

$0<z<600k$

Предположим $m=0$ (оставлять деньги на руках не выгодно, будем считать, что и всегда $=0$)

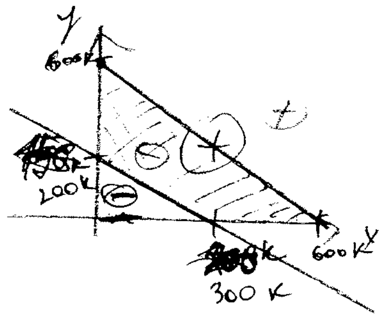
$$\begin{cases} z=600k-x-y \\ z<2x+3y \end{cases}$$

$3y+2x-600k>0$

рассмотрим на осях x и y

$y=\frac{600k-2x}{3}=200k-\frac{2}{3}x$

нули ; $x=300k$ $(300k;0)$; $(0;200k)$.



пробн точка $(0;0)$

$4\cdot0+3\cdot0-600k<0$

$\Rightarrow y\in(200k;600k)$

$x\in(300k;600k)$.

Так же $x+y<600k$, рассм так же на оси. $x+y-600k<0$

$y=600k-x$ пробн точка. $(0;0)$ — <0 — под x

решением будет заштрих зона и

Чтобы прибыль была max $\Rightarrow z\to0$, но $z\neq0$

~~сумма получ через~~ $\cancel{tg = 3y+2x \to max}$ ~~, отобразим на оси и найдем max знач.~~

~~тогда получим что $x+y\approx600k$; $y\approx600-x$, тогда получ сумма~~

продолж на листе 5

Вариант 7112

тогда получ ~~=~~ $3y+2x$ и зная что $y \in (200K; 600K)$
$x \in (300K; 600K)$

можно расчитать макс знач.

Так же можно сказать что $x+y \approx 600$ ($Z \to 0$, $m=0$)

$y = 600-x$, получим, что

$$\begin{cases} \text{сумма} = 1800 - x \\ x \in (300K; 600K) \end{cases}$$

, тогда ~~max x ≥~~ 150 получ сумма $\in (1200K; 1500K) \Rightarrow$

$\Rightarrow \max \to 1500K$

Ответ: примерно 1500000 рублей.

+ ответ смысл

№4

$t_{max} = 720$ минут

$t_{min} = 1$ мин

$V_ч = \frac{360}{720} = \frac{1}{2}$ °/мин (°/м)

$V_{мин} = 60$ °/мин

t_0 – сколько прошло ~~часов~~ минут K – сколько прошло ~~мин~~ часов.

$$t_0\left(60 - \frac{1}{2}\right) - 30K = |2|$$

модуль, т.к. ∄ 2° может быть когда мин стрелка впереди или сзади часовой

$30K = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot K$ – кол-во град которое появляется между часовой и мин стрелкой, когда ~~мин~~ прошло время > 60 мин.

$$t_0 \cdot \frac{119}{2} = |2| + 30K$$

$$\left[\begin{array}{l} 119t_0 = 4 + 60K \\ 119t_0 = -4 + 60K \end{array}\right.$$

продолж на листе 6.

вариант 7112

т.к. $60\cdot k = xx0$ — всегда 0, то $\begin{cases} 4+60k = xx4 \\ -4+60k = xx6. \end{cases}$

значит $\left[\begin{array}{l} 119t_0 = xx4 \Rightarrow t_{0\,min} = 6 \Rightarrow 119t_0 = 696 \Rightarrow (2) \\ 119t_0 = xx6 \Rightarrow t_0 = 4 \Rightarrow 119t_0 = 476 \Rightarrow (1) \end{array}\right.$

(2) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 696 = 4+60k \Rightarrow k = \frac{692}{60} \Rightarrow \varnothing \\ 696 = -4+60k \Rightarrow k = \frac{700}{60} \Rightarrow \varnothing \end{array}\right. \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

(1) $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 476 = 4+60k \Rightarrow k = \frac{472}{60} \Rightarrow \varnothing \\ 476 = -4+60k \Rightarrow k = \frac{480}{60} \Rightarrow k = 8ч. \end{array}\right. \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

~~Ответ:~~ значит прошло 8ч и 4мин

Ответ: 20ч 4мин.

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$, сразу можно сказать что $(0;0)$ − реш.

$\sin: \in [-1;1]$, $x \in [-1;1]$

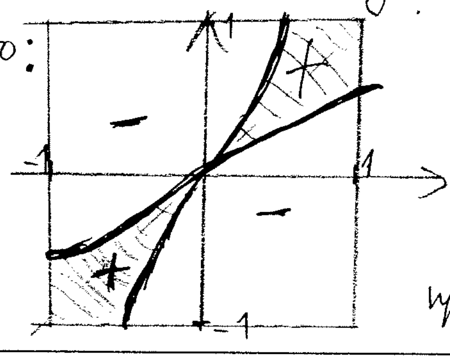
$\arcsin: \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, $y \in [-1;1]$

$\begin{cases} \sin y = \arcsin x \\ y = \arcsin(\arcsin x) \\ \sin(\sin y) = x \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x = -\arcsin y \\ x = -\arcsin(\arcsin y) \\ \sin(\sin x) = -y \end{cases}$

если отобр графически, то:

пробная точка $(1;1)$: >0,

~~тогда реш~~



продолж на листе 7.

Вариант 7112

решением явл мн-во ~~точек~~, заштрих точек;

тогда $S_{\text{площ}}$ фигуры – это $2\cdot\int_0^1(\arcsin \cancel{\sin x}(\arcsin x) -$

$- \sin(\sin x))\,dx$.

Ответ: $2\int_0^1(\arcsin(\arcsin x) - \sin(\sin x))\,dx$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

0В67-54

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Коломийцева

ИМЯ Диана

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 04.08.1998

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан + доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ OB 67-54

Чистовик.

Задание 1.

Число всех линий может быть меньше 5 — оно может быть равно 4 при этом, что 1 линия ведет в П и 2 ведут в М. Если же число всех линий равно 5, тогда не будет ни одной линии ведущей не в М или П, т.к. 2 будут вести в П и 3 будут вести в М, чтобы сохранить условия.

+

Ответ: 1) Да

2) Нет

Задание 2.

$x=0$ $\left(\begin{matrix}\sin 0=0\\ \cos 0=1\end{matrix}\right) \Rightarrow \left(\begin{matrix}tg\,0=0\\ tg(0\cdot 2)=0\end{matrix}\right)$ $0\in Z$ −

$x=180\cdot n$ $(n\in Z) \Rightarrow tg(180\cdot n)=0$ $0\in Z$

~~$x=60\cdot n$~~ ~~$tg(60\cdot n)=n_3$ $n_3\in Z$~~

Т.к. $\begin{cases} tg\,x=n_1 \\ tg\,2x=n_2 \end{cases}$ $(n_1,n_2\in Z)$, что все знач. найдены ?

Ответ: $\left[\begin{matrix}x=0\\ x=180\cdot n \ (n\in Z)\end{matrix}\right.$

Задание 3.

$(x^2+px+q)=(x-\sqrt{q})^2 \Leftrightarrow \begin{matrix}p<0\\ q\geq 0\end{matrix} \Leftrightarrow p=-2\sqrt{q}$

$\left[\begin{matrix}\begin{cases} q=0, \\ x=0, \end{cases} \\ \begin{cases} q>0\ p, \\ x=\frac{p}{-2\sqrt{q}}. \end{cases}\end{matrix}\right.$

$\left(\left((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q}\right)^2-\sqrt{q}\right)^2=0$

$\left((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q}\right)^2=\sqrt{q} \Leftrightarrow (x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q}=\pm\sqrt[4]{q}$

Чистовик.

Задание 3. Продолжение

$\Leftrightarrow (x-\sqrt{q})^2 = \sqrt{q} \pm \sqrt[4]{q} \Leftrightarrow (q>1) \Leftrightarrow x-\sqrt{q} = \pm\sqrt{\sqrt{q} \pm \sqrt[4]{q}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{q} \pm \sqrt{\sqrt{q} \pm \sqrt[4]{q}}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} q<1 \cup q>0 \\ x = \sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q} + \sqrt[4]{q}} \end{cases} \\ \begin{cases} q>1 \\ x = \sqrt{q} \pm \sqrt{\sqrt{q} \pm \sqrt[4]{q}} \end{cases} \end{array}\right.$$

−

Задание 4.

Окруж. $= 360^\circ$

1 мин $= 6^\circ$

$360^\circ \leftrightarrow 30^\circ$
мин.с. час.с.

$12^\circ \rightarrow 1^\circ$
м.с ч.с.

Методом перебора, когда стрелки наход. близко, было выявлено, что часы показывали не 12, не 13 и не 14 часов дня. Вблизи 15.00 (3 ч) было найдено первое такое решение (16 мин: 98 - 96)
час. мин.
стр. стр.

Ответ: 3 ч 16 мин (15:16)

+

Задание 5.

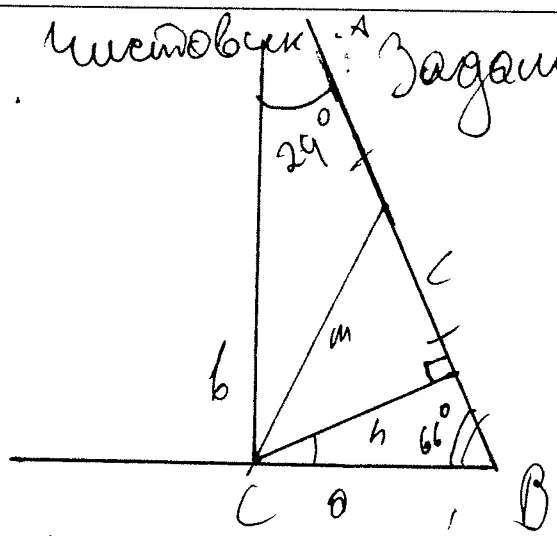
Ему стоит разложить деньги поровну по 200000 в каждый банк. Тогда через год он получит 1000000, а потеряет 200000 $\Rightarrow \Delta = 800000 = max$ дохода.

Ответ: 1000000 рублей.

+

Чистовик

Задание 6.



~~$a = \frac{c}{\sin A}$~~ ~~$b = \frac{c}{\ldots}$~~

1) $a = \frac{c\cdot \sin A}{\sin C = 1} = c\cdot \sin A = 640\cdot \sin 24^\circ$

$b = \frac{c\cdot \sin B}{\sin C = 1} = c\cdot \sin B = 640\cdot \sin 66^\circ$

2) $h = \frac{640\cdot \sin 66^\circ \cdot \cancel{640}\cdot \sin 24^\circ}{\cancel{640}} = 640\cdot \sin 66^\circ \cdot \sin 24^\circ$

~~3) $h = 640\cdot \sin A$~~

—

Задание 7.

чл. 1 = $x > 0$ вес. 1 = $y > 0$

чл. 2 = $x+p$ вес. 2 = qy

чл. 3 = $x+2p$ вес. 3 = q^2y

$$\begin{cases} xy = 15, \\ (x+p)(yq) = 60, \\ (x+2p)q^2y = 180; \end{cases} \quad p \neq 0,\ q \neq 0,\ q > 0,\ p > 0$$

$$\begin{cases} xy = 15; \\ xyq + pyq = 60; \\ xyq^2 + 2pyq^2 = 180; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 15; \\ 15q + pyq = 60; \\ 15q^2 + 2pyq^2 = 180; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 15; \\ y = \frac{60-15q}{pq} \\ y = \frac{180-15q^2}{2pq^2} \end{cases}$$

$$\frac{60-15q}{pq} = \frac{180-15q^2}{2pq^2}$$

$$60 - 15q = \frac{180-15q^2}{2q}$$

$$120q - 30q^2 = 180 - 15q^2$$

$$15q^2 - 120q + 180 = 0$$

$$5q^2 - 40q + 60 = 0;$$

$$q^2 - 8q + 12 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} xy = 15 \\ y = \frac{60-30}{2p} = \frac{15}{p} \\ y = \frac{180-60}{8p} = \frac{15}{p} \end{cases} \\ \begin{cases} xy = 15 \\ y = \frac{60-90}{6p} = \frac{10-15}{p} < 0 \end{cases} \text{ — не по смыслу} \end{array}\right.$$

+

$D = 64 - 48 = 16 = 4^2$

$q_1 = \frac{8-4}{2} = 2$

$q_2 = \frac{8+4}{2} = 6$

$\begin{cases} xy=15 \\ y=\frac{15}{p}; \end{cases}$ $\begin{cases} x\cdot\frac{15}{p}=15 \\ y=\frac{15}{p}; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{p}=1 \\ y=\frac{15}{p} \end{cases}$ $\begin{cases} p=x \\ xy=15 \end{cases}$

$\begin{cases} xy=15 \\ 2x\cdot 2y=60 \\ 3x\cdot 4y=180 \end{cases}$ $\begin{cases} xy=15 \\ xy=15 \\ xy=15 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$

$x+2x+3x=30$

$6x=30$

$x=5$

Ответ: размеры прямоугольника 1:
5дм × 3дм = 15 дм²
размеры прямоугольника 2:
10 дм × 6 дм = 60 дм²
размеры прямоугольника 3:
15 дм × 12 дм = 180 дм²

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № ______	ОВ67-76 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Колосов

ИМЯ Евгений

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 02.12.1998 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан 1 доп. лист Выдан 1 доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0В67-76

№2. $\operatorname{tg} x \in Z$ $\quad \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2 x} \in Z.$ $\quad x \neq \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$\operatorname{tg} 2x \in Z.$ $\quad x \neq \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z.$

$x - ?$

$\Rightarrow \operatorname{tg} x \neq \pm 1.$

Пусть $\operatorname{tg} x$ отличен от 1 на некоторое целое число p. Тогда:

(+)

$$\frac{2(1+p)}{1-(1+p)^2} = \frac{2+2p}{(-p)(2+p)} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2+p}\right)$$

1) При $p > 0$ ($\in Z$): $-\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2+p}\right)$ не будет целым, т.к. будет стремиться к 0. при $p \to \infty$, максимальным его значением (при $p \in z$) будет при $p = 1 = -\left(1 + \frac{1}{3}\right)$, при $p = 2$ и более $\left|-\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2+p}\right)\right|$ будет < 1.

2) При $p < 0$ Максимальным значением будет $-\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2+p}\right)$ при $p = -1 = 0$. При остальных целых p выражение $-\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2+p}\right)$ будет ~~меньше~~ больше $-1 \Rightarrow$ не будет целым.

$\Rightarrow p = -1. \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 1 + p = 0$

$\Rightarrow \alpha = \pi n, n \in Z.$

Ответ: $\pi n, n \in Z.$

№4.

При отклонении стрелки минутной на 1 минуту, сама стрелка ~~откл~~ проходит путь в 6°, отклонение на, а часовая стрелка на $\frac{360}{12 \cdot 60} = \frac{360}{12 \cdot 60} = 0{,}5^\circ$, $\Rightarrow$ за 60 мин $= 30^\circ$

1) Очевидно, что за 1 час минимальный угол между стрелкой минутной (М) и часовой (Ч) $= 0^\circ$ (в сост. покоя) и $5{,}5^\circ$ (при отклонении).

2) Второй час начинается с $M = 0^\circ$; $Ч = 30^\circ$. До момента пересе~~чения~~скока минутной и часовой стрелок $M = 30^\circ$; $Ч = 32{,}5^\circ$; после: $M = 36^\circ$; $Ч = 33^\circ$. $\Delta\alpha = 3^\circ$.
$\Rightarrow$ во время 2го часа требуемое условие не было выполнено.

3) 3 час начался с $M = 0^\circ$ и $Ч = 60^\circ$. Перед ~~перескоком~~ прохождением М над Ч было: $M = 60^\circ$; $Ч = 65^\circ$;
После: $M = 66^\circ$; $Ч = 65{,}5^\circ \Rightarrow$ во время 3 часа условие не выполнилось

4) 4 час: $M = 0^\circ$; $Ч = 90^\circ$. Перед моментом прохождением М над Ч: (15 мин)
$M = 90^\circ$; $Ч = 90^\circ + 0{,}5 \cdot 15 = 97{,}5^\circ$. После: $M = 90 + 6 = 96^\circ$; $Ч = 97{,}5 + 0{,}5 = 98^\circ$;
$\Delta\alpha = 2^\circ \Rightarrow$ условие выполнилось.

№4 (продолжение).

Теперь найдем время выполнения условия: шел 4й час, т.е полных часов было 12+13 = 15. (3 пополудни)

минут: $= \frac{M}{6^\circ} = \frac{96}{6} = 16$ мин.

Ответ: 3 часа 16 минут после полудня.

№5.

1) Если Иван положит в каждый банк по 200 т.р, то в худшем случае его капитал через год будет: $200_т \cdot 3 + 200_т \cdot 2 + 200_т \cdot 0 =$ 1 млн. руб

Докажем теперь, что при любом другом распределении вкладов он получит меньше денег (в худшем случае).

Пусть он положил разную сумму в 3 банка. в банк 1 − a; в банк 2 − b; в банк 3 − c, причем $a > b \geq c$. Тогда $a > 200$ т.р. $= 200_т + p$, $p > 0$.

В худшем случае разоряется банк a, и он получает: $\overset{I}{(200+p)} \cdot 0 + \overset{II}{(200-q)} \cdot 3 + \overset{III}{(200-z)} \cdot 3$ рублей, причем $q > z$.

$\Rightarrow$ его деньги в банке III $< 200_т \cdot 3$;

деньги в банке II $< 200_т \cdot 2$

$\Rightarrow$ все его деньги $< 200_т \cdot 3 + 200_т \cdot 2 <$ 1 млн. руб.

Если же он оставил часть денег дома, то

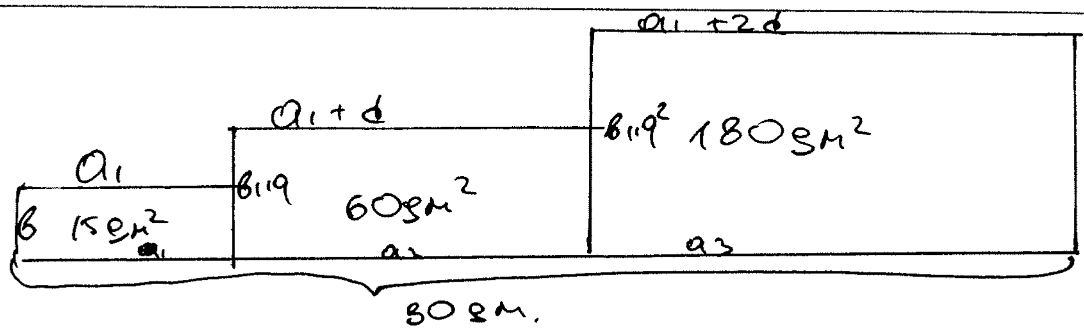
Аналогично м.о. I части решения максимальной суммой его полученных денег будет сумма, при которую он распределил равномерно в 3 банках.

$= x \cdot 3 + x \cdot 2 + x \cdot 0 + \underline{y}$, причем очевидно, что при варианте 1 он получил бы

$(x + \frac{1}{3}y) \cdot 3 + (x + \frac{1}{3}y) \cdot 2 + 0 > x \cdot 3 + x \cdot 2 + y$.

Ответ: При равномерном распределении между банками (200 т.р), и его капитал составит 1 млн руб.

№7.



$3a_1+3d=30$дм; $a_1+d=10$дм $=a_2$.

$b_1\cdot q=\frac{S}{a_1+d}=\frac{60}{10}=6$дм $=b_1\cdot q=b_3$

$$\begin{cases}(10+d)(6\cdot q)=180\\(10-d)\left(\frac{6}{q}\right)=15\end{cases}\Longleftrightarrow\begin{cases}10q+dq=30\\20-2d=5q\Rightarrow q=\frac{20-2d}{5}.\end{cases}$$

$\Rightarrow 40-4\cdot d+d\left(\frac{20-2d}{5}\right)=30 \quad |\cdot 5$

$200-20d+20d-2d^2=150$; $d^2=25$; $d=5$.

$a_1=10-5=5$дм; $a_3=10+5=15$см.

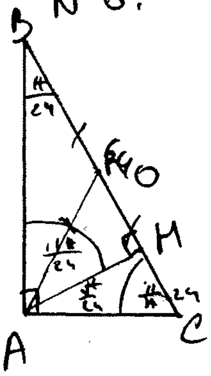
$b=\frac{15}{5}=3$дм; $b_3=\frac{180}{15}=12$дм.

Ответ: 1 ступень: высота = 3дм
длина = 5дм

2 ступень: высота = 6дм
длина = 10дм

3 ступень: высота = 12дм
длина = 15дм.

№6.



1) AM - медиана из прямого угла

=> = 1/2 BC = 320 = гипотенузе Δ AMH (2)

1) Аналогично медиана Δ3 = 1/2 гипотенузе Δ2

= 1/2 · 320 = 160.

3) Аналогично гипотенуза Δ4 = 80,

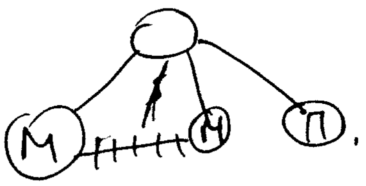
гипотенуза Δ5 = 40.

4) $S_{\Delta 5} = \frac{1}{2} \cdot C_5 \cdot h_5 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot$ (гипотенуза)

?

+

№1.



+

1) Но у.3 каждая третья идет в поселок М

=> Среди четырех линий связи 3 будут идти в М, и одна в П => 1 будет идти в неизвестном направлении => их не хватит.

2) Но у.3 каждая третья идет в М, каждая пятая в П => не найдется 5-ти линий, не проходящих через П или М.

Ответ: а) Нет

б) Нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0B 07-76

№3.

$T(x) = x^2 + px + q$. – 1 корень

$x^2 + px + q = 0$

$T(T(T(x))) = 0$, x – ?

(3 корня).

1) По Теореме Виета $x^2 = q$

$2x = -p$.

Т.к. корень всего 1 (у $T(x)$) $\Rightarrow$

это полный квадрат

$\Rightarrow T(x) = (x + \sqrt{q})^2$. $(x = -\sqrt{q})$

$T(T(x)) = ((x + \sqrt{q})^2 + \sqrt{q})^2 = 0$

$q < 0$

$\sqrt{q} < 0$

~~$x^2 + 2x\sqrt{q} + q + \sqrt{q} = 0$~~

~~$D = 4q - 4q - 4\sqrt{q} = 2\sqrt[4]{q}$~~

~~$x_{1,2} = \frac{-2\sqrt{q} \pm 2\sqrt[4]{q}}{2} = -\sqrt{q} \pm \sqrt[4]{q}$.~~

~~$\Rightarrow T(T(x)) = (x + \sqrt{q} + \sqrt[4]{q})(x + \sqrt{q} - \sqrt[4]{q})$~~

~~$T(T(T(x))) = ((x + \sqrt{q} + \sqrt[4]{q})(x + \sqrt{q} - \sqrt[4]{q}) + \sqrt{q})^2 = 0$~~

~~$\Rightarrow (x + \sqrt{q} + \sqrt[4]{q})(x + \sqrt{q} - \sqrt[4]{q}) + \sqrt{q} = 0$~~

$T(T(T(x))) = (((x + \sqrt{q})^2 + \sqrt{q})^2 + \sqrt{q})^8 = 0$

$\Rightarrow ((x + \sqrt{q})^2 + \sqrt{q})^2 + \sqrt{q} = 0$

$x = -\sqrt{q}$; $x = -\sqrt{q} + \sqrt[4]{q}$

$x = -\sqrt{q} - \sqrt[4]{q}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 22-80 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Колотинский

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 03.03.1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

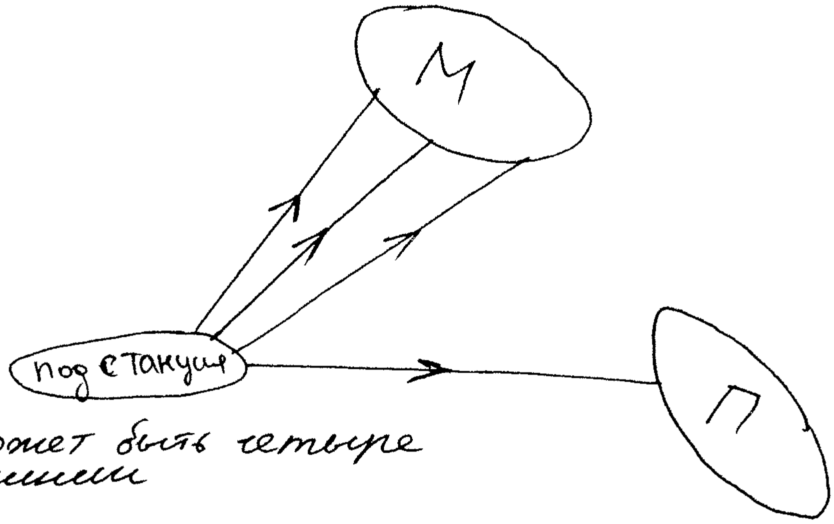
Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

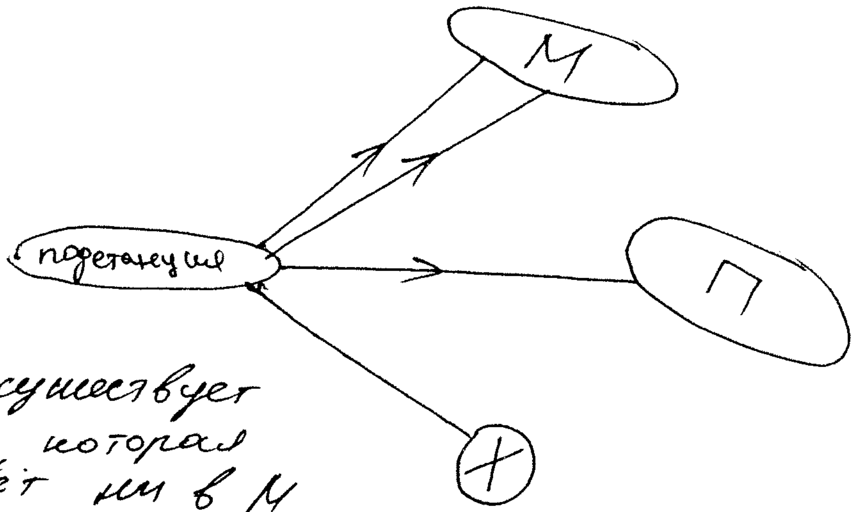
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Видан 2 доп. листа

1.



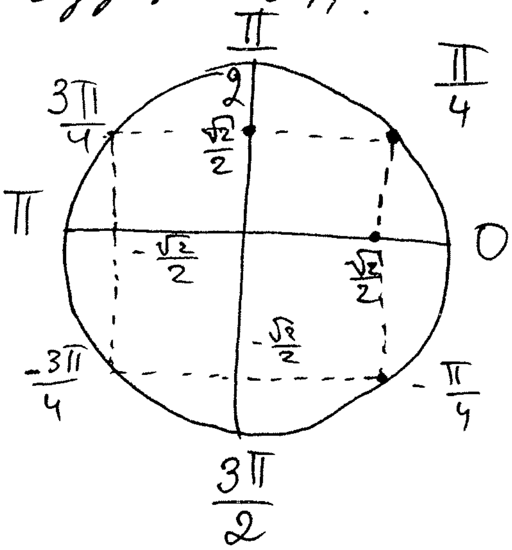
может быть четыре линии



если существует линия которая не ведёт ни в М ни в П, то может быть только 4 линии т.к при добавлении хотя бы одной линии, найдутся 3 линии не ведущие в М или 4 линии не ведущие в П.

(+)

2.



tg принимает целочисленное значение в точках:

1) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n \quad n\in Z$

2) $\pi n \quad n\in Z$

в точках $\frac{\pi}{2}+\pi n$ tg не существует

$\begin{cases} tg\,x = Z \text{ при } x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n \quad n\in Z \\ tg2x \text{ не сущ при } x=\frac{\pi}{2}+\pi n \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n \quad n\in Z$ не подходит

Таким образом подходит $x = \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

проверка:

пусть $n = 1$

$tg\,\pi = 0$
$tg\,2\pi = 0$ $\Big| \Rightarrow$ верно

Ответ $x = \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$2015^{tg\,x} = 2015^{tg\,\pi n} = 2015^{0} = 1$ +

~~В.~~

$\cancel{(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0}$

5. Самый плохой расклад — при котором обанкротится банк с самыми большими вложениями.
=> в каждый банк нужно положить одинаковое количество денег.

y - оставленные дома деньги

$$y + \frac{600000 - y}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} + \frac{600000 - y}{3} \cdot 2 = max$$

$$600000 + \frac{600000 - y}{3} \cdot 2 = max$$

$\Rightarrow y = 0$

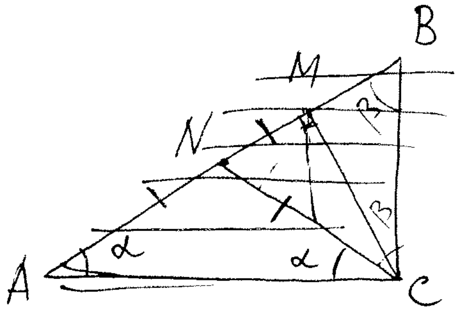
$max = 1000000$

не доказана оптимальность

±

Ответ: $max = 1000000$

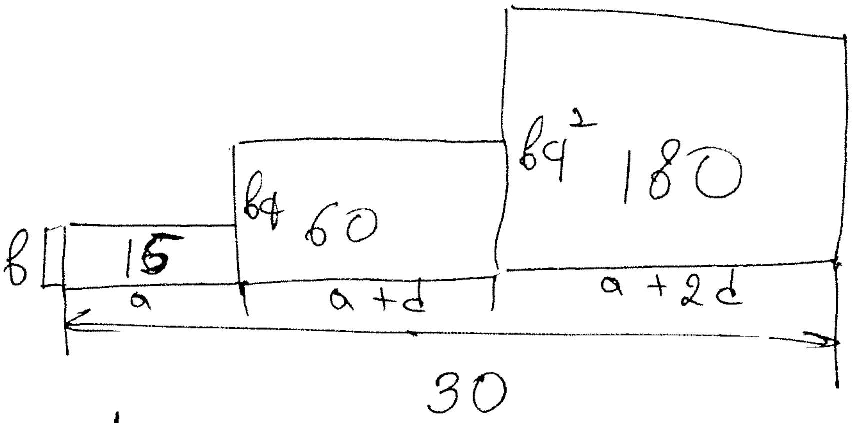
6.



~~△ABC ∾ △CNM~~

−

7.



$$\frac{2a+d2}{2}\cdot 3 = 30$$

$$a+d=10$$

$$b\cdot q(a+d)=60$$

$$b\cdot q=6$$

$$\begin{cases} a\cdot b=15 \\ (a+2d)\,bq^2=180 \end{cases}$$

$$a=10-d$$

$$a+2d=10+d$$

$$b=\frac{6}{q}$$

$$bq^2=6q$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} (10-d)\cdot\frac{6}{q}=15 \\ (10+d)\cdot 6q=180 \end{cases}$$

$$(100-d^2)\cdot 36=2700$$

$$3600-2700=36d^2$$

$$900=36d^2$$

$$d=5$$

$$\Downarrow$$

$$a=5$$

$$a+2d=15$$

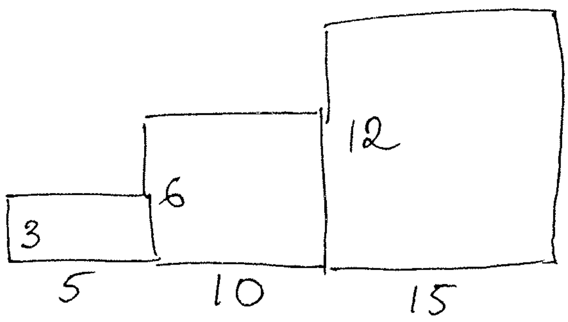
$$q=\frac{180}{15\cdot 6}=2$$

$$\Downarrow$$

$$b=3$$

$$bq^2=12$$

итак, Ответ:



3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

1) $\sin y \geq \arcsin x$ 2) $\sin x \geq -\arcsin y$

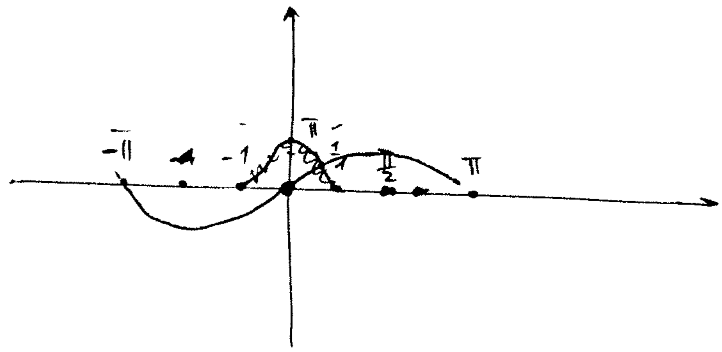
$\sin y = \{-1; 1\}$

$\sin x = \{-1; 1\}$

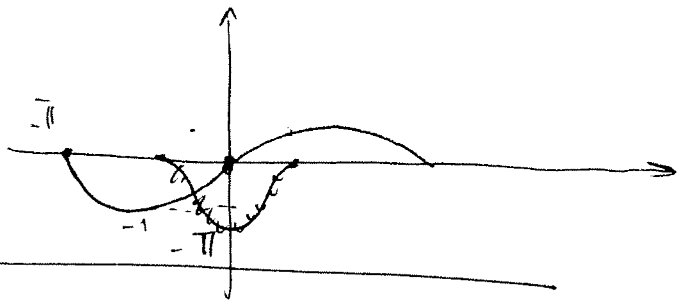
$\arcsin x \ \{0; \pi\}$

$\arcsin y \ \{0; \pi\}$

2)



1)



4) $\begin{cases} V_{мин} = 60 V_ч \\ \cancel{\frac{V_{мин}}{S_{мин}}} \\ \frac{S_{мин}}{V_{мин}} = \frac{S_ч}{V_ч} \\ S_{мин} - 360n - 12 = S_ч \end{cases}$

1 мин = 6°

т.к. часовая не может пройти больше целого круга

$$\frac{S_{мин}}{\cancel{V_{мин}}} = \frac{(S_{мин} - 360n - 2)60}{\cancel{6V_{мин}}}$$

$$59 S_{мин} = 360 \cdot 60n + 120$$

$$59 S_{мин} = (360n + 2)60 \qquad n \in \mathbb{Z}$$

$$— \qquad S \in \mathbb{Z}$$

6. $\alpha = \frac{11}{24}\pi$

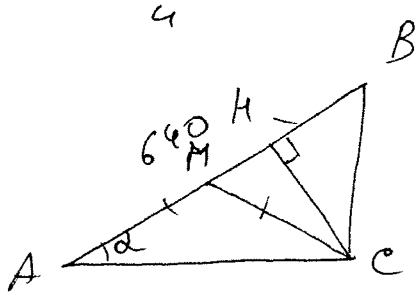
$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{3}{24}\pi + \frac{8}{24}\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$\sin\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{8}\cdot\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}}\cdot\frac{1}{2} +$$

$$+ \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4} + \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$\cos\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{8}\cdot\sin\frac{\pi}{3} =$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} - \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}\sqrt{3}$$



$$CH\ \cancel{CH \cdot AB} = AC\cdot BC = \cancel{AB}\,AB^2 \cdot \frac{\left(\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}\sqrt{2+\sqrt{2}} + \sqrt{2-\sqrt{2}}\right)}{16}$$

$$CH = AB \cdot \ldots = 40\cdot 2\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) = 80\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right)$$

$MC = \frac{1}{2}AB$ => гипотенуза 5-го треугольника =

$$= \frac{AB}{16} = 40\ ✓$$

$$\frac{1}{2}AC\cdot CB = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\,640\cdot 80\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$$

S 5-го треугольника $= \cancel{3200}\ 100\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	1151-59 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Комарков

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 07.01.1998 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дком

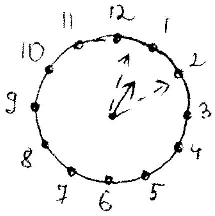
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ 51-59

Задание 4



Начнем со скоростей стрелок. Часовая стрелка проходит $30°$ за 1 час, следовательно ее скорость $v = 0{,}5\ \frac{град}{мин}$. Минутная стрелка проходит те же $30°$ за 5 минут, значит ее скорость $u = 6\ \frac{град}{мин}$.

1) Итак, полдень. Обе стрелки стоят ровно на 12 часах. Первое потенциальное место возникает тогда, когда минутная стрелка первый раз обгоняет часовую, то есть меньше чем через 5 минут после полудня.

Пусть x – количество минут, пройденное минутной стрелкой после полудня, тогда:

$$xv - xu = 2$$
$$x(v-u) = 2$$
$$x = \frac{v-u}{2} = \frac{5{,}5}{2}.$$

Видим, что $x \notin N$, поэтому это не решение.

2) Далее возможные случаи будут проходить по 2 раза за круг: когда минутная стрелка отстает от часовой на $2°$ и наоборот (как показано на рисунке), тогда в первом случае:

$$30 \cdot n + vx = ux + 2°$$

А во втором:

$$30 \cdot n + vx = ux - 2°$$

В данных двух уравнениях x также является количеством минут после начала нового часа, а n - количество пройденных часов ($n \in \mathbb{Z}$; $x \in \mathbb{Z}$).

3) Первый раз после полудня x является целым числом тогда, когда стрелка ~~отставала~~ минутная отставала от часовой, когда пошел четвертый час:

$$30 \cdot 3 + 0{,}5x = 6x + 2$$
$$5{,}5x = 88$$
$$x = \frac{880}{55}$$
$$x = 16.$$

Следовательно, часы показывали 15 часов 16 минут.

Ответ: 15 часов 16 минут

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ5159

Задание 5.

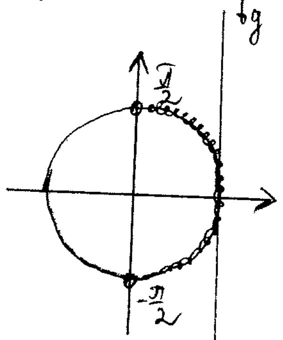
Самый выгодный для Ивана Ивановича способ — поделить все его деньги между банками поровну, т.е положить в каждый банк по 200000 рублей. Ниже я опишу почему. Отмечу, что при этом он всегда сможет получить 1000000р

1) класть какую-либо сумму (неважно все или нет) в единственный банк бессмысленно, т.к. при самом плохом раскладе этот банк разорится, и Иван Иванович просто потеряет свои деньги.

2) вклад денег в какие-либо 2 банка (при этом также неважны размеры сумм и количество денег, оставшихся дома) при любом варианте в самой плохой ситуации не позволит превзойти 1000000 рублей.

3) если пробовать распределять деньги между тремя банками, то, ввиду того, что мы рассматриваем ситуацию относительно самого плохого хода событий, всё равно Ивану Ивановичу не удастся получить миллион рублей.

Следовательно, описанный мной вначале способ действительно является самым выгодным при худшем стечении обстоятельств. При этом Иван Иванович получит $S = 0 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 3 = 1000000$ рублей. +



Задание 2.

Тангенс принимает значение $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

Область определения тангенса R.

Следовательно, $x \in R$

Чем больше угол, тем больше значение tg, поэтому $|tg 2x| > |tg x|$.

Значит:

$\cancel{tg 2x = n}$ $tg 2x = n + tg x$, n — целое число.

~~В это уравнение~~ Если $x = 0$, то:

$tg 0 = n + tg 0$

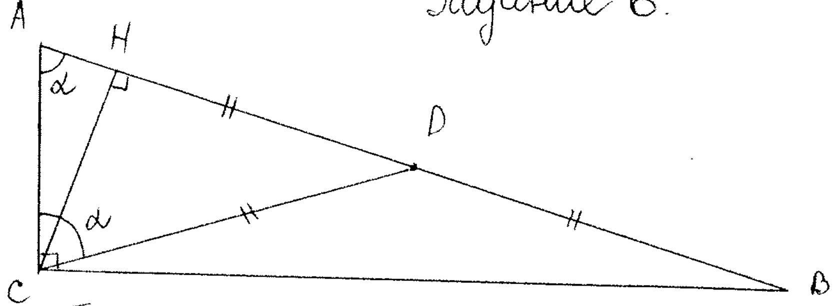
$n = 0$, $(0 \in R? - да)$ 0 — решение; $2015^{tg 0} = 1$

Если $x = \pi k$ (k — четное целое число):

$tg \pi k = n + tg 2\pi k$, $n = 0$. В этой серии все значение $2015^{tg x}$ также равны 1. +

Лист 02 из 05

Задание 6.



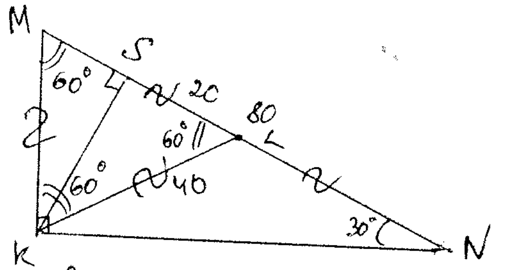
Пусть парк Сыр Жуя — $\triangle ABC$, где CH – высота, CD – медиана. Известно, что медиана, проведенная из прямого угла, является половиной гипотенузы. $\frac{11}{24}\pi > \frac{\pi}{4}$, поэтому углом α является $\angle CAB$ (иными словами больший угол).

Сразу можно заметить такую особенность: гипотенуза последующего прямоугольного треугольника меньше гипотенузы предыдущего в 2 раза ($CD = \frac{1}{2}AB$). Следовательно, мы сразу можем найти гипотенузу 5 треугольника: $x = \frac{640}{2^4} = 40$ м.

Также я увидел еще одну закономерность:

Пусть $\angle CAD = \alpha$, тогда $\angle ACD = \alpha$, т.к. $\triangle ADC$ – равнобедренный. Тогда $\angle ADC = 180 - 2\alpha = 2(90-\alpha)$. обоснование?

Учитывая то, что $\angle ABC = 90 - \alpha$, то можно сделать еще один вывод: величина наименьшего острого угла с каждым последующим треугольником увеличивается в 2 раза. Следовательно, мы уже можем найти один из углов 5-го треугольника. Но для наглядности, думаю стоит начертить 4-й тре-к:



Итак, у 4-го треугольника гипотенуза $MN = \frac{640}{2^3} = 80$ м, а меньший острый угол $\angle MNk = (90^\circ - \alpha)\cdot 4$

В радианах: $\angle MNk = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24}\right)\cdot 4 = \frac{\pi}{6}$.

$\angle MNk = 30^\circ$

Значит, $\angle kMN = 60^\circ$.

+

Проведем высоту kS и медиану kL. $kL = 40$ м.

Замечаем, что $\triangle MLk$ – равносторонний $\Rightarrow \angle MLk = 60^\circ$

Тогда $\angle SkL = 30^\circ$, а $SL = \frac{1}{2}kL = 20$ м

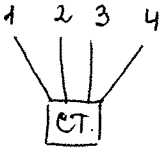
По Т Пифагора $kS = \sqrt{kL^2 - SL^2} = \sqrt{1600-400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$ м

$S_{kLS} = \frac{1}{2}\cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 40 метров; $200\sqrt{3}$ м^2

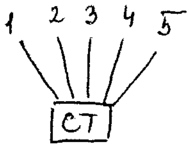
Задание 1.

Допустим, число линий меньше 5. Например, 4.



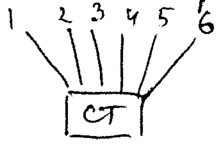
Среди 3-х любых линий точно есть одна, ведущая в город М. Следовательно, между первыми тремя (1, 2 и 3) точно есть одна такая. Допустим, 2-я (не суть). Тогда между 1-й, 3-й и 4-й также есть одна, ведущая в город М. Выходит, что две из четырех линий ведут в город М. Также, из этих четырех линий, есть одна, ведущая в поселок П. Делаем вывод, что число линий может быть меньше пяти.

Теперь рассмотрим случай с 5-ю линиями:



Действуем по такому же принципу и получаем, что 3 линии ведут в город М и 2 линии в поселок П. Следовательно, если взять несколько раз по 5 линий, то свободных линий не найдется (5 не меньше 5)

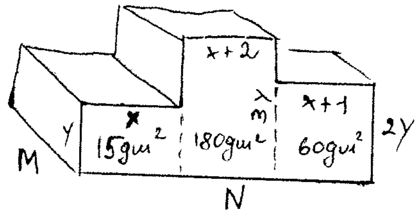
Рассмотрим случай с 6-ю линиями:



Выходит, что 4 линии ведут в город М и 3 линии в поселок П, а значит какая-то ведет и туда, и туда, что является невозможным (хотя может и возможным, но в условии об этом не сказано).

Ответ: число линий может быть меньше 5; среди любых пяти линий не найдется ни одной, ведущей куда-нибудь кроме города М и поселка П.

Задание 7.



$$\begin{cases} xy = 15 \\ 3y(x+2) = 180 \\ (x+1)\cdot 2y = 60 \end{cases}$$

?

—

$x = \frac{15}{y}$

$3y\left(\frac{15}{y}+2\right) = 180$

$45 + 6y = 180$

$6x = 135$

$y = \frac{135}{6} = 22,5$

Следовательно, $x = \frac{15}{22,5} = \frac{2}{3}$.

Пусть N – общая ширина пьедестала, тогда:

$N = x + x + 2 + x + 1 = 3x + 3 = 2 + 3 = 5$ дм

Пусть k – высота пьедестала, тогда:

$k = 3y = 22,5 \cdot 3 = 67,5$ дм

Ответ: ширина – 5дм
высота – 67,5дм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	BL 60-64 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КОНДАУРОВ

ИМЯ ЛЕОНИД

ОТЧЕСТВО РОМАНОВИЧ

Дата рождения 23.04.02 Класс: 7

Предмет математика Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Конд

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) Если из 5 линий 3 линии, а из них 1 линия ведет к городу, а из 5 из 4 линий 1 линия ведет к поселку, тогда 3 линии (5-1-1) ведут не в город М не в поселок П. ⊖

Ответ: 3 линии.

2) С углом в 30° могут существовать треугольники прямоугольный, равнобедренный, разносторонний. ⊖

Если их построить с таким углом, то все время получается примерное соотношение их сторон: 2:2:1

Ответ: 2:2:1

3) Дано: М+П+С=65 ЛЕТ

9 ЛЕТ назад =40 ЛЕТ

4 года назад П=9С

Найти: П-?

Решение:

(1) 40+(9·2) = 58 (ЛЕТ) - через 9 ЛЕТ без сына

(2) 65 - 58 = 7 (ЛЕТ) - сыну

(3) 7-4 = 3 (г) - сыну 4 года назад

(4) 3·9 = 27 (л) - папе 4 года назад

(5) 27+4 = 31 (г) - папе

Ответ: 31 год. ⊕

4.) Прошло целое число минут, поэтому подходит вариант, что часы показывают 4.00. Это ровно 120°. Если они показывали бы 12:20, то часовая стрелка была бы немного сдвинута, и было бы не ровно 120°.

Ответ: 4:00. ⊕

5) Весь рабочий день почтамта — 8 часов. Можно построить таблицу за 1 час.

Время	Письма	Бандероли	Посылки
8:00	ушли	ушли	ушли
8:05	~~пришел~~		
8:10	пришел		
8:15	ушел	пришли	
8:20		ушли	
8:25	~~пришел~~		пришли
8:30	~~ушел~~		ушли
8:35		пришли	
8:40	пришел	ушли	
8:45	ушел		
8:50			
8:55	~~пришел~~	~~пришли~~	пришли
9:00	ушел	ушли	ушли
	2 въезда с грузом за час	2 въезда	2 въезда

(+)

Итого $2 \cdot 8 = 16$ тележек писем; $2 \cdot 8 = 16$ тележек бандеролей; $2 \cdot 8 = 16$ тележек посылок.

Ответ: 16; 16; 16.

6) Представим послед-ость степеней 5 в виде столбца.

кол-во цифр

5	2	
2, 3, 3	1, 1, 1	1) $\frac{2015}{3} = 671\frac{2}{3}$
4, 5, 5	2, 2, 2	2) $671\frac{2}{3} \cdot 2 = 1342\frac{2}{3} \approx 1343$ числа 6.5
		3) $1343 + 2014 = 3357$ цифр
6, 7, 7	3, 3, 3	$2015 + 2015 = 4030$ цифр

Ответ: 4030 цифр.

+

2) Если диагональ квадрата 10 км или более км, тогда вернуть нельзя, а если менее 10 км, тогда вернуть можно.

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

PL 70-21

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы   Вариант № 7112   шифр

ФАМИЛИЯ Кононова

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 29.09.1998   Класс: 11

Предмет Математика   Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах   Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Конова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

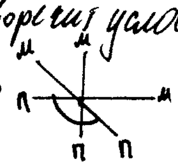
1) Пусть N - число линий

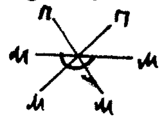
Если $N < 5$, то $N = 4$ иначе - противоречие условию.

Если $N = 4$, то минимум 1 линия ведет на П

и минимум 2 линии - на М, что не противоречит условию.

2) При $N > 5$ появляется противоречие условию 1 →

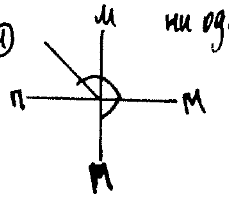




← или условию 2

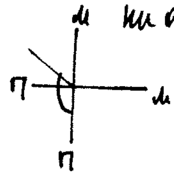
При $N = 5$ - не найдется ни одна ветка не ведущая ни в М ни в П

т.к. ①



ни одной на П

②



ни одной на М.

нет четкого логического обоснования

±

№2

x	0	π	2π
$tg\,x$	0	0	0
$tg\,2x$	0	0	0
2015^{tgx}	1	1	1

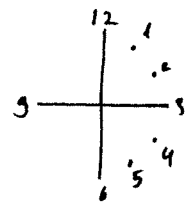
$x = \pi + \pi k, k \in Z$

+
—

№4

1. $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ - за 1 минуту проходит минутная стрелка
2. 30° - за 60 минут проходит часовая стрелка

$\frac{30^\circ}{60} = 0,5^\circ$ - за 1 минуту проходит часовая стрелка



Если часы показывают 1 час, то разница $2,5^\circ$ при минутной стрелке на 1

2 часа — 5° на 2

3 часа $7,5^\circ$ на 3

3 часа $8^\circ - 6^\circ = 2^\circ$ на 3 и 1 минуте

Часы показывают 3 часа 16 минут.

+

№5

Если збаши, допустим, что Иван Иванович не оставит деньги дома, тогда

1) При равном распределении денег между банками max P(прибыль) = 2S (s-вклад)

max $P = \frac{600\,000}{3} \cdot 2 = 400\,000$

В этом случае через год он получит $S' = 1\,000\,000$

Рассмотрим другой вариант.

1 банк	2 банк	3 банк	дом
⇓	⇓	⇓	⇓
удваивает вклад	утраивает вклад	разорится	без изменений
$2S_1$	$3S_2$	$0 \cdot S_3$	S_4.

при $S_3 > S_2$; $S_3 > S_1$ $\max P = 400\,000 + 20\,000 + 270\,000 - 600\,000 = 90\,000$, при $S_3 = 100\,000$; $S_2 = 90\,000$; $S_1 = 10\,000$, $S_4 = 400\,000$

+

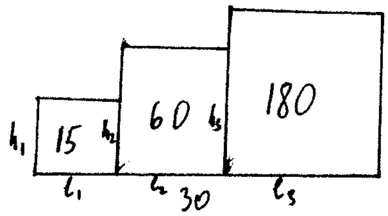
№7

Пусть

l_1 – длина I ступени h_1 – высота I ступени

l_2 – длина II ступени h_2 – высота II ступени

l_3 – длина III ступени h_3 – высота III ступени



$$\begin{cases} l_1 + l_2 + l_3 = 30 \\ l_2 = l_1 + k \\ l_3 = l_1 + 2k \end{cases}$$

⇓

$l_1 + l_1 + k + l_1 + 2k = 30$

$3l_1 + 3k = 30$

$l_1 + k = 10$

$l_2 = 10$ $(10-k) \cdot h_1 = 15$

$l_1 \cdot h_1 = 15$

$l_2 \cdot h_2 = 60$

$l_3 \cdot h_3 = 180$

$h_2 = h_1 \cdot n$

$h_3 = h_1 \cdot n^2$

$h_2 \cdot 10 = 60$

$$\left.\begin{array}{l} h_2=6 \\ l_1\cdot h_1=15 \\ 15=3\cdot 5 \\ h_2=n\cdot h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow h_1=3$$

$h_2=3\cdot 2$, $n=2$.

$h_3=6\cdot 2=12$.

?

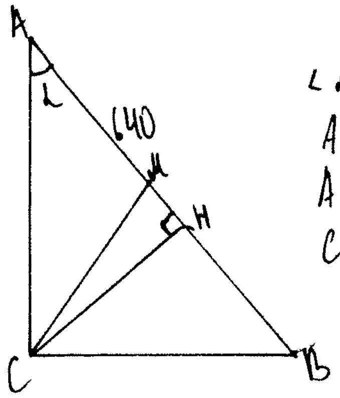
$\mp$

$l_1=\frac{15}{3}=5$

$l_2=\frac{60}{6}=10$

$l_3=\frac{180}{12}=15$

Ответ: $l_1=5$; $l_2=10$; $l_3=15$; $h_1=3$; $h_2=6$; $h_3=12$.



№6

$\angle\alpha=\frac{11}{24}\pi$.

$AC=640\cdot\cos\frac{11}{24}\pi$

$AB=640\cdot\sin\frac{11}{24}\pi$

$CH=640\cdot\cos\frac{11}{24}\pi\cdot\sin\frac{11}{24}\pi=320\sin\frac{11}{12}\pi$

$\triangle CHM\sim\triangle BCA$

$\Downarrow$

$\frac{S_{\triangle CHM}}{S_{\triangle BCA}}=\frac{CH}{AC}=\frac{320\sin\frac{11}{12}\pi}{640\cdot\sin\frac{11}{24}\pi}=\sin\frac{11}{24}\pi$

$S_\triangle 5=5\cdot\sin\frac{11}{24}\pi$

$-$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	KI 47-49 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Константинов

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 19.06.1999 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ИК

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

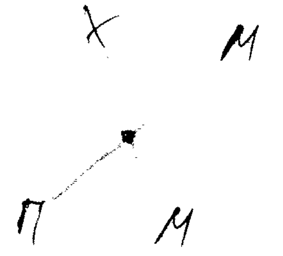
Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ KI 47-49

Выдан 1 (один) доп. лист. Выдан 1 (один) доп. лист

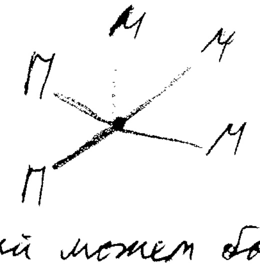
Выдан 1 (один) доп. лист
Выдан 1 (один) доп. лист.

1. среди любых трех линий есть М
значит нет трех линий которые не М
и тогда пусть k - общее количество
линий и m - количество идущих к М
тогда минимальное $m = k-2$, потому что
если $m = k-3$, то уже есть 3 линии не к М
тоже самое и с П. p - кол-во линий к П
минимальное $p = k-3$ (+)
если $k < 5$, то $(k-2)+(k-3) \le k$
$2k \le k+5$ и $k \le 5$ значит такое возможно
например:



где Х - это любое направление.

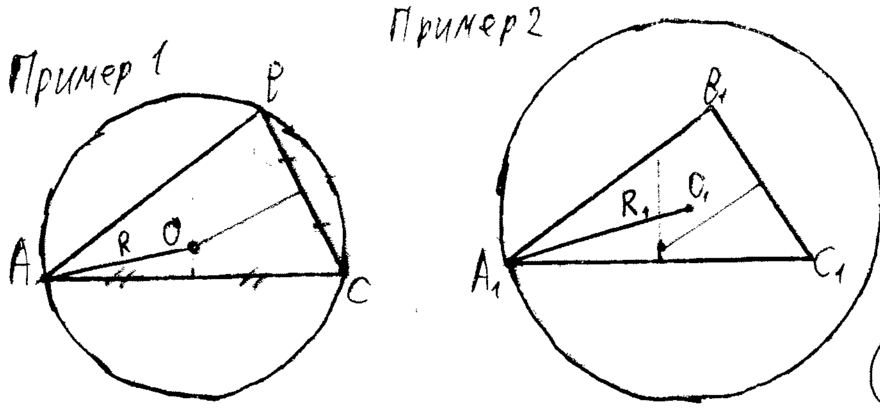
если $k > 5$, то $(k-2)+(k-3) \le k \Rightarrow k \le 5$ неравенство не верно значит минимальное m + минимальное p будет больше всего количества линий, что не возможно.
если $k = 5$ то условие $k \le 5$ работает и это возможно:



но не могут быть линии которые не идут ни в М ни в П.

Ответ: число линий может быть < 5. если число линий > 5 то условия в Дано не будут выполнятся. если число линий будет $= 5$, то не найдется ни одной линии ни в М, ни в П

2.



если мы возьмем треугольник и будем его вращать, то получится круг с ~~радиусом~~ радиусом = максимальное растояние от вершины до оси вращения
и нам надо найти минимальный R (меньше радиус = меньше площадь)

Наименьший R будет если окружность будет касаться всех сторон т.е. она будет описана как на примере 1., потому что если мы попытаемся уменьшить растояние от O до вершин, то некоторые растояния уменьшатся, а другие увеличится, а мы берем максимальное и значит R - увеличится как на примере 2.

Ответ: ось вращения будет центр описанной окружности т.е. на пересечении срединных перпендикуляров.

4. Пусть X - количество минут на часах
y - кол-во часов то есть время ~~8~~ 7:43 тогда
y = 7, а X = 43

X и y - целые числа.

за минуту минутная стрелка пройдет $\frac{360}{60}=6°$,

а часовая $\frac{6}{12}=0,5°$? (12 часов на циферблате)

тогда минутная стрелка будет отклонена от положения, которое в 12:00, на $(6x)$ - градусов,

а часовая будет отклонена на $(30y+0,5x)$ - градусов

? за час $30°$, а за минуту $0,5°$.

тогда получим уравнение:

$$|6x-(30y+0,5x)|=2°$$

$$|6x-0,5x-30y|=2$$

$$|5,5x-30y|=2$$

$5,5x-30y=2 \;|\cdot 2$ или $5,5x-30y=-2 \;|\cdot 2$

$11x-60y=4$	$11x-60y=-4$
$x=\frac{60y+4}{11}$	$x=\frac{60y-4}{11}$

x - целое $\Rightarrow (60y+4)$ и $(60y-4) \vdots 11$

$60y+4 \vdots 11$ при	$60y-4 \vdots 11$ при
$y=8,19,30,\ldots$	$y=3,14,25,\ldots$
$y=8$ (ч.)	$y=3$ (ч.)
$x=\frac{480+4}{11}=44$ (м.)	$x=\frac{176}{11}=16$ (м.)

Надо взять наименьший $y=3$, потому что это событие произошло впервые. $x=16$ м.

Ответ: 3 часа 16 минут

5. Пусть он вложил X, Y, Z денег в 3 банка и $X \le Y \le Z$

при наихудшем варианте, где он вложил больше банк разорится, а где он вложил меньше будет $\times 3$

$\Rightarrow$ выручка будет $- 3X + 2Y + 0Z$

в этом уравнении видно, что выгоднее будет если Z будет меньше (тогда X и Y будут больше) и если X будет больше (потому что $X3$)

наименьший $Z = Y$ $(Y \le Z)$

наибольший $X = Y$ $(X \le Y)$

±

значит выгоднее всего будет если во все 3 банка он вложит одну и ту же сумму.

$\frac{600000}{3} = 200\,000$ он должен вложить в каждый банк чтобы получить максимальную прибыль

А если он оставит долю часть?

$200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 0 - 600000 = 400\,000$ (наибольшая прибыль)

Ответ: в каждый банк по 200 000 и тогда он получит $600000 + 400000 = 1\,000\,000$ рублей на руки.

6.

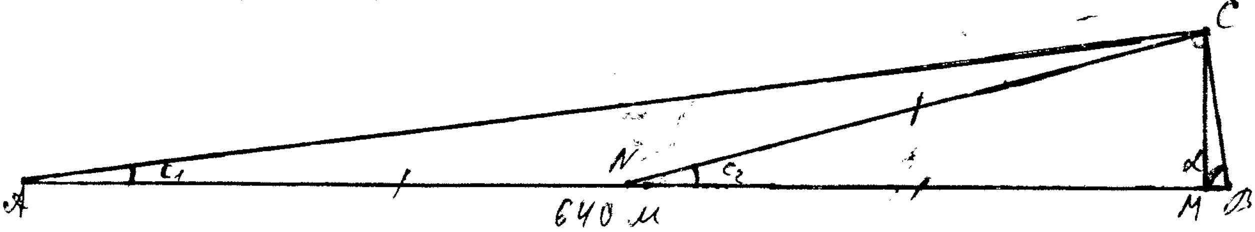
$\alpha = \frac{11}{24}\pi \Rightarrow \alpha = \frac{11}{24} \cdot 180^\circ = 82{,}5^\circ$

тогда другой угол $= 7{,}5^\circ$

$NC = NB$ потому что NC - медиана прямоугольного треугольника

и $\angle NBC = \angle BCN = \alpha$ $\quad C_2 = 180 - 2 \cdot 82{,}5 = 15^\circ$

$\Rightarrow C_2 = 2 \cdot C_1$ и $NC = \frac{1}{2} AB$



и получается что второй треугольник имеет в два раза ~~больше~~ меньше гипотенузу и один из его углов в два раза больше наименьшего угла у первого треугольника

~~c_1 = с длина~~ , l - длина гипотенузы

$l_1 = 640$ м c - наименьший угол

$l_2 = 320$ м $c_1 = 7{,}5^\circ$

$l_3 = 160$ м $c_2 = 15^\circ$

$l_4 = 80$ м $c_3 = 30^\circ$

$l_5 = 40$ м $c_4' = 60^\circ$ (но он уже не наименьший

наименьший будет $c_4 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$c_4 = 30^\circ$

и аналогично $c_5 = 30^\circ$

получилось пятый треугольник имеет гипотенузу 40 м. и наименьший угол 30°

a и b - ~~ст~~ катеты треугольника

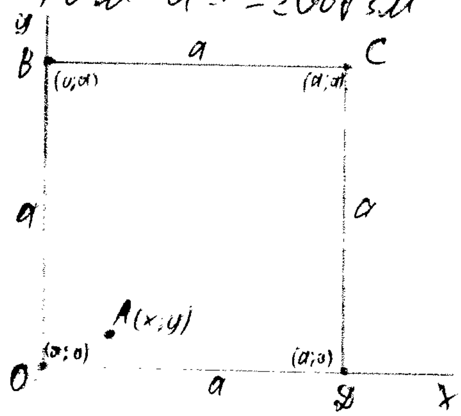
тогда $a = \frac{1}{2} l$ и $b = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ $a = 20$ м $b = 20\sqrt{3}$

$S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: гипотенуза у 5 Δ будет 40 м а $S = 200\sqrt{3}$ м^2

7. квадрат OBCD; O(0;0); B(0;a); C(a;a); D(a;0)   a - сторона квадрата

пусть A - источник сигнала ближе к точке O - тогда он дальше всего от точки C



$$\begin{cases} AO = \sqrt{x^2+y^2} = 1 \\ AC = \sqrt{(a-x)^2+(a-y)^2} = 9 \\ AB = \sqrt{x^2+(a-y)^2} = 5 \\ AD = \sqrt{(a-x)^2+y^2} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ (a-x)^2+(a-y)^2=81 \\ x^2+(a-y)^2=25 \\ (a-x)^2+y^2=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 & (1) \\ (a^2-2ax)+x^2+(a^2-2ay)+y^2=81 & (2) \\ x^2+(a^2-2ay)+y^2=25 & (3) \\ (a^2-2ax)+x^2+y^2=16. & (4) \end{cases}$$

подставим уравнение (1) в (3) и (4) $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 1+a^2-2ay=25 \\ 1+a^2-2ax=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (a^2-2ay)=24 & (5) \\ (a^2-2ax)=15 & (6) \end{matrix}$$

подставим уравнение (5) и (6) в уравнение (2)

$15+x^2+24+y^2=81$

$x^2+y^2=42$ а в (1) уравнение $x^2+y^2=1$

~~так~~ значит эта система уравнений не имеет решений $\Rightarrow$ такой точки не существует

Ответ: нет не должен верить ~~такому~~ сообщению

(+)

Примечание: если рассматривать точку вне квадрата то получится тоже самое потому что изменится только (a^2+2ax) вместо (a^2-2ax) или (a^2+2ay) вместо (a^2-2ay) или и то и то, но в любом случае мы найдем (a^2+2ax) или (a^2-2ax) и также (a^2+2ay) или (a^2-2ay) и подставим в другое уравнение и ничего не изменится.

3. $x^2+px+q=0$ и $D=0$ (так как 1 решение)

$p^2-4q=0 \Rightarrow q=\frac{p^2}{4} \Rightarrow x^2+px+q=x^2+px+\frac{p^2}{4}=(x+\frac{p}{2})^2$

и тогда наше уравнение $T(T(T(x)))=0$

будет

$$\left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2=0$$

±

$$\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=0$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^4+p\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p^2}{4}+\frac{p}{2}=0$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^4+p\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p^2+2p}{4}=0$$

Замена: $t=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

$$t^2+pt+\frac{p^2+2p}{4}=0 \Rightarrow D=p^2-p^2-2p=-2p$$

$$t_1=\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2} \qquad t_2=\frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}$$

$$x^2+px+\frac{p^2}{4}=\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}$$

$$x^2+px+\frac{p^2}{4}-\frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}=0$$

$$x^2+px+\frac{3p^2-2\sqrt{-2p}}{4}=0$$

$$\cancel{x_1 \to p}\ D=p^2-3p^2+2\sqrt{-2p}$$

$$D=-2p^2+2\sqrt{-2p}$$

$$x_1=\frac{-p+\sqrt{-2p^2+2\sqrt{-2p}}}{2}$$

$$x_2=\frac{-p-\sqrt{-2p^2+2\sqrt{-2p}}}{2}$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$$

$$x^2+px+\frac{p^2}{4}=\frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$$

$$x^2+px+\frac{3p^2+2\sqrt{-2p}}{4}=0$$

$$D=p^2-3p^2-2\sqrt{-2p}=-2p^2-2\sqrt{-2p}$$

$$x_3=\frac{-p+\sqrt{-2p^2-2\sqrt{-2p}}}{2}$$

$$x_4=\frac{-p-\sqrt{-2p^2-2\sqrt{-2p}}}{2}$$

чтобы корней было 3, а не 4 то $p=\sqrt[3]{-2}$ или $\sqrt[3]{2}$

но p не может быть >0 так как $\sqrt{-2p}$ и $p<0$ $\Rightarrow$

$p=\sqrt[3]{-2}$ и тогда $x_1=x_2$ потому что $D=0$

Ответ: 3 корня: $x_1=x_2$, x_3, x_4 при $p=\sqrt[3]{-2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ГЦ 32-78

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ Константинова

ИМЯ Кристина

ОТЧЕСТВО Эдуардовна

Дата рождения 28.07.1997

Класс: 11 Б

Предмет Математика

Этап: Заключительный

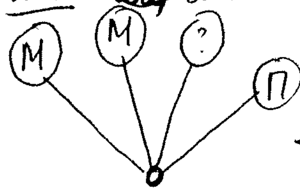
Работа выполнена на ______ листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

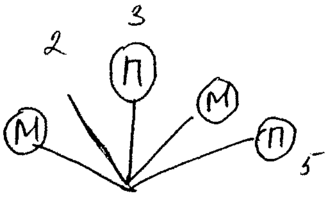
Подпись участника олимпиады: Крис

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Да число линий может быть < 5. Единств. подходящий вариант – 4, где 2 линии ведут к предприятию города (М) и 1 – (П). Условие соблюдается.



2) Если число линий не меньше 5, то все линии будут вести к предпр-ям (М) или (П), т.е. ответ: нет. По усл-ию должно быть „занято" и буквами М и П не более 4 линий (среди случайно взятых). На примере 5 линий можно док-ть, что это невозможно



← При такой позиции для 3 случайных ветвей (М) условие не соблюдается (если взять 2, 3, 5 ветки). При добавлении последующих букв будет нарушаться условие, все ветки будут заняты.

(+)

№2.

1) $\operatorname{tg} x$ – целое число. Может быть (в данном случае) равно только 1 или −1, т.к. $\sin x = \cos x$ только в 1 случае, при $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n \ (n \in Z)$

$-1 \le \sin x \le 1$

2) $\operatorname{tg} 2x$ аналогично $= 1; -1$

$x = \pm\frac{\pi}{8} + \pi n \ (n \in Z)$

1. $2015^{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}} = 2015$
2. $2015^{\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4})} = \frac{1}{2015}$
3. $2015^{\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}} =$

1) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}} = \frac{2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}}{2\cos^2\frac{\pi}{8}} = \frac{\sin\frac{\pi}{4} - 1}{\cos\frac{\pi}{4}} =$ (~~[illegible]~~ доводим до формул $\sin 2x$, $\cos 2x$)

$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$

$2015^{1-\sqrt{2}} = \frac{2015}{2015^{\sqrt{2}}}$

(—)

4. $2015^{\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{8})} = 2015^{\sqrt{2}-1}$ (аналогично) $= \frac{2015^{\sqrt{2}}}{2015}$

№4

Угол между стрелками 2°. Разобьем циферблат на 180 делений (т.к. $360° : 2° = 180$). В 1 часе 60 минут, значит 1 деление ~~(первоначальному) соответствует 3~~ минутной стрелки равно 3 первоначальным.

$1° = \frac{1}{360}$ циферблата, 1 минута $= \frac{1}{60} = 6°$ (кол-во минут по усл-ию целое) ⟶

По рассчету, часовая стрелка за 10 минут сдвигается на 1°.
Т.е. если время будет 12:10, то ~~разница~~ угол между стрелками составит 59°. Время 12:01 не подходит.
В ост. вариантах стрелки должны практически совпадать. Это произойдет в 13:05, когда минутная стрелка окажется чуть позади часовой.

№5.

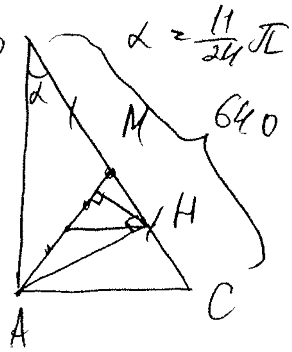
> 2 раза	в 3 раза	(убыток)
I	II	III
200 (тыс)	200 (тыс)	200 (тыс)
↓	↓	↓
400 (тыс)	600 (тыс)	0

Самый плохой исход событий – когда наибольшая сумма пропадает, а наименьшая увеличивается лишь вдвое.

В случае равного распределения, доход составит 400 000 рублей. Т.е. получит на руки он через год 1000 000 рублей. Разница между вкладами должна быть минимальна, чтобы не терять большую часть денег. В остальных случаях доход < 400 000, поэтому этот способ оптимальный.

(+)

№6.



по т. синусов $\frac{AC}{\sin\frac{11\pi}{24}} = 2R$, $R = BM$ (т.к. в п/уг Δ гипотенуза = диаметр)

↓

$\frac{AC}{\sin\frac{11\pi}{24}} = 640$

$R = 320$

Образующиеся Δ-ки будут подобны (т.к. они п/уг, т.е. по 2 углам) ~~⇒ гипотенузы тоже подобны~~

в 1 Δ – гипотенуза $BC = 640$ $BM = AM = 320$

во 2 Δ гипотенуза $AM = 320$ (тоже R)   Гипотенузы относятся 1 : 2

3 Δ – ... = 180

4 Δ – ... = 90*

5 Δ – ... = 45

Ответ: гипотенуза 5-го Δ = 45?

$BA = BC\cos\alpha = 640\cos\frac{11\pi}{24}$

в 5-ом аналог. сторона $= 45\cos\frac{11\pi}{24}$

(+)

$AC = 640\sin\frac{11\pi}{24}$; в аналог. треугольнике (V), сторона $= 45\sin\frac{11\pi}{24}$ $S_\Delta = p\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$

→

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АЧ 32-78

№7. $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_1 = 15$
$S_2 = 60$
$S_3 = 180$

$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ b_1 q (a_1 + d) = 60 \\ b_1 q^2 (a_1 + 2d) = 180 \end{cases}$

$b_1 = \frac{15}{a_1}$

$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 30$ дм

$a_1 + d = 10$

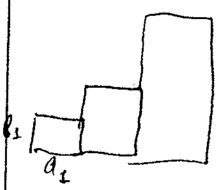
$a_1 = 10 - d$

2) $b_1 q (10 - \cancel{d} + \cancel{d}) = 60$

$q = \frac{6}{b_1}$

3) $\frac{\cancel{b_1} \, 36}{b^2} (10 - d + 2d) = 180$

$\cancel{\frac{36 a_1}{15} (10 + d) = 180}$



$\frac{36 a_1}{15} (10 + d) = 5$

$a_1 (10 + d) = 75$

$(10 - d)(10 + d) = 75$

$100 - d^2 = 75$

$d = 5$ (-5 не подх)

Отсюда:

1) $a_1 = 5$ $b_1 = 3$ $q = 2$

2) $a_2 = 10$ $b_2 = 6$

3) $a_3 = 15$ $b_3 = 12$

+

Ответ: длины соответственно: 5; 10; 15
высоты: 3; 6; 12

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

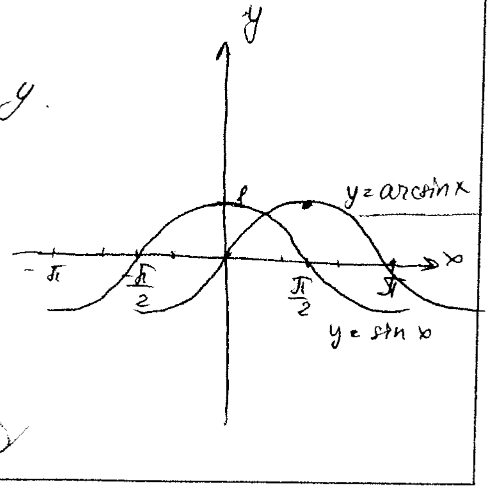
Либо обе скобки (выражения в них) отриц., либо оба положительны. (чтобы быть >0)

равны 0, при

$\sin y = \arcsin x$ или $\sin x = -\arcsin y$.

$-1 \leq \sin y \leq 1$ $-1 \leq \sin x \leq 1$

$-1 \leq \arcsin x \leq 1$ $-1 \leq \arcsin y \leq 1$



Площадь будет находиться через интеграл

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
шифр	61Я 51-25

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ КОРКОДИНОВ

ИМЯ КОНСТАНТИН

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 10.06.1998

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 01Я 51-25

№2

$\begin{cases} tg x = k \\ tg 2x = m \\ k, m \in Z \end{cases}$ $tg 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x} = \frac{2k}{1-k^2} = m \; (k \neq \pm 1)$

$2k = m - mk^2$ Свели исходные тригонометрические ур-ия к ур-ию в целых числах

$mk^2 + 2k - m = 0$ — квадратный трехчлен относительно k, где m — параметр, а $m, k \in Z$

случай 1 ($m=0$) $\begin{cases} m=0 \\ 2k=0 \end{cases}$ $\begin{cases} m=0 \\ k=0 \end{cases}$ вернемся к системе $\begin{cases} tg x = 0 \\ tg 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow tg x = 0$, $x = \pi n$, $n \in Z$

случай 2 ($m \neq 0$)

$D = 4 - 4 \cdot m(-m) = 4 + 4m^2 > 0$ при любых m

$k_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{m^2+1}}{2m}$. Заметим, что $\sqrt{m^2+1}$ при любых целых ($m \neq 0$) будет иррациональн. т.к. подкоренное выр-ие отличается от полного квадрата на 1, а при удалении m от нуля промежутки м/у полными квадратами увеличиваются (и не равны 1).

случай 2 ($m \neq 0$) Целых корней нет.

Значит исходная система имеет решение и притом только при $tg x = 0$; $x = \pi n$, $n \in Z$

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$ Ответ: 1 для $x = \pi n, n \in Z$

+

№7

АП: $a_n = a_1 + (n-1)d$

ГП: $h_n = h_1 q^{n-1}$

$S_1 = 15$

$S_2 = 60$

$S_3 = 180$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

Составим систему: Нарисуем картинку:

a_1, a_2, a_3: $10-d$, 10, $10+d$; $h_1 = \frac{6}{q}$, $h_2 = 6$, $6q$

$\begin{cases} a_1 h_1 = 15 \\ (a_1+d) \cdot h_1 q = 60 \\ (a_1+2d) h_1 q^2 = 180 \\ a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30 \end{cases}$ a — длина, h — высота; $h_1 q = 6$; $a_1 + d = 10$

$\begin{cases} (10-d) \cdot \frac{6}{q} = 15 \\ (10+d) 6q = 180 \Rightarrow q = \frac{180}{6(10+d)} = \frac{30}{10+d} \end{cases}$

$\frac{6(10-d)(10+d)}{30} = 15$; $100 - d^2 = 75$

$d^2 = 25$; $d = \pm 5$ $q = 2; 6$

+

Рассмотрим 2 случая: 1) $d = 5$, $q = 2$ тогда $a_1 = 5$ $a_2 = 10$ $a_3 = 15$; $h_1 = 3$ $h_2 = 6$ $h_3 = 12$ подходит.

2) $d = -5$, $q = 6$ тогда $a_1 = 15$; $a_2 = 10$; $a_3 = 5$; $h_1 = 1$; $h_2 = 6$; $h_3 = 36$ не подходит т.к. наименьшей длине должна соответствовать меньшая высота.

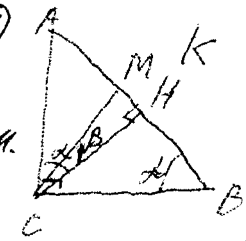
Ответ: самая [узкая] $a = 5$ маленькая $h = 3$; средняя $a = 10$ $h = 6$; самая большая $a = 15$ $h = 12$

№6

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$K = 640$ (м) - гипотенуза.

$K_5 - ?$, $S_5 - ?$

① 

$CM = \frac{AB}{2} = AM = MB$

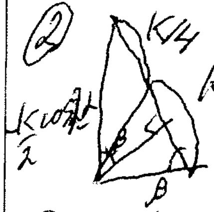
свойство медианы прямоугольного $\triangle$.

$\angle ACH = \angle ABC$ как острые углы со взаимноперпендикулярными сторонами.

$AC = K\sin\alpha$; $AH = K\sin^2\alpha$

$MH = -\frac{K}{2} + K\sin^2\alpha$; β - угол м/у медианой и высотой.

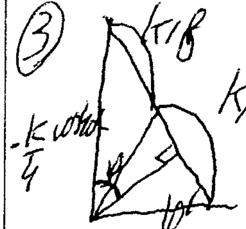
$\sin\beta = \frac{K(\sin^2\alpha - \frac{1}{2})}{K/2} = 2\sin^2\alpha - 1 = 2\left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right) - 1 = -\cos 2\alpha$

② 

$A_2H_2 = \frac{K}{2}\cos^2 2\alpha$ φ - угол м/у медианой и высотой

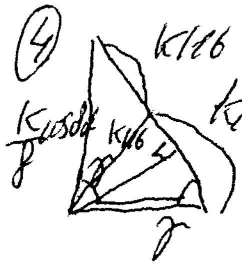
$M_2H_2 = \frac{K}{2}\cos^2 2\alpha - \frac{K}{4}$; $\sin\varphi = 2\cos^2 2\alpha - 1 = -\cos 4\alpha$

$C_2M_2 = K/8 = K/4$

③ 

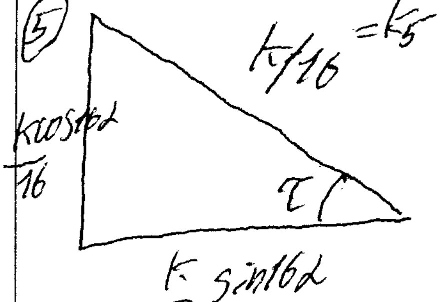
$A_3H_3 = \frac{K}{4}\cos^2 4\alpha$ γ - угол м/у медианой и высотой

$\sin\gamma = \cos 8\alpha$

④ 

$A_4H_4 = \frac{K}{8}\cos^2 8\alpha$ τ - угол м/у медианой и высотой

$\sin\tau = \left(\frac{K}{8}\cos^2 8\alpha - \frac{K}{16}\right)\cdot\frac{16}{K} = 2\cos^2 8\alpha - 1 = \cos 16\alpha$

⑤ 

$S_5 = \left(\frac{K}{16}\right)^2 \frac{1}{2}\sin 16\alpha \cdot \cos 16\alpha = \frac{1}{4}\sin 32\alpha \frac{K^2}{16^2}$

$= \frac{K^2}{2^{10}} \cdot \sin 32\alpha = \frac{(2^6 \cdot 10)^2}{2^{10}} \sin\left(\frac{32 \cdot 11}{24}\pi\right) =$

$= 4 \cdot 25 \cdot \sin\frac{44}{3}\pi = 100 \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{100\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$

Ответ: $K_5 = \frac{320}{16} = 20$; $S_5 = 50\sqrt{3}$

(+)

Лишний проход

№1

Среди любых 3 есть одна, ведущая в М

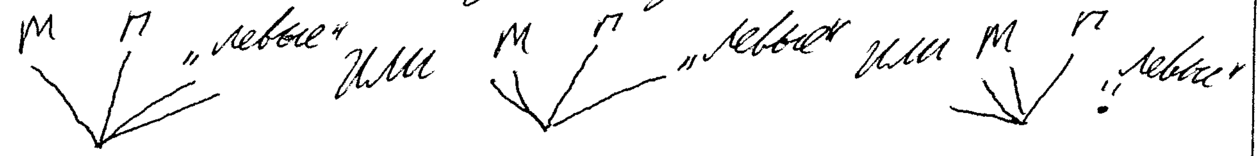
Среди любых 4 есть минимум одна, ведущая в П.

Важно понимать, что в М ведет именно одна, а не хотя бы одна.

Может ли $n<5$? $n>4$ т.к. по условию сказано, что среди любых 4.

Значит необходимо доказать что 4 недостаточно или показать, что достаточно.

$n=4$: в П обязательно должна идти минимум одна.



Все эти случаи противоречат условию задачи, значит 4 недостаточно.

Вопрос 2: Нет не найдутся, потому что среди любых 4 есть провод ведущий в П, а среди любых 3 есть один провод, ведущий в М. А среди 5 и подавно есть провода, ведущие в М. и П.

+

№4

t - прошло времени после полудня

$t \in Z$

$X_M = \omega_M \cdot t$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$X_Ч = \omega_Ч \cdot t$

$T_M = 60$ мин

$T_Ч = 12 \cdot 60 = 7200$ мин

$\alpha = 2^0 = \frac{\pi}{90}$ рад.

$X_M = \frac{\pi}{30} t$; $X_Ч = \frac{\pi}{3600} t$

$X_M - X_Ч = \frac{\pi}{90} + \pi d$; d - количество оборотов минутной стрелки.

$\frac{\pi}{30} t - \frac{\pi}{3600} t = \frac{\pi}{90} + \pi d$; $\frac{t}{30} - \frac{t}{3600} = \frac{1}{90} + d$ - получили линейное диофантово уравнение.

или когда угол замыкается за π тупой угол заменяется острым.

—

№5 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ Эти выражения должны быть одного знака

S - ?

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7082

ЕЙ 54-37

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Костин

ИМЯ Игорь

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 24.02.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Кост

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 54-37

№1

Чтобы в любой тройке линий электропередач была хотя бы одна линия, ведущая в город М, нужно чтобы линий было

$n-m\leq 2$, где n – к-во линий, идущих от подстанции всего, m – к-во линий, ведущих в город М.

(+)

Для линий поселка П:

$n-p\leq 3$, где p – к-во линий, ведущих в поселок П.

Тогда:

$n\geq 5$

$n-m\leq 2$

$n-p\leq 3$

При данных неравенствах подходят только числа $n=5, m=3, p=2$ ⇒ линий, не ведущих ни в П, ни в М НЕТ.

Ответ: 0.

№2 Для этого требуется найти центр треугольника, который является точкой пересечения его биссектрис. (−)

№3 Пусть a лет – отцу, b – матери, c – сыну. Составим уравнение:

$$\begin{cases} a+b+c=65 \\ (a-9)+(b-9)=40 \end{cases}$$

Выражение $(a-9)+(b-9)+(c-9)$ невозможно т.к. $a+b+c=65$, α ■, т.е. сын еще не родился

$a+b-18=40$

$\begin{cases} a+b=58 \Rightarrow \\ a+b+c=65 \end{cases}$

$c=65-58$

$c=7$

Из условия следует, что

+

$a=9(c-4)+4$

$a=9(7-4)+4=9\cdot3+4=27+4=31$

Ответ: 31 год

№4 Пусть сейч. часы показывают a часов x минут. Тогда

$\frac{x}{60}$ часов $= x$ минут

1 час $=30^\circ \Rightarrow \left(30\left(a+\frac{x}{60}\right)\right)^\circ$ – от 12 часов до a часов x минут (часовая стрелка)

1 минута $=6^\circ \Rightarrow (6x)^\circ$ – от 12 часов до ~~a часов~~ x минут (минутная стрелка)

Получаем:

$\left|30\left(a+\frac{x}{60}\right)-6x\right|=45^\circ$

Решим получившееся уравнение

$\left|30a+\frac{30x}{60_2}-6x\right|=45^\circ$

$\left|30a+\frac{x}{2}-6x\right|=45^\circ$

$|60a+x-12x|=90^\circ$

$|60a-11x|=90^\circ$

Тогда

$a = 4$ и $x = 30$

или $a = 7$ и $x = 30$, что не уд-усл.

Ответ: 4 часа 30 минут. +

№5

Обозначим тележку с письмами как Пм, с бандеролями как Б, с посылками — как Пс. Тогда

Найдем как часто тележки встречаются.

Найдем НОК:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$10 = 2 \cdot 5$ $\quad 15 = 3 \cdot 5$ $\quad 25 = 5^2$

НОК $(10; 15) =$ НОК$(Пм; Б) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ минут

НОК $(Б; Пс) = 3 \cdot 5^2 = 75$ минут

НОК $(Пм; Пс) = 2 \cdot 5^2 = 50$ минут

НОК $(Пм; Б; Пс) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$ минут

Пм проделает $\frac{480}{10} = 48$ поездок

(480 минут — время работы Печкина — 8 часов, с 8 до 16.)

Б проделает $\frac{480}{15} = 32$ ~~р~~ поездки

Пс — $\frac{480}{25} \approx 19$ ~~р~~ поездок

Тогда

Пм ~~+48~~ + Б ~~проделают~~ встретятся 16 раз

Б + Пс — 6 раз

Пм + Пс — 9 раз

Пм + Б + Пс — 3 раза

Приоритет больше у Б, а в трех последних случаях приоритет у Пс, значит:

Пм = 48 − 16 − 9 − 3 = 20 раз
Б = 32 − 6 − 3 = 23 раза
Пс = 19 раз
Ответ: Пм проедет с грузом 20 раз,
Б − 23 раза, ПС − 19 раз.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 92-67 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КОШМАРОВ

ИМЯ АНТОН

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 15.12.1998 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Кош

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МКО 92-67

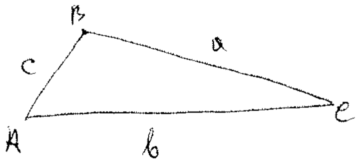
№2 выдан 1 доп лист

1 случай:

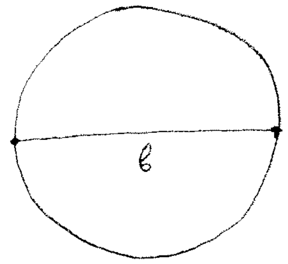
Треугольник является прямоугольным или ~~[illegible]~~ тупоугольным. Тогда очевидно, что наименьшей по площади фигурой будет круг, диаметром которого является большая сторона данного треугольника. Докажем то, что в эту окружность всегда поместится данный треугольник.

Док-во:

пусть дан $\triangle ABC$, где $b > a$; $b > c$



1) построим окружность диаметра b

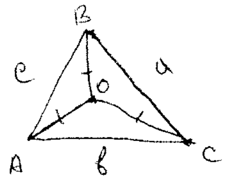


Угол, вершина которого лежит на окружности, $= 90°$. Угол, вершина которого находится внутри окружности, $> 90°$. $\Rightarrow \triangle ABC$ поместится в эту окружност.

2 случай:

Треугольник является остроугольным. Тогда осью вращения будет точка пересечения серединных перпендикуляров, т.е. центр описанной окружности. Докажем это.

Дан остроуг. $\triangle ABC$



$b > a$

$b > c$

т. O - центр. опис. окр.

Допустим т. $O_1 \neq$ т. O - ~~[illegible]~~ ось вращения. Тогда очевидно, что один из отрезков AO_1; BO_1; CO_1 будет больше соответствующего ему отрезка AO; BO; CO. и именно он будет радиусом окр т.е. окр. с центром в т. O_1 будет больше окр. с центром в т. O. Значит осью вращения будет ~~[illegible]~~ точка пересечения серединных перпендикуляров

−1

№4

±

$\frac{1}{2}°$ проходит часовая стрелка за 1 мин.

$6°$ проходит минутная стрелка за 1 мин.

получаем уравнение $(6x) \bmod 360 - \frac{1}{2}x = 2$ ~~...~~ $\frac{1}{2}x - (6x) \bmod 360 = 2$

или $\frac{1}{2}x - (6x) \bmod 360 = 2$, где x – кол-во минут.

Решая каждое из данных уравнений, найдем, что на

меньшее значение $x = 196$, нет решения ур-й.

Отв. ~~15ч~~ 15 16

№5.

Пусть удвоится – x руб

утроится – y руб

пропадет – z руб

останется должно – k руб.

Тогда $\begin{cases} 2x + 3y = 600000 - k + h \\ x + y + z + k = 600000 \end{cases}$, где h – выгода

±

$2x + 3y = x + y + z + h$

$x + 2y - z = h \ (1)$

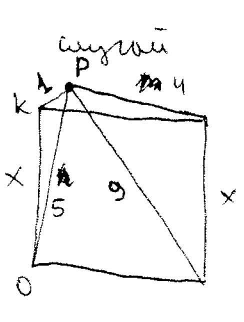
Недостаточное обоснование

В худшем случае спонтан будет наибольшее, а утраиваться наименьшее. Исходя из выведенной зависимости (1) можно сказать, что максимальная выгода составляет 400.000 руб. И её можно достичь, поместив расположив в каждом банке по 200.000 руб.

Отв. 400.000 руб.

№7

1 случай



P- ~~радиопередатчик~~ радиопередатчик

x - сторона квадрата

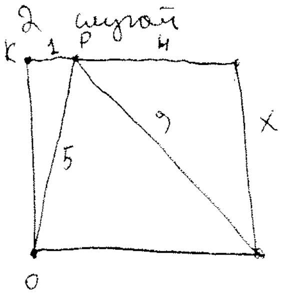
$4 + x > 9$

$x > 5$

очевидно, что $OP > OK \Rightarrow x < 5$

$\Rightarrow$ этот случай невозможен

2 случай



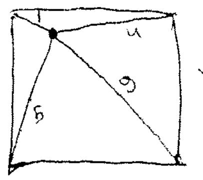
$4+x>9$

$x>5$

$OK<OP \Rightarrow x<5$

$\Rightarrow$ этот случай невозможен.

3 случай



$1+4>x$

$5>x$

$4+x>9$

$x>5$

$\Rightarrow$ этот случай невозможен.

$\Rightarrow$ Штирлицу не стоит верить.

Замечание: если ~~поменя~~ в рассмотренных случаях поменять ~~...~~ местами длины сторон, то все тоже самое повторится.

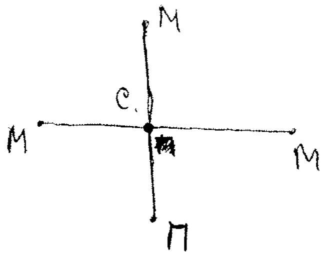
Ответ: нет

№1

По условию задачи минимальное количество линий равно 4.

На мой взгляд из условия задачи следует то, что среди любых трех линий может быть и больше 1 линии, ведущей к предприятию города М. Исходя из этого предположения количество линий может быть = 4

Например:



Ответ: может

№3

$x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q=0$

при $q=\frac{p^2}{4}$

$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=0$

$T(x) = x^2+px+q = \left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

Тогда $T(T(T(x))) = \left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2 = 0$

$$\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2} = \sqrt{-\frac{p}{2}} \quad \text{или} \quad \left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2} = -\sqrt{-\frac{p}{2}}$$

$$x+\frac{p}{2} = \sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}} \quad \text{или} \quad x+\frac{p}{2} = -\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}$$

$$x = \pm\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2} \qquad x = \pm\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$$

По условию уравнение имеет 3 различных корня $\Rightarrow$ или $\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=0$ или $-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=0$

$\Rightarrow p=-2$ или $p=0$

при $p=0$ $x_1=x_2=x_3=0$

$\Rightarrow x_1=\sqrt{2}+1$

$x_2=-\sqrt{2}+1$

$x_3=1$

+

Ответ: $x_1=\sqrt{2}+1$

$x_2=-\sqrt{2}+1$

$x_3=1$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

206		ЮF 60-91
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КРАМЕР

ИМЯ КОНСТАНТИН

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 18.09.1999. **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Крамер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

1) Число всех линий может быть меньше пяти, например: пусть всего 4 линии, тогда пусть 2 линии идут в предприятие города М, а одна линия идёт в предприятие посёлка П, и оставшаяся линия может идти ~~и в город, и в посёлок~~ в любое место. Получаем, что среди любых трёх линий есть линия ~~вед~~ идущая на предприятие в город М и среди четырёх есть линия идущая на предприятие посёлка П.

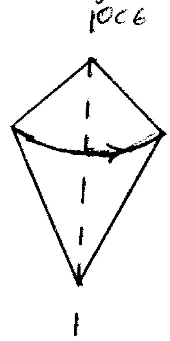
+

2) Среди любых пяти линий не найдутся такие, ~~что~~ которые не ведут ни в М, ни в П, т.к. среди этих пяти линий должно быть 2 линии идущие в предприятие ~~город~~ посёлка П, т.к. ~~пре~~ линий 5, а среди любых 4 должна быть линия ~~ведущ~~ идущая в П. Оставшиеся 3 линии будут идти в предприятия города М, т.к. 2 линии идут в П, а среди любых 3 линий должна быть линия идущая в П.

Ответ: Число всех линий может быть меньше пяти; Среди любых пяти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

№2

Чтобы площадь образованной фигуры была наименьшей, нужно чтобы сумма граней образующих эту фигуру была наименьшей, т.е. ось вращения должна совпадать с наибольшей гранью треугольника.



Ответ: ось вращения совпадёт с наибольшей гранью треугольника.

−
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-91

№5

Т.к Иван Иванович не знает в каком вклад удвоится, в каком утроится, а также он не знает какой банк разорится, поэтому он должен положить во все банки одинаковую сумму денег. Пусть кол-во денег которое он положит в каждый банк равняется x, а кол-во денег, которое он оставит дома равно y.

~~Получаем, что он по может получить в каждом бан~~

Иван Иванович может получить в первом банке $2x$ рублей, во втором $3x$ рублей, а в третьем kx рублей, где k – во сколько раз увеличится внесённая сумма денег.

Если $k=1$, то при самом худшем ходе событий он получит $3x$ рублей, столько же сколько и положит, а если $k=z+1$, где $z>0$, то он получит больше чем положил на $z \cdot x$, т.е. чем больше он положит, тем больше будет прибыль. => Т.к он должен ~~хотать~~ в каждый банк положить как можно больше денег, т.е дома у него ни чего не должно остаться ($y = 0$ рублей), а также во все банки он должен положить ~~до~~ одинаковое кол-во денег, то получаем, что Иван Иванович положит в каждый банк по 200000 рублей.

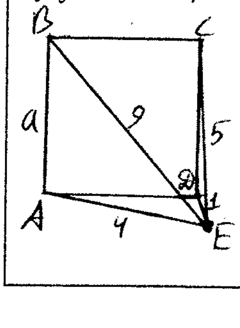
Он получит в конце при самом худшем ходе событий:

1) если $k<3$, то $200000 \cdot k + 200000 \cdot 2 = 400000 + 200000k$
2) если $k>3$ то $200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 = 1000000$

Ответ: положит в каждый по 200000 рублей, получит либо $400000+200000k$ рублей, либо 1000000 рублей.

№7

Пусть сторона квадрата равна a, тогда получаем следующий рисунок:



$AB=BC=CD=AD=a$
$BE=9$ км
$AE=4$ км
$DE=1$ км
$CE=5$ км

По свойству сторон треугольника: сумма любых двух сторон треугольника больше третьей стороны, получаем

Из $\triangle ABE$: $a+4>9$, $4+9>a$

$\triangle BCE$: $5+9>a$, $a+5>9$

$\triangle ADE$: $1+4>a$, $a+1>4$

$\triangle CDE$: $a+1>5$, $1+5>a$

$$\Rightarrow \begin{cases} a>5 \\ a>4 \\ a>3 \\ a>4 \\ a<13 \\ a<14 \\ a<5 \\ a<6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>5 \\ a<5 \end{cases} \Rightarrow \text{нет таких } a.$$

+/−

Получаем, что Мюллер верить такому сообщению не должен.

Ответ: Мюллер верить такому сообщению не должен

№6

Дано:

$\triangle ABC$ - прямоуг.

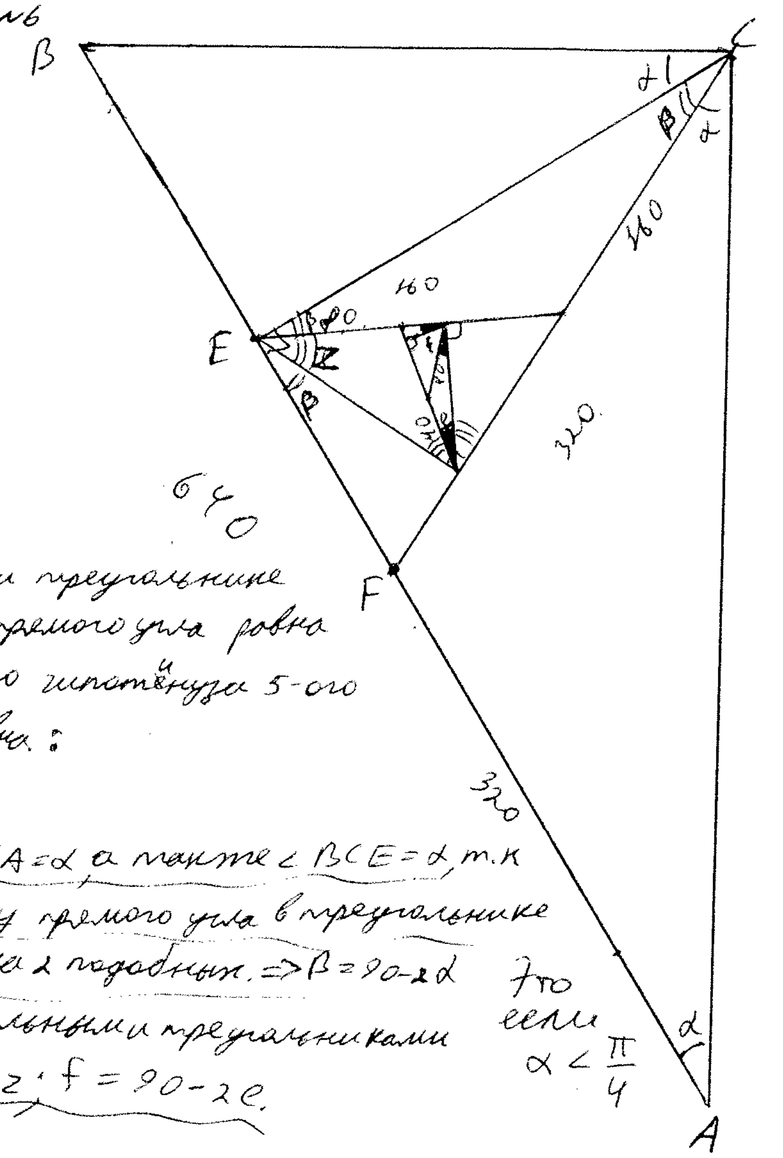
$\angle C=90°$

$AB=640$ м

$\angle A=\alpha=\frac{11}{24}\pi$

Найти:

S 5 треугольника и гипотенузу 5 треугольника.



Решение

1) Т.к. в прямоугольном треугольнике медиана проведённая из прямого угла равна половине гипотенузы, то гипотенуза 5-ого треугольника будет равна:

$l=\frac{640}{2^4}=\frac{640}{16}=40$ м.

2) Т.к. $CF=FA$, то $\angle FCA=\alpha$, а также $\angle BCE=\alpha$, т.к. высота проведённая из прямого угла в треугольнике делит треугольник на 2 подобных. $\Rightarrow \beta=90-2\alpha$

3) Аналогично с остальными треугольниками

$z=90-2\beta$; $e=90-2z$; $f=90-2e$.

Это если $\alpha<\frac{\pi}{4}$

4) $\alpha=\frac{11}{24}\cancel{\beta}\pi$

$\beta=90-\frac{11}{12}\pi$

$z=90-180+\frac{11}{6}\pi=\frac{11}{6}\pi-90$

$e=90+180-\frac{11}{3}\pi=270-\frac{11}{3}\pi$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-91

$f=90-540+\frac{22}{3}\pi=\frac{22}{3}\pi-450=\frac{22\cdot 180}{3}-450=\frac{22\cdot 60}{1}-450=$

$=1320-450=870$

$\times\frac{22}{60}$ $\frac{1320}{1320}$

$f=870-720=150°$

+

5) $\sin f=\frac{a}{40}=\frac{1}{2}\Rightarrow a=20$

~~$\cos f=\frac{b}{40}=-$~~

$b=\sqrt{1600-400}=\sqrt{1200}=20\sqrt{3}$

6) $S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b=20\cdot 20\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=200\sqrt{3}$

Ответ: $S=200\sqrt{3}\ м^2$, гипотенуза $c=40$ м

№3

1) $x^2+px+q=0$

т.к это уравнение имеет ровно один корень, т.е.

$D=p^2-4q=0$

$p=2\sqrt{q}$

—

2) $T(T(T(x)))=0$

$T(x)=x^2+px+q$

⇓

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2+((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)\cdot p+q=0$

Замена: $x^2+px+q=a$

$(a^2+pa+q)^2+(a^2+pa+q)\cdot p+q=0$

$p=2\sqrt{q}$

$(a^2+2\sqrt{q}a+q)^2+(a^2 2\sqrt{q}+4qa+2\sqrt{q^3})+q=0$

Замена $a^2+pa+q=b$

$b^2+bp+q=0$

$D=p^2-4q$

$b=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$

не завершено

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	ЙЦ 32-80	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7112	шифр

ФАМИЛИЯ Крускин

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 08.07.1997 **Класс:** 11 А

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЧ 32-80

№7

a_1 – ширина первой ступени, a_2 – 2ой, a_3 – 3-ей } арифм. прогрессия ⇒ $\begin{cases} a_2 = a_1 + d \\ a_3 = a_1 + 2d \end{cases}$

b_1 – высота 1ой ступени, b_2 – 2ой, b_3 – 3ей. } геометр. прогрессия $\begin{cases} b_2 = b_1 q \\ b_3 = b_1 q^2 \end{cases}$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм – ширина пьедестала

$a_1 b_1 = 15$ дм^2 – площадь 1ого прямоуг.

$b_2 a_2 = 60$ дм^2 – площадь 2ого

$a_3 b_3 = 180$ дм^2 – площадь 3его.

Получим систему ур-ий.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 30 \ (1) \\ a_2 = a_1 + d \ (2) \\ a_3 = a_1 + 2d \ (3) \\ b_2 = b_1 q \\ b_3 = b_1 q^2 \\ a_1 b_1 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \\ a_3 b_3 = 180 \end{cases}$$

Подставим 2 и 3 в 1, получим: $3a_1 + 3d = 30 \Rightarrow a_1 = 10 - d \ (4)$

подставим 4 в 2 и 3, получим: $a_2 = 10$, $a_3 = 10 + d$.

Система примет вид:

$$\begin{cases} a_1 = 10 - d \\ a_2 = 10 \ (5) \\ a_3 = 10 + d \\ b_2 = b_1 q \\ b_3 = b_1 q^2 \\ a_1 b_1 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \ (6) \\ a_3 b_3 = 180 \end{cases}$$

Подставим 5 в 6, получим $b_2 = 6$; значит $b_1 = \frac{6}{q}$; $b_3 = 6q$

Система примет вид:

$$\begin{cases} a_1 = 10 - d \\ a_2 = 10 \\ a_3 = 10 + d \\ b_1 = \frac{6}{q} \\ b_2 = 6 \\ b_3 = 6q \\ b_1 a_1 = 15 \\ a_3 b_3 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = 10 \\ b_2 = 6 \\ a_1 = 10 - d \\ a_3 = 10 - d \\ b_1 = \frac{6}{q} \\ b_3 = 6q \\ (10-d)\frac{6}{q} = 15 \ (7) \\ (10-d)6q = 180 \ (8) \end{cases}$$

Перемножим 7 и 8, получим

$36(100 - d^2) = 2700$

$100 - d^2 = 75$

$d^2 = 25$

$d = 5$ (т.к. $a_3 > a_1$).

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_2 = 10 \\ a_3 = 15 \\ b_1 = \frac{15}{5} \\ b_2 = 6 \\ b_3 = \frac{180}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \text{ дм – 3 место} \\ a_2 = 10 \text{ дм – 2 место} \\ a_3 = 15 \text{ дм – 1 место} \\ b_1 = 3 \text{ дм – 3 место} \\ b_2 = 6 \text{ дм – 2 место} \\ b_3 = 12 \text{ дм – 1 место} \end{cases}$$

Ответ: 3 место – ширина 5 дм, высота 3 дм;
2 место – ширина 10 дм, высота 6 дм;
1 место – ширина 15 дм; высота 12 дм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АЦ 32-80

~~№6 Дано: $\alpha = \frac{11\pi}{24}$ $d_1 = 6$ мм~~

№2
$tg x$ – целое
$tg 2x$ – целое
Найти x и $2015^{tg x}$.

Решение:
$tg 2x = \frac{2tg x}{1 - tg^2 x}$ – целое $\Rightarrow$

$(2tg x) = k(1 - tg^2 x)$, где $k \in Z$.

функция $f_1(x) = |2tg x|$ изменяется медленнее, чем $f_2(x) = |1 - tg^2 x|$ всилу большей степени $tg x$, значит условие будет выполняться, только при малых значениях $|k|$.

① $k = 0 \Rightarrow 2tg x = 0 \Rightarrow \begin{cases} tg 2x = 0 \text{ - целое} \\ tg x = 0 \text{ - целое} \end{cases} \Rightarrow x = 0$

② $k = \pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2tg x = 1 - tg^2 x \\ -2tg x = 1 - tg^2 x \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} tg^2 x + 2tg x - 1 = 0 \\ tg^2 x - 2tg x - 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg x = -1 \pm \sqrt{2} \text{ - не целое} \\ tg x = 1 \pm \sqrt{2} \text{ - не целое} \end{array}\right.$ $x \in \emptyset$

③ $k = \pm 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2tg x = 2 - 2tg^2 x \\ +2tg x = -2 + 2tg^2 x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg^2 x + tg x - 1 = 0;\ \sqrt{D} = \sqrt{5} \\ tg^2 x - tg x - 1 = 0;\ \sqrt{D} = \sqrt{5} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ не цел.} \\ tg x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ не цел.} \end{array}\right.$ $x \in \emptyset$

Следовательно, при значении $|k| > 0$ $x \in \emptyset$.
Значит $x = 0$; $tg x = 0$; $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

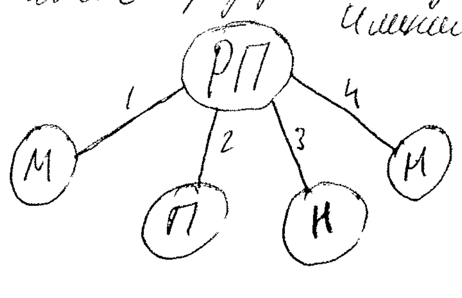
Ответ: $x = 0$; $2015^{tg x} = 1$

+

№1

РП – распределительная подстанция
М – ~~город~~ предприятие города М
П – предприятие города П
Н – новое предприятие др. городов.

4 линии, есть линия к предпр. г П(М)



Согласно условию среди любых трех линий есть одна на предпр. г. М; среди любых 4-х на предпр. г. П.
Возможные комбинации из 3х линий:
123 (1-М)
124 (1-М; 4-М)
234 (4-М)
134 (1-М; 4М)
В каждой есть линия к предприятию города М.

Следовательно число всех линий может быть меньше 5, а именно 4, причем, одна линия может идти и не в г. М и не в г. П.

Ответ: может.

В ответе отсутствует минимальное количество линий ведущих в М.

б)

(+)

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОЦ 32-80

№4

Между часовой и минутной стрелками 2°, впервые после полудня, прошло целое кол-во минут. Найти время, которое показывают часы.

$\omega_ч = \frac{360°}{12 \cdot 60} = \frac{1}{2} \frac{гр}{мин}$ – угловая скорость часовой стрелки.

$\omega_м = \frac{360°}{60} = 6 \frac{гр}{мин}$ – угловая скорость минутной стрелки.

~~$\omega_м - \omega_ч (\omega_м - \omega_ч)t$~~ $(\omega_м - \omega_ч)t = 30n - 2$, где n – кол-во часов пройденных за время выполнения условия; t – кол-во минут, пройденных после завершения полных n часов

$(6 - \frac{1}{2})t = 30n - 2$; $n = 0; 1; 2; 3; 4 \dots$

$\frac{11}{2} t = 30n - 2$, $n = 0; 1; 2; 3; 4 \dots$

$n = 3 \Rightarrow \frac{11}{2} t = 88$

$11t = 8 \cdot 11 \cdot 2 \Rightarrow t = 16$ мин.

$\left.\begin{matrix} n=3 \\ t=16 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ часы показывают 3 часа 16 минут.

+

Ответ: 3 часа 16 минут.

№5

Так как рассматривается самый неблагоприятный вариант, то разницу между вкладами в банках нужно свести к минимуму.

$f_1 = 3x + 2\cancel{y} - x + y = 4x + y$ (получит, если вложит во все 3 банка); $x = \frac{600 - y}{3}$

$f_2 = 2x - x + y = x + y$ (получит, если вложит в 2 банка); $x = \frac{600 - y}{2}$

$f_3 = x + y$ (получит, если вложит в 1 банк); $x = 600 - y$

$f_4 = y$ (не будет вкладывать); где x – вклад в банк, y – ост-ся дома.

Ⅰ $\left.\begin{matrix} 3x + y = 600 \\ f_1 = 4x + y \end{matrix}\right\} \Rightarrow f_1 = x + 600$ – прибыль

Ⅱ $\left.\begin{matrix} 2x + y = 600 \\ f_2 = x + y \end{matrix}\right\} \Rightarrow f_2 = -x + 600$ – убыль

Ⅲ $\left.\begin{matrix} x + y = 600 \\ f_3 = -x + y \end{matrix}\right\} \Rightarrow f_3 = -2x + 600$ – убыль

Ⅳ $\left.\begin{matrix} f_4 = y \\ y = 600 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f_4 = 600$ нейтр.

$\Rightarrow$ Нужно вкладывать все деньги в 3 банка поровну в каждый, а именно по $x = 200000$ р.

нет. док-ва.

±

Ответ: в 1-ый 200000 р; во 2ой 200000 р; в 3-й 200000;

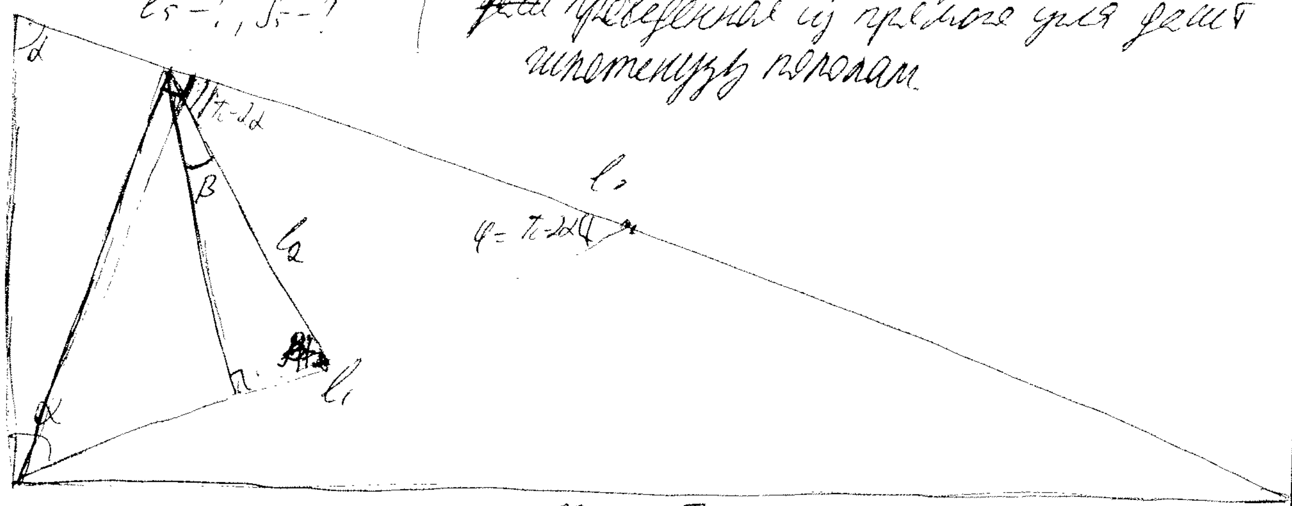
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЧ32-80

№6 $l_1 = 640м$; $\alpha = \frac{11}{24}\pi$; $l_5 - ?$, $S_5 - ?$

Решение: медиана в прямоугольном Δ-е, ~~.~~ проведенная из прямого угла делит гипотенузу пополам



$\angle\varphi = \pi - 2\alpha = \pi - \frac{22}{24}\pi = \frac{\pi}{12}$

$\alpha_1 \neq \angle\beta \neq \pi - 2\varphi \neq \pi - \frac{\pi}{6} \neq \frac{5\pi}{6} > 90° \Rightarrow \angle\beta \neq \frac{5\pi}{6}$

$\alpha_2 = \angle\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

$\alpha_3 = \pi - \frac{10\pi}{12} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

$\alpha_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$\alpha_5 = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$l_4 = \frac{l_1}{2}$; $l_2 = \frac{l_1}{2} \Rightarrow$ ~~$l_5 = \frac{l_4}{2} = \frac{l_1}{24} = \frac{640}{64} = 10м$~~. $l_5 = \frac{l_0}{2^5} = 20м$

l_5 - гипотенуза 5 треугольника

$\alpha_5 = \pi/3 \Rightarrow$ одна из сторон равна 10м; а второй угол равен $\frac{\pi}{6}$

$S = \frac{1}{2} 20 \cdot 10 \cdot \sin 30° =$
$= 100 \cdot \frac{1}{2} = 50м^2$

±

Ответ: $50м^2$; 20м.

Лист 4 из 4

Виден один дополнительный лист ...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

302		UT24-28
№ группы	Вариант № 7072	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ксенофонтова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВНА

Дата рождения 26. 03. 2001 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: Заключительный

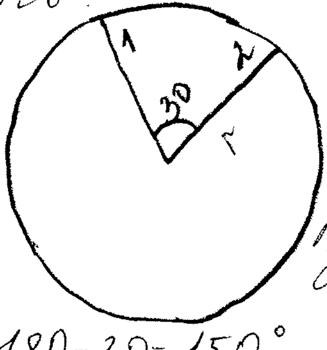
Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы: 01. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ксеноф

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 Задача решается по принципу Дирихле (, если есть 10 кроликов и 9 клеток, то в одной из них будет не менее 2-х кроликов").
В нашей задаче будут „клетки" - все линии, „кролики" - все линии, идущие в М и П. Т.к кроликов < клеток, то будут линии, идущие в другие предприятия. Рассмотрим вариант с городом М. Среди любого кол-ва линий на подстанции максимум не идущих в М будет,
② Рас-м вариант с поселком П. Среди любого кол-ва линий подстанций могут найтись 3, не идущие в П.
А значит из всех линий максимум найдутся только две линии не идущие в М и П.
Ответ: 2 линии

№2 При вращении треугольник описывает окружность.



Чтобы стороны были минимальные, нужно чтобы радиус окружности был минимальным.

$\angle 2 + \angle 1 = 180 - 30 = 150°$.
Тогда у нас есть три варианта треугольника: равнобедренный, прямоугольный и произвольный. В равнобедренном треугольнике соотношение будет 2 : 2 : 1. Значит он будет минимальным.

№3 Т.к возраст всех суммируется, то из 65 лет нужно вычесть $9 \times 3 = 27$ лет.
Получаем $38 < 40$. Значит 9 лет назад сын еще не родился. Теперь $65 - 40 = 25$ лет
Значит возрост в 2004г матери и отца вместе составил 40л, а потом родился сын. $40 + 2 \cdot 9 = 58$
$65 - 58 = 7$ лет - сыну (сейчас).
Раз четыре года назад отец был старше сына в 9 раз, то $7 - 4 = 3$
$3 \cdot 9 = 27 + 4 = 31$г - отцу сейчас

Ответ: 31.

+

№4 12^{00} - полдень.
Пусть двигалась только минутная стрелка. За 20 минут она прошла 120°. Значит часы стали показывать 12:20. Но еще двигалась и большая стрелка. Для большой стрелки 1ч = 30°. Так как минутная стрелка прошла 20мин, то значит часовая стрелка прошла ≈ 5°. Получается, что часы показывают 12:25.

Ответ: 12:25

−

№5 Так как все тележки выезжают одновременно с начала дня и передвигаются всю смену (8 часов), то можно высчитать сколько рейсов сделала каждая. Рас-м самую редкую. Она всегда будет ездить с грузом. За $8 \cdot 60 = 480$ минут она сделала 16 рейсов ($480 : 20+5$ (погрузка) $= 16$) за весь день. И за час делает два рейса (x^{00}; x^{30}) (x - часы).

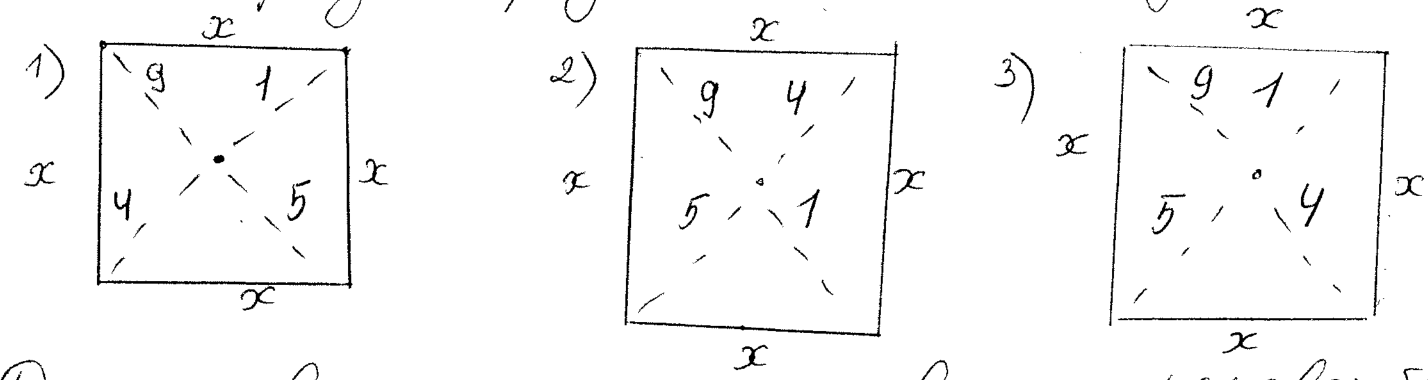
Рас-м тележку с бандеролями. Она работает 8 часов. За час делает $60 : 15+5$ (погрузка) $= 3$ рейса в (x^{00}, x^{20}, x^{40}). $480 : 20 = 24$ рейса. Но т. к каждый час (кроме первого) она встречается с тележкой с посылками в x^{00} времени. Значит она делае $24 - 7 = 17$ рейсов с товаром.

Рас-м тележку с письмами. Она проходит рейс с загрузкой за $10+5 = 15$ минут. А значит за $480 : 15 = 32$ рейса. За час 4 рейса в x^{00}, x^{15}, x^{30}, x^{45}. А значит тележка с почтой идет с грузом $32 - 2 \cdot 7 + 1 = 17$ рейсов.

Ответ: Тележка с письмами - 17 рейсов, тележка с бандеролью - 17, тележка с посылками - 16

на обратной стороне

№7. Так как территория - это квадрат, то пусть каждая сторона равна x. У нас есть три варианта расположения радиопередатчика от каждой точки.



Далее воспользуемся правилом неравенства треугольников: $a+b>c$; $a+c>b$; $b+c>a$. Т.к у нас образовались треугольники мы можем применить данное правило. Но не в одном из трех вариантов не получится так чтобы стороны x в каждом треугольнике подходили под правило и чтобы во всех четырех треугольниках в одном из вариантов x было одно число. А значит такого быть не может.

Ответ: нет

+

UT 24-28 04-04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ОВ67-73 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КУДИНОВА

ИМЯ СВЕТЛАНА

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 08.04.1998 Класс: 10

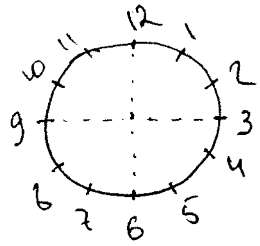
Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№4



За минуту минутная стрелка проходит:

$\frac{360°}{60°} = 6°$

а часовая:

$\frac{360}{12} : 60 = \frac{1}{2}°$

Так как нам известно, что прошло целое кол-во минут и это случилось впервые после 12, то просто рассмотрим все часы, начиная с 12, и расстояние между стрелками:

За 1-ую минуту:

секундная („с"): 6° } между ними $5\frac{1}{2}°$ => в этом часе этого (в момента когда между ними 2°) не произойдет, т.к. „с" обогнала „ч".

часовая („ч"): $\frac{1}{2}°$

2-ой час („ч" - 30°; „с" - 0°)

„ч" прошла круг => на 30°

„с" догонит (до 30°) через 5 мин:

„с" - 30°; „ч" - $32\frac{1}{2}$ => в этом часе не произойдет

3-ий час („ч" - 60°; „с" - 0°)

„ч" прошла еще круг => на 60°

„с" догонит через 10 мин:

„с" - 60°; „ч" - 65 } => не в этом часе

„с" - 66°; „ч" - $65\frac{1}{2}$

„4"-ый час („ч" - 90°; „с" - 0°)

„с" догонит через 15 мин:

„с" - 90°; „ч" - $97\frac{1}{2}°$

„с" - 96°; „ч" - 96° => время 3 ч 16 мин

Ответ: 3 часа 16 мин

(+)

№5

Если он положил в каждый банк одинаковое кол-во денег, то max выручка будет 1.000.000.

(в каждый по 200к):

400(200·2)+600к=1000к

Соответственно, выгоднее все деньги класть в банк (при равномерном размещении).
Неравномерное размещение не должно быть таково что в 2х банках будет больше чем в 3-ем. Однако выгода возрастает так:

1-ый	100	выгода	101		102			106
2-ой	100	300	101	300	102	302	т.д.	106
3-ий	100		100		101			105
дом	300		298		295			283

* выгода падает

Т.е. 1000000 наибольшая выгода.
Ответ: 1.000.000

№1.

Кол-во линий не может быть меньше 4 (такое условие некорректно), но может быть равно 4, так что:

N — M ⇒ 2 линии ведут в М, одна в П, и одна в N. ⇒ может
П

Если кол-во линий не меньше пяти, то из любых 5-и линий не будет той, которая не ведет ни в М, ни в П, так как:
- кол-во линий, не ведущих в М не больше 2-х
- кол-во линий, не ведущих в П не больше 3-х } ⇒

если среди них есть хоть бы 1, не ведущая в М или П, то только одна линия ведет в П ($2^{не в М}-1$) и 2 ведущие в М ⇒ = линий всего 4 ⇒ это невозможно
Ответ: линий может быть меньше пяти, если линий не меньше пяти, то нет такой, что не ведет ни в М, ни в П.

№2

Единственным условием, что и $tg\,x$ и $tg\,2x$ (или $ctg\,x$) целые числа, является равенство одного из них 1, а другого 0 (или $2-x$)? Это достигается при углах равных $\frac{\pi}{2}$ и нет

1) $x = 2\pi n$; тогда $2x = 4\pi n$: $tg\, 2\pi n = 0$; $tg\, 4\pi n = 0 \Rightarrow$ ~~не~~ корень

2) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, тогда $tg \frac{\pi}{4} = 1$, $tg \frac{\pi}{2} = \infty$ $\Rightarrow$ не корень

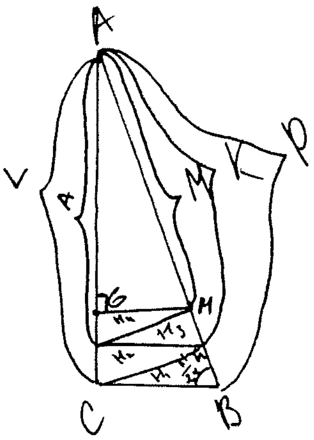
3) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, тогда: $tg \frac{\pi}{2} = 1$, $tg\, \pi = 0 \Rightarrow$ корень

4) $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$, тогда $tg \frac{3\pi}{4} = -1$, $tg \frac{6\pi}{4} = \infty \Rightarrow$ не корень

5) $x = 2\pi n + \pi$, тогда $tg\, \pi = 0$, $tg\, 2\pi = 0 \Rightarrow$ не корень

Ответ $x = 2\pi n$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$

№ 6



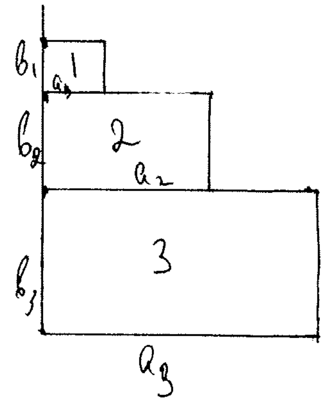
$$\left.\begin{aligned} L &= P\cdot \sin\alpha \\ \cancel{K} &= L\cdot \sin\alpha \\ A &= K\cdot \sin\alpha \\ M &= A\cdot \sin\alpha \end{aligned}\right\} M = P\cdot \sin^4\alpha = 640\cdot \sin^4 \tfrac{11}{24}\pi$$

$$\left.\begin{aligned} S_{AMG} &= \frac{MG\cdot AG}{2} \\ AG &= M\cdot \sin\alpha \\ MG &= M\cos\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow S = \frac{M\sin\alpha\cdot M\cos\alpha}{2} = \frac{640\cdot \sin^5\frac{11}{24}\pi\cdot 640 \times \sin^4\frac{11}{24}\pi\cdot\cos\frac{11}{24}\pi}{2} = 2\cdot 320^2\cdot \sin^9\tfrac{11}{24}\pi\cdot\cos\tfrac{11}{24}\pi$$

Ответ: $M = 640\cdot \sin^4\frac{11}{24}\pi$; $S_{AMG} = 2\cdot 320^2\cdot \sin^9\frac{11}{24}\pi\cdot \cos\frac{11}{24}\pi$

числа не найдены

№ 7



$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$a_1 = 10 - d \Rightarrow a_2 = 10 \Rightarrow b_2 = \frac{60}{10} = 6$

Получим 2 ур-ия для 1 и 3:

$$\begin{cases} 15 = a_1\cdot b_1 = \dfrac{(a_2-d)\cdot b_2}{q} \\ 180 = a_3\cdot b_3 = (a_2+d)\cdot b_2 q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \dfrac{(a_2-d)\cdot b_2}{15} \\ 180 = (a_2+d)\cdot b_2\cdot \dfrac{(a_2-d)\, b_2}{15} \end{cases}$$

$\cancel{12 = (a_2+d)(b_2^2 a_2 - b_2^2 d) \Rightarrow 12 = a_2^2 b_2^2 + b_2^2 d}$ $2700 = (a_2^2 - d^2)\cdot b_2^2$

$2700 = a_2^2\cdot b_2^2 - d^2\cdot b_2^2 \Rightarrow d = \cancel{\sqrt{\frac{2700 - a_2^2 b_2^2}{b_2^2}}} = \sqrt{\frac{a_2^2\cdot b_2^2 - 2700}{b_2^2}} = 5$

$$\begin{cases} d = 5 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a_1 = 5 \\ a_2 = 10 \\ a_3 = 15 \end{matrix};\quad \begin{matrix} b_1 = 3 \\ b_2 = 6 \\ b_3 = 12 \end{matrix}$$

+

Ответ: $a_1 = 5$; $a_2 = 10$; $a_3 = 15$; $b_1 = 3$; $b_2 = 6$; $b_3 = 12$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ЙУ 49-77 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Кузьмина

ИМЯ Алина

ОТЧЕСТВО Борисовна

Дата рождения 03.01.1998 Класс: 10

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: ~~03.01~~ 01.03.2015 (число, месяц, год)

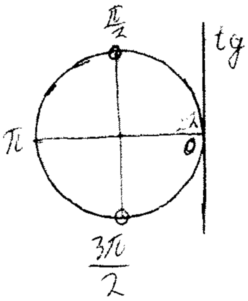
Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан 1(один) доп. лист

№2

Ответ: πn, где $n \in Z$



Из графика единичной окружности видно, что в точках $x=0$, $x=\pi$, $x=2\pi$ и т.д. $tg x = 0$ и $tg 2x = 0$. Следовательно, $x \in \pi n$, $n \in Z$

№4

Ответ: 3 ч 16 мин

Когда проходит 1 мин времени, часовая стрелка отклоняется на $0{,}5°$, а минутная — на $6°$. Когда проходит 1 час времени после полудня, разница между часовой и минутной стрелками увеличивается на $30°$.

Т.к. событие произошло впервые после полудня, рассмотрим случай, когда ~~ч~~ часовая стрелка находится в промежутке от 12 до 6 ч, тогда разница, описанная выше будет именно увеличиваться (т.е. в 1:00 будет $30°$, в 2:00 $60°$ и т.д.).

Пусть x — количество прошедших часов, y — количество минут. Т.к. разница, полученная в начале часа должна сократиться до $2°$, составим уравнение:

$$30x = 6y - 0{,}5y + 2$$
$$30x = 5{,}5y + 2$$

Теперь последовательно рассмотрим возможные значения x и оценим, будет ли y целым числом.

1) $x=1$. $30 = 5{,}5y + 2 \Rightarrow y = \frac{28}{5{,}5}$ — не целое, не подходит

2) $x=2$: $60=5{,}5y+2 \Rightarrow y=\frac{58}{5{,}5}$ - не целое, не подходит

3) $x=3$: $90=5{,}5y+2$ $y=\frac{88}{5{,}5}=16$ - целое, подходит

Значит, часы показывают 3 ч 16 мин.

N 5

Ответ: 800 000 рублей

Самый плохой ход событий - это разорение того банка, вклад в котором будет наибольшим. Следовательно ~~=~~ если вкладчику и делать вклады, то в одинаковом размере. Пусть x рублей - это вклады в каждый из банков, а y рублей - сумма, которую оставит дома. Тогда:

$3x+y=600000 \Rightarrow x=\frac{600000-y}{3}$

Через год у вкладчика будет:

$3x+2x-x+y=4x+y$.

т.е. в банки он отдает 3x рублей, а получает 4x рублей, тогда как сумма денег, лежащих дома не увеличивается. следовательно, $y=0$

$\Rightarrow x=\frac{600000}{3}=200000$ (р.)

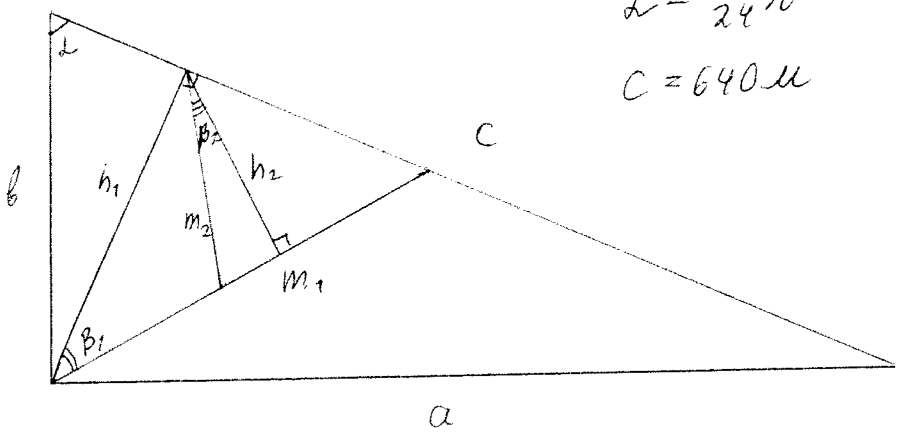
Через год вкладчик получит 4x рублей, т.е. 800000 рублей.

N 6

Ответ: 20 м и $50\sqrt{3}$ м^2

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$c = 640$ м



Медиана прямоугольного треугольника, выходящая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы $\Rightarrow m_1 = \frac{c}{2}$; $m_2 = \frac{m_1}{2} = \frac{c}{4}$ ... $m_5 = \frac{c}{32}$ (В каждом новом треугольнике предыдущая медиана является гипотенузой. Алиса-гипотенуза 5-го тр-ка равна $\frac{640}{32}$ м $= 20$м. V

Обозначим β_1 угол между h_1 и m_1 (катет и гипотенуза 1-го тр-ка).

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2\alpha - \frac{\pi}{2}$$

$$\cancel{\beta_2 = \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{\pi}{2} - 2\beta_1\right) = 2\beta_1 - \frac{\pi}{2} =}$$

$$\beta_2 = \left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) - \beta_1 = \frac{\pi}{2} - 2\beta_1 = \frac{3\pi}{2} - 4\alpha$$

...

$$\beta_5 = 32\alpha - \frac{21\pi}{2} = 32 \cdot \frac{11}{24}\pi - \frac{21\pi}{2} = \frac{25}{6}\pi$$

Сократим β_5 на 4π $\beta_5 = \frac{25}{6}\pi - 4\pi = \frac{\pi}{6}$

Общая формула площади: $S = \frac{1}{4}c^2 \sin 2\alpha$

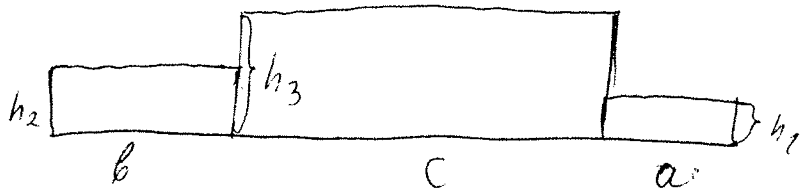
$$S = \frac{1}{4} m_5^2 \cdot \sin 2\beta_5 = \frac{1}{4} \cdot 20^2 \cdot \sin\frac{\pi}{3} = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$$

Площадь 5-го тр-ка равна $50\sqrt{3}$ м^2

№ 7

Ответ: 5×3, 10×6 и 15×12

$a+b+c=30$



Из арифметич. прогрессии длин a, b и c следует, что $b-a=c-b$.

Из геометрич. прогрессии высот следует, что

$\frac{h_3}{h_2}=\frac{h_2}{h_1}$.

Высота ~~на~~ равна:

$h_1=\frac{15}{a}$; $h_2=\frac{60}{b}$; $h_3=\frac{180}{c}$

$\Rightarrow \frac{180b}{60c}=\frac{60a}{15b}$

или $\frac{3b}{c}=\frac{4a}{b}$

Получили систему ур-ий:

$$\begin{cases} a+b+c=30 \\ b-a=c-b \\ \frac{3b}{c}=\frac{4a}{b} \end{cases}$$

как?

Решив эту систему, получим: $a=5$, $b=10$, $c=15$.

$\Rightarrow h_1=3$, $h_2=6$, $h_3=12$.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 22-92

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Куркин

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 30.06.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Н. Куркин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N1

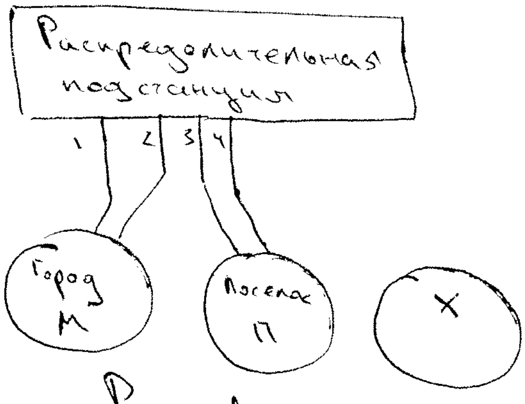


Рис. 1.

① Среди любых трех линий есть хотя бы одна, идущая в город
② Среди любых четырех линий есть хотя бы одна, идущая в посёлок.

При конфигурации, указанной на Рис.1. оба условия выполняются, а так же подобная конфигурация не противоречит ни одному из условий задачи. Таким образом имеем, что общее число линий меньше 5. Если же подключить 5ую линию к населённому пункту X, то условие ① не будет выполнено.

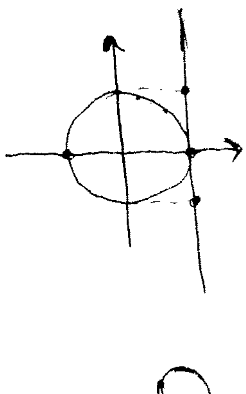
Ответ: ~~Да, может.~~ Нет.

+

N2

Дано:
$\operatorname{tg}x \in Z$
$\operatorname{tg}2x \in Z$

Найти:
а) x - ?
б) $2015^{\operatorname{tg}x}$ - ?



$\operatorname{tg}x$ и $\operatorname{tg}2x$ принимают одновременно целые значения только при $x = \pi k, \pi \in Z$

Тогда $\operatorname{tg}x = 0$

$a \Rightarrow 2015^{\operatorname{tg}x} = 1$

+

Ответ: а) $x = \pi k, k \in Z$; б) $\{1\}$

№4

Введем скорости $V_м$ и $V_ч$ минутной и часовой стрелок соответственно [°/мин].
Известно, что за $t=1м$ минутная стрелка передвигается на $1/60$ всей окружности, а именно на 6°. => $\boxed{V_м = 6 \text{ °/мин}}$

Аналогично известно, что за $t=1$ час часовая стрелка передвигается на $1/12$ всей окружности, а значит за $t=1м$ — в 60 раз меньше => $\frac{30°}{60} = 0,5°$. => $\boxed{V_ч = 0,5 \text{ °/мин}}$

Тогда, так как обе стрелки нах-ся в движении, найдем их относительную скорость

$$\boxed{V_{отн} = V_м - V_ч = 6 - 0,5 = 5,5 \text{ °/мин}}$$

Таким образом нетрудно заметить, что угол в 2° при первом обороте за целое число минут получить невозможно. Проверим на втором часу:

$\boxed{\varphi = \varphi_0 - \omega t}$, где $\varphi = 2°$, $\varphi_0 = 360°$

а $\omega = V_{отн}$.

=> $358 = 5,5t$ => $t = \frac{358 \cdot 2}{11}$

$$\begin{array}{r|l} 358 & 11 \\ \underline{33} & 32 \\ 28 & \\ \underline{22} & \\ 6 & \end{array}$$

=> t - не целое число. Проверим при $\varphi_0 = 720°$.

=> $718 = 5,5t$

$$\begin{array}{r|l} 718 & 11 \\ \underline{66} & 65 \\ 58 & \\ 55 & \end{array}$$

=> t - не целое число.

Проверим при $\varphi_0 = 1080°$

$\Rightarrow 1078 = 5{,}5t \Rightarrow t = \frac{1078 \cdot 2}{11}$

$1078 : 11 = 98$

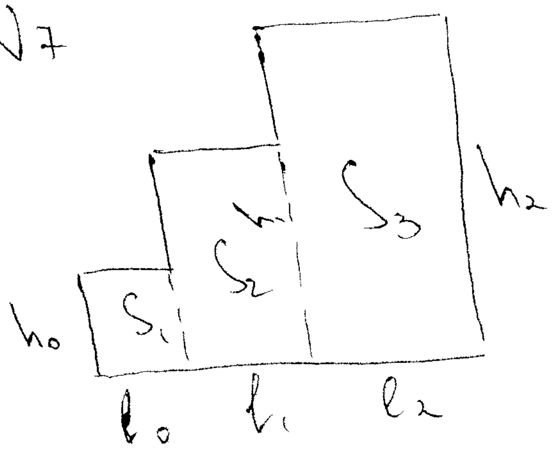
$t = 98 \cdot 2 = 196$ мин.

Имеем, что через $t = 196$ мин после полудня угол между минутной и часовой стрелками $2°$. Значит, часы показывают время $T = 12$ часов $+ 3$ часа $+ 16$ мин

$\boxed{T = 15 \text{ часов } 16 \text{ минут}}$, +

Ответ: Часы показывают 15 часов 16 минут.

N7



—

Дано:
$S_2 = 60$ дм^2
$S_3 = 180$ дм^2
$S_1 = 15$ дм^2
$l_0 + l_1 + l_2 = 30$ дм
l_n – ар. прог.
h_n – геом. прог.

Найти:
l_{0-2} – ?
h_{0-2} – ?

1) По условию задачи имеем, что $S_1 = h_0 \cdot l_0 = 15$ дм^2.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} h_0 = 1 \\ l_0 = 15 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} h_0 = 3 \\ l_0 = 5 \end{cases} (2) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \begin{cases} h_0 = 5 \\ l_0 = 3 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} h_0 = 15 \\ l_0 = 1 \end{cases} (4) \end{array}$

??

Рассмотрим систему (2).

* Продолжение на листе 4.

N7

*Продолжение.

Имеем $l_0 = 5$ дм т.к. l_0, l_1 и l_2 – члены арифметической прогрессии с $S_3 = 30$, то шаг такой прогрессии $d = 5$.

Тогда $l_1 = 10$ дм и $l_2 = 15$ дм.

2) $S_i = l_i \cdot h_i$ – тогда

$h_i = S_i/l_i \Rightarrow h_1 = S_2/l_1 = 60/10 = 6$ дм

$h_2 = S_3/l_2 = 180/15 = 12$ дм.

Получили величины $h_0 = 3$, $h_1 = 6$ дм и $h_2 = 12$ дм, которые являются членами геометрической прогрессии с шагом $q = 2$.

$\Rightarrow$ Выбранная нами система (2) не противоречит ни одному из условий задачи, а все необходимые требования выполняются.

Ответ:

	длина	высота
малая ступень:	5 дм	3 дм
средняя ступень:	10 дм	6 дм
верхняя ступень:	15 дм	12 дм

N5.

Т.к. вероятность удвоить, утроить или потерять вложенную сумму для каждого банка одинакова, то и деньги между ними надо разделить поровну.

*Продолжение на листе 5

№5 *продолжение

Таким образом, сумма вложенная в каждый банк равна 200 тыс. рублей.
По истечении года, Иван Иванович получит сумму 2·200 + 3·200 тыс. = 1000 тыс. рублей.

Ответ: По 200 000 рублей в каждый банк.
Получит 1000 000 рублей.

нет формального доказательства.

(±)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ИЭ 49-91 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Курналеева

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 02.08.1998 **Класс:** 10

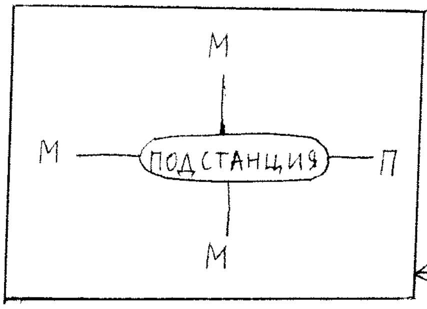
Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① • Рассмотрим случай, когда линий будет меньше пяти.

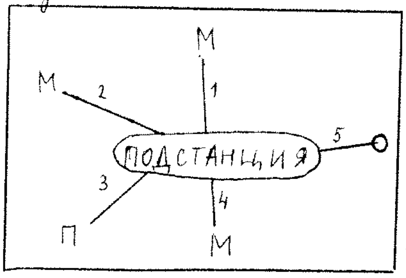


По условию: среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М;
среди любых четырех линий обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П.

(+)

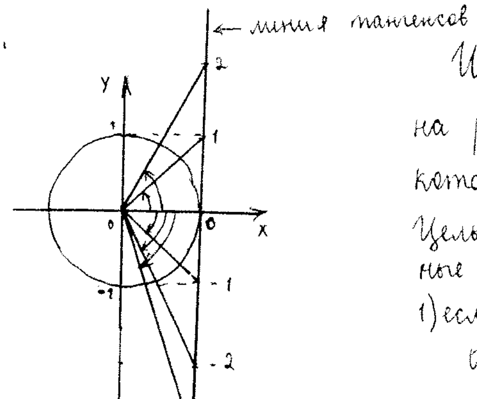
Этот рисунок полностью соответствует условию задачи ⇒ число всех линий может быть меньше пяти, т.к. на рисунке линий всего 4, а $4 < 5$.

• Рассмотрим следующий случай, когда линий не меньше пяти:
(надо найти линии электропередач, которые не ведут ни в М, ни в П).



Предположим, что линия, неведущая ни в М, ни в П, существует. На рисунке это будет 5-ая линия.
Проверим условие:
- если мы возьмем любую комбинацию из трех линий, то хоть одна из них приведет на предприятие города М
- если мы возьмем линии 1, 2, 4, 5, то никакая из этих линий не приведет в поселок П. Это противоречит условию ⇒ если линий будет не меньше пяти, то невозможно будет построить линии так, чтобы среди любых пяти линий были такие, которые не ведут ни в М, ни в П; мы получим противоречие условию задачи.

②



Используем единичную окружность:
на рисунке показаны некоторые углы, тангенс которых равен целому числу.
Целые числа - натуральные числа, им противоположные и 0.

1) если $x = 0$, то $tg x = 0$, $tg 2x = 0$
$0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 0$ является решением

(+)

2) если $x = \frac{\pi}{4}$, то $tg x = 1$, $tg 2x = tg \frac{\pi}{2}$ не существует ⇒
$x = \frac{\pi}{4}$ - не является решением

3) $x = \pi$: тогда $tg \pi = 0$, $tg 2\pi = 0$
$0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \pi$ является решением.

4) если $x = \frac{3\pi}{4}$, то $tg \frac{3\pi}{4} = -1$, $tg \frac{3\pi}{2}$ не существует ⇒
$x = \frac{3\pi}{4}$ не является решением

Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

(5) У Ивана Ивановича 600000 рублей.

1) Предположим, что 300000 рублей он оставит дома, остальную сумму разместит в банках города N.

Т.к. неизвестно, какой банк увеличивает вдвое, какой втрое сумму, а какой вообще разорится, то будет более логично, если разместить в каждом банке одинаковую сумму.

300000 рублей

100000 р. → ×2; 100000 р. → ×3; 100000 р. → ×0

200000 р. 300000 р. 0 р. + 300000 р. (дома)

Итого: 200000 + 300000 + 300000 = 800000 р.

2) Разместим в 3 банках 480000 руб. (160000 руб. в одном), значит, 120000 руб. оставим дома:

480000 рублей

160000 р. → ×2; 160000 р. → ×3; 160000 р. → ×0

320000 р. 480000 р. 0 р. + 120000 р. (дома)

Итого: 320000 + 480000 + 120000 = 920000 р.

3) Разместим все деньги в 3 банках:

+

600000 рублей

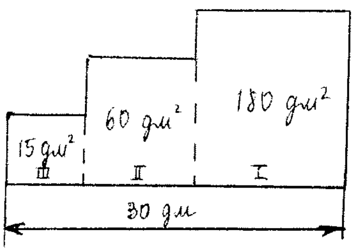
200000 р. → ×2; 200000 р. → ×3; 200000 р. → ×0

400000 р. 600000 р. 0 р.

Итого: 400000 + 600000 = 1000000 р.

Ответ: из всех рассмотренных мною случаев, максимально возможный доход = 400000 рублей, через год Иван Иванович получит 1 млн рублей.

(7).



Пусть длина пьедестала III (прямоугольника) равна a, высота этого же пьедестала равна h.

Т.к. длины образуют арифметическую прогрессию, то

$a_{III} = a_{II} - b$ (b - разность арифм. прогрессии)

$a_{I} = a_{II} + b = a_{III} + 2b$.

Т.к. высоты образуют геометрическую прогрессию, то

$h_{II} = h_{III} \cdot q$ (q - частное геом. прогр.)

$h_{I} = h_{II} \cdot q = h_{III} \cdot q^2$

По условию составим несколько уравнений:

$$\left.\begin{aligned} S_I &= a_I \cdot h_I = 180\text{ дм}^2 \\ S_{II} &= a_{II}\cdot h_{II} = 60\text{ дм}^2 \\ S_{III} &= a_{III}\cdot h_{III} = 15\text{ дм}^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &a_{III}h_{III} = 15 \\ &(a_{III}+b)h_{III}\cdot q = 60 \\ &(a_{III}+2b)\cdot h_{III}\cdot q^2 = 180 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} a_{III}+a_{II}+a_I &= 30\text{ дм} \\ a_I &= a_{III}+2b \\ a_{II} &= a_{III}+b \end{aligned}\right\} \Rightarrow 3a_{III}+3b = 30,\quad a_{III}+b = 10,\quad b = 10-a_{III}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_{III}h_{III} = 15 \\ 10h_{III}q = 60 \\ (10+10-a_{III})\cdot h_{III}q^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{III}h_{III} = 15 \\ h_{III}q = 6. \\ (20-a_{III})h_{III}q^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_{III}h_{III} = 15 \\ h_{III}q = 6 \\ 6q(20-a_{III}) = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{III}h_{III} = 15 \\ h_{III}q = 6 \\ q(20-a_{III}) = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_{III} = \dfrac{15}{a_{III}} \\ q = \dfrac{6}{h_{III}} \\ q = \dfrac{3}{20-a_{III}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_{III} = \dfrac{15}{a_{III}} \\ \dfrac{6}{h_{III}} = \dfrac{3}{20-a_{III}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_{III} = \dfrac{15}{a_{III}} \\ \dfrac{6}{\frac{15}{a_{III}}} = \dfrac{3}{20-a_{III}} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{6a_{III}}{15} = \dfrac{3}{20-a_{III}}$$

$$6a_{III}(20-a_{III}) = 45.$$
$$120a_{III} - 6a_{III}^2 = 45$$

$$10h_{III}q = 60$$
$$h_{III}q = 6. \quad \Rightarrow 6q(a_{III}+2b) = 180$$
$$(a_{III}+2b)\cdot h_{III}\cdot q^2 = 180 \quad q(a_{III}+2b) = 30 \Rightarrow q = \frac{30}{a_{III}+2b} = \frac{30}{20-a_{III}}$$

$$\frac{30h_{III}}{20-a_{III}}\cdot 10 = 60 \Rightarrow \frac{30h_{III}}{20-a_{III}} = 6 \Rightarrow 120-6a_{III} = 30h_{III}$$
$$a_{III} = \frac{120-6h_{III}}{30} = 4-0{,}2h_{III}.$$

+

$$\left.\begin{aligned} S_{III} &= a_{III}\cdot h_{III} = 15\text{ дм}^2 \\ a_{III} &= 4-0{,}2h_{III} \end{aligned}\right\} \Rightarrow h_{III}(4-0{,}2h_{III}) = 15$$
$$4h_{III} - 0{,}2h_{III}^2 = 15$$
$$h_{III}^2 - 20h_{III} + 75 = 0.$$
$$D = 400-300 = 100 \Rightarrow \left[\begin{aligned} h_{III} &= 5 \\ h_{III} &= 15 \end{aligned}\right.$$

если $h_{III} = 5$, то $a_{III} = 3$, $q = \frac{30}{15} = 2$, $b = 5$

если $h_{III} = 15$, то $a_{III} = 1$, $q = \frac{2}{3}$, $b = -5$

, т.к. для ступени с наимен. длиной будет соответствовать наимен. высота, то $b=-5$ противоречит этому условию. ⇒

$h_{III} = 5$, $a_{III} = 3$, $q = 2$, $b = 5$, т.е. $h_{III} = 5$ дм, $h_{II} = 10$ дм; $h_I = 15$ дм.

$a_{III} = 3$ дм, $a_{II} = 6$ дм; $a_I = 12$ дм.

Ответ: 5 дм и 3 дм; 10 дм и 6 дм, 15 дм и 12 дм.

6) Т.к. все полученные треугольники будут прямоугольные, то аллея - гипотенуза 5-ого треугольника равна 40 м:

в прямоугольном треугольнике медиана равна половине гипотенузы как радиус описанной окружности (центр описанной окр. лежит на середине ~~гипотенузы~~):

$$\frac{640\text{ м}}{2\cdot2\cdot2\cdot2} = \frac{640\text{ м}}{2\cdot 8} = 40\text{ м}.$$

?

±

По формуле $h = \frac{ab}{c}$, где a, b - катеты, c - гипотенуза, h - высота, проведенная из вершины прямого угла, то $h_1 = 320\sin 2\alpha$; $h_2 = 160\sin 4\alpha$; $h_3 = 80\sin 8\alpha$; $h_4 = 40\sin 16\alpha$ (h_4 в 5 треугольнике будет являться катетом)

В 5-ом Δ-ке: $c = 40$, $h_4 = b = 40\sin 16\alpha$. По т. Пифагора. $a = \sqrt{c^2-b^2} = \sqrt{40^2-40^2\sin^2 16\alpha} = \sqrt{40^2\cdot(1-\sin^2 16\alpha)} =$
$= 40\cos 16\alpha$. S прямоуг. Δ-ка равна половине произведения катетов. $S = \frac{1}{2}\cdot 40\cos 16\alpha\cdot 40\sin 16\alpha = 400\sin 32\alpha =$
$= 400\sin\left(\frac{32\cdot 11}{24}\pi\right) = 400\cdot\sin\left(4\pi+\frac{2\pi}{3}\right) = 400\sin\frac{\pi}{3} = 200\sqrt{3}$ м^2.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7092

МЮ 23-43

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КУСОЧКОВА

ИМЯ ~~Е~~КАТЕРИНА

ОТЧЕСТВО ВЛАДИСЛАВОВНА

Дата рождения 24.11.1998

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

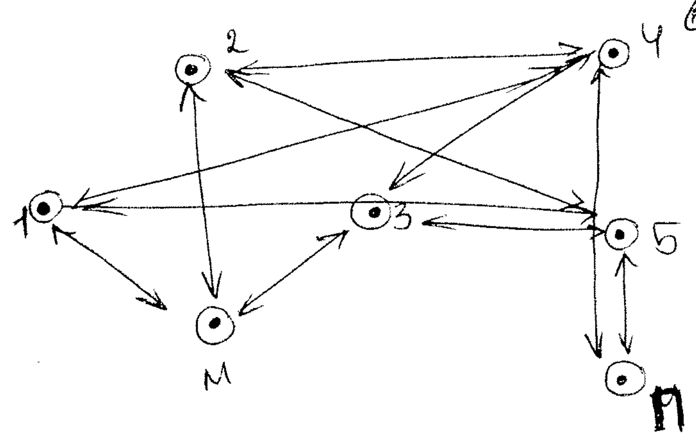
Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан 1 доп. лист

1.

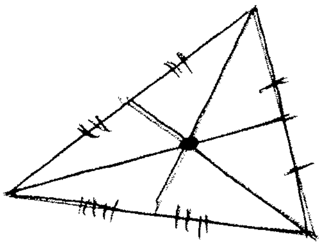


+

Линии, ведущие в поселок ~~не до~~ должна быть любой среди четырех, а линия, ведущая в предприятие города М каждая среди 3, значит среди линий, ведущих в поселок П не должно быть линии, ведущей в предприят города М, иначе не каждая третья линия будет вести в предприятие г. М. таким образом найдется точка, которая будет вести в поселок П и в другие 3 точки. Таких точек две. На моем рисунке (4,5) они ведут в точки (1;2;3;П) Между собой точки 1 2 3 не пересекаются. Их линии ведут только в точки 4;5;М. Линий больше 5 Среди любых пяти линий не найдутся такие любые линии, которые не ведут ни в М ни в П, потому что линий, ведущих в М → 3, линий, ведущих в П → 2 вместе их 5. Следовательно, что среди любых 5 линий нельзя найти такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

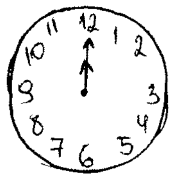
Ответ: число линий не может быть меньше 5. Среди любых 5 линий нельзя найти, такие, которые не ведут ни в М, ни в П

2. Чтобы площадь образованной фигуры была наименьшей, нужно, чтобы ось проходила через точку, равноудаленную от всех сторон треугольника. То есть эта точка будет являться пересечением медиан треугольника.



Ответ: ось вращения должна проходить через точку, являющуюся пересечением всех медиан треугольника

(4)



За 1 минуту часовая стрелка проделывает $\frac{1}{60}\cdot 30° = \frac{1}{2}°$

±

За 1 минуту минутная стрелка проделывает $\frac{1}{5}\cdot 30° = 6°$.

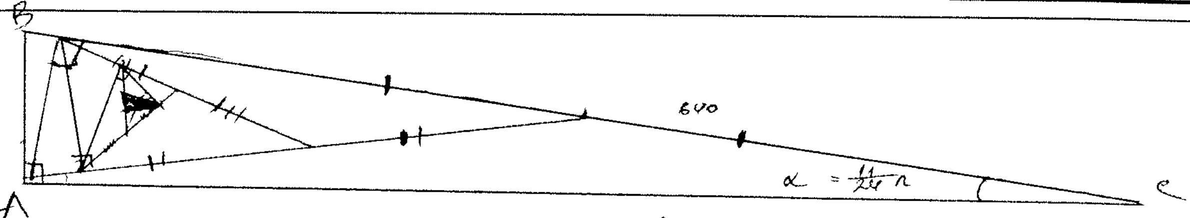
Таким образом сразу же после 1 минуты у них будет разрыв в $5\frac{1}{2}°$. Значит будем рассматривать вариант, когда прошел час. Часовая стрелка показывает 1 час, а минутная 12. Между ними разрыв в 30°, через 6 минут часовая стрелка будет находится от 12 часового положения на 33°, а минутная 36°, разрыв больше, чем 2 минуты, рассмотрим если будет у них случай, когда часовая стрелка: 2 часа, а минутная 00 минут; сейчас разрыв часовой стрелки на 60°, через 11 минут разрыв составит $60 + 11\cdot\frac{1}{2} - 11\cdot 6 = -0{,}5°$, этот случай нам не подходит, тогда рассмотрим случай, когда часова стрелка находится на: 3 часа, а минутная 00 минут, тогда разрыв составляет 90°, через 16 минут, от 12 часов минутная стрелка ~~под~~ пройдет путь $6\cdot 16 = 96°$, а часовая станет 98° ~~по отношению~~ между 12 (цифрой на часах) и нынешним положением. Сейчас между ними ровно 2 градуса, значит сейчас время

3 часа 16 минут.

неполное решение

Ответ: 3 часа 16 минут

6.



Все треугольники, находящиеся внутри треугольника подобны (исходя из свойств подобия треугольников, прямоугольных)? и коэффициент подобия равен 3, следовательно

$S_5 = \frac{1}{5} : 3 = \frac{1}{15}$ от S изначального треугольника

$S_{изн}$: $\sin\alpha \cdot a \cdot b$

Пусть $\alpha = \frac{11}{24}\pi \approx \frac{11 \cdot 3}{24} = 1\frac{9}{24} = 1\frac{3}{8} = 1{,}375^\circ$

тогда $AC = BC \cdot \cos\alpha = 640 \cdot 0{,}999 \approx 639$

$AB = AC \cdot \sin\alpha = 639 \cdot 0{,}024 = 15{,}426$

$S_{изн} = 0{,}024 \cdot 639 \cdot 15{,}426 \approx 238$

$S_5 = 238 \cdot \frac{1}{15} \approx 15{,}86$

Ответ: 15,86

−

5.

1 банк	2 банк	3 банк
20.000	20.000	20000
↓	↓	↓
40.000	60.000	0

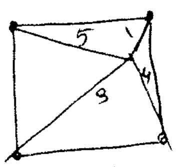
100.000.

Этот вариант является самым лучшим, потому что в остальных случаях либо он получит денег меньше, либо вообще не получит ? Нет обоснования.

Ответ: 100.000.

∓

7.



Предположим, что Штирлиц был прав, тогда пусть сторона квадрата x. По свойству треугольника проверим:

$$\begin{cases} 5+1>x \\ 1+4>x \\ 9+4>x \\ 5+9>x \end{cases}$$

Частный случай! ±

Нас больше интересует момент, где $4+x>9$

$$\left.\begin{matrix} 1+4>x \\ 4+9>x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} 5>x \\ 16>x \end{matrix}$$, но $5>x$ и ~~$x<5<9$~~ из $4+x>9$ следует, ~~значит~~ что $x>5$, но

$$\begin{cases} 5>x \\ x>5 \end{cases}$$ Система не имеет решений, значит Штирлиц ошибся.

Ответ. Мюллер не должен верить такому сообщению.

3) $x^2 + px + q = 0$

$D = 0$, тк имеет один корень

$D = p^2 - 4q = 0$

$p^2 - 4q = 0$

$(p - 2\sqrt{q})(p + 2\sqrt{q}) = 0$

1) $p - 2\sqrt{q} = 0$ $\quad$ 2) $p + 2\sqrt{q} = 0$

$p = 2\sqrt{q}$ $\quad$ $p = -2\sqrt{q}$

$$\begin{cases} x^2 + 2\sqrt{q}\,x + q = 0 \\ x^2 - 2\sqrt{q}\,x + q = 0 \end{cases}$$

1 $$\begin{cases} x(x + 2\sqrt{q}) + q = 0 \\ x = 0 + q = +q \\ x = -2\sqrt{q} + q = -2\sqrt{q} + q = \cancel{q} \end{cases}$$

2 $$\begin{cases} x(x - 2\sqrt{q}) + q = 0 \\ x = 0 + q = q \\ x = 2\sqrt{q} + q = 2\sqrt{q} + q \end{cases}$$

Ответ: $0;\ 2\sqrt{q} - q;\ 2\sqrt{q} + q$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 55-50 шифр

← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЛАИШЕВСКИЙ

ИМЯ СТАНИСЛАВ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 01.08.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Стан

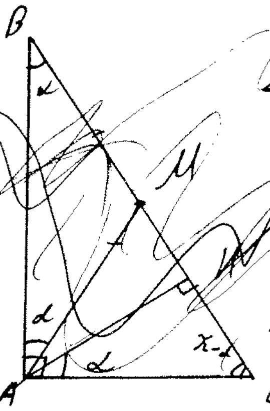
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N 6

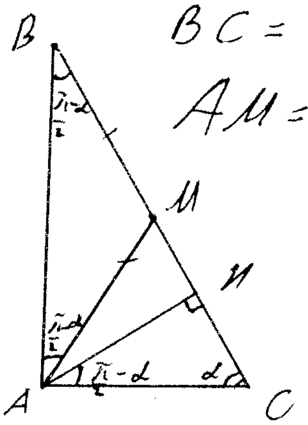
$\alpha = \frac{11}{24}\pi = 82{,}5°$

$BC = 640$

$S_{5?0},\ P_{tun.5?0}$ — ?



~~△ABC – прямоуг. AM – медиана, AM = BC/2, △ABM – р/б, BAM = α, HCA = π − α, HAC = α~~



BC = 640

AM = 320

1) I треуг.: △ABC

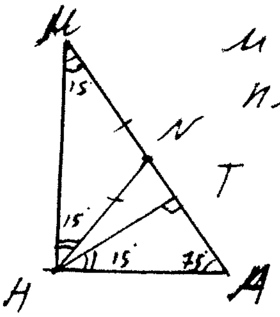
△ABC – прямоуг.; $AH \perp BC$

AM – медиана; $AM = \frac{1}{2}BC = BM$

△ABM – р/б; $\widehat{ABM} = \widehat{BAM} = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\widehat{HAC} = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\widehat{MAH} = \frac{\pi}{2} - \widehat{BAM} - \widehat{HAC} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} = 75°$; $\widehat{AMH} = 90° - 75° = 15°$



MA = 320

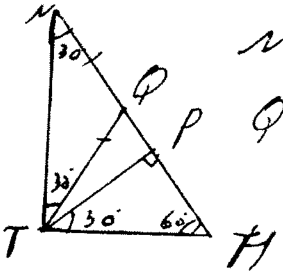
HN = 160

2) II треуг.: △HMA

$\widehat{HAM} = 75°$; $\widehat{HMA} = 15°$

$\widehat{MHN} = \widehat{THA} = 15°$

$\widehat{NHT} = 90° - 15° - 15° = 60°$; $\widehat{HNT} = 30°$



NH = 160

QT = 80

3) III треуг. △HNT

$\widehat{NTQ} = \widehat{PTH} = 30°$

$\widehat{QTP} = 90° - 30° - 30° = 30°$

$\widehat{TQP} = 90° - 30° = 60°$

△NTH ~ △TQP (по углам)

$\frac{NH}{TQ} = 2$ – коэф. подобия ?

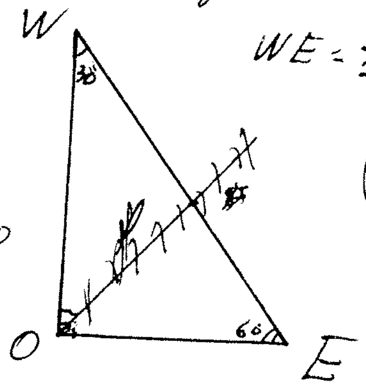
треугольник, III ~ треуг IV ~ треуг V; гипотенуза ~~тр~~ треугольника V равна $\frac{QT}{2} = 40$; углы: $90°; 60°; 30°$

V треуг.

~~ОЕ~~ WE - гип V треуг

$WE = 40$ дм

$WE = \frac{1}{2} QT = 40 = \rho$



$S_{V\ треуг} = \frac{OE \cdot WO}{2} =$ $OE = \frac{40}{2} = 20$

$WO = 20\sqrt{3}$

$= \frac{20 \cdot 20\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$ ~~дм~~^{2}

Ответ: гипотенуза V треуг равно 40 м; площадь равно $200\sqrt{3}$ м^2

№ 7

$AD = 30 \mid a, b, c, d > 0$

1) длины - арифм. прогр,

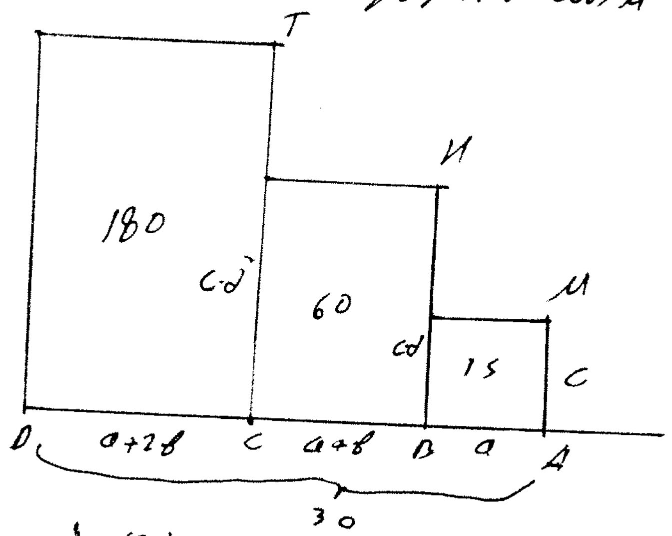
пусть $AB = a$; $CB = a + b$;

$DC = a + 2b$; b - разн. прогр.

2) высоты - геом. прогр,

пусть $MA = c$; $HB = c \cdot d$;

$TC = c \cdot d^2$



3) $\begin{cases} a \cdot c = 15 \ (1) \\ (a+b) \cdot c \cdot d = 60 \ (2) \\ (a+2b) \cdot cd^2 = 180 \ (3) \\ 3a + 3b = 30 \ (4) \end{cases}$

(4):

$a + b = 10$

$a = 10 - b$

$b = 10 - a$

$\frac{(3)}{(2)}$: $\frac{(a+2b) \cdot d}{a+b} = 3\cancel{0}$

$(10 - b + 2b) \cdot d = 3$

$d = \frac{30}{20 - a}$

$c = \frac{15}{a}$; подставлю знач b, c, d в (2):

$(a + 10 - a) \cdot \frac{15}{a} \cdot \frac{30}{(20-a)} = 60$

$\frac{\cancel{10}^{5} \cdot 15 \cdot \cancel{30}}{a(20-a)} = \cancel{60}^{2}$

$5 \cdot 15 = 20a - a^2$

$a^2 - 20a + 75 = 0$

$\left[\begin{array}{l} a_1 = 5 \\ a_2 = 15 \end{array}\right.$

НО! $\begin{cases} a_1 = 15 \\ a + b = 10 \\ a, b > 0 \end{cases}$ $\varnothing$ $\Rightarrow a = 5;\ b = 5;\ c = \frac{15}{5} = 3;\ d = \frac{30}{20-5} = 2$

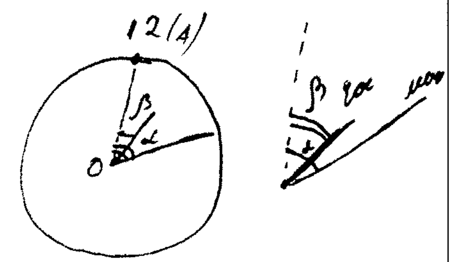
Ответ:

4)

	ширина	высота
самый маленьк, размеры	5 дм	3 дм
средний	10 дм	6 дм
самый большой	15 дм	12 дм

№ 4

1) пусть угол между минутной стрелкой и линией, соединяющей центр часов и цифру 12, равен α, а часовой β



2) градусная мера одного часа $= \frac{1}{12} = \frac{x}{360}$; $x = 30°$, то есть $\frac{\alpha}{360} = \frac{\beta}{30}$; $\frac{\alpha}{12} = \beta$.

если с 12:00 проходит час, то от β следует отнимать $30°$ т.к. часовая стрелка уже прошла 1 час.

$\frac{\alpha}{360} = \frac{\beta - 30}{30}$, если два часа, то $\frac{\alpha}{360} = \frac{\beta - 60}{30}$,

таким образом можно получить общий вид:

$\frac{\alpha}{360} = \frac{\beta - t \cdot 30}{30}$, где t - кол-во часов прошедших с 12:00

3) минутная и часовая стрелки могут быть как одна сверху, так и другая, поэтому справедливо

$\left[\begin{array}{l} \alpha - \beta = 2° \\ \beta - \alpha = 2° \end{array}\right.$

4) рассмотрим, когда $\beta = \alpha + 2$; $\alpha \in Z$

$\frac{\alpha}{360} = \frac{\beta - t\cdot 30}{30}$; $\alpha = 12(\beta - t\cdot 30) = 12(\alpha + 2 - t\cdot 30)$

$11\alpha = 360\cdot t - 24$; $\alpha \in Z \Rightarrow 360\cdot t - 24 \vdots 11$

$t = 0$; $11\alpha = -24$ не уд	$t = 1$ $360 - 24 = 336$ не уд 336 не дел на 11	$t = 2$ $720 - 24 = 696$ не уд 696 не дел на 11	$t = 3$ $1080 - 24 = 1056$ удовлетвор. $1056 : 11 = 96$

$\alpha = 96$; α_m - минуты; $\frac{\alpha}{360} = \frac{\alpha_m}{60}$; $\alpha_m = 16$; время $t=3$ $\boxed{15:16}$

5) при $\beta = \alpha - 2$ нет таких t, чтобы $\begin{cases} t < 3 \\ \alpha \in Z \end{cases}$

+

Ответ: $\boxed{15:16}$ или $\boxed{3:16}$ смотря какие часы...

№ 2

1) $\begin{cases} tg x = k, k \in Z \\ tg 2x = k-n, n \in Z \end{cases}$ | $tg x - tg 2x = n$; $\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{2\cdot \sin x \cdot \cos x}{2\cdot \cos^2 x - 1} = n$ | $\sin x\left(\frac{2\cdot\cos^2 x - 1 - 2\cos^2 x}{\cos x(2\cos^2 x - 1)}\right) = n$

$\frac{-\sin x}{\cos x(2\cos^2 x - 1)} = n, n \in Z$; дробь будет целым числом, если $\sin x = 0$; тогда $tg x = 0$

$x = 0 + \pi k, k \in Z$

2) $2015^0 = 1$

Ответ: 1

+

линии пер. N 1

(1) усл: одна из ∀ 3-х ведёт к М
(2) усл: одна из ∀ 4 ведёт к П
} усл. зад.

(I)

I) ~~если от подстанции к городу ведёт только одна линия передач~~ линии передач между самими городами не протянуты, то если линий передач будет больше 4х, найдутся такие 4 линии не идущие к посёлку П, что противоречит (2) условию.

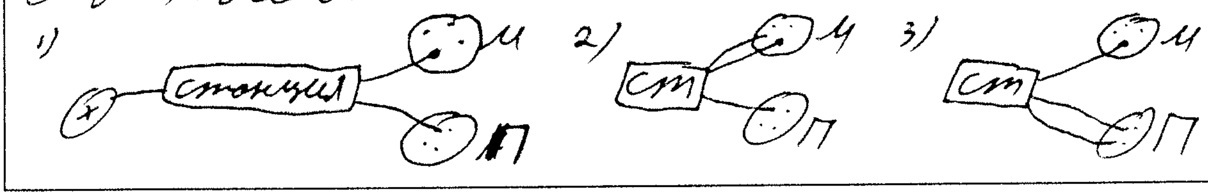
Кол-во линий ≤ 4

II) если всего 4 линии передачи, где одна идёт к городу М, а остальные 3 в другие места, то это противоречит (1) условию, так как сказано, что ~~любые 3~~ одна из любых 3 ведёт к М, а те 3 идут в другие места (не М), поэтому всего 3 линии, если есть ещё какой-то нужный город. Или всего 2 линии, если подстанция обслуживает только М и П. Всего может быть 3 города max.

~~Ответ: может, всего 2 или 3 линии.~~

III) если в городе М "некоторое предприятие" определено и к нему идёт только одна линия, то всего число линий не должно превышать 3, так как найдутся другие 3 линии, не ведущие к конкретному "некоторому предприятию" из города М. к одному выбранному

Ответ: всего максимально может быть 3 линии:



№5

всего 3 банка: I ; II ; III . всего денег $n = 600000$ руб.

известно, что в двух вкл увел. в 2 и в 3 раза, а про третий ничего не сказано, будем считать, что вклад там не изменится

ситуации: ((x2) - увел в 2 раза; (x3) - увел в 3 раза; (x) разоре-ние)

(1) I: (x3) | II: (x2) | III: (x)

(2) I: (x3), (x) | II: (x2) | III

(3) I: (x3) | II: (x2), (x) | III

Иван Иванович, когда он будет вкладывать деньги в банки, не будет знать ~~не~~ о банковской ставке, не о возможности разорения банка (по условию), поэтому оптимальным вариантом будет разложить деньги в банки в равных порциях или не вкладываться, результат будет один и тот же при наихудшей ситуации, где банк с (x3) разорится, ситуация (2).

В этом случае: $\frac{n}{3} = 200.000$:

I (x3) (x)	II (x2)	III
$2\cdot10^5$	$2\cdot10^5$	$2\cdot10^5$
0	$2\cdot2\cdot10^5$	$2\cdot10^5$
0	$4\cdot10^5$	$2\cdot10^5$

$\Sigma = 6\cdot10^5$, что равно n

но, если случится ситуация (1) или (3), при одинаковых вкладах в банки, Иван Иванович получит больше, чем имел, поэтому ему стоит вкладываться.

I

Ответ: при равных вкладах, при худшем раскладе Иван Иванович ничего не потеряет, при остальных преобретёт больше, чем имел. Не стоит держать деньги дома, надо вкладывать Ивану Ивановичу.

№ 3

$(\sin y - \arcsin x)\cdot(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

произведение равно 0, при:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y = 0 \\ \arcsin x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \arcsin y = 0 \end{cases} \end{array}\right. \cup \left[\begin{array}{l} \sin y = \arcsin x \\ \sin x = -\arcsin y \end{array}\right.$

$\sin y \in [-1;1]$ / $\arcsin x \in [0;\pi]$

$\sin x \in [-1;1]$ / $\arcsin y \in [0;\pi]$

1) $y = \arcsin(\arcsin x)$

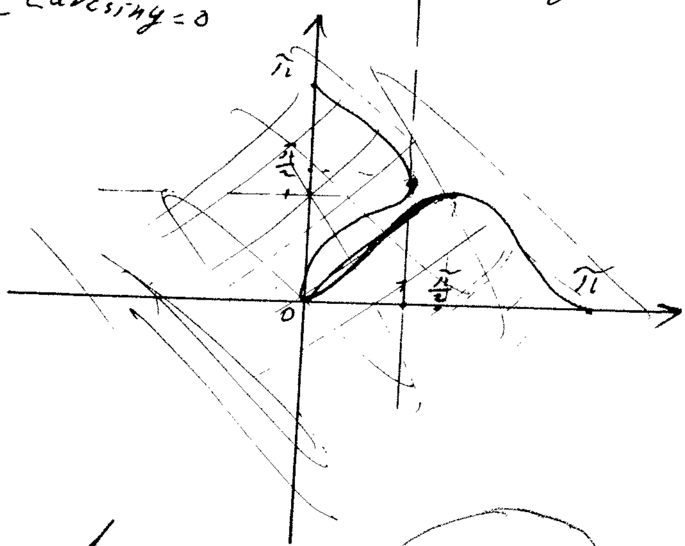
2) $y = \sin(-\sin x)$

3) $y = \pi k$

4) $x = 0$ $\quad k \in Z$

5) $x = \pi k$

6) $y = 0$



площадь фигуры 1 ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 17-46 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЛЕЖНЕВ

ИМЯ САВЕЛИЙ

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 09.11.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Лежнев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВF 17-46

выдан 2 доп. лист

№1.

Распр. подст. — П, М

(пример с 4 линиями) ✓

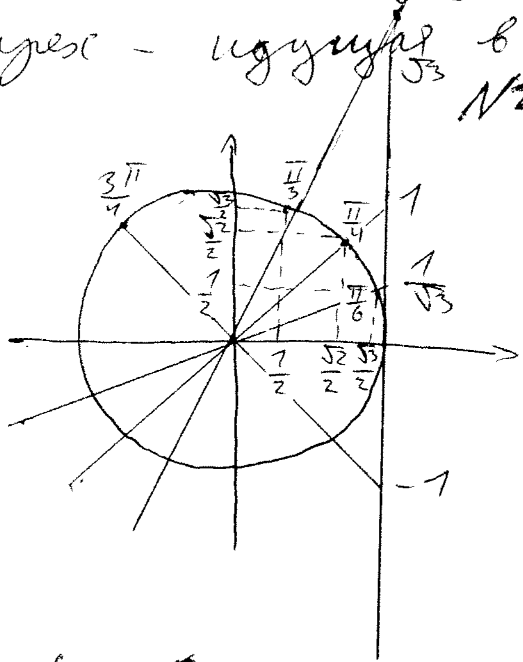
Число всех линий не может быть меньше

4 => может быть меньше 5

Если число больше или равно 5, то среди любых 5 линий не найдутся такие, что не ведут ни в М, ни в П, т.к. среди любых трех всегда есть линия, идущая в М, среди любых четырех - идущая в П.

Нет четкого обоснования второй части решения ±

№2.



чтобы $tg\,x \in Z$

$x = \frac{\pi n}{4}$, $n \in Z$

n - нечетное, либо четное, делящееся на 4

чтобы $tg\,2x \in Z$

$x = \frac{\pi n}{4}$ n - четное, делящееся на 4, т.к., если бы $n \vdots 2$, то тогда $tg\,2x$ был бы неопределен (не сущ. $tg\frac{\pi}{2}$) $\Rightarrow tg\,x = 0$

(продолжение №2).

$2015^{tg x} = 1$ ✓ $x = \ldots ?$ ±

т.к. $x = \frac{\pi n}{4}$ $n \in \mathbb{Z}$ и делится на 4

№5.

I. (если все деньги положить в банк)

Поскольку мы не знаем, какой банк разорится, положим равную сумму во все 3 банка

$0 + 400000 + 600000 = 1000000$ (сумма, которой Иван будет располагать, если положить все деньги в банки)

если x - изнач. сумма денег, то

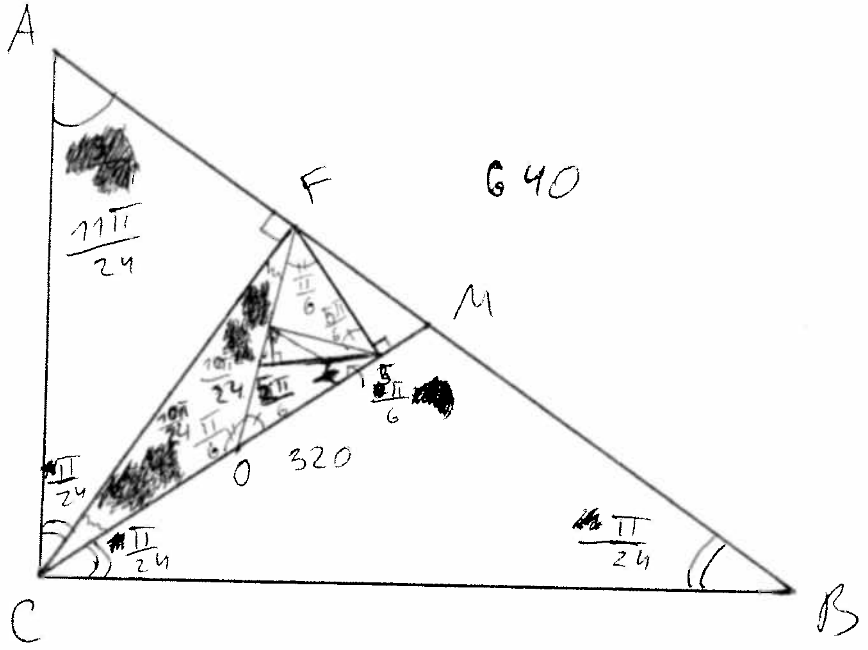
$\frac{2x}{3} + x = \frac{5x}{3}$ - сумма денег, если положить их в банк. Если оставить деньги дома (II), то сумма не изменится и останется x $\Rightarrow$ т.к. $\frac{5x}{3} > x$, следует положить в 3 банка по 200000, тогда он через год получит 1000000 рублей.

строго формально доказательства нет.

+

(см. продолжение на следующем листе) ??

№6.



Дано:
ΔABC - прямоуг.
CF - высота
CM - мед.
$AB = 640$.

Найти:
1) гип. 5-го треуг.
2) $S_{5\text{-го}}$ треуг.

Решение:

1) $CM = \frac{1}{2} AB$ (по св-ву медианы, проведенной к гипотенузе)
$CM = 320$

2) В I треуг. гип. $= 640$
Во II треуг. гипот. $= \frac{640}{2}$
В III треуг. гип. $= \frac{640}{4}$
гип. n-ного треугольника $= \frac{640}{2^{n-1}}$

Гипотенуза в $\underline{V}$ треуг. $= \frac{640}{16} = 40$

3) $CM = MB$ - ΔCMB - равнобедр. $\Rightarrow$
$\angle MCB = \frac{\pi}{24}$.

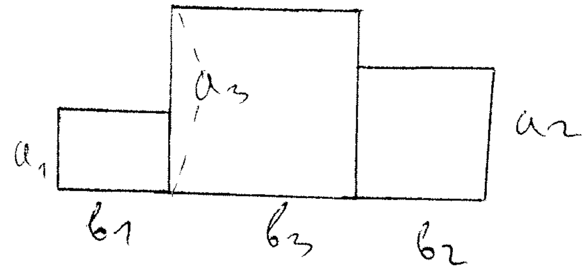
4) По сумме острых углов треуг.
$\angle ACF = \frac{\pi}{24} \Rightarrow \angle FCM = \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$

(продолжение №6)

б) $\angle OFC = \angle FCM =$ (т.к. $\triangle FOC$ - равнобедр.)
$= \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$

±

и т.д. до 5-го треуг. Затем через тиг. и значение косинуса находим катеты, умножаем их и делим на 2. №7.



$a_1 b_1 = 15$

$a_2 b_2 = 60$

$a_3 b_3 = 180$

$b_1 + b_3 + b_2 = 30$

$b_1 + 3d = 30$

$d = \frac{30 - b_1}{3}$

$b_2 = b_1 + \frac{30 - b_1}{3}$

$b_3 = b_1 + \frac{60 - 2b_1}{3}$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ a_1 \cdot q \cdot \left(b_1 + \frac{30 - b_1}{3}\right) = 60 \\ a_1 \cdot q^2 \cdot \left(b_1 + \frac{60 - 2b_1}{3}\right) = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ a_1 q b_1 + \frac{30 a_1 q - a_1 q b_1}{3} = 60 \\ a_1 \cdot q^2 b_1 + \frac{60 a_1 q^2 - 2 a_1 q^2 b_1}{3} = 180 \end{cases}$$

(1.7 продолжение)

выразим a_1 через b_1 и подставим во 2-е уравнение, получится

$$\frac{15q + \frac{450q}{b_1} - 15q}{3} = 60$$

$q b_1 + 15q = 6 b_1$ после преобраз.

подставим в 3-е уравнение

$$\frac{15q^2 + \frac{900q^2}{b_1} - 30q^2}{3} = 180$$

$q^2 b_1 + 150q^2 = 36 b_1$ после преобраз.

$$\begin{cases} q b_1 + 15q = 6 b_1 \\ q^2 b_1 + 150q^2 = 36 b_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(q-6) = -15q \\ q^2 b_1 + 150q^2 = 36 b_1 \end{cases}$$

$b_1 = -\frac{15q}{q-6}$

подставим выраженное через q b_1 во 2-е уравнение

$$q^2 \cdot \frac{-15q}{q-6} + 150q^2 = -\frac{540}{q-6} \quad \Big| \cdot (q-6)$$

$q \neq 6$

$$q^3 - 6q^2 - 15q + 150q^3 - 900q^2 = -540$$

$$151q^3 - 906q^2 - 15q + 540 = 0$$

Решаем уравн., корни подставляем в исходное, находим размеры.

числовой ответ не получен

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	ВП 42-99 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Леонтьева

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 20.01.2001 Класс: 7

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ан

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7012

Шифр не заполнять! ⇨ ОИТ 42-99

выдан доп. лист

№1.

~~Если среди любых 3-ех линий есть одна, идущая на предприятие города М, то~~

Пусть всего x линий, при этом $x \geq 5$

Если среди любых 3-ех линий есть одна, идущая на предприятие города М, то линий, ведущих на предприятие города М всего $(x-2)$.

Если среди любых 4-ех линий, есть одна, ведущая на предприятие ~~город~~ поселка П, то линий ведущих на предприятие поселка П всего $(x-3)$.

Отсюда, линий всего 5, так как если линий будет больше, то получится, что некоторые линии будут вести на оба предприятия, что невозможно.

Если линий 5, то линий, ведущих на предприятие города М всего: $x-2=5-2=3$, а линий, ведущих на предприятие поселка П всего: $x-3=5-3=2$

Отсюда получаем, что 2 линии ведут на предприятие поселка П, а 3 линии ведут на предприятие ~~по~~ города М. Значит нет ни одной линии из пяти, которые не вели бы не в город М, не в поселок П.

Ответ: 0.

№3.

Пусть x - возраст отца в настоящее время, y - возраст матери в настоящее время, а z - возраст сына в настоящее время. Значит 9 лет назад возраст отца был $(x-9)$, а матери $(y-9)$, а сына $(z-9)$. Получим:

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x-9+y-9+z-9=40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y+z=40+9+9+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y+z=67 \end{cases}$$

Это невозможно, значит можно предположить, что ~~9 лет~~ 9 лет назад сын не родился. Тогда получим:

$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x-9+y-9=40 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y=40+9+9 \end{cases}$

$\begin{cases} z=65-(x+y) \\ x+y=58 \end{cases}$

$\begin{cases} z=65-58 \\ \cancel{z=7}\ x+y=58 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=58 \\ z=7 \end{cases}$

Если 4 года назад отец был старше сына ~~на 4~~ в 9 раз, то

$x-4=9\cdot(y-4)$

$x-4=9\cdot(7-4)$

$x-4=9\cdot3$

$x-4=27$

$x=27+4$

$x=31$

Отсюда, в настоящий момент отцу 31 год.

№4.

Ведь за 12 часов часовая стрелка проходит 360°. Значит за 1 час она проходит 360°:12, т.е. 30°. Значит за 1 минуту часовая стрелка проходит 30°:60=0,5°, а минутная за 1 минуту проходит 30°:5=6°.

Отсюда, каждую минуту расстояние между стрелками будет увеличиваться на 6°−0,5°=5,5°. Значит, если часовая стрелка изначально стояла на 12 ч., то 120° между часовой и минутной стрелками будет через $\frac{120°}{5,5°}$ мин., но 120 не делится на 5,5, т.к. 5,5=11·0,5, а 120 не делится на 11.

Значит мы не можем получить так целое число градусов или целое число минут одновременно.

120° можно полностью разделить на 30°: 120°:30°=4ч. Значит часовая стрелка может стоять ровно на 4 часах, а минутная ровно на 12 часах. Значит часы показывают 4 часа вечера.

Ответ: 4 часа вечера.

№6.
Если числа 2^{2015} и 5^{2015} записаны так: $2^{2015}5^{2015}$, то здесь записаны 2 числа 2 и 5 ~~[illegible]~~ с равными степенями 2015. Всего знаков 10.

Ответ: всего 10 знаков.

№5.
Почтальон Печкин работает 8ч, т.е. 480 мин. Тележки ходят с таким расписанием приезда:
тележка для писем — 10 м, 25 м, 40 м, 55 мин, 70 мин, 85 мин. и т.д.
тележка для бандеролей: 15 мин, 35 мин, 55 мин, 75 мин, 95 мин. и т.д.
тележка для посылок: 25 м, 55 мин, 85 мин, 115 мин, 145 мин. и т.д.
При этом всего все тележки ходят 72 раза. Совпадений во времени у тележки с письмами и тележки с бандеролями всего 8, у тележки с бандеролями и тележки с посылками — 8, совпадений у тележки с письмами и тележки с посылками всего 16, а совпадений между всеми 3 тележками — 8. Значит за день Печкин наполнит $72-(16+8+8+8)=48$ ~~раз~~ тележки.
Так как реже всего ходит тележка с посылками и её время всегда совпадает со временем 1 тележки, то Печкин при совпадении времени прибытия тележки с посылками и другой тележки всегда будет выбирать тележку с посылками.
Так как половина приездов тележки с посылками и тележки с письмами совпадают, то во все остальные приезды тележки с письмами, даже при совпадении времени прибытия, Печкин будет наполнять только тележку с письмами.
Получим, что тележку с письмами почтальон наполнит 16 раз, тележку с посылками тоже 16 раз, а тележку с бандеролями $48-16-16=16$ раз.

Ответ: тележек с письмами — 16,
тележек с бандеролями — 16,
тележек с посылками — 16

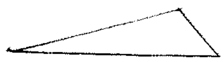
№7.
Такому сообщению можно верить, так как может быть так, что 9 и 1 км проходит через квадрат по диагонали, 5 и 4 км, тоже проходит по диагонали. Обе диагонали имеют небольшой угол, тогда сообщение может

быть верным.

Ответ: сообщение может быть верным.

−

№2.



−

Площадь будет наименьшей, если соотношение будет таким: 3:2,5:1, где 3 - длина основания, 1 - высота. Потому что: основание должно иметь наибольшую длину, сторона под ~~мал~~ очень острым углом тоже имеет большую длину, а 3 сторона самая короткая, она будет высотой.

Ответ: соотношение примерно 3:2,5:1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы		← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 7112   шифр: НЯ 71-95

ФАМИЛИЯ ЛЕПОРСКАЯ-БЛЕКЛИ

ИМЯ ЕЛИЗАВЕТА

ОТЧЕСТВО ЛИН

Дата рождения 24.11.1997   **Класс:** 11

Предмет математика   **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**   **Дата выполнения работы:** 01.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Е. Лепор

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Т.к. среди любых 3-х линий хотя бы 1 ведёт в город М, только 2 линии могут вести не в город М.

Т.к. среди любых 4-х линий хотя бы 1 идёт в посёлок П, только 3 линии могут идти не в посёлок П.

Всего линий может быть меньше 5, но среди них обязательно 1 должен идти в посёлок П и 1 в город М. } например, $n=4$

Если линий 5, то 3 линии ведут в город М и 2 в посёлок П.

Линий, не ведущих ни в город, ни в посёлок, когда их всего 5, быть не может.

Больше пяти линий быть не может.

Ответ: Да; нет.

+

№4

За 1 минуту часовая стрелка передвигается на $0{,}5^\circ$

За 1 минуту минутная стр. передвигается на 6°

Пусть x - кол-во минут, кот. прошло.

Тогда $x \in N$, потому что x ~~ест~~ - целое по усл. и время не может быть отрицательным).

Будем р-ть по часам:

В первом часу:

$|6x - 0{,}5x| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 6x - 0{,}5x = 2 \\ 6x - 0{,}5x = -2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{2}{5{,}5} \notin ОДЗ \\ x = -\frac{2}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

В втором часу:

$|6x - 360^\circ - 0{,}5x| = 2$ (за каждый час прошедший нужно у минутн. стрелки вычитать 360°, т.к. она уже прошла 1 полную окружность)

$\left[\begin{array}{l} 5{,}5x - 360 = 2 \\ 5{,}5x - 360 = -2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{362}{5{,}5} \notin ОДЗ \\ x = \frac{358}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

В третьем часу:

$|6x - 720 - 0{,}5x| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 5{,}5x - 720 = 2 \\ 720 - 5{,}5x = 2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{722}{5{,}5} \notin ОДЗ \\ x = \frac{718}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

В четвёртом часу:

$|6x - 1080 - 0{,}5x| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 5{,}5x - 1080 = 2 \\ -5{,}5x + 1080 = 2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{1082}{5{,}5} \notin ОДЗ \\ x = \frac{1078}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

В пятом часу:

$|6x - 1440 - 0{,}5x| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 5{,}5x - 1440 = 2 \\ 1440 - 5{,}5x = 2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{1442}{5{,}5} \notin ОДЗ \\ x = \frac{1438}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

В 9-м часу

$|6x - 2880 - 0{,}5x| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 5{,}5x - 2880 = 2 \\ 2880 - 5{,}5x = 2 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = 524 \\ x = \frac{2878}{5{,}5} \notin ОДЗ \end{array}\right.$

Значит, угол между часовой и минутной стрелками будет равна 2° через 524 минуты или через 8 ч. 44 м. => в 20:44

Ответ: в 20:44.

№5

Р-м случаи:

① Если он оставит все деньги дома, то в конце года у него будет 600000 руб.

② Если он оставит $\frac{1}{2}$ дома и $\frac{1}{2}$ вложит в 1 банк, то у него будет 300000 (т.к. мы р-м худший случай, он всегда будет вкладывать в первую очередь в банк, кот. обанкротится, затем в банк, ~~кот.~~ в кот. вклад удвоится, и затем в банк, в кот. вклад утроится).

③ Если он $\frac{1}{3}$ оставит дома, $\frac{1}{3}$ в один банк и $\frac{1}{3}$ в другой, то у него останется

$200000 + 200000 \cdot 0 + 200000 \cdot 2 = 600000$ р.

④ Если он $\frac{1}{4}$ оставит дома, и по $\frac{1}{4}$ суммы вложит в каждый банк, то у него по истечении года будет $150000 + 150000 \cdot 0 + 150000 \cdot 2 + 150000 \cdot 3 =$

$= 900000$ р.

⑤ Если деньги ~~все~~ вложить поровну во все 3 банка, в конце года у него будет

$200000 \cdot 0 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 3 = 1000000$ р.

⑥ Если он вложит по 300000 в 2 банка, то у него будет $300000 \cdot 0 + 300000 \cdot 2 = 600000$.

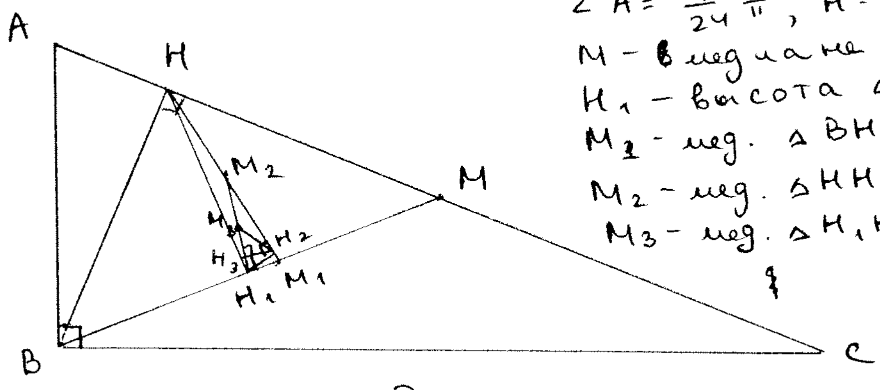
⑦ Если он все деньги вложит в 1 банк, то у него в конце года нисколько не останется.

Если он будет вкладывать в банки не поровну, то он всегда будет вкладывать больше в банк, кот. обанкротится, и поэтому в конце года получит меньшую сумму.

Значит, Ивану Ивановичу выгоднее всего вкладывать по 200000 р. в каждый банк, потому что он при этом получит максимальную сумму денег (1000000 руб)

+

№6



Дано: $\triangle ABC$ - прямоуг.; $AC = 640$ м

$\angle A = \frac{11}{24}\pi$, H - высота $\triangle ABC$

M - медиана $\triangle ABC$

H_1 - высота $\triangle$ ~~HH M~~ BHM

M_1 - мед. $\triangle BHM$; H_2 - выс. $\triangle HH_1M_1$

M_2 - мед. $\triangle HH_1M_1$; H_3 - выс. $\triangle H_1H_2M_2$

M_3 - мед. $\triangle H_1H_2M_2$

Найти: $S_\triangle H_2H_3M_3$ и H_2M_3

Решение.

1. $\angle A = \frac{11}{24}\pi = \frac{11}{24} \cdot 180° = 82,5°$

2. Т.к. BM - медиана в прямоуг. $\triangle$ исх. из прямого угла - $MB = MA = MC = \frac{1}{2} AC = \frac{640}{2} = 320$.

3. Р-м $\triangle ABM$: $AM = BM = 320 \Rightarrow \angle A = \angle B = 82,5° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle M = 180° - (82,5° \cdot 2) = 15°$

4. Р-м $\triangle BHM$: $\angle H = 90°$, $\angle M = 15 \Rightarrow \angle B = 75°$;

$HM_1 = BM_1 = M_1M = \frac{1}{2} BM = 160$

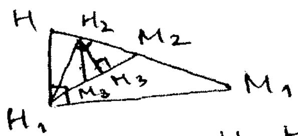
5. Р-м $\triangle BM_1H$: $BM_1 = HM_1 \Rightarrow \angle B = \angle H = 75° \Rightarrow \angle M_1 = 30°$

6. Р-м $\triangle HH_1M_1$: $\angle H_1 = 90°$, $\angle M_1 = 30°$, $H_1M_2 = M_1M_2 =$

$= M_2H = \frac{HM_1}{2} = \frac{160}{2} = 80$

7. Р-м $\triangle H_1M_2M_1$: $H_1M_2 = M_1M_2 \Rightarrow \angle H_1 = \angle M_1 = 30° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle M_2 = 120°$



8. Р-м $\triangle HH_1M_2$: $H_1M_2 = M_2H = 80$,

$\angle M_2 = 180° - 120° = 60°$

Лишний проход

9. Р-м $\triangle H_1H_2M_2$: $\angle H_2 = 90°$, $\angle M_2 = 60° \Rightarrow \angle H_1 = 30°$

$H_1M_3 = M_3H_2 = M_2M_3 = \frac{80}{2} = 40$

+

10. Р-м $\triangle H_2M_2M_3$: $H_2M_3 = M_3M_2$, $\angle M_2 = 60° \Rightarrow$

$\triangle H_2M_2M_3$ - правильный и высота $H_2H_3 = \frac{a\sqrt{3}}{4} =$

$= \frac{40\sqrt{3}}{4} = 10\sqrt{3}$

11. Р-м $\triangle$ ~~$H_2H_3M_2$~~ $H_2H_3M_3$: $H_2M_3 = 40$, $H_2H_3 = 10\sqrt{3}$

$\angle M_3 = 60°$, $\angle H_3 = 90°$, $\Rightarrow \angle H_2 = 30°$

$S_{\triangle H_2H_3M_3} = \frac{1}{2} M_3H_2 \cdot H_2H_3 \cdot \sin\angle H_2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} =$

$= 100\sqrt{3}$

Ответ: $S_\triangle = 100\sqrt{3}$ (м²), $H_2M_3 = 40$ (м)

№7

Дано:

h_1, h_2, h_3 – геом. пр.

$q > 1$

l_1, l_2, l_3 – ар. пр.

$d > 0$

$l_1 + l_2 + l_3 = 30$

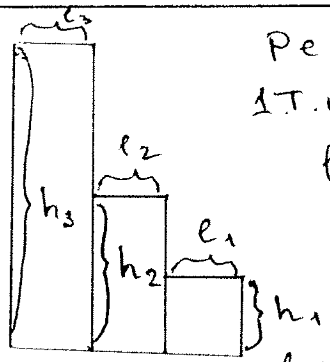
$l_1 \cdot h_1 = 15$

$l_2 \cdot h_2 = 60$

$l_3 \cdot h_3 = 180$

Найти:

$h_1, h_2, h_3, l_1, l_2, l_3$ – ?



Решение.

1 Т.к. l_1, l_2, l_3 – ар. пр. –

$l_2 = l_1 + d$

$l_3 = l_2 + d = l_1 + 2d$.

По усл. $l_1 + l_2 + l_3 = 30$;

$l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 3l_1 + 3d = 30$;

$l_1 + d = 10$

2. ~~$l_2 k_2$ Т.к. q_1, q_2, q_3 – геом. пр.~~,

$\cancel{q_2 =}$ Т.к. h_1, h_2, h_3 – геом. пр.,

$h_2 = h_1 \cdot q$

$h_3 = h_2 \cdot q = h_1 \cdot q^2$.

3. $l_2 \cdot h_2 = (l_1 + d) \cdot h_1 q = 10 h_1 q = 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow h_1 q = 6$.

4. $\begin{cases} l_1 h_1 = 15 \\ l_3 h_3 = 180 \end{cases}$ $\begin{cases} (l_1 + d - d) \frac{h_1 q}{q} = 15 \\ (l_1 + 2d) \cdot h_1 q^2 = 180 \end{cases}$ $\begin{cases} (10 - d) \frac{6}{q} = 15 \\ (10 + d) 6q = 180 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{10 - d}{q} = 2{,}5 \\ (10 + d) q = 30 \end{cases}$ Перемножим эти ур-ния:

$\frac{(10 - d)(10 + d) \cdot q}{q} = 2{,}5 \cdot 30$; $(10 - d)(10 + d) = 75$, $100 - d^2 = 75$

$d^2 = 25$; $d = \pm 5$. Т.к. $d > 0 \Rightarrow d = 5$.

+

5. $l_1 = l_2 - d = 10 - 5 = 5$

$l_3 = l_2 + d = 10 + 5 = 15$

6. $l_1 h_1 = 15 \Rightarrow h_1 = \frac{15}{l_1} = \frac{15}{5} = 3$

7. $q = \frac{h_2}{h_1} = \frac{6}{3} = 2$

8. $h_3 = h_1 \cdot q^2 = 3 \cdot 2^2 = 12$

Ответ: $h_1 = 3$, $h_2 = 6$, $h_3 = 12$; $l_1 = 5$; $l_2 = 10$; $l_3 = 15$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	шифр: ВL 60-96	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 7072

ФАМИЛИЯ Летин

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Артёмович

Дата рождения 30.07.2001г. **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Летин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВК 60-96

№1 Когда мы берём 5 произвольных линий среди них обязательно есть ~~1 идущая~~ минимум 1 идущая в город М (по условию, что среди 3 есть 1 обязательно идущая в город М) а также минимум 1 ~~из~~ идущая в ~~деревню~~ посёлок П (по условию, что из 4 есть 1 обязательно идущая в посёлок П) ⟹ 5 − 2 = 3

Ответ: максимальное кол-во линий не идущих в посёлок П и город М = 3.

−

№5 В 1 час уходит 2 тележки с посылками, 3 с бандеролями и 5 с письмами, но из этих 5 есть 2 которые уходят пустыми ⟹ в 1 рабочий день Печкин отправляет 16 посылок, 24 бандероли, 24 письма.

−

№4 $120° = \frac{1}{3}$ циферблата ($120° = \frac{1}{3}\, 360°$ (от полного круга))

Если такое явление произойдет впервые после полудня, то пройдет минимум 4 часа (4 часа $= \frac{1}{3}$ от 12 часов), т.к. часовая стрелка не стоит на месте, а также двигается ⟹ это произойдет в 16:00.

±

№7 Мюллер не должен верить Штирлицу в данном заявлении, поскольку, по словам Штирлица передатчик находится внутри квадрата ⟹ не могут быть такие расстояния от ~~ра~~ радиостанций т.к. они находятся на вершинах квадрата. А также эти расстояния немного абсурдны тем, что расстояния имеют ~~как~~ такую большую разницу.

±

Лист 1 из 2

№3 Если предположить, что сыну сейчас 7 лет, отцу 31, а матери 27, то

1) 31 + 7 + 27 = 65
2) 31 − 4 = 27
3) 7 − 4 = 3
4) 27 : 3 = 9
5) 27 − 5 = 22 (отец)
6) 27 − 9 = 18 (мать)
7) 22 + 18 = 40

⟹ отцу 31 год на данный момент

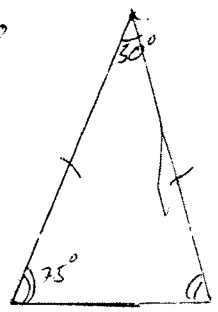
+

№2 Наименьшая площадь получаемой фигуры будет при соотношении сторон 2:1; поскольку соотношение 1:1 мы использовать не можем (из-за того, что 1 из ∠ = 30° ⟹ 2 других должны быть равны 3-ему, а по теореме об ∠ в Δ сумма ∠ должна быть 180°)

±

Мы можем использовать равнобедренный Δ ~~сторон~~ рёберные стороны которого будут в 2 раза больше основания.

?



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 55-91 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЛИВШИЦ

ИМЯ АСЯ

ОТЧЕСТВО БОРИСОВНА

Дата рождения 25.03.1998 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Лив

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание №2.
Для того, чтобы tgx был целым числом, нужно, чтобы:

$\begin{cases} \sin x = \cos x \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \to x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ (т.к. $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$).

$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm 1 \end{cases} \to x = \pi n, n \in Z$

1). $x = \pi n \to tgx = tg(\pi n) = 0$; $tg 2x = tg(2\pi n) = 0$.

2) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n \to tgx = 1$; $tg2x = tg\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \nexists$, т.к. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$, $\cos 2x \neq 0$.

3) $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \to tgx = -1$; $tg2x = tg\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \nexists$, т.к. $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$, $\cos 2x \neq 0$.

Вывод: подходит $x = \pi n$, $n \in Z$.

$2015^{tgx} = 2015^0 = 1$.

Ответ: 1.

+

Задание №5.
Пусть, для определенности, „банк №1" – тот, в котором вклад удваивается, „банк №2" – тот, в котором вклад утраивается, а „банк №3" – тот, который разорится.

1) Так как мы не знаем, какой из банков разорится (по условию), то чтобы понести наименьшие ~~потери~~ убытки (даже ~~в~~ при самом плохом ходе событий), в каждый из трех банков нужно класть одинаковую сумму.

2) Для того, чтобы получить максимальный доход, нужно, чтобы ~~максимально~~ наибольшее количество денег попало в те банки, в которых произойдет удвоение и утроение вклада, с учетом пункта 1) это означает, что чем больше денег мы оставим дома, тем меньше будет доход.

3) ~~С учетом~~ Учитывая все вышеперечисленные условия, получим, что для того, чтобы доход был максимальным, нужно все деньги (600 тыс. руб.) разделить на равные части (по 200 тыс. руб.) а каждую из них положить в 1 из трех ~~д~~ банков (в результате в каждом из трех банков должно лежать по 200 тыс. рублей).

Задание №5 (продолжение)

Тогда через год получим:

банк №1: 200000×2 = 400000

банк №2: 200000×3 = 600000

банк №3: ~~200000~~ (банк разорился)

итог: 400000 + 600000 = 1 млн. руб. (сумма, кот. Иван Иванович получит на руки)

Посчитаем доход (максимально возможный) – итог – – начальное кол-во денег = 1 000 000 – 600 000 = 400 000.

Ответ: 1 млн. рублей.

(+)

Задание №1.

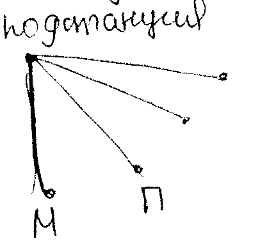
Так как нам сказано, что среди 4-х ~~дорог~~ линий одна обязательно должна вести в П, то ~~дорог~~ линий всего, как минимум, 4.

Нам сказано, что среди 3-х любых ~~дорог~~ линий есть обязательно одна, ведущая в М, т.е. среди любых 3-х линий должно быть не меньше одной, ведущей в М.

Докажем, что всего линий может быть 4.

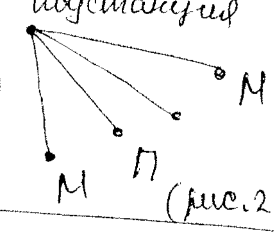
если провести всего 1 линию из распределительной подстанции в М, то найдутся такие 3 дороги, среди которых ни одна не будет вести в М (рис. 1)

(Еще одна ведет в П (второе усл. выполнено), ост. линии не важно куда идут)



(рис. 1)

Если из подстанции провести в М 2 ~~до~~ линии, одну – в П, а еще 1 – в др. место, то НЕ найдется таких 3-х дорог, среди которых не будет хотя бы 1-ой, ведущей в М. (рис. 2). Таким образом мы доказали, что может быть всего 4 линии.



(рис. 2)

Ответ: может.

потеря других случаев

Задание № 7.

Дано:

$\{l_1, l_2, l_3\}$ арифмет. прогрессия

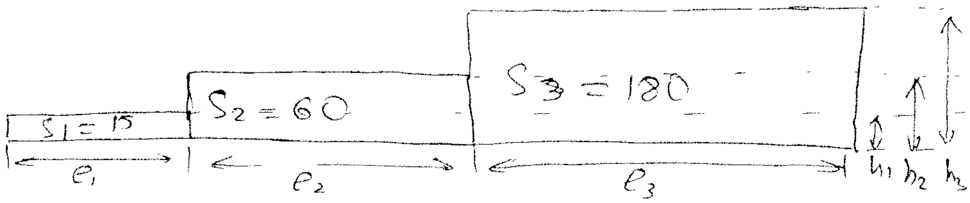
$\{h_1, h_2, h_3\}$ – геометр. прогрессия

$S_1 = 15$

$S_2 = 60$

$S_3 = 180$

$l_1 + l_2 + l_3 = 30$



1) арифметическая прогрессия:
пусть d – разность арифметической прогрессии

$l_2 = l_1 + d \qquad l_1 + l_2 + l_3 = 3l_1 + 3d = 30$

$l_3 = l_1 + 2d \qquad l_1 + d = 10 = l_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow d = 10 - l_1 \Rightarrow l_3 = l_1 + 2d = l_1 + 2(10 - l_1) = 20 - l_1$

2) геометрическая прогрессия: пусть q – знаменатель геометрической прогрессии.

т.к. $l_2 = 20$, $S_2 = l_2 \cdot h_2$, то $h_2 = \frac{60}{10} = 6$

$h_2 = h_1 \cdot q \rightarrow h_1 = \frac{h_2}{q} = \frac{6}{q}$

$h_3 = h_1 \cdot q^2 = \frac{6}{q} \cdot q^2 = 6q.$

По условию, $S_1 = h_1 \cdot l_1 = \frac{l_1 \cdot 6}{q} = 15$

$S_3 = h_3 \cdot l_3 = 6q \cdot (20 - l_1) = 180$

получим систему:

$$\begin{cases} \frac{6l_1}{q} = 15 \rightarrow l_1 = \frac{15q}{6} = \frac{5q}{2} \\ q(20 - l_1) = 30 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $q\left(20 - \frac{5q}{2}\right) = 30$

$\frac{q(40 - 5q)}{2} = 30$

$40q - 5q^2 = 60 \,||:5$

~~$q^2 - 8q + 6 = 0.$~~

$q^2 - 8q + 12 = 0.$

$D = 64 - 48 = 16; \sqrt{D} = 4.$

$q = \frac{8 \pm 4}{2} = 6; 2.$

$$\left[\begin{array}{l} q_1 = 6 \\ q_2 = 2 \end{array}\right.$$

Задание N 7 (продолжение)

$q_1 = 6 \to l_1 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$, но получилось, что $l_1 > l_2$, а по задаче, $l_1 < l_2 \Rightarrow q \neq 6$.

$q_2 = 2 \to l_1 = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$

$d = 10 - 5 = 5 \to$ ~~$l_3 = 25$~~, $l_3 = l_1 + 2d = 5 + 2 \cdot 5 = 15$

+

$S_1 = 15$; $S_1 = l_1 \cdot h_1 \to h_1 = \frac{15}{5} = 3$.

$h_3 = h_1 \cdot q^2$; $q = \frac{h_2}{h_1} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow h_3 = 3 \cdot 2^2 = 12$.

Ответ: (размеры: $(l \times h)$): 5×3; 10×6; 15×12.

Задание N 6.

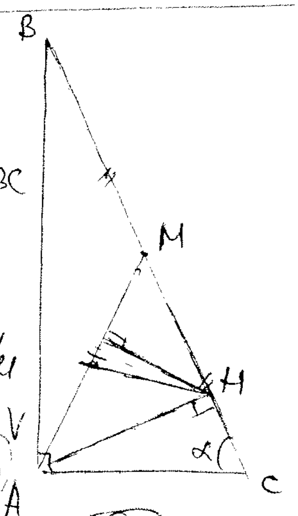
Дано:
$\alpha = \frac{11\pi}{24}$
ΔABC - п/у, $\angle A = 90°$
$BC = 640$ м

гипотенуза$_5$ - ?
площадь$_5$ - ?

?

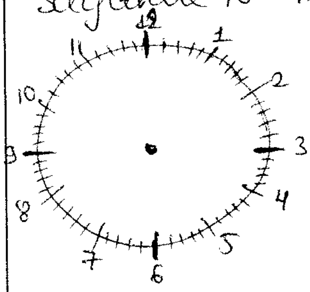
1) AM - медиана треугольника ABC; M - середина гипотенузы $\Rightarrow$ центр описанной окружности около ΔABC $\Rightarrow BM = MC = AM = R \Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC$.
т.к. в каждом следующем Δ мы проводим медиану из прямого угла, что длина гипотенузы в каждом след. треугольнике уменьшается в 2 раза $\Rightarrow$ гипотенуза$_5 = \frac{BC}{2^4} = \frac{640}{16} = 40$

2) $\alpha = \frac{11\pi}{24} = \frac{11 \cdot 180°}{24} = 82{,}5°$.



+

Задание N 4.



Полный оборот стрелки - 360°

Минутная стрелка: полный оборот за 60 мин:
60 мин - 360°
1 мин - 6°

Часовая стрелка: полный оборот за 12 часов.
12 часов - 360°
~~1 часов~~ 1 час - 30°
60 мин - 30°
2 мин - 1°

−

Задание N 3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\left[\begin{array}{l} (\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) = 0 \quad (1) \\ (\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) > 0 \quad (2) \end{array}\right.$

(1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y = \arcsin x \\ \sin x + \arcsin y \text{ - определена} \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x + \arcsin y = 0 \\ \sin y - \arcsin x \text{ - определена} \end{cases} \end{array}\right.$

(2) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x > 0 \\ \sin x + \arcsin y > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x < 0 \\ \sin x + \arcsin y < 0 \end{cases} \end{array}\right.$

ОДЗ: $x \in [-1;1]$, $y \in [-1;1]$ (т.к. $\arcsin x$, $\arcsin y$).

—

Задание N4 (продолжение):

построим таблицу, показывающую ход минутной и часовой стрелок (отсчет от 12 часов).

12 часов дня	часовая	минутная
1 мин	$0,5^\circ$	6°
2 мин	1°	12°
3 мин	$1,5^\circ$	18°
4 мин	3°	24°

=> пока часы показывают 12 часов дня, между часовой и минутной стрелками не будет угла 2° (наименьший угол $= 6^\circ - 0,5^\circ = 5^\circ 30'$)

Составим уравнение:

$0,5 \cdot n + k \cdot 30 = 6 \cdot n$, где n - кол-во минут от начала тек. часа,

k - кол-во часов (отсчет от 1 до 12)

$k, n \in N$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

CV 64-70 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 1102

шифр

ФАМИЛИЯ ЛИСЕНЕНКОВ

ИМЯ ГЛЕБ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 05.11.1998

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

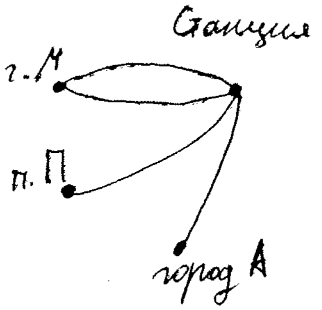
Вопр. 3 доп. лист Шуф.

ВАРИАНТ: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CV 64-70

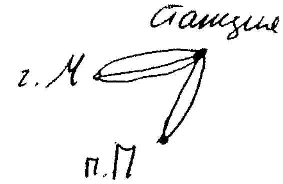
Вопр. 4 доп. лист Шуф. Вопр. 1 доп. лист Шуф. Вопрос 2 доп. лист Шуф

№1.



I Видно, что тут только 4е линии, и все они удовлетворяют условию. т.е. Σ линий < 5.

II ~~Не~~ Линий может быть не меньше 5.



7

Предположим, что при другом положении линий найдутся 5 не ведущие в М или П.

Отберем из этих 5 3. По условию любые 3 должны вести в М, но они не ведут (ведь среди 5и ни одна не ведет). Противоречие. ⇒

⇒ невозможно отобрать ~~из~~ 5 линий не идущих в М или П.

III

Докажем, что невозможно более 5 линий.

Пусть их 6.

1) чтобы выполнилось условие с М, линий не ведущих в М должно быть от 0 до 2 ⇒ Σ линий в М от 4 до 6.

2) чтобы выполнилось условие с П, линий не ведущих в П должно быть от 0 до 3, но в М уже от 4 линий.

⇒ невозможно иметь более 5 линий.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ СN 64-70

№2

$tg_x \in Z$; $tg_{2x} \in Z$.

$tg_{2x} = \frac{2 tg_x}{1 - tg^2 x}$ Пусть $tg_x = a$, где $a \in Z$.

тогда $tg_{2x} = \frac{2a}{1-a^2} = \frac{-2a}{(a-1)(a+1)}$

I Если $a=0$ то $tg\, x = 0$; $tg_{2x} = 0$ одновременно

(+)

$\begin{cases} x = \pi n; \\ 2x = \pi q \end{cases}$ $x = \pi n$, где $n \in Z$

II пусть a четное, но не 0. тогда $(a-1)$ и $(a+1)$ нечетны, причем не могут одновр. равняться 1 и -1.

получится $\frac{\text{четное}}{\text{нечет}} \Rightarrow \notin Z$

III пусть a нечетное. Тогда $(a-1)$ и $(a+1)$ четные

Даже если одна из скобок сократится с 2, останется $2^{a?}$ и получится $\frac{\text{нечет}}{\text{четн}} \Rightarrow \notin Z$

т.е. возможно только $a=0$, $x = \pi n$, где $n \in Z$

Ответ: $x = \pi n$, где $n \in Z$.

№3.

I. $x^2+px+q=0$ 1ин корень $\Rightarrow p^2-4q=0$

$\Rightarrow x^2+px+q=0 \Leftrightarrow (x+\frac{p}{2})^2=0$. т.к $q=\frac{p^2}{4}$.

II

$T(x)=x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$

$T(T(T(x)))=0$. $(T(T(x))+\frac{p}{2})^2=0$.

$T(T(x))+\frac{p}{2}=0$.

$(T(x)+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2}=0$.

$T^2(x)+T(x)p+\frac{p^2}{4}+\frac{p}{2}=0$

$T(x)=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-p^2-2p}}{2}$

$T(x)=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}$; пусть $\sqrt{-\frac{p}{2}}=a$; тогда $a^2=-\frac{p}{2}$;

$a\geq 0$.

$T(x)=a^2\pm a$.

$(x+\frac{p}{2})^2=a^2\pm a$.

$(x-a^2)^2=a^2\pm a$

$x^2-2a^2x+a^4=a^2\pm a$

I

$x^2-2a^2x+a^4-a^2+a=0$

$x=a^2\pm\sqrt{a^4-a^4+a^2-a}$

$x=a^2\pm\sqrt{a^2-a}$

II

$x^2-2a^2x+a^4-a^2-a=0$

$x=a^2\pm\sqrt{a^4-a^4+a^2+a}$

$x=a^2\pm\sqrt{a^2+a}$.

$a\geq 0 \Rightarrow$ ~~a=0, чтобы был корень~~

~~$\boxed{x=0}$~~

$x_1 = a^2 + \sqrt{a^2-a}$ чтобы получилось 3 корня, надо чтобы
$x_2 = a^2 - \sqrt{a^2-a}$ только 2а совпали.
$x_3 = a^2 + \sqrt{a^2+a}$
$x_4 = a^2 - \sqrt{a^2+a}$

1. $1^{ин}$ из дискриминантов равен 0, но не оба.

$D_1 = \sqrt{a^2-a} = 0$ $\qquad$ $D_2 = \sqrt{a^2+a} = 0$. $\qquad a \geq 0$ (так взяли)

$a = 0 \quad a = 1.$ $\qquad$ $a = 0 \quad a = -1.$

$a=0$ не подходит, т.к. тогда оба зануляться

$\Rightarrow a = 1.$

$\sqrt{\frac{-p}{2}} = 1$

$-p = 2$

$\boxed{p = -2}$

$x_1 = 1$	$x_3 = 1 + \sqrt{2}$	$x_4 = 1 - \sqrt{2}$

2. x_1 или x_2 равен x_3 или x_4.
это невозможно.

1.3. $\cancel{a^2} + \sqrt{a^2-a} = \cancel{a^2} + \sqrt{a^2+a}$
$\cancel{a^2} - a = \cancel{a^2} + a$
$a = 0$ $\quad$ $\cancel{0}$ выше сказано почему.

2.3. $a^2 - \sqrt{a^2-a} = \cancel{a^2} + \sqrt{a^2+a}$
аналогично 1.4.

1.4. $\cancel{a^2} + \underbrace{\sqrt{a^2-a}}_{\geq 0} = \cancel{a^2} - \underbrace{\sqrt{a^2+a}}_{\leq 0}$

2.4. $\cancel{a^2} + \sqrt{a^2-a} = \cancel{a^2} + \sqrt{a^2+a}$
$a^2 - a = a^2 + a$
$a = 0.$ нельзя.

2а дик. нельзя ровнять 0. выше. Это все док-ет единственность корней выше. Ответ $x = 1;\ 1+\sqrt{2};\ 1-\sqrt{2}.$

№4.

I найдём $\angle$ между ними в отметках, считая что каждая отметка это 1а минута.

C = 60 минут = 60 отметин

2° это $\frac{1}{180}$ круга. $\angle = \frac{C}{180} = \frac{1}{3}$ отметины.

II Пусть минутная стрелка прошла b кругов и a минут, где $0 \le a < 60$; $0 \le b$.

За $1^{ин}$ ~~кр~~ минутный круг, часовая проходит 5 отметин.

За $1^{у}$ минуту проходит $\frac{1}{12}$ отметины.

сказанно что

$$a = 5b + \frac{a}{12} \pm \frac{1}{3}.$$

$\frac{11}{12}a = 5b + \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{11}{12}a = 5b - \frac{1}{3}$.

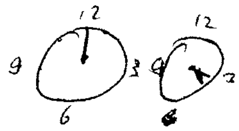
$11a = 60b + 4$ $\qquad$ $11a = 60b - 4$.

$a \in Z$: 4 $b=0$ ∅; 64 $b=1$ ∅; 124 $b=2$ ∅; 184 $b=3$ ∅

$a \in Z$: −4 $b=0$ ∅; 56 $b=1$; 116 $b=2$; 176 $b=3$.

$176 : 11$

$\frac{176}{11} = 16$.



т.е. прошло 3 круга и еще 16 минут.

от полудня прошло 3 часа, 16 минут.

Ответ 3 часа; 16 минут

№5

Пусть мы положим в банки части суммы a, b и c так что $a \ge b \ge c$. a-месячная, мы получим $2b$ и $3c$. чистая прибыль будет $b + 2c - a$. Основной вклад − $2c$ ⇒ нужно увеличивать её, но она самая маленькая, а значит равна $\frac{1}{3}$ суммы. т.е. вкладывать нужно все поровну по $\frac{1}{3}$ суммы. И вкладывать нужно все, т.к. рост от $2c$ больше падения от a.

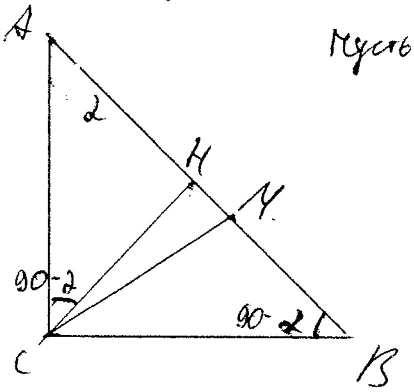
т.е. надо положить по 200 тысяч в каждый, и он получит 400 тыс. чистой прибыли.

№6.

I медиана в прямоуг. Δ вдвое меньше гипотенузы за каждое такое построение длина аллеи уменьшается в 2 раза, т.е. длина 5ой аллеи будет равна $\frac{\text{гип. нач.}}{2^5}$

$\boxed{l_{ал} = \frac{640\text{м}}{32} = 20\text{м.}}$ V

II Выведем как изменяется угол при каждом построении.



схематический чертеж.

Пусть угол $A = \alpha$.. тогда с той стороны будет и медиана.

$\angle B = 90 - \alpha \rightarrow \angle ACH = \alpha$. Пусть угол $HCM = X_1$

Δ AMC - равнобедренный

$90 - \alpha + x_1 = \alpha$

~~$x_1 = 90 - 2\alpha$~~

$\boxed{x_1 = 2\alpha - 90}$ это общий вид формулы.

$x_2 = |2x_1 - 90|$

$x_2 = |4\alpha - 270|$

можно заметить, что если ответ отрицателен то надо просто поменять знак. это из-за напр. медианы.

$x_3 = |8\alpha - 540 - 90|$

$x_3 = |8\alpha - 630|$

$x_4 = |16\alpha - 1260 - 90|$

$x_4 = |16\alpha - 1350|$

$x_5 = |32\alpha - 2790|$

Найдем теперь боковые стороны

$\sin(32\alpha - 2790) =$

$= \sin(32\alpha - 2790 + 2520) = \sin(32\alpha - 270) =$

$= \sin(32\alpha + 90) = \cos(32\alpha)$.

по условию $\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$\cos\left(\frac{32 \cdot \pi \cdot 11}{24}\right) = \cos\left(\frac{44\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ -14π

Ответ отрицател => надо просто поменять знак

т.к. $\sin(2790 - 32\alpha) = \sin(-90 - 32\alpha) = -\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

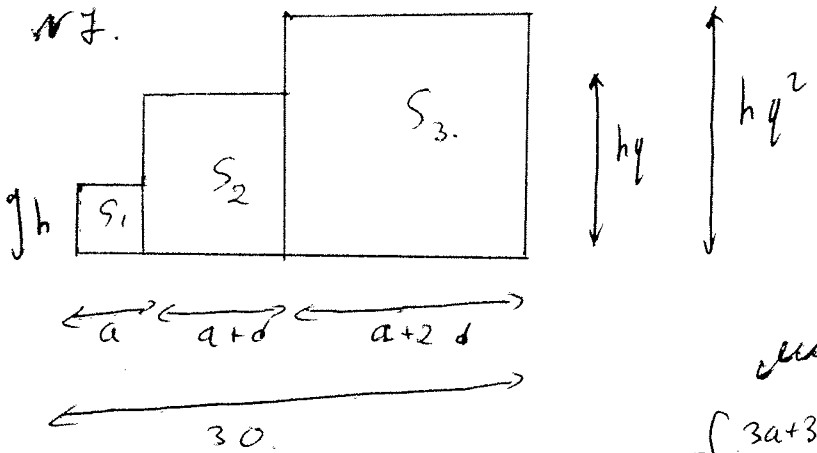
значит противолеж. сторона = 10м ($\frac{20}{2} = 10$)

а прилежащая = $\sqrt{400 - 100} = 10\sqrt{3}$.

$\boxed{S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}.}$

Ответ 20м, $50\sqrt{3}$м

№7.



можно составить систему

$$\begin{cases} 3a+3d=30 \\ a\cdot h=15 \\ (a+d)h\cdot q=60 \\ (a+2d)hq^2=180 \end{cases}$$

4е неизвестных
4е уравнения.

$a+d=10$

$a=10-d$

$$\begin{cases} (10-d)h=15 \\ 10\cdot h\cdot q=60 \\ (10+d)hq^2=180 \end{cases}$$

$hq=6$ $h=\frac{6}{q}$

$$\begin{cases} \frac{60-6d}{q}=15 \\ (10+d)6q=180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-2d=5q \\ (10+d)\cdot q=30 \end{cases}$$

$q=4-\frac{2}{5}d$

$(10+d)(4-\frac{2}{5}d)=30$

$40-\cancel{4d}+\cancel{4d}-\frac{2}{5}d^2=30$ $\cancel{15}$

$\frac{2}{5}d^2=10$

$d^2=25$

$d>0$

$\boxed{d=5}$ $\boxed{q=2}$ $\boxed{h=3}$ $\boxed{a=5}$

a	5	10	15
h	3	6	12

Ответ 1ая ступень 5 на 3
2ая ступень 10 на 6.
3ая ступень 15 на 12.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

НВ 86-93

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7102

шифр

ФАМИЛИЯ ЛИХАРЕВА

ИМЯ НАДЕХДА

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 15.09.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 04 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НВ 86-93

№1. из любых $3^{ех}$ – 1 ведет на М
из любых $4^{ех}$ – 1 ведет на П

1) Рассм. случай, когда всего 4 линии:

М П М
• • • • , где 1 и 3 – ведут на М,
1 2 3 4   а 2 – на П

В таком случае условия выполняются.

Если кол-во линий меньше 4, то

М
• • • , в таком случае условие,
1 2 3

касающееся линий, ведущих на П, не выполняется.

Поэтому, число линий может быть равно 4, но не может быть меньше 4.

2) Если линий не меньше 5, то

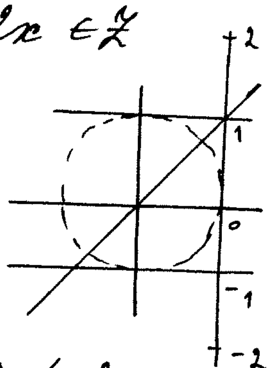
П П П
• • • •
М М М
1 2 3 4 5

В случае если есть линии, ведущие и на М, и на П, могут быть линии, которые не ведут ни в М, ни в П

Ответ: 1) Кол-во линий не может быть меньше 4; 2) Если кол-во линий не меньше 5, то могут найтись линии, которые не ведут ни в М, ни в П.

№2. $tg\,x \in \mathbb{Z}$, $tg\,2x \in \mathbb{Z}$

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$$



1) если $tg\,x = 0$, то

$tg\,2x = \frac{2\cdot 0}{1-0} = 0$,

$0 \in \mathbb{Z}$

2) если $tg\,x = \pm 1$, то 1) $tg\,2x = \frac{2\cdot 1}{1-1}$ $\varnothing$

2) $tg\,2x = \frac{2\cdot(-1)}{1-1}$ $\varnothing$

3) если $tg\,x = 2$, то $tg\,2x = \frac{2\cdot 2}{1-4} = \frac{4}{3}$ – не удовл. усл. $tg\,2x \in \mathbb{Z}$

4) если $tg\,x = -2$, то $tg\,2x = \frac{2\cdot(-2)}{1-4} = -\frac{4}{3}$ – не удовл. усл. $tg\,2x \in \mathbb{Z}$

5) если $tg x = 3$, то $tg 2x = \frac{2\cdot 3}{1-9} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$

далее $tg 2x \in (-1;1) \setminus \{0\}$

Значит, $tg x = 0$;

$x = \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

№3.

$x^2+px+q=0$, им. 1 корень

$x = \frac{-b}{2a}$ $\quad D=0$

$x = \frac{-p}{2}$ $\quad b^2-4ac=0$

$p^2=4q$

$T(x)=x^2+px+q$ – квадр. ф-ция, график – парабола

$T(T(T(x)))=0$ – им. 3 корня

№4.

$\alpha=2^\circ$

Найти: время.

Решение:

1) минутная стрелка:

~~300~~ 360°/час $= 6^\circ$/мин – проходит мин. стр.

2) часов. стр.: 30°/час $= \frac{1}{2}^\circ$/мин

3) Если прошло 3ч., то $\alpha=90^\circ$,

через еще 16 ~~мин~~ минут:

$\alpha = \left(90^\circ + \frac{16}{2}\right) - 16\cdot 6 = 90+8-96 = 2^\circ$

Значит, угол α будет равен 2°, через 3часа 16мин.

Ответ: 15:16

№5. d – вклад

1 – $d=0$

2 – $d=2d$

3 – $d=3d$

$d_0 = 600\,000$

если распределить 600 тыс. по 200 тыс. в каждый банк, то в самом плохом случае можно получить максимальный доход:

1: $d=0$, сгорают 200 тыс.

2: $d = 2\cdot 200\,000 = 400\,000$

3: $d = 3\cdot 200\,000 = 600\,000$

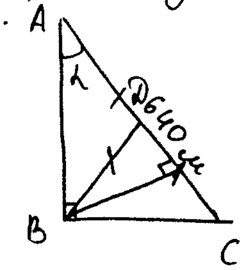
Итого: $d = 400\,000 + 600\,000 = 1000000$

Значит, Иван Иванович получит 1 млн. прибыль составит 400 000.

Ответ: 1) по 200 000 в каждый банк

2) получит на руки 1 000 000 через 1 год

№6.



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

Найти: $a_5 = ?$

$S_5 = ?$

Решение:

1) $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$), BD – медиана (по усл.)

$BD = \frac{1}{2}AC$ (по св-ву прямоуг. $\triangle$)

$BD = \frac{1}{2}\cdot 640 = 320$ (м)

$a_1 = 320$ м

$a_2 = a_1\cdot q$, где $q = \frac{1}{2}$, $a_n = a_1\cdot q^{n-1}$

$a_5 = a_1\cdot q^{5-1}$

$a_5 = 320\cdot\frac{1}{2^{5-1}} = \frac{320}{2^4} = \frac{320}{16} = 20$ (м)

2) $S_0 = S_{ABC}$

$S_0 = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot AB\cdot \sin A$

$AB = AC\cdot\cos A$

$\cancel{S_0 = \frac{1}{2}\cdot 640\cdot 640}$

3) $\triangle BDC$ - равноб. ($DB = DC$)

$\angle D + \angle C + \angle B = 180°$

$\angle C = 90° - \alpha$

$\angle B = \angle C = 90° - \alpha$ (по св-ву $\triangle$)

$\angle D = 180° - 2\cdot(90° - \alpha) = \alpha$

4) $\triangle BDC$ и $\triangle ABC$, в них

$\angle ABC = \angle BDC = 90°$

$\angle BAC = \angle BDC = \alpha$

Значит, $\triangle BDC \sim \triangle ABC$ (по 2ум углам) ?

Следовательно, по такому же принципу все $\triangle$, образованные этим образом, подобны.

Значит $\triangle ABC \sim \triangle_5$, где $\triangle_5$ - $5^{ый}$ $\triangle$

$k = \frac{640}{20} = 32$

$\frac{S_0}{S_5} = k^2$; $S_5 = \frac{S_0}{k^2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 640\cdot 640\cdot \cos\left(\frac{11}{24}\pi\right)\cdot \sin\left(\frac{11}{24}\pi\right)}{32\cdot 32} =$

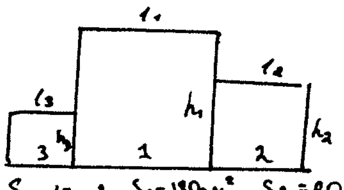
$= 400\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sin\left(\frac{11}{24}\pi\right)\cdot\cos\left(\frac{11}{24}\pi\right) = 200\cdot\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ ($м^2$)

Ответ: $a_5 = 20 м$

$S_5 = 200\cdot\sin\frac{11\pi}{12}$ $м^2$

+

№ 7.



$l_1 + l_2 + l_3 = 30 дм$

$l_1; l_2; l_3$ - алгебр. прогрессия

h_1, h_2, h_3 - геометр. прогрессия

Решение:

1) $l_1; l_2; l_3$ - алгебр. прогр.; $l_2 = l_1 + d$; $l_3 = l_1 + 2d$

$l_1 + l_2 + l_3 = 30 дм$

$l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 30 дм$

$l_1 + d = 10 дм = l_2$; $l_1 + l_3 = 20 дм$

—

2) $S_2 = h_2 \cdot l_2$; $h_2 = \frac{60}{10} = 6$ (дм)

3) т.к. l_1, l_2, l_3 - алгебр. прогр; $l_2 = 10 дм$., то $l_1 = 15 дм$; $l_3 = 5 дм$.

4) т.к. h_1, h_2, h_3 - геометр. прогр, $h_2 = 6 дм$, то $h_1 = 12 дм$; $h_3 = 3 дм$

Ответ: $l_1 = 15 дм$; $l_2 = 10 дм$; $l_3 = 5 дм$;

$h_1 = 12 дм$; $h_2 = 6 дм$; $h_3 = 3 дм$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № ____

BF 17-56

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Локтионов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 28.02.1998

Класс: 11

Предмет Математика

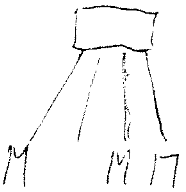
Этап: Заключительный

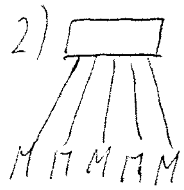
Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 1)


2)


1) Да, может быть меньше пяти: если взять 4 линии, то будет достаточно 1 на П и 2 на М.

2) Нет, пустые линии не найдутся: взяв 5 линии и не задействовав 1 из них (3М, 1П) - не будет выполнятся правило с П, или же (2М, 2П) - не выполняется правило с М.

если $n > 5$?

±

№2 $R = tg\,2x - tg\,x$ может выполнятся в 2 случаях

$x = 2\pi n$ $n \in Z$ и $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $n \in Z$, но $\cos x \neq 0$ и $\cos 2x \neq 0$ как ОДЗ =>

$x = 2\pi n$ $n \in Z$ - единственный возможный

—

Ответ: $x = 2\pi n$ $n \in Z$

№4 За миним. период - 1 мин. Часовая проходит $\frac{360}{60 \cdot 12} = 0{,}5^\circ$. Минутная $\frac{360}{60} = 6^\circ$. Соответственно $\alpha = 6^\circ \cdot t - 360n$, где t - кол-во минут, а n - произв. кол-во часов, $\beta = 0{,}5^\circ \cdot t$.

$|\alpha - \beta| = 2$

$|6^\circ \cdot t - 360n - 0{,}5^\circ t| = 2$, где возможно решение при $n = 8$ часов

$=> t = 44$ мин.

Ответ: 8 часов 44 минуты.

—

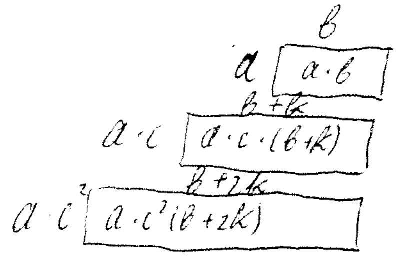
№5

Так как вероятность каждого события одинакова, а 2 из 3 событий плохой => что чем больше вклад по сравнению с другими, тем скорее он пропадет => при создании 3 равных вкладов вне зависимости от исчезновения 1, остальные умножатся на 3 и 2 соответственно => $200000 \cdot 0 + 200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 = 1000000$ - минимальная возможная сумма.

±

№7

$$\begin{cases} a\cdot b=15 \\ a\cdot c\cdot(b+k)=60 \\ a\cdot c^2(b+2k)=180 \\ b+b+k+b+2k=30 \end{cases}$$



$3b+3k=30$, $b+k=10$, $a\cdot c=6$, $c\cdot(10+k)=30$, $c=\frac{6}{a}$

$10+k=5a$, $k=5a-10$, $3b+15a-30=30$, $b+5a=20$

$5a^2-20a+15=0$, $a^2-4a+3=0$ => $a=3$ или $a=1$ - не подходит.

$b=\frac{15}{a}$, $b=5$, $k=5$, $c=2$, тогда

1 ступень: $h=3$дм $l=5$дм

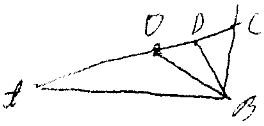
2 ступень: $h=6$дм $l=10$дм

3 ступень: $h=12$дм $l=15$дм

+

№6 т.к. OB - медиана, а $\triangle ABC$ - прямоуг

=> O - центр опис окр, а $OB=AO=CO=R$



=> гипотенуза последующего треугольника в 2 раза меньше чем предыдущего => для 5 $c=AC\cdot(\frac{1}{2})^5=640\cdot\frac{1}{32}=20$м

площадь = ?

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

НЯ 71-31

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Лопухина

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 14.11.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 04 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2. $tg x, tg 2x \in Z$.

Рассмотрим $x=0$, $x \in Z$

$tg 0 = 0$, $tg(2\cdot 0)=0$, $tg x$ и $tg 2x \in Z$, данное значение удовлетворяет условию.

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Докажем, что иных значений не существует.

$tg 2x = \frac{2 tg x}{1-tg^2 x}$; ОДЗ: $1-tg^2x \neq 1$, $tg^2 x \neq 1$, $tg x \neq \pm 1$ ~~$tg x \neq \pm\frac{\pi}{4}$~~

$tg x \in Z \Rightarrow tg^2 x \in Z$, $1-tg^2 x \in Z$, при этом $tg^2 x \geq 0$, $tg^2 x \neq 1$, $1-tg^2 x < 0$

$2 tg x \in Z$, $1-tg^2 x \in Z$, $\frac{2tg x}{1-tg^2 x} \in Z$, $tg x = n$

$\frac{2n}{1-n^2}$ - целое число, $n=0$ и $n=\pm 1$ мы рассмотрели

$n=2$ $\frac{4}{1-4} = -\frac{4}{3}$ - не удовл. услов. При $n=-2$ $-\frac{4}{-3} = \frac{4}{3}$ - не удовл. усл.

$n=3$ $\frac{6}{1-9} = -\frac{6}{8}$, $n=-3$ - $\frac{6}{8}$ - не удовл. условию

При увеличении $|n|$, $|1-n^2|$ всё больше, чем $|2n|$, а значит $\frac{2n}{1-n^2}$ никак не может быть целым числом.

Ответ: $x=0$; $2015^{tg x}=1$

№4.

Всего 360°. В часе 60 минут, значит, проходя 1 минуту - минутная стрелка проходит 6°. 12 часов. Часовая отметка через каждые $\frac{360}{12} = 30°$. При этом, в течение часа часовая стрелка переходит к новому значению. На 1 градус она продвигается за $\frac{60}{30} = 2$ минуты. Значит, должно пройти чётное количество минут, чтобы между часовой и минутной стрелкой было целое кол-во градусов.

1) В 1-ый час это не может произойти. Уже через 1-ую минуту минутная стрелка продвинется на ~~12~~6°, а часовая - на 0,5°. В дальнейшем она всё больше будет удаляться.

2) С 13.00 до 14.00. ~~на~~ (С.М) на 0°, стрелка часовая (С.Ч) на 30°

В 13.00 стрелка минутн. через 4 мин - С.М. - 24°, С.Ч. - 32°, 6 мин: С.М. - 36°, С.Ч. - 33°. В дальнейшем С.М. все больше обгоняет С.Ч.

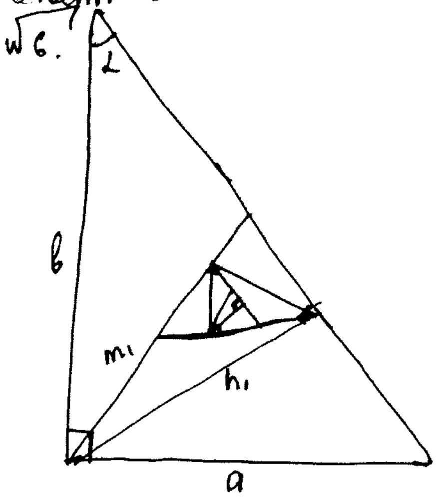
3) С 14.00 до 15.00 10 мин. - С.М. - 60°, С.Ч. - 65°, 12 мин. - С.М. - 72°, С.Ч. - 66°.
14.00. С.Ч. - 60°.
Она будет всё больше удаляться.

4) 15.00 - 16.00. 15.00 - С.Ч. - 90°, 14 мин. - С.М. - 84°, С.Ч. - 97°, 16 мин. - С.М. - 96°, С.Ч. - 98° пр. на сл. л.

Таким образом, разница составила ровно 2 градуса в 15.16

Ответ: 15.16 (3 часа 16 минут после полудня)

№6.



~~1тр.~~

1тр. – $c = 640$, $\alpha = \frac{11\pi}{24}$, h_1 - высота, m_1 - медиана

$a = c \cdot \sin\frac{11\pi}{24}$, $b = c \cdot \cos\frac{11\pi}{4}$

$m_1 = \frac{1}{2}c = 320$

$h_1 = \frac{ab}{c} = \frac{c^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\frac{2 \cdot 11\pi}{24}}{c} = \frac{1}{2} c \cdot \sin\frac{11\pi}{12} = 320 \cdot \sin\frac{11\pi}{12}$

2тр. $h_1 = b_2$, $m_1 = c_2$

$c_2 = 320$, $m_2 = \frac{1}{2}c_2 = 160$

$b_2 = c_2 \sin\beta \Rightarrow \cancel{\sin\beta} = \frac{11\pi}{12}$, $a_2 = c_2 \cos\frac{11\pi}{12}$

$h_2 = \frac{a_2 b_2}{c_2} = \frac{c_2^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\frac{11\pi}{6}}{c} = \frac{1}{2} c \cdot \sin 30° =$

$= 160 \cdot \frac{1}{2} = 80$

3тр. $b_3 = 80$, $c_3 = 160$, угол $\gamma = 30°$

$m_3 = \frac{1}{2}c_3 = 80$, $h_3 = \frac{80 \cdot 160 \cdot \cos 30°}{160} = \frac{1}{2} \cdot 80\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$

4тр. $c = 80$, $b = 40\sqrt{3}$

~~Угол~~ f: $\cos f = \frac{40\sqrt{3}}{80} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $f = 60°$

~~$m_4 = 40°$, $h_4 = \frac{40\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{80} = \frac{800 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{160} =$~~

~~$= 15\sqrt{3}$~~

5тр. ~~$c = 40$, $b = 15\sqrt{3}$~~

~~$a = c \sin d = \frac{15\sqrt{3}}{40} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$ $\cos d = \sqrt{\frac{64-27}{64}} = \frac{\sqrt{34}}{648}$~~

~~$a = c \cos d = \frac{40\sqrt{34}}{648} = 5\sqrt{34}$~~

~~$S = \frac{1}{2}ab = \frac{15\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{34}}{2} = \frac{75\sqrt{102}}{2}$~~

~~Ответ: 40; $\frac{75\sqrt{102}}{2}$~~

лишний проход

$m_4 = 40$ $h_4 = \frac{40\sqrt{3} \cdot 80 \cdot \frac{1}{2}}{80} = \frac{40 \cdot 40\sqrt{3}}{80} = 20\sqrt{3}$

5тр. $c = 40$, $b = 20\sqrt{3}$

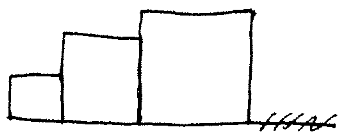
угол $d = \arcsin\frac{20\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $60°$

$\cos d = \frac{1}{2}$, $a = c \cdot \cos\frac{1}{2} = 20$

$S = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{3} \cdot 20 = 200\sqrt{3}$

Ответ: 40; $200\sqrt{3}$.

№7.



~~b d~~ 1) $l_1 = a_1$, $l_2 = a_1 + d$, $l_3 = a_1 + 2d$

$l_1 + l_2 + l_3 = 30$

2) $h_1 = h_1$, $h_2 = h_1 \cdot q$, $h_3 = h_1 \cdot q^2$

3) $a_1 \cdot h_1 = 15$, $(a_1+d) \cdot h_1 \cdot q = 60$, $(a_1+2d) \cdot h_1 \cdot q^2 = 180$.

4) $S_3 = 30 = \frac{3(a_1 + a_1 + 2d)}{2}$ $2a_1 + 2d = 20$ $a_1 + d = 10 = l_2$

$l_2 \cdot h_2 = 60$ $h_2 = \frac{60}{10} = 6$

5) $l_1 = l_2 - d = 10 - d$, $l_3 = l_2 + d = 10 + d$

6) $h_1 = \frac{h_2}{q} = \frac{6}{q}$, $h_3 = h_2 q = 6q$

$$\begin{cases} \frac{6}{q}(10-d) = 15 \\ 6q(10+d) = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{6(10+d)}{30}(10-d) = 15 \\ q = \frac{30}{10+d} \end{cases}$$

$\frac{1}{5}(100 - d^2) = 15$, d - положит., т.к. арифмет. прогрессия - возрастающ.

$100 - d^2 = 75$ $d^2 = 25$ $d = 5$ (+)

$q = \frac{30}{10+5} = 2$

1-ступень: $l = 10 - 5 = 5$ $h = \frac{6}{2} = 3$ ~~tQ~~ 5×3

2 ступень: 10×6

3 ступень: $l = 10 + 5 = 15$, $h = 6 \cdot 2 = 12$ 15×12

Ответ: 5×3; 10×6; 15×12.

№5. Так как в каждом банке неизвестно, прибыль или убыток мы получим, не имеет смысла вкладывать разные суммы. Мы приумножим вложенную сумму в $\frac{5}{3}$ раза при любом раскладе, что является наилучшим решением (пусть в каждый банк мы вложили x р., тогда всего - $3x$ р; получим $3x + 2x + 0x = 5x$ рублей в любом случае).

Докажем, что ему выгодно разместить по 200 000 р.

прод. на след. ст.

После он получит $200\,000 \cdot 5 = 1\,000\,000$ р.

Пусть И. И. решит оставить какую-то часть дома. Допустим, он вложит по 199 999 р. и оставит 3 р.

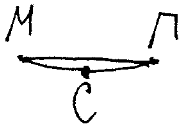
Через год у него будет $199\,999 \cdot 5 + 3 = (200000 - 1) \cdot 5 + 3 =$
$= 1000000 - 5 + 3 < 1000000$

Оставляя всё больше денег дома, И.И. получает всё меньший доход

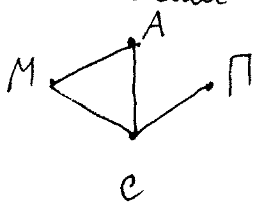
Ответ: вложить на каждый вклад 200 000 р, прибыль =
= 400 000, на руки получит 1 миллион

нет строго док-ва (+)

№1. станция - С.



Предприятие связано 3 линиями, но их должно быть минимум 4. Добавим предприятие А.



Соединим С с М, П. и А и А с М.

Среди любых 3 линий есть хотя бы 1, соединяющая С и М, а среди любых 4 - С и П

Ответ: число линий может быть меньше 5. (+)

№3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

ОДЗ: $-1 \leq x \leq 1$; $-1 \leq y \leq 1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y \geq -\arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y \leq -\arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases} \end{array}\right.$$

(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7092
шифр	KI 47 -34

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Лысков

ИМЯ Леонид

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 18.10.1999

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

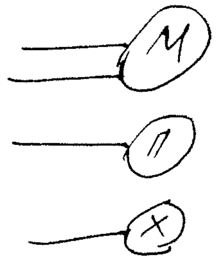
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Лысков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1



Ответ: может быть меньше 5 ~~[illegible]~~ ~~но~~ если больше 4, то не может быть тех, которые ведут не в М и не в П, так как М и П забирают по 1, добавится 1 и в запасе 1 итого: $1\cdot 2-1-1=0$, значит нет других путей. (+)

№2

~~При вращении треугольника образуются круги~~

Ось должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров треугольника, (+) тогда R будет наименьшим, а из-за этого и S будет меньше.

№3

$x^2+px+q=0$ 1 корень $\Rightarrow x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$

$T(x)=x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$

$T(T(T(x)))=0$ — 3 корня

$$(((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2=0$$

$$((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2=-\frac{p}{2}$$

$$(x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}$$

$$x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}}$$

$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}}$ — всего 4 варианта, но 3 корня $\Rightarrow$ 2 варианта равны $+\sqrt{-\frac{p}{2}}=-\sqrt{-\frac{p}{2}}$ не может, так как остается 1 вариант $\Rightarrow +\sqrt{-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}}$ и $-\sqrt{-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}}$

$+\sqrt{-\frac{p}{2}}$ — не может, так как $p\neq 0$, а сумма тогда $>0\Rightarrow$

$\sqrt{-\frac{p}{2}}\cdot\sqrt{-\frac{p}{2}} = -\sqrt{-\frac{p}{2}}+\sqrt{-\frac{p}{2}} = 0$

+

$-\frac{p}{2}-\sqrt{-\frac{p}{2}} = \sqrt{-\frac{p}{2}}\left(\sqrt{-\frac{p}{2}}-1\right)=0$

$\sqrt{-\frac{p}{2}}\neq 0 \Rightarrow \sqrt{-\frac{p}{2}}=1, \quad -\frac{p}{2}=1, \quad p=-2$

$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}\pm\sqrt{-\frac{p}{2}}} = 1\pm\sqrt{1\pm1} =$

$= 1;\ 1+\sqrt{2};\ 1-\sqrt{2}$

Ответ: $x_1=1,\ x_2=1+\sqrt{2},\ x_3=1-\sqrt{2}$

№4

$12x,\ x$ что такое x?

~~$12x-x=11x=2^\circ$~~

~~$x=\frac{2^\circ}{11}$ $12x=\frac{24^\circ}{11}$~~ нет решения.

~~360° 60 $\frac{24\cdot60}{11\cdot360}=\frac{4}{11}$ мин.~~

~~$\frac{24^\circ}{11}$?~~

$x+\frac{y}{0,5}=y\cdot6\pm2$

понимение $x-90$ (подпоздравие), $y=16$

$90+8=6\cdot16+2=98$

Ответ: 15 ч 16 мин.

№5

либо надо класть всё, либо ничего.

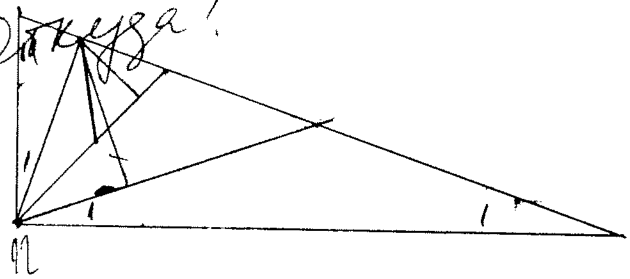
$200000(3+4+1)-600000=1000000$?

Ответ: надо распределить по 200000 в компании, в итоге ~~получите~~ останутся 1000000 р

+

№6

$\frac{640}{2^4} = 40$ м ? Откуда?



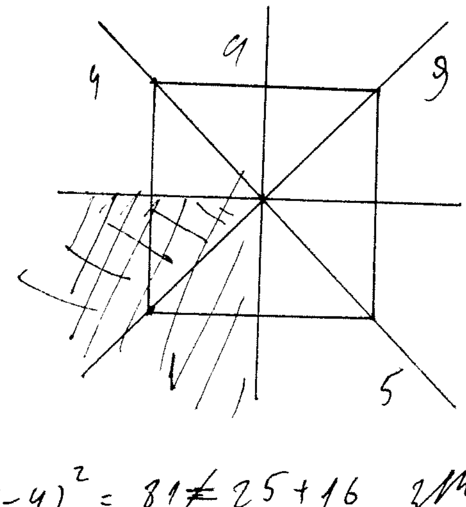
−

острый угол $\frac{1}{24}\pi$, другой $\frac{11}{24}\pi$,

и $\frac{12}{24}\pi$, так как углы при основании равнобедренного треугольника равны и ~~угол лежащий против~~ сумма углов прямоуг. треуг., лежащих не против гипотенузы, равна 90°, или $\frac{12}{24}\pi$, ~~можно посчитать угол в следующем треугольнике и так до 5, в котором будут углы $\frac{12}{24}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{4}{24}$~~, ? Как $\frac{4}{24} = 30°$ => сторона лежащая против 30° будет равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы, 20 м, другой ~~гипотенуз~~ катет равен $\sqrt{2^2 \cdot 20^2 - 20^2} = 20\sqrt{3}$, тогда $S = \frac{20\sqrt{3} \cdot 20}{2} = 200\sqrt{3}$ м²

Ответ: $L = 40$ м, $S = 200\sqrt{3}$ м².

№7



$1 = 1$

$4 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + p$?

$5 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 1$

$9 = \left(\frac{\sqrt{2}\,9}{2}\right) + x$

$9^2 = (9-5)^2 + (9-4)^2 = 81 \neq 25 + 16$ значит, что при расстоянии 9, точки с расст. 5 и 4 не будут достигаться ?

+

Ответ: не должен верить Мише.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 50-86

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МАКАРОВ

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 21.05.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Макаров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан 2 доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF50-86

~~№2 Уа Тангенс~~

~~№4 1 минута для минутной стрелки $\frac{360°}{60} = 6°$~~
~~1 минута для часовой ст~~

№4

1) За 1 минуту, минутная стрелка проходит:
$\frac{360}{60} = 6°$; - поворачивается на 6°;

~~За 1 минуту, часовая стрелка поворачива~~

Т.к. за 1 час, часовая стрелка поворачивается на $\frac{360}{12} = 30°$, то за 1 минуту она повернется на $\frac{30°}{60°} = 0{,}5° \Rightarrow$ за 2 минуты она повернется на 1°; ⇒ когда минутная стрелка повернется на 12°, часовая повернется на 1°.

Составим таблицу поворота минутной и часовой стрелки с течением времени, с учетом того, что по прохождении 1 оборота минутной стрелки (1 час), градусы обнуляются ($360° = 0°$).

время	поворот мин. стрелки	поворот час. стрелки
12:00	0°	0°
12:02	12°	1°
13:00	0°	30°
13:04	24°	32°
13:06	36°	33°
14:00	0°	60°
14:10	60°	65°
15:00	0°	90°
15:16	96°	98°

$98° - 96° = 2° \Rightarrow$
⇒ в 15:16 угол между минутной и часовой стрелкой впервые после полудня будет 2°.

(+)

Ответ: в 15:16.

№6

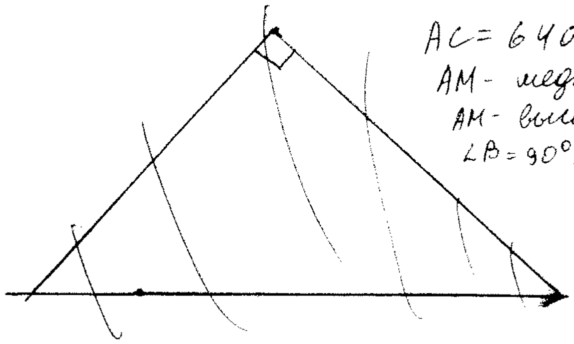
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

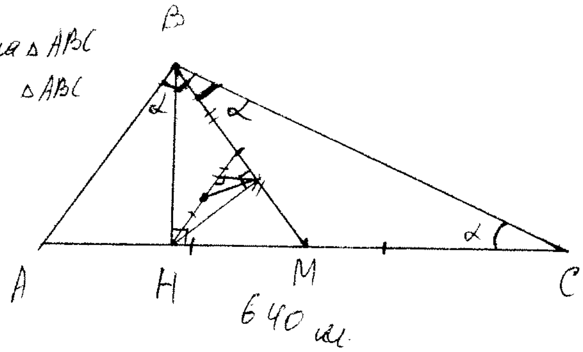
AC = 640

AM – медиана △ABC

AM – высота △ABC

∠B = 90°.





Решение

1. Каждая новая проведенная медиана — гипотенуза нового прямоугольного △-ка. Каждая новая проведенная медиана равна половине исходной гипотенузы, т.к. центр гипотенузы — центр описанной окр-ти исходного △-ка ⇒ $\frac{640}{2} = 320$ – длина гипотенузы 2-ого △-ка; $\frac{320}{2} = 160$ – длина гипотенузы 3-его △-ка; $\frac{160}{2} = 80$ – длина гипотенузы 4-ого △-ка; $\frac{80}{2} = 40$ – длина гипотенузы 5-ого △-ка;

2) $\angle MBM = 90^\circ - 2\alpha$ ⇒ в 3-ем △-ке острый угол = (острый угол во втором △-ке) $= 90^\circ - 2(90^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - 180^\circ + 4\alpha = 4\alpha - 90^\circ$,

⇒ в 4-ом △-ке: $90^\circ - 2(4\alpha - 90^\circ) = 90^\circ - 8\alpha + 180^\circ = 270^\circ - 8\alpha$ ⇒ в 5-ом: $90^\circ - 2(270^\circ - 8\alpha) = 90^\circ - 540^\circ + 16\alpha = 16\alpha - 450^\circ$;

3) $S_5 = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot\cos(16\alpha - 450^\circ)\cdot 40\cdot\sin(16\alpha - 450^\circ) =$ явный расчет

$= 400\cdot\sin(32\alpha - 900^\circ) = 400\cdot\sin\left(\frac{32\cdot 11}{24}\cdot 180^\circ - 900^\circ\right) =$

$= \cancel{400}\cdot 800\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = 200\sqrt{3}$;

+

4) Если же имеется ввиду Δ-к в котором гипотенуза является, проведенной аллеей, то это 6-ой Δ-к вообще. ⇒ его гипотенуза равна:
$\frac{40}{2} = 20$, а острый угол: $90^\circ - 2\cdot(16\alpha - 450^\circ) =$
$= 90^\circ - 32\alpha + 900^\circ = 990^\circ - 32\alpha$;

$S_{5(1)} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot \sin(990^\circ - 32\alpha)\cdot 20\cdot\cos(990^\circ - 32\alpha) =$

$= 200\cdot\sin\left(990^\circ - \frac{32\cdot 11}{24}\cdot 180^\circ\right)\cdot\cos\left(990^\circ - (15\cdot 176)^\circ\right) =$
$= 50$

Ответ: 1) Если 5-ый Δк: гипотенуза-аллея $= 40$; $S_5 = 200\sqrt{3}$
2) Если 5-ый Δ-к в котором гипотенуза-аллея: гипотенуза аллея $= 20$; $S_{5(1)} = 50$;

№ 7

Составим сис-тему.

$$\begin{cases} xy = 15 \\ (x+b)\cdot yk = 60 \\ (x+2b)\,y\cdot k^2 = 180 \\ x+(x+b)+(x+2b) = 30 \end{cases}$$

x - длина наим. прямоугольника
y - высота наим. прямоугольника.

$$\begin{cases} x+b = 10 \\ xy = 15 \\ yk = 6 \\ (10+b)\cdot 6k = 180 \end{cases}$$

$xyk + byk = 60 \Rightarrow \begin{cases} 15k + 6b = 60 \\ (10+b)\cdot 6k = 180 \end{cases}$

$\begin{cases} b = \frac{30}{k} - 10 \\ \frac{15k^2 + 180 ~~- 120k~~}{k} = 120 \end{cases} \Rightarrow$ $k = 2; 6$; Если $k = 6$, то $b = -5$ что недопустимо, т.к. x - наим. зн-е.

$\Rightarrow k = 2 \Rightarrow b = 5$, ~~т.о. наименьший~~ $\Rightarrow x = 5; y = 3 \Rightarrow$

наим. прямоугольник: 5×3

средний: 10×6.

больший: 15×12.

Ответ: 5×3;
10×6;
15×12;

№5

Т.к. неизвестно какой банк разорится, то логично положить в каждый банк равную сумму:
$\frac{600000}{3} = 200000$, где 3 - кол-во банков.

Тогда через год он получит: $200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 + 0 =$
не доказана оптимальность.
$= 1000000$ р.

Ответ: 1000000 р.

№2

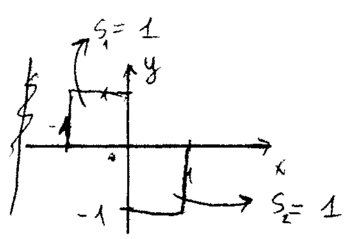
1) ~~При~~ При $x = 45^\circ$; $tg\,x = 1$, но $tg\,2x$ — $\varnothing$

2) Т.к. $tg\,x$ и $tg\,2x$ - целые числа, то очевидно (с учетом 1)), что $x = \pi n$; $n \in Z$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$ +

Ответ: 1.

№3



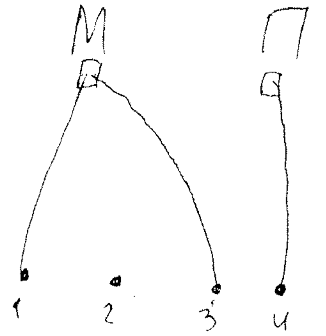
$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = 2$

Ответ: 2

Отсутствует решение

№1

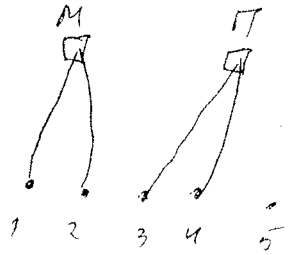
а) 1) Допустим есть 4 линии:



(Точки - линии (•)
квадраты - предприятия (□)
линии (—) - показывают куда ведут линии).

Видно, что среди любых трех линий $\begin{pmatrix} 1\ 2\ 3 \\ 2\ 3\ 4 \\ 1\ 3\ 4 \\ 1\ 2\ 4 \end{pmatrix}$ обязательно есть одна ведущая на некоторое предприятие города М, а среди 4-ех одна всегда ведёт на предприятие П, что полностью удовлетворяет условию. $4 < 5 \Rightarrow$ число всех линий может быть меньше 5.

б) 2) Допустим есть 5 линий:



Для выполнения условия необходимо, чтобы хотя бы 2 линии вели в поселок П и хотя бы 2 линии вели в город М $\Rightarrow$ остается 1 линия, которая не ведет ни в М ни в П.

+

Ответ: а) Da. б) !

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		BF50-62
№ группы	Вариант № 4112	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Макарова

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 11.10.1997 Класс: 11

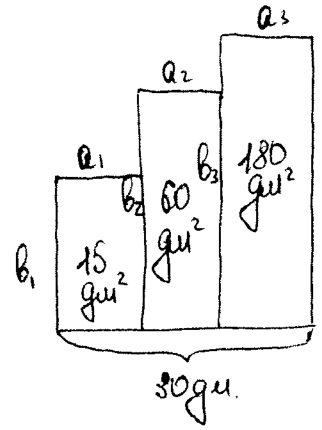
Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 7.



$$\begin{cases} S_1 = a_1 \cdot b_1 = 15 дм^2 \\ S_2 = a_2 \cdot b_2 = 60 дм^2 \\ S_3 = a_3 \cdot b_3 = 180 дм^2 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 дм. \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30.$$

$$3a_1 + 3d = 30$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 10. \\ a_2 \cdot b_2 = (a_1 + d) b_1 \cdot q = 60. \\ a_1 \cdot b_1 = 15. \\ (a_1 + 2d) b_1 \cdot q^2 = 180. \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 = 10 - d. \quad (d = 10 - a_1). \\ (\cancel{a_1} + 10 - \cancel{a_1}) b_1 \cdot q = 60 \quad (I) \\ a_1 = \dfrac{15}{b_1} \\ \left(\dfrac{15}{b_1} + 2\left(10 - \dfrac{15}{b_1}\right)\right) b_1 \cdot q^2 = 180 \quad (II) \end{cases}$$

(I): $b_1 q = 6.$

$$q = \frac{6}{b_1}$$

(II): $\left(\dfrac{15}{b_1} + 20 - \dfrac{30}{b_1}\right) \cancel{b_1} \cdot \dfrac{36}{b_1^{\cancel{2}}} = 180$

$$\frac{(20b_1 - 15)}{b_1} \cdot \frac{36}{b_1} = 180$$

$$720 b_1 - 540 = 180 b_1^2$$

$$b_1^2 - 4b_1 + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 - 3 = 1$$

$$b_1 = 2 \pm 1 \quad \left[\begin{array}{l} b_1 = 1 \\ b_1 = 3. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} q = 6 \\ q = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = 15 \\ a_1 = 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d = -5 \\ d = 5 \end{array}\right.$$

Т.К. по условию ступени с наименьшей длиной имеет наим. высоту, то d не может быть < 0 $\Rightarrow$

$a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $a_3 = 15$

$b_1 = 3$, $b_2 = 6$, $b_3 = 12$.

Ответ: I $(5;3)$ II $(10;6)$ III $(15;12)$

№1.

∃ линий будет 4.

Тогда, чтобы выполнилось условие должно быть хотя бы два линии в город П и две линии в город М. =>

Вывод: линий может быть меньше пяти.

Если линий ≥ 5

1) $n = 5$

если $n = 5$, то путей в М. должно быть не менее 3, чтобы выполнилось I условие, а путей в П. не менее 2, чтобы выполн второе условие => не может быть путей, ведущих в др. города.

2) $n > 5$

если $n > 5$, то чтобы выполнилось первое условие нужно путей в город М в кол-ве $n-2$, а это >4 => не среди любых четырех путей будет путь в город П. => второе условие не выполняется

Вывод: если путей не меньше пяти, то не найдутся пути, ведущие в др. города, кроме М и П.

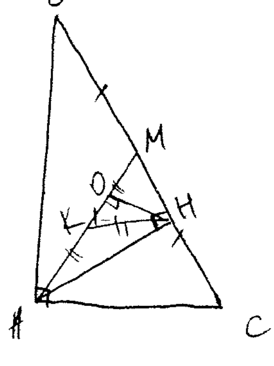
(+)

№5.

Т.к. неизвестно, в каком банке деньги пропадут, то Ивану выгоднее положить во все 3 банка одинаковую сумму. Если Иван оставит некоторую сумму дома, то утроенная и удвоенная суммы будут меньше, чем, если он положит все деньги в банки. => Ивану следует разложить во все 3 банка по 200000 р, тогда он получит 1000000 р. в конце года.

± не доказана оптимальность этого решения

№6.



BC = 640м

AM − медиана ABC, провед. к ⊥ углу =>

$AM = \frac{BC}{2} = 320$м, но AM − это гипотенуза II треугольника (AMH, где $\angle H = 90°$) Аналогично, в △AMH, KH − медиана, провед к ⊥ углу =>

$KH = \frac{AM}{2} = 160$ м и т.д. Тогда в I△ − гипот = 640м

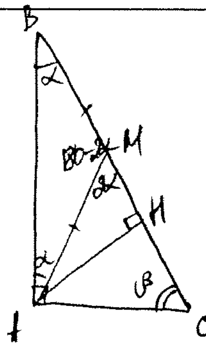
во II△ = 320м

в III△ = 160м

в IV△ = 80м

в V△ = 40м =>

Ответ: 40м ✓



$\angle AMB = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle AMH = 2\alpha$

$\angle MAH = 90 - 2\alpha = \frac{\beta}{2}$ } II △

в III △ тогда углы $= \alpha$ и β.

в IV △ $- 2\alpha$ и $\frac{\beta}{2}$

в V △ α и $\beta \Rightarrow$ V △ ∾ △ ABC. $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{\triangle V}} = (k^2) = \left(\frac{BC}{\text{гипот. V}\triangle}\right)^2$

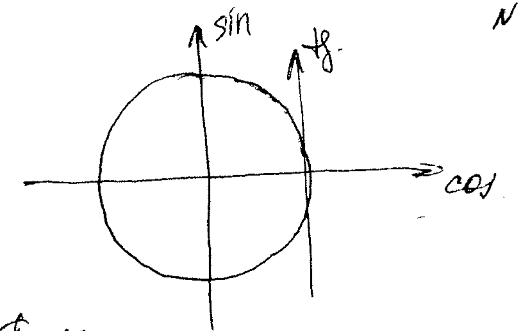
$k^2 = \left(\frac{360}{40}\right)^2 = 81$

$S_{V\triangle} = \frac{S_{ABC}}{k^2} = \frac{BC\sin\alpha \cdot BC\cos\alpha}{2 \cdot k^2} = \frac{BC^2 \cdot \sin 2\alpha}{k^2} = \frac{360 \cdot 360}{81} \cdot \sin\frac{22\pi}{24}$

Отв: $S_{V\triangle} = 1600 \sin\frac{11\pi}{12}$ $м^2$

+

№2.



tg − целое число при $x = 0; \frac{\pi}{4}; \pi; 2\pi; 3\pi$ ⇐ ч.т.д.

$x = \pi n$.

($\frac{\pi n}{4}$ не подходит, т.к $\frac{2\pi n}{4}$ − угол, при котором tg не существует.)

Тогда

$\begin{cases} tg x = 0, \in Z \\ tg 2x = 0, \in Z \end{cases}$

$2015^{tg x} = 1$.

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$, $2015^{tg x} = 1$.

+

№4.

минутная стрелка проходит 6° в минуту

часовая стрелка − 0,5° в минуту.

за t − время, после полудня минутная стр. пройдет $\angle\varphi_2$, а часовая $\angle\varphi_1$.

$\angle\varphi_2 - \angle\varphi_1 = 2°$

$t = 2ч\ 12мин. \Rightarrow$ Часы показывают 2ч 12мин.

Ответ: 2ч. 12мин

−

f 2 листа

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	VW 41-37 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Максакова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 16.05.1997. Класс: 11

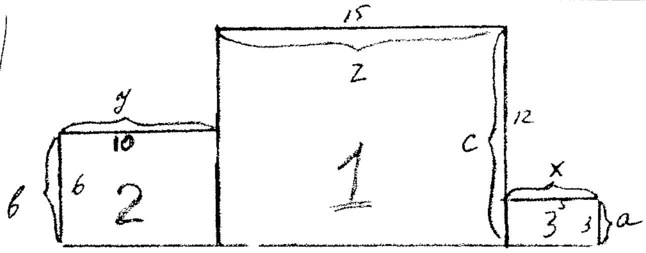
Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Макс

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

7) $l=30$
$S_1=180$
$S_2=60$
$S_3=15$



Пусть q-знаменатель геом. прогр. чисел $a; b; c$; d-разность арифм. прогрессии чисел $x; y; z$.

Составим систему урав.

$$\begin{cases} x+y+z=30, \\ x+d=y, \\ y+d=z, \\ aq=b, \\ bq=c, \\ ax=S_3=15, \\ by=S_2=60, \\ cz=S_1=180, \end{cases} \quad \begin{cases} x=y-d, \\ z=y+d, \\ y-d+y+y+d=30, \\ aq=b, \\ bq=c, \\ ax=15, \\ by=60, \\ cz=180; \end{cases} \quad \begin{cases} y=10, \\ x=10-d, \\ z=10+d, \\ aq=b, \\ bq=c, \\ ax=15, \\ b=6, \\ cz=180; \end{cases} \quad \begin{cases} x=10-d, \\ z=10+d, \\ aq=6, \\ c=6q, \\ ax=15, \\ cz=180; \end{cases} \quad \begin{cases} z=10+d, \\ aq=6, \\ c=6q, \\ a(10\mp d)=15, \\ cz=180; \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=10+d, \\ q=\frac{6}{a}, \\ c=6q, \\ a(10\mp d)=15, \\ cz=180; \end{cases} \quad \begin{cases} z=10+d, \\ c=\frac{36}{a}, \\ c=\frac{180}{z}, \\ a(10\mp d)=15; \end{cases} \quad \begin{cases} z=10+d, \\ 36z=180a, \\ a(10\mp d)=15; \end{cases} \quad \begin{cases} z=10+d, \\ z=5a, \\ a(10\mp d)=15; \end{cases} \quad \begin{cases} 5a=10+d, \\ a=\frac{15}{10\mp d}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{10+d}{5}, \\ a=\frac{15}{10\mp d}; \end{cases} \qquad 100-d^2=75$$

$d^2=25$

$d=\pm 5$

$z=d+y$

$z>y$ (по условию рисунка) => $d>0$ => $d=5$.

$z=15$

$x=5$.

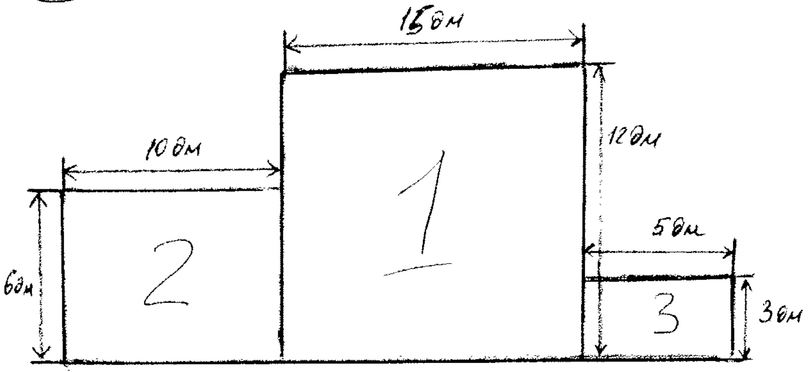
+

$a=\frac{S_3}{x}=\frac{15}{5}=3$

$b=\frac{S_2}{y}=6$

$c=\frac{S_1}{z}=\frac{180}{15}=12$

Ответ: $a=3$дм,
$b=6$дм,
$c=12$дм,
$x=5$дм,
$y=10$дм,
$z=15$дм.



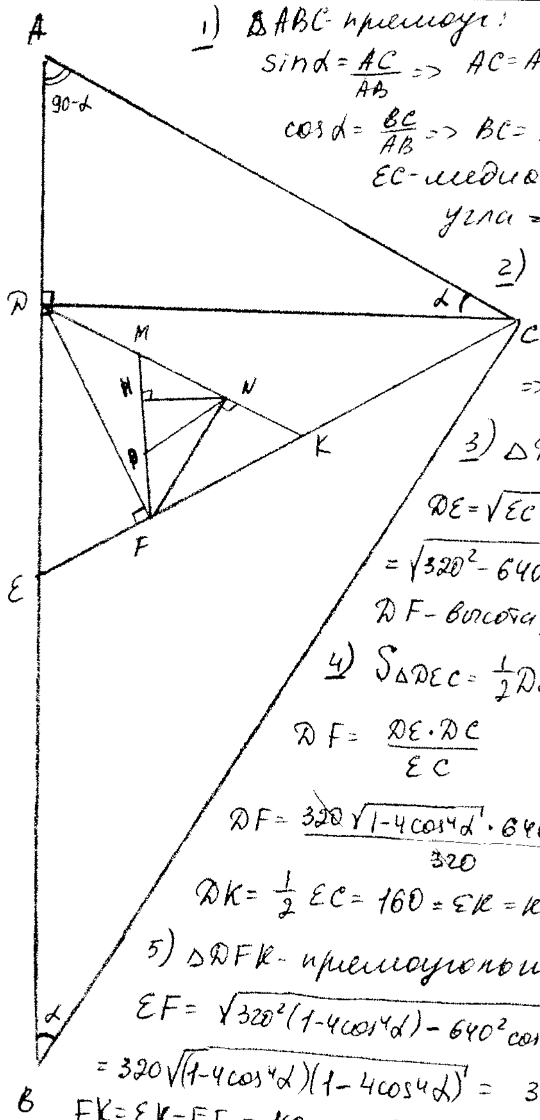
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VW 41-37

$AB=640$
$\angle CBA=\alpha$

$AC=640\sin\alpha$
$BC=640\cos\alpha$
$EC=320$
$DC=640\cos^2\alpha$
$DE=320\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
$DF=640\cos^2\alpha\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
$DK=EK=160$
$EF=320(1-4\cos^4\alpha)$
$FK=160(8\cos^4\alpha-1)$
$FM=MK=80$
$NK=160(8\cos^4\alpha-1)^2$
$MN=80(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)$
$NP=40=MP$
$FN=640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
$NH=640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\cdot(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)$
$HM=80(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\cdot\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}$



1) ΔABC-прямоуг.:
$\sin\alpha=\frac{AC}{AB} \Rightarrow AC=AB\sin\alpha=640\sin\alpha$
$\cos\alpha=\frac{BC}{AB} \Rightarrow BC=AB\cos\alpha=640\cos\alpha$
EC-медиана из прямого угла $\Rightarrow EC=\frac{1}{2}AB=320$.

2) ΔDAC-прямоуг (DC-высота)
$\cos\alpha=\frac{DC}{AC} \Rightarrow DC=AC\cos\alpha=640\cos^2\alpha$

3) ΔDCE-прямоуг ($CD\perp AB$)
$DE=\sqrt{EC^2-DC^2}=\sqrt{320^2-640^2\cos^4\alpha}=320\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
DF-высота, DK-медиана ΔDEC.

4) $S_{\Delta DEC}=\frac{1}{2}DE\cdot DC=\frac{1}{2}DF\cdot EC$
$DF=\frac{DE\cdot DC}{EC}$
$DF=\frac{320\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\cdot 640\cos^2\alpha}{320}=640\cos^2\alpha\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
$DK=\frac{1}{2}EC=160=EK=KC$

5) ΔDFK-прямоугольный; по т. Пифагора:
$EF=\sqrt{320^2(1-4\cos^4\alpha)-640^2\cos^4\alpha(1-4\cos^4\alpha)}=$
$=320\sqrt{(1-4\cos^4\alpha)(1-4\cos^4\alpha)}=320(1-4\cos^4\alpha)$
$FK=EK-EF=160-320(1-4\cos^4\alpha)=160(1-2(1-4\cos^4\alpha))=$
$=160(8\cos^4\alpha-1)$

6) FM-медиана; FN-высота ΔDFK; $FM=\frac{1}{2}DD=MK=DM$.
$S_{\Delta DFK}=\frac{1}{2}FK\cdot FD=\frac{1}{2}FN\cdot DK \Rightarrow FN=\frac{FK\cdot FD}{DK}$
$FN=\frac{160(8\cos^4\alpha-1)\cdot 640\cos^2\alpha\sqrt{1-4\cos^4\alpha}}{160}=640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
по т. Пифагора:
$NK=\sqrt{FK^2-FN^2}=\sqrt{160^2(8\cos^4\alpha-1)^2-640^2\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)(1-4\cos^4\alpha)}=$
$=160\sqrt{(8\cos^4\alpha-1)^2(1-16\cos^4\alpha(1-4\cos^4\alpha))}=160(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-16\cos^4\alpha+64\cos^8\alpha}=160(8\cos^4\alpha-1)^2$
$MN=MK-NK=80-160(8\cos^4\alpha-1)=80(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)=80(1-(32\cos^4\alpha-1)^2)$

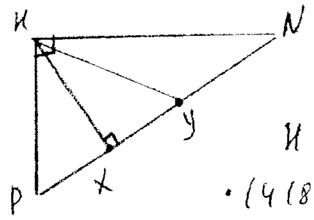
7) NH-высота; NP-медиана ΔMNF. $\Rightarrow NP=FP=MP=\frac{1}{2}MF=40$
$S_{\Delta MNP}=\frac{1}{2}MN\cdot NF=\frac{1}{2}NH\cdot MF \Rightarrow NH=\frac{MN\cdot NF}{MF}$
$NH=\frac{80(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\cdot 640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}}{80}=640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}$
$HM=\sqrt{80^2(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)^2-640^2\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)^2}=$
$=80(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}$
$HP=MP-MH=40\cdot(1-2(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\cdot\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)})=$
$=40(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}$

$NP=40$; $HN=640\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\cdot(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)$

$HP=\cancel{40(1-2(}\ 40(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}\,)$

$HY=\cancel{40}\ 20$

$S_{\triangle PHN}=\frac{1}{2}PH\cdot NH=\frac{1}{2}HX\cdot PN \Rightarrow$



$\Rightarrow HX=\dfrac{PH\cdot NH}{PN}$

$HX=12800\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\,(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\cdot$
$\cdot(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}$

$XY=\sqrt{HY^2-HX^2}=20\sqrt{1-640^2\cdot4\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2\sqrt{1-4\cos^4\alpha}^{\,2}(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)^2\cdot}$
$\overline{\cdot(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)^2\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)}^{\,2}}$

$S_{\triangle HXY}=\frac{1}{2}HX\cdot XY=640\cdot40\cdot10\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\,(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)\cdot$
$\cdot(4(8\cos^4\alpha-1)^2)\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha}\cdot\sqrt{1-640^2\cdot4\cdot\cos^4\alpha\cdot(8\cos^4\alpha-1)^2\cdot}$
$\overline{\cdot(1-4\cos^4\alpha))(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)^2(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)^2(\sqrt{1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)})^2}$

±

Ответ: $HY=20$ м; ✓

$S=256000\cos^2\alpha(8\cos^4\alpha-1)\sqrt{1-4\cos^4\alpha}\cdot(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)\cdot$
$\cdot(1-4\cos^4\alpha)(1-2(8\cos^4\alpha-1)^2)^2(4(8\cos^4\alpha-1)^2-1)^2(1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha)\cdot$
$\cdot\sqrt{(1-64\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2(1-4\cos^4\alpha))\cdot(1-640^2\cdot4\cos^4\alpha(8\cos^4\alpha-1)^2)}$ м^2, $=$??

где $\alpha=\dfrac{11\pi}{24}$.

④ • Часы - окружность 360°; всего на 1 окр. - 60 минут ⇒ каждая минута $=6^\circ$.

• Прошло целое число минут; 1 минута - угол $=6^\circ$, ⇒ прошло более часа.

• На циферблате 12 часов ⇒ каждый час $=30^\circ$

• Часовая стрелка проходит 30° за час (за 60 мин) ⇒
⇒ 1° за 2 минуты.

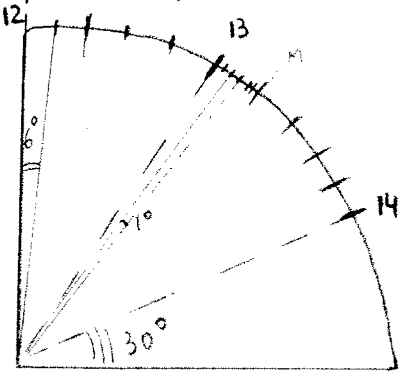
• Спустя час $\angle$ между стрелками $=30^\circ$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VW 41-37

Рассмотрим 1/4 часть циферблата: (пусть м - мин. стрелка; ч - часовая стрелка).



В момент времени спустя час; минутная стрелка нах. в на 12-ти; а часовая на 13.

1) Спустя 2 мин:
- минутная подвинется на 12°;
- часовая на 1°

$\angle(M;Ч) = 30° - 11° = 19°$

2) Спустя 4 мин:
- минутная - на 24°
- часовая - на 2°

$\angle(м;ч) = 30° - 24 + 2 = 8°$

3) Спустя 6 мин:
- минутная : на 36
- часовая на 3

$\angle(M;Ч) = 30 - 36 + 3 = -3°$

Значит прошло более 2х-часов.

⇒ В момент времени спустя 2 часа.

М - на 12 ; Ч - на 14.

$\angle(м;ч) = 60°$.

- спустя 10 мин:
- минутная - на 60°
- часовая - на 5°

$\angle(м;ч) = 5°$

спустя 12 мин:
- минутная - на ~~60~~ 72°
- часовая - на 6°

$\angle(M;Ч) = 60 - 72° + 6 = 6°$

Спустя 3 часа:

спустя 3ч и 16 мин:
м - на 96°
ч - на 8°

стрелки составляли $\angle = 90°$, после 16-ти минут он стал равен:
$90° - 96° + 8 = 2°$.

~~Они находились на~~

+

Ответ: 15ч 16 мин.

⑤ Иван не может предугадать, в каком из банков он получит больше денег, а в каком - ничего. Поэтому нет смысла ложить в банки различные суммы денег, т.к. большая сумма может оказаться в банке, который обанкротится.

Если положить в каждый банк по 200000 руб, то в итоге Иван получит (6+4)·100000 руб = 800000 руб. ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VW 41-37

Если он оставит некоторую сумму дома, например 1/2, то тогда он получит 300000 + 300000 + 200000 = 800000 руб.

Ответ: 800000 руб (—) сумма не ... !!

② $tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

Если $tgx \in (1; +\infty) \Rightarrow tg2x \in (-\frac{4}{3}; 0)$, $tg2x \neq -1$.
Если $tgx \in (-\infty; 0) \Rightarrow tg2x \in (0; \frac{4}{3})$.

$x=0 \Rightarrow tgx=0;\ tg2x=0;\ 0 \in Z.$ $tgx=0; tg2x=0$

Пусть $tgx=1 \Rightarrow tg2x = \frac{2\cdot1}{1-1}$ - не сущ.

Пусть $tgx=2 \Rightarrow tg2x = \frac{2\cdot2}{1-4} = -\frac{4}{3} \notin Z$

Пусть $tgx=3 \Rightarrow tg2x = \frac{2\cdot3}{1-9} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3} \notin Z.$

Пусть $tgx=4 \Rightarrow tg2x = \frac{2\cdot4}{1-16} = -\frac{8}{15} \notin Z.$

Пусть $tgx=-2 \Rightarrow tg2x = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \in Z.$

Пусть $tgx=-3 \Rightarrow tg2x = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3} \notin Z$

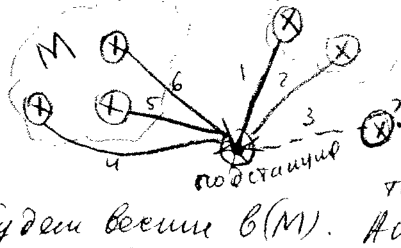
Легко заметить, что при увеличении tg от 1 до $+\infty$, тангенс 2-го α ~~аргумент~~ $\notin Z$ и все время увеличивается от (-1; 0); а при ~~увеличении~~ уменьшении tg от -1 до $-\infty$; - tg2α уменьшается от 1 до 0.

Следовательно единственное целое число, чему равен tgx и $tg2x = 0$, при $x=0$....

$2015^{tg0} = 1.$

Ответ: 1

① Если среди любых трех линий обязательно одна ведет в (М), то и среди любых пяти одна обязательно ведет в (М). Аналогично и, если среди пяти, найдутся такие, которые ведут в (П)



Если к данному рисунку добавить еще одну любую линию, например в (М), то не ~~каждая~~ любая из 4-х случайно выбранных ведет в (П); если добавить в (П), то не ~~каждая~~ любая из 3-х выбранных будет вести в (М). Аналогично если провести линию в другой город; то выбрав линии 1,2,3 мы не имеем линию, ведущую в (М), а выбрав 4,5,6,3 - не имеем линию, ведущую в (П). Линия в другой город возможна при кол-ве линий меньше 5-ти. А значит это невозможно.

Ответ: Число линий может быть меньше 5-ти (Если оставить линии (1,2,5,6) - например:) кол-во линий $\in [4; 5]$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	0B67-52 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МАЛИШЕВСКИЙ

ИМЯ ДАНИИЛ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 07.11.1998 **Класс:** 10

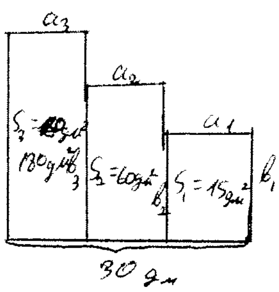
Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7



1) $S_1 = a_1 \cdot b_1$ $\quad 30 = a_1 + a_2 + a_3$

2) $S_2 = a_2 \cdot b_2$ $\quad 30 = 3a_1 + 3d \Rightarrow 10 = a_1 + d = a_2$

3) $S_3 = a_3 \cdot b_3$ $\quad$ 2) $S_2 = a_2 \cdot b_2 \Rightarrow 60 = 10 \cdot b_2 \Rightarrow b_2 = 6$

~~30дм~~

1) $15 = a_1 \cdot b_1 \Rightarrow a_1 + a_3 = 20 \Rightarrow 2a_1 + 2d = 20$?

3) $180 = a_3 \cdot b_2 \cdot q$ $\quad a_1 + d = 10 \Rightarrow a_1 = 5$

$a_2 = a_1 + d \Rightarrow 10 = 5 + d \Rightarrow d = 5$

$a_3 = a_1 + 2d = 5 + 10 = 15$

$15 = 5 \cdot b_1 \Rightarrow b_1 = 3$ $\quad 180 = 15 \cdot b_3 \Rightarrow b_3 = 12$

Ответ: I ступень длина 5дм, высота 3дм
II ступень длина 10дм, высота 6дм
III ступень длина 15дм, высота 12дм

+

№4

Минутная стрелка за 1 мин. проходит 6°
Часовая за 1 час – 30°, Часовая за 1 мин. = 0,5°
⇒ первое время, когда часы мин. и часовой угол будет 2° – время: 3часа 16минут

минутная: $16 \cdot 6 = 96°$
часовая: $3 \cdot 30 + 16 \cdot 0{,}5 = 90 + 8 = 98°$ $\Big\}$ $98° - 96° = 2°$

Ответ: 3часа 16минут

+

№5

I) Первый банк умножает сумму в 2раза
II) Второй в 3раза
III) Третий теряет сумму. Сумма = 600.000руб

При самом плохом варианте большая часть суммы потеряется ⇒ наилучший способ: в каждый банк отдать равную сумму по 200тыс.

I ×2 $\quad$ II ×3 $\quad$ III = 0

200тыс $\quad$ 200тыс $\quad$ 200тыс $\quad$ = 600тыс

через год

400тыс $\quad$ 600тыс $\quad$ 0 $\quad$ = 1000тыс

Ответ: через год получит 1 миллион рублей

№2

$tg x$ и $tg 2x$ ⇒ целое число

если $x=0$, то $tg\,0 = tg\,0 = 0$ - целое число.

$tg x = 1$, $x = arctg\,1$ $\quad tg 2x = 1 \quad x = \frac{1}{2} arctg\,1$

$tg x = 2$, $x = arctg\,2$ $\quad tg 2x = 2 \quad x = \frac{1}{2} arctg\,2$ четное число

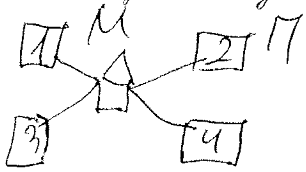
Итак, чтобы ответ было целое число $x = 0$.

№1

Одна линия идет в город М, другая в город П

~~3 лин.~~ Одна из 3 линий ведет в М

Одна из 4 лин. в П.



Возможно 4 линии, причем одна из них не ведет ни в М, ни в П.

№3

$x^2 + px + q = 0 \quad x = -\frac{p}{2} \Rightarrow p = -2x$

$T(T(T(x)))$ - 3 корня $\quad$ I $p = 0 \quad q = -3$

$T(x) = x^2 + px + q \quad T(x) = x^2 - 2x^2 + q = q - x^2 \quad q = x^2$

$T(T(x)) = q + x^2 \Rightarrow q = x^2$

$T(x)^2 = x^2 + px + q^2 \Rightarrow 2x^2 \Rightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \quad x^2(x-2) = 0$

$x = 0 \;;\; x = 2$

Ответ.

$x = -\frac{p}{2} ; 0 ; 2.$

№6

Дано. гипотенуза 640 м, $\angle = \frac{11\pi}{24}$ $\quad d_5 - ? \quad S_5 - ?$

т.к. медиана отсекает треуг. пополам, то отсек. $\Delta = \frac{S_1}{2}$ предыдущ. Пусть $\angle = 11x$; $\beta = x$; $\gamma = 90°$.

$12x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{12} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \Rightarrow \angle = 82{,}5°$; $\beta = 7{,}5°$

медиана $= \frac{1}{2}$ гипотенузы $\Rightarrow d_1 = 320$м, ~~$d_2 = \frac{1}{4} d_1 = 80$~~, $d_2 = \frac{1}{2} d_1$,

~~$d_3 = 20 \quad d_4 = 5 \quad d_5 = \frac{5}{4}$~~ $d_2 = \frac{1}{2} d_1$ $\quad d_2 = 160$м; $d_3 = 80$м; $d_4 = 40$м; $d_5 = 20$м.

Ответ: $d_5 = 20$м

$S_2 = \frac{1}{4} S_1$ т.к. шп. $\frac{1}{2} S_1$; $h = \frac{1}{2} S_1$

$S_0 = \frac{1}{2} S = \frac{320 \cdot 320}{2} = 102400 \Rightarrow S_1 = 102400$ $S_2 = \frac{1}{4} S_1$

$S_2 = \frac{1}{4} S_1 = 25600$ $S_3 = \frac{1}{4} S_2 = 6400$ $S_4 = \frac{1}{4} S_3 = 1600$

$S_5 = \frac{1}{4} 1600 = 400 м^2$

Ответ: $d_5 = 20 м$; $S_5 = 400 м^2$

$\frac{}{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

206		Y Z 24-21	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр	

ФАМИЛИЯ Мамонтов

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 28.10.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

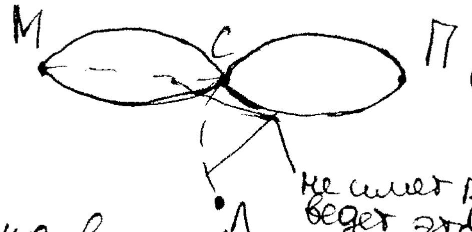
Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УZ24-21

N1

Максимальное число линий – 5.

Пусть М – город М (линии)
П – поселок П (линии)
С – станция (линии)
Д – другие (линии)



не имеет значение, куда ведет эта линия.

(+)

Тогда, по условию, должно выполняться:

$M+Д<4$ – количество линий к городам

$~~М~~ Д+П<3$

Среди 4 линий будут как минимум 2, ведущие в М, т.к. иначе можно найти три линии не ведущие в М, также будет как минимум одна линия вести в П.
Получаем четыре линии, не противоречащие условию.

N2

$tg\,x \in Z$ $\quad tg\,2x=\dfrac{2tg\,x}{1-tg^2x}=m\in Z$

$tg\,2x\in Z$

(+)

$2tg\,x=m-tg^2x\cdot m$

$m\cdot tg^2x+2tg\,x-m=0$

$D_1=1+m^2$ – т.к. $m\in Z$ и $tg\,x\in Z$ и $f(a)=a^2$ быстровозрастающая ?, то $\sqrt{1+m^2}\in Z$, только если $m=0 \Rightarrow 2tg\,x=0 \Rightarrow tg\,x=0$

$x=\pi n, n\in Z$

Ответ: $\pi n, n\in Z$

N4

За одну минуту минутная стрелка проходит $6°$, а часовая $0{,}5°$.
Каждый час минутная стрелка начинает догонять часовую со скоростью большей в 12 раз. Пусть ϑ – скорость часовой, k – количество часов, t – количество минут $(0\le t<60)$, получаем уравнения $\quad$ 1 час – $30°$

$2+12\vartheta t=30k+\vartheta t$

$2+11\vartheta t=30k$

$\vartheta=\dfrac{0{,}5°}{1\,мин}=\dfrac{1}{2}°$

$4+11t=60k$

$12\vartheta t=30k+\vartheta t+2$

$11\vartheta t=30k+2$

$11\vartheta t=60k+4$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ YZ 24-21

60k окан. на 0
⇓
4t окан. на 6
⇓
t окан. на 6
Наименьшее
$t=16$ мин.
$k=3$ часа
3ч. 16 минут

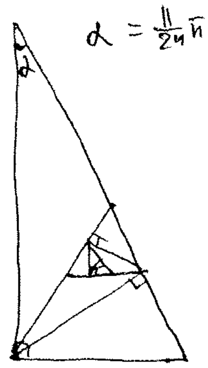
60k окан. на 0
⇓
60k +4 окан. на 4
⇓
4k окан. на 4
⇓
k окан. на 4
Наименьшее
$t=44$ минуты
$k=8$ часов
8ч. 44 минуты

Т.к. впервые после полудня, то 3ч. 16 минут.

~~Ответ: 3ч. 16 минут~~

N6

Каждая новая гипотенуза – половина старой гипотенузы ⇒ гипотенуза 5-ого треугольника $=\frac{1}{16}$ изначальной гипотенузы $=40$ м



В конце получаем угол $\frac{\pi}{6}$ и гипотенузу 40.

Находим катет:

$b=40\cdot\cos\frac{\pi}{6}=20\sqrt{3}$

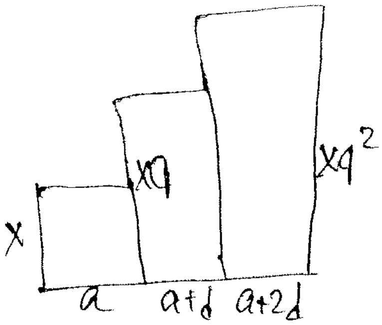
? как?

$S=\frac{20\sqrt{3}\cdot 40\cdot\sin\frac{\pi}{6}}{2}=200\sqrt{3}$ м²

±

Ответ: $200\sqrt{3}$ м²; 40 м

N7



Пусть длина первого a, а высота x, d – разность арифм. прогрессии, q – знаменатель геом. прогрессии

По условию:

$a+(a+d)+(a+2d)=30$

$3(a+d)=30$ $a+d=10$

$$\begin{cases} xa=15 \\ xq(a+d)=60 \\ xq^2(a+2d)=180 \end{cases}$$

$xq=6$ $x=\frac{6}{q}$

$a=10-d$

$6q(10+d)=180$

$10q+qd=30$

$\frac{6(10-d)}{q}=15$ $q=4-0{,}4d$

$40-4d+(4-0{,}4d)d=30$ $-0{,}4d^2=-10$ $d^2=25$ $d=5$

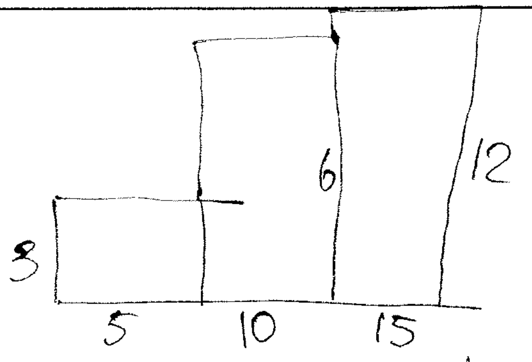
$a=10-5=5$ $x=3$ $q=2$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ YZ 24-21



№3

$x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q=0$

$x=-\frac{p}{2}$

$x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$

$T(T(x))=(x^2+px+q)^2+(x^2+px+q)p+q$

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+(x^2+px+q)p+q)^2+((x^2+px+q)^2+(x^2+px+q)p+q)p+q=0$

$D=p^2-4q=0$

$(x^2+px+q)^2+(x^2+px+q)p=-\frac{p}{2}=-\sqrt{q}$

$D=\underbrace{(p^2-4q)}_{0}-4\sqrt{q}\geq 0 \Rightarrow q=0 \Rightarrow p=0$

нет обоснова.

Ответ: 0 (−)

№5

Худший случай, если сгорит большая часть денег на банке ×3, пусть Иван разобьет на кучки $\frac{3S}{10}$; $\frac{3S}{10}$; $\frac{3S}{10}$; $\frac{S}{10}$ — оставит при себе, тогда он гарантированно вернет свои деньги

Отв. не обоснован

Ответ: 6000000 рублей

(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	ЙЦ 32-34	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7112	шифр

ФАМИЛИЯ Маркин

ИМЯ ЮРИЙ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 09.01.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

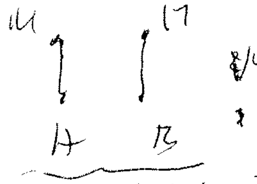
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 9Ц3 32-34

№1

1) Т.к ~~между~~ у каждого предприятия может быть только одна линия связывающая его с другим предприятием => что рассмотрим с 4 предприятия



соединим М с любым из других пред. и П с люб. => что если рассмотреть МПВ то в М нельзя попасть, что противоречит усл. то есть если из М идет в него 1 ~~вх~~ линия => будет ...ц. 3 точки из которой нельзя попасть в М.

Если ~~брать~~

по правилу теории графов $r = \frac{N-1}{2}$

Если брать 1т, 2т, 3т, ~~4~~ будет противоречить усл. при П.

2) Если точек не меньше пяти, возьмем пять точек соединим их в разбросаном порядке что 1 соед. незапрещенных точек всего ~~для нашей~~ соединить может быть $r = \frac{N-1}{2}$ где N – кол точек =>

=> что ~~нельзя~~, то найдутся ~~цикл~~ линии которые не ведут ни в М ни в П например линия (C;C).

Ответ: 1) нет не может 2) найдутся ⊖

№2

$$tg\,2x = \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x} \quad (1)$$

$tg\,x$	$tg\,2x$
-2	$\frac{4}{3}$
-1	∅
0	0
1	∅
2	$-\frac{4}{3}$
3	$-\frac{6}{8}$

Нам нужно найти все x при которых $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$ одновр. для целых тех $tg\,x \in [-2; 3]$ ~~Z~~ по формуле 1 будем нах. $tg\,2x$ найдем $tg\,2x$ для $tg\,x = 3$ => $tg\,2x = \frac{6}{8}$; т.к. при увел. $tg\,x \geq 3$ все значения будут от $(-1; -\frac{6}{8}]$ и при $tg\,x \leq -3$ все знач будут от $[\frac{6}{8}; 1)$ будут дробные, => что при $tg\,x = 0$ выполняется усл. то есть будет единственный $x = 0$ при котором сум целые $tg\,x$ и $tg\,2x$.

$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$ Ответ: $x = 0$; $2015^{tg\,x} = 1$ +

Выдан 1 доп. лист

№4

Найдем сколько минут показывает 1 градус.
т.к у ~~часов~~ циферблата часов 12 часов =>

$=> x = \frac{360^\circ}{12 \cdot 60 \text{ мин}} = \frac{1}{2}$ гр/мин.

Нам известно что мин стрелка повёрнута на $\alpha = 2$гр

=> что чтобы узнать сколько минут надо $\frac{2\alpha}{4} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ =>

=> Ответ: 12:04 показывают часы. −

№5

Дано:

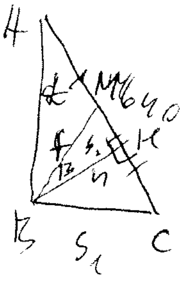
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$f = BM$ – медиана ΔABC

$AC = 640$ м

$h = BH$ – высота

Найти S_5, f_5



Решение:

1) $AB = 640 \cos\alpha$

2) S_1 – площадь 1 треугол.

$S_1 = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot 640 \cdot AB = \frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha\, 640^2$

еще $S_1 = \frac{1}{2} h AC = \frac{1}{2} h\, 640$ =>

$=> h = 640 \sin\alpha \cos\alpha$

3) из $\Delta ABM => f^2 = AM^2 + AB^2 - 2AM\,BM\cos\alpha$ =>

=> т.к $AM = \frac{AC}{2} => f^2 = 320^2 + 640^2\cos^2\alpha - 320 \cdot 2 \cdot 640\cos^2\alpha =$

$= 320^2 \quad => f = 320$

4) Найдем MH; $MH = \sqrt{f^2 - h^2} =$

$= \sqrt{320^2 - 640^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = 320\sin 2\alpha$ => +

$=> \angle MBH = 2\alpha = \beta$

5) ~~По такому же принципу~~ из 3 и 4 =>

=> что в построенном $\Delta S_2 = \Delta BMH$ будет меньше

? $\beta = 2\alpha$ и $f = \frac{AC}{2}$ => что гипотенуза пятого имеет $(f_5) => f_5 = \frac{AC}{2^4} = 40$ м и также

из ~~того~~ 3 и 4 => $S_5 = \frac{1}{2}\sin 2^4\alpha\, f_5^2 \cos 2^4\alpha =$

$= 800 \sin\frac{4\pi}{3}\cos\frac{4\pi}{3} = 800 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}5^2 = 200\sqrt{3}$ Ответ: $f_5 = 40$ м, $S_5 = 200\sqrt{3}$ м²

№ 7

Дано:

b_1 – высота 1. шир.

a_1 – длина 1 шир.

$d = 30$ дм

$S_1 = 15$ дм^2

$S_2 = 60$ дм^2

$S_3 = 180$ дм^2 $\Rightarrow$

Найти

$a_1 b_1$

$a_2 b_2$

$a_3 b_3$

Решение:

1) т.к. $S_{\square} = b \cdot a$

2) $d = S_a$ – сумма ар. прогрм из $n = 3$ $\Rightarrow S_a = 3a_1 + 2d$

3) $b_n = b_1 q^{n-1}$ и $a_n = a_1 + (d-1)n$

4) из 1, 2, 3 и усл $\Rightarrow$

$$\begin{cases} S_1 = b_1 \cdot a_1 \\ S_2 = b_1 \cdot q(a_1+d) \\ S_3 = b_1 \cdot q^2(a_1+2d) \\ d = 3a_1 + 2d \end{cases} = \begin{cases} 15 = b_1 a_1 \\ 60 = b_1 q(a_1+d) \\ 180 = b_1 \cdot q^2(a_1+2d) \\ 30 = 3a_1 + 2d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{45}{30-2d};\quad a_1 = \frac{1}{3}(30-2d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 60 = \frac{15}{30-2d}\, q(30+d) & \text{I} \\ 180 = \frac{15}{30-2d}\, q^2(30+4d) & \text{II} \end{cases}$$

5) из I $\Rightarrow d = \dfrac{30(4-q)}{8+q}$?

$\Rightarrow$ 6) из II $\Rightarrow 13(15-d) = q^2(15+2d)$

7) из 5 $\to$ 6 $\Rightarrow 13\left(15 - \dfrac{30(4-q)}{8+q}\right) = q^2\left(15 + \dfrac{60(4-q)}{8+q}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow -q^2 + 8q - 13 = 0 \Rightarrow q = 4 \pm \sqrt{3}$

8) Проверим пол. q; из 5 и 7 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $q = 4+\sqrt{3}$

$$d = \frac{30(4-4-\sqrt{3})}{8+4+\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow \text{неуд. усл.}\ q \neq 4+\sqrt{3}$$

При $q = 4-\sqrt{3}$

$$d = \frac{30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}$$

Продолжение № 7

9) т.к. $q = 4-\sqrt{3}$ и $d = \dfrac{30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}$ => из системы ~~$a_1 = 30 - 60\sqrt{3}$~~ =>

=> $a_1 = \dfrac{30 - \frac{60\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}}{3}$ ~~и $b_1 =$~~ $4 = \dfrac{30(4-\sqrt{3})}{12-\sqrt{3}}$

10) т.к. $S_1 = a_1 b_1 = 15$ => $b_1 =$ ~~$\dfrac{30(4-\sqrt{3})}{12-\sqrt{3}}$~~ $\dfrac{15(12-\sqrt{3})}{30(4-\sqrt{3})} =$

$= \dfrac{12-\sqrt{3}}{2(4-\sqrt{3})}$

11) Найдем a_2, a_3

$a_2 = a_1 + d = \dfrac{30(4-\sqrt{3})}{12-\sqrt{3}} + \dfrac{30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}} = \dfrac{120}{12-\sqrt{3}}$

$a_3 = a_2 + d = \dfrac{120}{12-\sqrt{3}} + \dfrac{30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}} = \dfrac{120+30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}$

±

12) Из того ~~что~~ $S_2 = a_2 b_2$; $S_3 = a_3 b_3$ найдем b_2, b_3

$b_2 = \dfrac{60(12-\sqrt{3})}{120} = \dfrac{12-\sqrt{3}}{2}$ и $b_3 = \dfrac{180(12-\sqrt{3})}{120+30\sqrt{3}} = \dfrac{6(12-\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}}$

Ответ: 1 энергетол $a_1 = \dfrac{30(4-\sqrt{3})}{12-\sqrt{3}}$ $b_1 = \dfrac{12-\sqrt{3}}{2(4-\sqrt{3})}$

2 энергетол $a_2 = \dfrac{120}{12-\sqrt{3}}$ $b_2 = \dfrac{12-\sqrt{3}}{2}$

3 энергетол $a_3 = \dfrac{120+30\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}$ $b_3 = \dfrac{6(12-\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}}$

№ 5

При самом плохом варианте событий лучше всего отдать банкам по одинаковой сумме, но рассмотрим выгодно ли будет оставить деньги у ~~себя~~ Ивана Ивановича.

Пусть k – деньги, которые Иван Иванович оставил у себя, тогда у него осталось $600000 - k$, распределив ~~их~~ оставшиеся деньги поровну между банками =>

=> каждому банку достанется $200000 - \dfrac{k}{3}$. Рассмотрим для $k = 0, 3, 6$ при $k = 0$ Иван Иванович получит $200000 \cdot 5 + k = 10^6$ руб. мах. доход.

при $k = 3$ тогда прибыль будет $199999 \cdot 5 + 3 < 10^6$ =>

=> тогда при знач. k отличных от 0 прибыль уменьшается => Ответ: 10^6 руб.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7092

МЮ 86-13

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МАТВЕЕВ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО АНАТОЛЬЕВИЧ

Дата рождения 19.05.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЮ 86-13

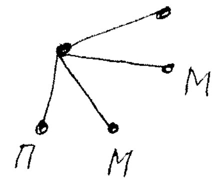
выдан 1 доп. лист

Задача №1.

Рассмотрим вариант, когда число всех линий меньше 5, тогда чтобы удовлетворить условию число таких линий должно равняться 4.

Изобразим графически:

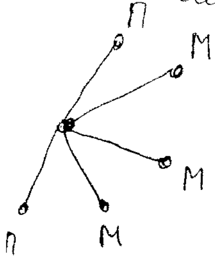
±



Здесь среди любых трех линий есть два ведущих в М, и среди любых четырех есть линия ведущая в П.

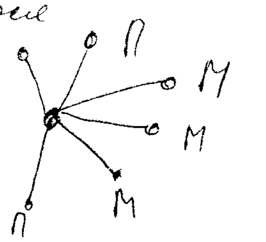
Но если число линий не меньше 5, то:

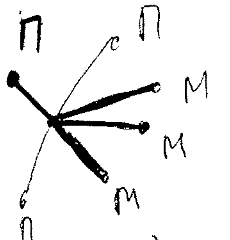
Изобразим графически



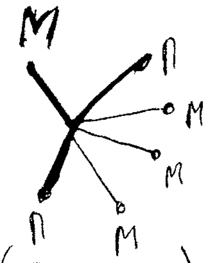
"чтобы удовлетворить условию задачи все линии должны быть заняты.

Но если увеличить число линий до 6, то они не могут удовлетворить условию задачи, так как оставшиеся линии могут занять как „П" так и „М"





(Для П)



(Для М)

Поэтому ответ.

Ответ: число всех линий может быть меньше 5. если число линий не меньше 5, то **не** найдутся такие линии которые не будут ни в М, ни в П.

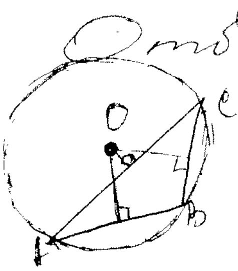
Задача №2.

Т.к треугольник вращается в своей плоскости, то он образует окружность, поэтому площадь фигуры зависит от радиуса круга, т.к $S = \pi R^2$. Радиус, в данном случае, есть максимальное расстояние до какой-либо вершины треугольника.

Найдем вариант, когда это расстояние окажется наименьшим.

Вокруг треугольника можно описать только одну окружность, ~~...~~ центром этой окружности является точка пересечения срединных перпендикуляров. Поэтому ось вращения должна проходить через эту точку.

Ответ: через точку пересечения срединных перпендикуляров.



+

Задача № 4.

Т.к. прошло целое число минут, а угол равен 2°, то найдем, сколько градусов составляет 1 час и 1 минута.

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ (1 час) $\quad \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ/$ (1 мин)

+

Найдем на сколько градусов в минуту двигается часовая стрелка: $\frac{30^\circ}{60} = 0{,}5^\circ$(1 мин) или $1^\circ/$(2 мин)

Чтобы разница углов между стрелками была 2° нужно чтобы количество минут было четным числом.

Составим уравнение, где x - количество минут, y - количество часов, где $x \bmod 2 = 0$ (остаток от деления на 2 равен 0)

$|6x - (30y + 0{,}5x)| = |2| = 2$

$|6x - 0{,}5x - 30y| = |2|$

$5{,}5x - 30y = |2|$.

Решим простым перебором:

$5{,}5 \cdot 2 - 30 \cdot 1 <> 2$

$5{,}5 \cdot 4 - 30 \cdot 1 <> 2$

$5{,}5 \cdot 6 - 30 \cdot 1 <> 2$

$5{,}5 \cdot 8 - 30 \cdot 2 <> 2$

$5{,}5 \cdot 12 - 30 \cdot 2 <> 2$

$5{,}5 \cdot 14 - 30 \cdot 3 <> 2$

$5{,}5 \cdot 16 - 30 \cdot 3 = 2$.

Значит часы показывают 3ч. 16 мин

Ответ: 3ч 16 мин.

Задача № 5.

Чтобы получить максимальный доход он должно потерять как можно меньшую сумму денег, но т.к. мы рассматриваем самые худшие варианты, то наиболее подходящим случаем будет тот, где всю сумму поделят на 3 равные части. В этом случае доход составит 400.000. ±

Так же можно рассмотреть вариант, когда сумму поделим на 4 равные части. 4-ю часть он оставит дома, тогда доход составит 300000 + сумма оставленная дома (150.000) = 450.000. Но т.к. оставленная сумма не есть доход, то останемся к 1-ому варианту.

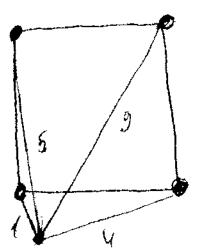
Ответ: 200.000, 200.000, 200.000. 1000.000 на руки.

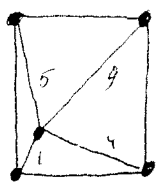
Не достаточное обоснование

Задача № 7.

Всего нужно рассмотреть два варианта:

1. Когда передатчик находится за квадратом
2. Когда передатчик находится в квадрате.





Рассмотрим вариант, когда радиопередатчик будет максимально отдален от дальней вершины, тогда даже если сторона квадрата равна 5 (что не возможно) минимальная длина будет $\sqrt{50}+1 \approx 8$. Поэтому Мюллер не должен верить такому сообщению.

+

Ответ: не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 86-13

Задача №3.

Уравнение $x^2+px+q=0$ имеет один корень, если $D=0$, поэтому $D=p^2-4q=0$

$$p^2=4q$$

$$x=\frac{-p}{2}$$

$T(T(T(x)))=0$.

$T(x)=0$, $\Rightarrow x=-0,5p$.

$T(T(x))=-0,5p$?

$T(x)=-0,5p$

$x^2+px+q=-0,5p$

$x^2+px+0,5p+q=0$

$\cancel{D}=p^2-4(0,5p+q)=p^2-2p-4q\geq 0$.

$p^2-2p-4q=0$ $\quad x=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-2p-4q}}{2}$

$D=4+16q=0$

$q=-0,25$

$q\geq -0,25$, но т.к $p^2=4q$, то $q\geq 0$.

Поэтому уравнение имеет два корня.

$T(x)=x^2+px+q$, $\Rightarrow x^2+px+q=\cancel{x^2+px+0,5p+q}$

$$x^2+px+q=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-2p-4q}}{2}$$

$$2x^2+2px+2q=-p\pm\sqrt{p^2-2p-4q}$$

$$2x^2+2px+2q+p=\pm\sqrt{p^2-2p-4q}$$

$$(2x^2+2px+2q+p)^2=p^2-2p-4q$$

Решение не завершено

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 51-53 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МЕДВЕДЕВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

Дата рождения 21.10.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Медведев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№4 Каждую минуту минутная стрелка поворачивается на $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$, За это же время часовая стрелка поворачивается на $\frac{1}{2}$ градуса. За час часова стрелка поворачивается на $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

Заметим, что в полдень и 12:01 стрелки будут уже не там где их угол $=2^\circ$, а также то, что число минут будет четным, т.к минутная стрелка поворачивается на целое число градусов, а часовая на $\frac{1}{2}^\circ$ $\Rightarrow$ каждые две минуты она будет принимать целое значение.

Рассмотрим случаи:

I прошел 1 час 6 минут в это время стрелки будут максимально близко но $30\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6=33^\circ$ — положение часовой, а $6\cdot 6^\circ=36^\circ$ — положение минутной $\Rightarrow$ не подходит.

II в два часа 12 минут стрелки будут находиться 66° и 72°

в 2:10 — 65, 60 $\Rightarrow$ эти два случая не подходят.

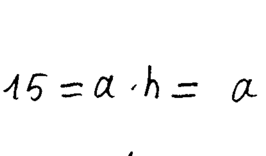
III 3 часа 16 минут: на часовой будет $3\cdot 30+16\cdot\frac{1}{2}=90+8=98$

на минутной $16\cdot 6=60+36=96$

$98-96=2 \Rightarrow$ подходит, случаев рассмотренных раньше нет

Ответ: 3 часа 16 минут. +

№7



Т.к по условию $a+a+x+a+2x=30 \Rightarrow a+x=10$

$S_{средней}=h\cdot q\cdot(a+x) \Rightarrow h\cdot q=\frac{60}{10}=6$

$S_{мал}=a\cdot h=15$

$S_{большой}=(a+2x)\cdot hq^2=180 \Rightarrow 180=6\cdot q^2\cdot(10+x)$

$30=q(10+x)$

$15=a\cdot h=a\cdot\frac{6}{q} \Rightarrow q=\frac{a\cdot 6}{15}=\frac{(10-x)\cdot 6}{15}$

$30=\frac{(10-x)\cdot 6}{15}\cdot(10+x) \Leftrightarrow 225=(10^2-x^2)\cdot 3 \Leftrightarrow 75=100-x^2 \Leftrightarrow x^2=25$

$\Leftrightarrow x=5$дм $\Rightarrow a=5$дм $\Rightarrow h=3$дм, $q=2$

+

⇒ высота мален. тумбы: 3 дм | высота средней т.: 6 дм | высота большой: 12 дм.
длина мален. тумбы: 5 дм. | длина средней т.: 10 дм | длина большой: 15 дм.

Ответ: маленькая тумба: 3 дм × 5 дм.
средняя тумба: 6 дм × 10 дм
большая тумба: 12 дм × 15 дм.
общая длина пьедестала: 30 дм.
максимальная высота пьедестала: 12 дм.
минимальная высота пьедестала: 3 дм

№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

1) $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 < \arcsin x < 1 \\ -1 < \arcsin y < 1 \end{cases}$ эти точки

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$

представляют собой квадрат 2 на 2 $\Rightarrow S_{фиг} = 2 \cdot 2 = 4$

Ответ: 4

−

№5 I в один банк все класть не выгодно, т.к все можем потерять.
II оставлять часть у себя, а другую класть в банк невыгодно, т.к нет прибыли.
III в два банка, в худшем случае получим то, что было если разделим равными частями.
IV в 2 банка + ~~[illegible]~~ оставим на сундук, то получим то что было
V в три банка равными частями. $\frac{a}{2} \cdot 0 + 2\cdot\frac{a}{2} + 3\cdot\frac{a}{2} = \frac{3}{2}a + a = \frac{5}{2}a$

$200\,000 \cdot 0 + 200\,000 \cdot 2 + 200\,000 \cdot 3 = 1\,000\,000$

VI положив в три банка и оставив часть на сундук мы сможем получить ~~всегда~~ не менее 900 000

$150\,000 + 3 \cdot 150\,000 + 2 \cdot 150\,000 + 0 \cdot 150\,000 = 6 \cdot 150\,000 = 900\,000$

Вывод: самым выгодным является V случай, тогда можно получить 1 000 000

Ответ: 1 000 000

±

нет строгого обоснования оптимальности

№2 При $x = \pi k, k \in Z$ $tg x = 0 \Rightarrow tg 2x = 0$
а во всех остальных случаях будет либо $tg 2x$ - неопределено, либо не целое значение.

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ: при $x = \pi k, k \in Z$ будет 1 (+)

№2

Пусть есть станция (СТ), город М, и поселок П,
I по условию линий минимум и т.к. тогда не будет выполняться условие про село П и ~~минимум~~ меньше 5 ⇒ линий 4
Станция соединена с М и П хотя бы по одной линии, но из-за условий про П и М в М и П идет по две линии.
⇒ рисунок 1 иллюстрирует возможность соединить предприятия < 5 линий

рис. 1.

II пусть есть некая линия ~~до~~ до деревни Z, но тогда она противоречит условию, что среди любых трех линий есть одна ведущая в М ⇒ эта пятая линия ведет тоже в М, и такая же ситуация с остальными ⇒ не найдется тоже 5 линий среди которых была бы не ведущая ни в М, ни в П

Ответ а) да
б) нет. (+)

№6 Если один угол равен $a = \frac{11}{24}\pi$ ⇒ второй равен $\frac{\pi}{24}$
$\Rightarrow S_{\text{исходная}} = \frac{1}{2} \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{\pi}{24} \cdot 604 \cdot 604$, медиана прямоугольного △ равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы ⇒ у пятого △ она будет $\frac{604}{2^5} = \frac{604}{32} = 18{,}875$
а его площадь относится к $S_{\text{исходная}}$ как $(2^5)^2 = 2^{10}$ ⇒
$\Rightarrow S_{\text{малая}} = \frac{1}{128} \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{\pi}{24} \cdot 151^2$ (м²)
Ответ: $\frac{151^2}{128} \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{\pi}{24}$ метров²
длина аллеи = 18, 875 метров. (∓)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 23-12 шифр	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мельниченко

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Романовна

Дата рождения 08.12.1998 Класс: 9

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мельниченко

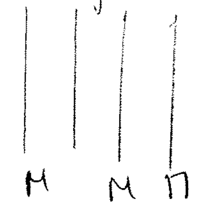
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ23-12

№1 1) минимально число линий в соответствии с условием задачи: 4 (т.к. „среди любых 4-х обязательно найдется линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П") 2) Если линий 4 всего, то одно из них ведет в П и второе условие выполняется

Тогда среди этих линий 2 ведут в М и еще одна неважно куда



(+)

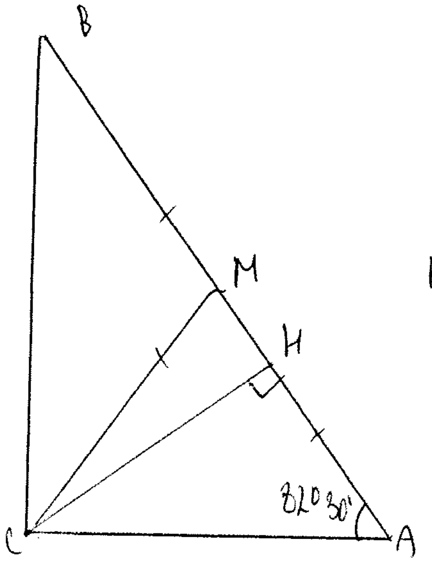
№5 1) Ивану Ивановичу, чтобы потерять минимум, но получить максимум при худшем ходе событий, нужно разделить сумму на 3 части, равные между собой и положить в 3 разных банка. 600 000 : 3 = 200 000

Тогда через год он получит: ~~200 3 +~~ 200 000 · 3 + 200 000 · 2 = = 1000 000.

Нет обоснования (+)

Ответ: через год он получит 1 000 000 руб.

№6



1) Обозначим весь год как Δ-к ABC, ∠C = 90°

$\angle A = \frac{11}{24}\pi$, $\frac{11}{24}\pi = \cancel{82}\ 82^\circ 30'$

2) CH - высота, CM - медиана

По св-ву прямоугольного Δ-ка $CM = \frac{1}{2}AB$

Тогда гип-за пятого Δ-ка будет равна $\frac{1}{16}AB$, гип-за пятого треугольника равна 40° CMH

3) Углы ~~треугольника~~ ∠CMH равны:

$\angle CMH = 180^\circ - 82^\circ 30' \cdot 2 = 15^\circ$

$\angle MCH = 75^\circ$

4) Углы третьего треугольника равны $\angle 1 = 180^\circ - 65^\circ \cdot 2 = 60^\circ$

$\angle 2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

5) Для четвертого треугольника: $\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ \cdot 2 = 60^\circ$

$\angle 4 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

То же самое будет и для пятого

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-12

Обозначим данный треугольник как ~~$A_1H_1H_1$~~, $\angle H_1 = 90°$

$A_1M_1H_1$, $A_1M_1 = 40$м

$\sin 30 = \frac{1}{2}$, зн-т, одна из сторон равна $\frac{1}{2}A_1M_1 = 20$м

Пусть ост. катет равен x

По т. Пифагора $x^2 + 400\text{м} = 1600\text{м}^2$

±

$x^2 = 10\sqrt{12}$ м

$x^2 = 20\sqrt{3}$ м

$S_{A_1M_1H_1} = \frac{1}{2} 20\sqrt{3}\text{м} \cdot 20\text{ м} = 400\sqrt{3}\text{ м}^2$

Ответ: 40 м, $400\sqrt{3}$ м²

№4 1) За 1 час часовая стрелка проходит $\frac{360}{12} = 30°$

2) За 1 мин часовая стрелка проходит $\frac{30°}{60} = 0{,}5°$

За 1 мин. минутная стрелка проходит 6°

3) Значит, искомое положение стрелок можно записать в виде ур-ия: $30 \cdot y + 0{,}5 \cdot x - 6x = 2$, y - часы, x - минуты, $x \in N$

±

$30y - 5{,}5x = 2$

Если ~~y=10~~ y=0, то $\begin{cases} -5{,}5x = 2 \\ x \in N \end{cases}$ $x \in \emptyset$

не рассмотрен вариант

$6x - 30y - 0{,}5x = 2$

Если y=1, то $\begin{cases} 30 - 5{,}5x = 2 \\ x \in N \end{cases}$ $x \in \emptyset$

Если y=2, то $\begin{cases} 60 - 5{,}5x = 2 \\ x \in N \end{cases}$ $x \in \emptyset$

Если y=3, то $\begin{cases} 90 - 5{,}5x = 2 \\ x \in N \end{cases}$ x = 16

Ответ: 15:16

№2. Вращение - движение, зн-т, площадь должна сохраняться

Условие некорректно!

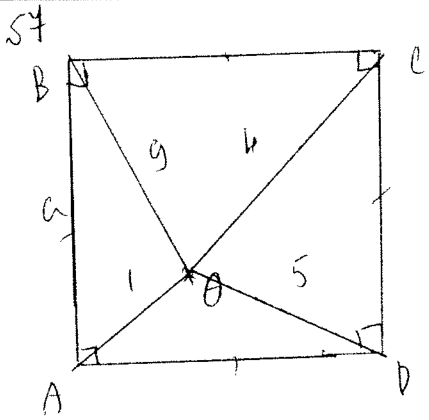
⊖

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-12

57



1) Пусть O - советский радиопередатчик, A, B, C, D - станции, тогда a - расстояние между соседними станциями. Частный случай

$+$

2) По теореме о нер-ве Δ-ков

$$\begin{cases} a < 10 \\ a < 13 \\ a < 9 \\ a < 6 \\ a+1 > 9 \\ a+4 > 9 \\ a+1 > 5 \\ a+5 > 4 \\ a+9 > 1 \\ a+9 > 4 \\ a+4 > 5 \\ a+5 > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 5 \\ a > 15 \end{cases}$$

$a \in \varnothing$, т.е. такое расположение невозможно

Ответ: Мизипер не должен верить

№ 3 Если $x^2+px+q=0$ имеет 1 корень, то

$x = \frac{-p}{2}$

$-$

Зн-т, $f(f(f(x)))=0$ имеет корни: $x = \frac{-p}{2}$

$x = \frac{\sqrt{-p}}{4}$

$x = \frac{\sqrt{-p}}{2\sqrt{2}}$ откуда?

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр: ЫЯ 71-74

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мерли

ИМЯ Антон

ОТЧЕСТВО Павлович

Дата рождения 31.05.15

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЫЯ 71-74

№1

~~...-во линий 1) Может. когда 2 линии ведут в П, а 2-е другие в М (4 линии)~~

~~n=4, тогда среди этих 4-ех линий обязательно найдется которая ведет в поселок П, а среди оставшихся 3 обяз. линия ведущая в город М~~

2) Нет т.к. в любых 3-х линиях обязательно одна идет в М, а из 4-х линий в П.

$\ominus$

№2

$x=0$; $tg\,0=0$; $tg\,2\cdot 0=0$

$x=\Pi$; $tg\,\Pi=0$; $tg\,2\Pi=0$

А вообще $x=\Pi n$, $n\in Z$

$2015^{tg 0}=1$; $2015^{tg \Pi}=1$

Ответ: 0; П; 1.

$\pm$

№4

$\omega_{мин}=6$ гр/мин — угол который проходит минутная стрелка за минуту

$\omega_{час}=\frac{\omega_{мин}}{12}=\frac{1}{2}$ гр/мин — угол который проходит часовая стрелка за минуту

в условии сказано, что прошло целое количество минут т.е. 1 час нам уже не подходит т.к. после первой же минуты минутная стрелка обогнала часовую. рассмотрим дальнейшие часы

2 час мин $0°$ $30°$ $36°$
час $30°$ $32°30'$ $33°$
время 13:00 13:05 13:06

3 час мин $0°$ $60°$ $66°$
час $60°$ $66°$ $66°30'$
время 14:00 14:10 14:11

4 час мин $0°$ $96°$ $102°$
час $90°$ $99°$ $99°30'$
время 15:00 15:15 15:16

5 час мин $0°$ $126°$ $132°$
час $120°$ $132°30'$ $133°$
время 16:00 16:21 16:22

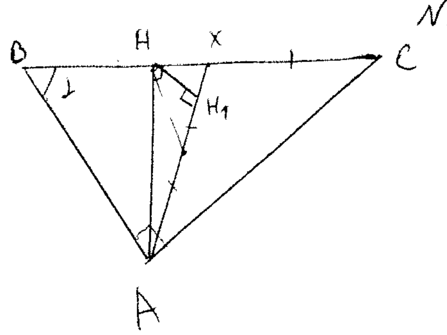
6 час мин $0°$ $162°$ $168°$
час $150°$ $165°30'$ $166°$
время 17:00 17:27 17:28

Ответ: 17:28.

$+$

Лист 01 из 03

№6



$\alpha = \angle B = \frac{11\pi}{24}$

$AB = BC \cdot \cos\alpha$

$AH = BC \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{BC}{2}\sin 2\alpha$

$BH = AB \cdot \cos\alpha = BC\cos^2\alpha$

~~из~~ из $\triangle AHC$: $AC = BC \cdot \sin\alpha$

$HC = AC \cdot \cos\varphi = BC \cdot \sin\alpha \cos\varphi$; где $\varphi = \angle C$

~~$BH + HC = BC$~~

~~$BC\cos^2\alpha + BC\sin\alpha\cos\varphi$~~

$\cos\varphi = \sin\alpha$

$HC = BC\sin^2\alpha$

$HX = HC - \frac{BC}{2} = BC \cdot \sin^2\alpha - \frac{1}{2}BC = BC\left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right)$

$AX = \sqrt{HX^2 + AH^2} =$

$= \sqrt{BC^2\left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{BC^2}{4}\sin^2 2\alpha} = BC\sqrt{\sin^4\alpha - \sin^2\alpha + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha} = BC\sqrt{\sin^2\alpha(\sin^2\alpha - 1) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha} = BC\sqrt{-\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha} = \frac{BC}{2} \cdot \cos 2\alpha$

~~$HH_1 = \frac{BC}{2} = BC(\sin^2\alpha$~~

$\frac{AX}{BC} = \frac{\frac{BC}{2}\cdot\cos 2\alpha}{BC} = \frac{\cos 2\alpha}{2}$; т.е. гипотенуза уменьшается в $\frac{\cos 2\alpha}{2}$ раз

⇓

гипотенуза 5-ого треугольника $= BC \cdot \frac{\cos^5 2\alpha}{32} = 20 \cdot \cos^5\frac{11\pi}{12}$ м.

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{BC \cdot \cos\alpha \cdot BC\sin\alpha}{2} = \frac{BC^2}{2} \cdot \sin 2\alpha$

$S_{AHX} = \frac{AH \cdot HX}{2} = \frac{\frac{BC\sin 2\alpha}{2} \cdot BC\left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{BC^2 \sin 2\alpha}{4}\left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right)$

$\frac{S_{AHX}}{S_{ABC}} = \sin^2\alpha - \frac{1}{2} \Rightarrow S_{5Д} = S_{ABC} \cdot \left(\sin^2\alpha - \frac{1}{2}\right)^5 = \frac{640^2}{4} \cdot \sin\frac{11\pi}{12}\left(\sin^2\frac{11}{24}\pi - \frac{1}{2}\right)$

Ответ. $20 \cdot \cos^5\frac{11\pi}{12}$; $\frac{640^2}{4} \cdot \sin\frac{11\pi}{12}\left(\sin^2\frac{11\pi}{24} - \frac{1}{2}\right)$

№5

1) Допустим он положит во все банки по 100 тыс руб

Тогда у него останется 300 тыс руб + 2·100+3·100 = 800 тыс. руб

2) по 125 тыс р.

225 + 3·125 + 2·125 = 850 тыс р.

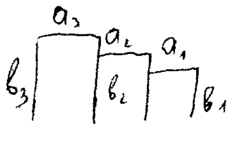
3) по max возможной 200 тыс. р

0 + 2·200 + 3·200 = 1 млн. р.

Мы видим прямую зависимость полученных денег от вложенных средств и принимая во внимание тот факт, что мы выбираем самый худший сценарий получения, что минимально возможная сумма в этом случае является 1 млн. р.

Ответ: 1000 000 р.

№7



$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \\ a_3 b_3 = 180 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$a_2 = a_1 + d$
$a_3 = a_1 + 2d$
$b_2 = b_1 q$
$b_3 = b_1 q^2$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+d) b_1 q = 60 \\ (a_1+2d) b_1 q^2 = 180 \\ a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 10 - d \\ (10-d) b_1 = 15 \\ 10 \cdot b_1 \cdot q = 60 \\ (10+d) b_1 q^2 = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{15}{10-d} \\ \frac{150}{10-d} \cdot q = 60 \\ (10+d) \frac{15}{10-d} \cdot q^2 = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} q = \frac{2(10-d)}{5} \\ (10+d) \frac{15}{10-d} \cdot \frac{4(10-d)^2}{25} = 180 \end{cases}$$

$$\frac{12(100-d^2)}{5} = 180; \quad 100 - d^2 = 75; \quad d = 5$$

$q = \frac{2\cdot(10-5)}{5} = 2$ дм.

$b_1 = \frac{15}{10-5} = 3$ дм.

$a_1 = 10 - 5 = 5$ дм

$h_{\text{подъема}} = b_3 = b_1 \cdot q^2 = 12$ дм.

Ответ: $h = 12$ дм; длина подъема = 30 дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ZS 37-33 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7082

шифр

ФАМИЛИЯ Михайлов

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 23.10.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Михайл

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

1) Если среди любых 3 станций найдётся хотя бы 1 ведущая в М, то линий не ведущих в М < 3 и они ∈ N ⇒ их максимум 2

2) Если среди любых 4 станций есть хотя бы одна ведущая в П, то линий не ведущих в П < 4 и они ∈ N ⇒ их максимум 3

3) Если не ведущих в М 2

(+) не ведущих в П 3 ⇒ макс число не ведущих в М и П — 2 ?

Ответ: 2

№2

Известно, что наименьшей S имеющая ось вращения — круг.

⇒ надо найти точку, такую что если её вокруг нее будет вращаться Δ-ник получится круг. Эта точка центр описанной окружности.

(+)

Ответ: центр описанной окружности

№4

$V_ч$ стрелки = 0,5°/мин.

$V_м$ стрелки = 6°/мин.

$V_{удаления}$ = 5,5°/мин.

1) I случай когда сразу стало 45°

45° : 5,5° ∉ N

2) II случай когда минутная стрелка сзади тоже не кратно.

3) III случай когда уже прошёл 1 ч.

~~Часовая~~ ~~17~~ 30 мин.

~~тоже~~ тоже не кратно.

4) Продолжая.

получится -

часовая. 4,5 ч

минутная 30 мин.

Ответ: 16:30 ч.

+

№3

1) 65 − 40 = 25 (лет) − прибавилось в сумме семье за 9 лет.
2) 25 ≠ 9 значит за каждый год прибавлялось неодинаковое кол-во лет, значит сын родился в то время пока шли эти 9 лет
3) 25 − 2 · 9 = 7 (лет) − сейчас сыну
4) 7 − 4 = 3 (года) было сыну 4 года назад.
5) 3 · 9 = 27 (лет) отцу было 4 года назад.
6) 27 + 4 = 31 (год) отцу сейчас
Ответ: сейчас отцу 31 год

+

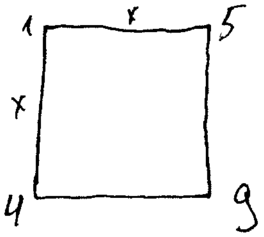
№5
Почтальон работает 16 − 8 = 8 часов.
1) 10 + 5 = 15 мин − цикл тележки для писем
2) 15 + 5 = 20 мин − цикл тележки для бандеролей
3) 25 + 5 = 30 мин − цикл для посылок.
~~4) НОК (15, 20, 30) = 60 мин. ⇒ через 6 о мин.~~

4) ~~составим таблицу~~
Посчитаем сколько каждой тележки прибудет.
16 − посылок.
23 − бандеролей
23 − писем
23 + 23 + 16 = 62 (тележки)
Ответ: 16 − посылок; 23 − бандеролей и 23 − писем.

−

№7

1) радиостанции которые заполним, что радиопередатчик удалён от них на 1 и на 9 находящиеся ~~на разных сторо~~ противоположных вершинах, т.к если тогда ли $\min S = 9-1=8$ $8>5$; $8>4$.



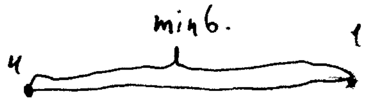
2) min длина диагонали равна $9-1=8$ => т. к это квадрат $\sqrt{x^2+x^2}=9^2$ $2x^2=81$

$x^2=40{,}5$

$x=\sqrt{40{,}5}$

$6<x<7$

3) рассмотрим левую сторону



$4+1=5$ $5<6$ => такого быть не может => радиопередатчик внутри.

Ответ: такого быть не может.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

ВП 12-39

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Михайлова

ИМЯ Евгения

ОТЧЕСТВО Кеннетовна

Дата рождения 30.07.2001

Класс: 7А

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОП 12-39

4. За 1 минуту: часовая стрелка проходит

$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{60}=\frac{1}{720}$ циферблата

минутная – $\frac{1}{60}$ циферблата

$\frac{1}{60}-\frac{1}{720}=\frac{11}{720}$ в мин – удаление стрелок

120° – $\frac{1}{3}$ циферблата

$\frac{1}{3}:\frac{11}{720}=\frac{240}{11}$ – нецелое число, чтобы сделать его целым, нужно умножить на 11

$\frac{240}{11}\cdot 11=240$ (мин) $=4$ (ч)

Ответ: 4 часа после полудня +

3. Возраст сейчас: x – отца, y – матери, z – ребенка

$x+y+z=65$

$x-9+y-9+z-9=40 \iff x+y+z=67$

$65\neq 67 \Rightarrow$ ребенка не было 9 лет назад, а родился он $67-65=2$ года спустя, т.е 7 лет назад.

Тогда 4 года назад ему было 3,

а его отцу $3\cdot 9=27$ лет

Значит, сейчас отцу $27+4=31$ год +

Проверка: если отцу сейчас 31, то сыну $(31-4):9+4=7$ лет, матери $65-31-7=27$ лет,

тогда 9 лет назад $(27-9)+(31-9)=58-18=40$ лет – было вместе отцу и матери.

Ответ: отцу сейчас 31 год

5. $16-8=8$ (ч) – работает Печкин

$10+5=15$ (мин) $=\frac{1}{4}$ (ч) – загрузка и поездка тележки писем

$15+5=20$ (мин) $=\frac{1}{3}$ (ч) – у тележки для бандеролей

$25+5=30$ (мин) $=\frac{1}{2}$ (ч) – у посылок

5. Тележки с посылками ездят реже всех
⇒ Они всегда уезжают нагруженными

$8 : \frac{1}{2} = 16$ (шт) - отправляет Печкин тележек с посылками

Бандероли встречаются с посылками через каждый час, поэтому $\frac{2}{3}$ ~~банде~~ тележек для бандеролей едут нагруженными

$8 : \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 16$ (шт) - тележки с бандеролями (~~те~~ нагруженные)

Письма встречаются с ~~к~~ чем-нибудь каждые полчаса, лишь половина из них уезжает не пустыми.

±

$8 : \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 16$ (шт) - тележек с письмами

Ответ: По 16 тележек с грузом каждого вида Печкин может отправить за рабочий день

1. $3 - 1 = 2$ (линии) - максимум, что не идут в город М
$4 - 1 = 3$ (линии) или меньше не идут в поселок П
Из них только две в лучшем случае идут и не в город М, и не в П, а третья из тех, что не идут в П, обязательно идет в М

+

Ответ: 2

6. Степени 5-ки:

0	1	2
1	5	
2	25	1
3	125	2
4	625	
5	3025	1
6	15125	2
7	75625	

- закономерность в изменении количества цифр

Степени 2-ки:

0	1	4
1	2	
2	4	
3	8	
4	16	3
5	32	
6	64	
7	128	3
8	256	
9	512	
10	1024	4
11	2048	
12	4096	
13	8192	
15	16384	3
16	32768	
17	65534	
18	...	

2015 : 3 = 671 и 2-остаток (3 = 2+1)

671 · 2 = 1342 когда 2012 степеней, включая 0, т.е. в 2011 степени

Значит в 2015 будет 1344 цифры

$2015 : (\overset{3+3}{6}+4) = 2015 : 10 = 201$ и остаток 5

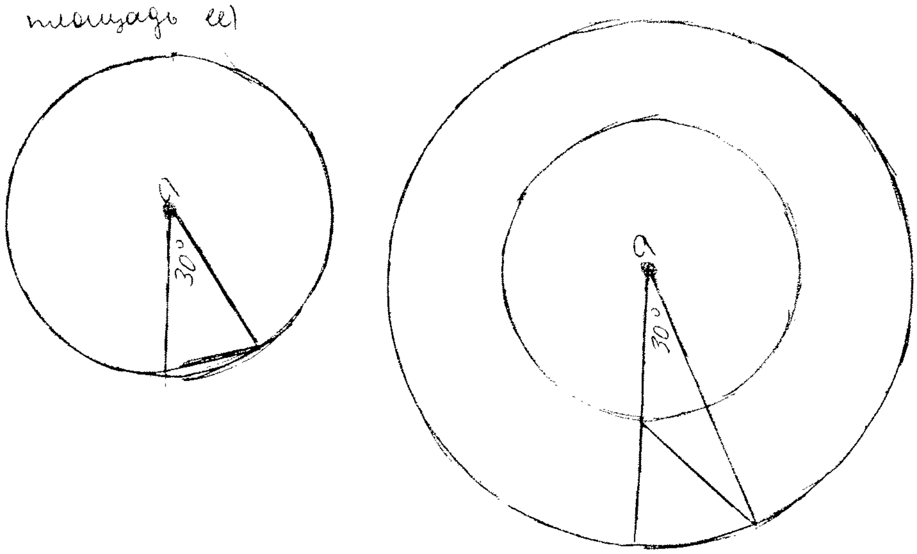
201 · 3 = 603 цифры в 2009 степени

Значит в 2015 будет 605 цифр

1344 + 605 = 1949 цифр будет написано

−
+

2. Стороны, прилежащие к углу а должны быть равны, т.к. если какая-нибудь будет меньше, то вторая будет больше, и радиус окружности тоже будет больше (а значит, и площадь ее)



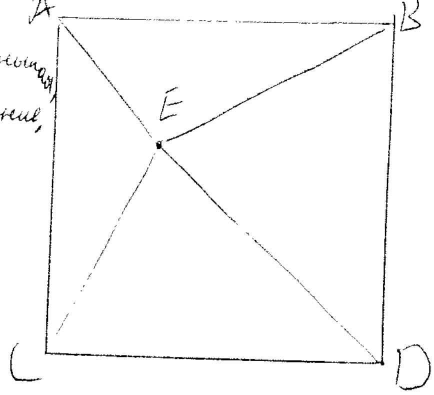
+

7 Не мог, так как если точка расположения радиопередатчика внутри квадрата, то из расстояния из углов квадрата ($\overset{AE}{1}, \overset{ED}{9}, \overset{CE}{4}, \overset{EB}{5}$)

~~попарно должны давать одинаковые суммы~~

AE + ED < EB + CE,

но при этом AE = 1 - наименьшее, ED = 9 - ~~наибольшее~~ значение, но EB или CE должна быть больше своего значения



−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	ИЦ 32-68

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МОИСЕЕВ

ИМЯ ДАНИИЛ

ОТЧЕСТВО ВАДИМОВИЧ

Дата рождения 03.06.1998

Класс: 11А

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

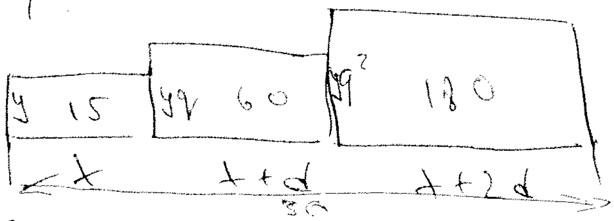
Подпись участника олимпиады: Моис

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИЧ 32-68

№7.



Пусть длина 1-г прямоугольника x, тогда дл. 2-го $x+d$, а третьего $x+2d$. Высота 1-го y, 2-го yq, 3-го yq^2

$d>0$ т.ка. следующая ступень длин не предыдущей.

$$\begin{cases} x\cdot y=15 \\ x+x+d+x+2d=30 \\ yq\cdot(x+d)=60 \\ yq^2(x+2d)=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\cdot y=15 \\ x+d=10 \\ yq\cdot(x+d)=60 \\ yq^2(x+2d)=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=10-x \\ x\cdot y=15 \\ yq\cdot 10=60 \\ yq^2\cdot(20-x)=180 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d=10-x \\ y=\frac{15}{x} \\ q=\frac{6}{y} \\ \frac{15}{x}\cdot\frac{36\cdot x^2}{15^2}(20-x)=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=10-x \\ y=\frac{15}{x} \\ q=\frac{6}{y} \\ 20x-x^2-75=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=10-x \\ y=\frac{15}{x} \\ q=\frac{6}{y} \\ \left[\begin{array}{l} x_1=15 \\ x_2=5 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=15 \\ y_1=1 \\ q_1=6 \\ d_1=-5 \end{cases} \varnothing \qquad \begin{cases} x_2=5 \\ y_2=3 \\ q_2=2 \\ d_2=5 \end{cases}$$

Ответ:

1-я ступень: высота 3, длина 5.

2-я ступень: высота 6, длина 10.

3-я ступень: высота 12, длина 15

№4.

1 минута = 6^0

ω минутной стр. $=1\,\frac{об}{ч}$

ω час $=\frac{1}{12}\,\frac{об}{ч}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ПЦ 32-68

Для того, чтобы разница между положениями стрелок [redacted] сост. 2° разница ~~...~~ на минутной оси должна сост $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ мин.

~~за 1-й час.~~ разница в градусах $= 2^\circ$

0-1 - час.

Минутная стрелка ~~2~~ пройдет 2минуты, значит часовая $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$; $2 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ мин $\varnothing$

1-2 час.

Часовая стрелка будет на 5 минутах.

Мин.ст. пройдет 6 мин. ⇒ часовая $5 + \frac{6}{12} = 5,5$.

$6 - 5,5 = 0,5$ мин $\varnothing$.

2-3 час.

Часовая на 10 мин минутная пройдет: 11 мин.

Мин $10 + \frac{11}{12}$ - часовая ст.

$11 - 10\frac{11}{12} = \frac{1}{12}$. $\varnothing$.

3-4 час.

Час. ст на 15 м.

$15 + \frac{16}{12} = 16 + \frac{4}{12}$ | минутная пройдет: 16 мин.

$16 - 16 - \frac{4}{12} = -\frac{1}{3} \equiv 2^\circ$.

Ответ: 3:16м. +

№ 5. Если Иван разделит ~~свою су~~ свои деньги на 3 равные части и положит их в разные банки, то он получит max доход

$\left(\frac{600000}{3} \cdot 2\right) + \left(\frac{600000}{3} \cdot 3\right) + \left(\frac{600000}{3} \cdot 0\right) = 400000 + 600000 = 1000000$

в 1-удвоится в 2-м утроится в 3-м пропадет.

нет доква оптимальности

Ответ: 1000000.

(+)

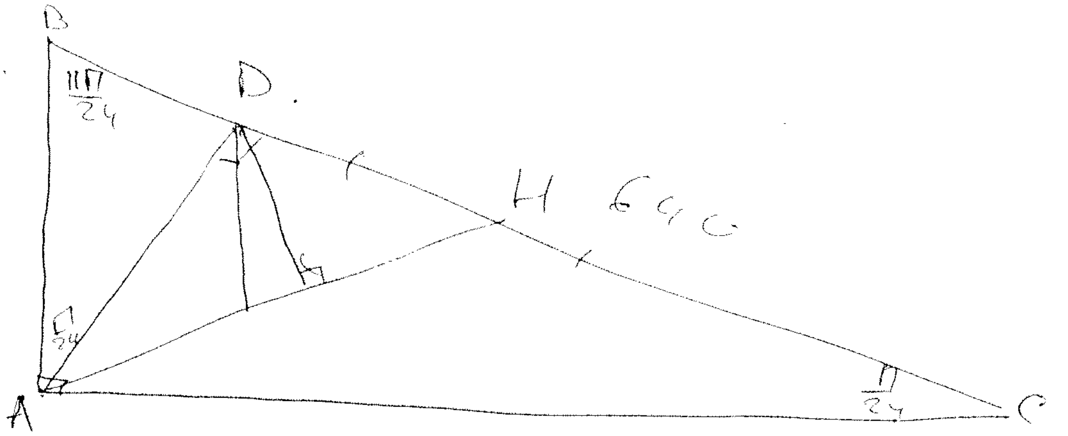
Лист 02 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 32-68

6.



$\frac{BC}{AH} = 2$. Пусть BC 1-ый элемент $= b$ геометр прогрессии, то AH – 2-ой.

Тогда $q = \cancel{\frac{BC}{AH}} = \frac{AH}{BC} = \frac{1}{2}$.

Пусть 5-й элемент $=$ b_5.

$\cancel{4 = BC \cdot q}$

$b_5 = b_1 \cdot q^{n-1} = 64c \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 4c$ ✓

$AB = BC \cdot \sin\frac{\pi}{24}$

$AC = BC \cdot \sin\frac{11\pi}{24}$

∓

$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC^2 \cdot \sin\frac{\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24}$

$DH = \left(\frac{BC}{2} - BD\right) = \frac{BC}{2} - \sin\frac{\pi}{24} \cdot \sin\frac{\pi}{24}\, BC = BC\left(\frac{1}{2} - \sin^2\frac{\pi}{24}\right)$

$AD = \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot BC$.

$S_{\Delta ADH} = DH \cdot AD \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} BC^2 \left(\frac{1}{2} - \sin^2\frac{\pi}{24}\right) \sin^2\frac{11\pi}{24}$

$\frac{S_{ADH}}{S_{ABC}} = \frac{\left(\frac{1}{2} - \sin^2\frac{\pi}{24}\right) \cdot \sin\frac{11\pi}{24}}{\sin^2\frac{\pi}{24}}$

?

$S_5 = S_{ABC} \cdot \left(\frac{\frac{1}{2}\sin\frac{11\pi}{24} - \sin^2\frac{\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24}}{\sin^2\frac{\pi}{24}}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot 320 \cdot \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{\pi}{24} \cdot \left(\frac{\frac{1}{2}\sin\frac{11\pi}{24} - \sin^2\frac{\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24}}{\sin^2\frac{\pi}{24}}\right)^4$

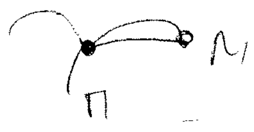
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

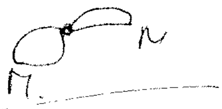
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ32-68

№1 Число всех линий может быть равно только 4-м. при условии что 2 из них ведут к М. Среди 4-х линий, 2 ведут к М, одна или две к П.

1 случай



2-й случай



+

№2. Это возможно ~~при~~ только при $tg x = 0; 1 \Rightarrow$

$2015^0 = 1$. Пусть $\begin{cases} tg x = n \\ tg 2x = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = n \cos x \\ \frac{2\sin x \cos x}{2\cos^2 x - 1} = k \end{cases}$

$\Rightarrow 2n\cos^2 x + \cancel{k} = k(2\cos^2 x - 1)$

$n = \frac{k}{2}(\cos 2x)$.

$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{k}{2} \cdot \cos 2x$. $\quad tg x = \frac{tg 2x}{2} \cdot \cos 2x$.

$\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\cos 2x}{2} \Rightarrow \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x} = \frac{2\cos^2 x - 1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \cos^2 x = \frac{1}{2} \\ \cos^2 x = 1 \end{array}\right.$ $\cancel{\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}} = tg x = 1$, $tg 2x = 0$; $tg x = 0$, $tg 2x = 0$.

+

~~Ответ~~: 2015^1; 2015^1; 2015^{-1}

Ответ: 1; 2015; $\frac{1}{2015}$

№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$.

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$-1 \leq x \leq 1$.

$-1 \leq y \leq 1$

−

Выдан один дополнительный лист

Лист 04 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	bF 51-87 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МОРЕЦКАЯ

ИМЯ ЛЮДМИЛА

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВНА

Дата рождения 24.11.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

доп. лист №4 выдан дополн. лист +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

выдан дополнительный лист 2.

ВАРИАНТ: доп. лист №3 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF51-87

7112

Задача 5.

Так как мы не знаем ~~в какой~~ из трех банков ~~вкл~~ разорится, предположим что вкладчик отнес все 600 тыс рублей в один банк. Так как мы рассматриваем при худшем положении вещей => Все деньги прогорят и вкладчик не получит ничего.

Теперь положим, что он отнесет в банк 500 тыс. и в другой банк 100 тыс.; В худшем случае его ~~вк~~ сумма составит 200 тыс.

Пусть он отнесет 400 тыс. 100 тыс. и 100 т.

В худшем случае он получит 500 тыс.

Тогда он отнесет 300 тыс. 200 тыс. и 100 тыс.

В худшем случае он получит всего 400 тыс.

Если же он ~~отн~~ разделит сумму поровну и отнесет в каждый банк по, его доход составит 1 млн руб.

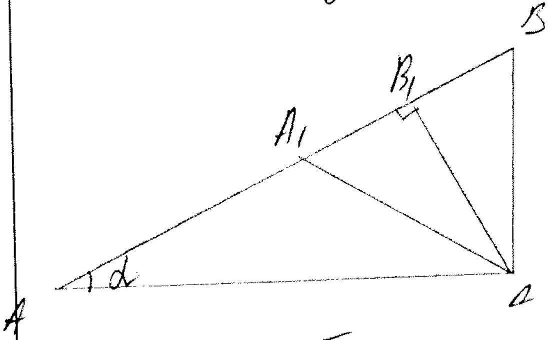
Оставляя некоторую сумму денег, его доход не растет, поэтому это не рационально. Тогда исходя из анализа? самым оптимальным вариантом для вкладчика является разделить сумму на три равные части, и вложить их. ~~ка~~!

нет док.

±

Ответ. 1000000 рублей.

Задача 6.



Пусть в некотором $\triangle ABC$; $\angle A = \alpha$

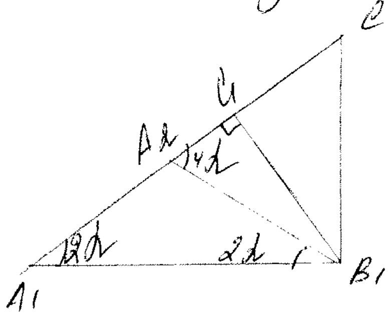
Тогда $\angle B = 90^\circ - \alpha$,

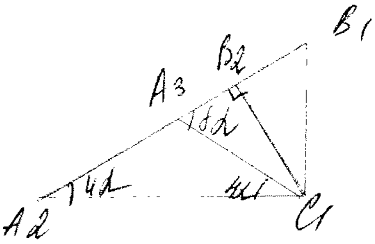
CB_1 - высота, CA_1 - мед.,

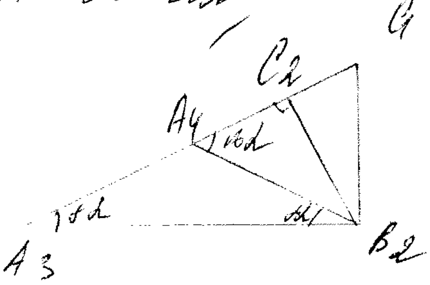
$CA_1 = AA_1 = A_1B \Rightarrow$

$\triangle AA_1C$ и $\triangle A_1BC$ - равнобедренные, $\Rightarrow \angle A_1CA = \alpha$. и Тогда $\angle BA_1C$ (как внешний) $= 2\alpha$

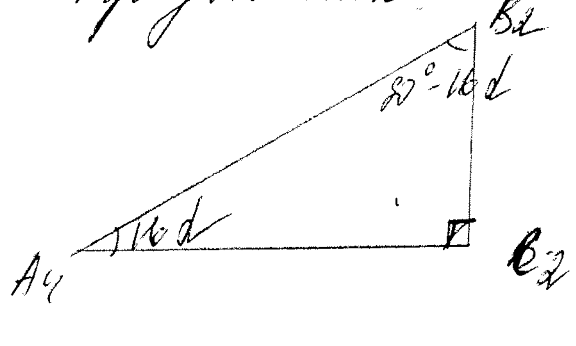
Тогда $\angle B_1CA_1 = 90^\circ - 2\alpha$,







Проделав то же самое для каждого последующего треугольника найдем пятый треугольник:



A_4B_2 - медиана в $\triangle A_3C_1B_2$,

$A_4B_2 = \frac{1}{2} A_3C_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot A_2B_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} A_1C = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB = \frac{1}{16} AB = \frac{640}{16} = 40$ м

(по свойству медиана прям. треуголь.)

Тогда $B_2C_2 = A_4B_2 \cdot \sin 16\alpha =$

$= A_4B_2 \sin 16 \cdot \frac{4\pi}{24} = A_4B_2 \cdot \sin 2 \cdot \frac{11\pi}{3} = A_4B_2 \sin(4\pi + \frac{\pi}{3})$

$B_1C_2 = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20$ м (т.к. B_1C_2 не может быть отр. то $\sin$ по модулю)

Тогда $A_4C_1 = \sqrt{40^2 - 20^2} = \sqrt{20^2 \cdot 2^2 - 20^2} = 20\sqrt{3}$

$S = \cancel{A_4C_1 \cdot B_1C_2}\ \frac{1}{2} A_4C_1 \cdot B_1C_2 = 20 \cdot 20\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} =$

$= 20\sqrt{3} \cdot 10 = 200\sqrt{3}$ м

левый проход

+

Ответ, длина аллеи-гипотенузы 40м
площадь треугольника $-200\sqrt{3}$м.

Задача 7.

Пусть длина первой ступени a_1, высота $-b_1$
второй ступени a_2, высота $-b_2$
третьей ступени a_3, высота b_3.

Тогда длина, то есть $a_1 + a_2 + a_3$ — есть сумма арифметической прогрессии, где $n = 3$,

А площади ~~ступен~~ ступеней соответственно a_1b_1, a_2b_2 и a_3b_3;

Составим систему уравнений:

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-87

№7 (Продолжение)

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3=30 \\ a_1 \cdot b_1=15 \\ a_2 b_2=60 \\ a_3 b_3=180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a_1+3d=30 \\ a_1 b_1=15 \\ a_2 b_2=60 \\ a_3 \cdot b_3=180 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1+d=10 \ (=a_2) \\ a_1 b_1=15 \\ b_2=6 \\ a_3 b_3=180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2=10 \\ (10-d)\left(\frac{6}{q}\right)=15 \\ b_2=6 \\ (10+d)(6q)=180 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a_2=10 \\ b_2=6 \\ 2(10-d)=5q \\ (10+d)q=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2=10 \\ b_2=6 \\ q=\frac{2(10-d)}{5} \\ (10+d)\cdot\frac{2(10-d)}{5}=30 \ (*) \end{cases}$$

$(*)$

$$\frac{2}{5}(100-d^2)=30$$

$$100-d^2=\frac{30\cdot 5}{2}$$

$$100-d^2=75 \Rightarrow d^2=25 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=5 \\ d=-5 \end{array}\right.$$

~~условию~~ ($a_3>a_2>a_1$)!

Тогда $q=\frac{2\cdot 5}{5}=2 \ (d=5)$ +

$q=\frac{2\cdot 15}{5}=6 \ (d=-5)$ - Не будет решением

т.к. $b_n\uparrow$ а $a_n\downarrow$ (что ~~…~~ противоречит условию

Тогда $a_1=5; a_3=15; b_1=3; b_3=12$

Ответ: $(5;3)\cup(10;6)\cup(15;12)$ - пары $(a_n; b_n)$

Задание 2;

Если рассмотреть график функции $y = tg\,x$, то $E_y = R$, тогда можно проследить последовательность:

$tg\,x = 2 \Rightarrow x = arctg\,2 + \pi k;\ k \in Z$;

$tg\,x = 3 \Rightarrow x = arctg\,3 + \pi k;\ k \in Z$;

~~При $x \in N$ — значения $tg\,x$ и $tg\,2x$ являются целыми~~ При $x \in \{arctg\,m + \pi k;\ k \in Z,\ m \in N\}$ значение $tg\,x$ и $tg\,2x$ являются целыми. ~~Тогда $2015^{tg\,x}$~~ Тогда $2015^{tg\,x} \in \{2015^m;\ где\ m \in N\}$

Если $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{}, n \in Z$ $tg\,x$ — целое, а $tg\,2x$ $\nexists$; Поэтому $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, n \in Z$ Не решение

Если $x = \pi k;\ k \in Z$, то $\underset{0}{tg\,x}$ и $tg\,2x = 0$,

Что является решением; При $x \in \{\pi k, k \in Z\}$ $2015^{tg\,x} = 1$;

+

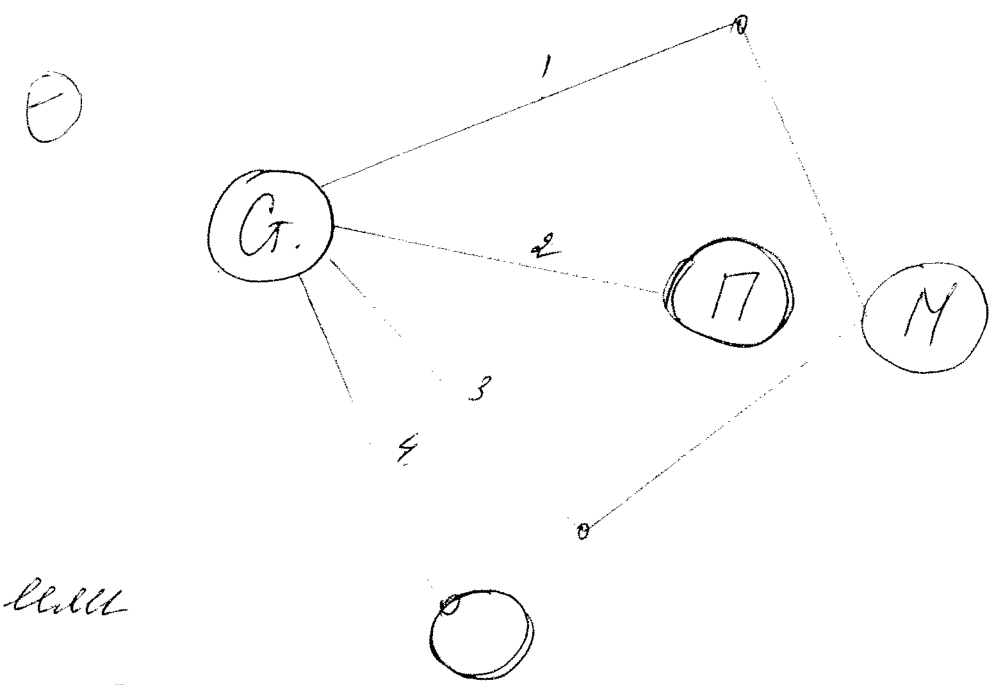
Ответ: При $x \in \{\pi k, k \in Z\}$ $2015^{tg\,x} = 1$

При $x \in \{arctg\,m + \pi k;\ n \in Z;\ m \in N\}$ $2015^{tg\,x} \in \{2015^m, m \in N\}$

3

Задание 1.

Ответ: Да, возможно. Если линии будут иметь такое расположение:



Тогда, если

Взять любые четыре линии, то они отдельно приведут в П. Если взять 1 2 4, то ~~ео~~ дойдет до М, если возьмем 1 2 3 дойдет до М, если возьмем 2 3 4 дойдет до М. ~~если возьмем~~ Всего это возможно, при таком расположении.

Ответ: да, возможно, ~~пр...~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-87

Задача № 4

Так как 1 оборот минутной стрелки 60 мин.

круг — 360°

То 360° — 60 мин

2° — x мин

Составим пропорцию:

$$\frac{360°}{2°} = \frac{60}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2° \cdot 60}{360°} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3} \text{ мин}$$

~~Тек.~~ ~~Тогда~~ При отклонении от ~~на~~ 12

Тогда логично, что спустя 3 часа они отклонились на 2° ~~гр~~ ~~ровно 1 мин~~

Тогда пройдет 16 мин

Ответ: 3 часа 16 мин.

Задание 3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \quad (1) \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \quad (2) \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases} \end{array}\right.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF51-87

Задание 3 (Продолжение)

(1) $\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\sin y) \geq \sin(\arcsin x) \\ \sin(\sin x) \geq \sin(-\arcsin y) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \sin(\sin y) \\ y \leq -\sin(\sin x) \end{cases}$

Зададим функцию

$t(y) = \sin y$

$D_t = R$

$E_t = [-1; 1]$

Тогда $\varphi(t) = \sin(t)$

$D\varphi \approx [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$

$E\varphi \approx [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

Зададим функцию

$M(a) = \sin x$

$DM = R$

$EM = [-1; 1]$

$N(M) = \sin(M)$

$DN \approx [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$

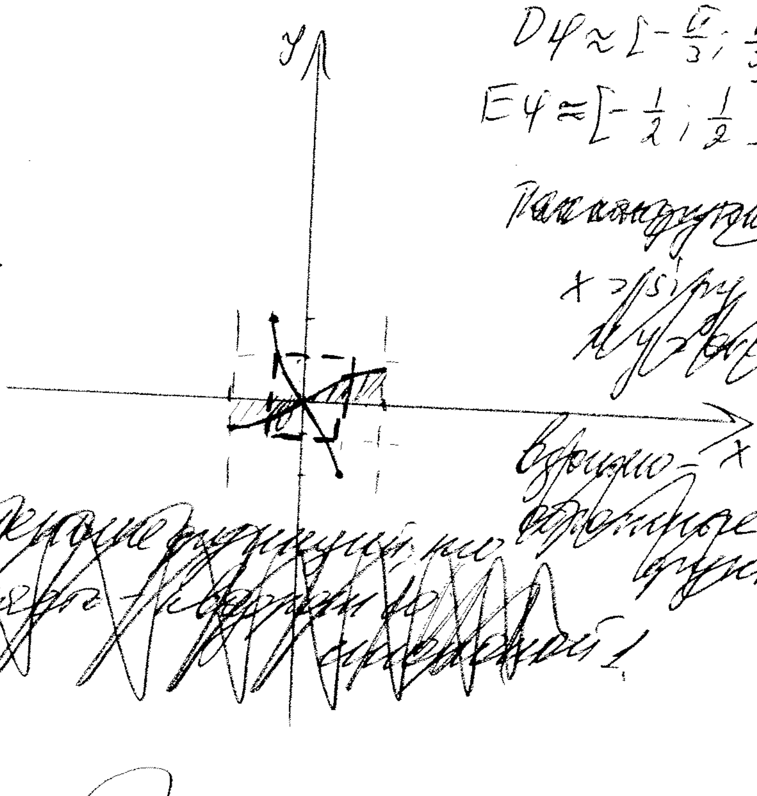
$EN \approx [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

~~Так как функция~~

$x = \sin y$

$y = \arcsin x$

Взаимно обратные функции



(2) ~~x и y являются функциями, не симметричными относительно ...~~

?

(+)

Лист 8 из 8

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	ЕЙ 85-45 шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МОРОЗ

ИМЯ ГРИГОРИЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 15.11.2000 Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 04 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мороз

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан 1 чист. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 85-45

Задача N1.

(+)

Решение:

Выберем любые 5 линий. По условию среди любых 3-ёх из них есть линия, идущая на предприятие города М $\Rightarrow$ не найдётся 3-ёх линий, ни одна из которых не идёт на предприятие города М $\Rightarrow$ максимум 2 линии не идут на предприятие города М. Аналогично не найдётся 4-ёх линий, ни одна из которых не идёт на предприятие посёлка П $\Rightarrow$ максимум 3 линии не идут на предприятие посёлка П. Значит максимальное количество линий, которые не идут ни туда, ни сюда равно 2 (т.к. если 3, то одна линия пойдёт в город М).

$$\left.\begin{matrix} n \leq 2 \\ n \leq 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n_{max} = 2$$

Ответ: максимально 2 линии.

Задача N2.

(+)

Решение:

Заметим, что „образуемая при этом фигура" — окружность. Площадь окружности наименьшая, когда её радиус наименьший. Значит ~~на~~ наибольшее расстояние от искомой точки до вершин Δ-ка должно быть минимально. Возможны 2 случая: 1) если треугольник остроугольный или прямоугольный и 2) если треугольник тупоугольный. Разберём 1-ый случай: ~~В~~

В остроугольном Δ-ке (или прямоугольном) серединные ~~пер~~ перпендикуляры пересекаются внутри Δ-ка. ~~поэтому~~ Эта точка пересечения равноудалена от вершин Δ-ка. Предположим, что искомая точка с ней не совпадает. ~~Тогда найдётся такой серединный перпендикуляр.~~ ~~Тогда~~ Соединим эти 2 точки отрезком. Тогда найдутся 2 вершины Δ-ка, лежащие по одну сторону от прямой, содержащей этот отрезок,

Лист 01 из 04

Задача №2 (Продолжение)

...(если искомая точка не лежит на одной прямой с точкой пересечения и вершиной Δ-ка ~~серединном перпендикуляре~~). Так как эта точка не лежит на серединном перпендикуляре к стороне Δ-ка, содержащей 2 вершины, лежащие по одну сторону от „нашей" прямой, то расстояния от этой точки до этих 2-ух вершин различны, значит найдётся точка, расстояния от которой до этих вершин меньше (т. е. равны между собой), а это и есть точка пересечения серединных перпендикуляров. Если искомая точка лежит на одной прямой с точкой пересечения и вершиной Δ-ка, то до 2-ух других вершин расстояния от неё больше, чем от точки пересечения.

Теперь рассмотрим 2-ой случай, когда точка пересечения серединных перпендикуляров лежит вне Δ-ка. Проведём прямую, проходящую через эту точку и параллельную стороне Δ-ка, лежащей против тупого угла. Тогда все вершины Δ-ка лежат по одну сторону от этой прямой ⇒ искомая точка — середина стороны Δ-ка, лежащей против тупого (или прямого) угла.

Ответ: через точку пересечения серединных перпендикуляров в остроугольном Δ-ке или через середину стороны, лежащей против тупого угла (в тупоугольном Δ-ке).

Задача №3.

Пусть отцу x лет, маме — y лет, а сыну — z лет. Тогда:

+

$x+y+z=65$; $(x-9)+(y-9)+(z-9)=40$

$x+y+z=67$, но $67 \neq 65$ противоречие.

Значит сын тогда ещё не родился, т.е. $(x-9)+(y-9)=40$. Тогда: $z=65-(40+9+9)=7$.

По условию $(x-4)=9(z-4)$, откуда $x=31$.

Ответ: отцу 31 год

Задача №4.

Решение:

Пусть v_1 и v_2 — скорости минутной и часовой стрелок соответственно. Тогда

$v_1 = 1$ дел./мин ; $v_2 = \frac{1}{12}$ дел./мин

$l = (v_1 - v_2)t$, где t — искомая величина

а l — длина дуги окружности (в дел.), разница путей первой и второй стрелок.

Пусть S — длина окружности, а ΔS — длина дуги между ними. Тогда:

$l = \Delta S,\ S-\Delta S,\ S+\Delta S,\ 2S-\Delta S,\ 2S+\Delta S$ и т.д.

Так как t — целое число минут, то $l \vdots (v_1 - v_2)$, т.е. на $\frac{11}{12}$ или $12l \vdots 11$.

Найдём такое l

$S = 60$ дел. $\Delta S = 60 \text{ дел.} \cdot \frac{45°}{360°} = \frac{60 \text{ дел.}}{8}$

~~$nS + n\Delta S = n\left(\frac{480}{8} + \frac{60}{8}\right) = n \cdot \frac{540}{8} \vdots 11$, только если $n \vdots 11$, т.е. $n_{min} = 11$. Значит тогда $l = 11S + 11\Delta S$~~

$12(nS \pm \Delta S) = \left(\frac{480}{8} \cdot n \pm \frac{60}{8}\right) \cdot 12 \vdots 11$ или $3 \cdot (\cancel{480}\,240n \pm 30) \vdots \cancel{22}\,11$

~~или $120n \pm 15 \vdots 22$, но $120n$ — чётное, а 15 — нечётное. Значит $120n \pm 15 \not\vdots 22$ ⇒ никакого расположения стрелок не существует.~~

т.е. $720n \pm 90 \vdots 11$

Это число минимально и $\vdots 11$ при $n = 4$:

$720 \cdot 4 + 90 \vdots 11 = 270$ мин

Тогда $t = \frac{l}{v_1 - v_2} = 270$ мин.

Значит часы показывают 16:30

Ответ: 16:30

(+)

Задача №5.

Решение:

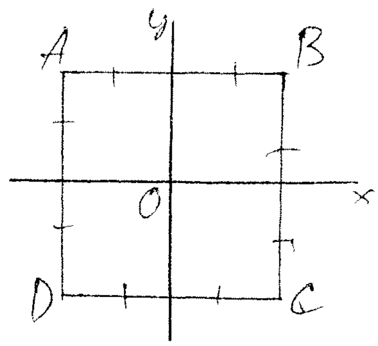
Если не учитывать одновременный приезд телег, то за 8 часов работы Печкин отправит $4\cdot8+1=33$ телег с письмами; $3\cdot8+1=25$ телег с бандеролями и $2\cdot8+1=17$ телег с посылками. Теперь с учётом. Тележек с посылками Печкин отправит столько же (т.е. 17), т.к. они приходят реже и он их всегда заполняет. Теперь посчитаем встречи. Первый раз телеги встретятся в 8:25 (а именно с посылками и с письмами), затем в 8:55 встретятся все 3 телеги, значит Печкин в 9:00 отправил все 3 телеги, а значит каждый час будет одно и тоже (одни и те же встречи.). Итого $33-8\cdot2=17$ и $25-8=17$ телег (по 17 с письмами, посылками и бандеролями)

Ответ: по 17 телег он отправил

Задача №7.

Ответ: нет, это ошибочное сообщение.

Решение:



Проведём оси симметрии Ox и Oy (как показано на рисунке). Тогда из точки A до неё 1км, из B — 9км, из C — 4км, из D — 5км. Пусть это точка P. $AP<BP \Rightarrow$ $\Rightarrow$ P лежит слева от Oy. $AP<DP \Rightarrow$ $\Rightarrow$ P лежит выше, чем Ox. $BP>CP \Rightarrow$ $\Rightarrow$ P лежит ниже, чем Ox. Противоречие! Значит такого быть не может!

Выдан 1 доп. бланк

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

208

№ группы

Вариант № 7102

Yz 24-89

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МОРОЗОВ

ИМЯ НИКОЛАЙ

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 10.01.1999

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Пусть X – кол-во линий электропередач. $X \in N$

Пусть M – кол-во линий, ведущих в М. $M \in N$

Пусть A – кол-во линий ведущих в А. $A \in N$

Для того, чтобы при любом возможном X среди трёх любых линий нашлась хотя бы одна, ведущая в город М, необходимо, чтобы:

$\boxed{M = X - 2}$ (1)

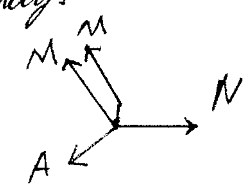
Для того, чтобы при любом возможном X среди ~~трёх~~ четырёх любых линий нашлась хотя бы одна, ведущая в посёлок А, необходимо, чтобы:

$\boxed{A = X - 3}$ (2)

(+)

Из формул (1) и (2) можно составить систему:

$$\begin{cases} A = X - 3 \\ M = X - 2 \\ A \geq 1 \\ M \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{X \geq 4}$$



Следовательно, количество линий может быть равным четырём, и не менее.

Пусть N – число линий не ведущих ни в город М ни в пос. А.

Если $X = 5$, то:

$X = N + M + A = N + X - 3 + X - 2 = N + X - 5$

$5 = N + 5 - 5 \Rightarrow N = 0$, т.е. при пяти линиях электропередач,

не найдётся ни одной не ведущей в М или А

Ответ: 1) Да, может (4)

2) Нет, не найдутся.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УZ 24-89

№5. Пусть a, в и c : вклады Ивана в банк

Пусть n – деньги, оставленные дома.

Пусть X – доход Ивана (сумма, полученная на руки в конце года).

Запишем формулу дохода Ивана:

$$\begin{cases} 60000 = a+в+c+n \\ X = 2a+3в+0+n \end{cases} \quad (1)$$

Зная что ход событий будет самым плохим, можно смело говорить, что утроится самый маленький вклад (в), а аннулируется самый большой (c).

Покажем это на формуле:

$$\begin{cases} X = 2a+3в+0\cdot c+n \\ \boxed{в \le a \le c} \end{cases}$$

Вернёмся к системе (1):

$$\begin{cases} 60000 = a+в+c+n \\ X = 2a+3в+0+n \end{cases}$$

$-a-2в+c = 60000-X$

$$\begin{cases} X = 60000+a+2в-c \\ a+в+c+n = 60000 \end{cases} \quad (2)$$

Из системы (2) можно утверждать, что, чтобы X было максимально большим, n должно быть равно нулю $\boxed{n=0}$

$$\begin{cases} X = 60000+a+2в-c \\ в < a \le c \end{cases} \Rightarrow a-c \le 0$$

чтобы X было макс. больш. a – c должно быть макс. больш. т.е.:

$a-c=0 \Rightarrow \boxed{a=c}$

$$\begin{cases} a = c \\ в \le a \le c \\ a+в+c = 60000 \end{cases}$$

если a = c, то в должно быть максимально возможным, а значит в = a:

$$\begin{matrix} в=a \\ a=c \end{matrix} \Rightarrow \boxed{a=в=c} = \frac{60000}{3} = 20000$$

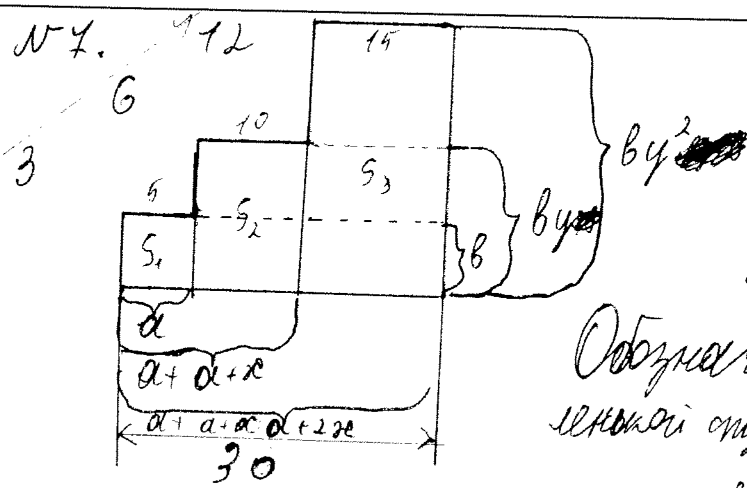
Ответ: Иван должен вложить по 20000 рублей в каждый банк.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ YZ 24-89

№7.



Дано:
$S_1=15$; $S_2=60$
$S_3=180$. $L=30$

Найти: a - ?; x - ?; b - ?; y - ?.

Обозначим длину самой маленькой ступени за a, высоту за b.

Тогда длина второй ступени равна $a+x$, а третей $a+2x$.
Аналогично высота второй – by, а высота третей – by^2.
Из условия выводим фор-лу:

$a+a+x+a+2x=30$

$\boxed{a+x=10}$ (1), так как $S_2=(a+x)\cdot by$; то: $by=\frac{60}{10}=6$ $\boxed{by=6}$.

если $S_1=ab$; $S_1=15$, то:

$\left.\begin{matrix} ab=15 \\ by=6 \end{matrix}\right| \Rightarrow \boxed{a=\frac{5y}{3}}$ (2)

составим фор-лу S_3: ($S_3=180$)

$(a+2x)\cdot by^2=180$

зная, что $a+x=10$, а $by=6$:

$(10+x)\cdot 6y=180$

$(10+x)\cdot y=30$

$\boxed{y=\frac{30}{10+x}}$ (3)

Из формулы (1), (2), (3), получаем:

$\frac{75}{10+x}+x=10$

$75+10x+x^2-100-10x=0$

$x^2-25=0$

$\boxed{x=5}$ $(x\neq -5)$

$\left\{\begin{matrix} a+x=10 \\ x=5 \end{matrix}\right. \Rightarrow \boxed{a=5}$

$\left\{\begin{matrix} ab=15 \\ a=5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \boxed{b=3}$

$\left\{\begin{matrix} by=6 \\ b=3 \end{matrix}\right| \Rightarrow \boxed{y=2}$

Зная, чему равны a, b, x и y, находим размеры ступеней

Ответ: I-я ст.: длина 5
~~ширина~~
высота 3

II-я ступень: длина 10
высота 6

III- ступень: длина 15
высота 12.

+

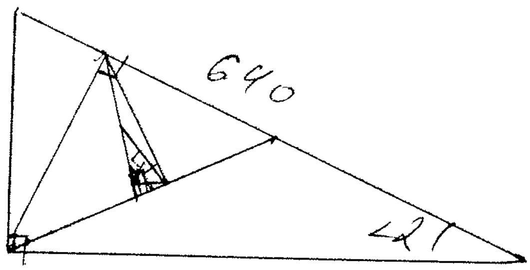
Лист 03 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ YZ 24-89

№ 6



По теореме:
Медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла является половиной гипотенузы

Т. е. каждая следующая гипотенуза в 2 раза меньше предыдущей, т. к. она является медианой последней.

Значит n-ный треугольник будет иметь гипотенузу равную $640 \cdot 2^{-n+1}$

В нашем случае $n=5$, значит.
$640 \cdot 2^{-5+1} = 40$, 40 метров - длина гипотенузы ~~последнего~~ пятого треугольника

площадь = ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

019 71-18

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МОРЫГАНОВА

ИМЯ ТАТЬЯНА

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 23.06.1998

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 Если будут 4 линии:

2 из них будут вести в П

из 1,2,3 – 1а в М

из 1,2,4 – 1а в М

1 3 2 – 2е в М

1 3 4 – 1а в М

1 4 2 – 1а в М

1 4 3 – 1а в М

2 3 4 – 2е в М

т.к. среди 4ёх линий обязательно есть одна, ведущая в П, то среди данных 4ёх она присутствует.

Ответ: да, 4. б).

+

№2 $\begin{cases} tg\,x \in Z \\ tg\,2x \in Z \end{cases}$ $\begin{cases} tg\,x = 0 \\ tg\,2x = 0 \\ tg\,x = \pm 1 \\ tg\,2x = \pm 1 \end{cases}$

$x = 0$, $tg\,x = 0$, $tg\,2x = 0$

$x = \frac{\pi}{4}$, $tg\,x = 1$, $tg\,2x$, $\varnothing$

$x = \pi$, $tg\,x = 0$, $tg\,2x = 0$

$x = 2\pi$, $tg\,x = 0$, $tg\,2x = 0$

т.е. $x = \pi k$, $k \in Z$, в этих точках $tg\,x = 0$ и значит число $2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

Ответ: $x = \pi k$, $k \in Z$; 1.

+

№4 весь круг – 360°, тогда 1 минута равна 6°. При ~~1 час равен~~ 1 час равен 30° прохождении минуты, часовая стрелка пройдет $\frac{1}{60}$ часа, т.е. $\frac{30°}{60} = 0,5°$

т.к. разница = 2°, то число минут ~~по~~ – чётное.

1) 12:02, считая от цифры 12 → минутн. (м.) = 12° → часовая (ч.) = 1° | 12° – 1° = 11°

2) 13:06, считая от 1 $\begin{cases} \to м. = 6^\circ \\ \to ч. = 3^\circ \end{cases}$ / $6^\circ - 3^\circ = 3^\circ$

~~3) 14:0~~

3) 14:10, считая от 2 $\begin{cases} \to м. = 0^\circ \\ \to ч. = 5^\circ \end{cases}$ / $5^\circ - 0^\circ = 5^\circ$

4) 15:16, считая от 3 $\begin{cases} \to м. = 6^\circ \\ \to ч. = 8^\circ \end{cases}$ / $8^\circ - 6^\circ = 2^\circ$

Ответ: 15:16 (+)

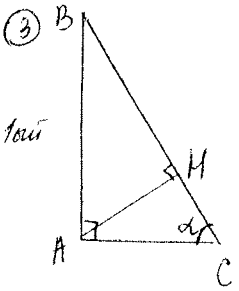
№6 ① медиана 1ого треугольника будет равна гипотенузе 2ого и равна радиусу окружности, описанной около 1ого треугольника и значит равна половине 1ой гипотенузы и равна 320 м

② аналогично п.1 => Г-гипотенуза

$Г_3 = \frac{1}{2} Г_2 = 160 м$

$Г_4 = \frac{1}{2} Г_3 = 80 м$

$Г_5 = \frac{1}{2} Г_4 = 40 м$

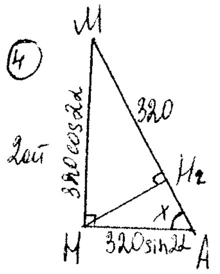
③ 

$\sin\alpha = \frac{AB}{BC}$ (из $\triangle ABC$); $\Rightarrow AB = 640\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{AH}{AC}$ (из $\triangle AHC$); $\cos\alpha = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = 640\cos\alpha$

$\frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \frac{AB\cdot AC}{BC} = \frac{640\sin\alpha \cdot 640\cos\alpha}{640} =$

$= 640\sin\alpha\cos\alpha = 320\sin 2\alpha = h_1$

④ 

• по т. Пифагора $\Rightarrow MH = \sqrt{320^2 - 320^2\sin^2 2\alpha} =$

$= \sqrt{320^2(1-\sin^2 2\alpha)} = \sqrt{320^2 \cdot \cos^2 2\alpha} = 320\cos 2\alpha$

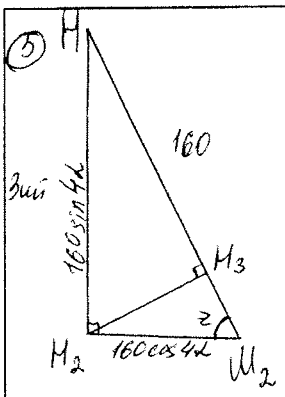
• $\sin x = \frac{HM}{MA}$ (из $\triangle AHM$)

$\sin x = \frac{HH_2}{AH}$ (из $\triangle AHH_2$) / $\Rightarrow \frac{HM}{AM} = \frac{HH_2}{AH} \Rightarrow$

$\Rightarrow HH_2 = h_2 = \frac{HM\cdot AH}{AM} = \frac{320\cos 2\alpha \cdot 320\sin 2\alpha}{320} = 320\sin 2\alpha\cos 2\alpha =$

$= 160\sin 4\alpha$

3



• по т. Пиф $\Rightarrow H_2M_2=\sqrt{160^2-160^2\sin^2 4\alpha}=$

$=160\sqrt{1-\sin^2 4\alpha}=160\sqrt{\cos^2 4\alpha}=160\cos 4\alpha$

• $\sin z=\frac{HH_2}{HM_2}$ (из $\triangle M_2H_2H$)

$\sin z=\frac{H_2H_3}{H_2M_2}$ (из $\triangle M_2H_2H_3$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{HH_2}{HM_2}=\frac{H_2H_3}{H_2M_2}\Rightarrow H_2H_3=h_3=\frac{HH_2\cdot H_2M_2}{HM_2}=$

$=\frac{160\sin4\alpha\cdot160\cos4\alpha}{160}=160\sin4\alpha\cos4\alpha=80\sin8\alpha$

4 видим закономерность:

$h_1=320\sin2\alpha$

$h_2=160\sin4\alpha$

$h_3=80\sin8\alpha$

+

введем формулу высоты: $h_n=\frac{\Gamma_n}{2}\cdot\sin(2^n\alpha)\Rightarrow$

$h_5=\frac{40}{2}\cdot\sin32\alpha=20\cdot\sin\frac{32\cdot11}{24}\pi=20\cdot\sin\frac{44}{3}\pi=\cancel{20\cdot(14}$

$=20\cdot\sin(14\pi+\frac{2}{3}\pi)=20\cdot\sin\frac{2\pi}{3}=20\cdot\frac{\sqrt3}{2}=10\sqrt3$

5 $S_5=\frac12\cdot h_5\cdot\Gamma_5=\frac12\cdot10\sqrt3\cdot40=20\cdot10\sqrt3=200\sqrt3$ (м²)

Ответ: 40м и $200\sqrt3$ м²

№7 $a_1+a_2+a_3=30$

$a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)=30$

$3a_1+3d=30$

$a_1+d=10$

$a_2=10\Rightarrow h_2=\frac{S_2}{a_2}=\frac{60}{10}=6$ дм

$h_1=\frac{S_1}{a_1}=\frac{15}{a_1}$

$h_2=\frac{S_2}{a_2}=\frac{60}{a_1+d}$

$h_3=\frac{S_3}{a_3}=\frac{180}{a_1+2d}$

$\frac{h_3}{h_2} = \frac{h_2}{h_1} = q$ (т.к. высоты – геом. прогрессия)

$\frac{h_3}{h_2} = \frac{180}{a_1+2d} : \frac{60}{a_1+d} = \frac{180(a_1+d)}{(a_1+2d)\cdot 60} = \frac{3(a_1+d)}{a_1+2d} = \frac{30}{a_1+2d}$

$\frac{h_2}{h_1} = \frac{60}{a_1+d} : \frac{15}{a_1} = \frac{60a_1}{a_2\cdot 15} = \frac{4a_1}{10}$

1) $\frac{30}{a_1+2d} = \frac{4a_1}{10}$

$\frac{30}{a_3} = \frac{4a_1}{10}$

2) $a_1 + a_2 + a_3 = 30$, т.к. $a_2 = 10$, то

$a_1 + a_3 = 20$

$\begin{cases} a_1 + a_3 = 20 \\ 300 = 4a_1 \cdot a_3 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 = 20 - a_3 \\ 300 = 4(20-a_3)a_3 \end{cases}$, пусть $a_3 = x$, ~~тогд~~ $x > 10$, тогда

$300 = 4(20-x)x$

$300 = 4(20x - x^2)$

$300 = 80x - 4x^2$

$4x^2 - 80x + 300 = 0$

$D = 6400 - 4800 = 1600 = 40^2$

$x_1 = \frac{80+40}{8} = \frac{120}{8} = \frac{30}{2} = 15$, $15 > 10$ (верно)

$x_2 = \frac{80-40}{8} = \frac{40}{8} = 5$, $5 > 10$ (неверно)

$\Rightarrow a_3 = 15$, значит $a_1 = 20 - 15 = 5$

+

$S_1 = a_1 h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{15}{5} = 3$

$S_3 = a_3 h_3 \Rightarrow h_3 = \frac{180}{15} = 12$

Проверка: 5, 10, 15 составляют ариф. прог. $(10-5 = 15-10 = 5)$

3, 6, 12 составляют геом. прог $\left(\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2\right)$

Ответ: 5×3; 10×6; 15×12 дм.

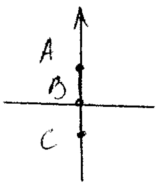
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ыЯ71-18

№3 Возьмём точки: $(1;1),(1;0),(0;1),(0;0),(-1;-1),(0;-1),(-1;0)$

X	Y	sin y − arcsin x	sin x + arcsin y	общий знак (подходит ли)	
1	1	−	+	−	
1	0	−	+	−	
0	1	+	+	+	A (0;1)
0	0	0	0	+	B (0;0)
−1	−1	+	−	−	
0	−1	−	−	+	C (0;−1)
−1	0	+	−	−	



S=0, т.к. ~~ABC~~ $B \in AC$.

(−)

Ответ: 0

№5 Разорится банк, где вклады утраивают или банк „X". Вкладчику выгодно внести всю сумму в банк со 100% годовых. В ~~ре~~ результате получит 1.200.000

Ответ: 1200000

(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант № 7082	ZS 92-23 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мясников

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 16.07.200

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. 1) Т.к. среди любых трёх линий одна должна идти в город М, то $5:3=1$ - хотя бы одна линия идет в город М среди 5 выбранных.

2) Т.к. среди любых ~~четырёх~~ трёх линий одна должна идти в поселок П, то $5:4=1$ - хотя бы одна линия идет в посело П среди 5-и выбранных?

(-)

3) $5-1-1=3$ - линии - максимальное кол-во свободных линий

Ответ: 3 линии.

№2. Т.к. ~~наименьшую~~ площадь ~~имеет~~ меньшие получитая при меньшем расстоянии от оси вращения до самой удалённой точки Δ-ка, то для наименьшей площади расстояния АО, ВО и СО - равны => => получившаяся фигура - Описанная окружность (круг), АО = ВО = СО - радиус, т. О - центр => т. О - точка пересечения перпендикуляров проведенных из середин отрезков АВ, ВС, АС.

(+)

№3. Пусть x - возраст отца, y - матери, z - сына, то:

1) $x+y+z=65$

2) $x-9+y-9+z-9=40$ - 9 лет назад

$x+y+z-27=40 \Rightarrow x+y+z=67 > 65$ на 2 => сын родился спустя 2 года от 9 лет назад => $z=7$ лет.

3) 4 года назад: $x-4=9(z-4)$

$x-4=9(7-4)$

$x-4=27$

$x=31 \Rightarrow$ отцу 31 год

(+)

Ответ: 31 год.

№4. 1) Представим циферблат в градусной мере. То:

$1м = 6^\circ \Rightarrow \frac{1}{60}ч = \frac{30^\circ}{60} = \frac{1}{2}^\circ$, то пусть $1м \cdot x = 6^\circ \cdot x$ – прошедшее кол-во минут, то

$6^\circ x - \frac{1}{2}^\circ x = 45^\circ$

$5{,}5^\circ x = 45^\circ$

~~$x = 6 \Rightarrow 6^\circ \cdot x = 1м \cdot 6 = 6м$ – прошло~~

$x = \frac{45}{5{,}5}$ – не целое, то пусть прошёл 1ч ($1ч = 30^\circ$)

2) $6^\circ x - \frac{1}{2}^\circ x - 30^\circ = 45^\circ$

$5{,}5^\circ x = 75^\circ$

$x = \frac{75}{5{,}5}$ – не целое;

3) прошло 3ч.

$5{,}5^\circ x = 105^\circ$

$x = \frac{105}{5{,}5}$ – не целое;

4) прошло 4ч

$5{,}5^\circ x = 135^\circ$

$x = \frac{135}{5{,}5}$ – не целое

5) прошло 5ч:

$5{,}5^\circ x = 165^\circ$

$x = 30 \Rightarrow 6^\circ \cdot 30 = 1м \cdot 30 = 30м$

6) $30м + 4ч + 12ч = 16ч\ 30м$ – показывают часы

Ответ: 16ч 30м.

(+)

~~№5. Составим схему работы Печкина, где ↑ – ушло, ↓ – пришло, + – грузится.~~

~~Мин~~	~~Письма~~	~~Бандероли~~	~~Посылки~~
10	↓	↑	↑
15	+	↓	↑
20	↑	+	↗
25	↙	↗	↙
30	↙	↗	+
35	+	↗	↗
40	↗	↙	↗
45	↙	+	↗
50	+	↗	↗
55	↗	↗	↗
60	↙	↗	↙
65	↙	↙	+
70	↙	+	↗
75	+	↗	↗

№5. Рассмотрим цикличность работы: Письма отходят каждые 15м, бандероли каждые 20м, посылки каждые 30м.

Почтальон работает 16 - 8 = 8 часов => 480 мин : 30м = 16 посылок отправит почтальон. Бандероли встретятся с посылкой в 55м, и ~~посылка вместе~~ бандероль сместится на 5 минут => 475мин : 20 = = 23 бандероли.

Письма в 25 мин смещ. на 5 мин, в 120 мин смещ на 5 мин, в 125м на 5м, в 145 на 5, и т.д. все время попадая на смещения от бандеролей - 17 раз => 480 - 5 - 5 - 17·5 = 385 => 385 : 15 = 25 писем

Ответ: 25 писем, 23 бандероли, 16 посылок.

№6. 1) 2^n увеличивается на разряд каждую 3-ю степень =>
$2015 : 3 = 671 + 2$.

2) $1\cdot3 + 2\cdot3 + \ldots + 671\cdot3 + 2\cdot672 = (1+2+\ldots+671)\cdot3 + 1344 = 677709$ - цифр

3) 5^n - увеличивается ~~на~~ по плану $(x+x+1+x+1)+(x+2+x+3+x+3)+\ldots$ и таких скобок. $2015 : 3 = 671$ скобка => по разрядности $1+2+2+6+2+6+6 \Rightarrow$
=> 671 - 2-йка и $(1+2+\ldots+670)$ - 6-ка

4) $1 + 2\cdot671 + \overset{670\times335}{\cancel{1346700}} = \cancel{2025751}$ 1348043 - цифр

5) $2^{2015} + 5^{2015}$ => 2025752 - знака

Ответ: 2025752 знака.

№7. Мюллер не должен такому верить, т.к. $1+9 > 4+5$ => если сигнал был бы не внутри квадрата, то до него дотянулись бы не больше 2-х датчиков при данных расстояниях => передатчик внутри квадрата.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01

№ группы

Вариант № 7082

EÜ 85-18

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Назаров

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 17.04.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

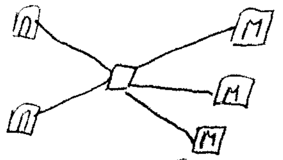
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЙ 85-18

№1

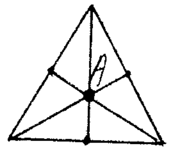


Решение: Допустим было 5 линий (как минимум задачи), тогда раз среди любых трёх — есть предприятие из г. М, то значит есть только два других предприятия, но учитывая что среди любых четырёх есть предприятие из посёлка П, то остальных может быть только 3 предприятия, значит минимум 3 предприятия М., но и максимум 3 — не П. ⇒ ⇒ 3 предприятия из г. М. Зная, что в округе минимум 5 предприятий, предположим, что 3 предприятия из М., а 2 — из П, если же в городе более 5 предприятий, то будет несоблюдаться одно из условий (не М. ≤ 2) или (не П. ≤ 3) ⇒ предприятий из других мест — нет. А следовательно из пяти линий нет таких, которые не идут в г. М. или посёлок П.

Ответ: 0.

№2

На мой взгляд надо выбрать одну точку, универсальную для любого треугольника, образующая в месте пересечения каких-либо отрезков или прямых в этом треугольнике. На мой взгляд это место — точка пересечения медиан в этом треугольнике (A):



№3

Пусть отцу было x (лет), матери y (лет), а сыну — z (лет) (9 лет назад), тогда сейчас им $(x+9)$ лет; $(y+9)$ лет и $(z+9)$ лет, а 4 года назад: отцу — $(x+5)$; сыну $(z+5)$; тогда справедливо:

$$x+y+z=40$$
$$x+9+y+9+z+9=65$$
$$\frac{x+5}{z+5}=9$$

1) $x+y+z=40$

$x+y+z+27=65 \Rightarrow x+y+z=38$ несовпадает ⇒ тогда ещё не было сына.

2) $9=\frac{x+5}{z+5}$

$z=\frac{x+5}{9}-5$

3) $x+y=40$ $(z=0)$

$x+y+18+(z+9)=65$

$58+(z+9)=65$

$z+9=7 \Rightarrow$ девять лет

назад сына не было (было -2 года)

4) $\boxed{x=40-y}$

$\frac{x+5}{2+5}=9$

$\frac{40-y+5}{-2+5}=9$

$45-y=27$

$y=18$ => матери было 18 лет, а => отцу было 40-18=22 года.

22+9= 31 год отцу сейчас.

Ответ: 31 год

+

№4

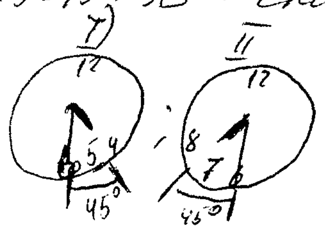
45° на часах – это 7,5 минут => целым показанием это может быть только в 00 мин; 15 мин; 30 мин; 45 мин, но: 1) в 00 мин часовая стрелка будет всегда не на 45°; т.е.  , где ↓ - часовая стрелка, а | - минутная.

2) в 15 мин часовая стрелка будет всегда удалена на $\frac{1}{4}$ деления, т.е на $\frac{30}{4}°=7,5°$; $45-7,5=37,5°$ - не образовываются отрезками по 30°.

3) 45 мин тоже не может быть, см. п. 2).

4) в 30 мин. часовая стрелка будет всегда удалена на $\frac{1}{2}$ деления, т.е на 15°

$45-15=30°$ - складывается одним отрезком в 30°.



, но нас интересует самый близкий к полудню, а это - вариант I.

Ответ: 16:30.

+

№ 5

□ – работа Печкина
Пи – письма
Б – бандероли
По – посылки
⊕ – загружено
⊖ – пустая
↓ – уехало
↑ – приехало

1) □ Пи↓⊕ Б↓⊕ По↓⊕ — 8:00 (10) (15) (25)
2) □ Пи↑ — 8:10
3) □ Пи⊕↓ Б↑ — 8:15 (10)
4) □ ⊕Б↓ — 8:20 (15)
5) □ Пи↑ По↑ — 8:25
6) □ ↓Пи⊖ ↓По⊕ — 8:30 (10) (25)
7) □ ↑Б — 8:35
8) □ ↓Б⊕ Пи — 8:40 (15)
9) □ ↓Пи⊕ — 8:45 (10)
10) □ ↑Пи ↑Б ↑По — 8:55
11) □ ⊖Пи↓ Б↓⊕ По↓⊕ — 9:00 (10) (16) (25)

16 - 8 = 8 (ч) работает Печкин.

Итог: за 1 час: 2×Пи; 2×Б; 2×По + в самом начале дня без траты времени он отправляет готовые Пи×1; Б×1; По×1.

8 · (2×Пи + 2×Б + 2×По) = 16×Пи; 16×Б; 16×По + в начале дня = 17×Пи; 17×Б; 17×По в день.

Ответ: 17 тележек с грузом каждого вида.

№ 6.

Рассмотрим 2^{2015}

1) $2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096$
$2^{13} = 8192$
$2^{14} = 16384$

Итог: алгоритм
1) степень = разряд
2) степень = ⊖
3) степень = ⊖
4) степень = ⊖
5) степень = разряд
6) степень = ⊖
7) степень = ⊖
8) степень = разряд
9) степень = ⊖
10) степень = ⊖
11) степень = разряд
12) степень = ⊖
13) степень = ⊖
14) степень = ⊖

Вывод: ~~каждые~~ 10 степеней дают + 3 разряда.

$(2015/10) \cdot 3 = (201{,}5) \cdot 3 = 60$~~…~~; 2,5 = 5 степень = 2 разряда = 605 разрядов.

Рассмотрим 5^{2015}

2) $5^0 = 1$
$5^1 = 5$
$5^2 = 25$
$5^3 = 125$
$5^4 = 625$
$5^5 = 3125$
$5^6 = 15625$
$5^7 = 78125$
$5^8 = 390625$
$5^9 = 1953125$
$5^{10} = 9765625$
$5^{11} = 48828125$

Итог: алгоритм,
1) степень = разряд
2) степень = ⊖
3) степень = разряд
4) степень = разряд
5) степень = ⊖
6) степень = разряд
7) степень = ~~разряд~~ разряд
8) степень = ~~разряд~~ ⊖
9) степень = разряд

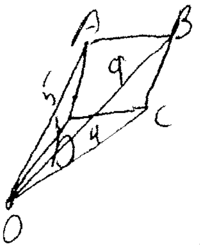
Вывод: алгоритм: каждые 3 степени дают + 2 разряда

$\left(\frac{2015}{3}\right) \cdot 2 = \left(600 + \frac{215}{3}\right) \cdot 2 = \left(671 + \frac{2}{3}\right) \cdot 2 = 1342\frac{4}{3} = 1342\frac{4}{3}$ (3 разряда) $= 1345$ разрядов

3) 605 + 1345 = 1950 разрядов.

Ответ: 1950 разрядов.

№ 7



Пусть ABCD - квадрат, O - советский радиопередатчик, тогда OD = 1км; OC = 4км; OA = 5км; OB = 9км.

1) Рассмотрим ΔAOB в нём

$OB = 9$, но ~~по~~ по свойству: $OB < OA + AB$

$9 < 5 + AB$

$AB > 4$

2) Рассмотрим ΔBOC в нём:

$OB = 9$, но по св.: $OB < OC + BC$

$9 < 4 + BC$

$BC > 5$

3) Рассмотрим ΔDOC в нём:

$OC = 4$; $OD = 1 \Rightarrow DC < 5$

4) Рассмотрим ABCD - квадрат,

по опр.: $AB = BC = CD = AD \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = DC$, но $BC > 5$, а $DC < 5$ (по п.4 п.3) $\Rightarrow$ получили противоречие

$\Rightarrow$ такого Δ-ника не существует

$\Rightarrow$ Мюллер не должен верить сообщению.

Ответ: нет, не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ЙЦ 49-60 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Назипова

ИМЯ Диана

ОТЧЕСТВО Рамисовна

Дата рождения 09.07.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7/12

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИЦ 49-60

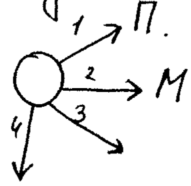
Задание №1.

Дано:
среди $\forall 3 \to$ М
среди $\forall 4 \to$ П

Могут ли быть < 5

Решение

1) Пусть линий меньше 5, например, 4.



, т.к. среди любых 4-х найдется одна в П.; возьмем оставшиеся 3 линии, среди них $\forall 3 \to$ М. Мы можем взять линии 1 и 3 и 4 => 3 или 4 тоже будут вести в М => может быть меньше 5 линий.

3 быть не может, т.к. окажется или может оказатся так, что не будет линии, которая поведет в город П. (поселок П.)

б)

+

Задание №2

Дано:
$tgx; tg2x$

Найти:
$x - ?$

Решение:

$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$ (где $\cos x \neq 0$)

① $tgx = 0$, при $x = 0^\circ$ => подходит: $2015^{tg 0^\circ} = 1$

② $tgx = 1$, при $x = 45^\circ$ => подходит: $2015^{tg 45^\circ} = 2015$

③ $tgx = -1$, при $x = -\frac{\pi}{4}$ => $2015^{tg(-\frac{\pi}{4})} = \frac{1}{2015}$

$tg2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ ($\cos 2x \neq 0$) $tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

① $tg2x = 0$, при $x = 0^\circ$ => $2015^{tg0} = 1$

② $tg2x = 1$, при $x = 22{,}5^\circ$ => под tgx не подходит.

Ответ: tgx и $tg2x$ являются вместе целыми числами при $x = 0^\circ$. => $2015^{tg0} = 1$. +

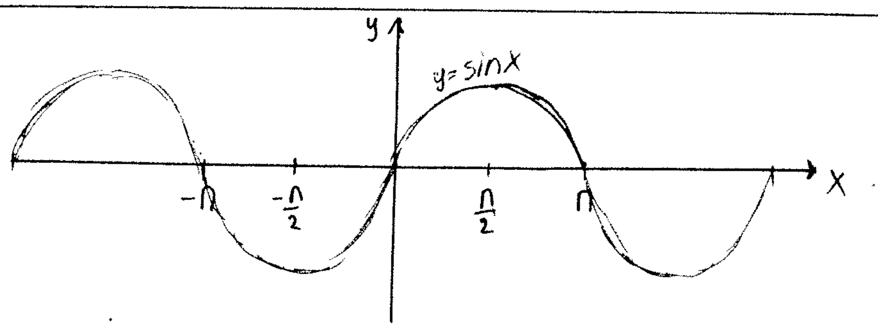
Задание №3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

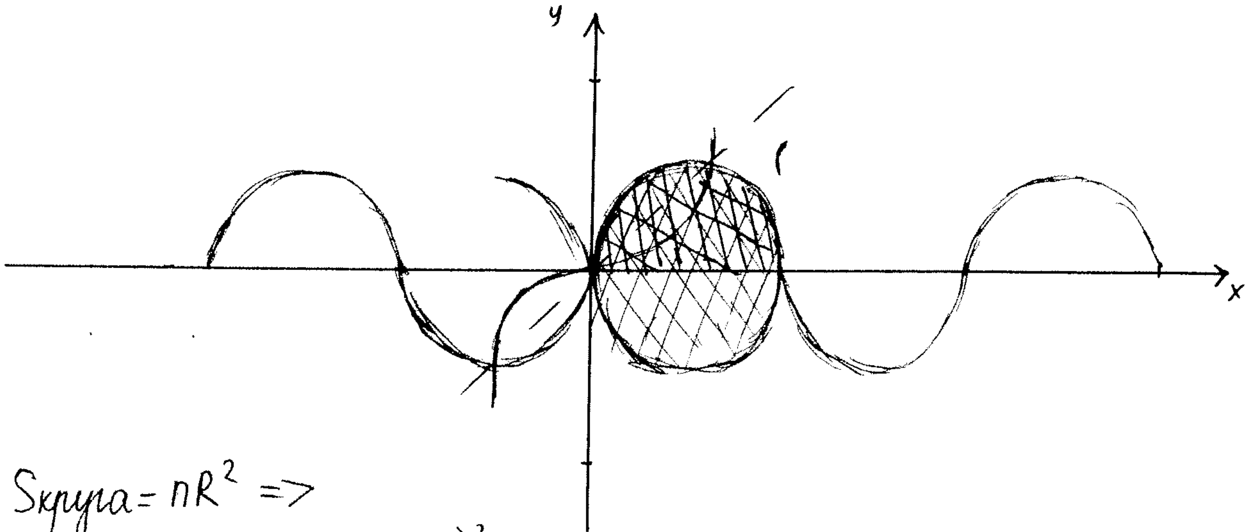
Пусть $\sin y - \arcsin x$
$\sin x + \arcsin y = t$, тогда чтобы выражение было больше либо равно нулю должно выполнят. система:

Выдан 1 доп. лист

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x \cdot y \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leqslant 0 \\ y \leqslant 0 \end{cases}\end{array}\right.$$



Построим график:



$S_{круга} = \pi R^2 \Rightarrow$

$S_{пол\ круга} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi^3 \cancel{2}}{\cancel{4}\,2} = \frac{\pi^3}{2}$

$\ominus$

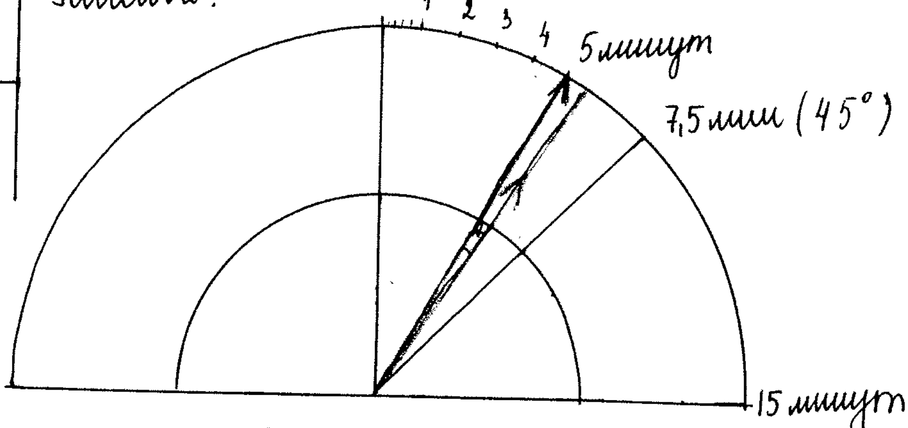
Ответ: $S = \frac{\pi^3}{2}$

Задача №4

Дано:
$\angle = 2°$

Найти:
t - ?

Решение:



$\frac{7{,}5 мин}{x} = \frac{45°}{2°} \quad x = \frac{1}{3}$ (x - время)

$\ominus$

Ответ: прошло 5 минут : 12:05

№5

Логично, что ИИ нужно положить в банки равные суммы, т.к. он не знает в каком банке ×3; ×2; прогорит => нет смысла ложить разные суммы, т.к. при плохом исходе прогорит с большим кол-вом денег. Пусть три суммы, которые он вложил x, x, x, тогда получатся через год: $3x; x; x$. При худшем исходе прогорит $3x$:

$x \quad x \quad x$

$\cancel{3x} \quad 2x \quad x$ } остается $x+2x=3x$ и

ложил он в начале $x+x+x=3x$ => сумма осталась прежней.

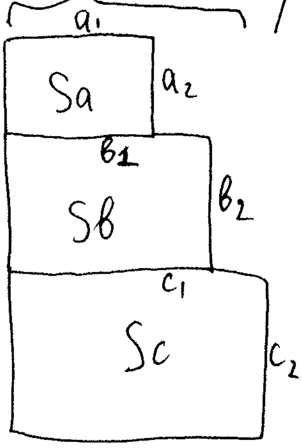
Ответ: 600000.

№6

Дано:
$S_a=15$ дм²
$S_b=60$ дм²
$S_c=180$ дм²
$l=30$ дм

Найти: размеры

Решение: геометрическая



l (арифметическая прогрес.)

~~$a_n=a_1+d(n-1)$~~
~~$a_3=5+$~~

Нам нужно чтобы выполнялось 2 услов =>

15	3	60	3	180	3
5	5	20	5	60	3
1		4	2	20	5
		2	1	4	2
		0		2	2
				0	

=> либо арифм на 5, либо на 3. (т.к в разлож у всех есть 3 и 5)

$S_n=30$ дм

$б+(б+d)+(б+d+d)=S_n$

$3б+3d=30$

$б+d=30$

$a_1\cdot a_2=15$
$b_1\cdot b_2=60$
$c_1\cdot c_2=180°$

Пусть $a_2=3$ $b_2=7$ $b_3=13$
$a_1=5$ $b_1=\frac{60}{7}$ $c_1=\frac{60}{13}$ ↓ не геомет.

Пусть $a_2=5$, тогда $b_2=10$; $c_2=15$ => $a_1=3$; $b_1=6$; $c_1=12$ — а это геометр. прогрес $b_n=c_1\cdot q^{n-1}$

$b_2=3\cdot 2^1=6$ $(b_2=c_1)$

Ответ: 3 на 5; 6 на 10; 12 на 15

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ49-60

N6.

Дано:

$a = 640$ м

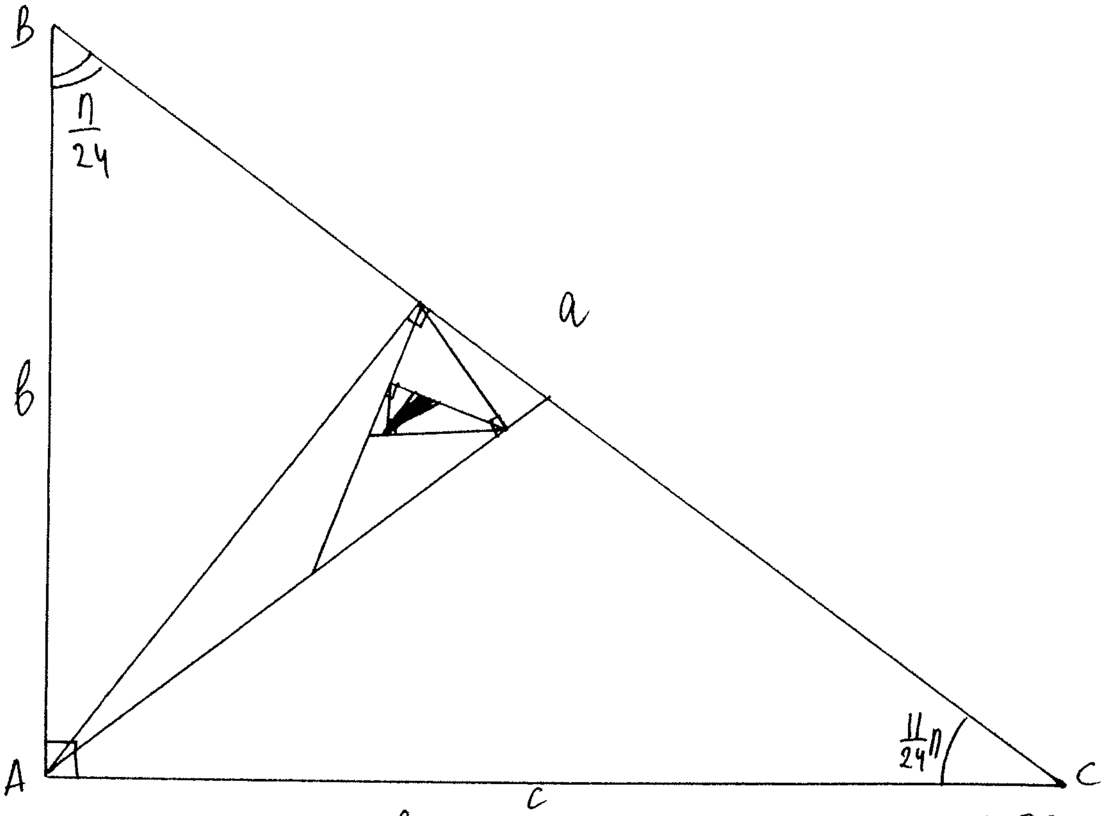
$h = \frac{11}{24}\pi$

Найти:

шп. 5Δ - ?

$S_{5\Delta}$ - ?

Решение:



1) Пусть гипотенуза первого a, то гипотенуза последующего будет уменьшатся в два раза ⇒

$a_2 = 320$ м

$a_3 = 160$ м

$a_4 = 80$ м

$a_5 = 40$ м

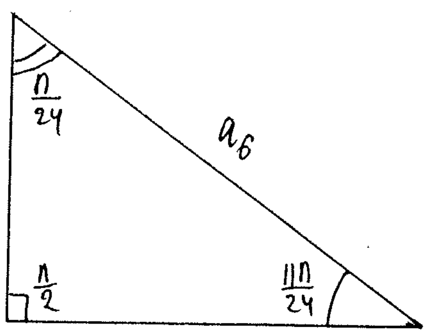
$a_6 = 20$ м

⇒ гипотенуза последнего 20 м.

Δ будут подобны по трём углам ?

2) $S_\Delta = \frac{1}{2} b \cdot c$ (b и c - катеты)

$\angle ABC = \pi - \frac{11\pi}{24} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{24}$ (т.к. сумма углов 180°)



~~$a_5^2 + b_5^2 = a_5^2$~~

~~360 + 40~~

$S_\Delta = 80$ м^2

Ответ: 20 м; 80 м^2

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 55-17

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ НАУМОВ

ИМЯ ВЛАДИМИР

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 17.12.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вю

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

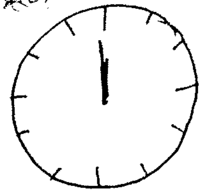
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

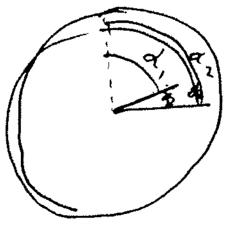
ВАРИАНТ: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 55-17

Выдан доп. лист

№ 4





$|\alpha_1 - \alpha_2| = 2^0$

α_1 - угол отклонения часовой стрелки от начального положения

α_2 - угол отклонения минутной стрелки от начального положения ($\alpha_2 \leq 360^0$)

N - число минут, прошедших с полудня ($N \in Z$)

$$\alpha_1 = \frac{N}{60} \cdot \frac{\cancel{360}^{30}}{\cancel{12}} = \frac{N}{2}$$

$$\alpha_2 = \frac{N}{60} \cdot 360 - 360x,$$ где x - число полных часов ($x \in N$)

$$\alpha_2 = 6N - 360x$$

$$|6N - 360x - \frac{N}{2}| = 2^0$$

$$11N - 720x = 4^0 \qquad 11N - 720x = -4^0$$

$$N = \frac{4^0 + 720x}{11} = 65x + \frac{5x+4}{11} \qquad N = \frac{720x - 4^0}{11} = 65x + \frac{5x-4}{11}$$

минимальное $x = 8$ минимальное $x = 3$

$$N = 65 \cdot 3 + 1 = 196 = 180 + 16$$

Ответ: часы показывают 3 часа 16 минут (15:16).

№ 6

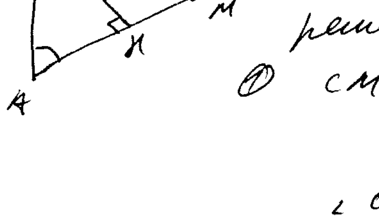
Дано: $\triangle ABC$ - прямоуг

$\angle B = \frac{11}{24}\pi = \alpha$

$BC = 640$ м

B_5C_5 - ?

$S_{A_5B_5C_5}$ - ?



решение:

① $CM = MB = MA$ ($\triangle ABC$ - прямоуг).

$\angle CBM = \angle BCM$

$\angle CAM = \angle MCA$

$\angle CMB = 180^\circ - (180^\circ - 2\angle CBM) = \cancel{180^\circ - 90^\circ + \angle CBM}$

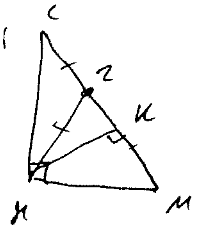
$\Downarrow$

$\angle CMH = 2\alpha$

$\Downarrow$

$\angle HCM = 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \frac{11}{12}\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{11}{12}\pi$

② $\triangle CHM$



$\angle CZH = 180^\circ - 2\angle HCM = 180^\circ - 2(90^\circ - 2\alpha) =$

$= 180^\circ - 180^\circ + 4\alpha = 4\alpha$

$\angle HZK = 180^\circ - \angle CZH = 180^\circ - 4\alpha$

$\Downarrow$

$\angle A_5 = \cancel{2\pi - 8\alpha = \pi + \frac{\pi}{2} - \frac{11}{12} \cdot 8\pi}$

$450 + 16\alpha =$

$= 2\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{16 \cdot 11}{24}\pi =$

$\Downarrow$

+

③ $CM = \frac{1}{2}AB$ (CM - мед; $\triangle ABC$ - прямоуг) $\angle A_5 = \frac{\pi}{3} = 60$

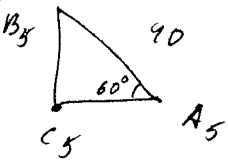
$HZ = \frac{1}{2}CM$ (HZ мед; $\triangle HCM$ - прямоуг)

аналогично

$A_5B_5 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 AB = \frac{640}{16} = 40$

④

$\triangle A_5B_5C_5$



$C_5A_5 = 20$

$C_5B_5 = 20\sqrt{3}$

$S_{A_5B_5C_5} = 400\sqrt{3}\,\frac{1}{2} = 200\sqrt{3}$

Ответ: $A_5B_5 = 40$

$S_{A_5B_5C_5} = 200\sqrt{3}$

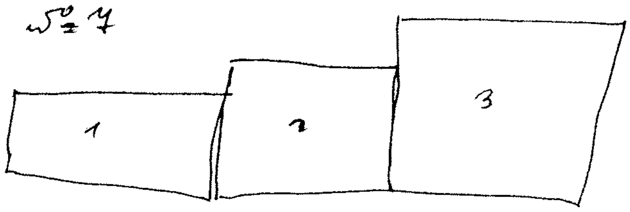
№ 5

Так, как вероятность всех событий одинакова, нужно положить во все 3 банка одинаковую сумму (200000 руб).

Тогда через год он получит 1000000 рублей.

не доказано оптимальность такого решения.

№7



пусть длины прямоуг равны соответственно $a_1; a_2; a_3$; а высоты $h_1; h_2; h_3$, тогда

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + b, \text{ где } b\text{ - разность арифм прогрессии.} \\ a_3 = a_1 + 2b \\ h_2 = h_1 q, \text{ где } q\text{ - делитель геометрической прогрессии} \\ h_3 = h_1 q^2 \\ a_1 \cdot h_1 = 15 \\ a_2 \cdot h_2 = 60 \\ a_3 h_3 = 180 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} 3a_1 + 3b = 30 \\ a_1 \cdot h_1 = \cancel{60}\,15 \\ (a_1+b) \cdot h_1 q = \cancel{180}\,60 \\ (a_1+2b)\, h_1 q^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (10-b)\,h_1 = \cancel{6}\,15 \\ 10 \cdot h_1 \cdot q = 60 \\ (10+b)\,h_1 \cdot q^2 = 180 \end{cases}$$

$a_1 + b = 10$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} 4(10-b)(10+b) = 300 \\ 400 - 4b^2 = 300 \\ 4b^2 = 100 \\ b = 5 \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} \dfrac{(10+b)\,q}{10} = 3 \\ \dfrac{10-b}{10q} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$a_1 = 10 - b = 5 \Rightarrow h_1 = 3$

$a_2 = 10 \Rightarrow h_2 = 6$

$a_3 = 15 \Rightarrow h_3 = 12$

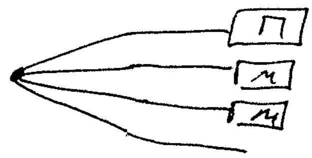
Ответ: $a_1 = 5$; $h_1 = 3$

$a_2 = 10$; $h_2 = 6$

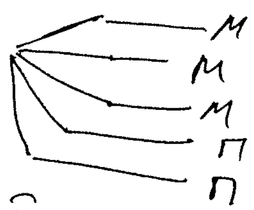
$a_3 = 15$; $h_3 = 12$

⊕

№1 Так, как обязательно среди четырех любых должны быть линия поселка П, минимальное число линий равно 4, среди них должна быть хотя бы одна линия П, а значит оставшиеся линии могут ~~вести~~ вести в М или другое место. Так как среди любых трех линий есть хотя бы одна М, из трех оставшихся две ведут в М и получается следующая схема



Возьмем пять линий. Следовательно две из них должны вести в П, чтобы выполнялось условие. Все оставшиеся линии должны вести в М, так, как если будет одна пустая, то при выборе двух линий П и пустой линии условие на линии М выполняться не будет. Получается подобная схема.



При кол-во линий более пяти, число П линии должно быть больше двух, а значит не будет выполняться условие на линию М. Значит линий не может быть больше пяти.

Ответ: Да, линий может быть меньше пяти.

Нет, такие линии не найдутся.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

НЯ 51-76

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ НЕСТЕРОВА

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 06.12.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МНест

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

x? $tg\,x \in Z$, $tg\,2x \in Z$. ; $2015^{tg\,x}$

1). $tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$ – из формулы двойного угла.

Из условий нам понятно, что $tg\,x \in Z$, $tg\,2x \in Z$. Тогда найдем такие $tg\,x \in Z$ ($tg\,x \neq 1$, $tg\,x \neq -1$), что $tg\,2x \in Z$

I Пусть $tg\,x = 0$. тогда $tg\,2x = \frac{2\cdot 0}{1-0} = 0$

II Пусть $tg\,x > 1$, $tg\,x \in Z$. , тогда $tg\,2x \notin Z$.

Например $tg\,x = 2$ $tg\,2x = \frac{4}{1-4} = -\frac{4}{3}$

При увеличении $tg\,x$ $tg\,2x$ будет уменьшаться и будет дробью, так как степенная функция в знаменателе будет расти быстрей линейной функции в числителе.

То же самое будет и с $tg\,x < -1$, $tg\,x \in Z$

Значит, возможно только одно значение тангенса $tg\,x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$

2) $2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$.

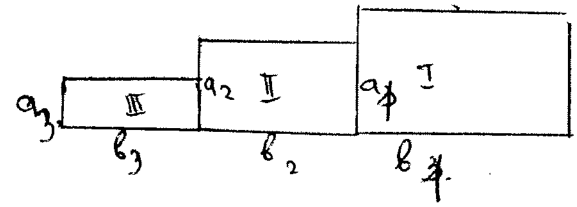
Ответ: 1) $x = \pi n, n \in Z$ 2) 1.

+

№7

Пусть b_1, b_2, b_3 – длины пьедесталов I, II и III мест соответственно; a_1, a_2, a_3 – высоты I, II и III мест. (a_n) – геометрическая прогрессия, (b_n) – арифметическая ~~геометрическая~~ прогрессия. $S_3 = 15$ (дм²), $S_2 = 60$ (дм²), $S_3 = 180$ (дм²)

$b_1 + b_2 + b_3 = 30$ дм.



1) Т.к. (b_n) – арифметическая прогрессия, то b_3; $b_2 = b_3 + d$, $b_1 = b_3 + 2d$ $(b_n = b_3 + d(n-1))$, d – разность (b_n)

2). Т.к. (a_n) – геометрическая прогрессия, то a_3; $a_2 = a_3 \cdot q$; $a_1 = a_3 \cdot q^2$ $(a_n = a_3 q^{n-1})$, q – знаменатель (a_n)

3) Из условия $b_1 + b_2 + b_3 = 30$, т.е. $b_3 + 2d + b_3 + d + b_3 = 30$

$b_3 + d = 10$ (1)

$S_3 = a_3 \cdot b_3 = 15$ $\quad a_3 \cdot b_3 = 15$ (2)

$S_2 = a_2 \cdot b_2 = 60$ $\quad a_3 \cdot q(b_3 + d) = 60$ (3)

$S_1 = a_1 \cdot b_1 = 180$, т.е. $a_3 q^2 (b_3 + 2d) = 180$ (4)

4) Из (1), (2), (3) и (4) составим систему

$$\begin{cases} b_3 + d = 10 \\ a_3 \cdot b_3 = 15 \\ a_3 \cdot q(b_3 + d) = 60 \\ a_3 \cdot q^2 (b_3 + 2d) = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} b_3 + d = 10 \\ a_3 \cdot b_3 = 15 \\ a_3 \cdot q \cdot 10 = 60 \\ a_3 \cdot q^2 \cdot (10 + d) = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 \cdot q = 6 \\ b_3 + d = 10 \\ a_3 \cdot b_3 = 15 \\ 6(10 + d) q = 180 \end{cases} \quad (\underline{a_2 = a_3 \cdot q = 6})$$

Т.к. $a_3 \neq 0$, $q \neq 0$, то

$$\begin{cases} a_3 q = 6 \\ b_3 + d = 10 \\ a_3 \cdot b_3 = 15 \\ (10 + d) q = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{a_3 q}{a_3 b_3} = \dfrac{6}{15} \\ a_3 q = 6 \\ \cancel{a_3 b_3 = 15} \\ b_3 + d = 10 \\ (10 + d) q = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{q}{b_3} = \dfrac{2}{5} \\ a_3 \cdot q = 6 \\ b_3 + d = 10 \\ (10 + d) q = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} q = \dfrac{2 b_3}{5} \\ a_3 \cdot q = 6 \\ b_3 + d = 10 \\ (10 + d) \cdot \dfrac{2 b_3}{5} = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \\ b_3+d=10 \\ 2b_3\cdot 10+2b_3\cdot d=150 \end{cases} \begin{cases} q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \\ b_3+d=10 \\ \cancel{20b_3+2b_3(10-b_3)=150} \\ 20(10-d)+2(10-d)d=150 \end{cases} \begin{cases} q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \\ b_3+d=10 \\ \cancel{20b_3+20b_3-2b_3^2=150} \\ 200-20d+20d-2d^2=150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \\ b_3+d=10 \\ 2d^2=50 \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} d=5 \\ d=-5 \end{array}\right. \\ q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \\ b_3+d=10 \end{cases}$$

т.к (b_n) - возрастающая, потому что длины увеличиваются, то

$$\begin{cases} d=5 \\ b_3+5=10 \\ q=\frac{2b_3}{5} \\ a_3\cdot q=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=5 \\ b_3=5 \\ q=\frac{2\cdot 5}{5} \\ a_3\cdot q=6 \end{cases} \begin{cases} d=5 \\ b_3=5 \\ q=2 \\ a_3=3 \end{cases}$$

Также в ходе решения системы, получилось, что $a_2=6$ (дм)

5) $b_2=5+5=10$ (дм)

$b_1=5+5\cdot 2=15$ (дм)

$a_2=3\cdot 2=6$ (дм)

$a_1=3\cdot 2^2=12$ (дм)

+

Ответ: размер I места длина: 15 дм, высота 12 дм
размер II места длина 10 дм, высота 6 дм
размер III места длина: 5 дм, высота 3 дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

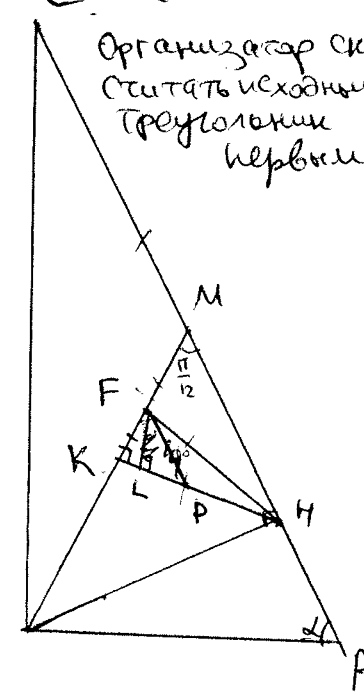
Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЫЯ51-76

№ 6

Дано
$\triangle ABC$
$\angle B = 90^\circ$
$\angle BAC = \alpha = \frac{11}{24}\pi$
$AC = 640$м

$S_{5\triangle}$, гипотенузу $_{5\triangle}$

Решение ~~так как в условиях не очень ясно, то я~~ судя по всему $\triangle ABC$ — первый



Организатор сказал считать исходный треугольник первым

1) $\alpha = \frac{11}{24}\pi = 82{,}5^\circ$ — α - больший угол в $\triangle ABC$

2) Пусть $\triangle BHM$ — второй ~~первый~~ треугольник. BM - медиана, BH — высота $\triangle ABC$

Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе равна половине гипотенузы.

Те $BM = \frac{AC}{2} = 320$

3) $\triangle ABM$ — равнобедренный с основанием AB

$\angle BMA = 180^\circ - 2\angle BAM = \pi - 2\alpha = \pi - 2\cdot\frac{11}{24}\pi = \pi - \frac{11}{12}\pi = \frac{1}{12}\pi$

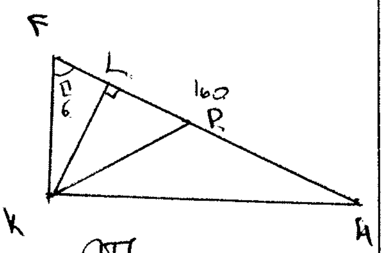
4) $HK \perp BM$, HF — медиана $\triangle BHM$. $\triangle KFH$ — ~~второй~~ третий

В $\triangle HKF$ $HF = \frac{BM}{2} = 160$

5) $\triangle MFH$ — равнобедренный с основанием MH.

т.е. $\angle KFH = 180^\circ - \angle MFH = 180^\circ - 180^\circ + 2\cdot\angle MFH = \frac{\pi}{6}$

6) $KL \perp FH$, KP — медиана $\triangle FKH$



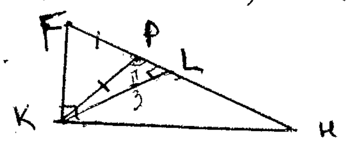
$\triangle KLP$ — ~~третий~~ четвертый, $KP = \frac{KH}{2} = 80$

$\triangle FPK$ - равнобедренный

$\angle FPK = 180^\circ - 2\cdot\angle KFP = 180^\circ - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

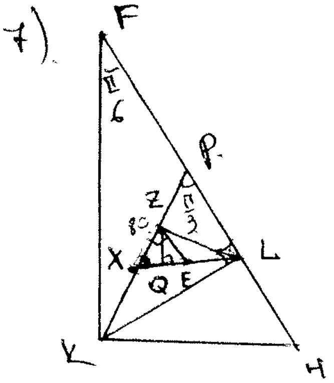
но $\angle FPK < 90^\circ$, тк $\triangle PLK$ — прямоугольный,

значит:



$\angle FPK$ - внешний, те $\angle KPL = \frac{\pi}{3}$

7).



LX – медиана ΔKPL

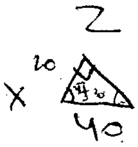
$LZ \perp PK$

ΔLZX – ~~четвертый~~ пятый

$LX = \frac{PK}{2} = 40$

ΔPXL равнобедренный с основанием PL.

т.е. $\angle PXL = \pi - 2\angle XPL = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$



Катет, противолежащий углу в 30° равен половине гипотенузы $ZX = 20$. $S = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 20\cdot \sin 60^\circ = 20\cdot 20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$

8) $ZQ \perp XL$, ZE – медиана ΔZXL

ΔZQE – пятый

$ZE = \frac{1}{2}XL = 20$

явный проход

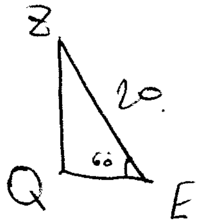
ΔZXE – равнобедренный с основанием XZ

$\angle ZEX = \pi - 2\angle ZXL = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

+

9). ΔZEQ

ZE – гипотенуза, $ZE = 20$



$\angle ZEQ = \frac{\pi}{3}$, $\angle QZE = \frac{\pi}{6}$. Катет, противолежащий углу 30° равен половине гипотенузы

т.е. $\frac{1}{2}ZE = QE$

$QE = 10$

$S_{ZQE} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10\cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 200 = 50\sqrt{3}$

Ответ: ~~20 м, $50\sqrt{3}$ м²~~ 40 м; $200\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

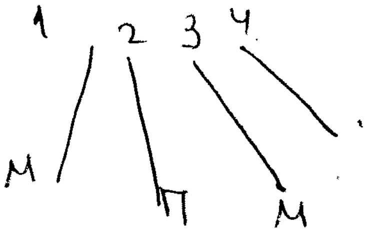
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЯ51-76

№1.

1) Так как среди четырех есть ровно одна линия, ведущая в П, а среди любых трех, ведущая в М, то при количестве линий равном 4. все условия выполняются. Т.е. число всех линий может быть меньше пяти

Например,



нужно хотя бы две линии в М и хотя бы одна в П, чтобы все выполнялось. Одна линия может не вести на в М, ни в П.

2) Если количество линий больше 5, то среди каждых пяти есть хотя бы одна линия в П (так как в каждых четырех есть линия в П) и хотя бы одна линия в М (так как в каждых трех есть линия в М). Значит, найдется хотя бы одна не ведущая ни в П, ни в М. Например, если линий 6, то хотя бы 3 ведут в М, хотя бы две в П

и может остаться одна линия ведущая не в П и не в М.

Если n-число всех линий, то в М ведут ~~хотя бы~~ n div 3 + 1, а в П n div 4 + 1. чтобы выполнились условия, тогда может остаться линия не ведущая в М и П. Ответ: может найдутся

+

№5.

1) Если в каждый из банков положить третью долю первоначального вклада, то доход будет максимален. (надо доказать)

Пусть $600000 = x$. $\frac{x}{3}$ - в I банк, $\frac{x}{3}$ - во II банк, $\frac{x}{3}$ в III банк

Тогда при любом ходе событий у Ивана будет $3 \cdot \frac{x}{2} + 2 \cdot \frac{x}{3} + 0 = x + \frac{2x}{3}$

Доход будет $\frac{2x}{3} = \frac{2 \cdot 600000}{3} = 400000$ (р.)

2) Если какую-то часть от вклада хранить дома, то на эту часть не будут действовать проценты (сумма в банках будет меньше) т.е. и доход будет меньше. Пусть 300000 - дома, 300000 = x. Тогда после банков 500000 + 300000 = 800 тыс. т.е. доход 200 тыс.

3) Если класть в каждый из банков не равную сумму, то в худшем случае "сгорит" большая доля, т.е. доход будет меньше, чем в 1) или же его вообще может не быть

Пусть $x = 600000$, доли $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{6}$

В худшем случае либо $\frac{x}{2} \cdot 0 + \frac{2x}{3} + \frac{3x}{6} = \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{7x}{6}$ доход: $\frac{x}{6} = 100$ тыс.

либо $\frac{x}{2} \cdot 0 + \frac{3 \cdot x}{3} + \frac{2 \cdot x}{6} = x + \frac{x}{3}$ — доход 200 тыс.

Ответ: 400000 рублей

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	РЮ 61-15	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Вариант № 4082	шифр

ФАМИЛИЯ Николаева

ИМЯ Марина

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 03.03.2000 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ниш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

⑤ Известно что Печкин работает с 8:00 до 16:00, значит, он всего работает 16:00 - 8:00 = 8 часов.
Тележка писем уезжает на 10 мин, а затем Печкин должен погрузить на нее письма за 5 мин, значит за 1 час тележка с письмами приезжает 4 раза:
в 8:10, 8:25, 8:40, 8:55.
Тележка с бандеролями за 1 час приезжает ~~2~~ 3 раза:
в 8:15, 8:35, 8:55.
Тележка с посылками за 1 час приезжает 2 раза:
в 8:25, 8:55.
Значит, за 1 час приезжают 9 тележек, но есть такие, кот приезжают в одно время. Значит за 1 час Печкин отправляет с грузом тележки:
в 8:00 одновременно все три тележки каждого вида, затем в 8:~~20~~15 - с (бандеролями) письмами, в 8:20 - с бандеролями, в 8:25 приходят 2 тележки: с письмами и с посылками, т.к. реже приходить тележка с посылками, значит в 8:30 Печкин отправляет с грузом тележку с посылками. В 8:40 - с бандеролями, в 8:45 - с письмами, в 8:55 приходят все 3 вида, т.к. реже приходят с посылками, то в 9:00 Печкин отправляет с грузом тележку с посылками. Итак, за 1 час, не считая начала рабочего дня, Печкин отправляет 6 тележек с грузом, причем по 2 каждого вида. В конце дня в 16:00 он не будет отправлять посылку, т.к. рабочий день кончится.

За один рабочий день Печкин отправил тележек с письмами груженых 2·8 + 1 (в начале дня) = 17 тележек, груженых тележек с бандеролями 2·8 + 1 (в начале дня) = 17 тележек, груженых тележек с посылками 2·8 + 1 (в нач. дня) - 1 (в конце дня) = 16 тележек.

Ответ: 17 тележек с письмами;
17 тележек с бандеролями;
16 тележек с посылками.

③ Семья состоит из отца, матери, сына. Сумма их возрастов равна 65. 4 года назад отец был старше в 9 раз своего сына. А 9 лет назад сумма членов семьи составляла 40 лет, из условия задачи ясно, что 9 лет назад сына еще не было, значит, 40 лет – это сумма возрастов отца и матери 9 лет назад. По условию задачи составим систему уравнений:

x – возраст отца сейчас
y – возраст матери сейчас,
z – возраст сына сейчас

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x-9+y-9=40 \\ x-4=9(z-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y=58 \\ x-4=9z-36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=65-58=7 \\ x=58-y \\ x-4=63-36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=7 \\ y=27 \\ x=31 \end{cases}$$

Отцу 31 год, матери 27 лет, сыну 7 лет.
Ответ: отцу 31 год.

④ Угол 12ч и 1ч составляет $360°:12=30°$.
Минутная стрелка $30°$ проходит за 5 минут, значит, одну минуту она проходит за $30°:5=6°$.
Часовая стрелка $30°$ проходит за 1 час = 60 мин, значит за одну минуту она проходит $30°:60=0,5°$.
Спустя две минуты, угол между часовой и минутной стрелок составил $6°\cdot2-0,5°\cdot2=11°$, через 4 минуты – $22°$, через 6 минут – $33°$, через 8 минут – $44°$. А нам нужно получить угол в $45°$, не хватает еще $1°$, минутная стрелка проходит $6°$ за ~~1~~ минуту, значит, $1°$ за 10 секунд.
Мы получили угол в $45°$, когда часы будут показывать 12ч. 8 мин. (10 сек)
Ответ: 12ч 8 мин.

⑦ Пусть радиостанции находятся в точках A, B, C, D, получается квадрат ABCD, AB = BC = CD = AD, ∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°.
Советский радиопередатчик находится в (.) E, вне квадрата. Пусть точка E является продолжением прямой AB.
Самое близкое расстояние это от B до E, значит оно будет равно 1., AE = 4, EC = 5, DE = 9.
Если AE = 4, BE = 1, то AB = 4 - 1 = 3.
У нас получились прямоугольные треугольники

$\triangle CBE$, $\triangle AED$.
По теореме Пифагора $a^2+b^2=c^2$.
Значит, $CB^2+BE^2=CE^2$, подставляем числа:
$8^2+1^2\neq5^2$ - не верно.
$AD^2+AE^2=DE^2$,
$3^2+4^2\neq9^2$ - не верно
Значит, Мюллер не должен верить такому сообщению.
Ответ: нет, не должен.

(1)
И не в город М, и не в город П, не может идти только одна линия, ММПНМ - 5 линий, среди любых 3-х есть линия, идущая в М, среди любых четырех МНИМ - нет П.
Чтобы среди любых 3-х была хотя бы в М, нужно, чтобы других линий было не больше 2, а чтобы среди любых 4-х линий была хотя бы в П, нужно, чтобы других линией было не больше трех, исходя из этого у нас получается МММПП, если мы добавим хотя бы одну Н, то не будет соответствовать условию задачи.
Ответ: максим. кол-во 0.

(2) Ответ: ось вращения должна проходить через точку, находящуюся на середине отрезка средней линии треугольника, чтобы площадь образуемой при этом фигуры была наименьшей.

(6) Можно заметить закономерность, что первые три ответа степеней числа 2 однозначные, вторые три - двузначные, третьи три - трехзначные, четвертые четырехзначные. Значит 2^{2015} в ответе имеет:
$2015:3=671$ (ост. 2)
$671:4=164$ (ост. 3)
$671-167-3+2=509$ чисел (знаков)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр BF 50-74

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Нименко

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 27/12/1997 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2.

• $\begin{cases} tg x \in \mathbb{Z} \\ tg 2x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ Переберем стандартные (табличные) значения углов, при которых $tg x \in \mathbb{Z}$:

1) $tg(\pi k) = 0$, $k \in \mathbb{Z}$

2) $tg(\frac{\pi}{4} + \pi q) = 1$, $q \in \mathbb{Z}$

3) $tg(-\frac{\pi}{4} + \pi n) = -1$, $n \in \mathbb{Z}$

Исходя из данных значений, определим при каких значениях (целых) $tg x$, $tg 2x$ также является целым числом:

1.) $tg(2\pi k) = 0 \to$ явл., $k \in \mathbb{Z}$

2.) $tg(\frac{\pi}{2} + 2\pi q) \in \varnothing$

3) $tg(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n) \in \varnothing$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Представим $tg x$ и $tg 2x$ в виде $\frac{\sin x}{\cos x}$ и $\frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ соот-но. $\frac{\sin x}{\cos x} \in \mathbb{Z}$ (*) т.и т.т.к. $\sin x \in \mathbb{Z}$, $\cos x$ $\neq 0$ и является несократ. дробью $\in[-1;1]$ равным действ. числ. (с разн. знамен-м) $\Rightarrow$ $\sin x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, а $\cos x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Так как это достигается только при $\sin x = 0$, а $\cos x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, то $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

• $2015^{tg x} = 2015^{tg(\pi k)} = 1 = 2015^0$

Ответ: 1) $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

2) 1.

(*) И при этом выполняется основ-е тр-е тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

№4.

$V_{мин}$ - скорость минутной стрелки, $\frac{град}{мин}$

$V_{час}$ - скорость часовой стрелки, $\frac{град}{мин}$.

k $(k \in \mathbb{Z})$ - время, мин

2° - расстояние между стрелками

① 12:00

$k(V_{мин} - V_ч) = 2^\circ$

$k = \frac{4}{11} \Rightarrow k \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ встреча произошла после 13:00.

~~2/(13:04)~~ Рассчитаем скорость ~~удаления~~ сближения стрелок:

$V_{мин} - V_ч = \frac{11}{2}$ $\frac{град}{мин}$.

② 13:00

$30^\circ - k \cdot \frac{11}{2} = 2^\circ \quad k = \frac{56}{11} \notin \mathbb{Z}$

③ 14:00

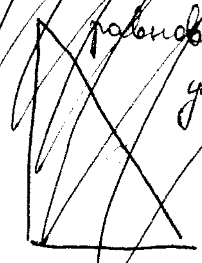
$60^\circ - k \cdot \frac{11}{2} = 2^\circ \Rightarrow k = \frac{58 \cdot 2}{11} \notin \mathbb{Z}$

④ 15:00

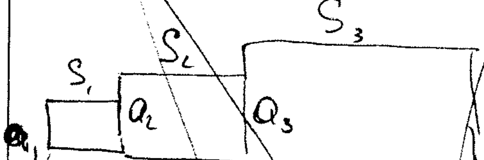
$90^\circ - k\frac{11}{2} = 2^\circ \Rightarrow k = \frac{88 \cdot 2}{11} = 16 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ на часах 15:16.

Ответ: $\boxed{15:16}$ +

~~№5 Сказано, ясно 1. Медиана в пр-ке "отсекает" 2 равновел. пр-ка; 2. Высота в п/у пр-ке из прямого угла делит его на 2 подобных исходному~~



№7



$$\begin{cases} S_1 + S_2 + S_3 = 30 \\ a_1 S_1 = 15 \\ a_2 S_2 = 60 \\ a_3 S_3 = 180 \end{cases}; \quad S_1 + S_1 + d + S_1 + 2d = 30 \Rightarrow S_1 + d = 10 = S_2$$

$a_2 = a_1 q = 6$

~~$\Rightarrow 120q - 15q^2 - 180 = 0$~~

$$\begin{cases} q = \frac{2}{a_1} \\ d = 10 - S_1 \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 S_1 = 15 \\ a_1 q(S_1 + d) = 60 \\ a_1 q^2(S_1 + 2d) = 180 \end{cases}$$

$\Rightarrow q = 12$ ① ① : $a_1 q = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{6} \Rightarrow S_1 = 90 \Rightarrow d < 0 (-80) \Rightarrow S_3 < 0$ не подходит.

4 ② ② : $a_1 q = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 30 \Rightarrow d = 0$

№5 Известно, что нас ждет ~~…~~ самый плохой ход событий => Во все банки выгоднее положить ровную сумму денег, чтобы доход возрос в 5/3 раз. => Мы кладем в каждый из банков по 200.000 руб. По прошествию года 1 банк отдаст нам 400000, другой 600000, а третий разорится и ничего не отдаст. => ~~Доход~~ Мы получим на руки 1000.000 (доход 400.000) т.к. нас ждет худший исход, то мы не можем положить деньги в 1 или 2 банка т.к. рискуем потерять ~~на~~ наибольшую часть денег (она будет вложена в банк, который разорится), а другая часть удвоится. Если положить в банки неравные суммы, то большая станет 0, а меньшая утроится => мы понесем потери. Вывод: надо положить в каждый банк по 200.000 рублей, и по истечению года мы получим 1 млн.

± нет строгого формального доказательства

№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

достигается только при $\left[\begin{array}{l} \sin y - \arcsin x = 0 \\ \sin x + \arcsin y = 0 \end{array}\right.$

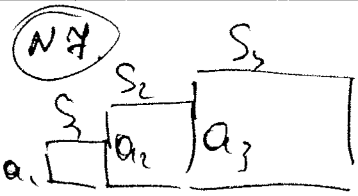
т.к. при $\sin y; \cos y\ (\in[1;-1])$ $\begin{cases} \arcsin x \leq \sin y \\ \arcsin y \geq \sin x \end{cases}$ =>

=> $\begin{cases} \sin y = \arcsin x \\ \sin x = -\arcsin y \end{cases}$ => ~~$x = \pi k,\ y = \pi k,\ k \in Z$~~

<=> $\begin{cases} y = \sin(\arcsin x) \\ x = -\sin(\arcsin y) \end{cases}$ => $\begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$ => $x=0; y=0$ =>

=> $S_ф = 0$. Ответ: 0

№7



$$\begin{cases} S_1+S_2+S_3=30 \\ a_1 S_1 = 15 \\ a_2 S_2 = 60 \\ a_3 S_3 = 180 \end{cases} \qquad S_1 + d = 10 \ ; \ a_1 q = 6 \quad ?$$

$$\begin{cases} a_1 q = 6 \\ d = 10 - S_1 \\ a_1 S_1 = 15 \\ a_1 q (S_1 + d) = 60 \\ a_1 q^2 (S_1 + 2d) = 180 \end{cases} \Rightarrow \tfrac{2}{3} q^2 - 20q + 30 = 0 \quad D = 320$$

$$q_{1,2} = \frac{(20 \pm \sqrt{320})3}{2} \Rightarrow q = \frac{(20-\sqrt{320})3}{2} \text{ т.к.}$$

при $q = \frac{(20+\sqrt{320})3}{2}$ $\quad d > S_1 \Rightarrow S_2 < 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{4}{20-\sqrt{320}} \ ; \ S_1 = \frac{15(20-\sqrt{320})}{4} \\ a_2 = 6 \ ; \ S_2 = 10 \\ a_3 = 9(20-\sqrt{320}) \ ; \ S_3 = 20 - \frac{15(20-\sqrt{320})}{4} \end{cases}$$

Ответ.

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

ВИТ 42-21

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Новикова

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 16.05.2001

Класс: 7

Предмет математика

Этап: заключительный

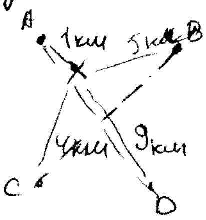
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Нову

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7. Ответ. Нет, нельзя.
Решение: Т.к в условии сказано, что взят за основу квадрат, у нас получается след.



где A, B, C, D - радиост. x - перед.

~~Если от~~ В независим. ~~от какой~~ какая радиост будет иметь расст. до передат 1 км. Можно предполож, что рад. A. нах. ближе всех к перед. X, тогда можно подумать, что D лежит на расстоянии 9км. Не важно к какой и каким расст. к рад. лежит X (A, B или C, D)

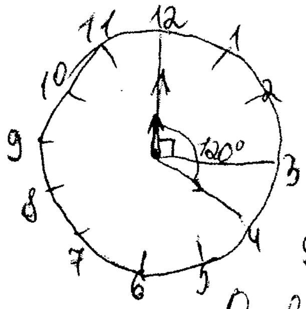
Проведем косые прямые, которые делят кв. пополам. ~~Из о~~ Это общая гипотенуза получ. треуг. Если мы знаем, что от гипот. равные, то можем предположить, что перед. лежит на этих гипотенузах.

А т.к $1+9 \neq 5+4$, то сообщение не верно.

То есть Расстояние от передатчика до двух радиост. должно быть равно, зн, если от A до X - 1км, а до D от X - 9км, то общее расст. от A до D = 10км. А от C до X - 4км, а от B до X = 5км, то общее расст от C и B = 9км. А т.к нам нужно, чтобы расст было равно, (верб это кв) сообщение не верно.

(+)

№4. имеем часы



Оборот часов - 360°. Т.к циферблат поделен на 12 частей-часов. Получаем, что на 1 час приходится 30° (360:12). След. 120:30 = 4ч.

По другому рассуждая находим, что между 12ч и 3ч угол 90°, (120-90=30°) а 1ч = 30°, зн. 3ч+1ч = 4ч.

Ответ: часовая стрелка должна стоять на 4ч, а минутная на 12. То есть часы показывают ровно 4 часа дня (16ч)

(+)

№5. письмо - 10мин

посылка - 15мин

бандероль - 25мин

загрузка - 5мин.

Даже если тележки вст. на точке загрузки они поедут дальше, то есть на ко-во поездок это не влияет. Но этого не случится, т.к. время промежуток этого не позволяет.

Для начала нам нужно найти t в минутах ($16-8=8$ $8\cdot 60 = 480$мин).

Найдем время потр. на 1 полный круг - в пункт наз. + обратно + загрузка

письмо $(10+10+5) = 25$ мин

посылка $(15+15+5) = 35$ мин

бандер $(25+25+5) = 55$ мин

для того, чтобы найти кол-во поездок для каждой тележки нужно
t: полный круг.

письмо = 480 : 25 = 18,4 = 19 поездок

посылка = 480 : 35 = 13,7 = 14 поездок

бандер = 480 : 55 = 8,7 = 9 поездок

Ответ: письмо = 19п; посылка = 14 поездок, бандероль = 9 поездок

№3. Семья – $y_л$ – сын $x_л$ – папа $a_л$ – мать

9 лет назад – $(y+x+a) = 40$ лет

4 года назад $y < x$ в 9 раз.

Сейчас – $(y+x+a) = 65$ лет

• С каждым годом человек стареет на 1 год.

Найдем кол-во лет 4 года назад. Будем от 65 убир. 3 года. Т.к. если 4 года назад сын уже был. След. сыну ~~максим~~ минимум 4 года

Начнем с этого момента и до 9 лет назад

65	62	59	56	53	50	47	44	42	40	– возраст
сейчас	1	2	3	4	5	6	7	8	9	– лет назад

Если считать, что сын уже родился 9 лет назад, то выявляется несостыковка в 2 года. След. сын родился. Выходит сын родился 7 лет назад. 4 года назад ~~след~~ сумма возрастов 53 года.

Найдем ~~сумм~~ возм. возр. (отца и сына) = k. $40 \% k < 53$

1 - 9 - 1
2 - 18 - 2
3 - 27 - 3
4 - 36 - 4
5 - 45 - 5
6 - 54
7 - 63

~~Подходит, не~~ Проверим 2 вариант, т.к. первого чисто теоретически быть не может.

$2 + 18 + a = 53$
$a - 33.$

5 лет назад воз. x и a было на 5 меньше
след. отцу 13, а маме 27. Сумма выходит $(4 \cdot 3) = 12$

2) сейчас отец и сын стали старше на 4 года
$(18+2+33) + 12 = 65$ – возможно!

Проверим вариант - 3

$53 - (27+3) = 23$ - маме

$(27+23) - 10 = 40$ л - 9 лет назад $(27+23+3) + 12 = 65$ л. - возможно!

Проверим в-4

$53 - (4+36) = 23$ - маме

$(36+23) + 10 = 49$ - 9 лет назад $(36+23+4) + 12 = 75$ л - нет!

~~Второй~~ вариант не подходит, т.к. если сыну 2 года, то сумма не проб

Ответ: отцу - ~~31 год~~ (31 год)

№2. Фигура обр. вращением треуг. - круг. S круга зависит от радиуса.
След. наименьшей S можно добиться если треуг. предположит равнобедр.
следов. две против. стор. должны быть равными. А против. сторона к углу
α. должна быть меньше.

±

Ответ: 2:2:1 ✓

№6. Ответ: 1 −

№1. Ответ: 4.
Например: если одна из пяти подст. идет и в М и в П, тогда 5-1=4 меньше
В ост. случ. меньше будет меньше. −

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	ЫЯ 51-47 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ НУГМАНОВ

ИМЯ РАДИК

ОТЧЕСТВО РАФАЭЛЬЕВИЧ

Дата рождения 27.03.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 13 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

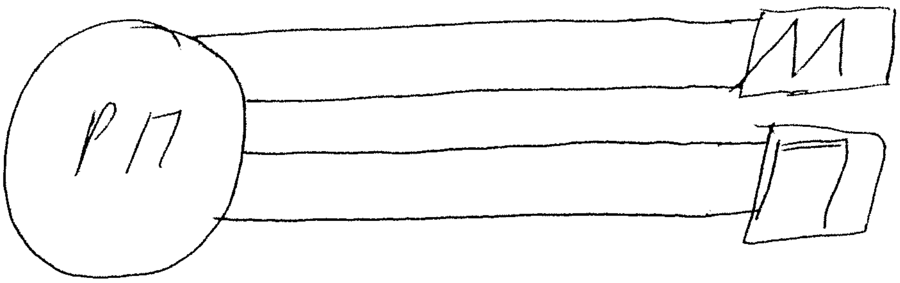
Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Решение

а) да, может, например



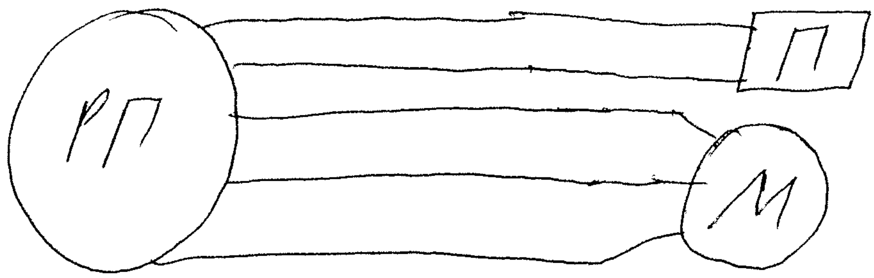
РП - распределительная подстанция; всего линий $4 < 5$;

РП питает 2 предприятия: в городе М и в поселке П

б) n - кол-во линий, тогда рассмотрим случай, когда $n \geq 6$. Любые 3 взятые линии должны идти в город М, тогда, из всех линий в город М могут не идти только 2 линии, значит, $(n-2)$ линии точно идут в город М; $n-2 \geq 4$, значит, согласно условию задачи, пред

Этих линий точно найдется линия, идущая в посёлок П, но они все уже идут в город М. Получили противоречие, значит число всех линий электропередач не превышает 6

рассмотрим случай, когда $n = 5$, тогда



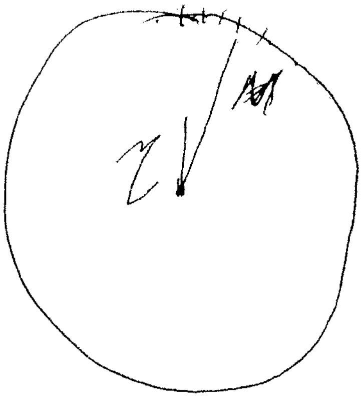
из них 3 точно пойдут в город М. ~~из~~ ~~их~~ среди любых 4-ех линий хотя бы одна идет в посёлок П, значит "мимо" него может идти не больше 3-ех линий, а это значит, что в посёлок П должно прийти 2+ линии

Ответ: а) да, может; б) нет, не найдутся

№4

Решение

1) ~~xxx~~ ~~xxxxxx~~ весь циферблат составляет 2π или $360°$



$360° — 2\pi$

$2° — x$, тогда

$$x = \frac{4\pi}{360} = \frac{2\pi}{180} = \underline{\frac{\pi}{90}}$$

2) за одну минуту минутная стрелка (М) проходит $\frac{2\pi}{60} = \underline{\frac{\pi}{30}}$, а часовая стрелка (Ч) проходит за 1 минуту

$$\frac{2\pi}{12\cdot 60} = \frac{\pi}{6\cdot 60} = \underline{\frac{\pi}{360}}$$, тогда

$$\frac{\pi}{30} - \frac{\pi}{360} = \frac{11\pi}{360}$$ — М проходит за 1 минуту отн. Ч.

3) пусть k - это кол-во прошедших минут; по условию $k \in \mathbb{Z}$, тогда будем рассматривать отрезки времени

I с 12:00 до 13:00; М и Ч начинают отсчёт с одной точки тогда через к минут угол между ними будет:

$k\frac{11\pi}{360} = \frac{\pi}{90} \mid \cdot \frac{360}{\pi}$

$11k = 4$

$k = \frac{4}{11} \notin \mathbb{Z}$, значит это событие произошло не в этом отрезке времени

II С 13:00 до 14:00. ~~Сопережает М на Х час минута на~~ $\cancel{\frac{\pi}{6}}$

Между Ч и М угол $\frac{\pi}{6}$, тогда через к минут угол между ними будет

$\left|k\frac{11\pi}{360} - \frac{\pi}{6}\right| = \frac{\pi}{90}$

$\left[\begin{array}{l} k\frac{11\pi}{360} = \frac{\pi}{90} + \frac{\pi}{6} \\ k\frac{11\pi}{360} = -\frac{\pi}{90} + \frac{\pi}{6} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 11k = 4 + 60 \\ 11k = -4 + 60 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} k = \frac{64}{11} \notin \mathbb{Z} \\ k = \frac{56}{11} \notin \mathbb{Z} \end{array}\right.$

III с 14:00 до 15:00; угол между Ч и М равен $\frac{\pi}{3}$, тогда через к минут угол будет:

$$\left|k\frac{11\pi}{360}-\frac{\pi}{3}\right|=\frac{\pi}{90}$$

$$\left[\begin{aligned}11k&=4+120\\11k&=-4+120\end{aligned}\right.\quad\left[\begin{aligned}k&=\frac{124}{11}\notin\mathbb{Z}\\k&=\frac{116}{11}\notin\mathbb{Z}\end{aligned}\right.$$

IV с 15:00 до 16:00, угол между Ч и М равен $\frac{\pi}{2}$, тогда

$$\left|k\frac{11\pi}{360}-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{90}$$

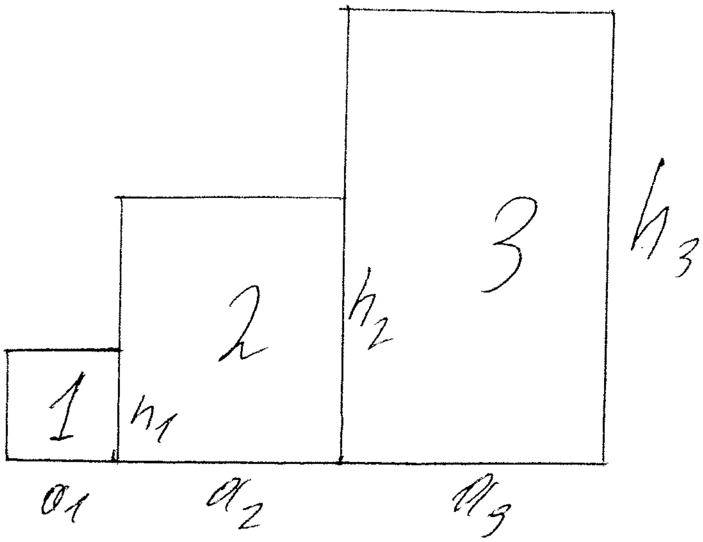
$$\left[\begin{aligned}11k&=4+180\\11k&=-4+180\end{aligned}\right.\quad\left[\begin{aligned}k&=\frac{184}{11}\notin\mathbb{Z}\\k&=\frac{176}{11}\in\mathbb{Z}\end{aligned}\right.$$

$k=16$, тогда на часах будет 15:16 Ответ: 15:16

+

№7

Решение.



вертикальный разрез пьедестала

1) пусть a_1, a_2, a_3 – длины прямоугольников, а h_1, h_2, h_3 – их высоты, тогда

2) a_1, a_2, a_3 - арифметическая прогрессия, тогда

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_2 = a+d \\ a_3 = a+2d \end{cases}$$

по условию

$a_1+a_2+a_3=30$

$3a+3d=30$

$\underline{a+d=10}$ (1)

3) h_1, h_2, h_3 - геометрическая

прогрессия, тогда

$$\begin{cases} h_1 = h \\ h_2 = hq \\ h_3 = hq^2 \end{cases}$$

4) по условию задачи

$$\begin{cases} S_1 = 15 \\ S_2 = 60 \\ S_3 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 h_1 = 15 \\ a_2 h_2 = 60 \\ a_3 h_3 = 180 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ah = 15 \\ (a+d)hq = 60 \\ (a+2d)hq^2 = 180 \end{cases} \quad (2)$$

5) из (1 и (2) получаем систему

$$\begin{cases} a+d = 30 \\ ah = 15 \\ (a+d)hq = 60 \\ (a+2d)hq^2 = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 30 - d \\ 30h - dh = 15 \\ 10hq = 60 \\ (10+d)hq^2 = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 10 - d \\ d = \dfrac{10n - 15}{n} \\ n = \dfrac{6}{q} \\ 10 \cdot \dfrac{6}{q} \cdot q^2 + \left(10 - \dfrac{15}{n}\right) n q^2 = 180 \quad (3) \end{cases}$$

(3): $60q + 60q - 15q^2 = 180$

$15q^2 - 120q + 180 = 0$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

$\left[\begin{array}{l} q = 6 \\ q = 2 \end{array}\right.$ вернёмся к системе

$$\begin{cases} q = 6 \\ n = 1 \\ d = \dfrac{10 - 15}{1} \\ a = 10 - d \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} q = 2 \\ n = 3 \\ d = \dfrac{30 - 15}{3} \\ a = 10 - d \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} q=6 \\ h=1 \\ d=-5<0 \\ a=15 \end{cases} \\ \begin{cases} q=2 \\ h=3 \\ d=5 \\ a=5 \end{cases}\end{array}\right.$$

значит этот случай не подходит к условиям задачи

$$\begin{cases} a=5 \\ h=3 \\ d=5 \\ q=2 \end{cases}$$

~~теперь, например этих пред~~

тогда используя полученные данные найдем размеры последних

+

$\cancel{a_1}$

$1: \begin{cases} a_1=5 \\ h_1=3 \end{cases}$ $2: \begin{cases} a_2=10 \\ h_2=6 \end{cases}$ $3: \begin{cases} a_3=15 \\ h_2=12 \end{cases}$

№2

Решение

1) пусть $\begin{cases} tg\,x = k \in \mathbb{Z} \\ tg\,2x = t \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$$\begin{cases} tg\,x = k; \\ \dfrac{2tg\,x}{1-tg^2x} = t; \end{cases} \qquad \frac{2k}{1-k^2} = t$$

$$\begin{cases} 2k = t - tk^2 \ (1) \\ k \neq \pm 1 \end{cases}$$

(1): $tk^2 + 2k - t = 0$

~~$D_1 = 1 + t^2 > 0$ при всех $t \in \mathbb{Z}$ тогда~~

$$\left[\begin{array}{l} k = \dfrac{-1+\sqrt{1+t^2}}{t} \\ k = \dfrac{-1-\sqrt{1+t^2}}{t} \end{array}\right. \qquad k = \frac{\sqrt{1+t^2}}{t} - \frac{1}{t}$$

I если $t = 0$, то $2k = 0$
$k = 0$

II если $t \neq 0$, то уравнение квадратное отн. k, тогда

$D_1 = 1+t^2 > 0$ при всех $t \in \mathbb{Z}$

тогда

$$\left[\begin{array}{l} k = \dfrac{-1+\sqrt{1+t^2}}{t} \\ k = \dfrac{-1-\sqrt{1+t^2}}{t} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} k = \sqrt{\dfrac{1+t^2}{t^2}} - \dfrac{1}{t} \\ k = -\sqrt{\dfrac{1+t^2}{t^2}} - \dfrac{1}{t} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} k = \sqrt{\dfrac{1}{t^2}+1} - \dfrac{1}{t}; \\ k = -\sqrt{\dfrac{1+t^2}{t^2}} - \dfrac{1}{t}; \end{array}\right.$$ $k \in \mathbb{Z}$, значит и $\dfrac{1}{t} \in \mathbb{Z}$

$$\left(\begin{array}{l} \dfrac{1}{t} \in \mathbb{Z} \\ t \in \mathbb{Z} \end{array}\right) \Longrightarrow t = \pm 1,$$ тогда

$$\left\{\begin{array}{l} t = 1 \\ \left[\begin{array}{l} k = \sqrt{1+1} - 1 \\ k = -\sqrt{1+1} - 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$$ или $$\left\{\begin{array}{l} t = -1 \\ \left[\begin{array}{l} k = \sqrt{1+1} + 1 \\ k = -\sqrt{1+1} + 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ \left[\begin{array}{l} k = \sqrt{2} - 1 \notin \mathbb{Z} \\ k = -\sqrt{2} - 1 \notin \mathbb{Z} \end{array}\right. \end{cases}$$

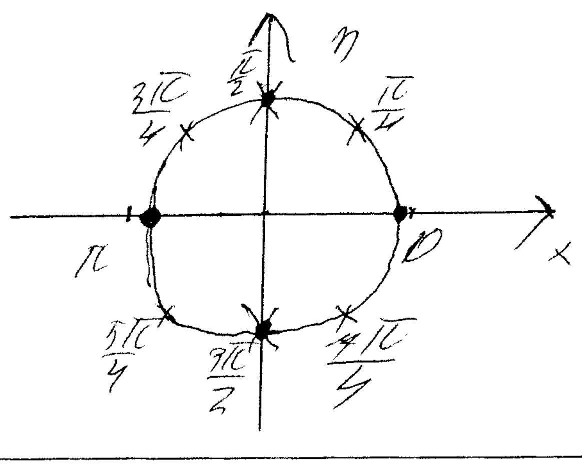
$$\begin{cases} t = -1 \\ \left[\begin{array}{l} k = \sqrt{2} + 1 \notin \mathbb{Z} \\ k = -\sqrt{2} + 1 \notin \mathbb{Z} \end{array}\right. \end{cases}$$

тогда таких t и k нет.

значит только значения $k = 0$ и $t = 0$ удовлетворяют условию задачи.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 0 \\ \operatorname{tg} 2x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = 0 + \pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi a, a \in \mathbb{Z} \\ 2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi b, b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} m, m \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi a, a \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} b, b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



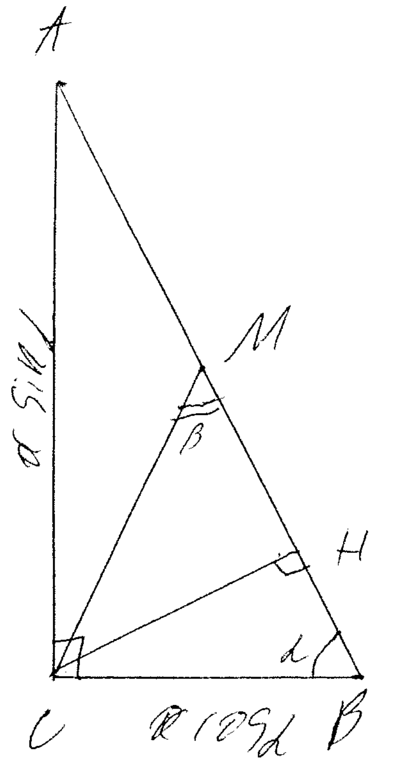
$x=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, тогда

$tg x = 0$, а $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1

+

№6.



Решение

1) $CH = \frac{AC\cdot CB}{AB} =$ (CH - высота тогда)

$= \frac{a\sin\alpha\cdot a\cos\alpha}{a} = \frac{a\cdot\sin 2\alpha}{2}$

2) $CB^2 = HB\cdot AB$

$HB = \frac{a^2\cos^2\alpha}{a} = a\left(\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\right)$

3) CM - медиана, тогда $MB = \frac{a}{2}$ +

$MH = |MB - HB|$; $MH = \left|\frac{a}{2} - \frac{a+a\cos 2\alpha}{2}\right| =$

$= \frac{a\cos 2\alpha}{2}$; тогда $tg\, CMH = tg 2\alpha$, значит $\angle CMH = 2\alpha = \frac{11}{12}\pi$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

НВ 86-47 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ОБРЕЗКОВА

ИМЯ ДАРЬЯ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВНА

Дата рождения 03.06.1998.

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Обрезк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НВ 86-47

№1. 1) Число линий может быть меньше 5.
Пример: 4 линии $\boxed{М}$ $\boxed{Л}$ $\boxed{М}$ $\boxed{П}$
1 2 3 4

(+)

где М - линия в г. М.
П - линия в поселок П.
Л - линия в любое другое место, кроме М. и П.
Тогда взяв любые 3 линии, у нас будет хотя бы одна М.
Взяв 4 линии у нас будет одна П.

2) Нет, не может быть. ~~число линий больше~~

$\boxed{М}$ $\boxed{П}$ $\boxed{М}$ $\boxed{П}$ $\boxed{М}$
1 2 3 4 5

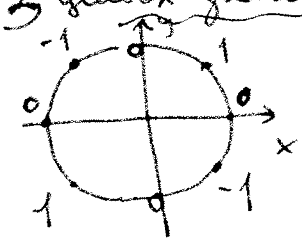
Допустим, у нас 5 произвольных линий. Чтобы учесть условие в них должно быть
НЕ М ≤ 2 (Если их будет, к примеру, 3, то у нас будет три ~~любые~~ линии без М, что противоречит условию).
НЕ П ≤ 3 (Если их будет 4 и более, то у нас будет 4 линии без П, что противоречит условию).

Т.к. у на 5 линий и НЕ М ≤ 2, то поставим М в любые 3 (минимальное условие)
Поставим П в оставшиеся 2, т.к. НЕ П ≤ 3
Если мы поставим вместо какой либо линий букву Л, то у нас нарушится либо 1 (НЕ М ≤ 2), либо 2 (НЕ П ≤ 3) условие.

Ответ: 1) может; 2) не найдутся.

№2. $tg x \in Z$; $tg 2x \in Z$. У тангенса могут быть только 3 целых значения: 0, 1, -1.?

При этом $x \neq \frac{\pi}{2} \cdot n$ и $2x \neq \frac{\pi}{2} \cdot n$, $n \in Z$. (−)

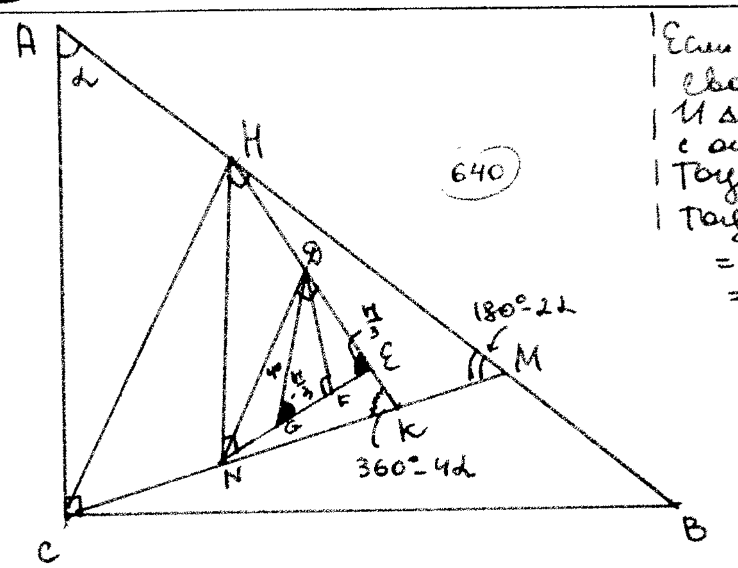


Рассмотрим все случаи:
- $tg x = 0 \to x = \pi \cdot n$; $tg 2x = tg 2\pi \cdot n = 0$. Верно
- ~~$tg x = 1 \to x = \frac{+\pi}{4}$, $tg 2x = tg \frac{\pi}{2}$ - не существует~~
- ~~$tg x = -1 \to x = \frac{3\pi}{4}$; $tg 2x = tg \frac{3\pi}{2}$ - не существует~~
- ~~$tg x$~~ • $tg x = 1 \to x = \frac{\pi}{4} + \pi \cdot n$ $tg 2x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$ - не сущ.
- $tg x = -1 \to x = -\frac{\pi}{4} + \pi \cdot n$ $tg 2x = -\frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$ - не сущ.

Значит единственное решение при $x = \pi \cdot n$, $n \in Z$.
Ответ: $\pi \cdot n$, $n \in Z$.

№6 (Рисунок на след. странице).
Дано: $\triangle ABC$ ($\angle C = 90°$); $\alpha = \frac{11\pi}{24}$; $AB = 640$м; CH - высота, CM - медиана
Найти: GD - ? $S_{\triangle GDF}$ - ?

Решение:
1) Пусть ~~∠B = ∠A = ∠~~ $\angle B = \alpha$, тогда $\angle CMA = 180° - (180° - 2\alpha) = 2\alpha$, но в $\triangle CHM$ ($\angle CHM = 90°$) $\angle HMC$ - острый, а $2\alpha = \frac{22\pi}{24} = \frac{11\pi}{12} > \frac{\pi}{2}$.
Тогда $\angle A = \alpha$.
Далее условимся, что, если мы получим угол π меньший $\frac{\pi}{2}$, то мы правильно выбрали, какой из отрезков (высота или медиана) будет лежать левее (к примеру), а не правее, чтобы не передоказывать каждый раз, что другой расклад не верен.



Если CM-медиана, то по свойству $AM=MB=CM=320$
и $\triangle BMC$-равнобедренный с осн. CB
Тогда $\angle MBC=\angle MCB=90^\circ-\alpha$,
Тогда $\angle HMC = \cancel{180^\circ-90^\circ+\alpha=90^\circ}$
$= 180^\circ-(180^\circ-90^\circ+\alpha-90^\circ+\alpha) =$
$= \cancel{180^\circ-180^\circ}\ 180^\circ-2\alpha$

2) Если HN-медиана, то $\angle HNK =$
$=180^\circ-(180^\circ-2(90^\circ-180^\circ+2\alpha) =$
$=2(2\alpha-90^\circ)=4\alpha-180^\circ=$
$=\frac{44\pi}{24}-\pi=\frac{44\pi-24\pi}{24}=$
$=\frac{20\pi}{24}>\frac{\pi}{2}$, т.е. угол тупой, чего быть не может, т.е. HN-высота

$\angle HKN = 180^\circ-(180^\circ-2(180^\circ-2\alpha)) = 2(180^\circ-2\alpha) = 360^\circ-4\alpha$

3) Если NE-медиана, то $\angle DEN = 180^\circ-(180^\circ-2(360^\circ-4\alpha)) =$
$=720^\circ-8\alpha = 4\pi-\frac{88\pi}{24} = \frac{96\pi-88\pi}{24} = \frac{8\pi}{24}=\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{2}$

4) Если DF-медиана, то $\angle DFG = \frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-2\cdot\frac{\pi}{3}\right) = 2\cdot\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}>\frac{\pi}{2}$
Тогда DF-высота.
$\angle DGF = \frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2\cdot\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{2}$

Итак, $\triangle DGF$-искомый;
По свойству медианы, проведенной из прямого угла:
$CM=\frac{1}{2}AB=320$ м; $HK=\frac{1}{2}CM=160$ м; $NE=\frac{1}{2}HK=80$ м;
$DG=\frac{1}{2}NE=40$м

5) Рассмотрим $\triangle DGF$ ($\angle DFG=90^\circ$): $\sin\angle DGF=\frac{DF}{GD}$
$\frac{DF}{40}=\sin\frac{\pi}{3}$; $DF=40\cdot\frac{\sqrt3}{2}=20\sqrt3$; $\cos\angle DGF=\frac{GF}{GD}$
$\frac{GF}{40}=\cos\frac{\pi}{3}$; $GF=40\cdot\frac{1}{2}=20$.
$S_{\triangle GFD}=\frac{1}{2}\cdot GF\cdot DF=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 20\sqrt3=\frac{40\sqrt3}{2}=20\sqrt3$ м²

Ответ: 1) 40м; 2) $20\sqrt3$ м²

№3. Уравнение имеет 1 корень при $D=0$ ($\frac{D}{4}=0$)
Если $f(x)=x^2+px+q$, то
$\cancel{f(x)\ f(f(x))}$
$f(f(f(x)))=\left((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q\right)^2+$
$+p(x^2+px+q)+q=0$. Данное ~~ур~~ выражение - многочлен 4 степени.
Имеет 3 корня.

№5. Самый плохой ход событий, — это когда мы кладем в банк деньги, и тот банк, в который мы положили наибольшее кол-во денег (при неравном распределении), разорится.

Тогда у нас 2 варианта: положить сумму в 3 банка (всё поровну) или положить сумму в 3 банка и оставить ещё часть дома).

Рассмотрим последнее:

Б 1) 150 000 → разорение, т.е. −150 000

Б 2) 150 000 $\xrightarrow{\times 2}$ +300 000

Б 3) 150 000 $\xrightarrow{3x}$ 450 000

Д) 150 000 $\xrightarrow{\text{дом}}$ 150 000

Всего получим 750 000 т.е. доход: 150 000 рублей

Второй вариант:

Б1) 200 000 → р., т.е. −200 000

Б2) 200 000 $\xrightarrow{\times 2}$ 4 000 000

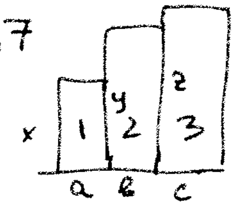
Б3) 200 000 $\xrightarrow{\times 3}$ 6 000 000

Всего у нас 800 000, доход 200 000 рублей.

И это будет лучшим доходом (как бы мы не распределяли деньги по банкам).

Ответ: 200 000 рублей.

№7



Дано: a, b, c – арифм. прогр.

x, y, z – геом. прогр. $x<y<z$

$S_1=15$, $S_2=60$, $S_3=180$ дм² $a<b<c$

$a+b+c=30$ дм Найти: пьедестал.

Решение:

1) Т.к. a, b, c – ар. прогр, то пусть $a=a$, тогда $b=a+d$, $c=a+2d$

По условию: $a+b+c=30$

$a+a+d+a+2d=30$

$3a+3d=30 \to a+d=10$, т.е. $b=10$.

$a=10-d$;

$b=10$; $c=10+d$.

2) Т.к. x, y, z – геометр. прогр., то $x=x$; $y=x\cdot q$; $z=x\cdot q^2$.

3) $S_1=x\cdot a=x(10-d)=15$;

$S_2=y\cdot b=x\cdot q\cdot 10=60$;

$S_3=c\cdot z=x\cdot q^2(10+d)=180$;

$\begin{cases} x(10-d)=15; \\ xq=6; \\ xq\cdot q(10+d)=180; \end{cases}$ $\begin{cases} x(10-d)=15 \\ xq=6 \\ 6q(10+d)=180 \end{cases}$

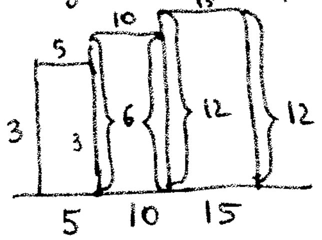
$\begin{cases} x(10-d)=15; \\ xq=6; \\ q(10+d)=30; \end{cases}$ $\dfrac{xq}{q(10+d)}=\dfrac{6}{30}$; $\dfrac{x}{10+d}=\dfrac{1}{5}$; $5x=10+d$; $x=\dfrac{10+d}{5}$.

$\dfrac{10+d}{5}\cdot(10-d)=15$; $\dfrac{100-d^2}{5}=15$; $100-d^2=75$; $d^2=25$; $d=\pm5$

1) Если $d=-5$: $a=15, b=10, c=5$, то по условию $a<b<c$, тогда $d=5$ и $a=5, b=10, c=15$

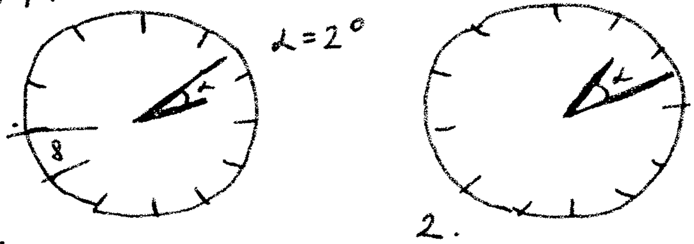
$x=\dfrac{10+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$; тогда ~~x=3~~ $3q=6$ и $q=2$

Тогда $x=3$, $y=3\cdot 2=6$; $z=3\cdot 4=12$.
Получаем, что размеры пьедестала:



Ответ: 1) 3×5; 2) 6×10; 3) 12×15.

№4.



$\angle=2^\circ$ $\angle=2^\circ$

1. 2.

У нас 2 варианта, как могут располагаться стрелки

Минутная стрелка прошла $(30^\circ n+x^\circ)$ – По условию минут – целое кол-во, т.е. т.к. 1 мин $=6^\circ$, то $(30n+x):6$.
Часовая стрелка при этом прошла $x^\circ\pm 2^\circ$.

$$\frac{30^\circ n+x^\circ}{360^\circ}=\frac{x^\circ\pm 2^\circ}{30^\circ}$$ т.к. двигаются вместе

1) ~~Пусть $(x^\circ+2)$~~ 1 случай, когда часовая стрелка прошла $x^\circ+2^\circ$

$$\frac{30n+x}{360}=\frac{x+2}{30}\ \Big|\ \cdot 30 \quad \frac{30n+x}{12}=\frac{x+2}{1};\ 30n+x=12x+24$$

$\vdots 6$ $6(2x+4)$ $\vdots 6$ $\vdots 2$

~~$11x=30n-24$~~ ~~$(30n+x):6$~~ и
~~$(30n+x):2$~~,

~~Рассмотрим 8 сектор~~:

$$\frac{30\cdot 8+x}{360}=\frac{x+2}{30};\ \frac{240+x}{12}=x+2;\ 12x+24=240+x$$
$$11x=216$$
$$x=\frac{216}{11}$$
$$\frac{216}{11}+2=\frac{216+22}{11}=\frac{238}{11}=$$

Формула: $\frac{30^\circ n+x^\circ}{12}=x^\circ\pm 2$; $12x^\circ\pm 24^\circ=30n+x$,
где n – кол-во секторов по 30° (5 мин), которые проходит минутная стрелка до попадания в сектор с часовой стрелкой.

(...)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	01В 86 - 61	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр

ФАМИЛИЯ ОГЛОБЛИНА

ИМЯ АЛЕНА

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 20.10.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: А.О.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОВ 86-61

Задача 1

Попробуем изобразить схему из 4 линий (4<5)

| | | |

Каждая 3 принадлежит М, значит М должно быть минимум 2

| | М М

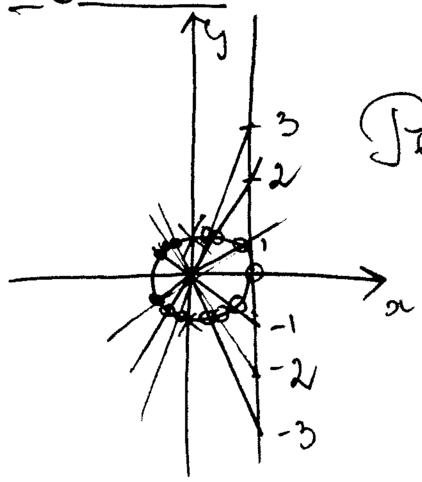
Каждая 4 П, то одна из них должна быть П

П | М М

Осталась 1 пустая, она может быть и П и М но остаться пустой тоже может.

Ответ: да, может; найдутся.

Задача 2



Решение tgx, через шкалу

$x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$x = \pm\frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in Z$

$x = \pm\frac{7\pi}{16} + \pi n, n \in Z$

$x = \pm\frac{15\pi}{32} + \pi n, n \in Z$ ...

Подставим наши x в $tg2x$

$tg(\pm\frac{\pi}{2}+\pi n)$ не выч. $(n \in Z)$

$tg(\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n) = \pm 1$ + $(n \in Z)$!

$tg(\pm\frac{7\pi}{8} + 2\pi n) =$ не цел. $\rightarrow tg(\pm\pi + 2\pi n)$ $(n \in Z)$

$tg(\pm\frac{15\pi}{16} + 2\pi n) \rightarrow tg(\pm\pi + 2\pi n)$ .... Ответ $x = \pm\frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in Z$

Лист 01 из 06

Задача 3.

$x^2+xp+q=0$ +1 корень, то $D=0$

$D=p^2-4q=0$

$x=-\frac{p}{2}$

$T(x)=x^2+p(x+q$

$T(T(x))=(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q$

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2+p((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)+q$

Разложим на множ.

* $x^2+px+q=$

$x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q=0$ (дано)

то $x^2+px+q=(x+\frac{p}{2})^2$

$((x+\frac{p}{2})^4+p(x+\frac{p}{2})^2+q)^2+p((x+\frac{p}{2})^4+p(x+\frac{p}{2})^2+q)+q=0$

* Разложим

$(x+\frac{p}{2})^4+p(x+\frac{p}{2})^2+q=$

$D=p^2-4q=0$ (Дано)

$(x+\frac{p}{2})^2=-\frac{p}{2}$

$((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2+p((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2+q=0$

* $D=p^2-4q=0$

$(((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2=0$

$((x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{2}=0$

$(x+\frac{p}{2})^4+p(x+\frac{p}{2})^2+\frac{p}{4}+\frac{p}{2}=0$

$(x+\frac{p}{2})^4+p(x+\frac{p}{2})^2+\frac{3p}{4}=0$

$D = p^2 - 3p$

$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{-p \pm \sqrt{p^2-3p}}{2}$

$\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 + \frac{-p+\sqrt{p^2-3p}}{2}\right)\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p+\sqrt{p^2-3p}}{2}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 + \frac{-p+\sqrt{p^2-3p}}{2} = 0 \\ \left(x+\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p+\sqrt{p^2-3p}}{2} = 0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x^2+px+\frac{p^2-2p+2\sqrt{p^2-3p}}{4} = 0 \quad (1) \\ x^2+px+\frac{p^2-2p-2\sqrt{p^2-3p}}{4} = 0 \quad (2)\end{array}\right.$

(1) $D = p^2 - p^2 + 2p - 2\sqrt{p^2-3p} = \cancel{2p} \; 2p - 2\sqrt{p^2-3p}$

$x = \frac{-p \pm \sqrt{2p - 2\sqrt{p^2-3p}}}{2}$

(2) $D = p^2 - p^2 + 2p + 2\sqrt{p^2-3p} = 2p + 2\sqrt{p^2-3p}$

$x = \frac{-p \pm \sqrt{2p+2\sqrt{p^2-3p}}}{2}$

Если дано, что $T(T(T(x)))$ имеет 3 корня, то какой то из них одинаков с другим (совпадает

част $-\frac{p}{2}$ - одинакова

$\underbrace{\sqrt{2p-2\sqrt{\ldots}}}_{\geq 0} \overset{\leq 0}{=} -\overline{\sqrt{2p+2\ldots}}^{\geq 0}$ не может

$-\sqrt{2p-2\sqrt{\ldots}} = -\sqrt{2p+2\ldots} \iff \sqrt{2p+2\sqrt{\ldots}} = \sqrt{2p+2\ldots}$

Значит $\sqrt{2p-2\sqrt{p^2-3p}} = \sqrt{2p+2\sqrt{p^2-3p}}$

то $\left[\begin{array}{l}p=0 \\ p=3\end{array}\right.$

если $p=0$, то

$x_1 = \frac{0-0}{2} = 0$

если $p=3$, то

$x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{6-2\sqrt{9-9}}}{2} = \frac{-3-\sqrt{6}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2}$

$x_3 = \frac{-3 \pm \sqrt{6-0}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2}$

Ответ: 0; $\frac{-3+\sqrt{6}}{2}$; $\frac{-3-\sqrt{6}}{2}$.

Задача 4.

За 1 мин М.С (мин. стрелка) проходит $\frac{1}{60}$ окружности

За 1 час Ч.С (час. стр.) проходит $\frac{1}{12}$ окр

⇓

За 1 мин Ч.С проходит $\frac{1}{12 \cdot 60}$ окр

Рассмотрим время после полудня.

Прошла 1 мин.

МС пройдет $\frac{1}{60} \cdot 360 = 6^\circ$

ЧС $\frac{1 \cdot 360}{60 \cdot 12} = \frac{1}{2}^\circ$

Ч.С будет идти через кажд. мин $+\frac{1}{2}^\circ$, а МС $+6^\circ$

Расст. между стрелками будет увеличиваться, тоесть

Значит можно рассмотреть сразу 2ой час (когда мин. стрелка пройдет всю окр.)

МС . 60 мин — $\cancel{60}$ 0°

Ч.С 60 мин — $\frac{60}{60 \cdot 12} 360 = 30^\circ$

МС 65 мин (5 мин по II кр.) — $\frac{65}{60} \cdot 360 = 30^\circ$

Ч.С 65 мин — $\frac{65 \cdot 360}{60 \cdot 12} = 32{,}5^\circ$

М.С 66 мин 36°

ЧС 66 мин 33°

Рассмотрим 3 круг М. С

М.С 120 мин — 0°
Ч. С 120 мин — 60°

130 мин (10 мин по 3 кр.) — 60°
130 мин — 65°

131 мин — 66°
131 мин — 65,5

132 мин — 72°
132 мин — 66°

...

Рассмотрим 4 круг М.С

М.С 180 мин — 0°
Ч.С 180 мин — 90°

195 мин (15 по IV кр.) — 90°
Ч.С 195 мин — 97,5°

196 мин М.С — 96°
Ч.С 196 мин — 98°

$96 - 98 = -2°$ = $|-2| = 2°$

Знаит такое положение наступит в 3 часа 16 мин.

Ответ: 3:16

Задача 5

У нас 4 места, куда можно деть деньги (дом и 3 банка)

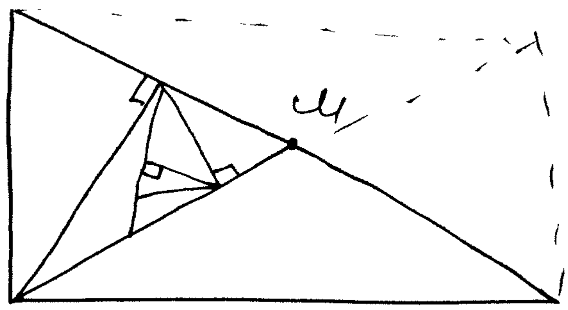
Разделим все деньги на 4 и вложим во все

$150 \cdot 2 + 150 \cdot 3 + 150 \cdot 0 + 150 = 900$ т.

т.к мы рассматриваем всегда плохой ход событий, то выгодно сразу вкладывать во все банки одинаково. чем меньше вл. сумма, тем меньше потеряем.

+

Задача 6



медиана прямоугольного треугольника, проведенная у прямоугла равна половине гипотенузы (Доказывается путем удвоения, достраиванием △ до прямоугольника)

Значит т.к гипотенузами образованных △ являются медианы, то 5 гипотенуза будет равна 640 : 2 : 2 : 2 : 2 = 40 если считать за 1 треугольник данный и $640 : 2^5 = 20$ если 1 треугольник, образ. после достроения медианы и высоты к большому △.

Ответ: 40 или 20.

площадь = ?

+

Задача 7

Дано:

a_n - Арифм. прогр.

b_n - Геометр. прогр.

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм

$b_1 a_1 = 15$ дм²

$b_2 a_2 = 60$ дм²

$b_3 a_3 = 180$ дм²

$a_1 = ?$ $a_3 = ?$

$a_2 = ?$ $b_1 = ?$

$b_2 = ?$ $b_3 = ?$

① А.п: $S_3 = \frac{a_1 + a_3}{2} 3 \Rightarrow$ т.к $S_3 = 30$, то $a_1 + a_3 = 20 \Rightarrow a_2 = 30 - 20$, $a_2 = 10$.

② $b_2 a_2 = 60$

$b_2 = \frac{60}{10} = 6$

③ в арифмет. прогрессии прибавляется одно и тоже число к a_1, так, чтобы сумма была 30 числа должны быть

~~a_1 +~~ 5; 10; 15 ($a_2 = 10$)

?

Значит $b_1 = \frac{15}{5} = 3$

$b_2 = 6$

$b_3 = \frac{180}{15} = \frac{36}{3} = 12$

—

Ответ

3 × 5

6 × 10

12 × 15

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ZS 92-57

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы   Вариант № 7082   шифр

ФАМИЛИЯ Окунев

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 12.01.2001   Класс: 8

Предмет математика   Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах   Дата выполнения работы: 01.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Dan

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. выдан 1 доп. лист

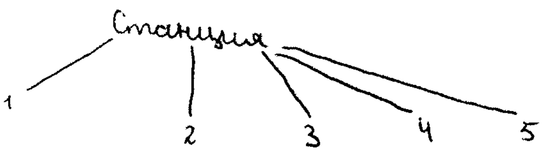
Решение:

1) Среди любых трёх линий есть одна, идущая в город М, а среди четырёх линий есть одна линия, ведущая в посёлок П. Это значит, что среди четырёх линий есть только одна, ведущая в посёлок П.

2) Самый плохой (менее всего удовлетворяющий нашему условию случай, когда среди этих пяти линий могут быть: 3 линии, ведущие в город М и две линии, ведущие в посёлок П.

3) Самый лучший случай для нас, когда среди 5 линий 2 линии ведут в М, а 1 линия в посёлок П.

+



Возможны тройки: 123, 234 и 345. Среди них линии 1 и 5 должны идти в город М.

Возможны четвёрки: 1234 и 2345. Среди них линии 2 или 3 могут идти в посёлок П.

Т.е. максимальное кол-во линий, не идущих в город М и посёлок П: $5-3=2$

Ответ: максимальное кол-во: 2.

№4

Решение:

1) Часы – это круг. В кругу 360°. Значит часовая стрелка, сдвигаясь на одно деление сдвигается на: $\frac{360^\circ}{5} = 52^\circ$.

А минутная стрелка будет сдвигаться на: $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$.

2) За каждые 12 минут часовая стрелка будеть сдвигаться на 52°, а минутная стрелка на: $12^\circ \cdot 6^\circ = 72^\circ$.

Т.е. угол между часовой и минутной стрелкой каждые 12 минут будет увеличиваться на: $72^\circ - 52^\circ = 20^\circ$.

3) След-но $\frac{45°}{20°} = 2,25$ раза успеет пройти 12 минут прежде чем угол между часовой и минутной стрелкой стал равным 45°.

Т.е. $2,25 \cdot 12 = 29$ минут.

Время будет равно: 12 часов 29 минут.

Ответ: 12 часов 29 минут.

−

№5.

Решение:

1) Почтальон Печкин работает на почте: $16-8=8$ ч.

2) В первый раз Печкин отправил пустые тележки, т.е. отсчёт надо вести с их второго приезда.

Письма	8:20+5мин 8:25	8:35+5мин 8:40	8:50+5мин 8:55	9:05+5мин 9:10	9:20+5мин 9:25	
Бандероли	8:30+5мин 8:35	8:50+5мин 8:55	9:10+5мин 9:15	9:30+5мин 9:35	9:50+5мин 9:55	
Посылки	8:50+5мин 8:55	9:20+5мин 9:25	9:50+5мин 9:55	10:20+5мин 10:25	10:50+5мин 10:55	

3) Как мы видим из таблицы: тележки с письмами будут нагружены ~~когда~~ в каждое второе своё прибытие. Т.е. их будет: 17 штук

Тележки с бандеролями будут нагружены два раза подряд в своё прибытие.

Их будет: 15 штук.

Тележки с посылками будут нагружены в каждое своё прибытие, т.к. они приходят реже всего, поэтому их будет: 15 штук.

Ответ: Печкин сможет отправить: 17 тележек с письмами
15 тележек с бандеролями.
15 тележек с посылками.

+

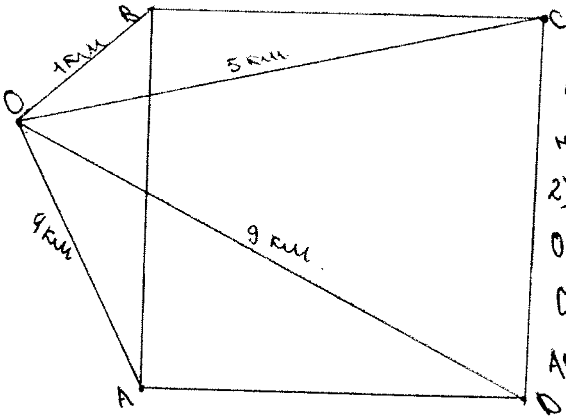
№6.

Числа 2^{2015} и 5^{2015}

$2^{2015} 5^{2015} = 10^{2015}$

Ответ: 4 десятичных знака.

№7.



Решение:

1) Пусть нам даны радиостанции A, B, C, D и передатчик O. И расстояния OB=1км, OC=5км, OA=4км, OD=9км.

2) Рассмотрим △OAD. В нём OA=4км, OD=9км. По неравенству △:

OD<AO+AD, OD<4+AD – возможно, если AD>5; AD<OD+OA, AD<13, т.е. стороны квадрата могут принимать значения от 6 до 12.

3) Рассмотрим △OBC. В нём OB=1км, OC=5км.

По неравенству △:

OC<OB+BC, OC<1+BC;

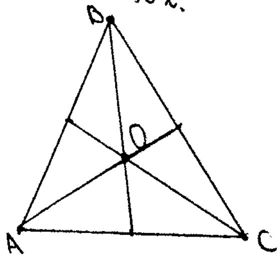
BC<OB+OC, BC<6 – такого не может быть, т.к. BC>5.

4) Т.е. Мюллер не должен верить такому сообщению.

Ответ: не должен.

+

№2.



Решение:

−

1) Нужно поворачивать треугольник через центр△, который можно найти, проведя высоты или медианы. ?

2) Это точка O.

Ответ: надо поворачивать за точку O - центр окружности.

№3.

Пусть x лет – отцу, y – матери, а сыну: $\frac{x-4}{9}+4=\frac{x-32}{9}$, тогда по условию составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y+\frac{x-32}{9}=65 \quad /\cdot 9 \\ x-9+y-9+\frac{x-32}{9}-9=40 \quad /\cdot 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x+9y+x-32=585 \\ 9x-81+9y-81+x-32-9=360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+9y-32=585 \\ 9x-81+9y-81+x-32-9=360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y=617-10x \\ 9x-81+617-10x-81+x-41=360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y=617-10x \\ 414\neq 360 \end{cases}$$

Ответ: отцу 31 год

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

НЯ 71-55

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ольхович

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 06.05.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

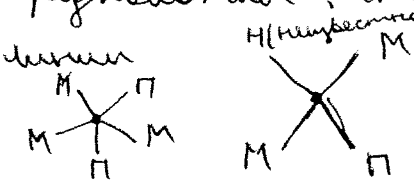
Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Предположим, что можно, тогда возьмем четыре линии



Значит, это возможно.

Среди любых трех линий одно ведет в М, и среди любых четырех линий одно ведет в П

Если 5 линий, то две ведут в П и три ведут в М, других нет

Ответ: такое возможно (при 4 линиях, среди этих линий две в П, ~~д~~ две в М, других нет.

отсутствует полное обоснование пункта б). (±)

№2

$tg\,x$ и $tg\,2x$ $\quad tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$$

$$\frac{2tg\,x}{1-tg^2x} = n, \text{ где } n \in Z$$

Тогда, $2tg\,x = n - n\,tg^2x$

$t = tg\,x$, $t \in Z$

$2t = n - nt^2$

Если $n \neq 0$, то

$nt^2 + 2t - n = 0$ $\quad D = 4 + 4n^2$

$$t = \frac{-2 \pm 2\sqrt{1+n^2}}{2} \qquad t = \pm\sqrt{1+n^2} - 1$$

Если $n = 0$, то

$0 \cdot t^2 + 2t - 0 = 0$ $\quad 2t = 0$ $\quad \left[\begin{array}{l} t=0 \\ n=0 \end{array}\right.$

$\sqrt{1+n^2} \in Z$ только при $n = 0$

тогда $t = -1$, но $tg\,2x$ - несуществует

Значит $\left[\begin{array}{l} t=0 \\ n=0 \end{array}\right.$, $tg\,x = 0$, $tg\,2x = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = \pi n \quad n \in Z \\ 2016^{tg\,x} = 2016^0 = 1 \end{array}\right.$

Ответ: $x = \pi n$ $n \in Z$ и $2016^{tg\,x} = 1$

(+)

№4.

2° из 360° $\qquad \frac{2^\circ}{360^\circ} = \frac{x}{60}$

x мин из 60 мин

$x = \frac{2^\circ \cdot 60}{360} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{x}{360^\circ} = \frac{1}{60}$ $\quad x = 6^\circ$ за 1 мин 6°

$2c = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ частей $\left(\frac{360^\circ}{11} = 30^\circ \quad \frac{30^\circ}{60^\circ} = \frac{1}{2}\right)$ за 1 мин 1°

$ч_c \in Z$

Рассмотрим случаи, когда часовая и минутная стрелка находятся близко.

12:01 $\quad 6^\circ - 0{,}5^\circ = 5{,}5^\circ$

13:06 $\quad 6^\circ - 3^\circ = 3^\circ$

14:11 $\quad 6^\circ - 5{,}5^\circ = 0{,}5^\circ$

15:16 $\quad 8^\circ - 6^\circ = 2^\circ$

Значит, в 15:16

Ответ: 15:16

+

№5

Пусть x - сумма вклада в банк, который удваивает сумму, тогда, y - сумма вклада в банк, который утраивает сумму, z - сумма вклада в банк, который обанкротится

$2x + 3y - (x + y + z)$ - на сколько изменилась первоначальная сумма

$x + 2y - z = 2y + (x - z)$

По условию сказано, что ход событий самый неблагоприятный. y - наименьшее из всех, z - наибольшее из всех

Значит, $x - z < 0$ если $y \ne x \ne z$, $z > y$ $\quad z > x$

$2y + (x - z) < 2y$

Если, $y = x = z$, то

$2y + (x - z) = 2y$.

Если, $y \ne x \ne z$, то

$2y + (x - z) = 2y$. Аналогично и с $y = z \ne x$

Самый благоприятный случай, когда $x = y = z$

$2y = \frac{60000}{3} \cdot 2 + 60000 = 1000\,000 = \frac{9}{3} \cdot 60000$

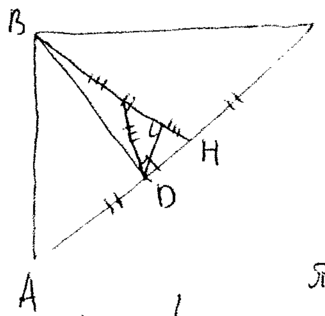
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ 71-55

Ответ: Надо поровну розложить деньги во все банки, конечная сумма будет 1.000.000

+

№6



Предположим, что $AC = L$

BH - медиана $= M_1 = \frac{L}{2}$

$M_1 = \frac{L}{2}$

Значит, т.к. BDH - прямоугольный треугольник

То, M_2 - медиана BDH $= \frac{L}{4}$

$M_3 = \frac{L}{8}$

$M_4 = \frac{L}{16}$

Но M_4 - гепотенуза 5-го треугольника

Значит $M_4 = \frac{L}{16} = \frac{640}{16} = 40$ м

$\angle BHD = |\angle BCA - \angle BAC| = \left|\frac{10}{24}\pi - \frac{1}{24}\pi\right| = \frac{10}{24}\pi = \angle d_2$

$\angle d_3 = \left|\frac{10}{24}\pi - \frac{2}{24}\pi\right| = \frac{8}{24}\pi$

$\angle d_4 = \left|\frac{8}{24}\pi - \frac{4}{24}\pi\right| = \frac{4}{24}\pi$

$\angle d_5 = \left|\frac{4}{24}\pi - \frac{8}{24}\pi\right| = \frac{4}{24}\pi = \frac{\pi}{6}$

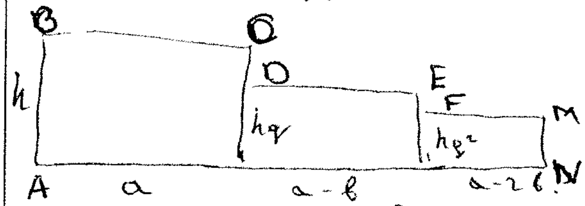
?

+

$S_5 = \sin d_5 \cdot M_4 \cdot \cos d_5 \cdot M_4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} = 200\sqrt{3}$

Ответ: гепотенуза $= 40$, $S_5 = 200\sqrt{3}$

№7



Выразим длину и высоту

Т.к. известно, что длина - арифметическая прогрессия, то

a, $a-b$ и $a-2b$, где b - разность прогрессии

Т.к. известно, что высота - геометрическая прогрессия, то

h, hq и hq^2, ~~где~~

Тогда

$$\begin{cases} ha = 180 \\ hq(a-b) = 60 \\ hq^2(a-2b) = 15 \\ a + a - b + a - 2b = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} ha = 180 \\ hq(a-b) = 60 \\ hq^2(a-2b) = 15 \\ a - b = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} ha = 180 \\ hq = 6 \\ hq^2(a-2b) = 15 \\ a - b = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} ha = 180 \\ hq = 6 \\ hq^2(a-2b) = 15 \\ b = a - 10 \end{cases}$$

~~a b~~ $hq^2 a - hq^2 2b = 15$

$180q^2 - (hq^2(2a - 20)) = 15$

$180q^2 - \cancel{hq^2} 2hq^2 a + 20hq^2 = 15$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11Я71-55

$180q^2 - 2\cdot 180q^2 + 120q = 15$

$180q^2 - 120q + 15 = 0$

$12q^2 - 8q + 1 = 0$ $D = 64 - 48 = 16$

$q = \frac{8 \pm 4}{24}$ $\left[\begin{array}{l} q = \frac{1}{6} \\ q = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

$q = \frac{1}{6}$, то $h_1 = 36$, $a_1 = 5$, $b = -5$, но по условию наименьшей длине соответствует наименьшая высота

Значит. $q = \frac{1}{2}$

$q = \frac{1}{2}$, то $h = 12$, $a = 15$, $b = 5$

Тогда, $AB = 12$, $BC = 15$, $CD = 6$, $DE = 10$, $EF = 3$, $FM = 5$, $MN = 3$, $AN = 30$

+

Ответ: $q = \frac{1}{2}$, $b = 5$, $h = 12$, $a = 15$

$AB = 12$; $BC = 15$; $CD = 6$; $DE = 10$; $EF = 3$; $FM = 5$; $MN = 5$; $AN = 30$.

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\arcsin x$ и $\arcsin y$ - существуют, значит

$x \in [-1; 1]$, $y \in [-1; 1]$

Тогда, рассмотрим $\sin y = \arcsin x$ и $\sin x = -\arcsin y$

$y = \arcsin(\arcsin x)$ и $y = -\sin(\sin x)$

$y' = \frac{1}{\sqrt{(1 - \arcsin x)(1 - x^2)}}$

$y' = -\cos(\sin x) \cdot \cos x$

-1 $\sin(-1)$ $\sin 1$ 1 (знаки: $-$, $+$, $-$)

-1 1 (знак: $-$)

$x \in (-1; \sin(-1))$ и $x \in (\sin 1; 1)$ - убывает ~~возрастает~~ y - убывает

$x \in (\sin(-1); \sin 1)$ - возрастает

$y = \sin x$ и $y = \arcsin x$ пересекаются в трех точках, которые лежат на $y = x$

Следовательно,

$\arcsin(\arcsin x) = \sin(\sin x)$ имеет три решения.

$\int_{-1}^{1} \sin(\sin x)\,dx$ / $\cancel{\frac{-\cos(\sin x)}{\cos x} + Ax}$

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Вариант № 7082	ZS 92-56	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы		шифр	

ФАМИЛИЯ Осипов

ИМЯ Антон

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 14.04.2000 Класс: 8

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Осп

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

Шифр не заполнять! ⇒ ZS92-56

выдано 4 доп. листа

1. Решение: Если среди любых трех линий электропередач есть одна, ведущая на М, это значит, что не на М ~~ведут~~ идут 2 или меньше линии. По такой же логике ~~на~~ не на П ~~вед~~ идут 3 или меньше линии. По условию задачи линий как минимум 5. Это значит, что на М идут минимум 3 линии, а на П минимум 2. Но на П также идут максимум 2 линии (так как не на М идут максимум 2 линии). Аналогично получаем, что на М идут максимум 3 линии. На М идут 3 линии, на П 2 линии. Если появится еще хоть одна линия, то условие задачи не будет выполнено, а значит если выбрать наугад 5 линий, то среди них все будут идти либо в М, либо в П

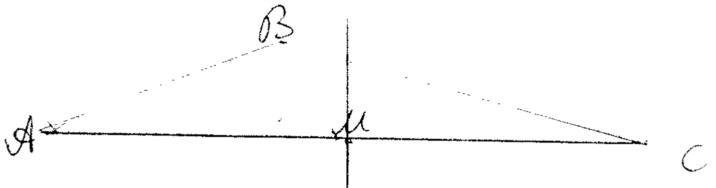
±

Ответ: 0

2. Решение: когда треугольник вращается в своей плоскости, образуется окружность. Для того, чтобы ее площадь была наименьшей, ее радиус должен быть наименьшим. Радиус равен самому большому расстоянию от выбранной точки до вершин треугольника. Рассмотрим два случая:

+

I Дан тупоугольный треугольник ABC



Пусть AC — большая сторона.

Тогда центром окружности будет точка M (AM = MC).

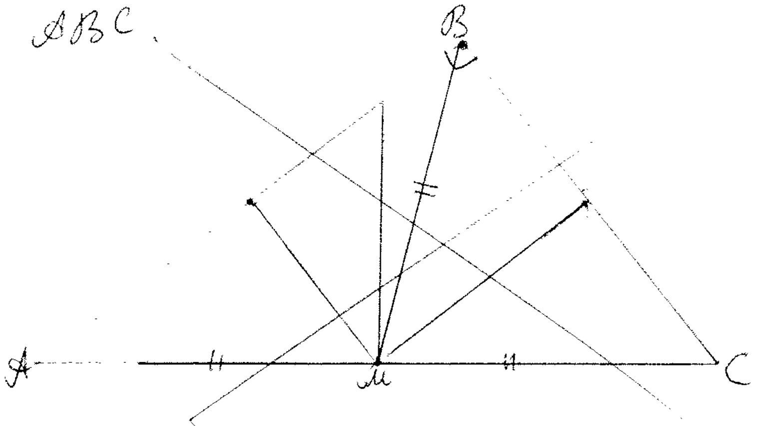
Почему?

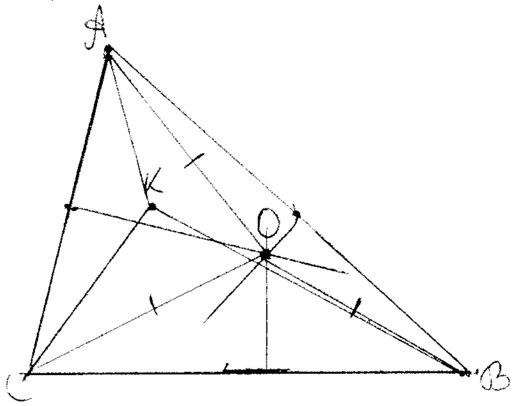
Проведем прямую a, перпендикулярную AC через M.

Любая точка (кроме M) лежащая на a будет расположена от вершин A или C дальше (т.к. AM и MC — расстояние). Любая точка, не лежащая на a будет расположена от точки A или C ~~дальше~~ дальше, ~~так как образуется еще один тупоугольный треугольник~~ чем M.

Вывод: в тупоугольном треугольнике ось вращения должна проходить через середину наибольшей стороны. Тогда получившаяся в результате вращения окружность будет иметь наименьшую площадь.

II Дан прямоугольный или ~~тупоугольный~~ остроугольный треугольник ABC.





Пусть точка O — точка пересечения срединных перпендикуляров треугольника ABC. ~~Любая другая точка будет ра~~ Возьмем произвольную точку K, не совпадающую с O. Как минимум один из треугольников ΔKOA, ΔKOB и KOC будет тупоугольным, где угол O — тупой, а значит расстояние от точки K до вершины будет больше, чем от точки O.

В прямоугольном треугольнике срединные перпендикуляры пересекаются на середине гипотенузы, а значит именно эта точка — центр окружности.

Ответ: Ось вращения должна проходить через середину большей стороны (если треугольник тупоугольный или прямоугольный) или через точку пересечения серединных перпендикуляров (если треугольник остроугольный или прямоугольный)

3. Решение: пусть x – возраст отца
y – возраст матери
z – возраст сына.

$x-4=9\cdot(z-4)$

$x-4=9z-36$

$z=\frac{x+32}{9}$

$x+y+\frac{x+32}{9}-27=40$

$x+y+\frac{x+32}{9}=65$

⇒ 9 лет назад сыну было -2 года.

Это ~~зна~~ значит

$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y+z-27=40 \end{cases}$

система не имеет решений НО если 9 лет назад сын еще не был рожден, то все встает на свои места

$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y-18=40 \end{cases}$

$z+18=25$

$z=7.$

$x-4=9\cdot 3$

$x=31$

~~$y=58-31=27$~~

Ответ: отцу 31 год.

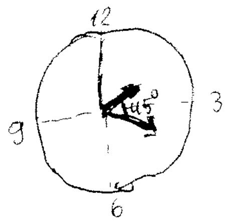
⊕

4. ~~Решение:~~

Пусть после ~~по~~ полудня прошло x часов y минут.

Рассмотрим два случая:

I.) часовая стрелка идет позади минутной



Тогда получаем ~~два уравнения~~ уравнение

$\cancel{30y-45=}$

$6y-45=30x+0,5y$

$5,5y-45=30x$ ~~если~~

Если -45 делится на 15 ; $30x$ делится на 15 , то $5,5y$ тоже делится на 15. Значит чтобы уравнение решалось в целых числах y должно делиться на 30.

$\left[\begin{array}{l} y_1=30 \\ y_2=60 \text{(минутная стрелка на цифре 12)} \end{array}\right.$

~~Если~~

~~$5,5y$~~

$\left[165-45= \right.$

4. Решение: минутная стрелка движется со скоростью 6°/мин, а часовая $\frac{1}{2}$°/мин или 30°/час

Пусть прошло x часов y минут (x, y – целые положительные числа)

Тогда возможны два случая

I) $6y - 45 = 30x + 0,5y$

$5,5y - 45 = 30x$

$1,1y - 9 = \cancel{10x}\ 6x$

$\frac{1,1}{3}y - 3 = 2x$

$2x$ – целое число, 3 – целое число.

Значит $\frac{1,1y}{3}$ – тоже целое число

это возможно в том случае, если $y = 30$ (если $y = 0$ или 60, число x либо отрицательное, либо дробное)

$11 - 3 = 2x$

$x = 4$

Время: 16^{30}

II) $6y + 45 = 30x + 0,5y$

$5,5y + 45 = 30x$

$\frac{1,1}{3}y + 3 = 2x$

Аналогично первому случаю получаем $y = 30$; $x = \frac{11+3}{2} = 7$

Время: 19^{30}

Ответ: 16^{30}

5. Решение: нарисуем схему по времени (O – пустая тележка, → тележка в пути Ø – тележка с грузом □ – тележка наполняется)

Время \ тележка	8:00 00	05	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	9й час 5 ...
письмо	Ø	→	□	Ø	→	□	O	→	□	Ø	→	□	O	
бандероль	Ø	→	→	□	Ø	→	→	□	Ø	→	→	□	O	
посылка	Ø	→	→	→	→	□	Ø	→	→	→	→	□	Ø	

(далее все повторяется с интервалом в час)

Изначально Печкин отправил по 1 тележке. Затем в течение часа он успел отправить 3 тележки для писем, 2 тележки для бандеролей, 2 тележки для посылок

$1 + 3 \cdot 8 = 25$ тележек для писем

$1 + 2 \cdot 8 = 17$ тележек для бандеролей

$1 + 2 \cdot 8 = 17$ тележек для посылок

Ответ: 25; 17; 17

(+)

6. Решение:

степени двойки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768

разряды (прибавление) +1 0 0 +1 0 0 +1 0 0 +1 0 0 0 +1 0

это прибавление разрядов повторяется. всего +3

$$\frac{2015-1}{10} = 201 \text{ (4 ост.)}$$

$$201 \cdot 3 + 1 + 1 = 605$$

Аналогичные повторения замечены у пятерки (там прибавление выглядит так: +1 +1 +0 +1 +1 +0)

$$\frac{2014}{3} \cdot 2 = 671 \text{ (ост 1)} \cdot 2 \quad 671 \cdot 2 = 1342 \text{ (ост 1)}$$

$$1342 + 1 + 1 = 1344$$

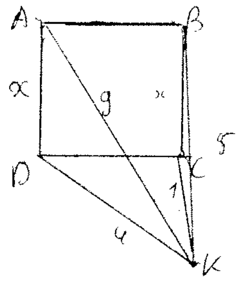
1344 + 605 = 1949 ~~цифр~~

Ответ: 1949

7. Решение:

Нарисуем квадрат ABCD со стороной x

K – точка расположения передатчика (по словам Шпунтика)



По неравенству треугольника $x+4>9 \Rightarrow x>5$ (треугольник ADK)

Но в то же время $4+1>x \Rightarrow x<5$ (треугольник CDK)

Противоречие

Ответ: Мюмлену нельзя верить словам Шпунтика.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

БИ 12-60

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПАВЛОВ

ИМЯ МИХАИЛ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 05.01.2001

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2-х листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ БИТ 12-60

N 1.

(−)

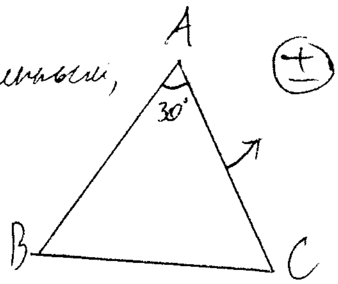
Т.к. среди любых трех линий есть хотя бы 1 линия, ведущая в город М, то всего на подстанции не больше 2-х линий, не ведущих к городу М и поселку П. Из этого следует, что, если взять наугад 5 линий, будут 2 линии максимум, не ведущих в город и поселок.

Ответ: 2 линии.

N 2

Площадь будет наименьшей, если треугольник будет равнобедренным.

Если треугольник будет равнобедренным, то $AC = AB$, $\angle B = \angle C$.



(±)

Т.к. сумма углов треугольника равна 180°, то $\angle B = \angle C = (180° - 30°) : 2 = 75°$

$\angle A : \angle C = 30° : 75° = 0,4 = 2:5$, значит $AB : AC : BC = 5:5:2$

Ответ: при соотношении 2:5:5 ?

N 3

Пусть x — возраст отца, y — возраст матери, z — возраст ребенка.

Тогда $x+y+z=64$, $x-9+y-9+z-9=40=x+y+z-27$, т.е. $x+y+z=67$, но это противоречит 1-ому выражению, значит 9 лет назад сын еще не родился. $67-64=$ (+) сын родится через 2 года. $9-2=7$ лет — сыну сейчас

$x-4+y-4=102-8$

$7-4=3$ года — было сыну 4 года назад. $3 \cdot 9+4=31$ (год) — ~~было~~ отцу

Ответ: 31 год

№4

За каждую минуту минутная стрелка продвигается на 6°, а часовая на 0,5°.
$6° - 0.5° = 5,5°$. Через каждую минуту стрелки будут сближаться/отдаляться на 5,5°.
Но т.к. 120° делится на 5,5° только с остатком, то расстояние в 120° будет в 16:00, т.к. расстояние между 12 и 4 равно 120°.
Ответ: 16:00

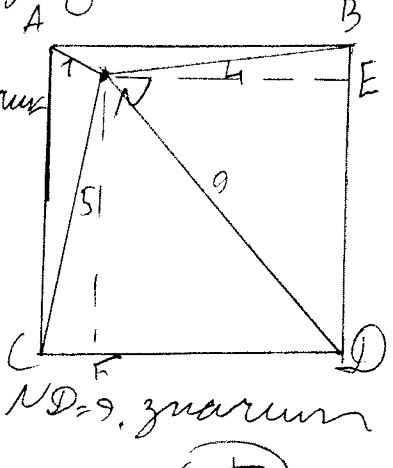
+

№5

$16-8=8$ (часов) $=480$ минут работает Печкин в день.
Т.к. тележка для посылок самая редкая, Печкин всегда будет грузить ее.
$480:30=16$ (тел) с посылками отправит Печкин.
$30\cdot 2=60$ — каждые 60 минут будут вместе тележки для бандеролей и посылок.
$480:20-480:60=24-8=16$ тел с бандеролями.
$480:15-480:30=16$ тел с письмами отправит Печкин.
Ответ: 16 тел с бандеролями, 16 — с письмами и 16 с посылками отправит Печкин за день.

+

№7



Можно предположить, что передатчик расположен, как на рисунке.
Т.к. $CN=5$, то $FN<5$, т.к. $BN=4$, $EN<4$.
$FN=ED=5$ км, но т.к. сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны, это невозможно, т.к. $NE+FN<9$, а $ND=9$, значит Штирлиц дал ложное сообщение.
Ответ: нет.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ПУ 49-41 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПАВЛОВА

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 09.01.1998 Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Павл

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИУ 49-41

Задача 7. Выдан 1 (Один) доп. лист

Дано:

$a_1; a_2; a_3$ - арифм. прогрессия, где a_1, a_2, a_3 длины пьедесталов

$b_1; b_2; b_3$ - геом. прогрессия, где $b_1; b_2; b_3$ - высоты

$S_1 = 15$ дм^2; $S_2 = 60$ дм^2

$S_3 = 180$ дм^2

$a_1 + a_2 + a_3 = S_3^{\text{сумма}} = 30$ дм

$a_1; a_2; a_3$ - ?

$b_1; b_2; b_3$ - ?

Решение: • арифм. прогрессия: $a_n = a_{n-1} + d$

$S_n^{\text{сумма}} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = (a_1 + d) \cdot 3 = 30$ дм

$a_1 + d = 10$ дм

$a_2 = a_1 + d = 10$ дм $(a_n = a_1 + d(n-1))$

$S_2^{\text{площ.}} = a_2 \cdot b_2$

$b_2 = \frac{S_2}{a_2} = \frac{60 \text{дм}^2}{10 \text{дм}} = 6$ дм

$S_1 = a_1 \cdot b_1 = 15$ дм^2

$S_2 = a_2 \cdot b_2 = 60$ дм^2

$S_3 = a_3 \cdot b_3 = 180$ дм^2

$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ a_2 \cdot b_2 = 60 \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \end{cases}$

• геом. прогрессия: $b_n = b_1 \cdot q^n$; $b_n = b_{n-1} \cdot q$

$a_2 = 10$; $b_2 = 6$

$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ (a_1 + d) \cdot b_1 \cdot q = 60 \\ (a_2 + d) \cdot b_2 \cdot q = 180 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ a_1 \cdot b_1 \cdot q + d \cdot b_2 = 60 \\ a_2 \cdot q + d \cdot q = 30 \\ a_2 = 10 \\ b_2 = 6 \end{cases}$

$\begin{cases} 15 \cdot q + 6d = 60 \\ 10q + d \cdot q = 30 \end{cases}$

$\begin{cases} 5q + 2d = 20 \\ 10q + d \cdot q = 30 \end{cases}$

$\begin{cases} d = \frac{20 - 5q}{2} \\ 10q + q\left(\frac{20 - 5q}{2}\right) = 30 \end{cases}$

$20q + 20q - 5q^2 = 60$

$5q^2 - 40q + 60 = 0$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

$D_1 = 16 - 12 = 4$

$q_1 = 4 - 2 = 2$

$q_2 = 4 + 2 = 6$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} q_1 = 2 \\ d_1 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} q_2 = 6 \\ d_2 = -5 \end{cases} \end{array} \right.$

+

1) Если $q_1 = 2$, то $b_1 = 3$; $b_2 = 6$; $b_3 = 12$ $(b_n = b_1 \cdot q^n)$

Если $d_1 = 5$, то $a_1 = 5$; $a_2 = 10$; $a_3 = 15$ $(a_n = a_1 + d(n-1))$

2) Если $q_2 = 6$, то $b_1 = 1$; $b_2 = 6$; $b_3 = 36$

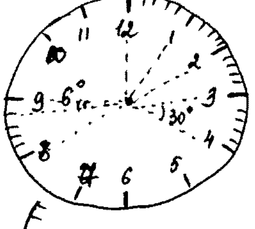
Если $d = -5$, то $a_1 = 15$; $a_2 = 10$; $a_3 = 5$, но по условию сказано, что наименьшей длине соответствует наименьшая высота, во 2)случае это неверно, поэтому выбираю 1)сл.

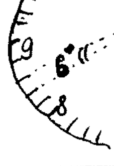
Ответ: $a_1 = 5$; $b_1 = 3$

$a_2 = 10$; $b_2 = 6$

$a_3 = 15$; $b_3 = 12$

Задание 4.





целый круг - 360°

30° градусов между каждой цифрой $(360° : 12 = 30°)$

6 градусов между (маленькими) минутными делениями $(30° : 5 = 6°)$

1) $360° : 5 = 72°$ (если минутная стрелка проходит 72° градуса, то часовая стрелка проходит одно маленькое деление, т.е. 6°)

~~2) часовая~~ и ~~минутная стрелка будут близко~~ находится, если

2) Предположим, что ~~минутная~~ часовая минутная стрелка прошла 30° (рассматривая время когда 1-ый час 13 после полудня, т.е. 13), тогда составляя пропорцию получим

	минуты.	часов.
на сколько отлич.	72°	6°
прошли	30°	$x°$

$x = \frac{30 \cdot 6}{72} = \frac{30}{12} \approx 2{,}5°$

$30° + 2{,}5 = 32{,}5°$ пройдёт часовая с начала деления

тогда разница у них будет 2,5° (а по условию (и число не целое) должно быть 2°)

Предположим, что мин. стрелка прошла <u>31°</u>

$x = \frac{31 \cdot 6}{72} = \frac{31}{12}$, (получиться не целое число, тогда и разница будет не целым числом) но сказано, что мин. стрелка прошла целое число минут!

Предположим, что мин. стрелка прошла 26°

$x = \frac{26}{12}$ не целое

если брать другие числа, то разница будет большая

3) Предположим, что мин. стрелка прошла 6° (рассматривая время полдень, т.е. 12)

$x = \frac{6}{12} = 0{,}5$ не целое

~~во~~ возьмём 12° (мин. стрелка)

$x = \frac{12}{12} = 1$, то 1° пройдёт часовая и разница между часовой и мин. стрелками будет $12 - 1 = 11°$

4) Рассматривая 2-ой час после полудня т.е. 14 я брала числа 54° (получится не целое), 60° ($x = \frac{60}{12} = 5$ часовая пройдёт $60 + 5 = 65°$, а минут. 60°), 66° ($x = \frac{66}{12}$ не целое) 72° ($x = \frac{72}{12} = 6$, час. стр. пройдет $60 + 6 = 66°$, а мин. 72°)

5) Рассмотрим 3-ий час после полудня, т.е. 15 часов

возьмём 84°; $x = \frac{84}{12} = 7$, час. стрел. пройдёт $90 + 7 = 97°$, а мин. 84°)

возьмём 90°, $x = \frac{90}{12}$ не целое число

возьмём 96°, $x = \frac{96}{12} = 8$, часовая стрелка пройдёт $90 + 8 = 98°$ и разница между мин. и часовой стрелкой будет $98° - 96° = 2°$

Тогда время будет 15 часов 16 минут.

Ответ: 15 часов : 16 минут

Задание 3.

1) $x^2+px+q=0$ $\qquad$ $T(x)=px+x^2+q$

x – корень

(если у ур-ия имеется только 1 корень, то $D=0$)

$D=p^2-q=0$

По теореме Виетта

$\begin{cases} x\cdot x=q \\ x+x=-p \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} p=-2x \\ q=x^2 \end{cases}$

2) $T(T(T(x)))=0$ вместо $T(x)$ подставляем x^2+px+q

$T(T(x^2+p+q))=0$ вместо p подставляем $-2x$, вместо q - x^2

$T(x^2+px+q)=T(x^2-2x^2+x^2)=T(0)=q$

$T(T(0))=T(0^2+p\cdot 0+q)=T(q)$, а $(q=x^2)$

$T(q)=T(x^2)=(x^2)^2+p\cdot(x^2)+q=x^4-2x^4+x^2=-x^4+x^2=$

$=-x^2(x^2-1)=0$

$x=0$; $\quad x^2-1=0$

$\qquad x=\pm 1$

+

Ответ: $x_1=0$; $x_2=-1$; $x_3=1$

Задание 2.

+

$tg(x)$		$tg\,2x$	
$x=0°$	получится 0	$x=0°$	получится 0
45°	получится 1	45 $(2x=2\cdot 45=90°)$	∅
90°	∅	90 $(2x=180°)$	0
135°	1	135° (270)	∅
180°	0	180° (360°)	0
225°	1	225° (450°)	∅

значит $x=0°$; $180°$; $360°$; $540°$ и т.д. прибавляя 180

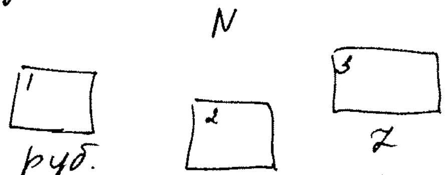
арифмет. прогрессия

$a_1=0$; $d=180°$

$a_n=0+180(n-1)=180n-180$, где n – ~~натураль.~~ целое число

Ответ: $180n-180$, где n – целое число

Задание 5.



x руб.
через год
2x

~~y~~
3y

z
0

самое выгодное, положить в каждый банк поровну.
т. е. по 200 000 руб.

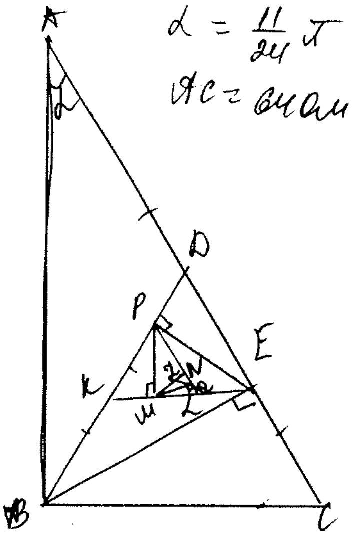
$x + y + z = 600\,000$

$400\,000 + 600\,000 + 0 = 1\,000\,000$ руб.

если некоторые оставить деньги дома, а другие положить в банк, то в этом случае прибыль будет меньше 1000 000 рублей.

Ответ: все деньги (600 000) положить поровну в 3 банка по 200 000 рублей. Получит через год 1000 000 руб.

Задание 6.



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$AC = 640$ м

1) $BD = \frac{1}{2} AC$ в прямоугольн. $\triangle ABC$ (1)

$BD = \frac{1}{2} \cdot 640 = 320$ м. (1)

$EK = \frac{1}{2} BD = 160$ м (2)

$LP = \frac{1}{2} EK = 80$ м (3)

$MN = \frac{1}{2} \cdot PL = 40$ м (4)

$QZ = \frac{1}{2} MN = 20$ м (5 треугольн.)

2) $BE = \sqrt{AE \cdot EC}$

$BE = \frac{AB \cdot BC}{AC}$

Ответ: длина мини-гипотенузы 20 м ✓

площадь = ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Р Ю 61-21	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	шифр	

Вариант № 7082

ФАМИЛИЯ Панова

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 26.11.2000 Класс: 8

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Наст

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3.

Обозначим за x отца, за y - мать, за z - сына.
Получаем: $x+y+z=65$

$(x-9)+(y-9)+(z-9)=41$

$x-4=9(z-4)$

Но, если раскрыть скобки во 2ом уравнении получим

$x+y+z=65$

$x+y+z=67$

Откуда можем сделать вывод, что 9 лет назад сыну было -2 года, или

$z=7$.

Тогда

$x-4=9(7-4)$

$x=9\cdot 3+4$

$x=27+4$

$x=31$

Ответ: отцу 31 год.

№5.

Напишем расписание всех тележек на первый час.

Письма: 8.00 - 8.10 - 8.15 - 8.25 - 8.30 - 8.40 - 8.45 - 8.55 - 9.00

Бандероли: 8.00 - 8.15 - 8.20 - 8.35 - 8.40 - 8.55 - 9.00

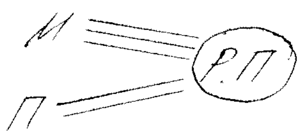
Посылки: 8.00 - 8.25 - 8.30 - 8.55 - 9.00

Теперь подчеркнем те места, где 2 или 3 тележки одновременно возвращались на пункт погрузки. В 1ом случае на пункт погрузки одновременно возвращаются тележка для писем и тележка для посылок. В этом случае пустой уедет тележка для писем, т.к. она ходит чаще. Во 2-ом случае сразу все тележки встретятся на пункте погрузки. В этом случае пустыми уедут тележка для писем и тележка для бандеролей. Т.к. вначале на каждую из тележек положили коробку, то к общему числу отправленных с грузом тележек, нужно прибавить 1. За один час каждая из тележек отъезжает с грузом 2 раза. Почта всего работает $16-8=8$ часов. Т.е. за один рабочий день почта сможет отправить по $1+2\cdot 8=1+16=17$ тележек с грузом каждого вида.

Ответ: по 17 тележек.

№1.

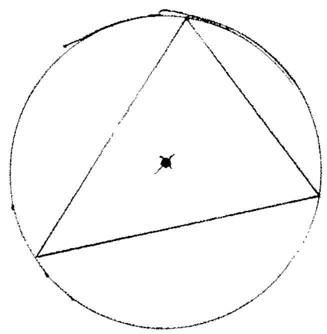
Допустим, что всего линий было 5. Тогда возьмём любые 3 из них, одна из которых идёт в город М. Тогда остаётся ещё 2 линии, каждая из которых также может оказаться в этой выборочной тройке. Следовательно, эти 2 линии также идут в город М. Мы получаем 3 линии, идущие в город М, и 2 линии, идущие пока в неизвестном направлении. Т.к. любая из этих 2-х линий может оказаться в четверке с 1-ой из трех, то обе линии должны идти в посёлок П. Получаем схему.



Если добавить в неё одну или более дополнительных линий, не идущих ни в город М, ни в посёлок П, или же идущих в одном из этих направлений, то можно будет найти такие тройки, где ни одна линия не идёт в город М, или четверки, где ни одна линия не идёт в посёлок П. Поэтому получаем, что если выбрать пять линий наугад, то в них ни одна не идёт и не в город М, и не в посёлок П, т.е. максимальное количество таких линий 0.

Ответ: 0.

№2.



Опишем данный треугольник. Тогда ось вращения должна проходить через центр окружности. В этом случае, при вращении треугольника в его плоскости получим эту же окружность, и площадь образуемой фигуры будет наименьшей.

№4.

$360^\circ : 60 \overset{на}{=} 6^\circ$ - отклоняется минутная стрелка при прохождении одной минуты.

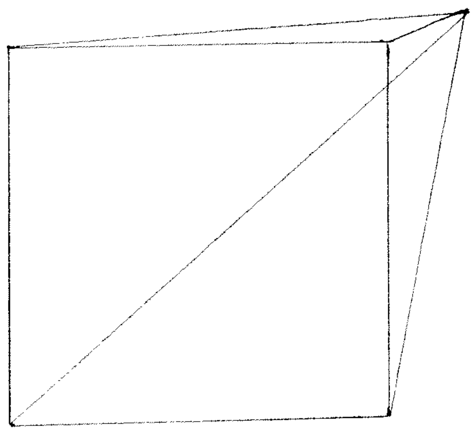
$360^\circ : 12 \overset{на}{=} 30^\circ$ - отклоняется часовая стрелка при прохождении одного часа.

$30^\circ : 60 \overset{на}{=} 30'$ - отклоняется часовая стрелка при прохождении одной минуты.

Т.к. это событие произошло впервые после полудня, то часы показывают 12.08.

Ответ: 12.08.

№7.



Т.к. расстояние от одной точки равно 4км, а от противоположной 5км, то советский радиопередатчик должен быть отклонён от диагонали к 1-ой вершине. Но в этом случае расстояние от самой дальней вершины - 9км, не может настолько превышать остальные, т.к. оно не проходит по диагонали квадрата. Следовательно, Майор не должен верить такому сообщению.

Ответ: не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

CV 64-24 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7102 шифр

ФАМИЛИЯ Пащенко

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Витальевич

Дата рождения 16.04.1998 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пащенко

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 вводи доп. мно №1

Т.к. среди любых трёх линий есть 1, идущая на М, то на М всего не идёт 2 линии.
Т.к. среди любых четырёх линий есть 1, идущая на П, то на П всего не идёт 3 линии.

1) Допустим, линий меньше 5 (четыре): ① ② ③ ④
Тогда 2 из них не идут на М: – М – М
И 3 из них не идут на П: П – – –

Получается: 2 линии в М
1 линия в П
1 линия ни в М, ни в П.

±

2) Линий не меньше 5 (пять): ① ② ③ ④ ⑤
Тогда 2 из них не идут в М: – М – М М
И 3 из них не идут в П: П – П – –

Получается: 2 линии в П
3 линии в М.
ни одной линии ни в М, ни в П.

P.S. я считал что линия не может идти и в М, и в П одновременно.

№4

минутная стрелка: 1мин – 6°; часовая: 1ч – 30°, 1м – 0,5°
Т.к. нужна разница 2°, то кол-во минут – четное.
Т.к. мин. стрелка двигается на 6°, то часовая должна сдвигаться на четное кол-во градусов (это каждые 4 мин)

время	угол часовой, °	угол минутной, °
12:00	0	0
13:00	30	0
13:04	32	24
14:00	60	0
14:10	65	60
15:00	90	0
15:16	98 –	96 = 2°

Ответ: 15:16

⊕

№5

Пусть в 1 банк вложит x рублей, во второй – y, в третий – z, а дома оставит d рублей.

Т.к. неизвестно какой банк разорится, то лучше во все 3 банка вложить одинаковое кол-во денег. $x=y=z$

Через год: I банк – $2x$
II банк – $3y$
III банк – 0
дома – d

Всего:
$2x+3y+d$, т.к. $x=y$, то $5x+d$
А было $3x+d$

Т.е. его вклад увеличился на $\frac{5}{3}x$. Из этого следует, что чем x больше, тем большую сумму он сможет получить. Поэтому $d=0$.

Тогда $x=y=z=\frac{600\,000}{3}=200\,000$ рублей.

В этом случае через год он получит 1 000 000 рублей.

не обосновано

№7

a_1 – длина I, a_2 – длина II, a_3 – длина III.
b_1 – высота I, b_2 – высота II, b_3 – высота III.

$a_1+a_2+a_3=30$, $a_1 b_1=15$, $a_2\cdot b_2=60$, $a_3\cdot b_3=180$

$b=a_3-a_2=a_2-a_1$

$a_3=30-a_2-a_1$

$30-2a_2-a_1=a_2-a_1$

$3a_2=30$

$\underline{a_2=10\text{ дм}}$ $b_2=\frac{60\text{ дм}^2}{10\text{ дм}}=\underline{6\text{ дм}}$

$$\begin{cases} a_3 \cdot b_3 = 180 \\ a_3 = a_2 + b \\ b_3 = b_2 \cdot q \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 \cdot b_3 = 180 \\ a_3 = 2a_2 - a_1 \\ b_3 = \frac{b_2^2 - a_1}{15} \end{cases}$$

$b = a_2 - a_1$

$q = \frac{b_2}{b_1}$, $b_1 = \frac{15}{a_1}$

$q = \frac{b_2 \cdot a_1}{15}$

$$(2a_2 - a_1)\frac{b_2^2 \cdot a_1}{15} = 180$$

$$12a_1^2 - 240a_1 + 900 = 0$$

$$a_1^2 - 240a_1 + 75 = 0$$

$$D = 400 - 300 = 100$$

$$\left[\begin{aligned} a_1 &= \frac{20-10}{2} = 5 \\ a_1 &= \frac{20+10}{2} = 15 \end{aligned}\right.$$

$a_1 < a_2 \Rightarrow$ $a_1 = 5$, $b_1 = 3$

$a_3 = 15$, $b_3 = 12$

+

Ответ: $a_1 = 5$ дм, $a_2 = 10$ дм, $a_3 = 15$ дм, $b_1 = 3$ дм, $b_2 = 6$ дм, $b_3 = 12$ дм.

№2

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Построим таблицу зависимости $\operatorname{tg} 2x$ от $\operatorname{tg} x$

$\operatorname{tg} x$	0	1	2	3	4	5	6
$\operatorname{tg} 2x$	0	—	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{6}{8}$	$-\frac{8}{15}$	$-\frac{10}{24}$	$-\frac{12}{35}$

−

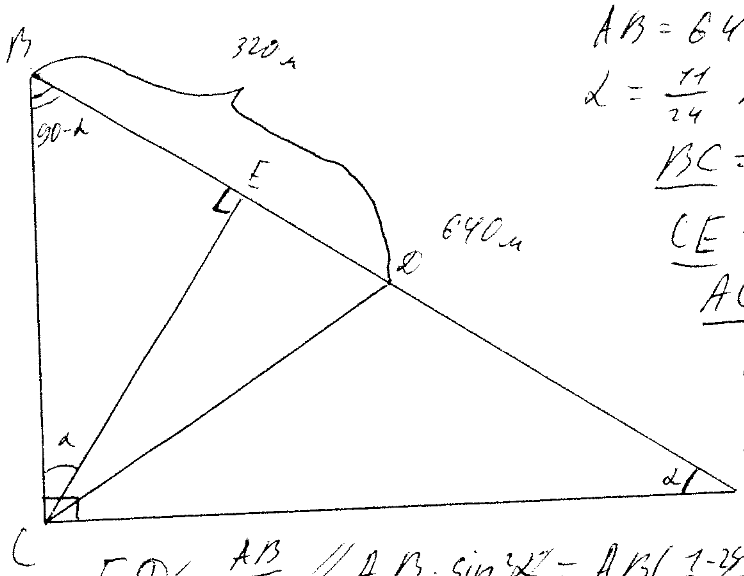
Дальше продолжать таблицу нет смысла, т.к. $\operatorname{tg} 2x \to 0$, но $\operatorname{tg} 2x$ никогда больше не станет равным 0.

Следовательно, $x = \operatorname{arctg} 0 + \pi n$, $n \in Z$,

т.е $x = \pi n$, $n \in Z$

Ответ: πn, $n \in Z$

выдан доп. лист №1



$AB = 640$ м

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$BC = AB \cdot \sin\alpha$

$CE = \cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot AB$

$AC = AB \cdot \cos\alpha$

$AE = AC \cdot \cos\alpha = AB \cdot \cos^2\alpha$

$BE = BC \cdot \sin\alpha = AB \cdot \sin^2\alpha$

$BD = \frac{AB}{2}$

~~$ED = \frac{AB}{2} - AB \cdot \sin^2\alpha = AB\left(\frac{1-2\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}\right) = AB \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2\alpha}$~~

~~$CD^2 = \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha \cdot AB^2 + AB^2 \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin^4\alpha} =$~~

~~$= \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \cdot AB^2 + AB^2 \cdot \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin^4\alpha}$~~

$ED = \frac{AB}{2} - AB \cdot \sin^2\alpha = AB\left(\frac{1}{2} - \sin^2\alpha\right) = AB \cdot \frac{1-2\sin^2\alpha}{2} =$

$= AB \cdot \frac{\cos 2\alpha}{2}$

$CD^2 = AB^2 \cdot \frac{\cos^2 2\alpha}{4} + \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha \cdot AB^2 = \frac{AB^2}{4}(\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha) = \frac{AB^2}{4}$

$CD = \frac{AB}{2}$

(+)

шп. I тр $= 640$ м

шп II тр $= 320$ м $= \frac{AB}{2}$

$\sin\angle ECD = \frac{\cancel{\cos\alpha \sin\alpha AB}}{} = \frac{AB \cdot \cos 2\alpha \cdot 2}{2 \cdot AB} = \cos 2\alpha$

$\cos\angle ECD = \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot AB \cdot 2}{AB} = \sin 2\alpha$

sin остр. угла 5 треуг. $= \sin 32\alpha = \sin\frac{44}{3}\pi = \sin\frac{2}{3}\pi$

гипотенуза 5 треугольника равна $\frac{AB}{32} = 20$ м

$S_{5треуг} = \frac{1}{2}a \cdot h$, $a = 20$ м, $h = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \Rightarrow S_{5треуг} = 20^2 \cdot \sin\frac{2}{3}\pi \cdot \cos\frac{2}{3}\pi$

$= 400$ м$^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 100\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 20 м; $100\sqrt{3}$ м^2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		VK 50-78	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр	

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Вадим

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 04.06.1998 **Класс:** 10

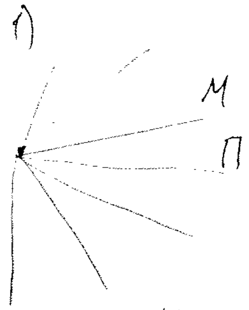
Предмет Математика **Этап:** заключительный

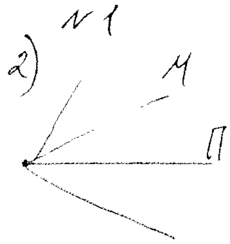
Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вад

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1

1)


2)


$\ominus$

Максимальное число линий - 7
минимальное число линий - 4
Ответ:
Число всех линий может быть меньше 5. Если это число не меньше пяти, то среди любых пяти линий найдутся такие, которые не ведут ни в М ни в П.

№ 2

Т.к. 0 - целое число, то

$\begin{cases} tg x \\ tg 2x \end{cases} \in Z$ при $x \in 2\pi k, k \in Z$ $\ominus$

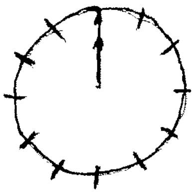
Ответ: $x \in 2\pi k, k \in Z$.

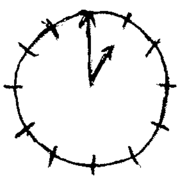
№ 4.

1) $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ - за 1 час часовая стрелка поворачивается на 30°

за 2) $\frac{2 \cdot 60}{60} = 2$ мин. часовая стрелка поворачивается на 1°.

3) $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ - за каждую минуту минутная стрелка поворачивается на 6°


- начальное положение


- спустя 1 час минутная стрелка повернута на 90°, а часовая повернута на $90^\circ + \frac{60^\circ}{2} = 120^\circ$

прошедшее время: угол часовой и минутной стрелки:

65 мин. $122{,}5^\circ$ – часовая
120° – минутная

66 мин. ~~150°~~ 123°
126°

120 мин. 155°
150°

196 мин. = 3ч 16 мин. 188°
186° – угол между стрелками составляет 2°

+

12ч + 3ч 16 мин = 15ч 16 мин. – время, когда угол между часовой и минутной стрелкой составляет 2°

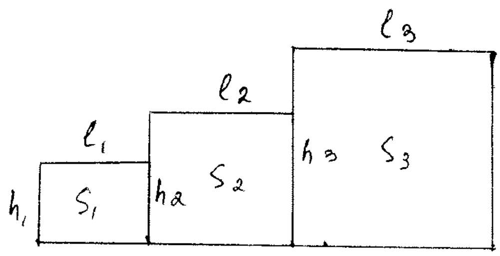
Ответ: 15ч 16 мин.

№5.

Ивану необходимо разделить поровну деньги между банками для получения наибольшей прибыли, т.е $\frac{1}{3}$ всей суммы положить в каждый банк, тогда через год он получит: $200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 0 = 1000000$ руб

+

Ответ: 1000000 рублей.



№7

$S_1 = l_1 \cdot h_1 = 15$

$S_2 = l_2 \cdot h_2 = (l_1 + k)(h_1 \cdot q) = 60$

$S_3 = l_3 \cdot h_3 = (l_1 + 2k)(h_1 \cdot q^2) = 180$, $k > 0$, $q > 0$

$l_1 + l_2 + l_3 = 3l_1 + 3k = 30 \Rightarrow l_1 + k = 10$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} l_1+k=10 \Rightarrow l_1=10-k \\ l_1\cdot h_1=15 \\ (l_1+k)(h_1\cdot q)=60 \\ (l_1+2k)(h_1\cdot q^2)=180 \end{cases}$$

1) $$\frac{(l_1+k)(h_1\cdot q)=60}{(l_1+2k)(h_1\cdot q^2)=180}$$

$$\frac{l_1+k}{q(l_1+2k)}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{q(l_1+2k)}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{q(10+k)}=\frac{1}{3}$$

2) $$\begin{cases} l_1+k=10 \\ l_1\cdot h_1=15 \end{cases} \Rightarrow h_1=\frac{15}{10-k}$$

3) $(l_1+k)(h_1\cdot q)=60$

$10(h_1 q)=60$

$$\begin{cases} h_1 q=6 \\ h_1=\frac{15}{10-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{15q}{10-k}=6$$

$$q=\frac{6(10-k)}{15}$$

4) $$\begin{cases} q(10+k)=30 \\ q=\frac{6(10-k)}{15} \end{cases} \Rightarrow \frac{6(10-k)(10+k)}{15}=30$$

$(10-k)(10+k)=75$

$100-k^2=75$

$k^2=25$

$$\left[\begin{array}{l} k_1=-5 \text{ — не подходит}, k>0 \\ k_2=5 \end{array}\right.$$

5) $l_1+k=10$

$l_1=5$

6) $l_1\cdot h_1=15$

$h_1=3$

7) $(l_1+k)(h_1\cdot q)=60$

$10\cdot 3q=60$

$q=2$

$h_2=h_1\cdot q=3\cdot 2=6$

$h_3=h_1\cdot q^2=3\cdot 4=12$

$l_2=l_1+k=5+5=10$

$l_3=l_1+2k=5+10=15$

Ответ: $h_1=3$ $l_1=5$

$h_2=6$ $l_2=10$

$h_3=12$ $l_3=15$.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7072	61Т 12-85 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Вадимович

Дата рождения 11.07.2001 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Петров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОТ 12-85

№1. выдано 2 доп. листа

5 : 3 = 1 (ост. 2), ~~этот остаток обязательно по~~ ~~кол-во труб~~

(+)

Кол-во ~~труб~~ линий ведущих в то предприятие города М - это число вида x + y, где x - это число показывающее ~~сколько~~ какое целое ~~число~~ кол-во раз число 3 умещается в числе 5, а y - это остаток от деления 5 на 3, значит:

5 : 3 = 1 (ост. 2); 1 + 2 = 3 - три ~~трубы~~ линии ведет в предприятие города М.

Кол-во линий ведущих в предприятие поселка П - это число вида x + y, где x - это число, которое показывает какое целое кол-во раз число 4 умещается в числе 5, а y - это остаток от деления 5 на 4, значит:

5 : 4 = 1 (ост. 1); 1 + 1 = 2 - три линии ведет в предприятие поселка П.

Если мы хотим узнать, сколько линий не ведет ни в город М, ни в поселок П, мы должны ~~отнять~~ вычесть из кол-ва всех линий (5), ~~то~~ сумму линий ведущих в город М (3) и поселок П (2)

5 - (2 + 3) = 5 - 5 = 0

Ответ: 0.

№3.

9 лет назад сын не жил, т.к. $65-9\cdot3=38$, а $38\neq40$
значит, что-бы вычеслить возраст сына, мы должны
вычислить: $65-(9\cdot2-40)$, и у нас получится 7.
значит сыну сейчас 7 лет. Т.к. 4 года назад отец
был старше сына в 9 раз, то 4 года ~~назад~~ назад отцу
было: $(7-4)\cdot9=27$ (лет), а сейчас ему: $27+4=31$ (год)

Ответ: 31 ~~год~~ год.

№4.

1 минута для часовой стрелки в градусах - это:

$360:12:60=360:720=0,5^{\circ}$.

а 1 минута для минутной стрелки в градусах это:

$360:12\cdot5=30\cdot5=6^{\circ}$.

что-бы вычеслить время, нам надо узнать,
сколько минут прошло после полудня, для
этого мы составляем уравнение, где X мин -
прошло после полудня.

$0,5x+120=6x$

$120=5,5x$

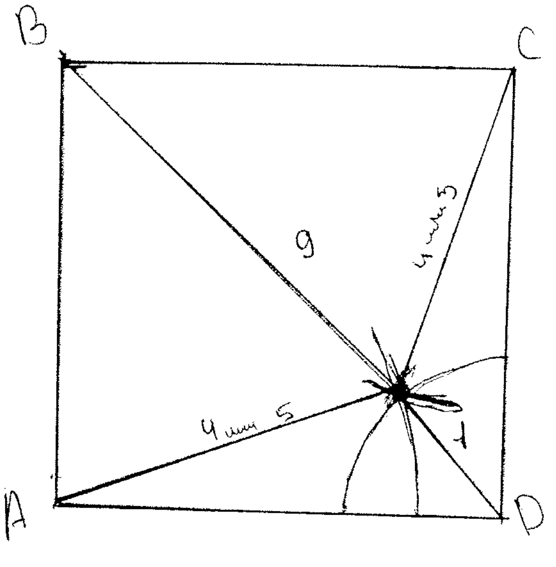
$x=\frac{\cancel{120}^{24}}{1}\cdot\frac{10}{\cancel{55}_{11}}$

$x=21\frac{9}{11}$ минут.

Ответ: часы показывают 12 часов $21\frac{9}{11}$ минут.

(+)

№1.



По данным Штирлица, от какой-либо вершины радиопередатчик находится на расстоянии 1км, в данном случае это вершина D (это может быть и вершина A, и B, и C, но ничего от этого не меняется. Значит радиопередатчик может быть в любой точке на окружности с радиусом 1 и центром в точке D, и ~~не~~ в части, наход. внутри квадрата. А что-бы узнать, где именно находится этот радиоприёмник, нужно провести ~~из точки~~ окр. с центрами в точках A или C ~~окр.~~ с радиусом 4 или 5 км, (из и окр. с центром в точке B в нашем случае. нельзя, т.к. сумма двух сторон не может быть больше третьей, а если из точки ~~А~~ B выходит "линия" радиусом 4 или 5 км, то сторона кв будет максимум 6 км, а ~~9км + 1км = 10км~~, а 6км + 1км = 7км; 7км < 9км, что противоречит теореме, значит из ~~точки~~ B выхо расстояние от точки B до ~~точки~~ радиоприёмника 9км.) И в месте пересечения окружности с радиусом 1 и окружностей с радиусом 4 или 5 (и вообще в месте пересечения всех окружностей) и будет радиоприёмник.

Из этого чертежа выясняется, что максим. размер стороны кв. это 4,(6), но даже если он будет 5, то ~~минимальн~~ мальн размер диагонали кв. точно больше 9, но даже если он будет 9, то $5\cdot5+5\cdot5=50$, а $9^2=81$, ал сумма кв. квадратов катетов не равна квадрату гипотенузы, и это будет в любом случае. (квадрат гипотенузы будет всегда больше ~~квадрат~~ суммы кв. катетов, ведь $a\uparrow a^2\uparrow$; $a\downarrow a^2\downarrow$).

Ответ: он не должен вернуть Шпаргалку.

±

№6.

~~$2^{10}=1024$~~ Каждые 10 степеней двойки число десятичных знаков увел. на 4, значит всего их будет $2015:10=201$ (ост. 5), $\underbrace{4+4+4\ldots+4}_{201}+1$, т.к. через 5 степеней после очередного „круга" (круг это 10 степеней) разряд увел на 1.

⊖ $4\cdot201+1=\underline{805}$.

∓

В случае с 5, зав. кол-ва разрядов от степеней 2:3, значит: $2015\cdot\frac{2}{3}\cdot1=\underline{1342}$ (ост 2), ~~а каждый круг~~ а после каждого круга (круг - это 3 степени.) еще 2 степени разряд увел. на 1, значит $1342+1=1343$

Ответ: 805; 1343.

⊖

№2.

$2x:2x:1$ (

№5.

8:00	8:00
8:15	8:20
8:30	8:40
8:45	9:00
9:00	...
...	

график отбытий тележек (зачёркнуты времена отбытия пустых тележек).

с письмами	с бандеролями	с посылками
8:00	8:00	8:00
~~8:15~~ 8:15	8:20	8:30
8 ~~8:30~~ ~~8:25~~	8:40	9:00
~~8:35~~	~~9:00~~	9:30
8:50	9:20	10:00
9:05	9:40	
~~9:15~~	~~10:00~~	
~~9:25~~	10:20	
~~9:35~~	...	
9:50		
10:05		
...		

значит, в первый час ~~по~~ Пенкин отпр. 3 тел. с письмами, 3 тел. с бандеролями и 2 тел. с посылками, далее он отпр. каждый час по 2 тел. с письмами, по 2 тел с бандеролями по 2 тел. с посылками.

$(16-9)\cdot 2+3=17$ (тел.) - с письмами.

$(16-9)\cdot 2+3=17$ (тел.) - с бандеролями

$(16-8)\cdot 2=16$ (тел.) - с посылками

Ответ: 17 тележек с письмами; 17 тел. с банд. и 16 тел. с посылками.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ЙЦ 49-67

№ группы | **Вариант №** 7112 | шифр

ФАМИЛИЯ ПОНОМАРЕВА

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВНА

Дата рождения 20.11.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пон

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

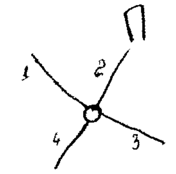
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-67

№1. 1) Т.к среди любых четырех линий обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П, то линий не менее 4

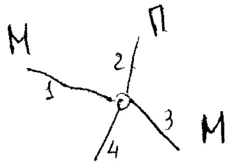
Пусть линий 4 : - одна из них ведёт в посёлок П по условию

Пусть это будет 2 линия



Также известно, что среди любых трёх линий обязательно есть линия, идущая на какое-либо предприятие города М

- Рассмотрим линии 1, 2, 3 : среди них должна быть линия, ведущая в город М. Пусть это 1 линия



Тогда среди этих трёх линий условие выполняется.

- Рассмотрим линии 2, 3, 4 : среди них должна быть одна линия, ведущая в город М. Пусть это линия 3

Для этих линий условие также выполняется

- Рассмотрим ~~дл~~ линии 1, 3, 4 : среди них 1, 3 линия ведёт в город М. Значит, условие выполняется

- Рассмотрим линии 1, 2, 4 : среди них 1 линия ведёт в город М. Условие выполняется

Следовательно, ~~то~~ кол-во линий может быть меньше пяти, при условии, что через любые 4 есть одна, ведущая в поселок П, и среди любых трёх - в город М

Однако, если считать условие, что среди любых трёх только одна ведёт в город М, то условие не будет выполняться

2) Если количество линий не меньше пяти, то ~~рассмотрим случай кол~~ рассмотрим этот случай.

Заметим, что, чтобы среди каждых трёх была линия ведущая в город М, а кол-во линий не меньше пяти, то кол-во линий, ведущих в город М будет равно кол-ву всех линий, делённое пополам.

Выдано 3 доп. листа

Выдано 1 доп лист

Лист 1 из 7

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-67

Также, чтобы среди любых четырех была одна, ведущая в посёлок П, нужно чтобы при любых взятых линиях одна вела в П. Если мы возьмём четыре линии, три из которых ведут в М, то 4 должна обязательно вести в П. И аналогично берём все свободные линии: берём одну свободную и три в М, тогда все свободные будут вести в П.

А следовательно, не будет линий, которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: 1) Может
2) Не найдутся

±

неоптимальный путь решения
нет четкости в решении

№2. $\operatorname{tg}2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x\cos x}{1-2\sin^2 x} = \frac{2\operatorname{tg}x}{\frac{1}{\cos^2 x} - 2\operatorname{tg}^2 x} = \frac{2\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}^2 x+1-2\operatorname{tg}^2 x} =$

$= \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ Пусть $\begin{cases}\operatorname{tg}2x = b\\ \operatorname{tg}x = a\end{cases}$, где a, b — целые числа

$\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x} = b\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ \frac{2a}{1-a^2} = b\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ 2a = b - a^2 b\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ ba^2 + 2\cdot a - b = 0\ (*)\end{cases}$

I $D = 4 - 4\cdot b(-b) = 4+4b^2 = 4(1+b^2) > 0$ всегда
$(b \neq 0)$

$\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ a = \frac{-2\pm\sqrt{4(1+b^2)}}{2b}\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ a = \frac{-2\pm 2\sqrt{1+b^2}}{2b}\end{cases}$

$\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ a = \frac{-1\pm\sqrt{1+b^2}}{b}\ (1)\end{cases}$ (1), т.к. a — целое число, то $ab+1 = \pm\sqrt{1+b^2}$ — тоже целое.

Значит, $\sqrt{1+b^2}$ - целое $\Rightarrow 1+b^2 = k^2$, $k\in Z$ $(k-1)(k+1) = b^2$

~~Это возможно только когда $b=0$, но $b\neq 0$.~~

II $b = 0$ (*)
$2a = 0$ (*)
$a = 0$

II. $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ a = \cancel{\ldots} = 0\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ a = \cancel{\ldots}\ 0\end{cases}$ $\begin{cases}\operatorname{tg}x = a\\ \left[\begin{array}{l} a = 0\\ \cancel{a} \end{array}\right.\end{cases}$ — пост корень.

Тогда $\left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}x = 0\\ \cancel{\operatorname{tg}x = a}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = \pi k, k\in Z\\ \cancel{x = \operatorname{arctg}(-2)+\pi n, n\in Z}\end{array}\right.$

$2015^{\operatorname{tg}x} = \left[\begin{array}{l}2015^0 = 1\\ \cancel{2015^{-2} = \frac{1}{2015^2} = \frac{1}{4060225}}\end{array}\right.$

~~2015^{tg}~~

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x = \pi k, k\in Z \quad 2015^{\operatorname{tg}x} = 1\\ \cancel{x = \operatorname{arctg}(-2)+\pi n, n\in Z}\end{array}\right.$ ~~$2015^{\operatorname{tg}x} = \left[\begin{array}{l}1\\ \frac{1}{4060225} = \frac{1}{2015^2}\end{array}\right.$~~

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-67

№4. Круг = 360° 12 секторов.

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ - 1 сектор, равный 5 мин. для минутной стрелки

и 1 часу для часовой

Часовая стрелка за 1 мин проходит угол $\alpha = \frac{30^\circ}{60^\circ} = 0{,}5^\circ$

Минутная стрелка за 1 мин проходит угол $\beta = \frac{30^\circ}{5^\circ} = 6^\circ$

Пусть кол-во минут, пройденные стрелками до того момента, когда угол между ними будет равен 2° = n раз

1 Тогда, справедливо уравнение: для 1 часа

$|\beta \cdot n - \alpha \cdot n| = 2^\circ$ $\quad |n(6-0{,}5)| = 2^\circ$

Если минутная уйдет дальше часовой $\quad n(+5{,}5) = 2^\circ$

$n = \frac{2}{5{,}5}$, но n - целое

Значит, не получится угол в 2° между стрелками в 1 час.

2 Рассмотрим 2 час: часовая стрелка начнет движение от угла в 30°

$|30^\circ + n \cdot 0{,}5 - 6 \cdot n| = 2^\circ$ $\quad 30^\circ + n(-5{,}5) = 2^\circ$

~~если часовая~~ в первые 5 мин, когда часовая отклонена на угол больший, чем угол минутной стрелки

$-5{,}5n = -28^\circ$ $\quad n = \frac{28 \cdot 10^2}{\cancel{55}_{11}}$, n - не целое

неверно

$6n - 0{,}5n - 30^\circ = 2^\circ$

$5{,}5n = 32^\circ$ (если во 2 час после 5 мин) т.е. минутная дальше часовой

$n = \frac{32 \cdot 10^2}{\cancel{55}_{11}}$ - неверно

Они не удовлетворяет условию во 2 час

3. Рассмотрим 3 час: часовая движется от угла в 60°

В первые 10 мин: $60^\circ + 0{,}5n - 6n = 2^\circ$
(мин догоняет часовую) $\quad -5{,}5n = -58^\circ$

$n = \frac{58 \cdot 10^2}{\cancel{55}_{11}}$ - не целое

В последние 50 мин: $6n - 60^\circ - 0{,}5n = 2^\circ$

$5{,}5n = 62^\circ$

$n = \frac{62 \cdot 10^2}{\cancel{55}_{11}}$ - не целое

Они не встретятся в третий час

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЦ49-67

4. Рассмотрим 4 час: часовая стрелка начинает движение с угла в 90°

Первые 15 мин: $90+0{,}5n-6n=2^\circ$

(минутная стрелка догонит часовую)

$-5{,}5n=-88^\circ$

$n=\frac{88\cdot10}{55}=16$

Часовая стрелка будет отклонена на угол

~~90+~~ $90+0{,}5\cdot16=8+90=98^\circ$

Минутная стрелка отклонится на угол $16\cdot6=60+36=96^\circ$

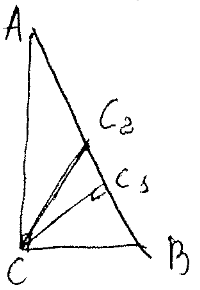
$98-96=2^\circ$ – верно.

~~Часовая стрелка~~ · Прошло 3 ч и 16 мин +

Ответ: 3ч 16мин покажут часы, когда угол между часовой и минутной стрелкой будет равен 2° 3ч 16 мин

№6 1. Рассмотрим первый треугольник: $\angle C=90^\circ$, $AB=640$

(1 треуг.)



CC_1 – высота

CC_2 – медиана

По свойству медиан: медиана в прямоугольном треугольнике равна половине гипотенузы. Значит $CC_2=\frac{AB}{2}=\frac{640м}{2}=320м$

У нас задан острый угол α

– Если $\angle\alpha=\angle CAB=\frac{11}{24}\pi$, то $\angle ABC=\pi-\frac{11}{24}\pi=\frac{13}{24}\pi$

$\angle C_1CB=\pi-\frac{13}{24}\pi=\frac{11}{24}\pi$ (ΔCC_1B – п/у)

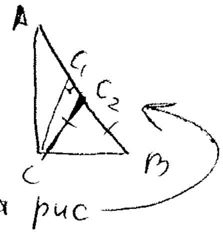
и угол $BCC_2=\angle C_2BC=\frac{13}{24}\pi$

$\angle C_2CC_1=\angle C_2CB-\angle C_1CB=\frac{13}{24}\pi-\frac{11}{24}\pi=\frac{2}{24}\pi=\frac{1}{12}\pi$

- Если $\angle\alpha = \angle ABC = \frac{11}{24}\pi$, то $\angle BAC = \pi - \frac{11}{24}\pi = \frac{13}{24}\pi$

$\angle C_1CB = \pi - \angle C_1BC = \pi - \frac{11}{24}\pi = \frac{13}{24}\pi$ (т.к. $\triangle CC_1B$ - п/у)

$\angle C_2CB = \angle C_2BC = \frac{11}{24}\pi$



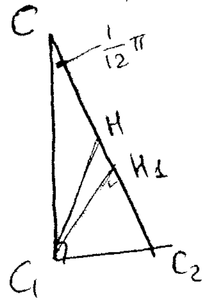
$\angle C_2CC_1 = \angle C_2CB - \angle C_1CB =$

$= \frac{11}{24}\pi - \frac{13}{24}\pi = -\frac{2}{24}\pi$, значит рис

$\angle C_2CC_1 = \angle C_1CB - \angle C_2CB = \frac{13}{24}\pi - \frac{11}{24}\pi = \frac{1}{12}\pi$

Неважно, какой угол $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, мы получим $\triangle CC_1C_2$:

(2 треуг)



, где $\angle C_1CC_2 = \frac{1}{12}\pi$, $CC_2 = 320$м.

C_1H - медиана

C_1H_1 - высота.

По свойству медиан: $C_1H = \frac{1}{2}CC_2 = \frac{320м}{2} = 160м$

$\angle C_1C_2C = \pi - \frac{1}{12}\pi = \frac{11}{12}\pi$ ($\triangle CC_1C_2$ - п/у)

$\angle C_2C_1H_1 = \pi - \angle C_1C_2C = \pi - \frac{11}{12}\pi = \frac{1}{12}\pi$ ($\triangle C_1H_1C_2$ - п/у)

$\angle C_2C_1H = \angle C_1C_2H$ ($C_1H = HC_2$) $= \frac{11}{12}\pi$

$\angle HC_1C_2 - \angle H_1C_1C_2 = \angle HC_1H_1 = \frac{11}{12}\pi - \frac{1}{12}\pi = \frac{10}{12}\pi = \frac{5}{6}\pi$

Мы получили $\triangle C_1H_1H$ ($\angle H_1 = 90$) $\angle HC_1C_2 = \frac{5}{6}\pi$) $C_1H = 160$м

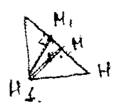
(3 треуг)

H_1M - медиана $= \frac{1}{2}C_1H$ (по сво-ву медианы в п/у $\triangle$) $=$

$= \frac{160}{2} = 80м$ Аналогии 1, 2 треуг-кам

$\angle H_1HC_1 = \pi - \frac{5}{6}\pi = \frac{\pi}{6}$ $\angle HH_1M_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

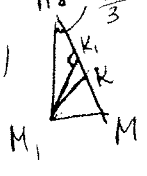
$\angle MH_1H = \angle MHH_1 = \frac{\pi}{6}$



$\angle M_1H_1M = \angle M_1H_1H - \angle MH_1H =$

$= \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$

(4 треуг)



MK - медиана $= \frac{1}{2}H_1M = \frac{80м}{2} = 40м$ (по св-ву мед)

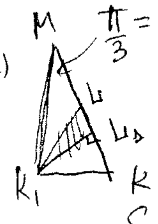
Аналогично 1; 2; 3 треугольникам $\angle MH_1M_1 = \angle K_1M_1M = \frac{2\pi}{3}$

$\angle KM_1M = KMM_1 = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$\angle K_1M_1K = \angle K_1M_1M - \angle KM_1M = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

явный проход

(5 треуг)



~~$K_1L = \frac{1}{2}MK = \frac{40}{2} = 20м$~~

$MK = 40м$ $\angle MKK_1 = 90 - 60 = 30$.

Сторона, лежащая против угла в 30°, (MK_1) равна половине гипотенузы: $MK_1 = 20м$

$S_\triangle = \frac{1}{2}\sin\angle K_1MK \cdot MK_1 \cdot MK = \frac{1}{2} \cdot \sin 60° \cdot 20м \cdot 40м =$

$S = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 20м\cdot 40м = \sqrt{3}\cdot 5\cdot 40м = 200\sqrt{3}\ м^2$

Ответ: длина аллеи-гипотенузы $= 40м$
площадь треугольника $= 200\sqrt{3}\ м^2$

№5. Т.к. мы не знаем, какой из банков какой и что случится с нашим вкладом в любом из банков, то положим в каждый банк сумму x руб., а y руб. оставим дома.

$$3x + y = 600\,000 \quad ; \quad 3x = 600000 - y$$

Через год из первого банка мы получим $x\cdot 3$ руб;
из второго — $x\cdot 2$ руб;
а из третьего — $x\cdot 0$ руб

$$3x + 2x = f(x)$$

$$\begin{cases} 5x = f(x) \\ x = \frac{600000-y}{3} \end{cases}$$ — нам надо найти max значение $f(x)$

$\frac{5}{3}(600000 - y) = f(x)$, т.к. $y \geq 0$, то наиб значение $f(x)$ будет, когда $y = 0$

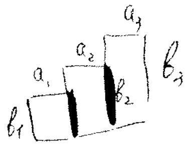
$f(x) = \frac{5}{3}\cdot 600\,000 = 5\cdot 200000 = 1000{,}000$ руб - получит Иван Иванович через год

Ответ: 1000 000 руб

(+)

№7

$S_1 = a_1 b_1 = 15$, т.к a_1, a_2, a_3 - арифм прогрессия, то $a_2 = a_1 + n$
$S_2 = a_2 b_2 = 60$
$S_3 = a_3 b_3 = 180$ $\quad a_3 = a_1 + 2n$



и т.к b_1, b_2, b_3 - геометрическая прогрессия, то $b_2 = b_1\cdot q$; $b_3 = b_1\cdot q^2$
также общая длина будет равна $b_1 + b_2 = 30$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+n)(b_1\cdot q) = 60 \\ (a_1+2n)(b_1\cdot q^2) = 180 \\ b_1(1+q) = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ (\frac{15}{b_1}+n)(b_1\cdot q) = 60 \\ (\frac{15}{b_1}+2n)(b_1\cdot q^2) = 180 \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ (\frac{15(1+q)}{30}+n)(\frac{30\cdot q}{1+q}) = 60 \\ (\frac{15(1+q)}{30}+2n)(\frac{30q^2}{1+q}) = 180 \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ49-67

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ \left(\frac{1+q}{2}+n\right)\left(\frac{30q}{1+q}\right) = 60 \\ \left(\frac{1+q}{2}+2n\right)\left(\frac{30q^2}{1+q}\right) = 180 \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ \frac{(1+q+2n)(30q)}{2\cdot(1+q)} = 60 \\ \frac{(1+q+4n)\cdot 30\cdot q^2}{2\,(1+q)} = 180 \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ 1+q+2n = \frac{4(1+q)}{q} \\ 1+q+4n = \frac{12(1+q)}{q} \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ n = \frac{\left(\frac{4(1+q)}{q} - 1 - q\right)}{2} \quad (2) \\ n = \frac{\left(\frac{12(1+q)}{q} - (1+q)\right)}{4} \quad (3) \\ b_1 = \frac{30}{1+q} \end{cases}$$

$(2) = (3)$

$$\frac{\frac{4(1+q)}{q} - (1+q)}{2} = \frac{\frac{12(1+q)}{q} - (1+q)}{4}$$

$$\frac{8(1+q)}{q} - (1+q) = \frac{12(1+q)}{q} - (1+q)$$

$$\frac{8(1+q)}{q} = \frac{12(1+q)}{q}$$

$8+8q = 12+12q$

$4q = -4 \quad q = -1$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ n = \frac{\frac{4(1-1)}{q} - (1+q)}{2} \\ q = -1 \\ b_1 = \frac{30}{1-1} \end{cases}$$

Длина: $2(a_1+a_2+a_3) + b_1 + (b_2-b_1) + (b_3-b_2) =$

$= 2(a_1+a_2+a_3) + b_3 = 30$

$2(3a_1+3n) + b_3 = 30$

$6a_1 + 6n + b_1 q^2 = 30$

$6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+n)(b_1 q) = 60 \\ (a_1+2n)(b_1 q^2) = 180 \\ 6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ \frac{30 - b_1 q^2}{6} \cdot b q = 60 \\ (a_1+2n)\,(30 - 6(a_1+n)) = 180 \\ 6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+2n)(5-(a_1+n)) = 30 \\ (30 - b_1 q^2)\cdot b_1 q = 360 \\ 6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ 5a_1 - a_1^2 - a_1 n + 10n - 2a_1 n - 2n^2 = 30 \\ 30 b_1 q - b_1^2 q^3 = 360 \\ 6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ -a_1^2 - 3a_1 n + 5a_1 + 10n - 2n^2 = 30 \\ 30 b_1 q - b_1^2 q^3 = 360 \\ 6(a_1+n) = 30 - b_1 q^2 \end{cases}$$

ответ не получен

$\frac{-}{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

203		10F 60-98
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Потелова

ИМЯ Татьяна

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 11.04.1999

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пот-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Решение:

1) т.к. среди любых трёх линий обязательно есть 1, идущая в город М, то сколько бы ни было линий всего, из них только 2 смогут идти в другие места.

Иначе, если, например, 3 ~~смогут не идти~~ не будут идущими в город М, то они не будут удовлетворять условию, ведь среди этих трёх («оказавшихся „новыми"») не будет линий, ведущих в М.

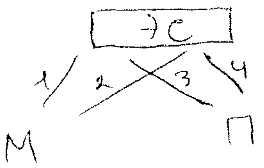
город М → 2 не ведут к нему (и меньше)
↘ остальные идут к нему. (+)

2) т.к. среди любых четырёх линий обязательно есть 1, идущая в посёлок П, то среди всех линий только 3 не идут в П (или меньше), ведь если их больше, не выполнится условие.

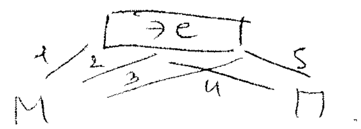
посёлок П → 3 (и меньше) не ведут к нему
↘ остальные идут к нему.

3) объединяя выводы 1 и 2 пунктов, делаем вывод, что число всех линий равно 4 или 5.

если линий 4(1):

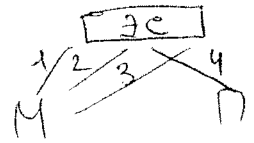


если линий 5:



только в этих ~~двух~~ трёх случаях выполняются условия.

если линий 4 (2):



в итоге, линий не может быть больше 5, а в случае, когда их 5, ни одна из них не может вести ни в М, ни в П.

Ответ: может; не найдутся.

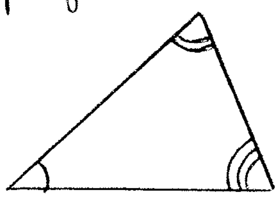
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

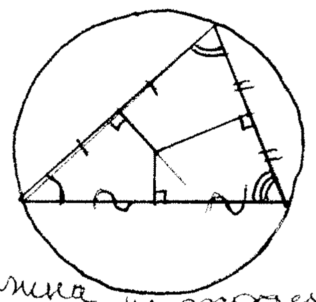
Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЭ 60-98

№2. Решение:

1) Рассмотрим случай, когда треугольник является остроугольным.





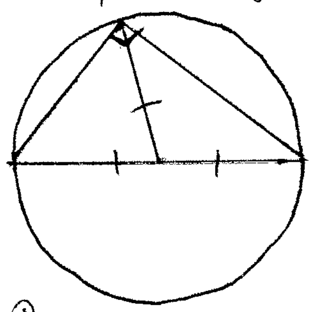
+

Тогда ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров Δ.

(оговорим, что при вращении в своей плоскости любого треугольника, образованная при этом фигура будет являться кругом).

Так, для остроугольного Δ фигурой с наименьшей площадью при вращении будет круг, ограниченный окружностью, описанной около него.

2) Рассмотрим случай, когда треугольник является прямоугольным.

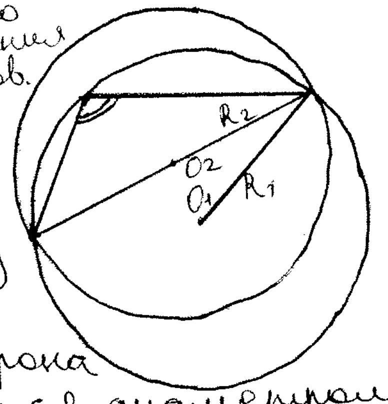


Для такого треугольника центром окружности с наименьшей площадью круга является середина его гипотенузы.

3) Рассмотрим случай, когда треугольник тупоугольный.

Центр описанной около него окружности - точка пересечения серединных перпендикуляров.

Но центром окружности с меньшей площадью круга является середина стороны, противолежащей тупому углу.



$R_2 < R_1$, т.к. большая сторона треугольника не является диаметром (самой большой хордой) окружности с центром O_1.

Ответ: для остроугольного и прямоугольного треугольника - описанные около них окружности; для тупоугольного - окружность с центром в середине большей стороны.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10F 60-98

№3. $x^2+px+q=0$ —

$D=p^2-4q$, т.к. корень один, $D=0$.

тогда $x=\frac{-p+0}{2}=-\frac{p}{2}$.

$T(x)=x^2+px+q$

№5. три банка.

первый – ~~доход~~ сумма ×3

второй – сумма ×2

третий – 0.

сумма = 600.000.

наибольший доход – ?

Решение:

т.к. неизвестно, какой из банков принесет прибыль, а какой разорится, то рациональнее положить во все банки равные суммы; тогда при худшем раскладе прибыль будет наибольшей.

1) если положить деньги в банки и оставить дома:

600.000 — ~~150.000~~ (×3), ~~150.000~~ (×2), 150.000 (0), ~~150.000~~ (А) — не строго

тогда через год сумма = 450.000 + 300.00 + 150.000 = 900.000.

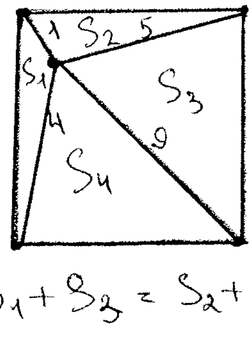
2) если положить деньги в банки: +

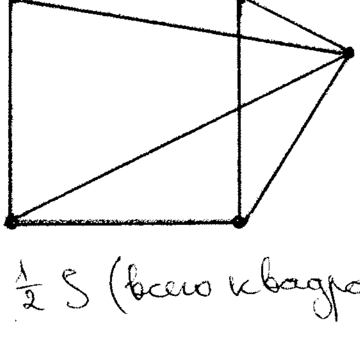
600.000 — ~~200.000~~ (×3), ~~400.000~~ (×2), 200.000 (0)

тогда через год сумма = 600.000 + 400.000 = 1.000.000.

Ответ: положить в каждый банк по 200.000, доход = 400.000, всего: 1000.000.

№7. Рассмотрим 2 варианта:

1) 

2) 

—

1) $S_1+S_3=S_2+S_4=\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{2}S$ (всего квадрата)

№4. Решение:

+

1) $\frac{360°}{12} = 30°$ – часовая стрелка проходит за 1 час

$\frac{30°}{60} = 0,5°$ – часовая стрелка проходит за 1 мин.

2) $\frac{360°}{60} = 6°$ – минутная стрелка проходит за 1 мин.

если 2° между стрелками было в 1 часе после полудня:

время после п.	1 мин.
часовая	30,5
минутная	6°

уже ~~час~~ угол больше 2°, будет увеличиваться.

если во 2 часе после полудня:

минут после полудня	0 мин.	2 мин.	4 мин.	6 мин.
часовая	30°	31°	32°	33°
минутная	0°	12°	24°	36°

не совпадает, будет увеличиваться.

если в 3 часе после полудня:

минут после полудня	0 мин.	2 мин.	4	6	8	10	12
часовая	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°
минутная	0°	12°	24°	36°	48°	60°	72°

не подходит

если в 4 часе после полудня:

минут после полудня	0	12	14	16
часовая	90°	96°	97°	98°
минутная	0°	72°	84°	96°

разница 2 мин.

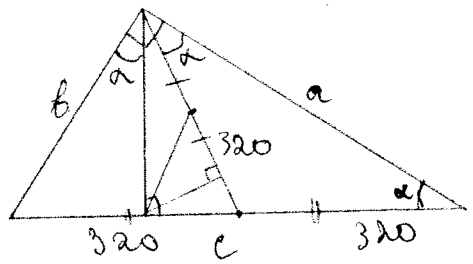
Значит, время 15:16.

Ответ: 15:16.

№6. $\alpha = \frac{11}{24}\pi$; $c = 640$ м

$S_\Delta = \frac{1}{2} c \cdot h_c$

$S_\Delta = \frac{1}{2} c \cdot a \cdot \sin\alpha$



(m) ~~медиана~~ прямоугольного $\Delta = \frac{1}{2} c = 320$ м.

так, 1Δ: c = 640 м, m = 320 м

2Δ: c = 320 м, m = 160 м

3Δ: c = 160 м, m = 80 м

4Δ: c = 80 м, m = 40 м

5Δ: c = 40 м, m = 20 м. V

и в каждом новом треугольнике гипотенуза – медиана предыдущего Δ.

Значит, гипотенуза ~~медиана~~ 5Δ = 40 м.

Ответ: гипотенуза = 40 м, $S_\Delta = c \cdot a \cdot \sin\alpha. = ?$

–
+

Твор.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Йц 49-66 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Прокопьев

ИМЯ Антон

ОТЧЕСТВО Вячеславович

Дата рождения 07.09.1997 **Класс:** 11 А

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АУ 49-66

Задание № 2

$tg x$; $tg 2x$ ~~Если оба числа целые, то их сумма~~

$tg2x = \frac{2tgx}{1-tgx^2}$

Пусть $tgx = a$; a – целое число;

$\frac{2 \cdot a}{1-a^2}$ по условию должно быть тоже целым, а значит.

$|2 \cdot a| \geq |1-a^2|$ (числитель > знаменателя)

$$\left[\begin{array}{l} a^2+2a-1 \geq 0 \\ D = 4+4 = 8 \\ a_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ -1 \pm \sqrt{2} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} a^2-2a-1 \geq 0 \\ D = 8 \\ a_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ 1 \pm \sqrt{2} \end{array}\right.$$

$-1-\sqrt{2}$ -2 -1 0 $-1+\sqrt{2}$ $1-\sqrt{2}$ 0 1 2 $1+\sqrt{2}$

Условие будет выполняться при $a \in [-1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}]$

Значит ~~$tg x$~~ tgx прин. этому промежутку. В него входят целые числа $-2; -1; 0; 1; 2$, но $\frac{2 \cdot tgx}{1-tg^2x}$ должно быть целым. Подходит только число 0

$tgx = 0$

$x = \pi n$

Для любого $x \in \pi n$ $2015^{tgx} = 1$

Ответ: $x \in \pi n$; $2015^{tgx} = 1$ +

Задание № 4

Скорость минутной стрелки $V = \frac{360°}{60 мин} = 6°/мин$

часовой стрелки $U = \frac{360°}{12ч} = \frac{360°}{12 \cdot 60°} = \frac{1}{2}°/мин$

Их относительная скорость друг друга будет $5{,}5°/мин$

Тогда $(5{,}5 \cdot n \pm 2) \bmod 360 = 0$ или $[(5{,}5n \bmod) 360] = 2 \cup 358$

Выдан 1 доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИЦ 49-66

Где n – натуральное число.

Таковым является 196. Проверим

$(5{,}5\cdot 196+2) \bmod 360 = 0$

$1080 \bmod 360 = 0$

$5{,}5\cdot 196 \bmod 360 = 358$

Значит прошло 196 минут от начала дня или по-другому 3 ч 16 мин.

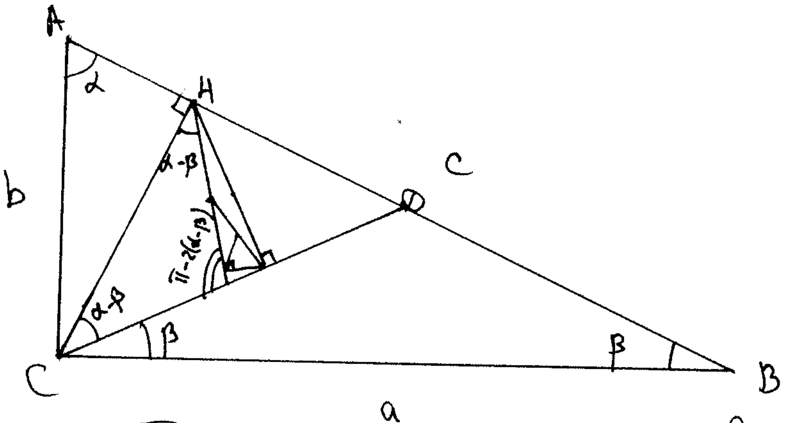
Ответ: 15 часов 16 минут. +−

Задание №5

Самый худший исход для Ивана Ивановича – ~~его~~ когда самый крупный вклад в банке „сгорает", а самый меньший будет утроен. В таком случае, выгоднее всего разделить ~~на~~ вклад на три равные части и положить их в банк. Таким образом мы минимизируем наши потери. Если вложить неодинаковые суммы, то максимальная из них сгорит, а удвоенная сумма + утроенная сумма остальных дадут ~~наши~~ меньше, чем при одинаковых вкладах.

(∓)

Задание №6



Пусть, $AB=c$; $AC=b$; $CB=a$, CD – медиана.

Из теоремы косинусов следует, что $CD^2=\left(\frac{c}{2}\right)^2+(c\cdot\cos\alpha)^2-\frac{(c\cdot\cos\alpha)\left(\frac{c}{2}\right)\cdot\cos\alpha}{2}$

$CD^2=\frac{c^2}{4} \Rightarrow CD=\frac{c}{2}$ Аналогично для всех вложенных прямоугольных треугольников. Тогда длина гипотенузы 5-го треугольника $c\left(\frac{1}{2}\right)^5$

$\frac{c}{32}=\frac{640}{32}=20$ м ✓ Площадь его будет равна $\frac{c^2\cdot\sin 2\varphi}{4}$

$\triangle CDB$ — равнобедр. $\angle DCB = \beta$; $\triangle CHB \sim \triangle ABC$ из этого следует, что $\angle HCB = \angle CAB = \alpha$, тогда $\angle HCD = \alpha - \beta$

Тупой угол при медиане в том треугольнике будет равен $\pi - 2(\alpha-\beta)$, аналогично для других треугольников.

Получаем, что $\varphi = \left|\pi - 8(\alpha-\beta)\right|$ & $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{1}{24}$

$$\varphi = \left|\pi - \frac{8(\pi-1)}{24}\right| = \varphi = \frac{7}{3}\pi = \frac{\pi}{3}$$

+

$$S = \frac{20^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt3}{2}}{2} = 50\sqrt3 \text{ м}^2$$

Ответ: 20 м; $50\sqrt3$ м^2

Задание № 7

Пусть a_1, a_2 и a_3 — длины прямоугольников, тогда h_1, h_2 и h_3 - высоты

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм $= \frac{(a_1+a_3)3}{2} = a_2 \cdot 3$ (средний член прогрессии)

$a_2 \cdot 3 = 30$ дм $\quad a_2 = 10$ дм, тогда $S_2 = h_2 \cdot a_2 = 60$ дм^2

$h_2 = \frac{60}{10} = 6$ дм

Составим систему

$$\begin{cases} \frac{h_2}{q}(a_2 - d) = 15 \\ h_2 q (a_2 + d) = 180 \end{cases}$$

где d — разность арифм. прогр.
q — множитель геометр.

Умножим почленно, получим

$$h_2^2 (a_2 - d)(a_2 + d) = 15 \cdot 180$$

$$a_2^2 - d^2 = \frac{15 \cdot 180}{h^2}$$

$$d^2 = a^2 - \frac{15 \cdot 180}{h^2}$$

$$d^2 = 100 - \frac{15 \cdot 180}{36} = 25$$

$$d = 5$$

$a_1 = 5$ дм; $a_3 = 15$ дм

Получаем выражение

$6 \cdot q \cdot 15 = 180$

$q = 2$

$h_1 a_1 = 3$дм; $h_3 a_3 = 12$ дм

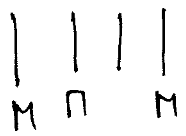
Ответ: $a_1 = 5$ дм; $h_1 = 3$ дм

$a_2 = 10$ дм; $h_2 = 6$ дм

$a_3 = 15$ дм; $h_3 = 12$ дм

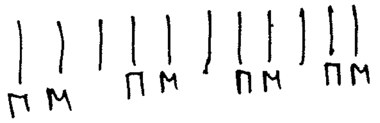
Задание №1

1) Да, может, среди каждых 4-х есть путь в П, а среди каждых 3-х есть в М, то можно расположить так



Что удовлетворяет условию.

2) Да, при условии, что не абсолютно все линии ведут либо в М, либо в П



данная схема верна для условия задачи

Необозначенные линии не ведут ни в П, ни в М.

Задание № 3

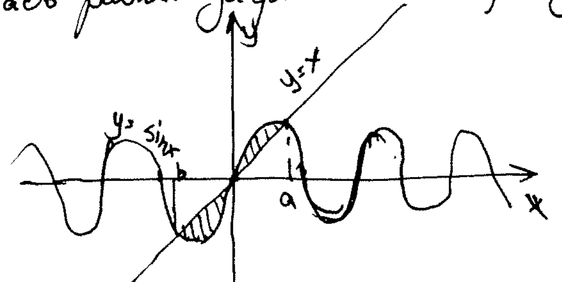
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

РМИ

$$\begin{cases} \sin y = \arcsin x \\ -\sin x = \arcsin y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \sin x \\ -\sin y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \sin x \\ y = -\arcsin x \end{cases}$$

Площадь равна заштрихованной фигуре

$$S = \int_b^a (x - \sin x)\,dx$$



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

MsF08-00		ZS 92-93

№ группы

Вариант № 7082

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Прокопьева

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 04.03.2000

Класс: 8

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

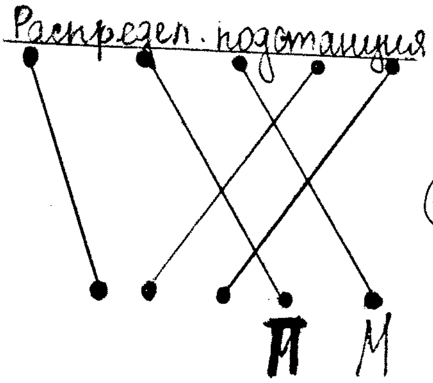
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZS 92-9

№1.

Число линий не менее 5, пусть линий было 5.



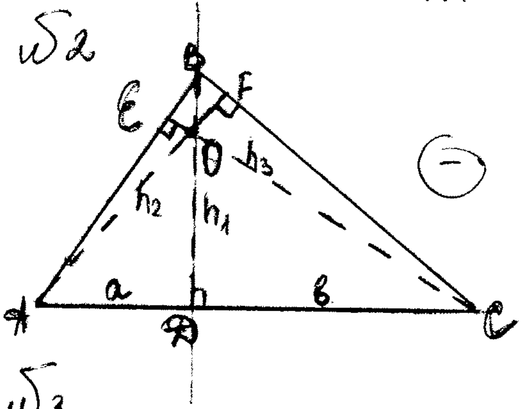
Берем любые 3 линии и одна из них идет на предприятие города М.

Берем любые 4 линии и одна из них обязательно идет на предприятие поселка П.

По условию все верно, значит максимальное количество среди линий, которое не идут ни на одно из предприятий, это 3.

Ответ: 3 линии.

№2



Ответ: ось вращения должна проходить через точку пересечения высот, таким образом площадь фигуры, образованной вращением, будет минимальная.

№3

	Сейчас	4 года назад	9 лет назад
Мать	x	x − 4	x − 9
Отец	y	9(z − 4)	y − 9
Сын	z	z − 4	z − 9
Вместе	65		40.

Пусть матери x лет, отцу y лет, сыну z лет.

1) $\begin{cases} x+y+z=65 \\ y-4=9(z-4) \\ x-9+y-9+z-9=40. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=65 \\ y-4=9(z-4) \\ x+y+z=67 \end{cases} \Rightarrow$ $67-65=2$ (года), $9-2=7$ (лет) $\Rightarrow$ сын родился 7 лет назад

$\Rightarrow$ сыну 7 лет; $z=7$.

2) $y-4=9(z-4)$

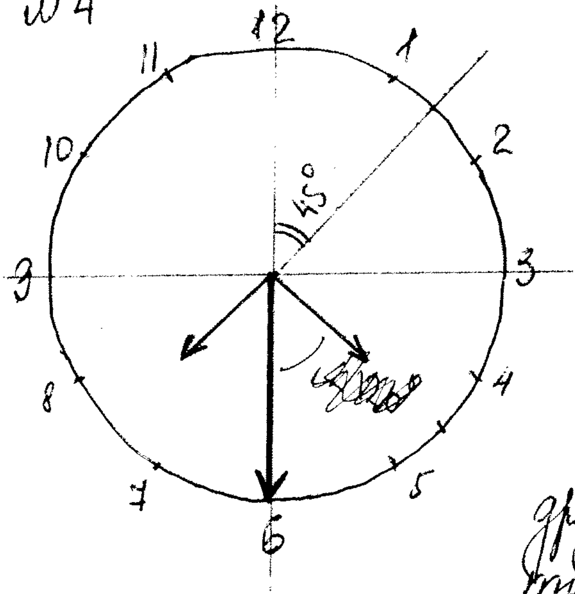
$y-4=9(7-4)$

$y=31$ (год) − отцу $\Rightarrow$

3) $x=65-z-y=65-7-31=27$ (лет) − матери

Ответ: отцу 31 год.

№4

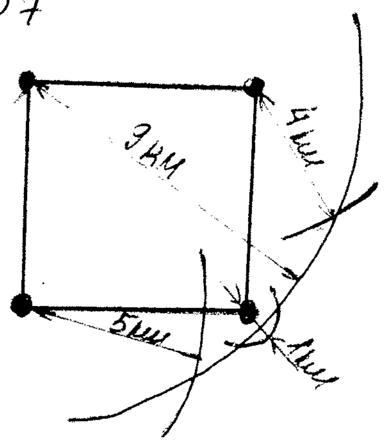


45° это половина четверти циферблата, т.е. если в минутах - это 7,5 мин. По условии сказано, что прошло целое число минут. Чтобы изобразить дробную часть мы берем 30 мин минутной стрелки (т.к. другие значения минут точно не будут 45° с каким-либо значением часов). Т.е. минутная стрелка показывает 30 мин. Если она образует с часовой стрелкой 45°, значит часовая стрелка показывает либо 4.30, либо 7.30 (или 16.30 и 19.30), а т.к. событие произошло впервые, значит часы показывают 16.30

Ответ: 16.30 ч.

+

№7



1км - 5мм.

Я провела радиусы из 4 точек (из 4 радиостанции). Длинные радиусы и есть расстояния 1, 4, 5, 9 км. Т.к. они не пересекаются, значит положение перевозчика неверно.

Ответ: Миллер не должен верить собеседнику.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

ИЦ 49-27

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Прокопьева

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 14.02.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

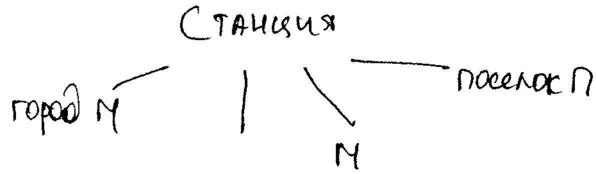
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЦ 49-27

① Чтобы среди любых трех линий одна обязательно шла в город М, нужно чтобы число линий, не идущих в этот город не превышало 2 (≤ 2).

Аналогично число линий, не идущих в ~~город~~ поселок П не должно превышать 3 (≤ 3).

Данные два условия выполняются если всего 4 линии электропередач: (две из которых идут в город М и одна в поселок П).



Если линий ≥ 5 и среди них есть такие 5 линий, которые не ведут ни в М ни в П, то не будут выполнятся первые 2 условия.

Нет полного обоснования.

Ответ: может быть меньше 5 линий (4 линии); не если линий ≥ 5, то 5 линий, не ведущих ни в один из пунктов, не найдутся.

±

② $tg\,2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$ Если $tgx \in \{2\};\{3\}\ldots\{2?\};\{3\}$ / $\{-1\};\{1\};\{0\}$ то $\frac{2tgx}{1-tg^2x}$ — никогда не будет целым числом.

$tgx = \{-1\};\{1\}$ не существует $\Rightarrow tgx = 0$.

$2015^{tgx} = 2015^0 = 1$.

+

Ответ: 1.

③ $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

из ОДЗ: $y \in [-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$ $x \in [-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$

1) $-1 \leq \sin y \leq 1$

$-\frac{\pi}{2} \leq -\arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$

$-1-\frac{\pi}{2} \leq \sin y - \arcsin x \leq 1+\frac{\pi}{2}$

точки принадлежат $\ell = (1+\frac{\pi}{2}) - (-1-\frac{\pi}{2}) = 2(1+\frac{\pi}{2}) = \pi + 2$.

Выдан 1 доп. лист. Выдан 1 доп. лист

$-1 \leq \sin x \leq 1$.
$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin y \leq \frac{\pi}{2}$.
$-1-\frac{\pi}{2} \leq \sin x + \arcsin y \leq 1+\frac{\pi}{2}$

Точки принадлежат $m =$
$\Rightarrow \left(1+\frac{\pi}{2}\right)-\left(-1-\frac{\pi}{2}\right) = 2+\pi$.

$S_{фигуры} = m \cdot l = (2+\pi)^2$.

Ответ: $S = (\pi+2)^2$

④ ~~Заметим~~ Часовая стрелка за 1 минуту проходит $\frac{1}{2}°$, минутная – $6°$. Заметим, что с каждой минутой угол между стрелками увеличивается на $5{,}5°$

Значит ~~расс~~ угол между стрелками станет $2°$ тогда, когда минутная сделает несколько полных оборотов.

Запишем уравнение:

$360° \cdot x - 6° \cdot y_{минут} + \frac{1}{2}° \cdot y_{минут} = 2°$ (где x – ~~обор~~ полные обороты сделанные минутной стрелкой)

$360° \cdot x - 2° = 5{,}5° \cdot y$ ~~мину~~ минут

Методом подбора определим, что при $x = 3$, $y_{минут}$ – целое.

$360° \cdot 3 - 2° = 5{,}5° \cdot y$

$y = \frac{360° \cdot 3 - 2°}{5{,}5°} = 196$ минут.

Значит прошло 196 минут и на часах 3 часа 16 минут.

Ответ: 3 часа 16 минут.

почему?
⑤ Минимальный риск потери будет в том случае, если в каждом банке сделать одинаковый вклад.

~~Значения в худшем варио~~ Пусть x - размер вклада, тогда ~~вопросы~~ прибыль через год в худшем варианте составит:

$2x + 3x - x = 4x$.

Т.к. изначально вложили $3x$ (во все 3 банка), ~~вот~~ через год получим $4x \Rightarrow 4x - 3x = x$ - прибыль.

~~Максимально~~ Общая прибыль $= S$ (сумма изначальная) $+ x =$

$= 600\,000 + x$.

Чем больше x (размер вклада), тем больше общая прибыль. Поэтому нужно вложить в банки все деньги $\Rightarrow$ тогда $600\,000 = 3x$

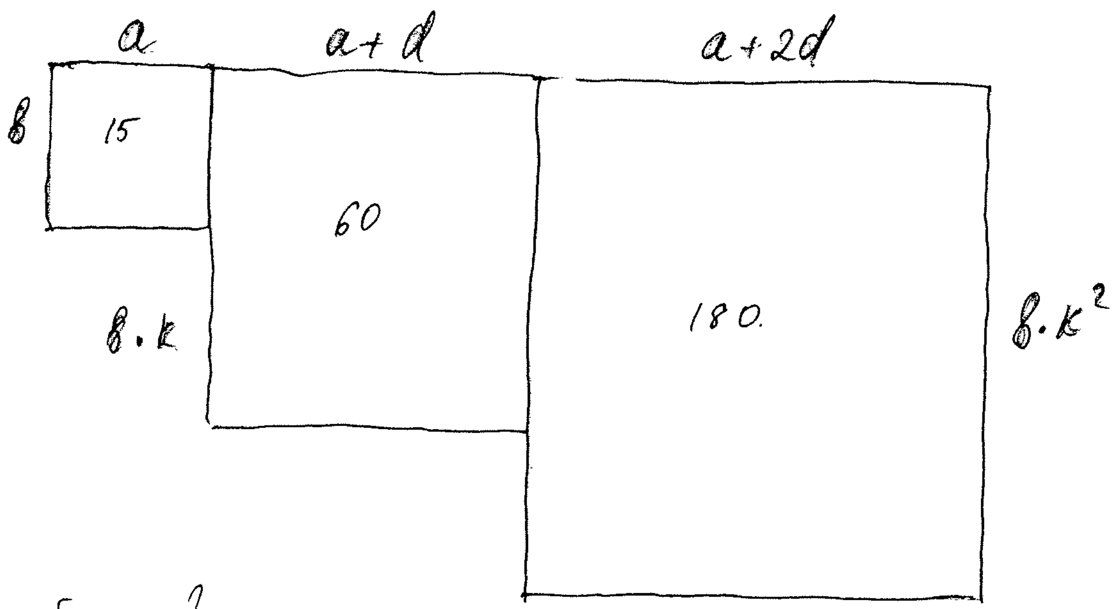
$x = 200\,000$.

Максимальная прибыль: $600\,000 + 200\,000 =$

$= 800\,000$

Ответ: 800 000 руб.

⑦



Т.к общая длина $= 30 \Rightarrow$

$3a + 3d = 30$

$a + d = 10 \Rightarrow в \cdot k = \frac{60}{10} = 6$.

1) $a \cdot b = 15$

$(10-d)\cdot \frac{6}{k} = 15$

$60 - 6d = 15k$

$15k + 6d = 60$

$5k + 2d = 20$. ~~Если k, d - целые число, то их~~

2) $(a+2d)\cdot bk^2 = 180$

$(a+d)\cdot bk = 60$

$\frac{(10+d)\,bk^2}{10\cdot bk} = 3$

$(10+d)k = 30$

$k = \frac{30}{10+d}$

$5\left(\frac{30}{10+d}\right) + 2d = 20$

$\frac{150}{10+d} + 2d(10+d) = 20$

$\Rightarrow 150 + 20d + 2d^2 = 200 + 20d$

$2d^2 = 50$

$d = 5 \Rightarrow k = 2$

$\Rightarrow$ ~~S_1 ступени~~: $a = 10 - 5 = 5$

$b = \frac{6}{2} = 3$

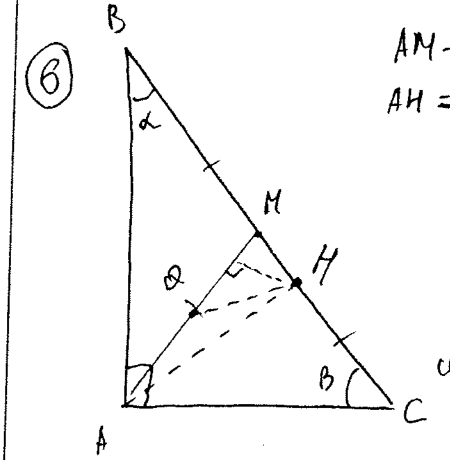
$\Rightarrow S_1 = 5\times 3$

$S_2 = 10\times 6$

$S_3 = 15\times 12$

Ответ: $S_1 = 5\times 3$
$S_2 = 10\times 6$
$S_3 = 15\times 12$ дм^2

6



AM – медиана

AH – высота

Т.к. (·)M – пересечение медиан и гипотенузы в прямоуг. треугольнике $\Rightarrow BM = MC = AM = R_{опис. окр} = \frac{1}{2}BC$.

Если проводить в треуг. дальше медианы и высоты, то медианы (являющ. гипотенузами) будут равны $\frac{1}{2}\cdot l$ предыдущей гипотенузы $= \frac{1}{2} R_{опис. окр}$ предыдущего Δ.

Поэтому l меди гипот. 5 треуг $= \frac{BC}{2^{k-1}}$, где k – номер треугольника

$\Rightarrow l = \frac{640}{16} = 40$ м. V

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

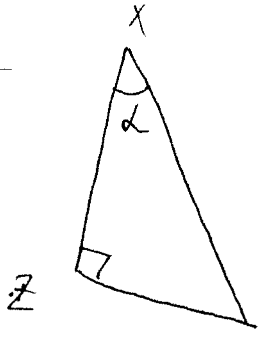
Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦЧ49-27

Заметим, что треугольники ~~нечетной~~ одной степени будут подобны. То есть I треугольник ($\triangle ABC$) будет подобен III треугольнику (образованному) в $\triangle AMH$, по-этому I треугольник будет подобен V треугольнику.

$\Rightarrow$ ~~$S_{5\ треуг} = l$ гипотенуза.~~

допустим XYZ — тот самый 5 треугольник, тогда



$$S_5 = \frac{1}{2}\, XY \cdot XZ \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot XY \cdot XY \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha =$$

$$= \frac{XY^2}{4} \cdot \sin 2\alpha \text{ ; т.к. } XY = l = 40\text{м} \Rightarrow$$

$$S = \frac{1600}{4} \cdot \sin 15^\circ \quad \left(\text{т.к. } \frac{\pi}{24} = 7{,}5^\circ\right).$$

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1-\cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$S = 400 \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = 200\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

Ответ: $l = 40$м.

$S = 200\sqrt{2-\sqrt{3}}$ м^2.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

МЮ 92-78

шифр

№ группы

Вариант № 4092

ФАМИЛИЯ Профорова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 19.09.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

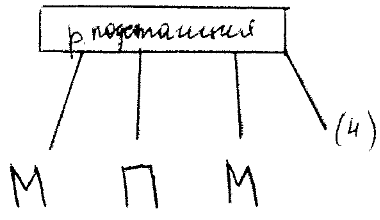
Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Черновиков 2

№1.

1) Число всех линий, выходящих из распределит. подстанции может быть меньше пяти. Например:



Последняя линия может вести как к предприятию города М, как к предприятию посёлка П, как и в любое другое предприятие.

2) Среди пяти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

(+)

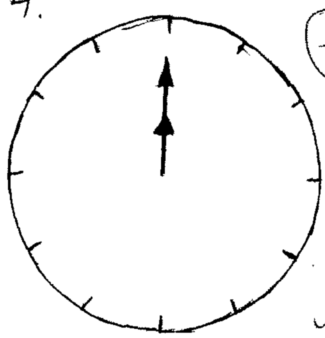
Когда мы проведём 5 линию, то она должна будет вести в город М, т.к. образуются 3 линии, которые не ведут к этому предприятию. Но тогда 4 линии не ведут к посёлку П, значит, линия, которая вела к другому предприятию (4) должна вести к посёлку П.

Когда мы проведём 6 линию, то она должна вести и в город М, и в посёлок П, т.к. по условию задачи среди любых 3 линий обязательно есть 1, идущая на некоторое предприятие города М, а среди любых 4 есть линия, ведущая на предприятие посёлка П.

Значит, 5 линий не найдутся.

Ответ: число всех линий может быть меньше пяти. Среди любых 5 линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

№4.



(+) неоптимальное решение не полностью раскрыто

1) $360°:60=6°$ – минутная стрелка проходит в минуту.

2) $360°:720=0{,}5°$ – часовая стрелка проходит в минуту.

3) В первый час: с 12.00 до 13.00 ~~стрелка~~ часовая и минутная стрелки не образуют угол в $2°$, т.к. минутная стрелка идёт намного быстрее, чем часовая.

4) С 13.00 до 14.00 угол в $2°$ тоже не образуется

Минутная стрелка начнет с 0°, а ~~секундная~~ часовая с 30°. В 5 минут минутная стрелка будет на 30°, а часовая на 32,5, в 6 минуту их угол станет больше, чем в 2°.

5) С 14-15.00 - угол в 2° не образуется.

Минутная стрелка начнет с 0°, а часовая с 60°. В 10 минут минутная стрелка дойдет до 60°, а часовая до 65°. В 11 минут образуется угол в 0,5°. ! а дальше?

6) С 15.00-16.00 - угол в 2° образуется.

Минутная стрелка начнет с 0°, а часовая с 90°.

В 16 минут у минутной стрелки будет угол в 96° (от начала), а у часовой 98°. $98° - 96° = 2°$.

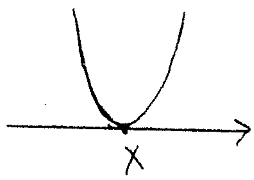
Это произошло в 15:16.

Ответ: часы показывают 15:16.

№3

$x^2 + px + q = 0$.

Уравнение имеет 1 корень, когда $D = 0$.



$D = p^2 - 4q$; $x = -\frac{B}{2A} = -\frac{p}{2}$

$T(x) = T(-\frac{p}{2}) = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{2} + q = -\frac{p^2}{4} + q$

$T(T(-\frac{p}{2})) = \frac{p^4}{16} - \frac{p^2}{2} \cdot q + q^2 - \frac{p^3}{4} + pq + q = \frac{p^4}{16} - \frac{p^3}{4} - \frac{p^2}{2} \cdot q + pq + q^2 + q$

№5.

Если ~~о~~ Иван Иваныч оставит все деньги дома, то у него будет 600000.

Если он в каждый банк положит по 200000 рублей, то у него останется в следующем году: 400000 + 600000 = 1000000.

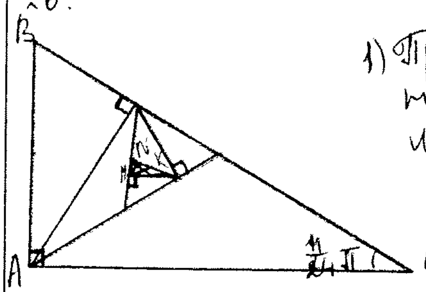
Т.е он получит больше на 400000.

Он не может в 1 банк положить все деньги, т.к. этот банк может обанкротиться. Если он в 1 банк положит больше, а в другие меньше, то он так же может потерять большую сумму.

Ответ: 1000000.

А если он часть оставит дома, а остальное положит в банки?

№6.



1) Прямоугольный треугольник медианой делится на 2 равнобедренных треугольника, т.е. медиана равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы.

В 5 треугольнике медиана равна: $640:2:2:2:2=40$

2) $\cos\angle L=\frac{AC}{BC}$; $AC=\cos\frac{11}{24}\pi\cdot 640 \cancel{=\frac{880}{3}\pi}$

$\sin\angle L=\frac{AB}{BC}$; $AB=\sin\frac{11}{24}\pi\cdot 640$

3) 5 треугольник подобен 1 треугольнику ? $MNK \sim CAB$. Почему?

Сл-но: $\frac{MN}{CA}=\frac{NK}{AB}=\frac{MK}{CB}$, $CB=640$, $MK=40$

$$\frac{MN}{CA}=\frac{NK}{AB}=\frac{1}{16}$$

$$MN=\frac{CA}{16}=\frac{\cos\frac{11}{24}\pi\cdot 640}{16}=\cos\frac{11}{24}\pi\cdot 40$$

$$NK=\frac{AB}{16}=\frac{\cancel{\cos\frac{11}{}}\ \sin\frac{11}{24}\pi\cdot 640}{16}=\sin\frac{11}{24}\pi\cdot 40$$

+

4) $S_{MNK}=\frac{1}{2}MN\cdot NK$

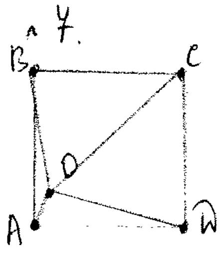
$$S_{MNK}=\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{11}{24}\pi\cdot 40\cdot\sin\frac{11}{24}\pi\cdot 40=800\cdot\cos\frac{11}{24}\pi\cdot\sin\frac{11}{24}\pi$$

№2.

−

В треугольнике выберем больший угол и опустим медиану этого угла. На основании медианы возьмём точку, ~~она и будет~~ через неё и будет проходить ось вращения.

№7.



В точках A, B, C и D — радиостанции контрразведчиков, а в точке O — советский радиопередатчик.

По теореме косинусов:

$AB^2=1+16-2\cos\angle BOA\cdot 1\cdot 4=17-8\cos\angle BOA$

$BC^2=16+81-2\cos\angle BOC\cdot 4\cdot 9=97-72\cos\angle BOC$

$CD^2=25+81-2\cos\angle COD\cdot 5\cdot 9=106-90\cos\angle COD$

$AD^2=1+25-2\cos\angle AOD\cdot 5\cdot 1=26-10\cos\angle AOD$

ABCD — квадрат, значит, $AB=BC=CD=AD$, следовательно $AB^2=BC^2=CD^2=AD^2$

$17-8\cos\angle BOA=97-72\cos\angle BOC=106-90\cos\angle COD=26-10\cos\angle AOD$ — это верно, т.к. $17+106=97+26$ и косинусы всех углов в сумме дают 180 на косинусы всех углов => вывод?

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

НЯ 51-97

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Прохоров

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 08.11.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

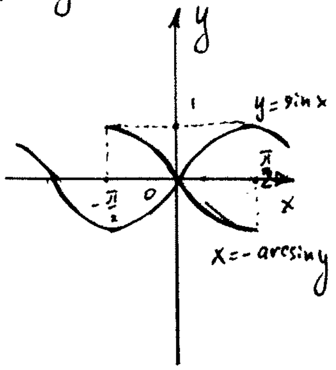
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

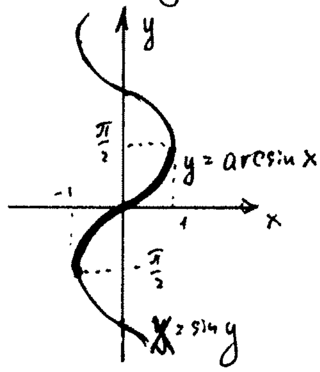
№3

СКЗ: ?

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0;$

1) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin y = \arcsin x\\ \sin x = -\arcsin y\end{array}\right.$





$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-1 \leq x \leq 1\\ -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x = 0\\ y = 0\end{cases}\end{array}\right.$

$x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

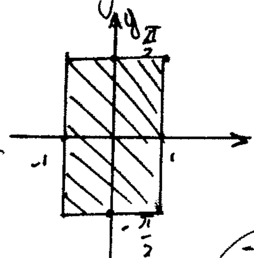
$\begin{cases}x \in [-1; 1]\\ y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]\end{cases}$

2) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin y > \arcsin x\\ \sin x > -\arcsin y\end{cases}\\ \begin{cases}\sin y < \arcsin x\\ \sin x < -\arcsin y\end{cases}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y > \frac{\pi}{2}\\ -1 \leq x \leq 1\\ 0 < x \leq \frac{\pi}{2}\\ -\frac{\pi}{2} < y < 0\end{cases}\\ \begin{cases}y < -\frac{\pi}{2}\\ -1 \leq x \leq 1\\ 0 < y < \frac{\pi}{2}\\ -\frac{\pi}{2} \leq x < 0\end{cases}\end{array}\right.$ решений нет

Значит: $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x \in [-1; 1]\\ y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]\end{cases}$



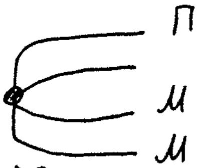
3) Тогда $S = 2\pi$

Ответ: 2π

+

№1

1) Рассмотрим следующую ситуацию:



Как видим, здесь выполняются все условия, поставленные в задаче, а менее 4 линий быть не может т.к. в таком случае мы не сможем взять любые 4 линии, а значит: условие 2 не будет выполняться.

Значит: число всех линий может быть меньше 5.

Пример: см. выше.

г) Если линий не меньше 5, то не найдутся такие 5 что не ведут ни в М, ни в П.
Докажем это методом от противного:
Пусть такие линии всё же нашлись, тогда:
есть минимум 5 линий, не ведущих ни в М, ни в П, а значит мы можем взять 3 линии так, что бы ни одна не вела в М. Значит: не выполняется одно из условий задачи, а значит не найдутся такие 5 линий, что не ведут ни в М, ни в П ч.т.д.

Ответ: да, может. Например: 4.
нет, не найдутся.

(+)

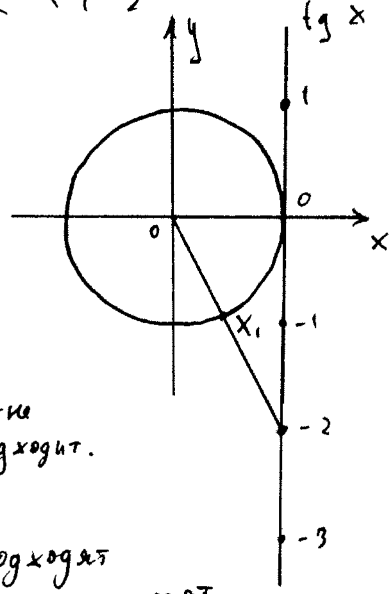
№2

1) Попытаемся найти x т.ч. $\begin{cases} tg\, x \in Z \\ tg\, 2x \in Z \end{cases}$

$x=0$ — подходит (т.к. $tg(0)=0$; $0 \in Z$; $tg(2\cdot 0)=0$;)

2) Рассмотрим $x_0 = \frac{\pi}{4}$ — оно не подходит т.к. $2x = \frac{\pi}{2} \notin$ ОДЗ ($ОДЗ = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + \pi k;\ k \in Z\}$)

3) Рассмотрим $x_1 = arctg(-2)$, тогда:



$2x_1 = 2\, arctg(-2)$

Тогда: $tg\, 2x_1 = tg(2\, arctg(-2)) = \frac{2 - tg(arctg(-2))}{1 + tg^2(arctg(-2))} = \frac{2+2}{1+(-2)^2} = \frac{4}{5} < 1$

Значит: $0 < tg\, 2x_1 < 1 \Rightarrow tg\, 2x_1 \in Z \Rightarrow x_1$ - не подходит.

4) Понятно, что если $x_2 = arctg(-3)$, то $0 < tg\, 2x_2 < \frac{4}{5}$. Значит: $x < 0$ - не подходят

5) Аналогично доказывается что $x > 0$ — не подходят

6) Значит: остаётся лишь $x=0$. Тогда:

(+/−)

$2015^{tg\, x} = 2015^{tg\, 0} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1

№1

1) $t = 1$ мин. Тогда: $V_м = \frac{S_м}{t} = \frac{\pi}{30}$ рад/мин

$S_м = \frac{\pi}{30}$ $V_ч = \frac{S_ч}{t} = \frac{\pi}{360}$ рад/мин

$S_ч = \frac{\pi}{360}$

В таком случае: $V_{\text{минутной отн. часовой}} = V_м - V_ч = \frac{11\pi}{360}$ рад/мин.

2) $2^\circ = \frac{\pi}{90}$ рад.

Тогда: $T = \frac{\frac{\pi}{90}}{V_{\text{мин. отн. час.}}} = \frac{\frac{\pi}{90}}{\frac{11\pi}{360}} = \frac{4}{11}$ мин.

Но: $T \in Z \Rightarrow$ первый раз, когда между минутной и часовой будет 2° нас не устроит.

3) В следующий раз ~~когда~~ произойдёт „событие" (т.е. когда между минутной и часовой будет 2°), когда минутная стрелка совершит полный оборот и расстояние между стрелками будет $\frac{\pi}{90}$ рад. Пусть это будет T_2

$T_2 = \frac{\frac{179\pi}{90}}{\frac{11\pi}{360}} = \frac{179}{11}$ мин; $T_2 \notin Z$

4) В следующий раз „событие" произойдёт, когда минутная стрела обгонит часовую на $\frac{\pi}{90}$ рад.

$T_3 = \frac{\frac{181\pi}{90}}{\frac{11\pi}{360}} = \frac{359 \cdot 4}{11}$ мин; $T_3 \notin Z$ (т.к. $359 \not\vdots 11$, $4 \not\vdots 11$)

5) ~~Пу~~ Будем рассматривать моменты совершения „события", пока T_x ~~...~~ не будет целым;

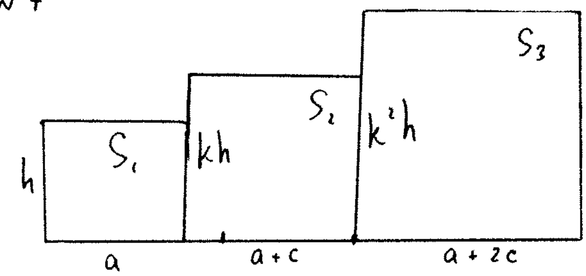
$T_4 = \frac{\frac{361\pi}{90}}{\frac{11\pi}{360}} = \frac{361 \cdot 4}{11}$ мин; $T_4 \notin Z$;

$T_5 = \frac{\frac{539\pi}{90}}{\frac{11\pi}{360}} = 196$ мин.

Значит: „событие" произойдёт в первый раз после полудня и ~~через~~ через целое кол-во минут, когда на часах будет 15:16

Ответ: 15:16. +

№7



$S_1 = 15$ дм^2

$S_2 = 60$ дм^2

$S_3 = 180$ дм^2

$3a + 3c = 30$ дм.

1) Все обозначения указанны на чертеже выше.

Тогда: $\begin{cases} ah = S_1 \\ (a+c)kh = S_2 \\ (a+2c)k^2h = S_3 \\ 3a+3c = 30 \end{cases}$ ~~a+c=10~~ $\begin{cases} ah = 15 \\ (a+c)(kh) = 60 \\ k^2h(a+2c) = 180 \\ 3a+3c = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} a+c = 10 \\ 10\,kh = 60 \\ k^2h(a+2c) = 180 \\ ah = 15 \end{cases}$

$\begin{cases} a+c = 10 \\ kh = 6 \\ 60k + 6kc = 180 \\ ah = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} c = 10-a \\ k(20-a) = 30 \\ ah = 15 \\ kh = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} c = 10-a \\ k(20-a) = 30 \\ h = \frac{15}{a} \\ k = \frac{2a}{5} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2a}{5}(20-a) = 30 \quad (1) \\ c = 10-a \\ h = \frac{15}{a} \\ k = \frac{2a}{5} \end{cases}$

(1): $2a^2 - 40a + 150 = 0$

$a^2 - 20a + 75 = 0 \quad D = 400 - 300 = 100$

$a = \frac{20 \pm 10}{2}$ $\left[\begin{array}{l} a = 15 \\ a = 5 \end{array}\right.$

+

Тогда:

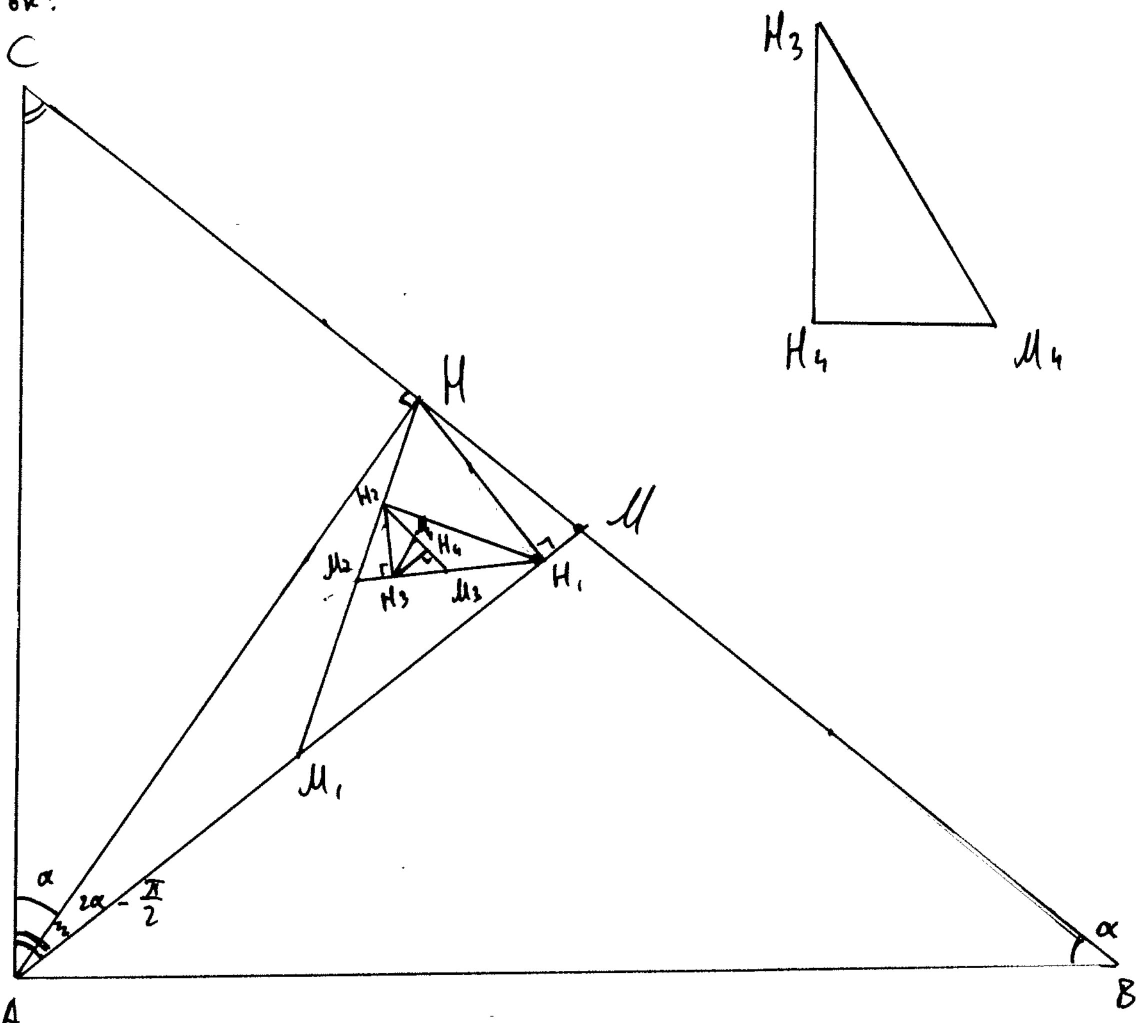
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 15 \\ k = 6 \\ h = 1 \\ c = -5 \end{cases} \text{ – не подходит (т.к. меньшему основанию – меньшая высота)} \\ \begin{cases} a = 5 \\ k = 2 \\ h = 3 \\ c = 5 \end{cases} \end{array}\right.$ $\begin{cases} a = 5 \\ k = 2 \\ h = 3 \\ c = 5 \end{cases}$

Тогда: 1 пьедестал: 5×3 дм; 2 пьедестал: 10×6 дм 3 пьедестал: 15×12 дм

Ответ: I: 5×3 дм
II: 10×6; дм
III: 15×12; дм

№6

Участок:



V треугольник:

1) AM - медиана; $\triangle ABC$ - прямоугольный $\Big| \Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC = 320$ м

Аналогично: $HM_1 = \frac{1}{2} AM = 160$ м

$H_1M_2 = \frac{1}{2} HM_1 = 80$ м.

$H_2M_3 = \frac{1}{2} H_1M_1 = 40$ м

$H_3M_4 = \frac{1}{2} H_2M_3 = 20$ м. Значит: в V треугольнике гипотенуза будет равна 20 м.

2) В I треугольнике: ~~угол~~ $\angle MAH = 2\alpha - \frac{\pi}{2}$;

Во II треугольнике: $\angle M_1HH_1 = \frac{3\pi}{2} - 4\alpha$

И так далее...

Тогда: В V треугольнике: $\angle H_3 = \frac{29\pi}{6}$

3) Тогда: $H_3H_4 = H_3M_4 \cdot \sin H_3 = 20 \cdot \sin\frac{29\pi}{6}$;

$S_{H_3H_4M_4} = \frac{1}{2} \cdot H_3H_4 \cdot H_3M_4 \cdot \sin H_3 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \sin\frac{29\pi}{6} \cdot 20 \cdot \sin\frac{29\pi}{6} = 200 \cdot \sin^2\frac{29\pi}{6}$; Ответ: $200 \cdot \sin^2\frac{29\pi}{6}$

±

?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

CV 64-52

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПУГАЧЕВА

ИМЯ ИРИНА

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 18.08.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

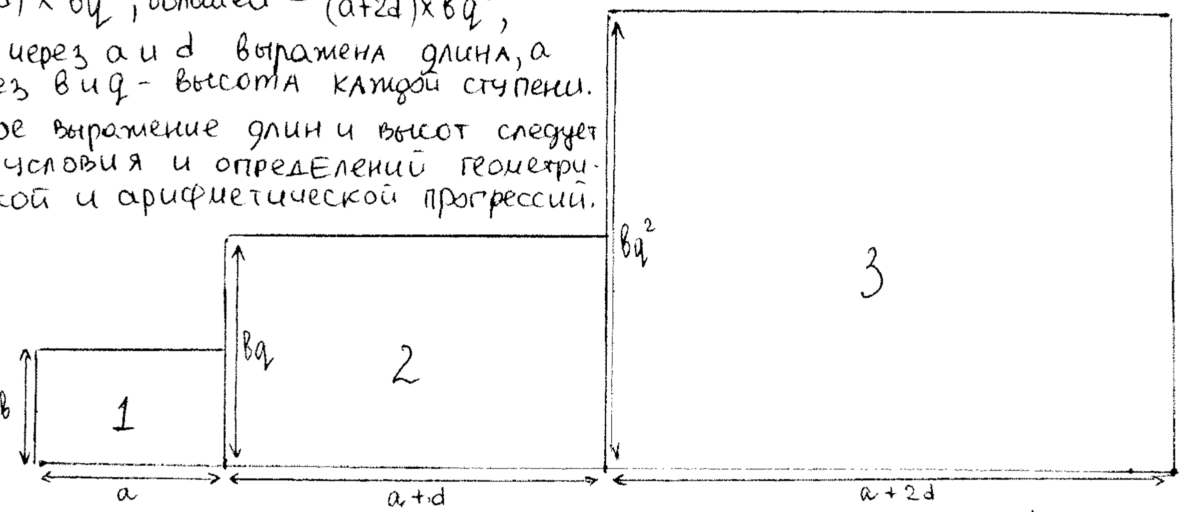
Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

(7) Пусть размеры меньшей ступени – $a \times b$; тогда размеры средней ступени – $(a+d) \times bq$, большей – $(a+2d) \times bq^2$, где через a и d выражена длина, а через b и q – высота каждой ступени. Такое выражение длин и высот следует из условия и определений геометрической и арифметической прогрессий.



Также, опираясь на условие задачи, можно составить систему из 4-х уравн.:

$$\begin{cases} ab=15 & \text{(площадь первого прямоугольника)} \\ (a+d)bq=60 & \text{(площадь второго прямоугольника)} \\ (a+2d)bq^2=180 & \text{(площадь третьего прямоугольника)} \\ 3a+3d=30 & \text{(общая длина ступеней)} \end{cases}$$

Решим полученную систему уравнений:

① $\begin{cases} ab=15 & \text{I} \\ (a+d)bq=60 & \text{II} \\ (a+2d)bq^2=180 & \text{III} \\ a+d=10 & \text{IV} \end{cases}$ ② $\begin{cases} ab=15 & \text{I} \\ bq=6 & \text{II} \\ (a+2d)(bq^2)=180 & \text{III} \\ a+2d=20-a & \text{IV} \end{cases}$ ③ $\begin{cases} ab=15 & \text{I} \\ (a+2d)q=30 & \text{III} \\ a+2d=20-a & \text{IV} \\ bq=6 & \text{II} \end{cases}$

④ $\begin{cases} (20-a)q=30 & \text{III} \\ bq=6 & \text{II} \\ ab=15 & \text{I} \\ 20-a=a+2d & \text{IV} \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} \dfrac{20-a}{b}=5 & \text{II и III} \\ ab=15 & \text{I} \\ 20-a=a+2d & \text{IV} \end{cases}$ $\Rightarrow 20-a=5b$, $a=20-5b$ (в I)

$(20-5b)b=15$
$-5b^2+20b-15=0$
$b^2-4b+3=0$
$b_1=3 \quad b_2=1$

А) Если $b=3$, то из I $a=5$, из IV $d=5$, из II $q=2$

Б) Если $b=1$, то из I $a=15$, из IV $d=-5$, из II $q=6$

Если $\begin{cases} d=-5, \\ q=6 \end{cases}$ то длины от 1 к 3 уменьшаются, а высоты увеличиваются, что противоречит условию.

Следовательно, система имеет только одно решение – А), удовлетворяющее условию задачи.

Размеры пьедестала: 1 ступень 5×3 (первое число – длина,
2 ступень 10×6 второе – высота)
3 ступень 15×12

+

Ответ:
1) 5×3
2) 10×6 (длина x высота)
3) 15×12

↓номер ступени

② $tg 2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

Пусть $tg\,x = a$, где $a \in Z$; тогда $tg 2x = \frac{2a}{1-a^2} = b$, где $b \in Z$.

$2a = b - ba^2$

$ba^2 + 2a - b = 0 \qquad D_1 = 1 + b^2$

$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{D_1}}{b}$

(+)

Выразив a через b, можно заметить: чтобы a было целым, нужно, чтобы $\sqrt{D_1}$ было целым (необходимое, но не достаточное условие). Следовательно, нужно, чтобы D_1 являлся квадратом целого числа. При этом $D_1 = b^2 + 1$, т.е „квадрат целого числа плюс 1". Посмотрим на ряд квадратов целых чисел:

число	0	1	2	3	4	...
квадрат	0	1	4	9	16	

+1 +3 +5 +7

Число вида $b^2 + 1$, где b - целое, может являться квадратом целого числа только при $b = 0$ (пусть $D_1 = m^2$, где $m \in Z$: $m^2 = b^2 + 1$, $m^2 - b^2 = 1$, что возможно при $b = 0$, $m = \pm 1$).

Вспомним, что $b = \frac{2a}{1-a^2} = 0 \Rightarrow \frac{2a}{1-a^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 0 \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a = 0.$

Сделаем проверку: если $tg\,x = 0$, то $x = \pi n, n \in Z$
$(\sin x = 0)$

~~tga~~ тогда $tg 2x = b = tg 2\pi n = \frac{\sin 2\pi n}{\cos 2\pi n} = 0$ (подходит)

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$.

① Первый вопрос задачи — „может ли число всех линий быть меньше пяти?". Т.е если привести пример, то ответ уже будет положительным.

(+)

Допустим, линий 4. „Четверка" только среди „любых четырех" должна быть линия П. „Четверка" только одна, следовательно одна из этих четырех линий должна вести в П.

Пусть эта линия имеет номер 1.

Далее разбиваем эти 4 линии, одной из которых уже присвоено место назначения, на "тройки" (среди любых трех одна должна проходить до города М).

Ⅰ 1 2 3
Ⅱ 1 2 4
Ⅲ 1 3 4
Ⅳ 2 3 4

Если предположить, что ~~стан~~ линии 2 и 3 (например) ведут в М, то в каждой тройке найдется хотя бы одна линия, ведущая в М (подчеркнуто).

Итак, если предположить, что всего линий — 4, одна из них ведет в П, а две другие — в М (четвертая - куда угодно), то условию задачи это противоречить не будет.

Следовательно, ответ на первый вопрос задачи - да, число всех линий может быть меньше пяти.
Теперь решим вторую подзадачу: линий не меньше пяти. Выделим из всех линий пять и рассмотрим их. Линий, ведущих в П, не может быть меньше 2: допустим, такая линия единственная и имеет номер 1, тогда "четверка" 2-3-4-5 останется без линии П.
Итак, линий П как минимум две (берем минимум, потому что пытаемся выделить из „пятерки" линии, не ведущие ни в П, ни в М). Все возможные ~~пятерки~~ „четверки"

I 1234 Пусть в П ведут линии 1 и 2 (так удобнее, но на их
II 1235 месте могут быть любые другие). Подчеркнем их.
III 1245 В каждой четверке присутствует хотя бы одна
IV 2345 подчеркнутая линия => одно из условий задачи
V 1345 выполняется.

Мы доказали, что наилучшая ситуация - присутствие в нашей четверки линии, ведущей в П.
Теперь рассмотрим „тройки":

I 123. Обведем в кружок уже задействованные линий (
II 124. ведущие в П, 1 и 2).
III 125.
IV 234. Если ответ на второй вопрос задачи положитель-
V 235 ный и среди любых пяти линия найдется
VI 345. такая, которая не ведет ни в М, ни в П, то
VII 143. в нашей пятерке либо линия 3, либо линия 4,
VIII 145 либо линия 5 не ведет в М.

Рассмотрим все три ситуации:
(1) Линия 3 не ведет в М: тогда в тройке I нет линии, ведущей в М, что противоречит условию задачи
(2) Линия 4 не ведет в М: тогда в тройке II нет линии, ведущей в М, что опять же противоречит условию задачи
(3) Линия 5 не ведет в М: тогда в тройке III нет линии, ведущей в М, что снова противоречит условию

Следовательно, в нашей пятерке линии 3, 4 и 5 ведут в М, а линии 1 и 2 ведут в П; нет такой линии, которая не ведет ни в М, ни в П. А на месте рассматриваемой пятерки могла быть любая другая.

Итак, ответ на второй вопрос задачи: среди любых пяти линий не найдется такой, которая не вела бы ни в М, ни в П.

Ответ: а) может;

б) не найдутся.

3) $x^2+px+q=0$

Если это уравнение имеет 1 корень, то его дискриминант равен $0 \Rightarrow p^2-4q=0$, $p^2=4q$, $q=\frac{p^2}{4}$, уравнение принимает вид $x^2+px+\frac{p^2}{4}=0$, $x^2+2\cdot\frac{p}{2}\cdot x+\left(\frac{p}{2}\right)^2=0$

$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=0$ (ед. реш. $x=-\frac{p}{2}$).

$T(x)=x^2+px+q=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

$T(T(T(x)))=\left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2$.

По условию уравнение $\left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2=0$ имеет ровно три корня:

1) $\left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2=0 \Longleftrightarrow \left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=0.$

2) $\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=0 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=\sqrt{-\frac{p}{2}} \quad (а)\\ \left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=-\sqrt{-\frac{p}{2}} \quad (б)\end{array}\right.$ $\left(-\frac{p}{2}\geq 0\right)$

3) Преобразуем отдельно уравнение (а) и (б):

а) $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=\sqrt{-\frac{p}{2}} \Rightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

б) $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}=-\sqrt{-\frac{p}{2}} \Rightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

Итак, уравнение $T(T(T(x)))=0$ равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l}\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}\\ \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}\end{array}\right. \quad \text{при } \underline{-\frac{p}{2}\geq 0}.$$

Допустим, одно из уравнений не имеет решений. Тогда всего корней совокупности не более двух. Нам это не подходит. Допустим, оба уравнения имеют по два корня. Тогда совокупность имеет 4 корня, нам это тоже не подходит. Следовательно, одно из уравнений совокупности имеет 1 корень, а второе - 2 корня.

Оба уравнения квадратные => одно из них имеет ровно один корень, если правая часть равна 0.
Две ситуации:

$$\begin{cases} -\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}>0 \\ \sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=0 \\ \sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}>0 \end{cases}$$

(для того, чтобы совокупность имела три реш.)

$$\begin{cases} \frac{p}{2}<-\sqrt{-\frac{p}{2}} \\ \frac{p}{2}=\sqrt{-\frac{p}{2}} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \frac{p}{2}=-\sqrt{-\frac{p}{2}} \\ \frac{p}{2}<\sqrt{-\frac{p}{2}} \end{cases}$$

нет решений кроме $p=0$ есть решения.

+

$$\Rightarrow \frac{p}{2}=-\sqrt{-\frac{p}{2}} \Rightarrow -\frac{p}{2}=\sqrt{-\frac{p}{2}}$$

Пусть $\left(-\frac{p}{2}\right)=a$, тогда $a=\sqrt{a}$, $a^2=a$, $a=1$ $\Rightarrow -\frac{p}{2}=1 \Rightarrow -p=2$ $\boxed{p=-2}$

Если $p=0$, то начальное уравнение имеет вид
$x^2+q=0$, $x^2=-q$, ед. реш. при $q=0$
$T(x)=x^2$, $T(T(T(x)))=((x^2)^2)^2=x^6$, уравнение $x^6=0$ не имеет 3 решение => не подходит.

Если $-\frac{p}{2}<0$, то уравнение (а) и (б) (см. лист. N 4) не имеют смысла и ур. $T(T(T(x)))=0$ также не имеет 3 корня.
Следовательно, единственная возможная ситуация.

$p=-2$, $q=1$

Ур. $T(x)$ имеет вид $T(x)=x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$ $x=1$ – ед. решение.

Ур. $T(T(T(x)))=0$ имеет вид:
$$(((x-1)^2-1)^2-1)^2=0$$
Решим его:
$$((x-1)^2-1)^2=1 \Rightarrow ① \left[\begin{array}{l}(x-1)^2-1=1 \\ (x-1)^2-1=-1\end{array}\right. \quad ② \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=2 \\ (x-1)^2=0\end{array}\right.$$

$$③ \left[\begin{array}{l}x-1=\sqrt{2} \\ x-1=-\sqrt{2} \\ x-1=0\end{array}\right. \quad ④ \left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}+1 \\ x=1-\sqrt{2} \\ x=1\end{array}\right.$$

(Три корня, что удовлетворяет условию задачи)

Ответ: $x_1 = 1$, $x_2 = 1+\sqrt{2}$, $x_3 = 1-\sqrt{2}$

5. У Ивана Ивановича есть 4 места, куда он может деть деньги: 3 банка и дом.
Какие-то места он может и не задействовать, но очевидно, что в тех местах, которые он все-таки решил задействовать, для лучшего исхода денег должно быть поровну. Например, если он кладет в 2 банка по 300 тыс или в один 200, в другой 400, то в первом случае, даже если он очень невезучий, у него будет 600 тыс, а во втором — только 400.
Рассмотрим все такие „ровные" ситуации.

I Все деньги Иван Иванович оставил дома
Итог: 600 тыс

II Все деньги положил в один банк
Итог (худший случай): 0 тыс

III Все деньги разделил поровну и положил в 2 банка. Итог (х. с): 600 тыс
(в одном банке пропали, во втором — удвоились)

IV Все деньги поровну в 3 банка (по 200 тыс):
Итог ~~х.с~~: 1000 тыс (1 миллион)
(в одном пропали, в одном удвоились, в одном утроились)

V Все деньги поровну в 4 места (3 банка и дом):
Итог ~~х.с~~: 600 тыс
(дома осталось 150
в одном банке пропали
во втором 300 (удв.)
в третьем 450 (утр.))

Итак, если Иван Иванович не хочет рисковать и надеяться на удачу, то ему нужно разделить все деньги поровну на три банка.

Ответ: кладет деньги поровну в три банка (по 200 тыс), через год ~~[illegible]~~ получает миллион (1000000 р.)

+

(4) За 1 минуту минутная стрелка проходит деление циферблата, которое составляет $\frac{1}{60}$ всего циферблата, т.е $\frac{1}{60}\cdot 360^\circ = 6^\circ$.

За 1 час часовая стрелка проходит другое деление циферблата, которое составляет $\frac{1}{12}$ часть всего циферблата => за $\frac{1}{60}$ часа часовая стрелка проходит $\frac{1}{60}\cdot\frac{1}{12}$ часть всего циферб.
$=> \frac{1}{60}\cdot\frac{1}{12}\cdot 360 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}^\circ$.

Допустим, прошло a минут. Минутная стрелка повернулась на $6a$ градусов, ее положение: $6a \bmod 360$
Часовая стрелка повернулась на $\frac{a}{2}$ градусов, ее положение $\frac{a}{2} \bmod 360$. По условию, разница их положений составляет 2°, причем такое событие произошло ~~поз~~ первый раз после полудня.

Когда часовая проходит путь, равный x градусов, минутная проходит путь, равный $12x$ градусов, т.е в 12 раз больше.

Когда часовая стрелка проходит путь в x градусов, минутная проходит больше на $11x$.

$$|12x \bmod 360 - x \bmod 360| = 2$$

$$11x \bmod 360 = 2$$

$11x = 360a + 2$, где $a \in Z$, $x \in Z$, x - количество градусов, пройденных часовой стрелкой.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

ИЯ 51-29

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Пушкарева

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 28.11.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

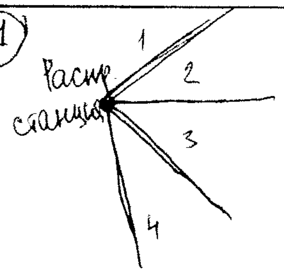
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

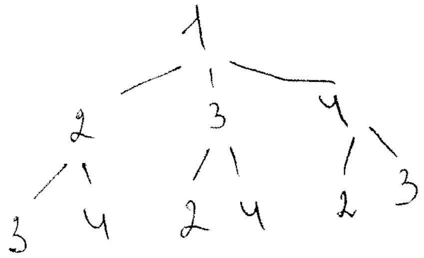
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 61Я 51-29

№1



Пусть 2 из них ведут в предприятие города М; 1,2,3 – одна в М
1,2,4 – одна в М, тогда:

- 1,2,4 – 2 в М
- 1,3,2 – 3 в М
- 1,3,4 – 3 в М
- 1,4,2 – 2 в М
- 1,4,3 – 3 в М



Так как среди 4ёх линий обязательно есть одна, ведущая в предприятие посёлка П, то среди данных 4ёх она должна быть.

+

Ответ: да, 4 линии.

№2 $tgx,\ tg2x;\ 2015^{tgx}$

$$\begin{cases} tgx \in \mathbb{Z} \\ tg2x \in \mathbb{Z} \end{cases} \qquad \begin{cases} tgx = 0 \\ tgx = \pm 1 \\ tg2x = 0 \\ tg2x = \pm 1 \end{cases}$$

$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$

Рассм. случаи, когда:

1) $x = 0 \to tgx = 0$, $tg2x = 0$
2) $x = \frac{\pi}{4} \to tgx = 1$, $tg2x = \varnothing$
3) $x = \pi \to tgx = 0$, $tg2x = 0$
4) $x = 2\pi \to tgx = 0$, $tg2x = 0$

Тогда, т.к. $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, то в этих точках $tgx = 0$, значит число $2015^{tgx} = 2015^0 = 1$.

Ответ: $x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z};\ 1$. +

№5 Допустим, что в 3ёх банках вклад разместится следующим образом:

1 банк	2 банк	3 банк
$3 \cdot 600000$ руб.	$2 \cdot 600000$ руб	разорится и потеряет 600000 руб.

Если сумму поделить на 4 равные, то получится 150000 руб. Он может 3 равные части заложить в каждый банк, а 4ую оставить у себя на руках.

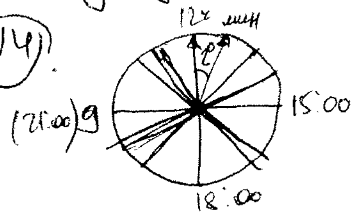
1) Если он заложит 150000 руб в 1ый банк, то через год у него на руках будет – $600000 \times 3 = 1800000$ руб + та часть, которая у него на руках, т.е в итоге $1800000 + 150000 =$ ~~600000~~ 1950000 руб. – он ничего не потеряет и сумма увеличится

2) если он заложит во 2ой банк, то через год у него будет $2 \cdot 600000 = 1200000$ руб $+ 150000 = 1350000$ руб.

3) если он заложит в 3ий банк, то у него останется лишь 150000 руб.

<u>Ответ</u>: при самом плохом ходе событий ~~макс.~~ доход у Ивана Ивановича будет 1950000 рублей.

№4



$\alpha = 2°$. Весь круг $= 360°$, тогда 1 минута равна $6°$. При прохождении минуты, часовая стрелка проходит $\frac{6}{360} = \frac{1}{60}$ часа, т.е

$\frac{30}{60} = \frac{1}{2} = 0{,}5°$.

Т.к разница $= 2°$, то число минут – чётное.

1) 12:02, считая от цифры 12 → минутная (мин) $= 12°$, → часовая (ч) $= 1°$

$12° - 1° = 11°$

2) 13:06, считая от 1 → мин. $= 6°$, → час. $= 3°$ | $6° - 3° = 3°$.

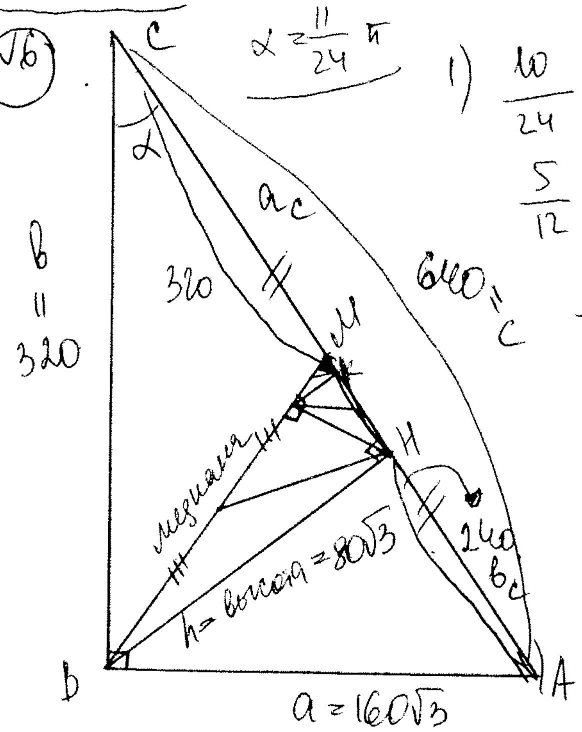
3) 14:10, считая от 2 → минутная $=0°$, часовая $=5°$ | $5°-0°=5°$

4) 15:16, считая от 3 → минутная $=6°$, → часовая $=8°$ | $8°-6°=2°$

+

Ответ: 15:16

№6 $\alpha = \frac{11}{24}\pi$



1) $\frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{12}{24}$

$\frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$

$\frac{2}{6} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$

$S_{\text{закраш. фигур}} = S_5$

—

~~2) по т. Пифагора~~

2) $CM = 320$, т.к BM – медиана, а $AC = 640$ (по усл).

3) $C\cancel{H} = 320 + x$, (x – MH).

№7. $a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 30$

$3a_1 + 3d = 30$

$a_1 + d = 10$

$a_2 = 10 \Rightarrow h_2 = \frac{S_2}{a_2} = \frac{60}{10} = 6$ дм

$h_1 = \frac{S_1}{a_1} = \frac{15}{a_1}$

$h_2 = \frac{S_2}{a_2} = \frac{60}{a_1 + d}$

$h_3 = \frac{S_3}{a_3} = \frac{180}{a_1 + 2d}$

$\frac{h_3}{h_2} = \frac{h_2}{h_1} = q$ (т.к высоты – геом. прогрессии)

$\frac{h_3}{h_2} = \frac{180}{a_1+2d} : \frac{60}{a_1+d} = \frac{\overset{3}{\cancel{180}}(a_1+d)}{\cancel{60}(a_1+2d)} = \frac{3(a_1+d)}{a_1+2d} = \frac{30}{a_1+2d}$

$\frac{h_2}{h_1} = \frac{60}{a_1+d} : \frac{15}{a_1} = \frac{\overset{4}{\cancel{60}}a_1}{\cancel{15}(a_1+d)} = \frac{4a_1}{10}$

1) $\frac{30}{a_1+2d} = \frac{4a_1}{10}$

$\frac{30}{a_3} = \frac{4a_1}{10}$

2) $a+a_2+a_3=30$, т.к $a_1=10$, то $a_1+a_3=20$

$\begin{cases} a_1+a_3=20 \\ 300=4a_1\cdot a_3 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1=20-a_3 \\ 300=4(20-a_3)\cdot a_3 \end{cases}$ пусть $a_3=x$, $x>0$, тогда

$300=4(20-x)x$

$300=\cancel{4(20x-x^2)}\ 4x(20-x)$

$300=80x-4x^2$

$4x^2-80x+300=0$

$D=6400-4\cdot 4\cdot 300=64000-4800=1600=40^2$

$\overset{16}{300}$, 4800

$x_1=\frac{80-40}{8}=\frac{40}{8}=5$, $5>0$ (верно)

$x_2=\frac{80+40}{8}=\frac{120}{8}=15$; $15>0$ (верно) $\Big| \Rightarrow a_3=15$,

значит $a_1=20-15=5$.

$S_1=a_1\cdot h_1 \Rightarrow h_1=\frac{S_1}{a_1}=\frac{15}{5}=3$

$S_2=h_2\cdot a_2 \Rightarrow h_2=\frac{180}{15}=12$

15×12: 30, 15, 180

+

Если проверить: 5, 10, 15 сост. арифм. прогрессию $(10-5=15-10=5)$

3, 6, 12 сост. геом. прогрессию $\left(\frac{12}{6}=\frac{6}{3}=2\right)$

~~Ответ:~~ $\overset{15}{(5\times3)}_{дм}$; $\overset{60}{10\times6}$; $\overset{180}{(15\times12)}$ дм.; $180+60+15=255$.
$(10\times6)_{дм}$ ⟶ Ответ: 255.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF50-38 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ РОМАНЕНКО

ИМЯ ИВАН

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 18.09.97. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

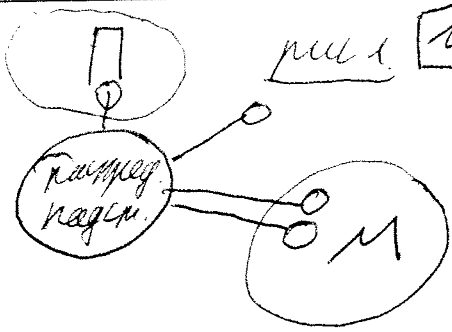
Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Роом

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

рис 1.



минимум 4 предприятия по условию.

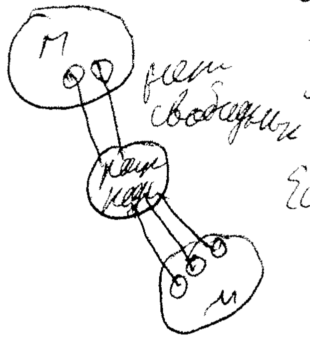
Рис 1 удовлетворяет условию задачи

1) любая из 3 случайно выбранных ведет в город М.

2) Любая из 4 случайно выбранных ведет в поселок П.

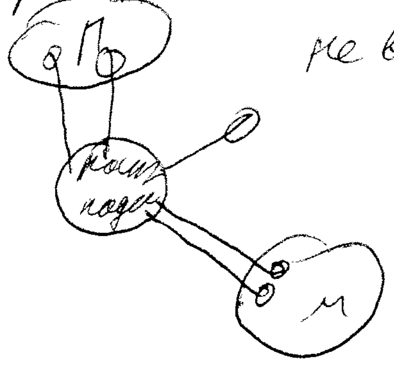
рис 4

число всех линий может быть меньше 5. ⇐



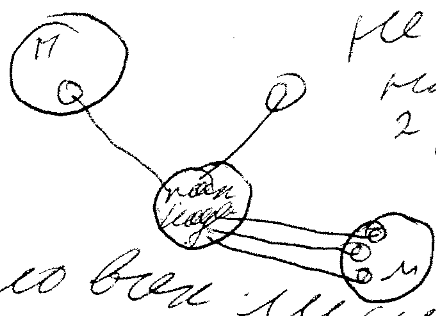
Если оно будет не меньше 5 т.е =5 или >5, то условие задачи выполняться не будет. Пример:

рис 2.



не выполняется 1 условие

рис 3



не выполняется 2 условие

Ответ: общее число всех линий может быть меньше 5. Если оно не меньше 5, то не будет таких станций, которые не ведут ни в М ни в П (рис 4)

(+)

№ 2

~~tgx~~ ~~tg2x~~

tgx	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

tgx-целое число только при угле 0° и 45°

$tgx=0$

$x=\pi n, n\in Z.$

$tgx=1$

$x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z.$

$tg2x=0$

$2x=\pi n, n\in Z.$

$x=\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$

$tg2x=1$

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$

2015^{tgx}

1) ~~2015~~ $tgx=1$

$2015^{tgx}=2015^1=2015$

2) $tgx=0$

$2015^{tgx}=2015^0=1$

Ответ: $x=\pi n, n\in Z$; $x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$;

$x=\frac{\pi n}{2}, n\in Z$; $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$

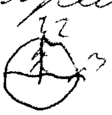
1) $2015^{tgx}=2015$

2) $2015^{tgx}=1$

+

№ 4

Вначальный момент в 12.00 угол между стрелками =0



$\frac{360}{12}=30°$ - угол между 1 и 2 часом

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF50-38

$\frac{30}{60}=\frac{1}{2}^\circ$ - проходит часовая стрелка за 1 минуту

$\frac{360}{60}=6^\circ$ - проходит минутная з 1 минуту.

через 1 минуту (в 12.01) угол между стрелками составит 5,5°, ал-но прошло больше 1 часа

13.00: через 5 минут ~~минутная~~ ~~часовая~~ угол между стрелками (13.05) будет 2,5°, а через 6 (13.06) 5°, значит прошло >2 часов

14.10 угол между стрелками 5°

14.11 угол 5,5 => прошло больше 3 часов

15.15: угол между стрелками 7,5°

15.16 угол между стрелками 10

Ответ: 15.16. 3 часа 16 минут

$\boxed{№3}$

$(\sin y-\arcsin x)(\sin x+\arcsin y)\geq 0$

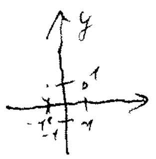
$\sin y-\arcsin x=0$ или $\sin x+\arcsin y=0$

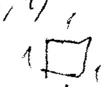
$\sin y=\arcsin x$ $\quad$ $\sin x=-\arcsin y$

$x=y$ $\quad$ $x=-y$

$(1;1)$ $\quad$ $(1;-1)$

$(-1;-1)$ $\quad$ $(-1;1)$





$S=ab=1\cdot1=1$

Ответ: $S=1$

$\boxed{№5}$

$x\to 2x$ 1) б

$x\to 3x$ 2) б

$x\to 0$ 3) б

600000 - начальный

без риска вклада больше сохранить суммы в банк, который обанкротился, нужно раздать сумму поровну во все 3 банка. По 200000

$400000+600000+0=1000000$ - наибольшая сумма

Если оставлять часть склады дома и все равно уменьшать половину, но ~~об~~ всё равно общий доход будет меньше.

Например 150000 - дома

$150000 \cdot 2 + 150000 \cdot 3 + 0 =$

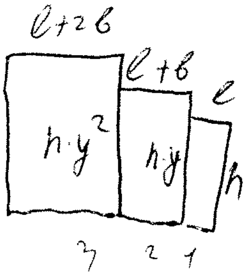
$= 300000 + 450000 = 750000$ - доход

$+150000 =$

$= 900000 < 1000000$

Ответ: половину по 200000.
получим 1000000

№ 7



$3l + 3b = 30 \quad l + b = 10 \quad b = 10 - l$

$S_1 = 15 = l \cdot h$

$S_2 = 60 = (l+b)hy$

$S_3 = 180 = hy^2(l+2b)$

$\frac{15}{10-l} = \frac{15}{b}$

$hb = 15$, $hl = 15$ $\Rightarrow b = l$

$\frac{15}{10-l} = \frac{15}{l}$

$l = 5$

$l = b = 5$

$15 = l \cdot h$

$15 = 5h \Rightarrow h = 3$

Ответ: высота = 3
длина = 5

не все найдено

$S_2 = hyl + hyb$

$S_2 = 15y + hyb$

$15y + hyb = 60$

$hyb = 60 - 15y$

$S_3 = hy^2 l + 2hyb$

$180 = 15y^2 + 120y - 30y^2$

$15y^2 - 120y + 180 = 0$

$y^2 - 8y + 12 = 0$

$D = 16$

$y_1 = 6$

$y_2 = 2$

Проверяем корни по S_2:

y_1: $15 \cdot 6 + 15hb = 60$

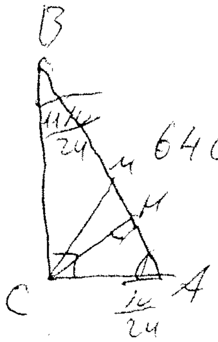
$15hb = -90 \Rightarrow y_1$ не подходит

y_2: $15 \cdot 2 + 2hb = 60$

$hb = 15$

$h = \frac{15}{b} = \frac{15}{10-l}$

№6



640

CM – медиана

CH – высота

$$\begin{cases} AB^2 = CB^2 + CA^2 \\ CH^2 = AC^2 - AH^2 \\ CH^2 = CB^2 - BH^2 \\ AH + BH = AB \end{cases}$$

$\pi - \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

~~конд~~ $\angle BAC$

$$\begin{cases} \sin\frac{\pi}{24} \cdot AC = CB \\ \sin\frac{11\pi}{24} \cdot AC = AC \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC^2 - AH^2 = CB^2 - BH^2 \\ AB^2 = CB^2 + CA^2 \\ AH = AB - BH \end{cases}$$

$$\begin{cases} AC^2 - AB^2 + 2AH \cdot BH - \cancel{BH^2} = CB^2 - \cancel{BH^2} \\ AB^2 = CB^2 + CA^2 \end{cases}$$

$\cancel{AC^2} - CB^2 - \cancel{CA^2} + 2AH \cdot BH = CB^2$

$AH \cdot BH = CB^2$

—

$\frac{CB^2 + CA^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = CM$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

МЮ 23-80

шифр

№ группы

Вариант № 7092

ФАМИЛИЯ Романова

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Эдуардовна

Дата рождения 27.05.99

Класс: 9Г

Предмет математика

Этап: заключительный

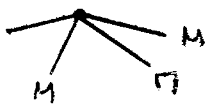
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Число всех линий не может быть меньше пяти.
Докажем: Допустим, что число линий меньше пяти. Тогда оно может равняться только четырём (по усл.). Но при наличии четырёх линий, в одной тройке будут встречаться две линии, что противоречит условию.
Значит, число линий должно быть ≥ 5. −



б) Среди любых пяти линий найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

2. Для того, чтобы площадь фигуры была наименьшей, треугольник должен вращаться внутри описанной окружности. Значит, ось вращения должна проходить через центр описанной окружности треугольника — через точку пересечения серединных перпендикуляров треугольника. +

3. $T(x) = x^2+px+q$, где $x^2+px+q=0$ имеет один корень
$D = p^2-4q\cdot 1 = p^2-4q = 0$
$x = \frac{-p\pm\sqrt{D}}{2a} = \frac{-p\pm\sqrt{0}}{2\cdot 1} = \frac{-p}{2}$ −

$$T(T(x)) = (T(x))^2 + p\cdot T(x) + q = (x^2+px+q)^2 + p\cdot(x^2+px+q)+q$$
$$T(T(T(x))) = (T(T(x)))^2 + p\cdot T(T(x)) + q = ((x^2+px+q)^2 + p\cdot(x^2+px+q)+q)^2 +$$
$$+p\cdot((x^2+px+q)^2 + p(x^2+px+q)+q) + q = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3),$$
где $x_1 = -\frac{p}{2}$

$x_2 = \sqrt{x_1} = \sqrt{-\frac{p}{2}}$ (по правилу решения би-квадратного уравнения) ?
$x_3 = \sqrt{x_2} = \sqrt{\sqrt{\frac{-p}{2}}}$

Ответ: $x_1 = -\frac{p}{2}$, $x_2 = \sqrt{-\frac{p}{2}}$, $x_3 = \sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}}$

4. Итак, за 1 минуту минутная стрелка (м.с.) проходит $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$,
а часовая стрелка (ч.с) — $\frac{1}{60}\cdot 30^\circ = \frac{1}{2}^\circ$,
значит за 1 час ч.с. проходит $\frac{1}{2}^\circ\cdot 60 = 30^\circ$. ∓

Угол между часовой и минутной стрелкой должен составлять 2°, значит данное событие должно произойти через чётное количество минут (т.к. если количество минут будет нечётным целым числом, то количество часов будет дробным числом, т.к. за 1 минуту ч.с. проходит только $\frac{1}{2}^\circ$).
Методом подстановки можно увидеть, что через
3 часа 16 мин. ч.с. пройдёт $3\cdot 30^\circ + 16\cdot\frac{1}{2}^\circ = 90^\circ + 8^\circ = 98^\circ$,
а м.с. пройдёт $3\cdot 360^\circ + 16\cdot 6^\circ = 1080^\circ + 96^\circ = 1176^\circ$, и будет на расстоянии 96° от 12 ч.

решение не полное.

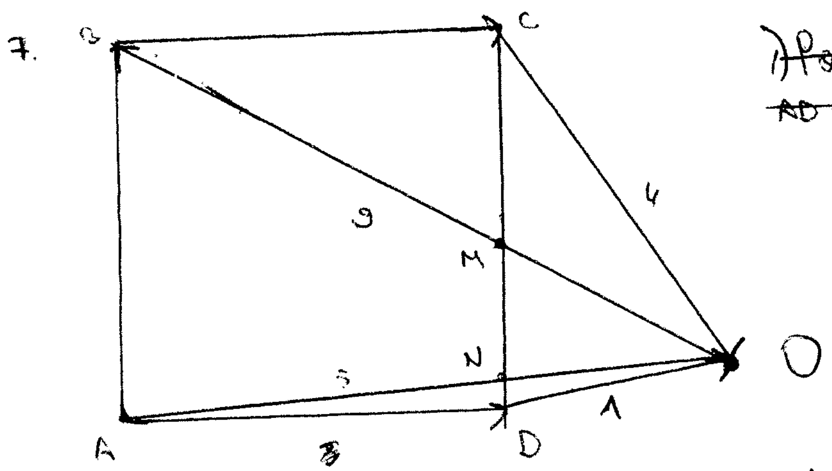
Итак, через 3ч.16 мин. после полудня, т.е. в 15ч. 16 мин. м.с. будет на расстоянии 96° от 12 ч.,
а ч.с – на расстоянии 98° от 12 ч.,
значит угол между ч.с и м.с будет составлять
$98° - 96° = 2° \Rightarrow$ 15ч. 16мин – искомое время.

Ответ: 15ч.16 мин.

5. Пусть 600000 руб. = х.
Тогда 1-ый банк через год выдает И.И. 2х руб.,
2-ой банк – 3х руб.,
а 3-ий банк – 0 руб., но И.И. не может узнать, в какой банк положить деньги, а значит маловероятно сможет угадать.
Для того, чтобы при самом плохом ходе событий получить максимально возможный доход, И.И. следует положить по 200000 руб. в каждый банк.
Тогда 1ый банк: из 200 000 руб → 400 000 руб.
2ой банк: из 200 000 руб → 600 000 руб.
3-ий банк: из 200 000 руб → 0 руб.
Тогда через год И.И. получит 400 000 руб + 600000руб = 1000000 руб;
а прибыль будет составлять 400 000руб.

А если часть денег оставить дома? ±

Ответ: 1000 000руб.

7. 

~~1) Рассмотрим △BCN и △AND:~~
~~AD = BC, BM = 9, AN = 9~~
~~(возможно, AD =~~

1) Рассмотрим △ BCO и △ ADO: BC = AD (как стороны квадрата),
Пусть BO = 9, тогда AO = 5 (возможно, что AO = 4 или AO = 1).
В любом случае, $\frac{AO}{BO} \neq \frac{AD}{BC} = 1 \Rightarrow$ △ BCO ≠ △ ADO,
△ BCO ~~∞~~ △ ADO
(не подобен)

2) из 1) $\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $OD \neq OC$, $OA \neq OA$, $\frac{OD}{OC} \neq \frac{OA}{OC}$

3) По пр. треугольника: ~~$\vec{BC} \ldots \vec{CB} \ldots \vec{OB}$~~,

$\vec{CO} + \vec{OB} = \vec{BC}$;

$\vec{DO} + \vec{OA} = \vec{AD}$.

4) $|\vec{BC}| = |\vec{AD}|$ (по опр. квадрата), $\vec{BC} \uparrow\uparrow \vec{AD}$ $\Big| \Rightarrow \vec{BC} = \vec{AD}$

5) Подставим 4) в 3): $\vec{CO} + \vec{OB} = \vec{AD}$, $\vec{DO} + \vec{OA} = \vec{AD}$ $\Big| \Rightarrow \vec{CO} + \vec{OB} = \vec{DO} + \vec{OA}$,

но при любом значении расстояний CO, OB, DO, OA (из пункт 1, 2, 4, 5) данное равенство не выполняется.

Ответ: Нет, сообщение неверно.

+

Твор?.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	BF 17-78

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ РОМАШКИНА

ИМЯ СВЕТЛАНА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 29.05.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап:

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ромашк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. По усл-ю ~~Дирите~~ может быть не более 2 ~~чего~~ линий, ведущих НЕ в М и не более 3, ведущих не в Р. И, хм, вряд ли их меньше 4, так как мы берем "любые 4".
Таким образом, мин. число ~~подстанций~~ линий — 4.
Примеры таких схем: 3 линии в М, 1 в Р; 2 линии в М, 2 в Р; 2 линии в М, одна в Р, одна куда-то еще.
Рассмотрим 5 линий. 3 линии точно ведут в М (см. самое начало решения, а 5−2=3). По тому же принципу 2 точно ведут в Р. И...все, свободных линий больше нет. ±
Ответ: Да; Нет.

3 $(\sin y-\arcsin x)(\sin x+\arcsin y)\geq 0$

$x,y\in[-1;1]$, т.к. стоят под arcsin

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin y\geq \arcsin x\\ \sin x\geq -\arcsin y\end{cases}\\ \begin{cases}\sin y\leq \arcsin x\\ \sin x\leq -\arcsin y\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}2\sin\frac{y-x}{2}\cos\frac{x+y}{2}\geq \arcsin x-\arcsin y\\ 2\sin\frac{y-x}{2}\cos\frac{x+y}{2}\leq \arcsin x-\arcsin y\end{array}\right.$$

~~на данном промежутке установлено соответствие~~
~~$\arcsin x=y$~~
~~$\sin y=\sin(\arcsin x)=x$~~
~~$\sin x=y$~~
~~$\arcsin y=\arcsin(\sin x)=x$~~

4. $\omega_{мин}=\frac{360}{60}\ \frac{град}{мин}$

$\omega_{час}=\frac{360}{720}\ \frac{град}{мин}$

$|пер.час.-пер.мин|=2$ град.

$t-?$

Путь часовой $=\Delta\Gamma_{час}=\frac{360}{720}t$ $(t\in(0;720))$

Путь минутной $=\frac{360}{60}t$

Перемещение минутной $=\frac{360}{60}t-360\cdot t\,div\,60=\Delta\Gamma_{min}$

1) Пусть пер. часовой < пер. минутной

$\Delta\Gamma_{min}-\Delta\Gamma_{час}=\frac{360t}{60}-360\cdot t\,div\,60-\frac{360t}{720}=$ (6; $\frac{1}{2}$)

$=\frac{11}{2}t=2+360\cdot t\,div\,60$

$t=\frac{4+720\cdot t\,div\,60}{11}$

$720\bmod 11=5$

$(5\cdot t\,div\,60)\bmod 11=7(-4)$

$t\ div\ 60$	$5\cdot t\,div\,60$	R
0	0	0
1	5	5
2	10	−1
3	15	4
4	20	−2
5	25	3
6	30	−3
7	35	2
8	40	−4

$t=\frac{4+720\cdot 8}{11}=\frac{5764}{11}=524$ мин.

2) Пусть $\Delta\Gamma_{час}>\Delta\Gamma_{min}$

$\frac{1}{2}t-6t+360\cdot t\,div\,60=2$

$\frac{11}{2}t=360\cdot t\,div\,60-2$

$t=\frac{720\cdot t\,div\,60-4}{11}$, $(5\cdot t\,div\,60)\bmod 11=4$, $t\,div\,60=3$

$t=196$ мин — раньше, чем с обр. случаем

$T=3$ часа 16 минут

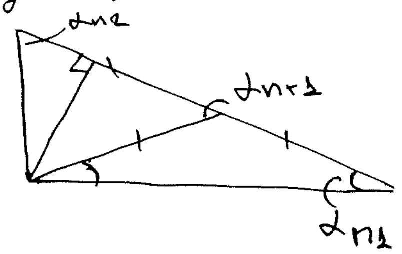
Ответ: 3:16

+

5. Ну, очевидно, что деньги, вкладываемую в банки, нужно разделить поровну, иначе можно «не угадать», т.к. Иван Иванович не знает, какой из них какой.
Пусть в каждый банк вложено S, причем
$S \le \frac{600000}{3} = 200000$
Тогда ~~прибыль~~ сумма на конец года составит
$0S + 2S + \cancel{3S} + 600000 - \cancel{3S}$, где $600000 - 3S$ — то, что он оставил дома
Итак, $2S + 600000$ — его ~~прибыль~~ сумма денег. Видим, что свои 600000 он вернет при любом раскладе, т.е. прибыль зависит только от вклада S. Отсюда видно, что выгоднее вложить все деньги поровну. На руки он в этом случае получит 1000000 рублей.

+

6. $\alpha_{11} = \frac{11\pi}{24}$
$\alpha_{12} = \frac{\pi}{24}$
$c_1 = 640$ м
Найти: S_5; c_5 — ?



$\alpha_{n+1} = 2\alpha_{n1}$ (вн. угол) $=$
$= \pi - 2\alpha_{n2}$ (Σ углов Δ)
где $\alpha_{n1} < \frac{\pi}{4}$
$\alpha_{n2} > \frac{\pi}{4}$
$c_{n+1} = m_n = \frac{c_n}{2} = \frac{c_1}{2^{n-1}}$

Угол $\frac{\pi}{24}$ превысит $\frac{\pi}{4}$ после 3 увеличения, если $= \frac{\pi}{3}$ $(\alpha_4) \Rightarrow \alpha_5 = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

+

$c_5 = \frac{c_1}{2^4} = \frac{640}{16} = 40$ м

$S_5 = \frac{c_5 \cdot \sin\alpha_5 \cdot c_5 \cdot \cos\alpha_5}{2} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 40 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 4} =$
$\approx 400 \cdot 0{,}87 = 348$ м^2

Ответ: 348 м^2

2. $tg\,x$, $tg\,2x \in \mathbb{Z}$
$2015^{tg\,x}$ — ?

$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1+tg^2x} = 2 \cdot \frac{tg\,x}{1+tg^2x} \Rightarrow$ ~~tg 2x : 2~~
$tg\,2x = \frac{2k}{2}$, где $\frac{tg\,x}{1+tg^2x} = \frac{k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$
$2tg\,x = k + k\,tg^2x$
$k\,tg^2x - 2tg\,x + k = 0$
$D_1 = 1 - k^2$. $tg\,x \ne \pm 1$, т.к. тогда $tg\,2x = inf$, $|k| \ne 1$.
При прочих k $D < 0$, за искл. 0 ⇒ ед. реш. $k = 0$
$tg\,x = 0 \Rightarrow tg\,2x = 0$, т.к. $x = 0$
$2015^{tg\,x} = 1$

+

7. a, $a+d$, $a+2d$ - длины, $d>0$

h_1, h_1k, h_1k^2 - высоты, $k>1$

$15\,дм^2$; $60\,дм^2$, $180\,дм^2$ - площади соотв-но

$a+a+d+a+2d=3(a+d)=30 \Rightarrow a+d=10 \Rightarrow (a+d)h_1k=60 \Rightarrow h_1k=6$

$$\begin{cases} (a+2d)h_1k^2=180 \\ (a+d)h_1k=60 \to h_1k=6 \to h_1=\frac{6}{k} \\ ah_1=15 \to \frac{15k}{6} \\ a+d=10 \to d=\frac{60-15k}{6} \end{cases}$$

$$\left(\frac{15k}{6}+\frac{120-30k}{6}\right)\cdot 6k=180$$

$$(\overset{8}{\cancel{120}}-\overset{1}{\cancel{15}}k)\cdot\cancel{6}k=\overset{12}{\cancel{180}}$$

$k^2-8k+12=0$

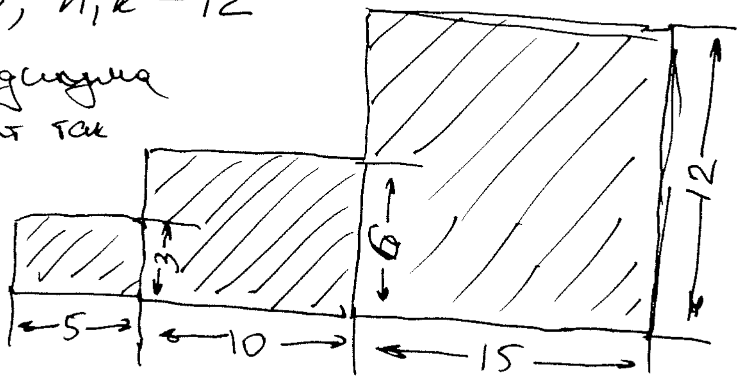
$D_1=16-12=4$

$k=4\pm2=\left[\begin{array}{l} 6 \to d=\frac{60-90}{6}<0 \Rightarrow н.к. \\ 2 \to d=\frac{30}{6}=5 \end{array}\right.$

$a+d=10 \to a=5$, $a+2d=15$

$h_1k=6 \to h_1=3$, $h_1k^2=12$

Итого разрез подиума выглядит так



3. $(\sin y-\arcsin x)(\sin x+\arcsin y)\geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y\geq \arcsin x \ (1) \\ \sin x\geq -\arcsin y \ (2) \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y\leq \arcsin x \\ \sin x\leq -\arcsin y \end{cases} \end{array}\right.$$

(1) по св-ву мон-ти arcsin-f на $[-1;1]$ ($x, y\in[-1;1]$, т.к. стоят под arcsin) $y\geq \arcsin(\arcsin x) \Rightarrow y\in[\arcsin(\arcsin x);1]$

даже до sin1, т.к. там двойной arcsin

(2) $-\arcsin y\leq \sin x$

$\arcsin y\geq -\sin x$. По св-ву мон-ти sin-f на $[-1;1]$:

$y\geq -\sin(\sin x)$ $y\in[-\sin(\sin x);1]$

(3) по св-ву мон-ти arcsin-f на [-1; 1] $y \leq \arcsin(\arcsin x)$

$y \in [-1; \arcsin(\arcsin x)]$

(4) по св-ву мон-ти sin-f на [-1; 1]:

$y \leq -\sin(\sin x)$.

$y \in [-1; -\sin(\sin x)]$.

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 22-47

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ САМОРОДОВ

ИМЯ ЕВГЕНИЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 19.12.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

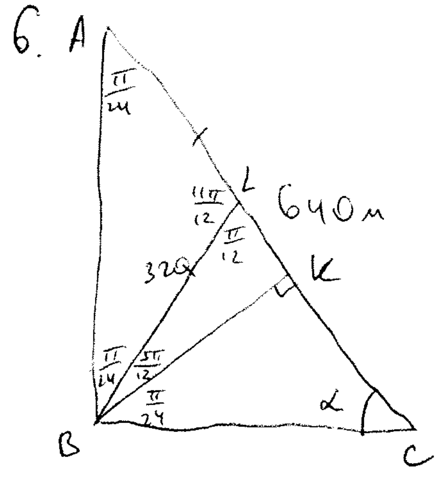
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЕСаму

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

6.



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$ C_5 – ? S_5 – ?

Решение: 1) т.к. это пр-й тр-к, то медиана из прямого угла равна половине гипотенузы:

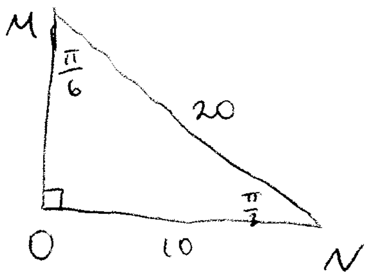
$640 \cdot (\frac{1}{2})^5 = 20$ (м)

$C_5 = 20$ м. V

2) Т.к. $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, то второй угол равен $\frac{\pi}{24}$

т.к. ABL – р/б, то $\angle ALB = \frac{11\pi}{12}$, а $\angle BLK = \frac{\pi}{12}$ легко?

Таким образом приходим к 5-ому тр-ку:



$\left.\begin{array}{l}\angle OMN = \frac{\pi}{6} \\ \angle ONM = \frac{\pi}{3}\end{array}\right\}$ $ON = 10$ м

+

$S = \frac{1}{2} NM \cdot ON \cdot \sin\angle ONM$

$S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ (м²)

Ответ: 20 м, $50\sqrt{3}$ м².

4.

$\alpha = 2°$ Сл. время – ?

N – целое число минут

Решение: 1) V минутной стрелки: $\frac{360}{60} = 6$ °/мин

$V_{часовой}$: $\frac{30}{60} = 0{,}5$ °/мин

2) При 12, 13 и 14 часах разницы в 2° не будет, а будет лишь при времени 15:16, т.к. произошло впервые:

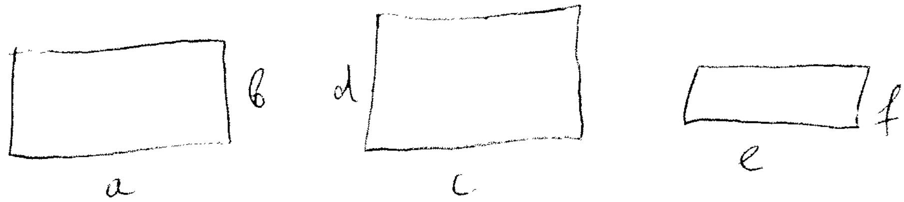
15:15 = 90 + 0,5·15 – 90 = 7,5°

15:16 = 90 + 0,5·16 – 96 = 2°

+

Ответ: 15:16 – 15 часов 16 минут.

7.



a, c, e – ариф. прогр. $S_1 = 15$ дм^2 $l = 30$ дм

b, d, f – геом. прог. $S_2 = 60$ дм^2

$S_3 = 180$ дм^2

1) $a + c + e = l$

$e = a + 2d$

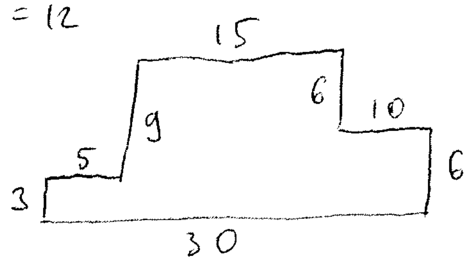
$\frac{a+e}{2} \cdot 3 = l$

$a + d = 10$ дм => $c = 10$ дм $d = 6$ дм (по усл.)

2) нетрудно догадаться, что $a = 5$, $e = 15$ =>

$b = 3$, $f = 12$?

Ответ:



∓

5.

	I	II	III
ставка	×2	×3	0
ч/з год	2x	3y	0·Z

Всего 600000 руб.

По ск. положить, чтоб максимальный доход – ?

В самом худшем ходе событий получит максимальный доход, если положит в каждый банк по 200 тыс. рубл.: это надо доказать!

$200 \cdot 2 + 200 \cdot 3 + 200 \cdot 0 = 1000$ (тыс. рубл.)

±

Ответ: по 200 тыс. в каждый; 1000000 рублей.

1. Ответ: меньше пяти не может быть, т.к. тогда одна линия будет в город и в посёлок. Если среди любых 5 линий найдутся, которые не ведут ни в М, ни в П, то их больше пяти или пять.

−

2. $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x$ − целые числа x − ?

$2015^{\operatorname{tg} x}$ − ?

$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = k$, k − целое

$\operatorname{tg} 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

$\sin x = k\cdot\cos x \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = \frac{2k\cdot\cos^2 x}{\cos^2 x(1-k^2)} = \frac{2k}{1-k^2}$

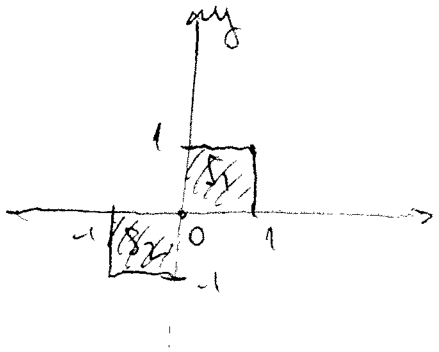
$1-k^2 = -(k-1)(k+1) = -2k \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = -1$

$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$

−

Ответ: $x \in \{\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$, 2015^m, где $m = \operatorname{tg} x$.

3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ S − ?



$S = S_1 + S_2$, S_1 и S_2 − площ. заштр. части

$S_1 = 1\cdot 1 = 1$
$S_2 = (-1)\cdot(-1) = 1$ } $S = 2$

Ответ: 2.

где решение?

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	МЮ 86-10	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7092	шифр

ФАМИЛИЯ Сандлер САНДЛЕР

ИМЯ Анастасия АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО Александровна АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 19.11.1998 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Санд

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 86-10

Выдан доп. лист

№5

У нас есть 3 банка пусть в первом число денег удваивается; во втором банке в три раза; в третьем он теряет все свои деньги он теряет все свои деньги

	1 банк	2 банк	3 банк
полож.	x	y	z
получ.	$2x$	$3y$	0

1) Рассмотрим тот случай, когда он кладёт все деньги в один банк (или некоторое кол-во денег, остальные оставит дома), то получается, что при самом худшем раскладе он теряет все свои деньги (могут остаться те деньги, которые остались дома).

1 банк	2 банк	3 банк
		z
		0

Т.о. ему не выгодно класть деньги в один банк, ибо он теряет все деньги которые положил.

max. 599 999

2) Рассмотрим случай, при котором он кладёт все деньги в два разных банка, т.к. мы рассматриваем самый плохой ход событий, то его деньги попадают во 1 банк и в 3 банк.

	1 банк	2 банк	3 банк
полож.	300.000		300.000
получ.	600.000		0

Случай max. полученных денег будет, когда деньги соотносятся 1:1.

Если мы берём в другом отношении, то при самом худшем раскладе получится, что там, где больше денег они сгорят. А нам нужен max. доход. Если же он решил оставить некоторое кол-во денег дома, то все равно надо желательно учитывать от-ние 1:1. max. выгода составит 600.000

3) Рассмотрим случай при котором все деньги идут в три разных банка. Аналогично, максим. доход будет при от-нии 1:1:1

1 банк	2 банк	3 банк
200.000	200.000	200.000
400.000	600.000	0

400.000 + 600.000 = = 1.000.000 - max. прибыль

(+)

Рассмотрим случай если он оставляет деньги дома. Он оставил дома 3р. ⇒

1 банк	2 банк	3 банк
199.99~~8~~	199.999 ~~599.997~~	0
399.998	599.997	

3р + 599.997р + 399.998р = 999.998р

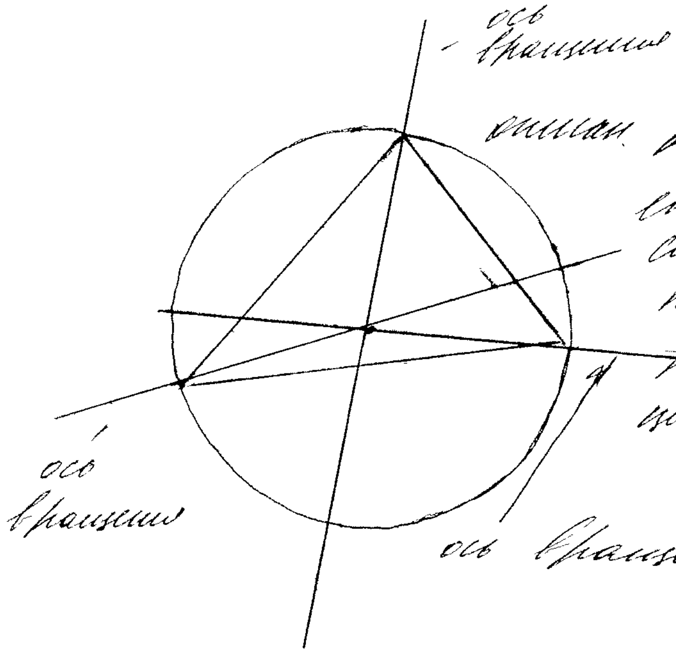
Т.о. чем больше он денег оставляет дома, тем сильнее его прибыль уменьшается. Не обосновано.

Значит, самым максимальным оказался 3 случай, когда деньги находятся в 3 банках.

Ответ: 1) в 3 банка в равном соотношении
2) max. ~~приб~~ = 1000000 р

№2

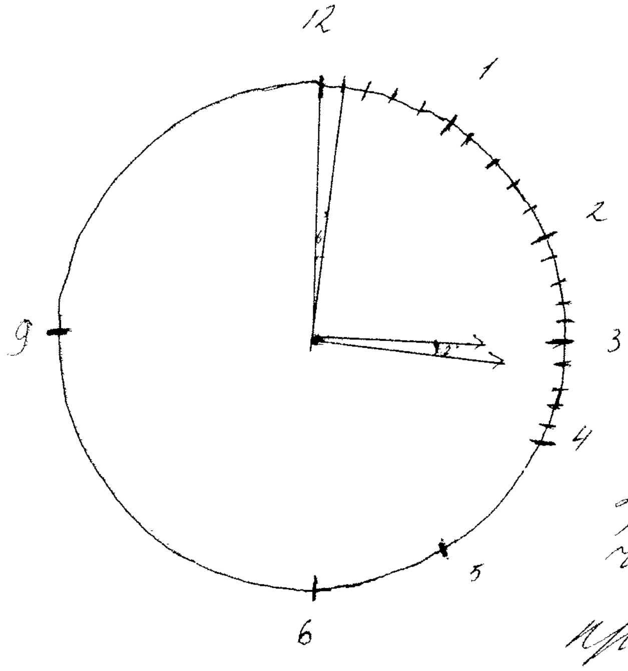
При вращении о-ка будет образовываться ~~треугольник~~ окружность, где центр вращения - середина окружности.



Точка ~~середины~~ центра описан. окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров, т. о. это и есть центр вращения.

+
—

№4



1) Т.к угол = 360° всего на часах 60 делений => $360 : 60 = 6°$ - одно деление (м/у 12 ч. и 1 мин.

2) За одну минуту часовая стрелка проходит $\frac{1}{12}$ - 1го деления

3) Допустим, что часы показывают 12ч. 1мин.
за 1мин часовая стрелка прошла $\frac{1}{12} \cdot 6 = \frac{1}{2}^\circ = 0{,}5^\circ$, а минутная стрелка прошла 6° =>
$6^\circ - 0{,}5^\circ = 5{,}5^\circ \neq 2^\circ$ - не верно

4) Допустим, что часы показывают 2ч. 11мин, (т.к надо наименьший угол в 2°)
минутная стрелка прошла 11мин =>
часовая прошла $\frac{11}{12}$ деления.
$\frac{11 \cdot 6}{12} = \frac{11}{2} = 5{,}5^\circ$
Если считать, что 2часа = 0 (точка начала мин. отсчёта)
то мин. от 2 до 6° почему не рассм-ие другие вар-ты?
$6^\circ - 5{,}5^\circ = 0{,}5^\circ \neq 2^\circ$ - не верно

5) Допустим, что часы показывают 3ч. 16мин
(Также учитываем, что 3 = 0, т.е. система отсчета на минутном угле)
т.е. минутная стрелка прошла 16мин. =>
часовая прошла $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ деления
$\frac{4 \cdot 6}{3} = 8^\circ$ - от 3 часов удалилась часовая стрелка
Тогда минутная от 3 удалилась на $1 \cdot 6 = 6^\circ$
(3ч, тоже самое что и 15 минут).
$8^\circ - 6^\circ = 2^\circ = 2^\circ$ - верно

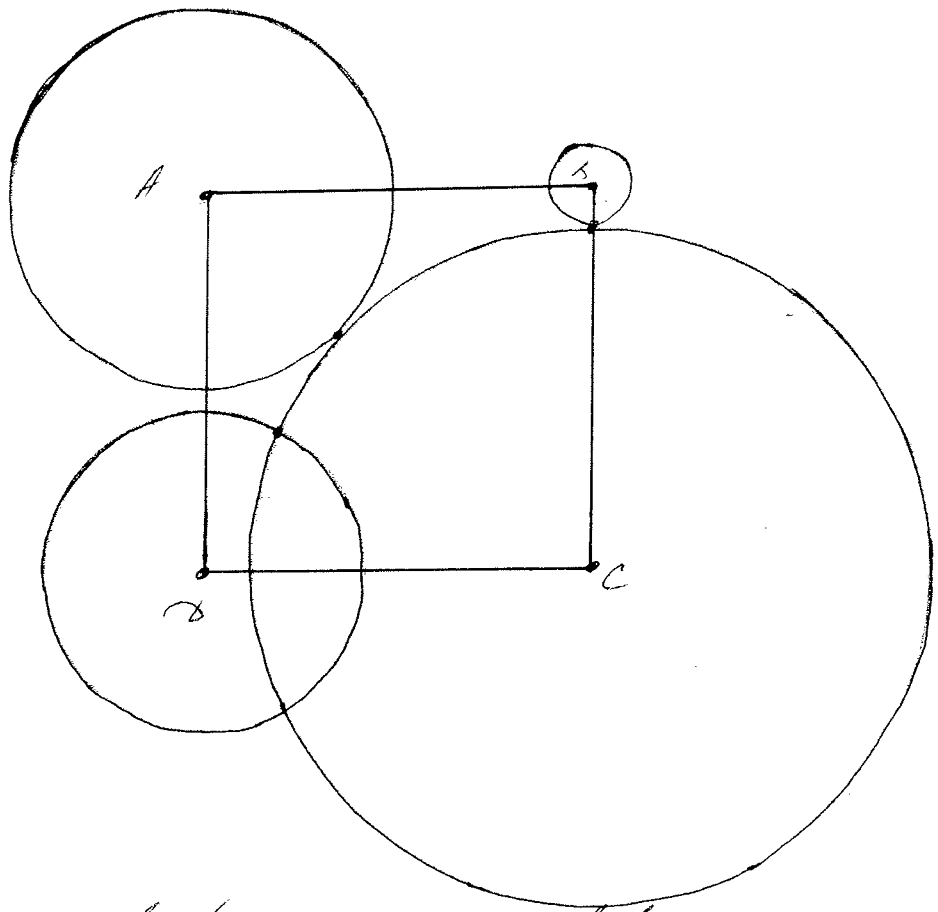
±

Т.о. часы показывают 3ч 16мин, т.к 15ч - 16мин.

Ответ: 15ч : 16 мин.

№7

~~[illegible]~~



ABCD - квадрат и по его вершинам отмечены точки, которые являются серединами (центром) окружностей. Для того что бы найти точку (местоположение) совместного радиопередатчика надо, чтобы все окружности пересекались в одной точке. Т.к. место ~~[illegible]~~ одно и оно просто равноудалено от вершин. ($\frac{1}{2}$ км - 1 км). Хоть как мы будем располагать окружности, но они никогда не пересекутся в одной точке.

Т.о. Мюллер не должен верить такому сообщению.

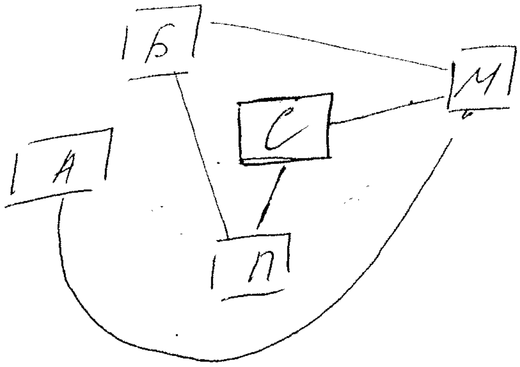
Ответ: нет.

№1

С - ~~станция~~ распределительная подстанция

М, П, А, Б... - посёлки.

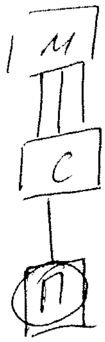
Один из примеров того как могут располагаться посёлки и какие дороги проходят



+

На рисунке можно увидеть, что всего только 5 дорог.

Рассмотрим случай, когда будет 4 дороги.



Но в этом случае здесь только 2 предприятия.
Если добавить одну станцию, то придётся добавлять ещё дороги.

~~Ответ~~ Их не может быть меньше 5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

ПУ 49-17

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Семенов

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 27.10.1998

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 1.3.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Вогдан 1 (один) доп. лист
Вогдан 1 (один) доп. лист

№1 Пусть x – линий всего
m – линий на предприятие города М
n – линий на предприятие посёлка П

Тогда $m \geq x-2$, т.к. если $m \leq x-3$, то среди тех трёх линий не идущих к городу М нет ни одной линии ведущей к городу М, что противоречит условию
аналогично $n \geq x-3$ для линий к посёлку
Так как кол-во линий к посёлку и к городу не может быть больше, чем кол-во всех линий, то $m+n \leq x$

(+)

$\begin{cases} m \geq x-2 \\ n \geq x-3 \\ m+n \leq x \end{cases} \Rightarrow$ $2x-5 \leq x$
$x \leq 5 \Rightarrow$ кол-во всех линий не может быть больше 5

Если $x \geq 5$, то $x=5 \Rightarrow$ (т.к. $x \leq 5$) $\begin{cases} m \geq 3 \\ n \geq 2 \\ m+n \leq 5 \end{cases} \Rightarrow$ $m=3$, $n=2$, $m+n=5$ $\Rightarrow$ линий, которые не ведут ни в М, ни в П нет, при $x \geq 5$

при $x=4$, $m=2$, $n=1$ все условия выполняются $\Rightarrow$
x может быть меньше 5

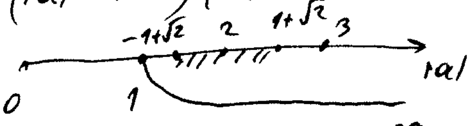
№2 $tg 2x = \frac{2tg x}{1-tg^2 x}$

(±)

Пусть $tg x = a$, $a \in Z$
Тогда: $tg 2x = \frac{2a}{1-a^2}$, и $\frac{2a}{1-a^2} \in Z \Rightarrow a=0$ или
$|2a| \geq |1-a^2|$, иначе $\left|\frac{2a}{1-a^2}\right| < 1$, при $\left|\frac{2a}{1-a^2}\right| \neq 0$

$a^2-1 \geq 0$ или $a^2-1<0$
$|a| \geq 1$
$|a|^2 - 2|a| - 1 \leq 0$
$(|a|-1+\sqrt{2})(|a|-1-\sqrt{2}) \leq 0$

$\begin{cases} |a|<1 \\ a \in Z \end{cases} \Rightarrow a=0$



$|a|=2 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow \frac{2a}{1-a^2} = \frac{4}{3} \notin Z$
$a=2 \Rightarrow \frac{2a}{1-a^2} = -\frac{4}{3} \notin Z$

$tg x = a = 0 \Rightarrow x = \pi n, n \in Z$

Ответ: $\pi n, n \in Z$

№3

уравн. $x^2+px+q=0$ имеет корень $\Rightarrow$ ~~раз~~ многочлен x^2+px+q раскладывается на множители: $x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 – корни. Так как корень ровно один, то $x_1=x_2 \Rightarrow x^2+px+q=(x-x_1)^2 \Rightarrow x_1=-\frac{p}{2}$; $q=\frac{p^2}{4}$,

$x^2+px+q=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

Так как $T(T(T(x)))=0$, ~~то~~ и только $T(x_1)=$
$=T\left(-\frac{p}{2}\right)=0$, то $T(T(x))=-\frac{p}{2}$

$$\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2=-\frac{p}{2} \Rightarrow p\le 0$$

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2} \text{ или } \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$$

$$x=\pm\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2} \text{ или } x=\pm\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$$

Так как у нас ровно три корня, то какие-то два из этих четырёх равные. Рассмотрим три случая

I один из корней $x=\pm\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$ равен одному из корней $x=\pm\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$:

1) $\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

$\Updownarrow$

$-\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=-\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

у нас только два различных корня

2) $-\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

$\Updownarrow$

$\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=-\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$

$\Rightarrow$ только два разных корня

II $\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}=-\sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}=0$

пусть $\sqrt{-\frac{p}{2}}=a$, $a\ge 0$

$a+a^2=0$

$a=0$ или $a=-1$ – против y_4

$\Downarrow$

$x=0$ – только один корень

III

$$\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2} = -\sqrt{-\sqrt{-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}}-\frac{p}{2}$$

$$+\sqrt{-\frac{p}{2}} = -\frac{p}{2}$$

Пусть $a = \sqrt{\frac{-p}{2}}$, $a \geq 0$

$a^2 = +a$

$a = 0$ или $a = 1$

$\Downarrow$ $\quad p = -2$

$x = 0$ - только один корень $\quad x_1 = 1-\sqrt{2}$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1+\sqrt{2}$

Ответ: $1-\sqrt{2}$; 1; $1+\sqrt{2}$

№4

$v_{мин} = 6°/мин$, $v_{час} = 0,5°/мин$ $\Rightarrow v = (v_{мин} - v_{час}) = 5,5°/мин$

Пусть k мин прошло после полудня до события, $k \in N$

~~$\left[\begin{array}{l} 5,5k \equiv 2° \mod 360 \\ 5,5k \equiv -2° \mod 360 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} 360\cdot i + 2 \equiv 0 \mod 5,5,\ i \in N \\ 360\cdot j - 2 \equiv 0 \mod 5,5,\ j \in N \end{cases} \Rightarrow$~~

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5,5k \equiv 2° \mod 360° \\ 5,5k \equiv -2° \mod 360° \end{array}\right. \Rightarrow k = 2a,\ a \in N \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 11a = 2 + 360\cdot i,\ i \in Z \\ 11a = -2 + 360\cdot j \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 360\cdot i + 2 \equiv 0 \mod 11 \\ 360\cdot j - 2 \equiv 0 \mod 11 \end{array}\right.$ т.к. i, j - наим.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -3i + 2 \equiv 0 \mod 11 \\ -3j - 2 \equiv 0 \mod 11 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} i = 8 \\ j = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 524 \text{ мин} \\ k = \cancel{1076}\ 196 \text{ мин} \end{array}\right.$

$\Rightarrow k = 188$ мин $\Rightarrow$ время 3 часа 18 мин.

Ответ: 3 часа 16 мин

№5 Пусть b руб. – сумма, размещённая в банках

a_1 – в одном

a_2 – в другом

a_3 – в третьем

$a_1 \le a_2 \le a_3$

В худшем случае прибыль $a_1 \cdot 3 + a_2 \cdot 2 + a_3 \cdot 0 - b =$

$= b + a_1 - 2a_3$, т.е. прибыль наиб. при наибольшем a_1 и наименьшем a_3, $a_1 \le \frac{b}{3}$; $a_3 \ge \frac{b}{3}$ ⇒ при $a_1 = a_2 = a_3 = \frac{b}{3}$ ⇒

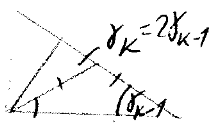
⇒ прибыль $= \frac{2}{3}b$ ⇒ чем больше положит в банки тем больше получит ⇒ макс. прибыль при $b = 600\,000$ руб и она равна $400\,000$ руб если он положит по $200\,000$ руб в каждый банк

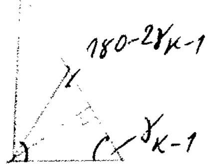
№ 6

1) т.к. гипотенуза прямоугольного треуг – медиана предыдущего, и медиана прямоуг. Δ-ке $= \frac{1}{2}$ гип, то $c_k = \frac{c_1}{2^{k-1}}$, где c_k – гипотенуза k-ого Δ-ка, т.е.

$c_5 = \frac{640}{16} = 40$ м ✓

2) Пусть γ_k – острый угол k-ого Δ-ка, прилежащий к катету, являющемуся частью гипотенузы предыдущего Δ-ка. Тогда: 1) $\gamma_k = 2\gamma_{k-1}$, при $\gamma_{k-1} < 45$

1) 

2) 

2) $\gamma_k = 180 - 2\gamma_{k-1}$, при $\gamma_{k-1} > 45$

$\gamma_1 = 90 - \frac{11}{24}\pi = 7{,}5°$

$\gamma_2 = 2\gamma_1 = 15°$

$\gamma_3 = 30°$

$\gamma_5 = 60°$ ⇐ $\gamma_4 = 60°$

3) $S_5 = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot c_5 \cdot \sin\gamma_5 \cdot c_5 \cdot \cos\gamma_5 = \frac{c_5^2 \cdot \sin 2\gamma_5}{4} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 40 м; $200\sqrt{3}$ м^2

+

№7

Пусть a_1 - ~~высота~~ ширина самого низкого
b_1 — высота самого низкого
d - шаг арифметической прогрессии, $d>0$
q - шаг геометрической прогресии, $q>1$

1-ый случай: средняя ширина - средняя ~~длина~~ высота
большая ширина - большая высота

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+d)\, b_1 q = 60 \\ (a_1+2d)\, b q^2 = 180 \\ 3a_1 + 3d_1 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 10 \\ b_1 q = 6 \\ (10-d)\cdot b_1 = 15 \\ (10+d)\cdot b_1 \cdot q^2 = 180 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{6}{b_1} \\ 10b_1 - db_1 = 15 \\ 360 + 36d = 180b_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 5b_1 - 10 \\ 10b_1 - b_1(5b_1 - 10) = 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow b_1^2 - 4b_1 + 3 = 0$

$b_1 = 3$ или $b_1 = 1$

$d = 5$ $\quad d = -5$ - неподход. т.к. $d>0$

+

$a_1 = 5 \quad b_1 = 3$
$a_2 = 10 \quad b_2 = 6$
$a_3 = 15 \quad b_3 = 12$

2-ой случай: средняя ширина - большая высота
большая ширина - средняя высота

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1+d)\, b_1 q^2 = 60 \\ (a_1+2d)\, b_1 q = 180 \\ 3a_1 + 3d_4 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 10 \\ b_1 q^2 = 6 \\ (10-d)\, b_1 = 15 \\ (10+d)\, b_1 q = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q^2} \\ (10-d)6 = 15q^2 \\ (10+d)\cdot 6 = 180q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 60 - 6d = 15q^2 \\ 60 + 6d = 180q \end{cases} \Rightarrow$$

$15q^2 + 180q - 120 = 0$
$q^2 + 12q - 8 = 0$

$q = -6 + 2\sqrt{11}$ - неп. т.к. $q>1$, а $-6+2\sqrt{11} < 1$

или $q = -6 - 2\sqrt{11}$ неподходит т.к. $q>1$, а $-6-2\sqrt{11} < 1$

Ответ: $a_1 = 5$ дм; $b_1 = 3$ дм; $a_2 = 10$ дм; $b_2 = 6$ дм; $a_3 = 15$ дм; $b_3 = 12$ дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ИЭ 49-73 шифр ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Семенов

ИМЯ Олег

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 27.10.1998. Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сем

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЭ 49-73

Выдан 1 (один) л. + 1 (один) л.

№1

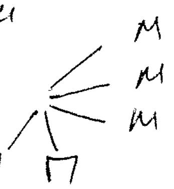
По условию: 1) не в гор М ведет не больше 2-х линий

2) не в пос П ведет не больше 3-х линий

~~из 2) => в гор. М максимум ведет 3 линии~~ | из 1) =>

~~=> всего не больше 5 линий~~ (+)

~~Пример с 5 линиями:~~



~~пусть у нас 5 линий и одна не ведет ни в М, ни в П~~

3/ Пусть ни в гор М, ни в пос. П ведет k линий,

тогда из 1) => в пос П: $y \le 2-k \Rightarrow 0 \le k < 2$

из 2) => x в гор М: $x+k \le 3 \Rightarrow x \le 3-k$

тогда общее число линий: $x+y+k \le 2-k+3-k+k = 5-k$

$x+y+k \le 5-k$

~~при $k=1$ общее число~~

если $x+y+k \ge 5$, то т.к. $x+y+k \le 5-k$ $\Rightarrow k \le 0 \Rightarrow k=0 \Rightarrow$

$x+y+k+5 \le x+y+k+5-k$

=> 1) Если число линий не меньше 5 то ~~среди~~ нет линий не ведущих ни в М, ни в П.

2) число линий может быть меньше 5:

Пример:

№3

1) $T(x) = x^2+px+q$, если $T(x)$ только один корень, то это квадрат: $T(x) = (x+\frac{p}{2})^2$, этот корень $= -\frac{p}{2}$

2) если $T(T(T(x))) = 0$, то $T(T(x)) = -\frac{p}{2}$

$(T(x)+\frac{p}{2})^2 = -\frac{p}{2} \Rightarrow -\frac{p}{2} \geq 0$, заменим $-\frac{p}{2} = x_0$, $x_0 \geq 0$

$$\left.\begin{aligned}(T(x)-x_0)^2 &= x_0\\ T(x) &= (x-x_0)^2\end{aligned}\right| \Rightarrow \left[\begin{aligned}(x-x_0)^2 &= x_0-\sqrt{x_0}\\ (x-x_0)^2 &= x_0+\sqrt{x_0}\end{aligned}\right.$$

3) Т.к. корней 3, ~~то~~ и решением каждого ур-ия не больше 2-х корней $\Rightarrow \begin{cases} x_0-\sqrt{x_0}=0 \\ x_0+\sqrt{x_0}>0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_0-\sqrt{x_0}>0 \\ x_0+\sqrt{x_0}=0 \end{cases}$

№3

III. т.к. $\sqrt{x_0} \geq 0$, то $x + \sqrt{x_0} \geq x - \sqrt{x_0}$ $\Rightarrow \begin{cases} x_0 - \sqrt{x_0} = 0 \\ x_0 + \sqrt{x_0} > 0 \end{cases}$

т.к. $x_0 + \sqrt{x_0} > 0$, то $x_0 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x_0} = 1$

$x_0 = 1 \Rightarrow -\frac{p}{2} = 1$

$p = -2$

$q = 1$

Подставим $x_0 = 1$:

$$\left[\begin{array}{l} (x-1)^2 = 0 \\ (x-1)^2 = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \sqrt{2}+1 \\ x = -\sqrt{2}+1 \end{array}\right.$$

+

Ответ: $1-\sqrt{2}$; 1; $1+\sqrt{2}$

№2

$\operatorname{tg} x \in Z$

$\operatorname{tg} 2x \in Z$

I $\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} \in Z \Rightarrow$ $\operatorname{tg} x \neq \pm 1$, при $\operatorname{tg} x = 0$ $\operatorname{tg} 2x = 0$

II $|2\operatorname{tg} x| \geq |1-\operatorname{tg}^2 x|$, рассм только $\operatorname{tg}^2 x > 1$

1) ~~$\operatorname{tg} x < 0$~~

$$\begin{cases} -1+\operatorname{tg}^2 x \leq 2|\operatorname{tg} x| \\ -1+\operatorname{tg}^2 x \geq -2|\operatorname{tg} x| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |\operatorname{tg} x|^2 - 2|\operatorname{tg} x| - 1 \leq 0 \\ |\operatorname{tg} x|^2 + 2|\operatorname{tg} x| - 1 \geq 0 \end{cases}$$

+

2) $|\operatorname{tg} x|^2 - 2|\operatorname{tg} x| - 1 \leq 0$

корни: $|\operatorname{tg} x| = 1-\sqrt{2}$, $|\operatorname{tg} x| = 1+\sqrt{2}$ $\Rightarrow |\operatorname{tg} x| \in [1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}]$

$|\operatorname{tg} x| \in [0; \sqrt{2}+1]$

3) $|\operatorname{tg} x|^2 + 2|\operatorname{tg} x| - 1 \geq 0$

корни: $|\operatorname{tg} x| = -1-\sqrt{2}$, $|\operatorname{tg} x| = -1+\sqrt{2}$ $\Rightarrow |\operatorname{tg} x| \in (-\infty; -1-\sqrt{2}] \cup [-1+\sqrt{2}; +\infty)$

$|\operatorname{tg} x| \in [\sqrt{2}-1; +\infty)$

4) $|\operatorname{tg} x| \in [\sqrt{2}-1; \sqrt{2}+1]$, $|\operatorname{tg} x| \in Z$ $\Rightarrow |\operatorname{tg} x| = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} x = \pm 2$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\cdot(\pm 2)}{1-4} = \frac{\pm 4}{3} \notin Z$$

~~Ответ: подх.~~

III $\operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow x = \pi n, n \in Z$

$\operatorname{tg} 2x = 0$

Ответ: $x = \pi n$, $n \in Z$

№4

Пусть после полудня прошло k часов и x минут ($x < 60$)

Тогда $\left|\frac{360}{60}\cdot x - \left(\frac{360}{60\cdot 12}\cdot x + \frac{360}{12}\cdot k\right)\right| = 2$

$|6x - 0,5x - 30k| = 2$

$\left[\begin{array}{l} 5,5x = 2 + 30k \\ 5,5x = -2 + 30k \end{array}\right., \quad k, x \in \mathbb{Z}$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{4+60k}{11} \\ x = \frac{-4+60k}{11} \end{array}\right., \quad k, x \in \mathbb{Z}$

1) $x = \frac{4+60k}{11}$

$60k \equiv -4 \mod 11$

$60 \equiv 5 \mod 11$

$60k \equiv 5k \equiv -4 \mod 11$

$5\cdot 8 \equiv -4 \mod 11$

$\Downarrow$

$k \equiv 8 \mod 11 \Rightarrow k_{min} = 8$ ч.

$x = \frac{4+60\cdot 8}{11} = 44$ мин.

2) $x = \frac{-4+60k}{11}$

$60k \equiv 4 \mod 11$

$5k \equiv 4 \mod 11$

$5\cdot 3 \equiv 4 \mod 11 \Rightarrow k \equiv 3 \mod 11$

$k_{min} = 3$ ч

$x = \frac{-4+180}{11} = 16$ мин

3ч. 16 мин < 8ч 44 мин

$\Downarrow$

т.к в первый раз то время 3ч 16 мин

№5

Пусть a руб в I, b руб во II, c руб в III, d руб дома и $a \geq b \geq c$, рассмотрим наихудший случай тогда I – сгор II – ×2 в III – ×3

Прибыль: $0\cdot a + 2\cdot b + 3\cdot c + d - 600000 = 2b + 3c + d - 600000$

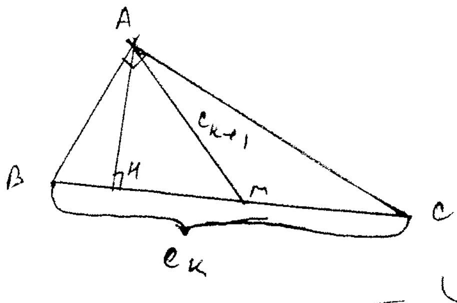
чтобы потерять меньше всего необходимо чтобы

$a = b = c = 200000 - \frac{d}{3}$ ⇒ прибыль $1000000 - \frac{5d}{3} + d - 600000 =$
(т.к c наибольш) $= 400000 - \frac{2d}{3} \Rightarrow d = 0 \Rightarrow$

⇒ по 200000 в каждый банк ⇒ через год получит $2\cdot 200000 + 3\cdot 200000 = 1000000$ руб

$c_0 = 640$ м №6

$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$



1) Докажем, что $c_k = \frac{c_0}{2^k}$

база инд: ~~основание~~: $c_0 = \frac{c_0}{2^0} = c_0$

переход: k-ый Δ-к имеет гип-зу c_k, тогда c_{k+1} - медиана к гипотенузе в этом Δ-ке ⇒ $c_{k+1} = \frac{c_k}{2}$

$c_k = \frac{c_0}{2^k}$

2) Рассмотрим площади этих Δ-ов:

$$S_k = \frac{c_k \cdot \sin\alpha_k \cdot c_k \cdot \cos\alpha_k}{2} = \frac{c_0^2}{2^{2k+2}} \cdot \sin 2\alpha_k.$$

3) Докажем, что $\sin 2\alpha_k = |\sin(2^{k+1}\cdot\alpha_0)|$

~~основание~~ база инд: $\cancel{S_0 = \frac{c_0 \sin\alpha_0 \cdot c_0 \cdot \cos\alpha_0}{2} = c_0^2}$

$$\sin 2\alpha_0 = \sin(2^1\cdot\alpha_0) = \sin 2\alpha_0$$

переход: $\angle ACB = \alpha_k$, $\angle CAM = \alpha_k$ ⇒ $\angle AMH = 2\alpha_k$, если $M \in HC$ ($\alpha_k \le 45°$); $\angle AMH = 180 - 2\alpha_k$, если $M \in BM$ ($\alpha_k > 45°$) ⇒

~~$\Rightarrow \sin 2\angle AMH = \sin 2\alpha_{k+1} = \sin(2\cdot 2\alpha_k)$, $\alpha_k \le 45°$~~

~~$\sin 2\angle AMH = \sin 2\alpha_{k+1} = \sin(2(180 - 2\alpha_k))$, $\alpha_k > 45°$ ⇒~~

~~$\Rightarrow \sin 2\alpha_{k+1} = \sin(2\cdot 2\alpha_k)$ $\sin 2\alpha_{k+1} = \sin 4\alpha_k$, $\alpha_k \le 45°$~~

~~$\sin 2\alpha_{k+1} = \sin(-4\alpha_k)$, $\alpha_k > 45°$~~

$\alpha_k \le 45°$ ⇒ $\sin 2\alpha_{k+1} = \sin(2\cdot 2\alpha_k) = |\sin(2\cdot 2\alpha_k)|$

$\alpha_k > 45°$ ⇒ $\sin 2\alpha_{k+1} = 2\sin\angle AMH \cdot \cos\angle AMH = 2\cdot\cos(90° - \angle AMH)\sin(90° - \angle AMH) =$

$= 2\cdot\cos(2\alpha_k - 90)\cdot\sin(2\alpha_k - 90°) = \sin(4\alpha_k - 180°)$

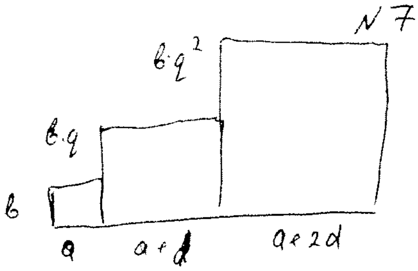
$180 < 4\alpha_k \le 360$.

$0 < 4\alpha_k < 180 \Rightarrow \sin 2\alpha_{k+1} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin 2\alpha_{k+1} = |\sin(4\alpha_k - 180°)| = |\sin(2\cdot 2\alpha_k)|$

4) $c_5 = \frac{c_0}{2^5} = \frac{640 \text{ м}}{32} = 20$ м $S_5 = \frac{c_0^2}{2^{12}} \cdot |\sin 2^6 \cdot \frac{\pi}{24}| = 50\sqrt{3}$ м^2

№7



$a\cdot b = 15$ дм^2

$bq(a+d) = 60$ дм^2

$bq^2(a+2d) = 180$ дм^2

$3a+3d = 30$ дм

$a+d = 10$ дм

$\Downarrow$

$b\cdot q = 6$ дм

$\Rightarrow \begin{cases} (10-d)\cdot b = 15 \\ \frac{36}{6}(10+d) = 180 \end{cases}$ $b\neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10 - d^2 = 75 \Rightarrow d = 5$дм $\Rightarrow a = 5$ дм

$b = \frac{15}{5} = 3$ дм $\Rightarrow q = 2$

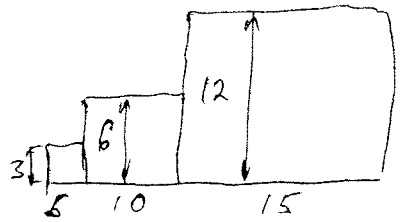
$\Downarrow$

I ступ: 5дм × 3дм

II ступ: 10 дм × 6 дм

III ступ: 15дм × 12 дм

+



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 9092	ИТ 42-64 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Семенова

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Анатольевна

Дата рождения 09.12.2000 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 9072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ФТ 42-69

№1 1) Случай с городом **М**: максимальное количество не идущих в город линий может быть 2 (т.к. при большем **кол-ве** не выполнится условие) (+)

2) Случай с поселком **П**: максимальное количество не идущих в город линий может быть 3 (т.к. при большем кол-ве не выполнится условие).

3) Из 1), 2) ⇒ линий с городом М может быть только 3, а линий с поселком П может быть только 2, т.к. 3+2=5 линий, в условии сказано, что линий не может быть меньше 5

4) Из 3) ⇒ если же взять 5 линий назад, т.е. взять все линии, то среди них не будет ни одной линии не идущих в город М и поселок П

Ответ: 0 линий экскурсовод максимально не идущих ни в город М и поселок П

№3. 1) 65 − 40 = 25 (лет) − это разница между годами

2) 25 : 9 = 2 (ост. 7), а также 7 − это возраст сына в настоящий момент, значит 4 года назад отцу было 3·9 = 27 лет, а сыну 3 (7 − 4 = 3) года

3) Из 1), 2) ⇒ можно составить таблицу

	22	18	9 лет назад
3	27	23	4 года назад
7	31	27	сейчас
сын	отец	мать	

(+)

Ответ: отцу в настоящее время 31 год

№4 Ответ: часы покажут 16:00, т.к. в течении 4 часов и в каждом отдельно рассмотренном часе не будет такого получиться

в 13-ом часе такого момента не будет, потому что ~~~~ пара ~~~~ ~~~~ ~~~~ 120°, ~~~~

часовая стрелка может стоять на 1 мин, 2 мин, 3 мин, 4 мин, 5 мин, а минутная стрелка может стоять в 12 мин, 24 мин, 36 мин, 48 мин, 60 мин

в 14-ом, 15-ом часах не будет получиться, что градус б между часовой и минутной стрелкой равен 120°

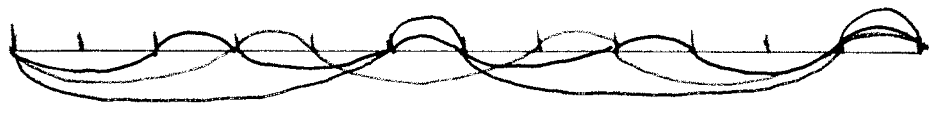
№5

Рабочий день Печкина: (16-00)-(8-00) = 8 часов

рассмотрим один час работы Печкина

⊔ - 5 мин — - остановка

—— - едет



- тележка для писем
- тележка для бандеролей
- тележка для посылок

Теперь можно посчитать сколько раз наполнялась каждая тележка за 1 час

письма - 2 раза

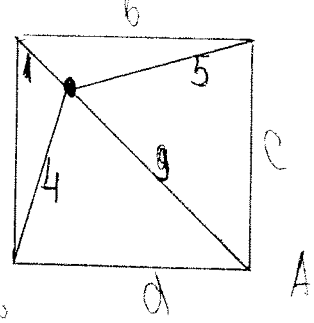
бандероль - 2 раза

посылки - 2 раза

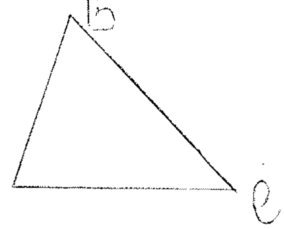
если бы Печкин работал 8 ч, тогда рабочий день он наполнит письма - 16 раз, бандероль - 16 раз, посылку 16 раз

Ответ: письма - 16 раз, бандероль 16 раз, посылку - 16 раз.

7. Можно нарисовать этот квадрат и обозначить все то что известно и рассмотреть образовавшиеся треугольники.



Теорема:



Следуя теореме о соот-ии сторон в треугольнике, можно написать ограничения для каждой буквы и выбрать одно или несколько общих значений, т.к. в квадрате все стороны равны

$AB < BC + AC$

$BC < AB + AC$

$AC < AB + BC$

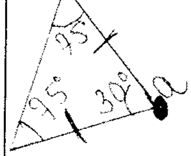
$4 \leq a < 5$ $\qquad$ $4 < c < 14$

$5 \leq b < 6$ $\qquad$ $5 < d < 13$

по ограничениям можно понять, что общего значения у них нет и квадрат получиться не может, значит инженер не должен верить такому сообщению. Ответ: нет, не должен.

+

№2. Для того, чтобы площадь фигуры была меньше, то треугольник должен быть равнобедренным,



если треугольник р/б, то углы при основании равны они равны: $(180 - 30) : 2 = 75°$

соотношение углов = соотношению сторон ?

$30 : 75 : 75 = 2 : 5 : 5 = 1 : 2,5 : 2,5$

Ответ: при соотношении сторон $1 : 2,5 : 2,5$

±

6. Ответ: всего Никола выписал XXVIII 1600 знаков в виде римских чисел

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

ИЦ 49-57

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Серафимова

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Анатольевна

Дата рождения 11.02.97

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

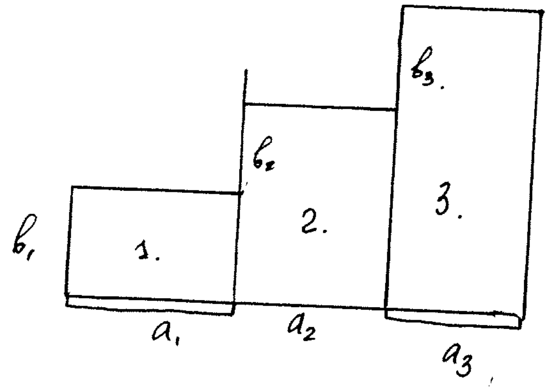
Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание 7

$S_1 = 15,\ S_2 = 60,\ S_3 = 180$



$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3(a_1 + d) = 30$

$a_1 + d = 10$

$d = 10 - a_1,$

тогда $a_2 = a_1 + 10 - a_1 = 10$

$a_3 = a_1 + 20 - 2a_1 = 20 - a_1$

Составим систему уравнений с 3-мя неизвестными где b_1 - первый член геом. прогресси, а q - коэф. прогрессии.

$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ a_2 \cdot b_2 = 60 \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ 10 \cdot b_1 \cdot q = 60 \\ (20 - a_1) \cdot b_1 \cdot q^2 = 180 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 = \frac{15}{b_1} \\ q = \frac{6}{b_1} \\ \left(20 - \frac{15}{b_1}\right) \cdot b_1 \cdot \frac{36}{b_1^2} = 180. \end{cases}$

$\frac{20b_1 - 15}{b_1} \cdot \frac{36}{b_1} = \frac{180b_1}{b_1}$

$(20b_1 - 15) \cdot 36 = 180b_1^2$

$b_1 = 1; 3$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 = 15 \\ q = 6 \\ b_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow d = 10 - a_1 = -5 \text{ по усл-ию не возм-но т.к. будет б. длина = мал. h} \\ \begin{cases} a_1 = 5 \\ q = 2 \\ b_1 = 3 \end{cases} \Rightarrow d = 5 \text{ - подход.} \end{array} \right.$

~~$d = 10 - a_1 = 10 - 15 = -5$~~

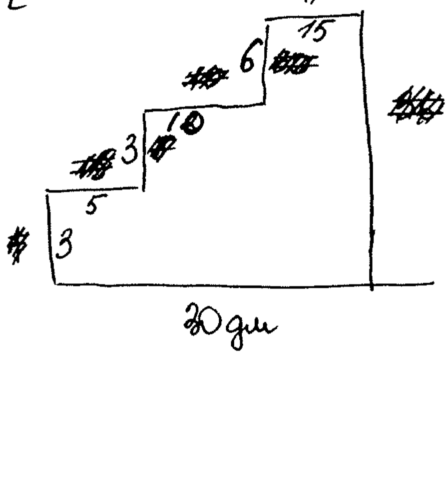
~~$a_2 = 15 - 5 = 10$~~

~~$a_3 = 5$~~

~~$b_2 - b_1 = 6 - 1 = 5$~~

~~$b_3 = 1 \cdot 6^2 = 36$~~

~~$b_3 - b_2 - b_1 = 36 - 6 = 30$~~



~~Ответ:~~

$b_2 = 3 \cdot 2 = 6$

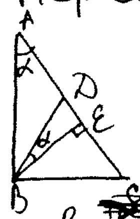
$b_3 = 3 \cdot 4 = 12$

(+)

Выдано 2 доп. листов

Задание 6

Первый $\triangle$-к. ABC

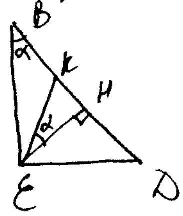


$\angle A = \alpha$.

BD-медиана $\Rightarrow BD = \frac{1}{2}AC = \frac{640}{2} = 320$.

$BD = DC \Rightarrow \angle DBC = \angle BCD \Rightarrow \angle DBE = \alpha$.

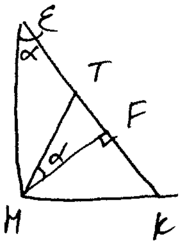
~~Второй~~ Третий $\triangle$к BDE (2)



аналогично

$EK = \frac{1}{2}BD = 160$

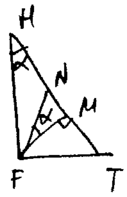
~~Третий~~ Четвертый $\triangle$-к HEK (3)



аналогично.

$TH = \frac{1}{2}EK = 80$

4-й $\triangle$-к FHT



$FN = \frac{1}{2}HT = 40$.

$\triangle FMN$ - пятый.

значит. тогда гипотенуза 5-ого $\triangle$-ка $= 40$. V

$FM = \cos\alpha \cdot 40$

$NM = \sin\alpha \cdot 40$.

+

$S_{\triangle FNM} = \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 40 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} = \sin 2\alpha \cdot 400$

$\sin 2\alpha = \sin\left(\frac{22}{24}\pi\right) = \sin\left(\frac{11}{12}\pi\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) =$

$\sin\frac{3\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} =$

$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

$400 \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{3}-1) = 100\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

Ответ: $100\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$ и 40.

Но если 5-й треугольник это не FMN (т.к. первым $\triangle$-ком не явл-ся ABC) тогда гипотенуза $= 20$

а $S_\triangle = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \cdot 100 = \frac{50}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1) = 25\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

Отв-т: 20 и $25\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙЧ 48-57

5.

	I	II	III
вклад	x	y	z
доход	$2x$	$3y$	0

Если ~~мы~~ разложим 600.000 на 3 равных части (т.е по 200.000 рубл.) и отдадим ~~их~~ в банк, то доход станет $200.000 \cdot 5 = 1000.000$.

прибыль = 1млн − 600тыс = 400 тыс.

Это макс. прибыль, при макс. ~~дох~~ риске.

Значит.

Максим. доход составл. 1млн.

Ответ: 1000000 рубл − доход, при вкладыв-ии по 200тыс в каждый банк.

4. минутная стрелка за мин. проходит $\frac{360}{60} = 6°$

часовая стрелка $\frac{\frac{360}{12}}{60} = \frac{1}{2}°$

После полудня прошла:

1 мин $6 - \frac{1}{2} = 5,\frac{1}{2}$

...

1 час $30 - 0 = 30°$

1 час 4 мин $30 + 2 - 24 = 8°$ ↑ увел.

1 час 6 мин $30 + 3 - 36 = 3°$ ↓ увел.

...

2 часа $60°$

2 часа 10 мин $60 + 5 - 60 = 5°$ ↑ увел

2 часа 12 мин $60 + 6 - 72 = 4°$ ↓ увел.

...

3 часа $90 - 0 = 90°$

3ч 18 мин. $90 + 9 - 108 = 9°$

3ч 16 мин $90 + 8 - 96 = 2°$

12:00 + 3:16 = 15:16

Ответ: 15:16.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦЦ 49-57

(2) $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$

$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{(1-tg\,x)(1+tg\,x)}$

пусть $a = tg\,x$, тогда $a \in Z$ и $\frac{2a}{(1-a)(1+a)} \in Z$

$\frac{2a}{(1-a)(1+a)} = -2 \cdot \frac{a}{(a-1)(a+1)}$

получается, что число a кратно хотя бы одному из выр-й $(a-1)$ и $(a+1)$

Заметим, что a, $(a-1)$ и $(a+1)$ подряд идущие числа.

$(a-1)$; a ; $(a+1)$

⇓

нет такой $a \vdots (a-1)$ или $a \vdots (a+1)$

Значит единств. возм-ая a - это 0

$a=0 \Leftrightarrow tg\,x=0$

$x=\pi n$

$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1

(+)

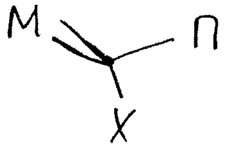
(1). среди любых 3х линий есть одна ид. на предприятие города М | ⇒ 0, 1 или 2 линии могут не идти на предпр. г. М

среди любых 4х линий есть одна ид. на предпр. города Л. | ⇒ 0, 1, 2 или 3 линии могут не идти на предпр. г. Л.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ (Ч449-57



Х - некоторый другой город
— линии электро передач.
• распред. подстанции.

а) Минимум ~~4~~ линии могут быть задействованы.
При этом условие не нарушается.
Значит число линий может быть меньше пяти.

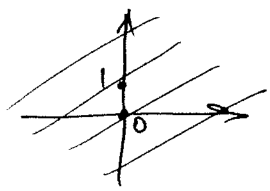
б) Не сущ-т пять линий, которые не ведут ни в М ни в П, поскольку в М могут не вести max 3 линии, а в П – 4 линии.

Нет четкого обоснования

(3). $(\sin y - \arcsin x)\cdot(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x - \arcsin y \geq 0 \end{cases}$

$\sin y - \arcsin x = 0.$
$\sin y = \arcsin x$
$y = \arcsin(\arcsin x)$
$\sin x + \arcsin(\arcsin(\arcsin x)) = 0.$
$\sin(\sin x) + \arcsin(\arcsin x) = 0.$
$\sin(\sin(\sin x)) + \arcsin x = 0.$
$\sin(\sin(\sin(\sin x))) + \cancel{\sin} x = 0.$
$x = 0.$
$\sin y = \arcsin 0$
$y = \arcsin \text{1n}$
$y = 0; 1$



$\sin y = p.$
$\arcsin p = y.$ } sin и arcsin – обр-ые f-ции

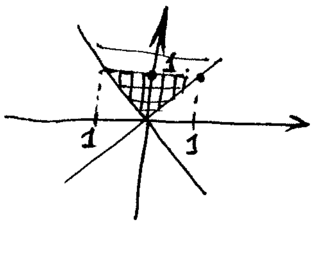
тогда пусть sin – f, arcsin – g.

при каких условиях?

$\begin{cases} f(y) - g(x) \geq 0 \\ f(x) + g(y) \geq 0 \end{cases}$ найдём первообр-ую.

$\begin{cases} g(f(y)) - f(g(x)) \geq 0. \\ g(f(x)) + f(g(y)) \geq 0. \end{cases}$

$\begin{cases} y - x \geq 0. \\ x + y \geq 0. \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq x. \\ y \geq -x \end{cases}$, где x и y огр-ны. x и $y \in [-1;1]$



$S_{ф} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$

Ответ: 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

6Я51-43

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сергеев

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 17.12.1997

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 06 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

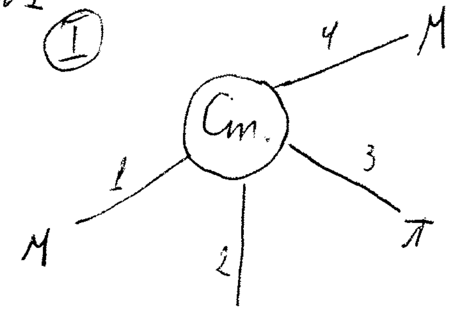
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЯ51-43

№1

I

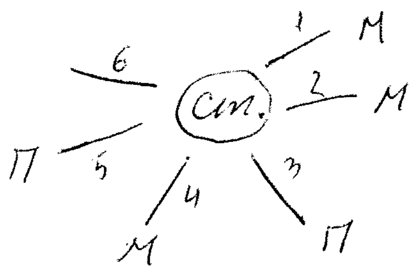


Пусть от станции идут 4 линии. Пусть 1-ая линия ведет к М, 3-я к П, а 4-ая к М

тогда среди любых трёх линий будет иметься хотя одна идущая к М, а среди любых 4-ёх линий будет иметься хоть одна идущая к П.

Значит число всех линий может быть меньше пяти.

II Если число линий не меньше пяти (≥5);



Например если линий 5, то можно добиться выполнения условий если 3 линии будут идти к М и 2-е линии будут идти к П.

А если линий будет 6, то добиться выполнения условий будет невозможно т.к. всегда найдется тройка линий не идущих в М или четверка линий не идущих к П. Соответственно при увеличении кол-ва линий выполнение этих условий одновременно будет невозможно. Значит наибольшее кол-во линий подходящих под условия – это 5 линий но при этом ни одна линия не может не идти к М или к П. ~~старо~~

Ответ: 1) Число линий может быть меньше 5.

2) Если линий ≥ 5, то среди любых 5-и линий не найдется таких, которые не ведут ни в М, ни в П.

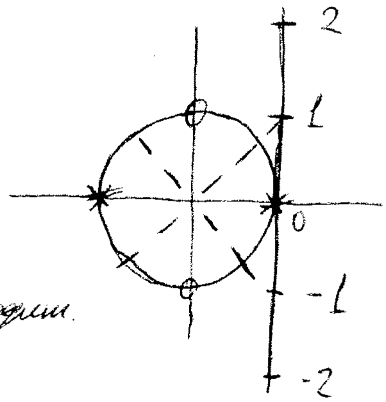
Нет четкого логического обоснования.

(±)

№2.

$tg x \in Z$ x - ?

$tg 2x \in Z$



если $x = \pi n; n \in Z$, то

$\begin{cases} tg x = 0 \\ tg 2x = 0 \end{cases}$ => зн. $x = \pi n; n \in Z$ подходит под условие.

Для того, чтобы $tg x$ и $tg 2x$ были целыми числами, надо чтобы $\sin x : \cos x$ и $\sin 2x : \cos 2x$; $\sin x \in [-1; 1]$, $\cos x \in [-1; 1]$; $\cos 2x \in [-1; 1]$; $\sin 2x \in [-1; 1]$;

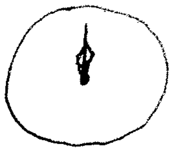
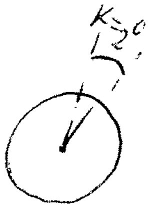
$\sin x$ и $\sin 2x$ не могут быть дробными числами если $\cos x$ и $\cos 2x$ целые.

$\sin x$ и $\sin 2x$ могут быть дробными если числитель $\sin x$ ~~[illegible]~~ делится на числитель $\cos x$ и числ. $\sin 2x$ делится на числ. $\cos 2x$.

$tg x = 0$ при $x = \pi n; n \in Z$; $2015^0 = 1$.

Ответ: 1) $x = \pi n; n \in Z$; 2) $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$; +

№4.

1)  2) 

~~[illegible]~~ минутная стрелка проходит $\frac{360°}{60} = 6°$ за минуту, а часовая стрелка проходит $\frac{360°}{12} = 30°$ за час. ~~[illegible]~~ или $0,5°$ за минуту. Пусть K - это ~~[illegible]~~ угол между стрелками.

~~$K = t \cdot 6 - t \cdot 0,5$ [illegible], $t < 60$, $t \in Z$~~

~~$t \cdot 0,5 - (t \cdot 60) \cdot 6$; $t \geq$ [illegible] $\cdot 60$, $d \in Z$; $d \geq 1$~~

тогда $k = t\cdot 6 - t\cdot 0{,}5$ №4 если $t < 60$

при $t = 1$ $k = 5{,}5^\circ$;

при $t = 2$ $k = 11^\circ$;

$k = t\cdot 0{,}5 - (t-60)\cdot 6$ если $60 \le t < 120^\circ$

при $t = 60$ $k = 30^\circ$

при $t = 65$ $k = 2{,}5^\circ$

$k = t\cdot 0{,}5 - (t-120)\cdot 6$ если $120 \le t < 180$

при $t = 130$ $k = 5^\circ$

при $t = 131$ $k = 0{,}5^\circ$;

$k = t\cdot 0{,}5 - (t-180)\cdot 6$ если $180 \le t < 240$

при $t = 190$ $k = 35^\circ$;

при $t = 194$ $k = 13^\circ$;

при $t = 196$ $k = 2^\circ$;

зн. $t = 196$ мин. = 3 часа 16 минут

12 часов + 3 часа 16 мин. = 15 часов 16 минут. (+)

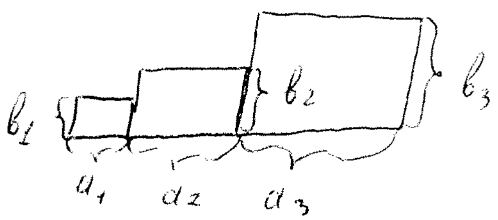
Ответ: часы показывали 15:16 (15 часов 16 минут);

№7

Дано:

a_n – арифм. прогр.

b_n – геом. прогр.



$q \neq 0$ т.к. высоты не должны быть нулевыми.

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм.

$a_1 \cdot b_1 = 15$ дм.^{2}

$a_2 \cdot b_2 = 60$ дм.^{2}

$a_3 \cdot b_3 = 180$ дм.^{2}

Найти: $a_1; a_2; a_3; b_1; b_2; b_3$;

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2}\cdot n$$

$$S_3 = \frac{2a_1 + 2d}{2}\cdot 3 = 30$$

$\frac{2a_1 + 2d}{2} = 10$ $a_1 + d = 10$

$a_n = a_1 + d(n-1)$ $a_2 = a_1 + d$ зн. $\underline{a_2 = 10}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЫЯ 51-43

$a_2 \cdot b_2 = 60$ зм. $b_2 = \frac{60}{10} = 6$ дм. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$a_2 = a_1 + d$ $10 = a_1 + d$ $a_1 = 10 - d$ $b_2 = b_1 \cdot q$

$a_3 = a_1 + 2d = a_2 + d$ $a_3 = 10 + d$ $b_1 = \frac{6}{q}$

$b_3 = b_1 \cdot q^2 = b_2 \cdot q$

$\begin{cases} b_1 a_1 = 15 \\ \cancel{b_2 a_2 = 60} \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{6(10-d)}{q} = 15 \ (1) \\ 6q(10+d) = 180 \ (2) \end{cases}$ $b_3 = 6q$

(1) $\frac{60 - 6d - 15q}{q} = 0$ ОДЗ: $q \neq 0$

$60 - 6d - 15q = 0$

$d = 10 - \frac{15}{6} q$

(2) $6q(10 + 10 - 2,5q) = 180$ $q(20 - 2,5q) = 30$

$2,5q^2 - 20q + 30 = 0 \mid \times 2$ $5q^2 - 40q + 60 = 0 \mid : 5$

$q^2 - 8q + 12 = 0$ $D = 64 - 4 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$

$q_1 = \frac{8-4}{2} = 2$

$q_2 = \frac{8+4}{2} = 6$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} q = 2 \\ d = 10 - 2,5q \end{cases} \\ \begin{cases} q = 6 \\ d = 10 - 2,5q \end{cases} \end{array} \right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} q = 2 \\ d = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} q = 6 \\ d = -5 \end{cases} \end{array} \right.$

+

при $q = 2$ и $d = 5$

$a_1 = 5$; $a_2 = 10$; $a_3 = 15$; $b_1 = 3$; $b_2 = 6$; $b_3 = 12$

при $q = 6$ и $d = -5$

$a_1 = 15$; $a_2 = 10$; $a_3 = 5$; $b_1 = 1$; $b_2 = 6$; $b_3 = 36$

но ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту. значит:

$a_1 = 5$; $a_2 = 10$; $a_3 = 15$; $b_1 = 3$; $b_2 = 6$; $b_3 = 12$;

~~Ответ: длина 1-ого прямоуг. 5 дм, 2-ого 10 дм, 3-его 15 дм, высота 3 дм, 6 дм, 12 дм~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 711-2 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЯ 51-43

Ответ: длина 1-ого прямоугольника 5 дм, 2-ого 10 дм, 3-его 15 дм; высота 1-ого 3 дм, 2-ого 6 дм, 3-его 12 дм;

№5

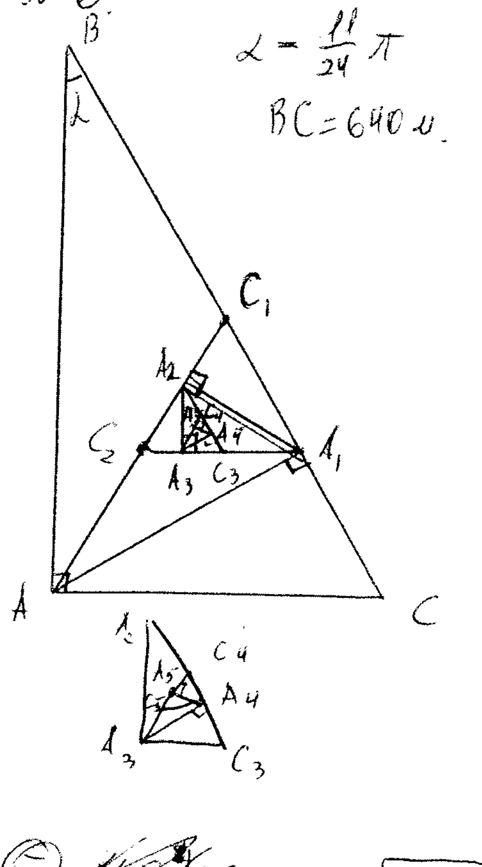
Самый плохой ход событий - это когда банк, в котором сумма утроилась, разорится.

В итоге в одном банке сумма не изменится, в другом пропадет и в третьем удвоится.

x2 x0 x1

(—)

№6



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$BC = 640$ м.

$BA = \cos\alpha \cdot BC = \cos\alpha \cdot 640$

$AC = \sin\alpha \cdot 640;$

$S_{ABC} = \frac{\cos\alpha \sin\alpha \cdot 640^2}{2} = \frac{AA_1 \cdot 640}{2}$

$\cos\alpha \sin\alpha \cdot 640 = AA_1$

$AC_1 = BC_1 = 320$

$C_1A_1 = \sqrt{320^2 - \cos^2\alpha \sin^2\alpha \, 640^2} =$

$= 320\sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = 320 \cdot \cos 2\alpha$

$S_{AA_1C_1} = \frac{AA_1 \cdot C_1A_1}{2} = \frac{A_1A_2 \cdot AC_1}{2}$

$\frac{\cos\alpha \sin\alpha \cdot 640 \cdot 320 \cdot \cos 2\alpha}{2} = \frac{A_1A_2 \cdot 320}{2}$

$A_1A_2 = \cos\alpha \sin\alpha \cdot \cos 2\alpha \cdot 640 = 320 \cos 2\alpha \sin 2\alpha$

$A_1C_2 = \frac{AC_1}{2} = 160 \qquad A_2C_2 = \sqrt{A_1C_2^2 - A_1A_2^2} =$

$= 160\sqrt{1 - \sin^2 4\alpha} = 160 \cdot \cos 4\alpha$

$S_{C_2A_2A_1} = \frac{A_1A_2 \cdot A_2C_2}{2} = \frac{A_2A_3 \cdot C_2A_1}{2} \qquad \frac{320\cos 2\alpha \sin 2\alpha \cdot 160\cos 4\alpha}{2} = \frac{A_2A_3 \cdot 160}{2}$

$A_2A_3 = \cancel{320}\ 160 \sin 4\alpha \cos 4\alpha$

$A_2C_3 = \frac{1}{2} \cdot C_2A_1 = 80 \quad A_3C_3 = 80\sqrt{1-\sin^2 8\alpha} = 80\cos 8\alpha$

$S_{A_2A_3C_3} = \frac{A_2A_3 \cdot A_3C_3}{2} = \frac{A_3A_4 \cdot A_2C_3}{2} \quad A_3A_4 = \frac{160\sin 4\alpha\cos 4\alpha \cdot 80\cos 8\alpha \cdot 2}{80 \cdot 2} =$

$= 80\sin 8\alpha\cos 8\alpha \quad A_3C_4 = \frac{1}{2}A_2C_3 = 40$

$A_4C_4 = \sqrt{A_3C_4^2 - A_3A_4^2} = 40\sqrt{1-\sin^2 16\alpha} = 40\cos 16\alpha$

$S_{A_3A_4C_4} = \cancel{A_3A_4}\ \frac{A_3A_4 \cdot A_4C_4}{2} = \frac{A_4A_5 \cdot A_3C_4}{2}$

$A_4A_5 = \frac{80\sin 8\alpha\cos 8\alpha \cdot 40\cos 16\alpha \cdot 2}{2 \cdot 40} = 40\sin 16\alpha\cos 16\alpha$

$A_4C_5 = \frac{1}{2}A_3C_4 = 20 \quad A_5C_5 = \sqrt{C_5A_4^2 - A_4A_5^2} = 20\cos 32\alpha$

A_4C_5 — длина аллеи гипотенузы 5-го треугольника равна. 20 метров. V

$S_{A_4A_5C_5} = \frac{A_4A_5 \cdot A_5C_5}{2} = \frac{20 \cdot 20\cos 32\alpha}{2} = 200\cos 32\alpha =$

$= 200\cos\frac{32 \cdot 11}{24}\pi = 200\cos\frac{8 \cdot 11}{6}\pi = 200 \cdot \cos\frac{4}{3} \cdot 11\pi =$

~~$= 200 \cdot \cos 33\frac{1}{3}\pi = 200 \cdot \sin\frac{\pi}{3} = \frac{200 \cdot \sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$ м.~~

$= 200\cos 14\frac{2\pi}{3} = 200\cos\frac{2\pi}{3}$

$S_{A_4A_5C_5} = 200\cos\frac{32 \cdot 11}{24}\alpha.$

числовой ответ не найден

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	ГЙ 10-23 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сиденко

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Генадьевна

Дата рождения 06.03.2000 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

4.) Часовая стрелка: Минутная стрелка
$1^\circ - 2$ мин $6^\circ - 1$ мин
$v = \frac{1}{2}$ °/мин $v = 6$ °/мин

Пусть x - кол-во градусов, пройденных минутной стрелкой с начала нового часа;
y - кол-во прошедших часов;
t - время $\frac{1}{2}t = x-2$

±

$$\begin{cases} \frac{1}{2}t = x+2 \\ 6 \cdot t = x + y \cdot 360^\circ \end{cases} \quad \begin{cases} t = 2x+4 \\ 6(2x+4) = x+360y \end{cases} \quad \begin{cases} t = 2x+4 \\ 12x+24 = x+360y \end{cases} \quad \begin{cases} t = 2x+4 \\ 360y = 11x+24 \end{cases}$$

$360y = 11x+24$

неполное обоснование

$x; y \in \mathbb{Z}$ $0 \le x < 60$
$0 \le y \le 12$

Пусть $y = 1$
$360 = 11x+24$
$336 = 11x$
x - не целое
$y \ne 1$

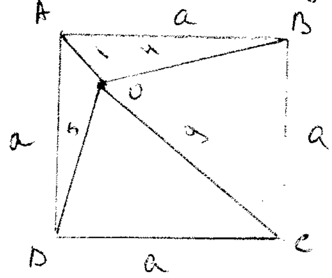
Пусть $y = 2$
$720 = 11x+24$
$696 = 11x$
x - не целое
$y \ne 2$

Пусть $y = 3$
$1080 = 11x+24$
$1056 = 11x$
$x = 96$
x - целое, $y = 3$

После полудня прошло 3ч и потом минутная стрелка прошла 96°, то есть 16 мин.
Часы показывают 15:16

Ответ: 15:16 (15ч. 16 мин)

7



У квадрата стороны равны, обозначим ~~одну~~ сторону за „a"
Выберем произвольную точку внутри квадрата.

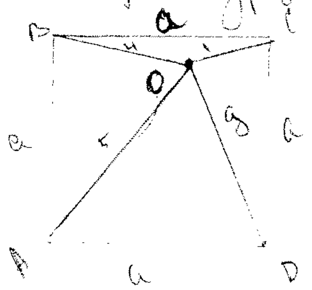
Частный случай

Рассмотрим $\triangle ABO$
$a < 1+4$ $a < 5$
$4 < 1+a$ $a > 3$
(3; 5)

Рассмотрим $\triangle BOC$
$a < 4+9$ $a < 13$
$9 < 4+a$ $a > 5$
(5; 13)

У этих областей нет совместных точек, значит при данном расположении существование такой точки невозможно

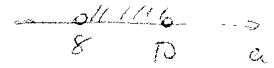
Рассмотрим другое расположение точки.



Рассмотрим $\triangle COD$

$a<1+9$ $a<10$

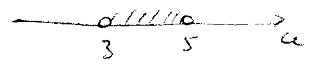
$9<1+a$ $a>8$



Рассмотрим $\triangle BOC$

$a<4+1$ $a<5$

$4<a+1$ $a>3$

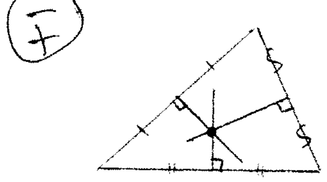


У этих областей нет совместных точек, значит данное расположение, также не может существовать

Ответ: нет, не должен верить.

(2). Ось вращения должна проходить через центр описанной около него окружность, тем самым площадь образованной фигуры будет наименьшая

(+)



Центр описанной вокруг треугольника окружности является точка пересечения его серединных перпендикуляров.

(5) 3 банка. Вероятность того, что его деньги исчезнут ~~или~~ или удвоятся, или утроятся $P=\frac{1}{3}$.

Соответственно, для получения большей выгоды ему нужно разделить всю сумму на 3 части.

600.000.

В один банк он положит 200.000. - соответственно увеличится вдвое (400.000).

В другой банк - 200.000 - утроится (600.000)

В третий банк - 200000 - исчезнет (0)

Тем самым, его максимальный доход через год будет 1.000.000 руб.

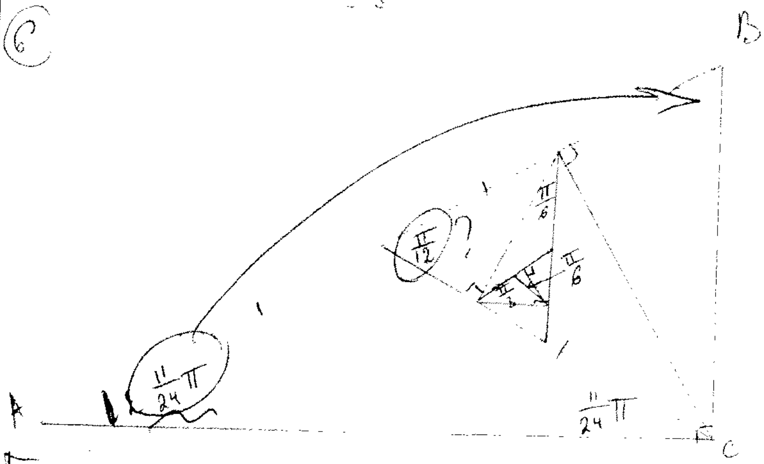
Ответ: в каждый банк треть общей суммы, через год получит 1.000.000 руб.

(+)

А если оставишь часть дома?

① линий электропередач должно быть больше 2, но меньше 5 (5 и 2 включительно)
Так что число всех линий ~~может~~ может быть 8 меньше 5.
Второй вопрос не имеет смысла, так как 6 и более линий передач существовать не может.
(+)
В условии сказано, что линий, ~~идущих~~ идущих на город М, должна быть 1 из 3. Соответственно, 2 другие могут быть любыми. Линий, идущих на поселок П, должна быть 1 из 4. (3 другие любые).
При 5 линиях такое соотношение возможно (3 линии на город М, две на ~~город~~ поселок П) При 6 и более такое невозможно, одно из условий выполнено не будет.

⑥



ABC - пр треугольник ($\angle C = 90°$)

$AB = 640м$

$\angle = \frac{11}{24}\pi$

Нет обоснования

(±)

Гипотенуза 5-ого треугольника:
Гипотенуза следующего после 1-ого треугольника, является медианой предыдущего, а медиана, опущенная из прямого угла равна половине гипотенузы. Соответственно, медиана 5-ого треугольника равна $\frac{AB}{2^4} = \frac{640}{16} = 40м$
Площадь 5-ого треугольника:
Для нахождения площади нужны 2 катета, найдем их через углы 5-ого треугольника; они равны $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$, 30 и 60°?
Почему?
Значит, один из катетов равен половине гипотенузы
$a = 20м$, b найдем по т. Пифагора. $b = \sqrt{40^2 - 20^2} = \sqrt{1600 - 400} = 20\sqrt{3}м$
$S_{тр} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{20 \cdot 20\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3} м^2$ Ответ: 40м; $200\sqrt{3} м^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 23-54 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сидуров

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 11.09.99 Класс: 9

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-54

№1 выдано 3 доп. листа

1) Да, может если всего 4 линии, 2 из которых ведут в город М, 1 ведет в город П, а 4 либо в М, либо в П, либо в другой город (это не важно). (+)

2) Рассмотрим случай, когда 6 линий: должно быть 3 поселка П и, 4 в город М, т.к. среди любых 3 хотя бы 1 ведет в город М и среди любых 4 хотя бы 1 ведет в поселок. Наблюдаем противоречие у нас случай с 6 линиями, должно быть 7 линий.

3) Отсюда, больше 5 линий быть не может т.к. у нас будет наблюдаться ситуация как в пункте (2).

4) Теперь рассмотрим последний случай: если 5 линий. Из 5 линий 3 должны вести в город М, и 2 линии в поселок П: т.к.

линии:	1	2	3	4	5
город:	М	М	М	П	П

если у нас будет меньше 3 линий ведущих в М, то будет 3 линии (4, 5 и какая-либо) ни одно из которых не ведет в М. А если будет меньше 2 линий, ведущих в П, то 4 ~~горо~~ линии (1, 2, 3 и какая-либо из 4 и 5) не будут ввести в поселок П.

5) Следовательно не найдутся такие 5 линий. Ответ: может и не найдутся

№4. +

1) За 1 час часовая стрелка пройдет $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ зн-т, за 1 минуту часовая стрелка пройдет ~~$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$~~ $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}^\circ$

2) За 1 час минутная стрелка пройдет 360° зн-т, за 1 минуту $\frac{360}{60} = 6^\circ$.

3) Пусть x – кол-во пройденных минут, тогда получим ур-е.

$6x - \frac{1}{2}x = 2$; $\frac{11}{2}x = 2$; $x = \frac{4}{11}$ – не целое зн-т не подходит. Откуда, можно сделать вывод, что этого не было в течении часа (не было того, что угол между час. и мин. стр. сост. 2°).

4) Если это не было в течении часа, то час. стрелка покажет $(30 + \frac{1}{2}x)$ град. Имеем ур-е: $|6x - (30 + \frac{1}{2}x)| = 2$

$|\frac{11}{2}x - 30| = 2$. $\left[\begin{array}{l} \frac{11}{2}x = 32 \\ -\frac{11}{2}x = -28 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 11x = 64 \\ 11x = 56 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{64}{11} \\ x = \frac{56}{11} \end{array}\right.$

Опять, не целое число минут, зн-т, это не произошло в теч. 2 часов.

5) Если это не было в теч. 2 часов, то час. стрелка покажет $(60 + \frac{1}{2}x)$ град. Получим ур-е.

$|6x - (60 + \frac{1}{2})x| = 2$. $\left[\begin{array}{l} \frac{11}{2}x = 62. \\ -\frac{11}{2}x = -58. \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 11x = 124 \text{ – нецелые} \\ 11x = 116 \text{ – число} \end{array}\right.$

$|\frac{11}{2}x - 60| = 2$

зн-т, этого не было в

6) Итак, если это не было в теч. 3 часов то час. стр. покажет $(90 + \frac{1}{2}x)$ град. Получим ур-е:

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-54

$|6x - (90+\frac{1}{2}x)| = 2.$

$|6x - 90 - \frac{1}{2}x| = 2$

$|\frac{11}{2}x - 90| = 2$

$\left[\begin{array}{l}\frac{11}{2}x = 92.\\ -\frac{11}{2}x = -88.\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}11x = 184\\ 11x = 176.\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = \frac{184}{11}\\ x = 16 \text{ – целое}\end{array}\right.$

число. Откуда мин. стрелка показывала 16 мин., а часовая была под углом $(90+\frac{1}{2}x) = 98^\circ$. То есть ~~ча~~ если 1 час $= 30^\circ$ и 1 мин $= \frac{1}{2}^\circ$, то час. стрелка показала 3 часа 16 минут

Ответ: 15 часов 16 минут (дня) либо через 3 часа 16 минут после полудня.

№5.

1) Мы рассматриваем наихудший из случаев з-м, наиб. количество рублей будет обнулено т.е деньги пойдут в банк, в котором человек теряет деньги. Пусть x руб. влож. в банк с коэффициентом 2 и пусть y руб в банк с коэффициентом 3. Тогда в разоряющий банк вложено $600-x-y$ руб причем $x \le 600-x-y$ и $y \le 600-x-y$.

2) Наибольший доход он получит если $x = y = 600-x-y = 200$ 000 руб.
При этом случае он получит 1000 000 руб
Д-ем, что больше нельзя ... у нас такой случай невозможен т.к. $2x+3y$ ...

~~3) $600-x-y$ ... 1000~~

3) При наим. обеспечив банк. с коэффициентом 3 будет вложено наим количество денег т. е.

~~$y \le x \le 1000000$~~ $y \le x \le 600000 - x - y$ | $+2x$

$2x + y \le 3x \le 600000 + x - y$ | $+2y$

$2x + 3y \le 3x + 2y \le 600000 + x + y.$

При этом $2x + 3y = 1000000$ т. е.

$600000 + x + y \ge 2x + 3y = 1000000$

$600000 + x + y \ge 1000000$

$x + y \ge 400000$, но. зн-т, что $600000 - x - y \ge 200000$

$$\begin{cases} x + y \ge 400000 \\ 600000 - x - y \ge 200000 \end{cases}$$

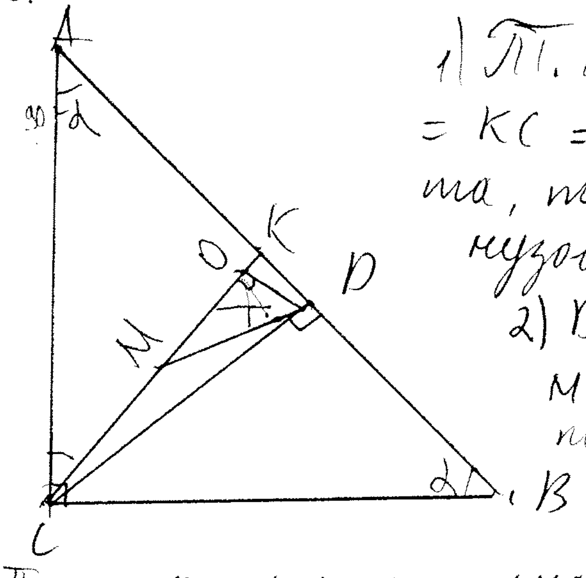
Отсюда, если x или y будут больше 200000, то условие не выполнится, зн-т больше 1000000 он не получит.

Ответ: по 200000 в каждый банк он получит 1000000.

Не рассмотр случай, когда деньги оставлены дом

±

№6.



1) Т. к. CK — медиана, то $AK = KB = KC = 320$ м. и если CD — высота, то ΔKCD — прям. с гипотенузой $CK = 320$ м.

2) DM — медиана в ΔCKD, зн-т $MD = MK = MC = 160$ м. OD — высота, зн-т. ΔODM — прям. Δ с гипотенузой $DM = 160$ м

3) Продолжая аналогичные рассуждения в 5 Δ будет гипотенуза 20 м. ~~...~~.

~~4) Пусть $\angle CAB = \alpha = \frac{11}{72}\pi$, тогда $\angle ACK = \alpha$ т.к. $\triangle ACK$ – р/б (по опр. мд), и угол $\angle ABC = 90-\alpha$~~

~~5) $\triangle CBD$ – прям. т.к. CD – высота, зн-т, $\angle DCB = 90-(90-\alpha) = \alpha$.~~

~~6) $\angle KCD = 90 - \angle ACK - \angle DCB = 90 - \alpha - \alpha = 90 - 2\alpha$.~~

~~7) $\triangle CMD$ – р/б т.к. $MD = MC$, зн-т, $\angle MCD = \angle MDC = 90-2\alpha$~~

~~8) След-но $\angle OMD = 180 - \angle CMD$, где $\angle CMD = 180-2(90-2\alpha) = 4\alpha$. т.к. $\angle OMD = 180-4\alpha$.~~

~~9) Продолжая аналогичные рассуждения в 5 $\triangle$ 1 из углов будет равен $1440 - 32\alpha = 1440 - 32\cdot\frac{11}{72}\cdot 180 = 1440 - \frac{44}{5}\, 180 =$~~

4) Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle DCB = 90-\alpha$ т.к. $\triangle CDB$ – прям и $\angle ACK = \angle CAK = 90-\alpha$

5) Тогда, $\angle KCD = 90-(90-\alpha)-(90-\alpha) = 2\alpha - 90$

6) $\triangle CMD$ – р/б, зн-т, $\angle CMD = 180 - 2(2\alpha - 90) = 360 - 4\alpha$

7) Продолжая рассуждения получим, что в 5 $\triangle$ 1 из углов будет равен $32\alpha - 2340$. т.к. в 3 $\triangle$, 1 из углов будет

$180 - 2(360 - 4\alpha) = 8\alpha - 720 + 180 = 8\alpha - 540$.

в 4 $\triangle$ 1 из углов будет

$180 - 2(8\alpha - 540) = 180 - 16\alpha + 1080 = 1260 - 16\alpha$

а в 5 $\triangle$ 1 из углов будет $32\alpha - 2340$.

8) $S = \frac{ab}{2}$, где $\sin(32\alpha - 2340) = \frac{a}{20}$ и $\cos(32\alpha - 2340) = \frac{b}{20}$

т.е. $a = 20\sin(32\alpha - 2340)$; $b = 20\cos(32\alpha - 2340)$

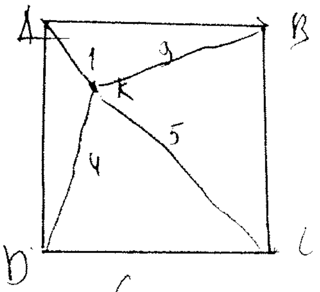
Итак, $S = 200\cdot\sin(32\alpha - 2340)\cdot\cos(32\alpha - 2340)$

Ответ: 20 и $S = 200\cdot\sin(32\alpha - 2340)\cdot\cos(32\alpha - 2340)$

№7

1) Возможны 3 случая

а)



1) По нер-ву Δ в Δ AKD

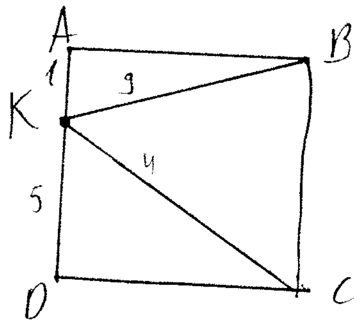
AD < AK + KD т.е. AD < 5

2) По нер-ву Δ в Δ AKB (+)

AB < AK + KB т.е. AB < 10

но т.к. AD = AB, то они оба должны быть меньше 5, чтобы нер-во Δ выполнялось в Δ AKD, но если AD < 5, то AB < 5, зн-т, для Δ AKB – нер-во Δ не выполняется т.е. такой случай невозможен. (когда т. лежит внутри квадрата)

б)



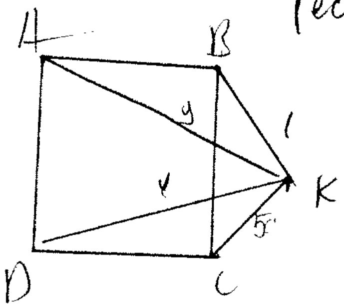
1) AD = AK + KD = 6

2) По нер-ву Δ в ~~AKB~~ Δ AKB

KB < AK + AB < 7, но KB = 9, зн-т нер-во не выполняется т.е. такой случай, когда точка лежит на ~~с~~ стороны квадрата

(если AK = 9 либо 4 и т.д., то так же невозможно)

в)



1) Если K – лежит вне квадрата

~~AB~~ 2) по нер-ву Δ BC < BK + KC т.е. BC < 6

3) По нер-ву Δ в Δ ABK, AB < BK + AK т.е. AB < 10 и AK < AB + BK. AB > 8

но т.к. BC = AB, то BC < 6 и AB > 8 противоречат друг другу т.е. и этот случай невозможен.

2) Замечание: порядок распр. длин ~~никак не зависит~~ ничего не меняет.

Ответ: нет, не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 17-81

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Симиргина

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 03.09.1997.

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

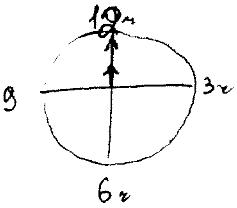
Работа выполнена на 05 листах

Дата выполнения работы: 1.03.2015 г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

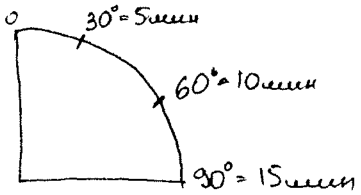
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№4
Возьмем окружность в виде циферблата



Из условия знаем, что минутная стрелка проходит целое кол-во минут.

Работая с I четвертью заметим, что существует определенная пропорция нахождения градуса минутной и часовой стрелок:



⇒

для минутной: $30° - 5$ мин, $x° - k$ мин $\to x° = \frac{30\cdot k}{5}$

для часовой: $30° - 60$ мин, $y° - m$ мин $\to y° = \frac{30\cdot m}{60}$

Получим уравнение:

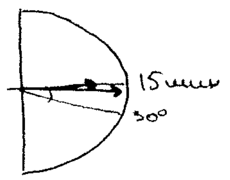
$|x-y| = 2$

$\left|\frac{30k}{5} - \frac{30m}{60}\right| = 2$

$|12k - m| = 4$

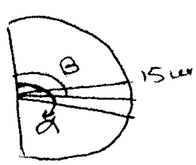
Методом подбора найдем разность углов между часовой и минутной стрелками:

Так, первым таким случаем будет в 15^{16}



угол часовой стрелки будет рассчитываться как:

$90° + \frac{30\cdot 16}{60} = 90 + 8 = \underline{98° = \alpha}$



минутной:

$\cancel{90}\ \frac{16\cdot 90}{15} = 96° = \beta$

$\alpha - \beta = 98 - 96 = 2°$

Условие выполнено: время 15ч 16мин

+

Ответ: 15ч. 16мин.

№5

Самым выгодным вложением Ивана Ивановича может быть равный вклад во все три банка, т.к. вероятность потерять n-ую часть денег одинакова:

	Вклад:	→ получим
I	x	$3x$
II	y	$2y$
III	z	0

Изначально: $x+y+z = 600'000$ р

Через год: $3x+2y = N$

N должна быть максимальной (сумма полученных денег)

Таким образом, если положить деньги в 3 разных банка (одинаковые вклады), то получаем:

I	200'000	→ 600'000
II	200'000	→ 400'000
III	200'000	→ 0

$\Rightarrow \Sigma = 1'000'000$ р.

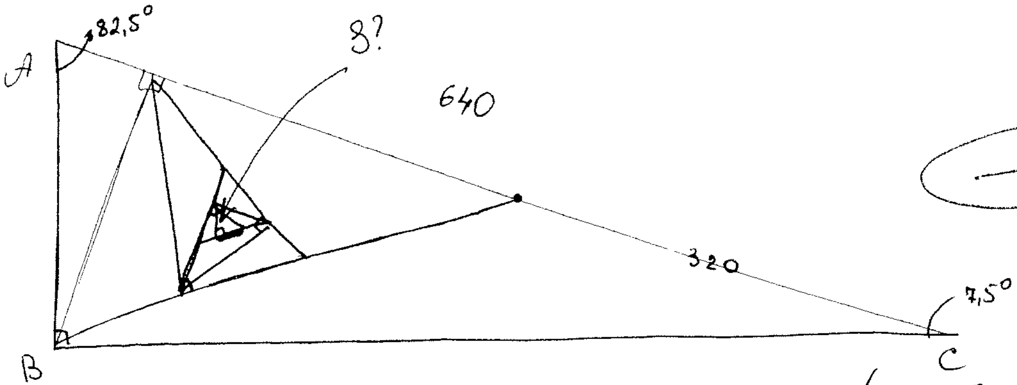
Максимальный доход при наихудшем событии составит 1'000'000 р.

(+)

Ответ: 1'000'000 р.

№6

Дан прямоугольный $\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$, $AC = 640$, $\angle A = \frac{11\pi}{24}$



Рассчитаем градусную меру угла A: $\frac{11\pi}{24} = \frac{11\cdot 180}{24} = 82{,}5^\circ \rightarrow \angle C = 90 - 82{,}5 = 7{,}5^\circ$

По теореме синусов можем найти стороны AB и BC:

$\frac{\sin\beta}{640} = \frac{\sin\alpha}{BC} = \frac{\sin C}{AB} \longrightarrow BC = 640 \cdot \arcsin 82{,}5^\circ$?

$AB = 640 \cdot \arcsin 7{,}5^\circ$

Медиана в $\triangle$ равна: $m = \sqrt{\frac{1}{2}(a^2+b^2-c^2)}$ площадь = ?

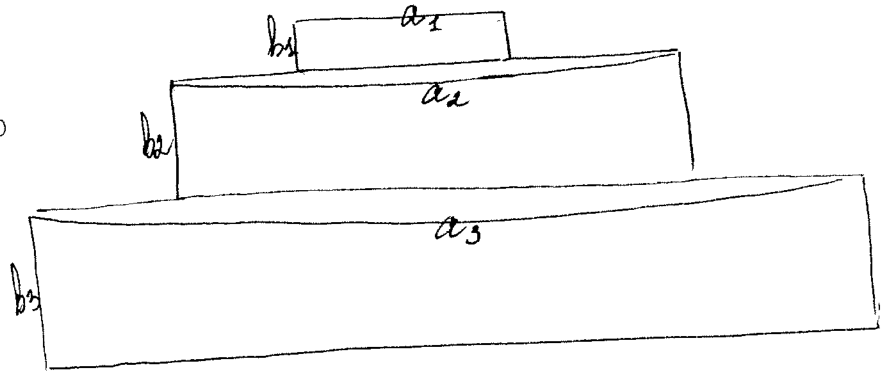
№7

Площади пьедесталов:

$S_1 = 15$

$S_2 = 60$

$S_3 = 180$

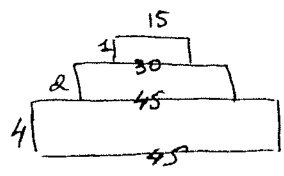


$a_1; a_2; a_3$ – арифметическая прогрессия.

$b_1; b_2; b_3$ – геометрическая прогрессия.

$q = 2$ $b_1 = 1$ $b_2 = 2$ $b_3 = 4$ | $d = 15$ $a_1 = 15$ $a_2 = 30$ $a_3 = 45$, Тогда:

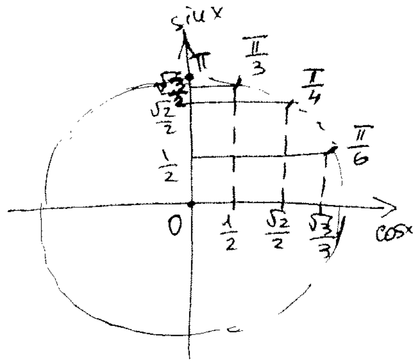
?



Такие размеры имеет пьедестал ↗

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geqslant 0$



$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geqslant 0 \\ \sin x + \arcsin y \geqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leqslant 0 \\ \sin x + \arcsin y \leqslant 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Проверим точки: $0\ (0;0)$
$\pi\ (0;90)$;
$\frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
$\frac{\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
$\frac{\pi}{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$;

(1) $\pi(\overset{x}{0};\overset{y}{90})$

$(\sin 90 - \arcsin 0)(\sin 0 + \arcsin 90) \geqslant 0$ – верно (+)

(2) $0\ (0,0)$

$(\sin 0 - \arcsin 0)(\sin 0 - \arcsin 0) \geqslant 0$ – верно (+)

(3) $\frac{\pi}{3}\left(\overset{x}{\frac{1}{2}};\overset{y}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$

$\left(\sin\frac{\sqrt{3}}{2} - \arcsin\frac{1}{2}\right)\left(\underbrace{\sin\frac{1}{2} + \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}}_{>0}\right) \geqslant 0 \to$ верно (+)

$\downarrow$

$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi - \pi}{6} > 0$

(4) $\frac{\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\left(\sin\frac{\sqrt{2}}{2} - \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sin\frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \geqslant 0 \to$ верно (+)

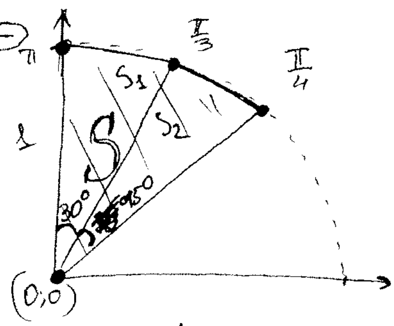
$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0$

(5) $\frac{\pi}{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$

$\left(\sin\frac{1}{2} - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\underbrace{\sin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin\frac{1}{2}}_{>0}\right) \geqslant 0 \to$ неверно (−)

$\downarrow$

$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} < 0$



$S_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin 30^\circ}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$S = S_1 + S_2$

$S_2 = \frac{a \cdot b \cdot \sin 15^\circ}{2} = \frac{1}{2}\sin 15^\circ$

$S_{общ} = S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\sin 15^\circ$

всего 4 четверти $\to S_{общ} = 4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\sin 15^\circ\right) = 1 + 2\sin 15^\circ$

(−)

Ответ: $1 + 2\sin 15^\circ$

№1

Да, число линий связывающее подстанцию с предприятием города М и поселка П может быть меньше 5, но тогда возможно, что связи между «М» и «П» не будет.

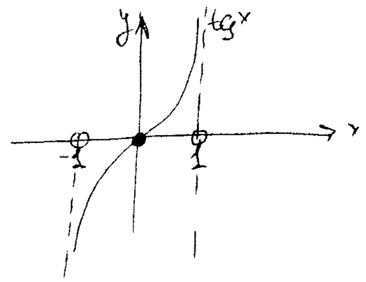
(—)

№2.

$\begin{matrix} tg x \\ tg 2x \end{matrix} \in N$

$tg x = 0 \Leftrightarrow x = \ldots$

График:



~~200~~ $2015^{tg x} \to 2015^0 = 1$

~~$2015^1 \in 2008$~~

~~2008~~

(+ / −)

Ответ: 1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 23-25 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сметанин

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 27.02.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

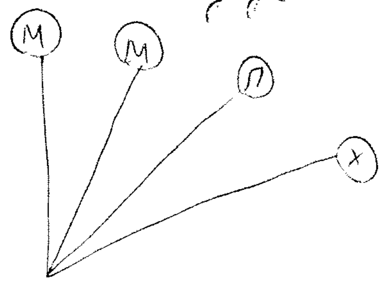
Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~Выдано 3 доп. листа~~

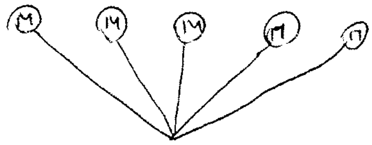
№1.

1) Да, может. Например: 

, где Х - предприятие не в М, и не в П.

2) Нет, не найдутся.

Заметим, что для выполнения условия необходимо, чтобы не больше 2 линий вело „не в М" и не больше 3 линий вело „не в П". Покажем, что если ~~то~~ предприятий не меньше 5, что среди них ровно 3 из М, ровно 2 из П, а других нет.



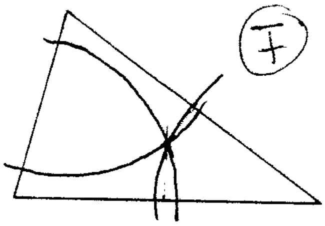
(+)

(1) Если заменить предприятие М на любое из другого города, что получим ~~4~~ 3 предприятия „не в М", т.е. противоречие. Аналогично и с П, мы получим 4 предприятия „не в П", т.е. противоречие. Таким образом, что единственная возможная ситуация ровно с 5 предприятиями (кроме перестановок среди них).

(2) Докажем, что больше 5 предприятий быть не может. Добавим предприятие. Оно не может быть одновременно и из М, и из П, т.е. либо кол-во „не в М", либо „не в П" увеличится, а т.к. у нас на данный момент уже 2 и 3, т.е. max допуст. значение, что получим противоречие.

№ 2.

1) Заметим, что получ. фигура — окружность, а её площадь зависит только от R. Покажем, что наименьшую площадь будет иметь та, ось вращения которой совпадает с тчк. пересечения сред. перпендикуляров (центр описанной окружности).



+

2) Допустим, можно выбрать точку так, чтобы площадь фигуры была меньше.

3) Заметим, что радиусом такой окр-ти будет являться наибольшее из расстояний от выбранной точки до одной из вершин. Проведём окружности из вершин Δ-ка с радиусом, равным радиусу описанной окр-ти. Заметим, что они пересекаются в 1 точке (той, которую мы выбрали). Также заметим, что если выбрать другую точку, отличную от данной, то расстояние от неё до какой-либо из вершин Δ будет больше R, так как она будет лежать вне окр-ти, пров. с центром из этой вершины. Таким образом, любая из точек кроме выбранной будет давать при вращении фигуру с большим радиусом, т.е. и площадью. Противоречие. (2)

№ 4.

1) Разница между угловыми скоростями минутной и часовой: $\frac{\pi}{60} - \frac{\pi}{720} = \frac{11\pi}{720}$

2) Рассмотрим момент времени, когда стрелки показывают точное кол-во часов, т.е. минутная на 12, а часовая — тоже на какое-либо число.

С полудня до этого времени прошло a часов, (a может быть = 0) т. е. расстояние между стрелками $a\cdot\frac{\pi}{12}$. После этого момента между стрелками будет 2°, т. е. $\frac{\pi}{90}$, когда минутная приблизится к часовой на $a\cdot\frac{\pi}{12}\pm\frac{\pi}{90}=$

$=\frac{(15a\pm2)\pi}{180}$. Пусть минутная стрелка приблизилась к часовой на 2° за x минут, x - целое. Т. е. с того момента, как часы показали ровное кол-во часов, прошло $x\cdot\frac{11\pi}{720}$.

Получим:

$$\frac{(15a\pm2)\pi}{180}=\frac{x\cdot11\pi}{720}$$

$(15a\pm2)\vdots11$, наименьшее $a=5$, т. е. это было после 17:00

$$\frac{77\pi}{180}=\frac{x\cdot11\pi}{720}$$

$x=28$ - количество минут

Ответ: 17:28.

№9.

1) Покажем, что вкладчик может получить прибыль после 1 года. Возьмём 3 рубля и положим по рублю в каждый банк. Получим $599997+3+2+0=600002$ - больше, чем 600000

2) Покажем, что вложив все деньги в один или в 2 банка, он прибыли гарантированно не получит.

(I) Если какую-то сумму он положит в один банк, то в худшем случае банк разорится. Прибыли нет

(II) Если в два каких-то банка: В худшем случае они попадут в банк, который разорится и в банк, который удваивает. Обратно вкладчик получит не больше денег, чем вкладывал (столько же, если вкладывал поровну, меньше, если не поровну)

3) Покажем, что если он будет вкладывать в 3 банка, то наибольшая прибыль будет в том случае, когда $a = b = c$ (обозначим за a вклад в I банк, b – во II, c – в третий)

① $a \geq b \geq c$ ② $a = b = c$

В худшем случае $2b+3c$ $2b+3a$

Это же разные a, b и c.

Разница: $2b+3a-(2b+3c) = 2(a-c) \geq 0$, и равно 0, если $a = c$, т.е. $a = b = c$. Получим, что во втором случае деньги, которые получит вкладчик будут не меньше, чем в первом.

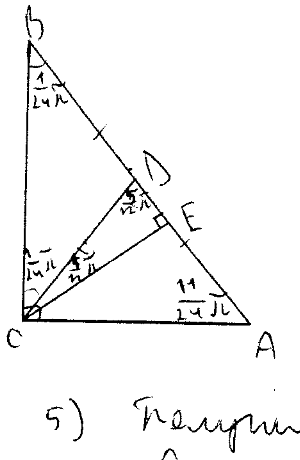
+

4) Пусть он вложил x рублей. У него осталось $600\,000 - x$. Он вкладывал поровну (так выгоднее), получил

$$\frac{1}{3}x \cdot 3 + \frac{1}{3}x \cdot 2 + \frac{1}{3}x \cdot 0 + 600000 - x =$$

$$= 600000 + \frac{2}{3}x.$$ Наибольшее знач-е при $x = 600000$, он получит 1000000 на руки.

№ 6.



1) $\angle B = \frac{1}{2}\pi - \angle A = \frac{1}{24}\pi$

2) $\angle BCD = \angle B = \frac{1}{24}\pi$, т.к. $CD = BD = AD$ – медиана, пров. к гипотенузе.

3) $\angle CDE = \frac{1}{24}\pi + \frac{1}{24}\pi = \frac{1}{12}\pi$

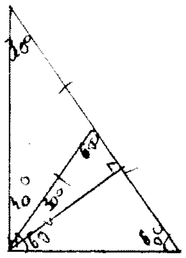
4) $\angle DCE = \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{12}\pi = \frac{5}{12}\pi$

5) Получим, что углы 2 тр-ка равны $\frac{1}{12}\pi$, $\frac{5}{12}\pi$.

Один из углов 3 тр-ка $= 2\angle DCE = \frac{1}{6}\pi$

Один из углов 4 тр-ка $2\angle x = \frac{1}{3}\pi$

Один из углов 5 тр-ка $2\angle y = \frac{2}{6}\pi$, а другой $\frac{1}{6}\pi$, т.к. в тр-ке №3 были углы 30°, 60° ($\frac{1}{6}\pi$, $\frac{1}{3}\pi$), а после него все тр-ки будут такие же.



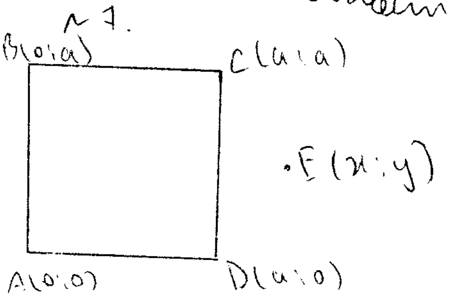
Получим, в 5 тр-ке углы 60°, 30°.
Заметим, что гипотенуза тр-ка — медиана предыдущего (лежит против прямого угла).
А в прямоуг. тр-ке длина медианы, пров. к гипотенузе равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы.

Получим, что длина гипотенузы 5-го тр-ка равна $640\text{м} \cdot 2^{-4} = 40$ м. Один из его катетов $40\text{м} \cdot \sin 30^\circ = 20$м, другой $40\text{м} \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}$

$$S = \frac{1}{2} a_1 \cdot a_2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$$

Ответ: $200\sqrt{3}$

№7.



Введём систему координат как на рисунке; Заметим, что $EA^2 + EC^2 = EB^2 + ED^2$ независимо от координат x и y.

$$EA^2 = x^2 + y^2 \ ; \ EC^2 = (x-a)^2 + (y-a)^2$$

$$EB^2 = x^2 + (y-a)^2 \ , \ ED^2 = (x-a)^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 + (x-a)^2 + (y-a)^2 = x^2 + (y-a)^2 + (x-a)^2 + y^2$$

Это рав-во верно независимо от x и y.
Это значит, что суммы квадратов расстояний от произвольн. точки плоскости до противоположных вершин квадрата равны, независимо от координат этой точки.
Значит, это должно выполняться и в нашем случае. Квадраты расстояний: 1, 81, 16, 25.
Их сумма число нечетное, значит, разбить на равные суммы по 2 шт. не получится. Противоречие

Ответ: Не должен.

№3.

$x^2+px+q=0$.

$D=p^2-4q=0$

$x=-\frac{p}{2}$, $q=\left(\frac{p}{2}\right)^2$. Получим:

$x^2+px+q=T(x)=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$

$T(T(x))=\left(x+\frac{p}{2}\right)^4+p\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{2}\right)^2=$

$=\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2$

$T(T(T(x)))=\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^4+p\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{2}\right)^2=$

$=\left(\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p}{2}\right)^2=0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	НЯ 51-40 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Смирнов

ИМЯ Игорь

ОТЧЕСТВО Львович

Дата рождения 13.03.1998 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача №7

h_1 - высота самой маленькой ступени

h_2 - высота ~~второй~~ средней ступени

h_3 - высота самой высокой ступени.

a - длина самой короткой ступени

a_1 - длина средней ступени

a_2 - длина самой длинной ступени.

$a+d=a_1$ (арифметическая прогрессия)

$a+2d=a_2$

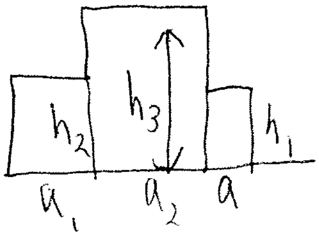
$S_1=a\cdot h_1=15$ (дм²)

$S_2=a_1\cdot h_2=60$ (дм²)

$S_3=a_2\cdot h_3=180$ (дм²)

$h_1\cdot q=h_2$

$h_1\cdot q^2=h_3$ (геометрическая прогрессия)



$a+a_1+a_2=30$ (дм)

$a+a+d+a+2d=30$

$3a+3d=30$

$a+d=10$ (дм) – длина средней ступени

$a=a_1-d$ $\quad a_1=10$ $\quad h_2=\frac{S_2}{a_1}=\frac{60}{10}=6$ (дм) $\quad a_2=\cancel{a_2+10}\ a_1+d$

$h_1=\frac{h_2}{q}$ $\quad S_1=(10-d)\cdot\frac{6}{q}=15$ $\quad S_3=(10+d)\cdot 6q=180$ $\quad h_3=h_2q$

$q=\frac{(10-d)6}{15}$ $\quad \frac{(10-d)(10+d)\cdot 6\cdot 6}{15}=180$

+

$a_2=a_1+d=10+5=15$ (дм) $\quad 100-d^2=75$

$d^2=25$ $\quad d=5$

$h_3=\frac{S_3}{a_2}=\frac{180}{15}=12$ (дм)

$a=a_1-d=10-5=5$ (дм)

$h_1=\frac{S_1}{a}=\frac{15}{5}=3$ (дм)

Ответ: $h_1=3$ дм $a=5$ дм; $h_2=6$ дм $a_1=10$ дм; $h_3=12$ дм $a_2=15$ дм

Задача №4

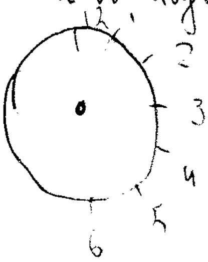
полдень это когда минутная и часовая стрелка на 12 ч.
~~когда днем~~ Узнаем на сколько градусов перемещаются минутная и часовая стрелка за одну минуту.

1) $360:60=6^\circ$ – за одну минуту минутная стрелка перемещается на 6°

2) $360:12=30^\circ$

3) $30^\circ:60=0,5^\circ$ – за одну минуту часовая стрелка перемещается на $0,5^\circ$

Когда пройдет 1 минута после полудня угол между часовой и минутной стрелкой будет равен $6^\circ-0,5^\circ=5,5^\circ$



теперь минутная и часовая стрелка близко не встретятся как минимум через час.
когда часы будут показывать час дня и 5 минут угол между минутной стрелкой и ~~то~~ часовой будет $2,5^\circ$ ~~Ø~~ $0,5\cdot5=2,5^\circ$. Возле двух часов стрелки тоже не встретятся.

Когда часы будут ровно показывать три часа дня и 15 минут, то угол между часовой и минутной стрелки будет равен $0,5\cdot15=4,5^\circ$ и если еще пройдет 1 минута то минутная стрелка сдвинется на 6°, а часовая на $0,5^\circ$ и от трех часов часовая стрелка будет составлять 8°, а минутная 6°, а между ними будет $8^\circ-6^\circ=2^\circ$.
И часы будут показывать 3 часа 16 минут дня

Ответ: 3 часа 16 минут дня.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 4112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ51-40

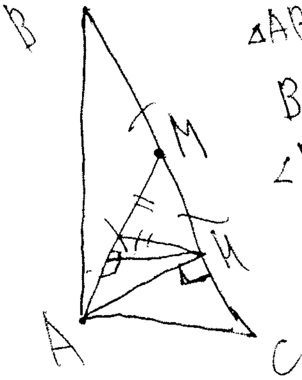
Задача № 5

Всего 600000 рублей. Самый плохой исход это когда самая большая сумма которую он положит в один из трех банков сгорит. Значит нужно во все три банка положить одинаковую сумму $600000:3=$ $=200000$ рублей. При этом в одном из банков 200000 рублей сгорят т.к банк разорится, в другом 200000 рублей удвоится, а в третьем утроится и через год у него будет на руках сумма $200000\cdot 2+200000\cdot 3=1000000$ рублей

Ответ: 1000000 рублей не балансовая оптимальность ±

Задача № 6

Дано:



$\triangle ABC$ — прямоугольный

$BC=640$ м

$\angle BCA=\frac{11}{24}\pi$

Решение:

~~Медиана равна~~

Медиана в прямоугольном треугольнике равна половине гипотенузы.

1) Гипотенуза 1-го $\triangle$-ка равна половине гипотенузы парка $640:2=320$ (м)

2) Гипотенуза 5-го $\triangle$-ка равна $320:2:2:2:2=$ $=20$ (м)

$\angle CBA=\frac{\pi}{2}-\frac{11\pi}{24}=\frac{\pi}{24}$

1) $\angle BAM=\angle CBA$ ($\triangle BMA$ - р/б)

$\angle BMA=\pi-\frac{2\pi}{24}=\frac{22\pi}{24}$

$\angle AMH=\pi-\frac{22\pi}{24}=\frac{\pi}{12}$ - это один из углов для первого $\triangle$-ка

2) аналогично

$\pi-\frac{2\pi}{12}=\frac{5\pi}{6}$

$\pi-\frac{5\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ - угол 2-го $\triangle$-ка.

3) $\pi-\frac{2\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$

$\pi-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$ - угол для 3-го $\triangle$-ка.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 4112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 41951-40

4) $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

$\pi - \frac{2\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$

$\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

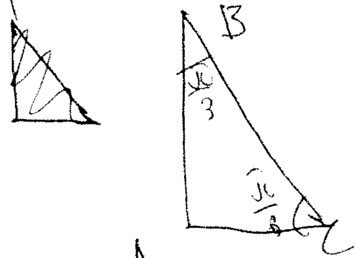
5) $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

$\pi - \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

лишний проход

+

Углы при основании 5-го $\triangle$-ка равны $\angle = \frac{\pi}{3}$ и $\angle = \frac{\pi}{6}$



B

A

$BC = 20$ (дм)

$AB = \sin C \cdot BC = \sin\frac{\pi}{6} \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot 20 =$

$= 10$ (м)

$AC = \cos C \cdot BC = \cos\frac{\pi}{6}\, 20 = 10\sqrt{3}$ (м)

$S_{\triangle} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ (м^2)

Ответ: длина ~~катет~~ гипотенузы 5-го треугольника равна 20 м, а S площадь 5-го треугольника равна $S = 50\sqrt{3}$ м^2

Задача №2

$tg x$ и $tg 2x$, являются целыми числами, когда $x = \pi n$, где n целое число, тогда

$tg\,\pi n = 0$ и $tg\,2\pi n = 0$

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ: $x = \pi n$ где n целое число; $2015^{tg x} = 1$ (+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 4112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЯ 51-40

Задача №1.

Ответ: Число всех линий может быть меньше пяти, например всего линий четыре одна из линий ведет в поселок П, а две другие в город М. Если оно не меньше пяти, то среди любых 5 линий таких линий не найдется, которые не ведут ни в М, ни в П.

нет ч[illegible] обоснования пункта б)

±

8

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	ZS 37-21 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Смирнов

ИМЯ Тимофей

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 30.03.2001 Класс: 8

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

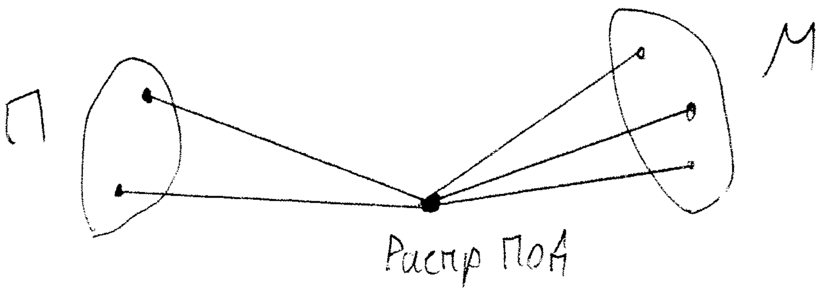
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

Шифр не заполнять! ⇨ ZS 37-21

№1.

Сказано, что можно выбрать любые три линии и среди них хотя бы одна идет в город М, то есть не в город М ведут 2 или 1 линия, если их больше двух, то их можно взять и окажется, что среди них ни одна не идет в город М, а это противоречие. И сказано, что среди любых четырех хотя бы одна идет в поселок П, аналогично линий идущих не в город П не больше трех. И значит из условия, что линий не больше пяти следует, что их всего 5. 2 в город П и 3 в город М и рисунок такой:



И нельзя выбрать 5 дорог так, чтобы они не вели не в город П, ни в город М, если хотя бы одна дорога будет вести ни в П, ни в М, то нарушится одно из условий.

Ответ: максимальное количество дорог 5.

№3.

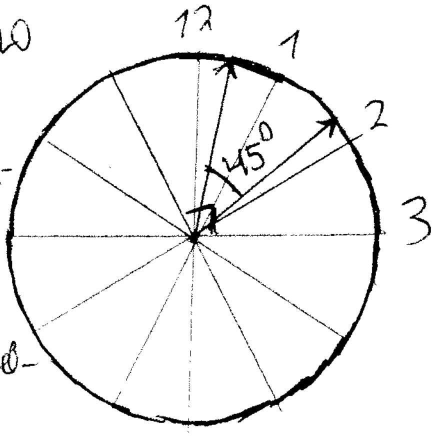
сейчас – 65 лет
9 лет назад – 40 лет $\Rightarrow$ для них в сумме прошло за 9 лет 25 лет, значит 9 лет назад сына не было, но для родителей в сумме прошло $9 \cdot 2 = 18$ лет. Значит сын родился 7 лет назад и ему сейчас семь. +

4 года назад сыну было $7 - 4 = 3$ года, значит его отцу $3 \cdot 9 = 27$ лет, и сейчас его отцу 31 год.

Ответ: отцу сейчас 31 год.

№4 (1 часть)

Получается, что сколько минут прошла минутная стрелка это x, тогда можно составить уравнение.



$$\frac{x}{60^\circ} \cdot 360^\circ - \frac{x}{60^\circ} \cdot 30^\circ = 45^\circ$$

$$6x - \frac{1}{2}x = 45^\circ$$

$$5.5x = 45^\circ$$

—

$$x = \frac{45}{5.5} = \frac{90}{11} = 8\frac{2}{11} \text{ минуты} \approx 8.(18) \text{ минут}$$

Но сказано, что целое число 8 минут

Получается время, которое показывали часы 12 часов $8\frac{2}{11}$ минуты или 12 часов 10.8 секу 10.8 сек.

Ответ: время на часах было 12 часов 8 минут 10.8 секунд.

№5
Рассмотрим график тележек за час с интервалом 5 минут П-приехали У-уехали V-погрузили

Время, мин	Письма	Бандероль	Посылка
5			
10	П		
15	У V	П	
20		У V	
25	П		П
30	У		У V
35		П	
40	П	У V	
45	У V		
50			
55	П	П	П
60	У	У	У V

Получается за час всего 6 погрузок и тот цикл будет каждый час всего погрузок $6 \cdot 8 + 3 = 51$, я добавил 3 т.к вначале в 8:00 все отправились погруженными, а $6 \cdot 8$ т.к 6 погрузок и с 8:00 до 16:00 прошло 8 часов

~~Ответ: 51 погрузка всего.~~ получается что каждую в час 2 раза и в итоге $8 \cdot 2 + 1 = 17$ погрузок каждого вида

Ответ: 17 погрузок для писем, 17 для бандеролей, 17 для посылок

№4 (2 часть)

сказано, что целое число минут значит 1 случай не подходит, когда часы равны 12.

Следующие случаи прибавка 30° т.к 1 час = 30°

$5.5x = 75$ не подходит

$x = \frac{150}{11}$

$5.5x = 105$

$x = \frac{210}{11}$ не подходит

$5.5x = 135$

$x = \frac{270}{11}$ не подходит

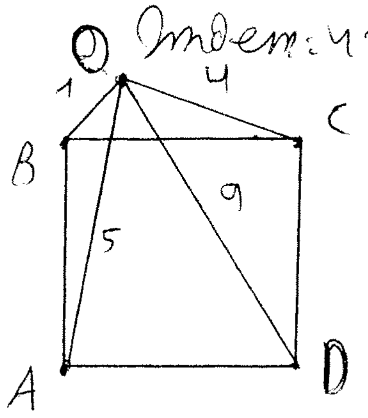
$5.5x = 165$

$x = \frac{330}{11} = 30$ минут подходит

$\frac{165-45}{30} = 4$ часа

Ответ: 4 часа 30 минут

№7



по условию $CO=4$, $BO=1$, $DO=5$, $AO=5$

Рассмотрим $\triangle BOC$

BC – большая ⇒

$BC > 5$ если $BC \leq 5$ то $O \in BC$, а такого быть не может $BC = CD = AD = AB > 5$

$\measuredangle \triangle AOD$ OD – большая ⇒ $AD < 4$ т.к если $AD > 4$, то $A \in OD$, а такого быть не может. Значит Миллер может не верить такому сообщению

Ответ: Миллер может не верить.

±

№6.
Рассмотрим цикл степеней 2.

Число	Кол. знак.	степень
1	1	0
2	1	1
4	1	2
8	1	3
16	2	4
32	2	5
64	2	6
128	3	7
256	3	8
512	3	9
1024	4	10
2048	4	11
4096	4	12
8192	4	13
16384	5	14
32768	5	15
65536	5	16
131072	6	17
262xxx	6	18
524...	6	19

цикл по 10 везде
за 10 степеней кол-во знаков увел. на 3 значит
в 2015 - 201 десяток ⇒
201·3=603 цифры и еще
5 степеней значит в итоге
605 цифр в числе 2^{2015}

Рассмотрим цикл степ 5.

Число	Кол. знак	степень
5	1	1
25	2	2
125	3	3
625	3	4
3025	4	5
15125	5	6
75625	5	7
378025	6	8
1890125	7	9
9450625	7	10
47253025	8	11
2360.....	9	12

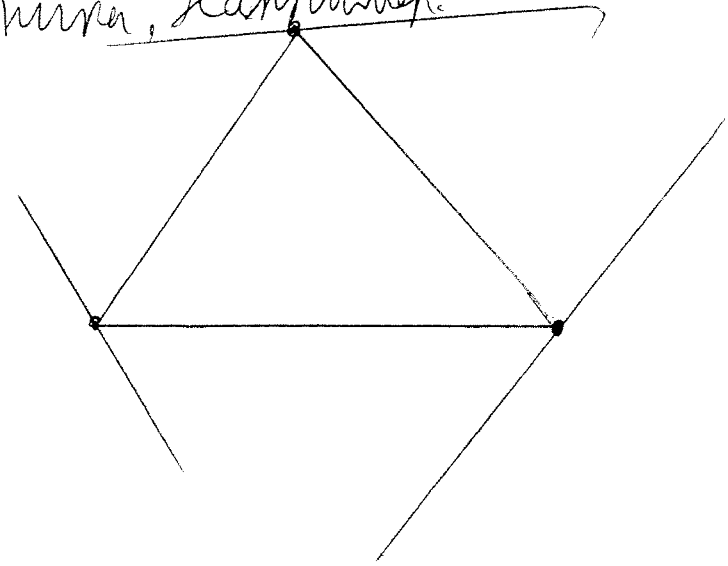
цикл значит
$\frac{2015}{3}=671$ (ост 2)
всего чисел в числе
$5^{2015}=671\cdot 2+1+1=1344$

всего в этом числе $2^{2015}5^{2015}$ чисел

1344+605=1949

Ответ: 1949 чисел

№2 Ось вращения должна проходить через одну из вершин треугольника не касаясь сама внутри треугольника. Например.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	RЙ 27-21 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ СМОЛЬСКАЯ

ИМЯ ДИАНА

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВНА

Дата рождения 03 11 2000 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01 03 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Dlouf

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 3

x - отец, y - мать, z - сын.

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ (x-9)+(y-9)+(z-9)=40 \\ x-4=9(z-4) \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y+z-27=40 \\ x=9z-32 \end{cases}$$

Если бы 9 лет назад были и отец, и мать, и сын, то разница между суммами возрастов была бы $9\cdot 3=27$ лет. Но $65-40=25$ ⇒ сыну 9 лет назад было „минус 2 года" $9-2=7$ (сейчас сыну 7 лет)

$x=9\cdot 7-32=31$ (31 год отцу); (матери 27)

Ответ: отцу 31 год.

№ 1

1) Пусть всего линий n. Из них несколько не идёт в М. Рассмотрим случай, когда 2 линии идут не в М; если линий не в М больше ~~3~~ 2-х, то среди них найдётся тройка, где ни 1 линия не идёт в М, что противоречит условию ⇒ линий не в М не больше 2-х.

2) Несколько линий идет не в П. Аналогично, если не в П идет 4 и больше, то будет противоречие (найдется четвёрка, где все не в П) ⇒ не в П не больше 3-х

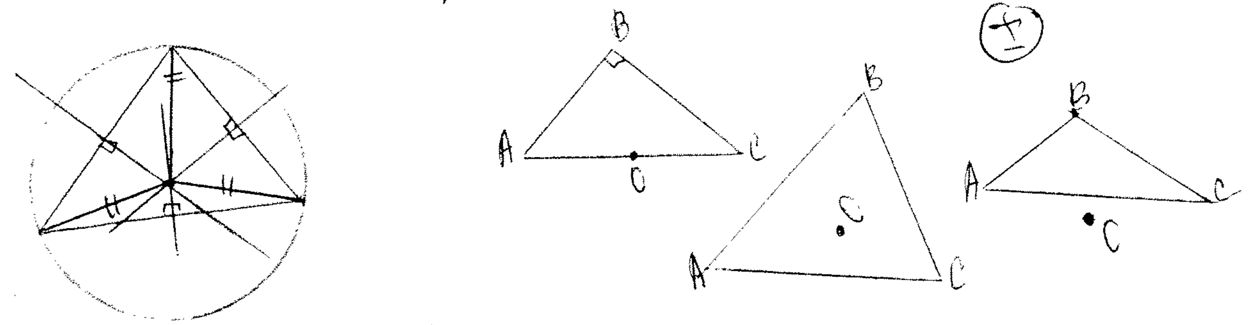
Всего линий	в М	в П
n	не ~~более~~ менее $n-2$	не менее $n-3$

если линия в М может идти и в П, то $n-3$ линий идут и в М, и в П и одна только в М ⇒ не в М и не в П максимум $n-(n-2)=2$

Ответ: максимум 2 линии

(если линия не может идти в в П, и в М, то все линии будут идти или в П или в М)

№2

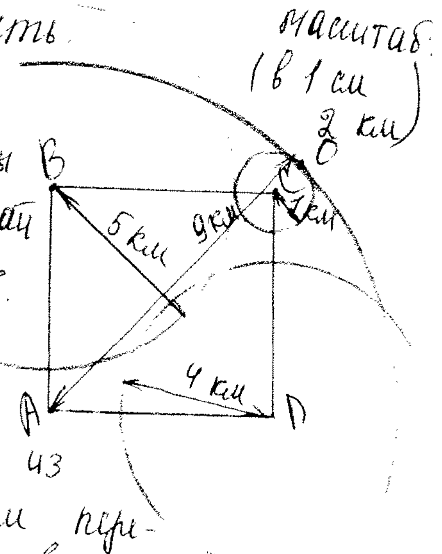


(+)

Когда треугольник вращается, его самый острый угол (наименьшие градусы) описывает окружность (самую большую из окружностей, описываемых его углами).
Наименьшая площадь образуемой фигуры будет при равном расстоянии до углов. Ось вращения должна проходить через центр описанной окружности (=точку пересечения серединных перпендикуляров). В тупоугольном Δ она будет вне Δ (см. рисунок); в остроугольном — на ~~гипотенузе~~ внутри Δ, в прямоугольном — на гипотенузе.
Ответ: через центр описанной окружности.

№7.

Ответ. Мюллер не должен верить.



1) если круг с радиусом 1 км и круг с радиусом 9 км имеют центры в соседних вершинах, то этот случай даже не надо рассматривать, т.к. круги с r=5 км и r=4 км не пересекутся с кругом r=1 км.
2) возьмем r=1 км из C, а r=9 км из противоположной A; то если с r=9 км пересечется с r=1 км внутри или вне квадрата (это не зависит от размера квадрата) в этой точке пересечения (O) — до неё „не достанут" круги с r=5 км и r=4 км.

+

№5

Если когда 2 тележки приезжают одновременно, почтальон ту, которая реже, грузит, а 2-я уезжает не сразу, а ждёт 5 мин, и пустая и полная отправляются одновременно.

10 мин (письма)
начало 1) 0
10
2) 15
25
пуст 30
40
3) 45
55
пуст 60
70
4) 75
85
пуст 90
100
5) 105
115
пуст 120
1-й час
2-й час

15 мин (банд)
1) 0
15
2) 20
35
3) 40
55
пуст 60
75
4) 80
95
5) 100
115
пуст 120
1-й час
2-й час

25 мин (посылки)
1) 0
25
2) 30
55
3) 60
85
4) 90
115
5) 120
1-й час
2-й час

тележка для ~~бандеролей не~~ посылок не ходит пустой никогда.

(+) 8 часов (с 8 до 16) = 480 мин.

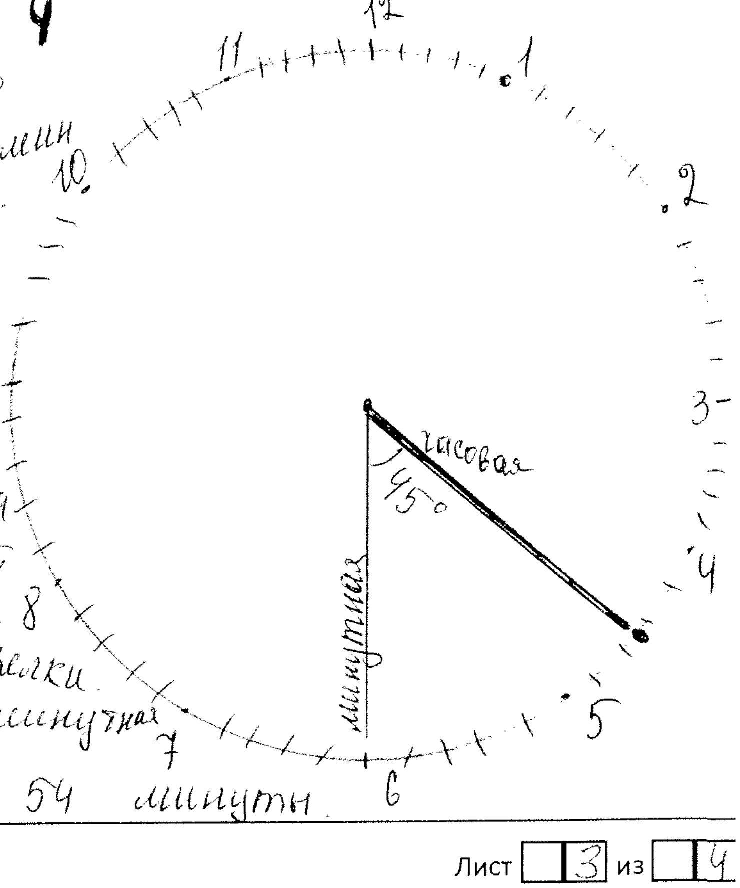
за 1 час каждая тележка по 2 раза с грузом (цифрами обозначены номера отправок с грузом), и 1 поездка в самом начале.

$2 \cdot 8 + 1 = 17$

Ответ: 17 поездок с грузом.

№4

Ответ: 1-й раз это будет ($<45°$) в 4 ч 30 мин после полудня = в 16:30.



часы разделены на 60 частей; 15 частей $= \angle 90°$, 7,5 частей $= \angle 45°$. минут целое число ⇒ часовая стрелка должна пройти несколько частей и 1/2 части; 1 часть = 12 мин для час. стрелки ⇒ 1/2 будет когда минутная пройдёт ~~12~~ 6; 18; 30; 42; или 54 минуты.

т.к. это событие произошло впервые, то это через 4 ч 30 мин после полудня (потом в 7 ч 30 мин и т.д.)

+

№ 6

степени 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2056	4096	9192	18384	37768

3 3 3 4 3

16	17	18	19	20	21	22
75536	151072	302144	604288	1208576	2417152	4834304

3 4

23	24	25	26
9668608	19337216	38674432	77348864

3

степени 2 по кол-ву цифр

1 ц – 3 3 ц – 3 5 ц – 3 7 ц – 4

2 ц – 3 4 ц – 4 6 ц – 3 8 ц – 3

$2015 = 3\cdot 671 + 2 \Rightarrow 671\cdot 4 + 1342\cdot 3 + 3 + 3 = 2013 + 4026 + 6 =$

$= 6045$ цифр.

степени 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625

1 1 1 2 1 1 2 1 2

–
+

11
48828125

1

$2015 = 1005\cdot 2 + 5 \Rightarrow 1\cdot 1 + 2 + 3\cdot 2 + 10 + 6 + 14 + 8 \ldots =$

=

~~1 ц – 1 4 ц – 1~~
~~2 ц – 2 5 ц – 1~~
~~3 ц – 1 6 ц – 2~~

1 ц – 1 4 ц – 1 7 ц – 2

2 ц – 1 5 ц – 2 8 ц – 1

3 ц – 2 6 ц – 1 9 ц – 1

10 ц – 2 ..

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 4102

ОТВ 86-44

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

шифр

ФАМИЛИЯ Солдатенко

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 07.05.1998

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 02 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2.

$tg\,x=\frac{\sin x}{\cos x}$; $tg\,2x=\frac{2\sin x\cos x}{\cos^2x-\sin^2x}$

Пусть $tg\,x\in Z$ (и $tg\,2x\in Z$), тогда $\frac{\sin x}{\cos x}=k$ ($k\in Z$), $\sin x=k\cos x$, значит

$\frac{2k\cos^2x}{\cos^2x-(k\cos x)^2}$ — должно быть целым числом

+

$\frac{2k\cos^2x}{\cos^2x-k^2\cos^2x}=\frac{2k}{1-k^2}$ тогда, если $k\geq 3$, то $|2k|<|1-k^2|$ и

$\left|\frac{2k}{1-k^2}\right|<1$; Если $k=2$, то $\frac{4}{3}$ — не целое, $k=1$ — невозможно

значит предположение неверно и таких x нет.

Ответ: таких x нет.

№1.

Если 4 минимум всего, то 3 из них ведут в М и одна в П, тогда условие выполняется.

+

Если же их больше либо равно 5, то рассмотрим ситуацию как минимум с 6 дорогами, тогда у нас не может быть 3 линий ведущих в П (так как если их будет 3, то не будет выполняться условие с городом М), значит их максимум 2, тогда остается 4 дороги которые не ведут в П значит их не может быть больше либо равно 6.

Если дорог 5, то аналогично с 6 мы можем показать, что линий в П — максимум 2 и М — как минимум 3, тогда получим что дорог в другие места быть не может. ЧТД

Минутная стрелка проходит за 1 минуту 6°, а часовая стрелка 0,5° всего круга, отсюда явно видно, что за первый час ~~[illegible]~~ расстояние между ними не будет 2°.

По истечении часа между минутной и часовой стрелкой будет 30°, через 5 минут между ними будет 2,5° ~~[illegible]~~ ещё через минуту 3° ~~[illegible]~~ дальше расстояние будет только увеличиваться и за второй час такое расстояние не достигается.

По истечению второго часа между стрелками будет 60°, и по аналоги с предыдущим часом расстояние между ними не будет 2° (60° через 1 5° через 1 0,5° и дальше будет увел.)

По истечении 3 часа между стрелками будет 90°, за 15 минут между ними станет расстояние 7,5°, через минуту 2°, что и требовалось найти, а это будет во время 3 часа 16 минут после полудня т.е. в 15ч:16м.

Ответ: 15ч : 16 мин.

N5.

Если мы положим в 1 банк, то просто прогорим.

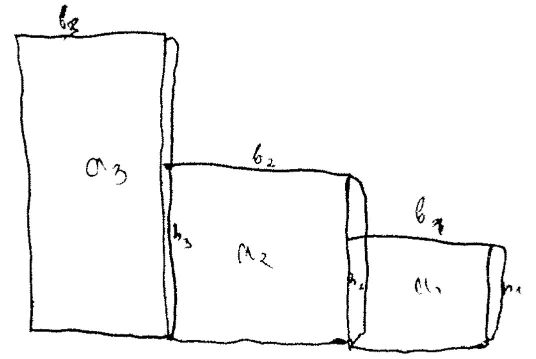
Если положить в 2 банка, то большая часть денег сгорит, а оставшаяся ~~[illegible]~~ не сможет увеличиться в 2 раза максимум и ее максимум хватит, чтобы покрыть расход сбережений.

Если положить в 3 банка по неравным частям, где $a_1 < a_2 < a_3$, то большая часть всех денег (a_3) сгорит и у нас останется по максимуму $2a_2 + 3a_1$ (т.к. части неравные, то $a_2 + a_1 < 400000$ и $a_1 < 200000$ и $2a_2 + 3a_1 < 1000000$, но если поделить на равные части, то $2 \cdot 200000 + 3 \cdot 200000 = 1000000$ явно больше чем когда ~~мы~~ они неравные

если класть не все деньги, то действуя тем же алгоритмом, то получимся на тех ситуаций (в отношениях) но так как мы используем не все деньги, то дохода это даст меньше.

ЯВ 36-44 1л из 2

№7.



$b_1+b_2+b_3=30$, но b_1, b_2, b_3 - арифметическая прогрессия, тогда $30=3b_1+3a$

$b_1+a=10=b_2$, но $b_2h_2=a_2=60$, тогда $h_2=6$, тогда пусть длина меньшего равна $10-x$, а высота $\frac{h_2}{e}$, тогда длина дальнего равна $(10+x)$ а высота eh_2, тогда

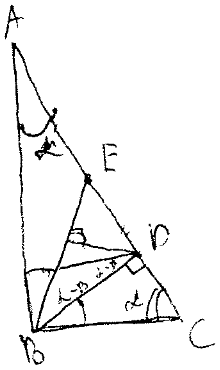
$\begin{cases}(10+x)e h_2=180\\(10-x)\frac{h_2}{e}=15\end{cases}$ $\begin{cases}(10+x)6e=180\\(10-x)\frac{6}{e}=15\end{cases}$ $\begin{cases}(10+x)6e=180\\(10-x)6e=15e^2\end{cases}$ $\begin{cases}60e+x6e=180\\60e-x6e=15e^2\end{cases}$

$\begin{cases}15e^2-120e+180=0\\60e+6xe=180\end{cases}$ $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}e=6\\e=2\end{array}\right.\\60e+6xe=180\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}e=2\\120+12x=180\end{cases}\\\begin{cases}e=6\\360+36e=180\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}e=2\\x=5\end{cases}\\\begin{cases}e=6\\x=-5\end{cases}\end{array}\right.$, но т.к. прогрессия арифм. и геом. возрастающие (т.к. у наименьшего прямоугольника наименьшие длина и высота), то $\begin{cases}e=6\\x=-5\end{cases}$ - не подходит, значит $\begin{cases}e=6\\x=5\end{cases}$ отсюда $b_3=15, b_2=10, b_1=5$. $h_3=12, h_2=6, h_1=3$ что и требовалось найти.

(+)

№6



$S(\triangle ABC) = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AC^2 \cdot \sin\alpha \cos\alpha}{2}$, но $S(\triangle ABC) = \frac{AC \cdot BD}{2}$, откуда

получим $BD = \sin\alpha \cos\alpha \, AC$, $BE = \frac{1}{2} AC$ (по св-ву медианы

—

БВ 36-44

2л из 2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 17-96 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Солдатов

ИМЯ Сергей

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 04.05.1997 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Сдано в дос. числе

№1.

L - количество линий
M - предприятия города M
P - предприятия города П

$$\begin{cases} L-2=M \\ L-3=P \end{cases}$$

т.к среди любых трёх линий одна всегда будет идти к M, то из всех линий всего 2 не будут идти к M, аналогично с линиями к P.

$$\begin{cases} L<5 \\ L-2=M \\ L-3=P \end{cases}$$

предположим, что предприятий 4, тогда

$$\begin{cases} M=2 \\ P=1 \end{cases}$$

=> число линий может быть меньше 5, т.к. в этом случае ничто не противоречит условию задачи (одна линия из 4 к P, и одна из любых трёх к M)

$$\begin{cases} L\geq 5 \\ L-2=M \\ L-3=P \end{cases}$$

рассмотрим 2 случая: число линий равно 5, число линий больше 5

$$\begin{cases} L=5 \\ M=3 \\ P=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} L>5 \\ L-2=M \\ L-3=P \end{cases}$$

т.к. L не может быть больше 5, а $M+P=2+3=5$, то при $L\geq5$ свободных линий нет.

предположим, что $L=6$:

$$\begin{cases} L=6 \\ M=4 \\ P=3 \end{cases}$$

=> $M+P=7$, но линий всего 6, ~~что~~ это противоречит условию задачи, т.к. необозначенных линий по условию всего 5, то $L_{max}=5$

(+)

Ответ: число линий может быть меньше 5. ~~При~~ ~~Если линий больше или равно 5, то~~

Если число линий не меньше 5, то линий, которые не ведут ни в М, ни в П нету.

№4.

~~Предположим, что стрелки стартуют~~

Обе стрелки начинают движение ровно в 12:00.

Циферблат часов представляет собой круг => он состоит из 360° градусов. При одном обороте минутная стрелка принимает целые значения ровно 60 раз => $\omega_м = 6\frac{гр.}{м}$, часовая стрелка делает один оборот за 12 часов => $\omega_ч = \frac{1}{2}\frac{гр.}{м}$

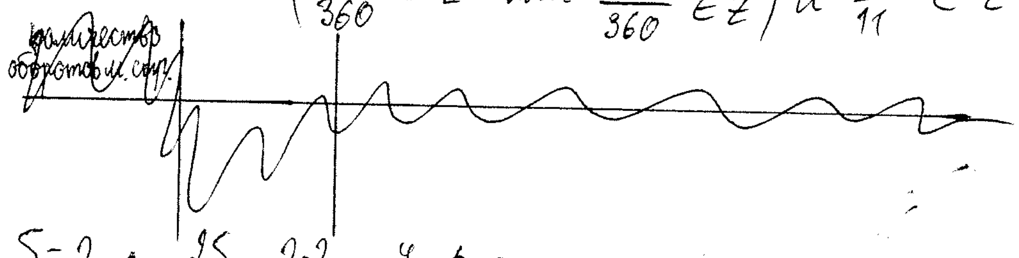
$$\begin{cases} \omega_м = 6\ \frac{гр.}{м} \\ \omega_ч = \frac{1}{2}\ \frac{гр.}{м} \end{cases} \Rightarrow$$

$$6t - \frac{t}{2} = S$$

$$\frac{11t}{2} = S$$

$t = \frac{2S}{11}$, т.к. $t \in Z$, то $\frac{2S}{11} \in Z$ и т.к. расстояние между стрелками должно быть 2°, но эта ситуация может повториться 2 раза за оборот, когда минутная стрелка сзади ~~от~~ ~~наоборот~~ часовой и наоборот. Т.к. это уравнение в целых числах, то наимен. ответ можем найти подбором так, чтобы

$$\left(\frac{S-2}{360} \in Z \text{ или } \frac{S+2}{360} \in Z\right) \text{ и } \frac{2S}{11} \in Z \Rightarrow$$



$S = 2$ $t = \frac{2S}{11} = \frac{2 \cdot 2}{11} = \frac{4}{11} \notin Z$

$S=358$ $t=\frac{2S}{11}=\frac{2\cdot 358}{11}=\frac{716}{11}\notin Z$

$S=362$ $t=\frac{2S}{11}=\frac{2\cdot 362}{11}=\frac{724}{11}\notin Z$

$S=718$ $t=\frac{2S}{11}=\frac{2\cdot 718}{11}=\frac{1436}{11}\notin Z$

$S=722$ $t=\frac{2S}{11}=\frac{2\cdot 722}{11}=\frac{1444}{11}\notin Z$

$S=1078$ $t=\frac{2S}{11}=\frac{2\cdot 1078}{11}=\frac{2156}{11}=196\in Z$ => прошло 196 минут = 3 часа 16 минут => часы показывают 15:16. +

Ответ: часы показывают время 15 часов 16 минут.

№5.

Так как мы можем рассматривать только наихудший исход событий, то если в одном из трёх банков будет больше денег, то ~~об~~ обанкротится именно он, а утроится количество денег в самом бедном по вкладу банке => везде должно быть одинаковое количество денег.

Рассмотрим 3 ~~сл~~ случая:

1) вклад в 3 банка по 200 000 и 0 дома.
2) вклад в 3 банка по 150 000 и 150 000 дома
3) 600 000 дома.

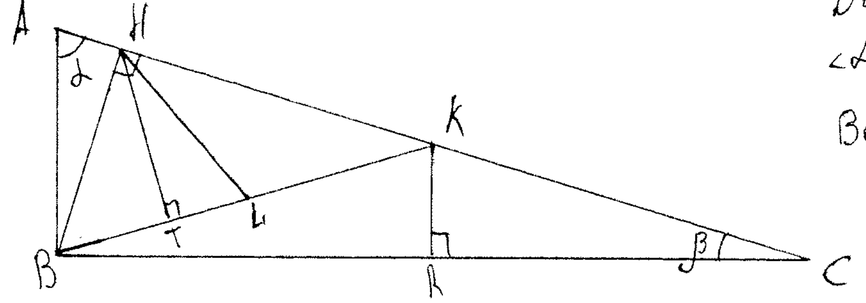
1) $3\cdot 200\,000+2\cdot 200\,000+0\cdot 200\,000+0=1\,000\,000$ – доход
2) $3\cdot 150\,000+2\cdot 150\,000+0\cdot 150\,000+150\,000=900\,000$ – доход
3) 600 000 – доход => самым выгодным вкладом будет вклад в 3 банка по 200 000

это не доказано!

Ответ: самый выгодный вклад по 200 000 в 3 банка. Вкладчик получит 1 000 000.

±

№ 6.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle B = 90°$, $\angle \alpha = \frac{11}{24}\pi$, $AK = KC$, $BR \perp BC$, $BH \perp AC$, $BL = LK$, $HT \perp BK$

Найти: гипотенузу $\triangle 5$, $S_{\triangle 5}$

Решение: т.к. $\alpha = \frac{11\pi}{24}$, а $\angle A + \angle B + \angle C = 180° \Rightarrow \angle \beta = 180 - 90 - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

~~т.к. $AB \perp BC$ и $KR \perp BC \Rightarrow KR \parallel AB \Rightarrow$ по теореме Фалеса: $BR = RC \Rightarrow KR$ - средняя линия $\triangle ABC$.~~

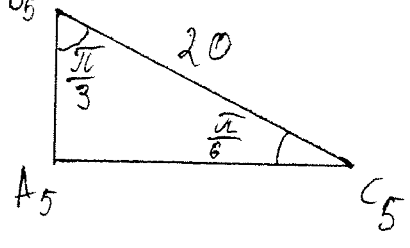
~~$\angle BKR =$~~

$BK = AK = KC = R$ - (R - радиус описанной окружности) $\Rightarrow$

$\angle ABK = \angle \alpha$, $\angle KBC = \angle \beta \Rightarrow \angle AKB = \angle KBC + \angle \beta = 2\angle \beta = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \angle HBK = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$.

(+) все верно

$HL = LK = BL \Rightarrow \angle AKB = \angle LHB = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \angle HLT = 2\angle AKB = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \angle THL = \frac{\pi}{3}$, аналогично проделываем с последующими треугольниками. Мы получим, что углы пятого треугольника будут равны $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$, а гипотенуза будет в 32 раза меньше, т.к. с каждым треугольником она уменьшалась ровно в 2 раза (начальный треугольник за первый не считаем) $\Rightarrow$



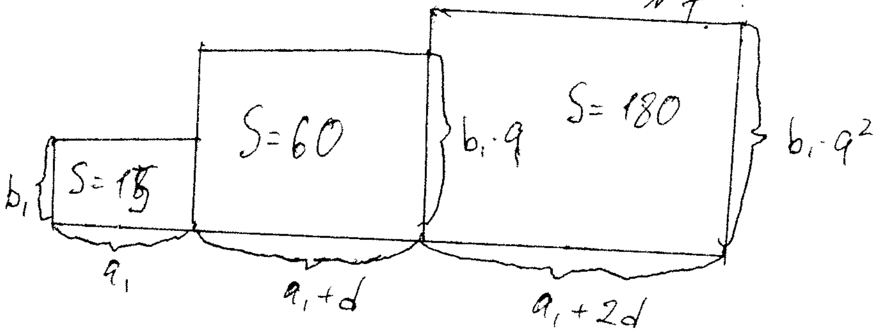
$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_5C_5 = \sin\frac{\pi}{3} \cdot B_5C_5 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 20 = 10\sqrt{3}$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow A_5B_5 = \sin\frac{\pi}{6} \cdot B_5C_5 = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10 \Rightarrow$

$S_{\Delta 5} = \frac{1}{2} B_5A_5 \cdot A_5C_5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = \frac{100\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$

Ответ: $S_{\Delta 5} = 50\sqrt{3}$, гипотенуза $= 20$.

№7.



$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30$

$a_1 + d = 10 \Rightarrow b_1 \cdot q = \frac{60}{a_1+d} = \frac{60}{10} = 6 \Rightarrow b_1 = \frac{6}{q} \Rightarrow$

$\begin{cases} \frac{6}{q} \cdot (10-d) = 15 \\ (10+d) \cdot 6q = 180 \end{cases}$

$36(10^2 - d^2) = 180 \cdot 15$

$10^2 - d^2 = 15 \cdot 5$

$d^2 = 100 - 75$

$d^2 = 25$

$d = 5$ $\Downarrow$ $\quad d = -5$ не удовлетворяет условию.

$A_1 = 5 \quad A_2 = 10 \quad A_3 = 15$

$b_1 = 3 \quad B_2 = 6 \quad B_3 = 12$

Ответ: 5×3, 10×6, 15×12.

№2.

$$\begin{cases} tg\,x \in Z \\ tg\,2x \in Z \end{cases}$$

$T = \frac{\pi}{|k|} \Rightarrow$ ~~tg~~ $T_{tgx} = \pi$, $T_{tg2x} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

совпадение когда $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$ может быть только когда $tg\,x = 0$ и $tg\,2x = 0$, т.к. при $x = \frac{\pi}{4}$ $tg\,x = 1$, а $tg\,2x$ - несуществует, при $2x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{8}$ $tg\frac{2\pi}{8} = 1$, а $tg\frac{\pi}{8} \notin Z \Rightarrow$

$2015^0 = 1$

Ответ: 1. $x = \dots ?$

$+$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	61Я 51-42 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Саушина

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 28.02.1997 **Класс:** 11

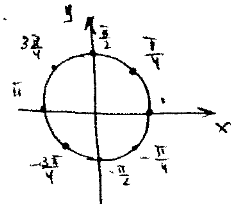
Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Саушина

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 2



Исходя из графика, можно сказать, что tgx принимает целые значения в точках $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$. Получается,

$\left[\begin{array}{l} tgx=1; \\ tgx=-1. \end{array}\right.$

Но необходимо, чтобы значение $tg2x$ тоже было целым, после подстановки множества решений $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ в $tg2x$, получаем, что тангенс ~~~~ должен принимать целые значения в точках $\pm\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$. Но, как известно, ~~tg~~ тангенс в этих точках не определён. Значит, множество точек $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ можно отбросить.

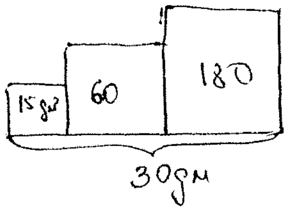
Т.к. $0\in Z$, то рассмотрим ситуацию, когда $tgx=0$. Тангенс принимает ~~это~~ такое значение в точках $\pi n, n\in Z$. Подставим эти значения вместо x в ~~уравнение~~ выражение $tg2x$. Множество значений, от которых при этих условиях находится тангенс, — $2\pi n, n\in Z$. Но $\{2\pi n, n\in Z\}\subset\{\pi n, n\in Z\}$. Другими словами $tg2x=0$. $0\in Z$. Значит, оба условия выполняются.

$2015^{tgx}=2015^0=1$.

Ответ: $2015^{tgx}=1$.

+

№ 7



(таким образом выглядит пьедестал в разрезе)

Пусть длина ~~каждого~~ 1-ого пьедестала a_1,

2-ого a_2;

3-его a_3.

Пусть высота 1-ого пьедестала b_1;

2-ого - b_2

3-его - b_3.

Известно, что $a_n=a_1+d\cdot a_{n-1}$ (арифметическая прогрессия) ? и $b_n=b_1\cdot q^{b_{n-1}}$ (геометрическая прогрессия)

—

$a_1+a_2+a_3=30(дм)\Rightarrow a_1=5дм; a_2=10(дм); a_3=15дм$

$a_2=a_1+d$

$a_3=a_1+da_2=a_1+d(a_1+d)=a_1+a_1d+d^2$.

$a_1+a_1+d+a_1+a_1d+d^2=30(дм)$

$3a_1+d+a_1d+d^2=30(дм)$

$S_1=a_1\cdot b_1=15(дм^2)$

$S_2=a_2\cdot b_2=60(дм^2)$

$S_3=a_3\cdot b_3=180(дм^2)$

b_1

$b_2=b_1\cdot q$

$b_3=b_1\cdot q^{b_2}=b_1\cdot q^{q\cdot b_1}$

$\left\{\begin{array}{l} S_2=(a_1+d)\cdot b_1 q=60 \\ S_1=a_1\cdot b_1=15 \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} a_1 b_1 q+d\cdot b_1 q=60 \\ a_1 b_1=15 \end{array}\right.$

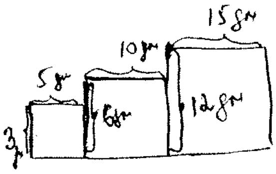
$15q+d\cdot b_1 q=60$

$q(15+d\cdot b_1)=60$

Тогда получается, что $b_1=3дм$; $b_2=6дм$; $b_3=12дм$

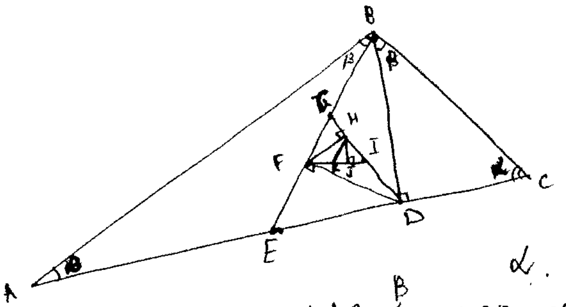
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 61Я51-42



Получается, что размеры пьедестала 30 дм в длину 12 дм в высоту. Длина ступеней 5 дм, 10 дм, 15 дм соответственно от наименьшей; высота 3 дм, 6 дм, 12 дм соотв. от наименьшей.

№6



Дано: △ABC - прямоугольный, $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, AC = 640м, AC - гипотенуза, BD - высота, BE - медиана

Найти: $S_{\triangle HKJ}$, KH

Решение:

начнём с того, какой из углов △ABC равен α. $90° = \frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{\pi}{24}$. Пусть $\beta = \frac{\pi}{24}$

$\alpha > \beta$, значит, $\angle BAC = \beta$, $\angle ACB = \alpha$

В △BDC - прямоугольном, $\angle DBC = \cancel{90° - \beta - \alpha}\ 90° - \alpha = \beta$.

△ABE - равнобедренный, BE = AE равны радиусу описанной окружности (по св-ву прямоугольного треугольника) Отсюда следует, что $\angle ABE = \angle BAE = \beta$. ; $AE = EB = \frac{1}{2}AC = 320$(м). Аналогично доказывается следующее:

$BG = GD = \frac{1}{2}EB = 160$(м);

$FI = ID = \frac{1}{2}GD = 80$(м);

$FK = KH = \frac{1}{2}FI = 40$(м)

⇓

гипотенуза 5-ого треугольника 40м

$\angle EBD = 90° - 2\beta$; $\angle BEG = 90° - 90° + 2\beta = 2\beta$

$\angle GDF = 90° - 2(90° - 2\beta) = 90° - 180° + 4\beta = 4\beta - 90°$

$\angle FGD = 90° - 4\beta + 90° = 180° - 4\beta$

$\angle IFH = 90° - 2(4\beta - 90°) = 90° + 180° - 8\beta = 240° - 8\beta$

$\angle FIH = 90° - 240° + 8\beta = 8\beta - 180°$

$\angle KHJ = 90° - 2(240° - 8\beta) = 90° - 540° + 16\beta = 16\beta - 450°$

$\angle HKJ = 90° + 450° - 16\beta = 540° - 16\beta$.

лишний проход

$KJ = KH \cdot \cos\angle HKJ = 40 \cdot \cos(540° - 16\beta) = 40 \cdot \cos(540° - \frac{16 \cdot \pi}{24}) = 40 \cdot \cos(540° - \frac{3\pi}{2}) = 40 \cdot \cos(540° - 120°) = 40 \cdot \cos(420°) = 40 \cdot \cos(360° + 60°) = 40 \cdot \cos 60° = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20$(м)

По теореме Пифагора:

$KH^2 = KJ^2 + HJ^2 \Rightarrow HJ^2 = KH^2 - KJ^2$; т.к. $HJ > 0$, то $HJ = \sqrt{KH^2 - KJ^2} = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$ (м)

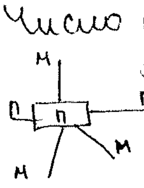
+

$S_{\triangle KHJ} = \frac{20 \cdot 20\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$ ($м^2$)

Ответ: $S_{\triangle KHJ} = 200\sqrt{3}$ $м^2$; KH = 40м.

№1.

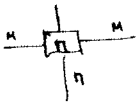
Число линий ~~может быть менее 5.~~ ~~Предположим, их 5.~~ Среди любых 3 должна быть та, что ведёт в М. Если линий 5 и больше, то среди них не найдётся той, которая не ведёт ни в М, ни в П. Если линий будет менее 5, то получится следующее:



Лист 02 из 03

нет чёткого обоснования

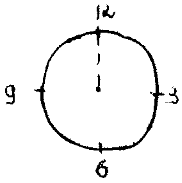
чётко не рассмотрены все случаи (n=4)



Среди любых 3 найдется меньше идущие в Н и идущие в П. Условие выполняются.

(+)

№4



Вначальный момент угол между стрелками был 0°, (полдень)
Минутная стрелка движется со скоростью 6° в минуту
Часовая – 0,5° в минуту.
Время от полудня до момента, когда между стрелками стал угол 2° одинаковое для минутной и для часовой.
Пусть x – кол-во минут, прошедшие от полудня, тогда
$(6x)^\circ$ – угол, который описала минутная стрелка
$\left(\frac{0,5\cdot x}{360}\right)^\circ$ – угол, который описала часовая стрелка.

$6x - \frac{0,5x}{360} = 2$

$360\cdot 6x - 0,5x = 2\cdot 360$

$2160 - 0,5x = 720$

$2159,5x = 720$

$x = \frac{720}{2159,5}$

(–)

№5

Пусть x руб. – И.И. положил в один из банков
y руб. – во 2-ой из банков
~~(600000 – x – y) руб. – в 3-ий~~ z руб. – он оставил дома
(600000 – x – y – z) руб. – вложил в 3-ий банк.

$2x + 3y + z + (600000 - x - y - z) \geq 600000$

Если бы И.И. вложил в каждый банк сумму равную 200000 руб., то в конце года получил бы 1000000 руб.

$2x + 3y + z \geq 600000$ (т.к. 3-ий банк сделал его банкротом)

(∓)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	CV 64-81 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сорокин

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Эдуардович

Дата рождения 21.09.1998 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2.

Рассмотрим варианты, когда $tg X$ целое: $tg X = 1$ и $tg X = 0$.

при $tg X = 1$

$k \in \mathbb{Z}$, $X = \frac{\pi}{4} + \pi k$; Проверим для $2X$, $tg 2X = tg \frac{\pi}{2}$, такого не может быть.

при $tg X = 0$

$X = \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Проверим для $2X$, $tg 2X = tg X = 0$, это подходит

Ответ: $X = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

№4.

Нам известно, что было пройдено целое кол-во минут

Узнаем, сколько в 1 минуте градусов. Длина окружности $360°$, Минутная стрелка проходит 60 минут.

$\frac{360°}{60 мин} = \frac{6°}{1 мин}$, За одну минуту стрелка проходит 6 градусов.

$\frac{360°}{12 часов} = \frac{30°}{1 час}$, За один час стрелка проходит 30 градусов.

$\frac{360°}{30°} = \frac{12°}{1°}$, За $12°$ минутной стрелки часовая проходит $1°$

Добавляем по 2 минуте и смотрим за разницей с часовой.

$\frac{12°}{1°} \to \frac{24°}{2°} \to \dots \to \frac{360°}{30°}$, обнуляем $\frac{0°}{30°} \to \frac{24°}{32°} \to \frac{36°}{33°} \to \dots \to \frac{360°}{60°}$, обнуляем.

$\frac{0°}{60°} \to \frac{48°}{64°} \to \frac{60°}{65°} \to \frac{66°}{65{,}5°} \to \dots \to \frac{360°}{90°}$, обнуляем. $\frac{0°}{90°} \to \frac{48°}{94} \to \frac{72°}{96°} \to \frac{96°}{98°}$

Разница между стрелками стала $2°$, прошло при этом 3 полных часа и $96°$ минутной стрелки. Переводим $\frac{96°}{6°} = 16$ минут.

После полудня прошло 3 часа 16 минут.

Ответ: часы стали показывать 15:16.

№5.

Представим, что у Ивана Ивановича было не 600000 рублей, а 6 рублей, для более лёгкого подсчёта.

Мы имеем три банка, рассмотрим все варианты вложения денег. Брать будем только наилучшие для Ивана Ивановича.

увел в 2р	увел в 3р	разорился	Иван Иванович	Получит.
0	0	1	5	5
0	0	2	4	4
0	0	3	3	3
0	0	4	2	2
0	0	5	1	1
0	0	6	0	0
1	0	1	4	6
2	0	2	2	6
3	0	3	0	6
1	1	2	2	7
1	1	3	1	6
1	1	4	0	5
2	1	2	1	8
1	2	3	0	7
1	2	0	3	5
1	3	0	2	4
1	4	0	1	3
1	5	0	0	2
2	3	0	1	5
2	4	0	0	4
1	1	1	3	8
2	2	2	0	10 — максимум

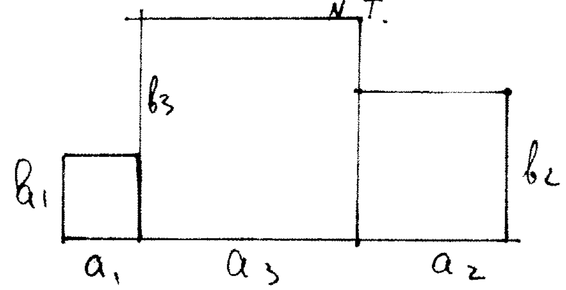
Ответ: Самым выгодным будет разложить в каждый банк по 200000 рублей, тогда в итоге Иван Иванович получит 1000000 рублей.

№1

Если взять любые 4 линии, то среди них точно ~~будут те, которые ведут в города М. и П.~~ ⊖
будет та, которая ведет в город М. и та, которая ведет в поселок П.

Значит, число линий может быть меньше 5, а если их будет больше 5, то линии, которые ведут в М. и П. будут обязательно.

№7.



a_1, a_2, a_3 – арифм. прогрессия.
b_1, b_2, b_3 – геометр. прогрессия.

Известно, $a_1 + a_3 + a_2 = 30$ дм.

$a_1 + a_1 + 2d + a_1 + d = 30$ дм

$3(a_1 + d) = 30$ дм

$a_2 = 10$ дм.

$b_2 = \frac{60}{10} = 6$ дм.

$a_1 \cdot b_1 = 15$ дм^2.

$a_2 \cdot b_2 = 60$ дм^2.

$a_3 \cdot b_3 = 180$ дм^2

Длина 2-го по размерам прямоугольника = 10 дм, а высота 6 дм.

$a_1 b_1 \cdot a_3 \cdot b_3 = 15 \cdot 180.$

$b_1 \cdot b_3 = b_2^2 = 36.$

$b_1 \cdot b_3 = 36.$

~~$a_1 \cdot b$~~ $a_1 \cdot a_3 \cdot 36 = 15 \cdot 180$

$a_1 \cdot a_3 = 75. \quad a_1 = \frac{75}{a_3}.$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{75}{a_3} \\ a_1 = a_2 - d \end{cases}$$

$\frac{75}{a_3} = 10 - d.$

$\frac{75}{a_2 + d} = 10 - d$

$75 = (10 - d)(10 + d)$

$75 = 100 - d^2$ $\quad a_1 = 10 - 5 = 5$ $\quad b_1 = \frac{15}{5} = 3$ дм

$d^2 = 100 - 75$ $\quad a_3 = 10 + 5 = 15$ $\quad b_3 = \frac{180}{15} = 12$ дм

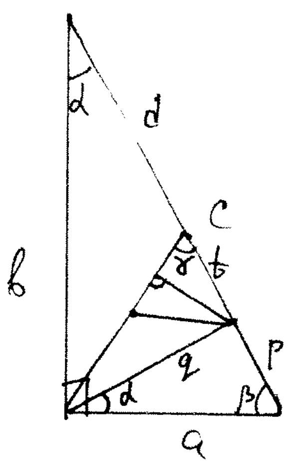
$d = 5$

+

Длина 1 прямоугольника = 5 дм, высота 3 дм. Ответ: $a_1 = 5$ дм, $a_3 = 15$ дм, $b_1 = 3$ дм, $b_3 = 12$ дм, $a_2 = 10$ дм, $b_2 = 6$ дм

Длина 3 прямоугольника = 15 дм, высота 12 дм.

~~№7~~ №6.



$\alpha = \frac{11\pi}{24}$ $\qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

$c = 640$; $d = t + p = 320$

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\qquad \cos\alpha = \frac{q}{a}$

$a = \sin\alpha \cdot c$ $\qquad q = \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot c$

$p = \sin^2\alpha \cdot c$

$t = c - \sin^2\alpha \cdot c - d = c(1 - \sin^2\alpha) - d = c \cdot \cos^2\alpha - d$

$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\cos\alpha \cdot \sin c}{\cos^2\alpha\, c - d}$

$\operatorname{tg}^2\gamma + 1 = \frac{1}{\cos^2\gamma}$

$\cos^2\gamma = \frac{(\cos^2\alpha\, c - d)(\cos^2\alpha \cdot c + d)}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha \cdot c^2 + (\cos^2\alpha \cdot c - d)(\cos^2\alpha\, c + d)}$

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112.	шифр: НЯ 71-10 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ СОТНИКОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО ВИТАЛЬЕВИЧ

Дата рождения 31.01.1998 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

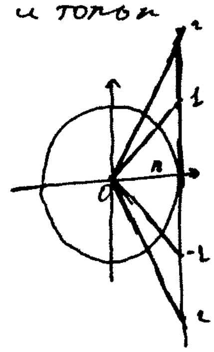
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЧЯ 71-10

№2.

$tg x$ и $tg 2x$ будут целыми числами тогда и только тогда, когда ... ~~$x = \frac{\pi}{2}k$, где k - целое число~~



Возьмем единичную окружность и рассмотрим много прямоугольных треугольников

$tg x = 0$, $x = 0$ $\qquad$ $tg 2x = 0$ $x = 0$

$tg x = 1$, $x = \frac{\pi}{4}$ $\qquad$ $tg 2x = 1$ $x = \frac{\pi}{8}$

$tg x = -1$, $x = -\frac{\pi}{4}$ $\qquad$ $tg 2x = -1$ $x = -\frac{\pi}{8}$

$tg 2x = 2$ $x = \frac{arctg 2}{2}$

$tg x = 2$, $x = arctg 2$ $\qquad$ $tg 2x = -2$ $x = -\frac{arctg 2}{2}$

$tg x = -2$, $x = -arctg 2$ $\qquad$ $tg 2x = 4$ $x = \frac{arctg 4}{2}$

$tg(x) = 3$, $x = arctg 3$ $\qquad$ $tg 2x = -4$ $x = -\frac{arctg 4}{2}$

$tg(x) = -3$, $x = arctg 3$

При увелич. $tg x$, $tg 2x$ - целые и при $tg x \in Z$, $tg 2x \in Z$, так не и при увелич. $tg x$, $tg 2x$ ...

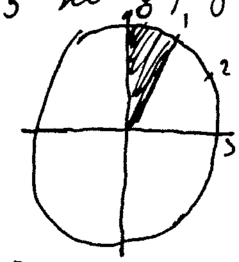
Значит значение $x = 0$

$2015^0 = 1$

Ответ: ~~...~~ 1. при $x = 0$, $2015^{tg x} = 1$.

+

№4. Т.к. в условии сказано, что это произошло впервые после полуд., ~~значит~~ предположим, что это произошло в интервале от 12-13 часов, но часовая стрелка проходит в этом интервале в итоге от „$\frac{\pi}{2}$" до „$\frac{\pi}{3}$" на окружности



Значит, это произошло с 12:00 до 12:05.

Проверим положение минутной стрелки в интервале от 12:00, до 12:05.

в 12:00 минутная и часовая стрелка лежат друг на друге.

в 12:01 ~~секунд~~ минутная отклонилась от 12:00 на 6°

а минутная в этот момент отклонилась на $\frac{1}{60} \cdot 30° = 0{,}5°$

Значит мое предположение не верно с интервалом от 12:00 до 12:05.

Мы поняли что часовая стрелка в минуту отклоняется на 0,5°, а минутная на 6°

Предположим что это произошло в интервале от 13:05 до 13:07.

но в этом случае снова не нужные 2° между стрел.

Пусть это было в интервале 14:10 до и т.п.

но в этом случае в 14:11 угол 0,5°

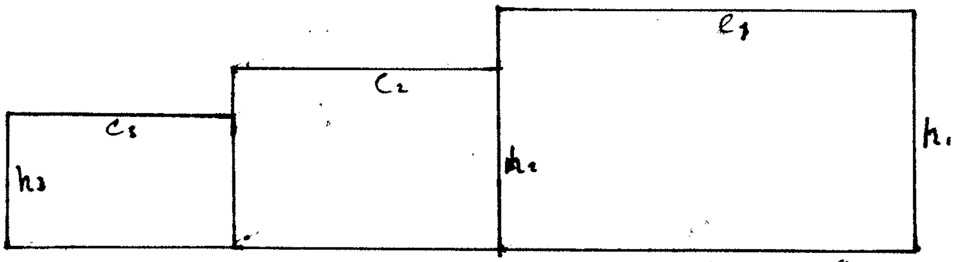
в 15:16 угол 2° потому, что часовая сдвинулась на 8° от положения 15:00

а минутная на 96 от 15:00 и на 6° от 15:15, в 15:16 угол 2°. Ответ: 15:16.

+

Лист 01 из 04

№7.



пусть l_1, l_2, l_3 - это длины пьедесталов „1", „2" и „3" мест соответственно
а, h_1, h_2, h_3 - это высота пьедестала „1", „2" и „3" мест соответств
Из условия:

$$\begin{cases} h_3 \cdot l_3 = 15 \\ h_2 \cdot l_2 = 60 \\ h_1 \cdot l_1 = 180 \\ \cancel{(l_1+l_2+l_3)\cdot 2 + h_1 + (h_1-h_2) + (h_2-h_1) + h_1 = 30}\ l_3+l_2+l_1 = 30 \end{cases}$$

(1) $\begin{cases} h_3 \cdot l_3 = 15 \\ h_2 \cdot l_2 = 60 \\ h_1 \cdot l_1 = 180 \\ \cancel{h_1 + l_1 + l_2 + l_3 = 15}\ l_3+l_2+l_1 = 30 \end{cases}$ из 3 (4)

так же мы знаем, что $\begin{cases} l_3 = a \\ l_2 = a+d \\ l_1 = a+2d \end{cases}$

+

и $\begin{cases} h_3 = b \\ h_2 = bq \\ h_1 = bq^2 \end{cases}$

перепишем систему (1) с условием:

$$\begin{cases} b \cdot a = 15 \\ bq(a+d) = 60 \\ bq^2(a+2d) = 180 \\ 3a + 3d = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{15}{a} \\ q(a+d) = 4a \\ q^2(a+2d) = 12a \\ \cancel{15q^2 + 3a^2 + 3da = 15a} \\ 3a + 3d = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{15}{a} \\ q(a+d) = 4a \\ q^2(a+2d) = 12a \\ d = 10 - a \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{15}{a} \\ a = 2,5q \\ a = 10-d \\ q^2 = \frac{12a}{20-a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ d = 5 \\ b = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$l_3 = 5+5 = 10$
$l_2 = 5+10 = 15$
$l_1 = 5+15 = 20$

$h_3 = 3$
$h_2 = 3 \cdot 2 = 6$
$h_1 = 3 \cdot 4 = 12$

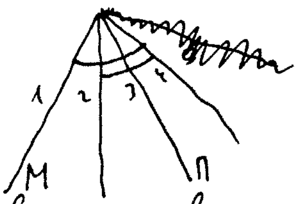
Ответ: длины 10, 15, 20, а высоты 3, 6, 12.

1) ① ~~Нет~~ Да, может, например четыре.

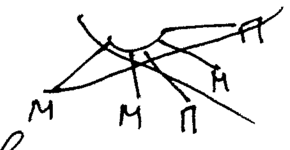
Из этих четырех есть хотя бы одна ведущая по пригороду города М и и по пригороду поселка П.

~~Допустим.~~ Возьмем ~~12 линий в них хотя бы четыре ведут в пригород города М и хотя бы 3 ведут в пригород города~~

Возьмем ~~5 линий, хотя бы одна ведет в М и хотя бы одна в П.~~

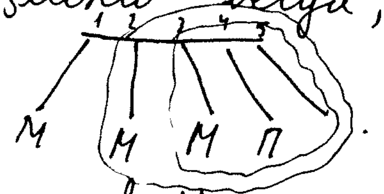


② ~~Не всегда возможно. Значит невозможно. Мы знаем, что из четырех хотя бы одна идет в поселок П, но и все четыре могут идти в поселок П, так же мы знаем, что из трех хотя бы одна идет по пригороду города М, но может выйти, что все три идут не пригород города М. Пример: из 5, три идут в М и два в П.~~



② ~~Всегда воз~~

Возможно всегда, если мы берем пять:



Т.к. либо случае из трех одна ведет в М и из четырех одна ведет в П

И одна не входящая ни в М, ни в П.

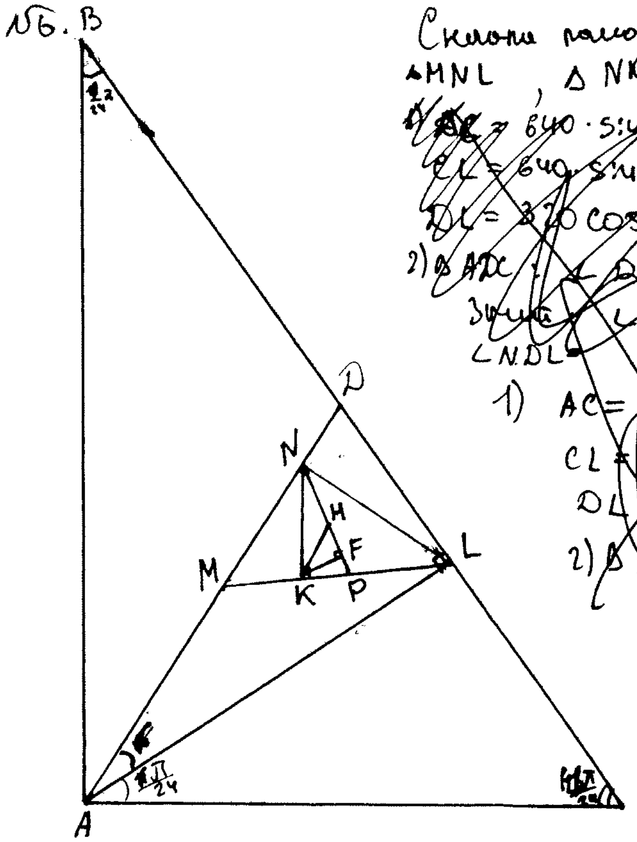
Если всего n линий, но в М ведут n div 3+1, а в П n div 4+1, значит при любых $n \geq 5$ это возможно.

~~Это возм~~

Отв: да, возможно, да возможно.

(+)

№6.



Сначала рассмотрим △ABC, затем △ADL, затем △MNL, △NKP и △KHF.

~~1) $AC = 640 \cdot \sin\left(\frac{11\pi}{24}\right)$~~

~~$CL = 640 \cdot \sin^2\left(\frac{11\pi}{24}\right)$~~

~~$DL = 320 \cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$~~

~~2) △ADC: $\angle DAC = \frac{13\pi}{24}$~~

~~значит $\angle DAL = \frac{\pi}{12}$~~

~~$\angle NDL$~~

~~1) $AC = 640 \cdot \sin\frac{\pi}{24}$~~

~~$CL = 640 \cdot \sin^2\frac{\pi}{24}$~~

~~$DL = 320 \cos\frac{\pi}{12}$~~

~~2) △ADC: $\angle DAC = \frac{11\pi}{24}$~~

~~значит: $\angle DAL = \frac{5\pi}{6}$~~

1) в △ABC: ~~опущена медиана~~ $AD = \frac{1}{2} BC = 320$

2) в △ADL: $LM = \frac{1}{2} BC = 160$

3) в △MNL: $NP = \frac{1}{2} ML = 80$

4) в △KHF: $KH = \frac{1}{2} NP = 40$

Аллея-гипотенуза 5-го треугольника равна 40м

△KHF ~ △BCA (по углам)

$K = \frac{1}{5}$

$$\frac{S_{KHF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{25}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin\left(\frac{11\pi}{24}\right)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} 640 \cdot 640 \cdot \cos\frac{11\pi}{24} \cdot \sin\frac{11\pi}{24}.$$

$$25 S_{KHF} = S_{ABC}$$

$$25 S_{KHF} = 320 \cdot \sin\frac{11\pi}{24}.$$

$$S_{KHF} = \frac{64 \cdot \sin\frac{11\pi}{24}}{5}$$

Ответ: аллея-гипотенуза равна 40м, $S = \frac{64 \cdot \sin\frac{11\pi}{12}}{5}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7112
шифр	BF50-91

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ СТАРОВА

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО НИКОЛАЕВНА

Дата рождения 31.12.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

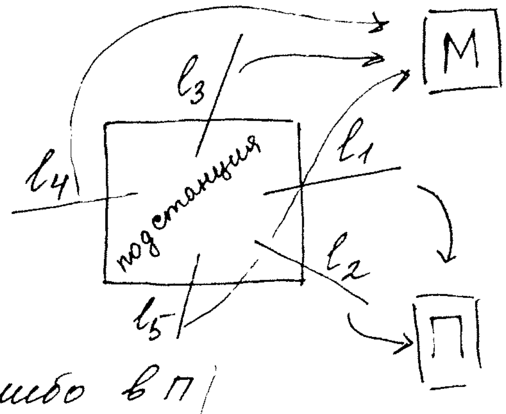
Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Стар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1.



①.

n - число линий.
Может ~~ли~~ быть ~~...~~
n < 5.

n = 1 - ведет либо в М, либо в П, либо ни в М ни в П.

n = 2 - либо в М, либо в П, либо и в М, и в П, либо ни в М ни в П.

n = 3 - Обязательно в М, может вести в П, либо ни в П.

n = 4 - (может) и в М, и в П обязательно.

②. Из $5^{ти}$ линий две ведут в П

1) Возьмем 4 линии ~~из~~ 5 ти, там есть линия, ведущая в П. Пусть l_1

2) Возьмем другие 4 линии, в них есть линия, пусть l_2, и $l_2 \neq l_1$. l_2 ведет в П.

3) Т.к. одна и та же линия не может вести ~~в оба пасаже~~ и в М, и в П, то среди любых трех линий, пусть это будут l_3, l_4, l_5, $\exists$ l_3, которая ведет в М.

4) Возьмем другие три, пусть l_2, l_4, l_5. Среди них $\exists$ l_4, которая ведет в М.

5) Возьмем другие три, пусть это будут l_1, l_4, l_5 Среди них ~~есть~~ $\exists$ l_5, которая ведет в М.

Следовательно нет линий, которые не ведут ни в М, ни в П. Ответ: ① может ② нет.

N2.

$tg\,x$ $\qquad tg\,2x \qquad 2015^{tg\,x}$

$$tg\,2x = \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x}$$

$$m = \frac{2n}{1-n^2}$$

$m(1-n^2)=2n$

$m - n^2m - 2n = 0 \,|\cdot(-1)$

$mn^2 + 2n - m = 0.$

$n = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+m^2}}{m}$, $\sqrt{1+m^2}$ должно быть целым числом.

$1+m^2 = k^2$, $\underline{k>m}$

$k^2 - m^2 = 1$

$(k-m)(k+m) = 1$

$+\begin{cases} k-m=1 \\ k+m=1 \end{cases}$

$2k = 2$

$k=1 \Rightarrow m=0 \Rightarrow n=0.$

$tg\,x = 0$, $x = \pi k$, $k \in Z$.

$2015^0 = 1.$

Ответ: 1.

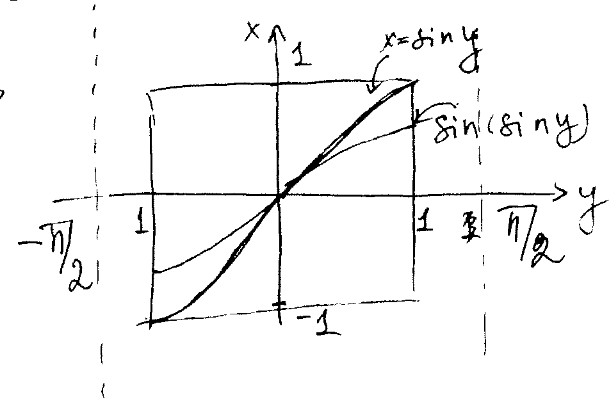
+

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$|x| \leq 1 \qquad |y| \leq 1.$

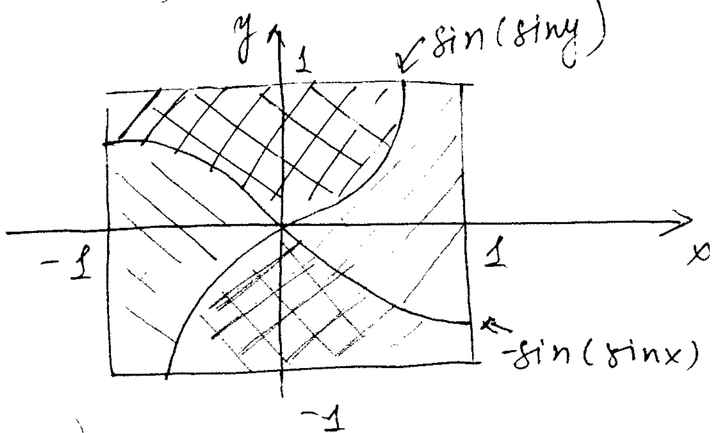
$\begin{cases} \sin y = \arcsin x \\ x = \sin(\sin y) \end{cases} \Rightarrow$



Аналогично:

$\begin{cases} -\sin x = \arcsin y \\ \arcsin y = -\sin x \end{cases}$

$y = -\sin(\sin x)$



$\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \arcsin y \geq -\sin x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \sin(\sin y) \\ y \geq -\sin(\sin x) \end{cases}$

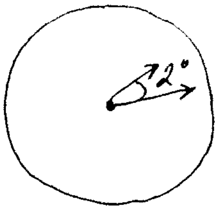
$\begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \arcsin y \leq -\sin x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \sin(\sin y) \\ y \leq -\sin(\sin x) \end{cases}$

В силу симметрии в 4 фигуры одинак. $\Rightarrow$

$S = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2.$

Ответ: 2.

№4.



n - число минут

$1 \text{ мин} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$

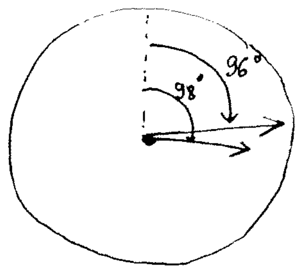
$1 ч = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$, $60 м = 30$, $\frac{n}{2}$.

$6n - \frac{n}{2}$ - расстояние между стрелками в течение $1^{го}$ оборота.

	минутная стрелка впереди	часовая стрелка впереди.
после 1го оборота	$6n - (\frac{n}{2} + 30) = 2$ $6n - \frac{n}{2} - 30 = 2 \mid \cdot 2$ $11n = 64$ $\varnothing$	$\frac{n}{2} + 30 - 6n = 2 \mid \cdot 2$ $56 = 11n$ $\varnothing$.
после 2го оборота	$6n - (\frac{n}{2} + 60) = 2$ $6n - \frac{n}{2} - 60 = 2 \mid \cdot 2$ $11n = 124$ $\varnothing$	$\frac{n}{2} + 60 - 6n = 2 \mid \cdot 2$ $116 = 11n$ $\varnothing$
после 3го оборота	$6n - (\frac{n}{2} + 90) = 2$ $6n - \frac{n}{2} - 90 = 2 \mid \cdot 2$ $11n = 184$ $\varnothing$	$\frac{n}{2} + 90 - 6n = 2 \mid \cdot 2$ $176 = 11n$ $n = 16$

минутная стрелка $= 16 \cdot 6^\circ = 96^\circ$

часовая стрелка $= 90^\circ + \frac{16}{2} = 98^\circ$.



15ч. 16м.

Ответ: 15ч. 16 мин. +

№5.

x_1 в $1^й$ банк $\to 0x_1 = 0$

x_2 во $2^й$ банк $\to 2x_2$

x_3 в $3^й$ банк $\to 3x_3$.

Прибыль через год: $P = 2x_2 + 3x_3$

Самый плохой случай, если

$$\begin{cases} x_1 > x_2 + x_3 \\ x_2 > x_3 \end{cases}$$

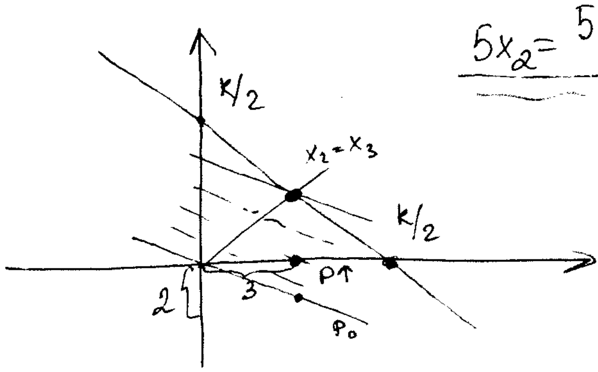
След. условия ограничения: $\begin{cases} x_1 > x_2 + x_3 \\ x_2 > x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \le k \end{cases}$, где

k - капитал.

$P_{max} = 2x_2 + 3x_3 \to max$.

$5x_2 = 5\frac{k}{4}$?

Отсюда: $\begin{cases} x_2 + x_3 \le \frac{k}{2} \\ x_2 \geq x_3 \end{cases}$



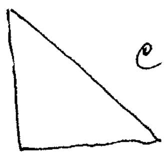
$P_{max} = 5x_2 = 5\frac{k}{4} =$

$= \frac{5}{4} \cdot 6 \cdot 10^5 = 750\,000$.

Ответ: 750000 р.

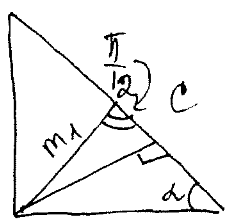
№6.

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$



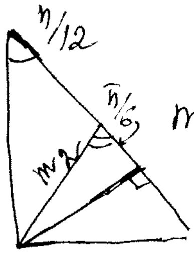
$c = 640$ м

(1)



$m_1 = \frac{c}{2}$

(2)



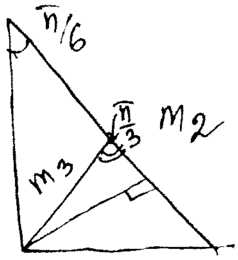
m_1

$m_2 = \frac{m_1}{2} = \frac{c}{4}$

m - медиана

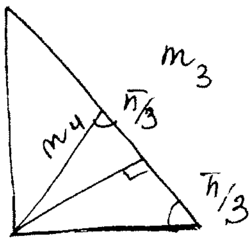
c - гипотенуза.

(3)



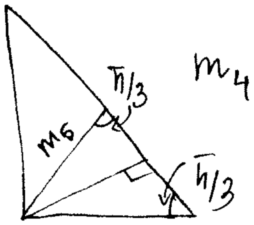
$$m_3 = \frac{m}{2} = \frac{c}{8}$$

(4)



$$m_4 = \frac{m_3}{2} = \frac{c}{16}$$

(5)



$$m_5 = \frac{m_4}{2} = \frac{c}{32} = \frac{640}{32} = 20$$

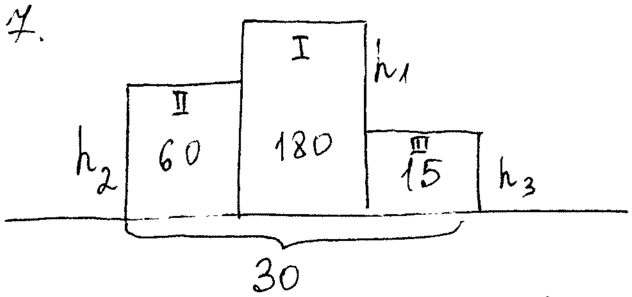
(+)

$$S_5 = \frac{1}{2} m_5^2 \cos\frac{\pi}{3} \sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} 400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}.$$

Ответ: $m_5 = 20$ (длина малой гипотенузы 5-го тр-ка).
$S_5 = 50\sqrt{3}$ (площадь 5-го тр-ка).

верный проход

№7.



$\div\div$ h_3, h_2, h_1 $\qquad h_2^2 = h_1 h_3$

$\div$ a_3, a_2, a_1 $\qquad a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$

$2a^2 = a_1 + a_3$.

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$3a_2 = 30$

$a_2 = 10 \Rightarrow h_2 = 6$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 + a_3 = 20 \\ h_1 h_3 = 36 \end{cases} \\ h_1 a_1 = 180 \\ h_3 a_3 = 15 \end{array}\right.$$

$$h_1 = \frac{180}{a_1}$$

$$h_3 = \frac{15}{a_3}$$

$$\frac{180 \cdot 15}{a_1 \cdot a_3} = 36$$

$$a_1 \cdot a_3 = 75$$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 20 \\ a_1 a_3 = 75 \end{cases}$$

$$t^2 - 20t + 75 = 0$$

$$t_1 = 15 \qquad t_2 = 5$$

$$\begin{array}{cccc} \div & 5 & 10 & 15 \\ & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel \\ & a_3 & a_2 & a_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \div & 3 & 6 & 12 \\ & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel \\ & h_3 & h_2 & h_1 \end{array}$$

+

Ответ: Размер II (10; 6)
Размер I (15; 12)
Размер III (5; 3).

Выдан 1 дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

207		bF 60-77
№ группы	Вариант № 1092	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Статкевич

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 22.10.1999 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный этап

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

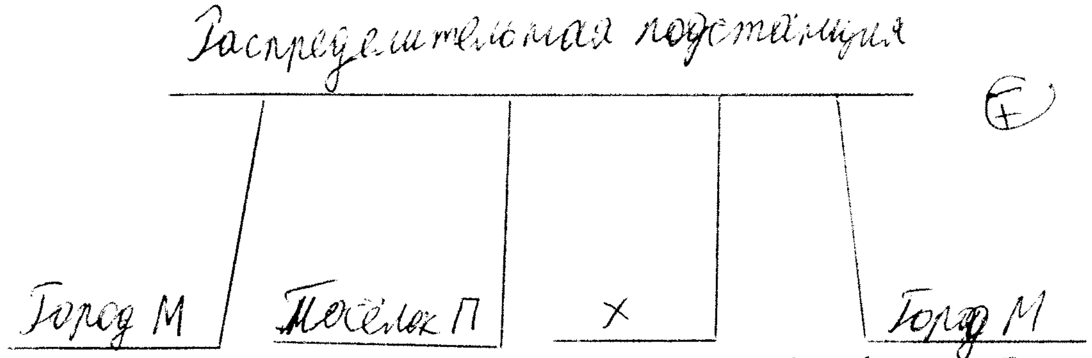
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF60-77

№1



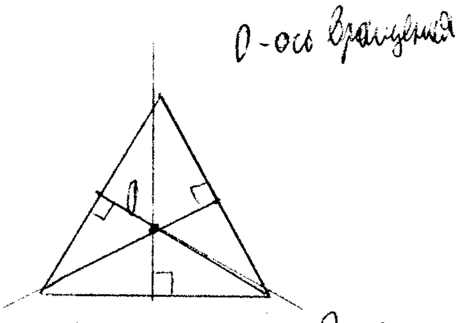
(+)

Да может быть меньше 5, ~~бер~~ взяв любые 3 линии, будет одна обязательно в город М на предприятие, а если возьмём 4 линии, то хотя бы одна ведёт в поселок П.

Ответ: да, может

№2

Вращаясь, треугольник будет образовывать окружность, для того, чтобы ~~она бы~~ ее площадь была наименьшей, нужно чтобы она проходила через вершины треугольника. Для построения этой окружности нужно провести серединные перпендикуляры ее сторон треугольника, точка пересечения будет являться центром окружности и осью вращения.



Ответ: через точку пересечения серединных перпендикуляров

(+)

№4

Составим таблицу, где v $\frac{град}{мин}$ скорость движения стрелок

	V
минутная	6 $\frac{град}{мин}$
часовая	0,5 $\frac{град}{мин}$

1) $360° : 60\text{ мин} = 6\ \frac{град}{мин}$

2) $360° : 12 = 30°$

$30° : 60 = 0,5\ \frac{град}{мин}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮF 60-77

В первые минуты между часовой и минутной стрелкой не могло быть 2°, чтобы выполнялось условие, так за 1 минуту, у них было уже разница 6° - 0,5° = 5,5°

В следующем часу этого не может случатся из-за того же самого, что когда между ними 2°, то количество минут не целое:

минутная	0°	30°	36°
часовая	30°	32,5°	33°
t, мин	0	5 мин	6 мин

В следующем часу:
Аналогично как и в первых двух не выполняется условие:

минутная	0°	60°	66°
часовая	60°	65°	65,5°
t, мин	0	10	11

+

В интервале между 3 и 4 часами после полудня 4 час выполняется данное условие:

минутная	0°	90°	96°
часовая	90°	97,5	98°
t, мин	0	15	16

98° - 96° = 2°

Это произойдет в 3:16 после полудня

Ответ: часы показывают 3:16 после полудня в первый раз.

№5

При самом плохом событии получить максимальную прибыль, можно рассмотреть из двух вариантов:
1) распределить все деньги поровну между 3-мя банками
2) распределить все деньги поровну между 3-мя банками и дачам?

1)

		было	стало
I банк	2x	200000	400000
II банк	0	200000	0
III банк	3x	200000	600000

Итог: 1000000 рублей

1) > 2)

2)

		было	стало
2x	I банк	150000	300000
3x	II банк	150000	450000
0	III банк	150000	0
x	дач	150000	150000

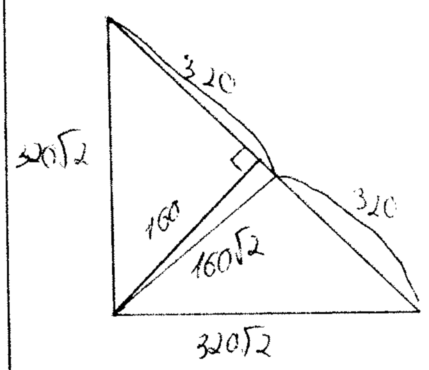
Итого 900000

Неполное объяснение

±

Ответ: положить во все банки по 200000 рублей, через год он получит 1000000 рублей.

№6



Найдя катеты треугольника, а потом ~~в~~ у второго гипотенузу и медиану, находим коэффициент подобия, т.к. они ~~равны~~ подобны по 2 углам

$k=\sqrt{8}=\frac{640}{160\sqrt{2}}$?

Теперь найдём площадь ~~и~~ 5 треугольника, она в $5k^2$ меньше $\cancel{S=\frac{640}{5\sqrt{8}^2}}$ $= S_5=\frac{\frac{1}{2}\cdot 320\sqrt{2}\cdot 320\sqrt{2}}{2\cdot 5\cdot\sqrt{8}^2}=\frac{320\cdot 320}{5\cdot 8}=$

$=3,125$

$S_5=3,125$

$S_5=\frac{1}{2}a^2=3,125$

$6,25=a^2$

$a=2,5$

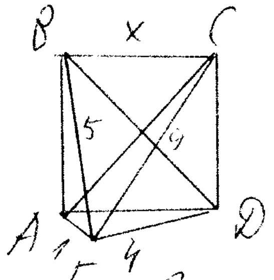
$\sqrt{a^2+a^2}=2,5\sqrt{2}$

Ответ: $S_5=3,125$, $C=2,5\sqrt{2}$

Почему катеты равны?

—

№7



Пусть сторона квадрата x, и ΔACE и ΔBED прямоугольные, их гипотенуза является диагональю квадрата, пусть $x\sqrt{2}$. Составим систему, если x будут равные, то Мюллер может верить

$$\begin{cases}25+16=2x^2\\81+1=2x^2\end{cases}\quad\begin{cases}x=\pm\sqrt{\frac{41}{2}}\\x=\pm\sqrt{41}\end{cases}$$

$\Rightarrow$ x не равняются, значит Мюллер не должен верить Штирлицу.

+

Ответ: не должен верить

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		НВ 86-96	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Вариант № 7102	шифр	

ФАМИЛИЯ Степанова

ИМЯ Марина

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 25.04.99 Класс: 10

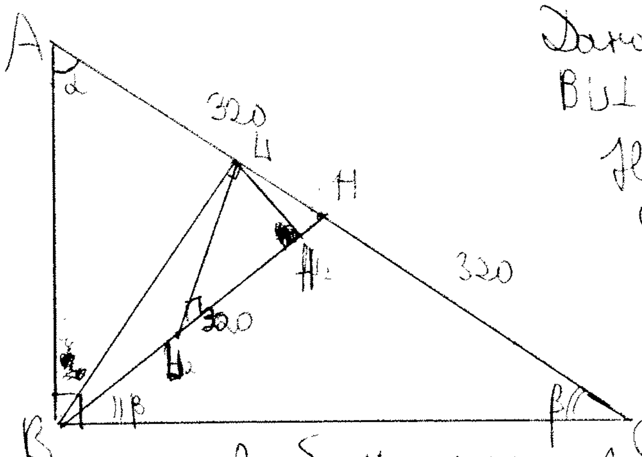
Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№6



Дано: $\triangle ABC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, $AC = 640$ м, $BL \perp AC$, BH-медиана

Найти: P_5, S_5

Решение:

BH-медиана $\Rightarrow BH = \frac{1}{2}AC = 320$ м (по св-ву прямоуг. треугольника)
BH-гипотенуза в прямоуг. $\triangle BLH$

$\triangle BHC$-равнобедренный $\Rightarrow \angle ACB = \angle HBC = 90^\circ - \alpha = \frac{1}{24}\pi$

$\angle AHB = \angle HBC + \angle HCB = 2\beta = \frac{1}{12}\pi$ (т.к. $\angle AHB$-внешний угол $\angle CHB$ $\triangle BHC$)

$\angle HBL = \frac{5}{12}\pi$

Проведём $LL_2 \perp BH$ и LH_2, где H_2-середина BH

~~Аналогично доказывается что~~

т.к. $\triangle BLH$-прямоугольный, то аналогично доказывается, что $LH_2 = \frac{1}{2}BH = 160$ м

$\angle LH_2L_2 = \angle LBH + \angle BLH_2 = \frac{2\cdot 5}{12}\pi =$

По т. Пифагора $CL = \sqrt{BC^2 - BL^2}$, $AL = \sqrt{AB^2 - BL^2}$

$\angle\alpha > \angle\beta \Rightarrow BC > AB$ (т.к. против большего угла лежит большая сторона)

$AL < CL$
$AH = CH$
$AL + CL = AH + CH$ $\Rightarrow AL < AH$

В $\triangle ALB$ $\angle ABL = 90^\circ - \alpha = \beta$
$\triangle BHC$ - равнобедр. (по определению) $\Rightarrow \angle HBC = \angle HCB = \beta$

$\angle LBH = \frac{\pi}{2} - 2\beta = \frac{5}{12}\pi$, $\angle LHB = \frac{\pi}{2} - \angle LBH = \frac{1}{12}\pi$

Проведём $LL_2 \perp BH$, LH_2 $(BH_2 = H_2H)$ $\Rightarrow LH_2 = \frac{1}{2}BH = 160$ м
LH_2-медиана прямоуг. треуг-ка, проведённая из прямого угла

Аналогично доказывается, что $BL_2 < BH_2$, $\angle L_2LH_2 = \frac{\pi}{2} - 2\angle LHB = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$, $\angle LH_2L_2 = \frac{\pi}{6}$

Если провести $L_2L_3 \perp LH_2$, и L_2H_3, где H_3-середина LH_2, то аналогично получим: $L_3H_3 = \frac{1}{2}LH_2 = 80$ м, $\angle L_3L_2H_3 = \frac{\pi}{2} - \angle LH_2L_2 = \frac{\pi}{3}$

Если повторить эту процедуру ещё 2 раза, то получим искомый прямоугольный треугольник с гипотенузой $P_5 = \frac{80}{4} = 20$ (м) и острыми углами, равными $\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{6}$ (т.к. с каждым последующим шагом длина гипотенузы уменьшается вдвое)

$S_5 = \dfrac{P_5 \sin\frac{\pi}{3} \cdot P_5 \sin\frac{\pi}{6}}{2}$

$S_5 = \dfrac{20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 20\cdot\frac{1}{2}}{2} = 50\sqrt{3}$ м²

Ответ: $50\sqrt{3}$ м²

№2

$tg x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cos x \neq 0$

$tg x \in Z \Rightarrow \sin x = n \cdot \cos x$, где $n \in Z$

$tg 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2\sin x \cos x}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}$

Подставим вместо $\sin x$ произведение n и $\cos x$

$tg 2x = \frac{2n\cos^2 x}{\cos^2 x(1-n)(1+n)}$ $\Big|:\cos^2 x$ $(\cos x \neq 0)$ +

$tg 2x = \frac{2n}{(1-n)(1+n)}$

$tg 2x = \frac{2n}{-(n^2-1)}$

$tg 2x \in Z \Rightarrow 2n \vdots (n^2-1)$

$2n = p(n^2-1)$, где $p \in Z$

$2n = pn^2 - p$

$pn^2 - 2n - p = 0$

$D = 4 + 4p^2 = 4(p^2+1)$

Если $p \neq 0$, то

$n = \frac{2+2\sqrt{p^2+1}}{2p} = \frac{1+\sqrt{p^2+1}}{p}$

$n \in Z \Rightarrow \sqrt{p^2+1} \in Z$

$p^2+1 = m^2$, где $m \in Z$

$1 = (m-p)(m+p)$

т.к. $m, p \in Z$ и $m > p$: $m-p=1$, $m+p=1$; $m-p=m+p$, $p=0$

~~Значит, $n=0$ (т.к. $2n = p(n^2-1)$)~~

Значит, при $p \neq 0$ не существует таких $n \in Z$, что $2n = p(n^2-1)$, то есть $tg 2x \in Z$

Если $p=0$, то $n=0$

$\sin x = n \cos x$

$\sin x = 0$ $x = \pi k, k \in Z$

Проверка: Если $x = \pi k$, $k \in Z$, то $tg x = 0$, $tg x \in Z$; $tg 2x = 0$, $tg x \in Z$

Ответ: $x = \pi k, k \in Z$

№7

Пусть a_1 дм – наименьшая длина ступени, a_3 дм – наибольшая длина, а $a_1 < a_2 < a_3$, a_1, a_2, a_3 – арифметическая прогрессия

Тогда, $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{(a_1+a_3)n}{2} = \frac{(a_1+a_3)3}{2} = 30$ дм

$a_1 + a_3 = 20$ дм (1)

$a_2 = 10$ дм

Т.к. ступень с наименьшей длиной имеет наименьшую высоту, то $a_1 b_1 = 15$ дм^2 (2), где b_1 – высота наименьшей ступени

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НВ 86-96

b_1, b_2, b_3 – возрастающая геометрическая прогрессия, которую образуют высоты ступеней.

Пусть ступень со средней длиной имеет среднюю высоту $b_2 = b_1 q$

Тогда её площадь тоже будет средняя и равна 60 дм²

$b_2 \cdot a_2 = 60$

$10 b_1 q = 60$

$b_1 q = 6$

Площадь наибольшей ступени: $a_3 \cdot b_3 = 180$

$a_3 \cdot b_1 \cdot q^2 = 180$

Выразим a_3 из равенства (1), а a_1 – из равенства (2), получим

$\cancel{b}\, q \cdot (20 - \frac{15}{b_1}) \cdot b_1 q = 180$

$b_1 q = 6$ (доказано ранее) $\Rightarrow 20q - \frac{15q}{b_1} = 30$

$\frac{20 b_1 q - 15 q}{b_1} = 30$

$120 - 15q = 30 b_1 \mid :15$

$\begin{cases} 8 - q = 2b_1 \\ q = \frac{8 - 2b_1}{\cancel{8}} \\ b_1 q = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2b_1^2 - 8b_1 + 6 = 0 \\ b_1 q = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} b_1 = 1 \\ b_1 = 3 \end{array} \right. \\ q = \frac{6}{b_1} \end{cases}$

Если $b_1 = 1$, то $a_1 = 15$ дм, но тогда $a_1 > a_2$, что противоречит условию (a_1 – наименьшая длина ступени)

Значит, $b_1 = 3$ дм, $q = \frac{6}{3} = 2$ дм, $a_1 = 5$ дм

$a_3 = 20 - 5 = 15$ дм, $b_2 = 3 \cdot 2 = 6$ дм, $b_3 = 12$ дм

Пусть ступень со средней длиной имеет наибольшую высоту $b_3 = b_1 q^2$

Если эта ступень имеет площадь 180 дм², то $a_2 \cdot b_1 \cdot q^2 = 180$

$10 b_1 q^2 = 180$

Аналогично ~~ранее~~ разобранному случаю ~~найдем~~ выразим площадь ступени с наибольшей длиной: $(20 - \frac{15}{b_1}) b_1 q = 60$

~~$20 - \frac{15}{b_1} = 10$~~

$b_1 = (20 - \frac{15}{b_1}) b_1 q^2 = 60q$

$(20 - \frac{15}{b_1}) \cdot 18 = 60q$

$360 b_1 - 270 = 60 b_1 q$

$\begin{cases} b_1 (36 - 6q) = 27 \\ b_1 q^2 = 18 \end{cases}$ $\frac{18(6-q)}{q^2} = \frac{3}{2}$

$12 - 2q = 0{,}5 q^2$

~~$q^2 - 24q - 2 = 0$~~ $q^2 + 4q - 24 = 0$

$D = 16 + 96 = 112$

±

Итоговый ответ не найден

Лист 03 из 04

№8

Пусть n-количество часов, которые прошли после полудня $n\in Z, n\geq 0$, p-угол, на который сдвинулась часовая стрелка от положения в которой она показывала целое количество часов.

Для того чтобы сдвинуть часовую стрелку на один час (одному часу соответствует угол в 30°) ~~1 час часов 10~~, требуется повернуть минутную стрелку на 360° Значит угол, на который повернулась стрелка (~~из положения~~ относительно положения, в котором она находится, показывая целое количество часов в 12 раз больше p.

Исходя из этого, можно составить формулу для нахождения угла между стрелками: $\alpha=|30°\cdot n+p-12p|$ или $\alpha=360°-|30°\cdot n+p-12p|$ (т.к необходимо найти наименьший из углов образованный стрелками)

Подставим в первую формулу вместо α 2°:

$2°=|30°\cdot n - 11p|$

m-угол на который ~~сдвинулась~~ повернулась минутная стрелка. $m=12p$ $m\in Z$, $m\geq 0$, $m:6°$ (т.к прошло ровное число минут, а 1 минуте соответствует поворот стрелки равный 6°)

$2°=|30°n-\frac{11}{12}m|$

Если $30°n>\frac{11}{12}m$, то $2°=30°n-\frac{11}{12}m$

$m=\frac{(30°n-2°)\cdot 12}{11}$

Т.к $m\in Z$, то $30°\cdot n-2°:11$. Наименьшее n, при котором это достигается, равно 3.

Тогда $m=8\cdot 12=96°$, целое количество минут - 16

Если $30°\cdot n<\frac{11}{12}m$, то $m=\frac{(2°-30°n)12}{11}$ Если $n\geq 0$ $m<0$ что противоречит условию

Если $\alpha=360°-|30°n+p-12p|$, то $2°=360°-|30°n+p-12p|$

$358°=|30°n-\frac{11}{12}m|$

Если $30°n>\frac{11}{12}m$, то $358°=30°n-\frac{11}{12}m$

$m=\frac{(30°n-358°)12}{11}$

n не может быть больше 12 ~~т.к в этом~~ ~~противном~~ случае угол поворота ~~больше 360°~~, поэтому $m<0$, ~~что~~ противоречит ~~чего быть не может~~ условию.

Если $30°n<\frac{11}{12}m$, то $m=\frac{(358°-30°n)\cdot 12}{11}$

$358°-30°n:11$ при $n>3$, поэтому первым событие произойдет в 3 часа 16 минут (~~случай~~ случай, рассмотренный ранее)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 23-60 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Субботина

ИМЯ Наталья

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 16.03.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3 $x^2+px+q=0$. Ур-е имеет 1 корень, если $D=0$.

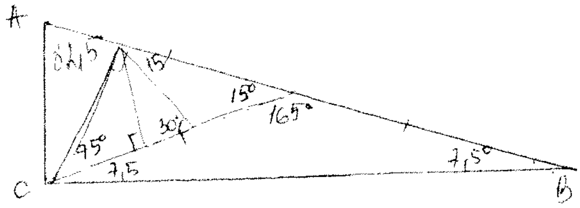
$D=p^2-4q$ $\quad p^2-4q=0$; $\quad q=\left(\frac{p}{2}\right)^2$

$D=0$, т.е. $\quad p^2=4q$;

—.

Тогда единственный корень: $-\frac{p}{2}$, а ур-е примет вид

$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=0$



№6. 1) $\lambda=\frac{11}{24}\pi = 82{,}5°$

2) След-но второй остр угол $=7{,}5°$

3) Медиана, провед. из прямого угла равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы.

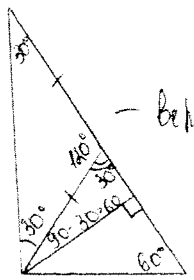
4) Для каждого прямоуг. треуг. медиана станет аналог. гипотенузой. Т.е. каждая след. медиана равна $\frac{1}{2}$ гипот, т.е. предыдущей медиан.
Таким образом 1-ая анал.-гипотенуза (медиана) равна $\frac{640}{2}=320$
2-ая - 160; 3-я - 80, 4-я - 40 и 5-ая - 20м.

5) Медиана делит прямоуг. Δ на 2 равнобедренных

6) Тогда углы первого полученного треуг. равны 75 и 15 градусов.

7) Углы 2-го треуг. 30° и 60°

8) Отсюда: углы 3-го, 4-го и 5-го треуг. равны 30 и 60°, т.к.



— верно для кажд. треуг. с углами 30° и 60° по теоремам о сумме углов Δ-ка и о сумме остр. углов прямоуг. Δ-ка.

+

9) В 5-ом треуг. гипотенуза равна 20м, а углы 30 и 60°. Отс, 1 из катетов, лежащий против угла в 30° равен $\frac{1}{2}$ гипотенузы, т.е 10м.

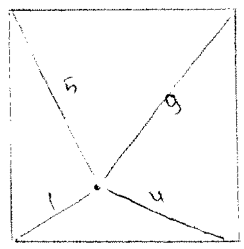
10) Второй катет найдем по теореме Пифагора. $x^2=20^2-10^2$
$x^2=400-100$
$x=\sqrt{300}$; $x=10\sqrt{3}$

11) Площадь прямоуг. Δ-ка равна полупроизв. катетов

$S=\frac{10\cdot 10\sqrt{3}}{2}$ м²; $S=50\sqrt{3}$ м²

Ответ: Анал-гипотен. = 20м.
Площадь = $50\sqrt{3}$ м²

№7.



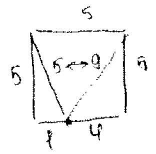
1) Пусть сторона квадрата x
2) Возьмем точку внутри квадрата и допустим что расстояния верны.
тогда мы получим 4 Δ-ка
3) По нер-ву Δ-ка, $a+b>c$; $a+c>b$; $b+c>a$
$a-b<c$; $a-c<b$; $b-c<a$

4) тогда; 1) $x<6$ (5+1) $x>4$ 2) $x<14$ (9+5) $x>4$; 3) $x<13$ (9+4) $x>5$ 4) $x<5$ $x>3$ (+)

Все это должно выполняться. Тогда получаем противоречие в п 3) и 4). $x>5$ но в то же время $x<5$.

3) Если точка лежит на вершине, то расст. равно 0. Неверно.

4) Если т. лежит на стороне квадрата, то какие-то 2 расстояния - сторона квадрата. Если это 1 и 4, то сторона равна 5, и 1 из расстояний равно 5 или 9



треуг со ст. 5, 5 и 1 не сущ-ет по нер-ву Δ
также как и со сторонами 9, 5, 4. $9>9$ - неверно.
9, 5, 1. $9>6$ - неверно
$1>5-4=1$.

5) Отс., это невозможно. Аналогично для остальных расст., т.к. треуг. будут сводиться к 1 случаю, когда точка внутри

№5. В худшем случае: сгорает наиб. сумма, вклад увелич. наим. След-но разумнее выходом будет держать в банках одинаковую сумму:

Возьмем 2 банка: Пусть в 1-ом 2x и во 2-ом 2x. (±)
Получим $4x+6x=10x$
Пусть в 1-ом банке x, в другом 3x. Получим $3x+6x=9x$
$9<10$.

След-но, наиб. выгодно в каждый банк вложить 200 тыс. т.к. наиб. сумма сгорит. Тогда через год сумма станет равна $400\,000+600\,000=1$ млн и 200 тыс. потеря.

Ответ: 1 млн. А если оставить часть дома?

№4. 1 час – 60 мин ; 1 час $= \frac{360}{12} = 30°$ т.е. v часовой стрелки $\frac{30}{60} = 0{,}5°/$мин

1 мин $= \frac{360}{60} = 6°/$мин

След-но пусть это случилось через x минут. т.е. $6x° - 0{,}5x° = 2$ –

– x - неценое шверео.

С прибавлением каждого часа, к $0{,}5x°$ прибавим 30°

решение начато.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M9F08-00		МЮ 92-19
№ группы	Вариант № 7092	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сударева

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 21.08.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ-92-19

Задача 1. Выдано 2 допол. листа

• Среди любых 3х линий обязательно есть 1, идущая в город М. ⇒ из этого мы делаем вывод, что среди всех линий только 2 (или менее) не идут в город М (в противном случае мы сможем найти 3 линии, ни одна из которых не идёт в М)

• Среди любых 4х линий обязательно есть 1, идущая в посёлок П. ⇒ из этого мы делаем вывод, что среди всех линий только 3 (или менее) не идут в посёлок П (в противном случае мы сможем найти 4 линии, ни одна из которых не идёт в П)

Обозначим кол-во всех линий за x, тогда: +

– линий, ведущих в М будет $x-2$ (или более)

– линий, ведущих в П будет $x-3$ (или более

Т.о.:

$(x-2)+(x-3)\le x$ (кол-во линий в М и П не может превосходить общее число линий)

$2x-5\le x$

$x-5\le 0$

$x\le 5$ ← Мы видим, что число всех линий может быть меньше 5.

Приведём даже пример.

Линий всего 4, из них 1 ведёт в П, 2 ведут в М, куда ведёт оставшаяся линия, нам не важно, т.к. все условия уже выполнены.

Если же число линий не меньше 5, то оно равно 5 (т.к. x не может быть более 5 см. выше)

Причём из этих 5 линий:

• $x-2=5-2=3$ линии ведут в М
• $x-3=5-3=2$ линии ведут в П

} 5 линий, каждая из которых ведёт либо в М либо в П.

Т.О. если число линий не меньше 5, то не найдутся среди этих линий такие, что не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: Да, число всех линий может быть меньше 5.
Нет, такие линии не найдутся.

Задача 4.

Для начала отметим, что:

- скорость минутной стрелки $= \frac{360^\circ}{60\text{мин}} = 6^\circ/\text{мин}$.
- скорость часовой стрелки $= \frac{360^\circ}{12\text{ч}} = \frac{30^\circ}{60\text{мин}} = \frac{1}{2}{}^\circ/\text{мин}$

$\overline{+}$

Тогда их общая скорость:

$\vartheta_{общ} = (6-\frac{1}{2})^\circ/\text{мин} = 5{,}5^\circ/\text{мин}$ (они сонаправлены)

решение неполное

Но по условию прошло целое число минут и угол между часовой и минутной стрелками составляет 2° (целое число) $\Rightarrow$ из этого мы делаем вывод, что прошло чётное кол-во минут, обозначим кол-во прошедших минут за $2x$.

Тогда нам просто нужно найти наименьшее целое решение следующего уравнения:

$$11x \equiv \pm 2 \pmod{360}$$ ← почему?

~~*****~~ А наименьшее подходящее нам решение – 98.

Тогда прошло $98 \cdot 2 = 196$ мин, т.е. на часах сейчас время 3ч 16 мин (дня)

как решалось?

Проверим:

- за 3ч 16 мин часовая стрелка продвинулась на 98° (относ. 12ч)
- за 3ч 16 мин минутная стрелка продвинулась на 1176°, т.е. она сейчас на 96° от 12ч.

$$98 - 96 = 2^\circ$$

Ответ: сейчас часы показывают 3ч 16 мин (после полудня)

Задача 2.

Ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника. Т.к. эта точка равноудалена от вершин треугольника.

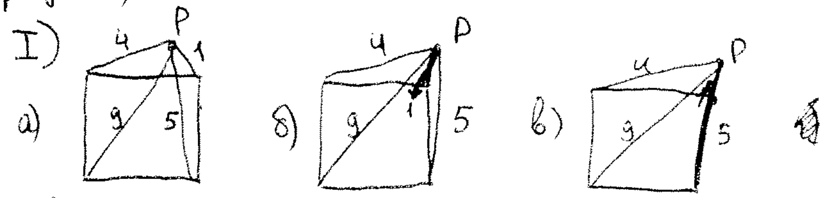
$\mp$

Ответ: через точку пересечения серединных $\perp$ов треугольника

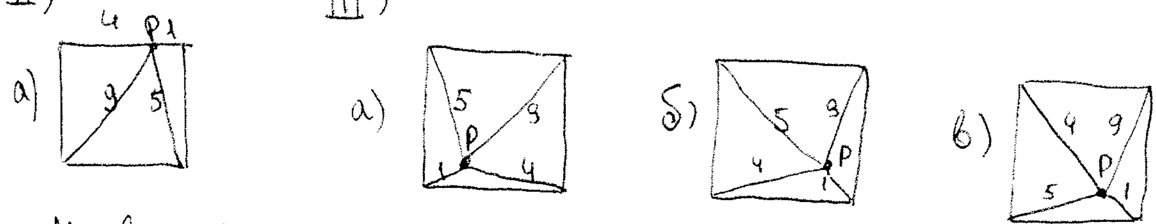
Задача 7.

Есть 3 принципиально разных случая для этой задачи: I) радиопередатчик (далее P) вне квадрата; II) P на квадрате; III) P внутри квадрата. В каждом из этих случаев есть несколько (или 1) ситуаций (тоже рассматриваем только принципиально разные):

I)



II) III)



Мы видим, что ситуация IIа невозможна, т.к. сторона квадрата получается равной 5 и одновременно 5 — расстояние от P до др вершины, являющееся гипотенузой п/у треугольника с катетом 5, что невозможно.

Так же невозможна ввиду несуществования таких треугольников ситуации Iв, IIIв, IIIб.

Для остальных же, обозначив сторону квадрата за x, выпишем неравенства треугольников:

Iа)
$3 < x < 5$
$4 < x < 6$
$4 < x < 14$
$5 < x < 13$

Iб)
$3 < x < 5$
$4 < x < 6$
$4 < x < 14$
$5 < x < 13$

IIIа)
$3 < x < 5$
$4 < x < 6$
$4 < x < 14$
$5 < x < 13$

Мы видим, что ~~и эти ситуации~~ и эти ситуации оказались невозможными.

Т.о. Мюллер не должен верить такому сообщению

Ответ: Нет, не должен.

Задача 5.

Обозначим за P_1, P_2 и P_3 – процентную ставку этих 3х банков, тогда: $P_1 = 100\%$; $P_2 = 200\%$, $P_3 = x\%$

Рассмотрев несколько случаев (в черновике) я поняла, что наилучшим исходом для Ивана Ивановича будет положить по 200.000 в каждый банк.

Недостаточное обоснование.

Тогда:

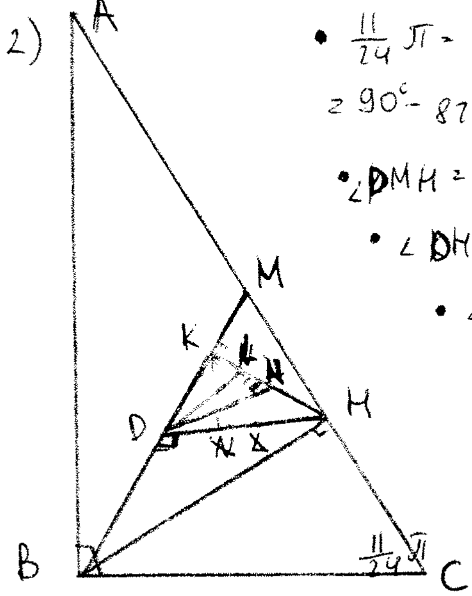
- при разорении банка с $P = 100\%$ через год у него будет 600 000 из банка с $P = 200\%$ и $\frac{x}{100} \cdot 200\,000 = 2000x$ из банка с $P = x\%$
- при разорении банка с $P = 200\%$ через год у него будет 400.000 из банка с $P = 100\%$ и $\frac{x}{100} \cdot 200.000 = 2000x$ из банка с $P = x\%$
- при разорении банка с $P = x\%$ через год у него будет 400.000 из банка с $P = 100\%$ и 600.000 из банка с $P = 200\%$, т.е. всего 1000.000

Нет окончательного ответа.

Задача 6.

1) Медиана, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы $\Leftrightarrow$ гипотенуза каждого следующего прямоугольного треугольника в 2 раза меньше гипотенузы предыдущего.

2)



- $\frac{11}{24}\pi = \frac{180^\circ}{24} \cdot 11 = 82{,}5^\circ \Leftrightarrow \angle C = 82{,}5^\circ \Leftrightarrow \angle A = \angle ABM\ (AM = MB) = \angle HBC = 90^\circ - 82{,}5^\circ = 7{,}5^\circ \Leftrightarrow \angle MBH = 90^\circ - \angle ABM - \angle MBC = 90^\circ - 15 = 75^\circ$
- $\angle DMH = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ \Leftrightarrow \angle DHM = \angle MBH = \angle KHB = 75^\circ$ $(BD = DH)$
- $\angle DHK = 90^\circ + \angle MHD + \angle KHB = 60^\circ \Leftrightarrow \angle DKH = 30^\circ$
- $\angle HDL = \angle KHD = 60^\circ$ $(DL = LH)$ $\Leftrightarrow \angle DLH = 60^\circ \Leftrightarrow \angle LDH = 30^\circ$

мы замечаем, что все последующие треугольники будут иметь углы, равные $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ →

Т.о. нам надо узнать длину гипотенузы 5го треугольника

I	гип-за:	II
1	640	
2	320	1
3	160	2
4	80	3
5	40	4
	20	5

В задаче не оговорено считать ли изначальный треугольник первым (I) или же 1м треугольником считать Δк, образованный 1ми медианой и высотой (II). Поэтому я рассмотрю 2 случая.

+

I) гип-за 5го Δ = 40

⇓

катет, лежащий напротив угла в $30° = 20$ ⇒

другой катет (по теор. Пиф.) $= \sqrt{1600-400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$

S п/у треугольника $= \frac{1}{2}$ произведения катетов ⇒

⇒ $S_\Delta = 20\sqrt{3} \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} = 200\sqrt{3}$ Ответ: гип-за = 40
$S_\Delta = 200\sqrt{3}$

II) гип-за 5го Δ = 20

⇓

катет, лежащий напротив угла в $30° = 10$ ⇒

другой катет (по теор. Пиф.) $= \sqrt{400-100} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

$S_{5\Delta} = 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 50\sqrt{3}$ Ответ: гип-за = 20
$S_\Delta = 50\sqrt{3}$

Задача 3

$x^2 + px + q = 0$ - один корень ⇒ $D = 0$

–

$p^2 - 4q = 0$ ⇒ $q = \frac{p^2}{4}$

$x^2 + px + q = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$

$x = -\frac{p}{2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
шифр	BF 17-63

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ СУРЖИКОВ

ИМЯ ВАЛЕНТИН

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 13.04.97 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

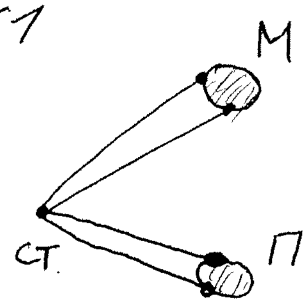
Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

а)

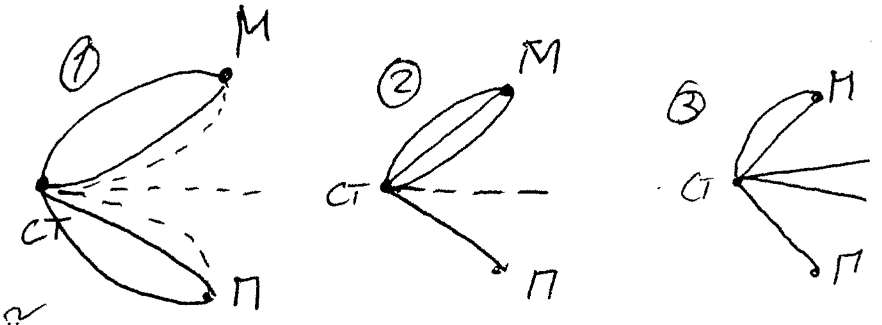


Условие:

1) Число всех линий должно быть больше 3, т.к. среди любых 3 линий хоть одна ведет в М. и среди любых 4 одна ведет в П.

2) Если предположить, что общее число линий меньше пяти, то учитывая условие 1) можно придти к выводу, что их 4. Перебирая все возможные варианты комбинаций 4 линий находим ~~единственно~~ возможный (рисунок а)), когда в пункт М и П ~~не~~ идут по 2 линии.

б)

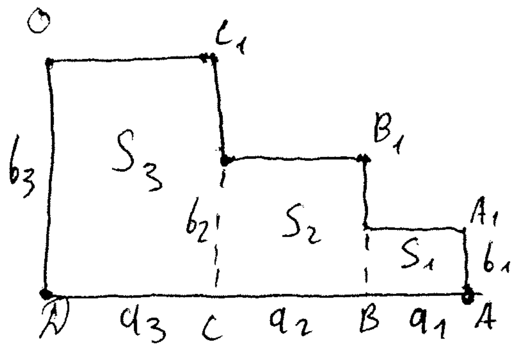


1) Предположим, что количество линий превосходит 4. Рассмотрим случай, когда линий 5 (рисунок б, 1) Мы выяснили одно из возможных расположений 4 линий. Достраивая пятую линию к пункту П. мы не соблюдаем условие 1), достраивая до пункта М условие соблюдается, а направив линию ни в М ни в П мы вновь не соблюдаем условие 1). Следовательно нужно уменьшить кол-во линий идущих в М или П, но во всех случаях вновь условие 1) не соблюдается (рисунки б) 2 и 3).

Следовательно даже когда 5 линий все линии должны вести либо в пункт М либо в пункт П.
С увеличением кол-во линий, ситуация не изменится.
Ответ: а) Да, может (рисунок а)) б) Нет, не найдутся.

№7.

$S_1 = 15$
$S_2 = 60$
$S_3 = 180$



1) пусть высота AA_1 первого прямоугольника $= b_1$, это первый член геометрич. прогрессии, а длина $AB = a_1$ - первый член арифм. прогрессии

2) тогда помня формулу площади прямоугольника $S = AB \cdot AA_1 = a_1 b_1$, составим систему уравнений для трех площадей. и суммы длин прямоугольников

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \\ a_3 b_3 = 180 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases};$$

Помня формулы нахождения члена геом. и арифмет. прогрессии преобразуем:

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ (a_1 + d) b_1 q = 60 \\ (a_1 + 2d) b_1 q^2 = 180 \\ 3a_1 + 3d = 30 \end{cases}; \quad \begin{cases} (10-d) b_1 = 15 \\ b_1 q = 6 \\ (10+d) b_1 q^2 = 180 \end{cases}$$

+

$$\begin{cases} \frac{6(10-d)}{q} = 15 \\ (10+d) \cdot q = 30 \end{cases}; \quad \begin{cases} 60 - 6d = 15q \\ (10+d) \cdot q = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} q = 4 - 0{,}4d \\ (10+d) \cdot 4 = 30 \end{cases}$$

$0{,}4(10+d)(10-d) = 30$; $100 - d^2 = 75$; $d^2 = 25$; $d = \begin{cases} 5 \\ -5 \text{ не подходит} \end{cases}$

Обратная замена дает: $a_1 = 5$; $b_1 = 3$; $q = 2$

3) Размеры пьедестала: длина $= 30$; высота $= b_1 \cdot q^2 = 3 \cdot 4 = 12$

Ответ: длина $= 30$; высота $= 12$.

№5

1) В самом неблагоприятном случае разорится банк в котором находится наибольшая сумма денег. Следовательно максимум выгоды можно получить, когда разница между вкладами минимальна или отсутствует полностью.

2) Следовательно, нужно распределить в три банка по 200 тысяч. Один банк разориться и 200 тысяч пропадут, но один из двух банков удвоит вклад, а другой утроит. А значит на руки вкладчик получит 1000 000 р. $(200 \cdot 2+200 \cdot 3)$

Ответ: В каждый банк по 200 тыс, на руки получит 1000000 р.

нет док-ва!

±

№2

$tg x = n$; $tg 2x = k$, где k и n – ~~простые~~ целые числа

1) $k=n=0$, отсюда $x = 0+\pi l, l \in \mathbb{Z}$

$tg x = tg 2x = 0$

2) предположим $tg x$ и $tg 2x$ могут принимать целые значения одновременно, отличные от 0.

$\frac{\sin x}{\cos x} = n$; $\frac{\sin 2x}{\cos 2x} = k$; $\frac{2\sin x \cos x}{2\cos^2 x - 1} = k$; $\sin x = n\cos x$

$\left(\frac{2\cos^2 x}{2\cos^2 x - 1}\right)\cdot n = k$; $2\cos^2 x = z$; $\frac{z}{z-1} \cdot n = k$

$\frac{z}{z-1}$ – дробное число в любом случае, значит n и k взаимно простые

3) Следовательно $tg2x$ и tgx взаимно простые, что невозможно

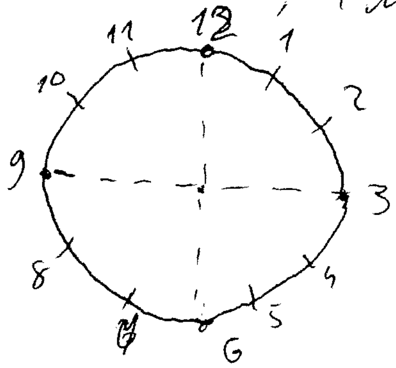
А значит $tg2x$ и tgx принимают целые значени только при $x=\pi l, l\in Z$.

4) $tgx=0$; $2015^0=1$

Ответ: $x=\pi l, l\in Z$; 1. +

№4

1) После каждого оборота минутной стрелки часовая сдвигается на 0,5°, а минутная стрелка каждую минуту сдвигается на 6°.



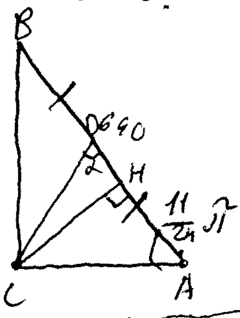
2) Следовательно каждую минуту угол между часовой и минутной стрелкой увеличивается на 5,5°

а значит нужный угол образуется после 30 оборотов, тогда угол начнет уменьшаться. Так как событие произошло впервые после полудня и прошло целое число минут, то часы показывают ~~12:57~~ 12:59

Ответ: ~~12:57~~ 12:59

—

№6.



1) Точка O - середина AB. НС ⊥ AB; В △СОН $\angle O=\frac{11}{24}\pi$; т.к. △ подобны по двум катетам. А значит чтобы найти гипотенузу 5△, нужно посчитать K пропорциональности.

$\frac{OC}{AB}=K$; $K=\frac{m_c}{AB}$; $K=\frac{\sqrt{2a^2-2b^2-c^2}}{2c}$?

$K=\frac{\sqrt{-2\cdot640^2(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)-640^2}}{2\cdot640}$; $\frac{\sqrt{-2\cos2\alpha-1}}{2}$; $\frac{\sqrt{2\cos\frac{\pi}{12}-1}}{2}$

—

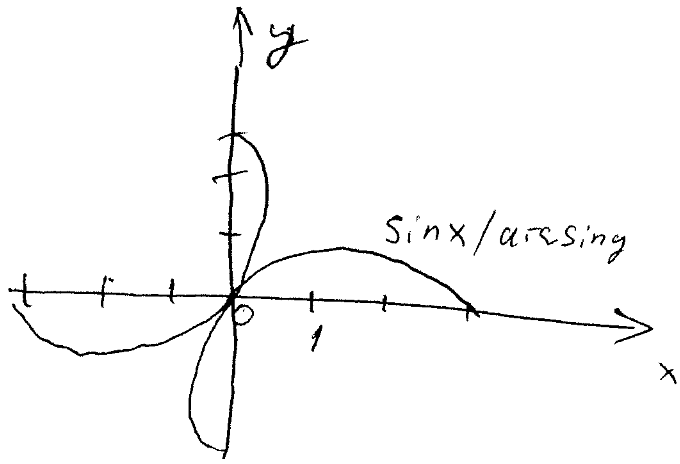
г) гипотинуза будет равна $L = \frac{AB}{K^5}$

$$\frac{1}{L} = \frac{640 \cdot 2^5}{(2\cos\frac{\pi}{12}-1)^2\sqrt{2\cos\frac{\pi}{12}-1}}; \quad L = \frac{(2\cos\frac{\pi}{12}-1)^{2,5}}{2^5 \cdot 640}.$$

№ 3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$; равносильно системе совокупностей

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x > 0 \\ \sin x + \arcsin y > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x < 0 \\ \sin x + \arcsin y < 0 \end{cases} \end{array}\right. ; \\ \begin{cases} \sin x = -\arcsin y \\ \sin y = \arcsin x \end{cases} \end{array}\right.$$



$x = \sin y$ и $y = \arcsin x$ совпадают на промежутке

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 22-75

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ТАДЕВОСЯН

ИМЯ МИХАИЛ

ОТЧЕСТВО АРАЕВИЧ

Дата рождения 26.01.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан доп. лист № 5. выдан дополн. лист
выдан дополн. лист

№4.

Во время полдня угол между стрелками 180°. В 6:30 - угол 15°.

Каждую минуту минутная стрелка поворачивается на 6°, а часовая на $\frac{1}{2}$°.

время	угол
6:30 м	15°
6:32	4°
6:33	угол не подходит.

Проверим 7 часов

время	угол
7:30	45°
7:32	34°
7:34	23°
7:36	12°
7:38	1°

Проверим 8 часов

время	угол
8:30	65°
8:32	54°
8:34	43°
8:36	32°
8:38	21°
8:40	10°
8:42	-2°

=> искомое время, которое показывают часы - 8:42. (в 12-ти форматном виде)

Ответ: 8:42.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 22-75

№4

Ровно в полдень ∠ между минутной и секундной = 0°

Каждую минуту минутная стрелка поворачивается на 6°, а часовая на $(\frac{1}{2})°$.
Из этих данных видно, что ~~1:00; 2:00 и 3:00 сраз~~ 1, 2 и 3-ий часы не подходят
Проверим 4-ий час.

Время	угол
4:00	120°
4:08	76°
4:12	54°
4:20	9
4:22	-2°

минус говорит о том, что минутная стрелка обогнала часовую, таким образом время на часах – 4:22

—

Ответ: 4:22.

№5.

В условии сказано, что происходит самый плохой вариант и И.И. рискует, а значит делит деньги на 3 неравные части, где большая часть сгорает, средняя умножается на 9, а самая маленькая на 3. Но, чтобы при самом плохом варианте, который можно придумать, получить максимальную выгоду нужно разбить 600000 на 3 равные части. Тогда он получит в конце года 1.000.000 р., что будет ~~вс~~ неплохо, для такого капиталовложения.

не доказано оптимальность

II вариант.

По действующему закону, любой банк страхует ~~св~~ вклады своих клиентов на сумму в 700.000 р.

а значит, что он может положить 580000 в банк, который обанкротиться и по 10.000 в два других.

По условию у нас 530000 сгорают, но наше ~~добрае~~ пр добрый И.Б вс вернет И.И. ие 530000 р. Таким образом он будет иметь 30.000 р прибыли.

+

№2.

$tg\alpha$ принимает только 2 целых значения: 0 и 1. +

когда $tg\alpha=1$, $\alpha = 45° + \pi k$. — этот корень не подходит, т.к. $tg\alpha$ и $tg2\alpha$ должны быть целыми. =>

когда $tg\alpha=0$, $\alpha = 0 + \pi k$.

$\alpha = 0+\pi k$., где k - любое целое число.

⇓

что при любом α, $tg2\alpha=0$ =>

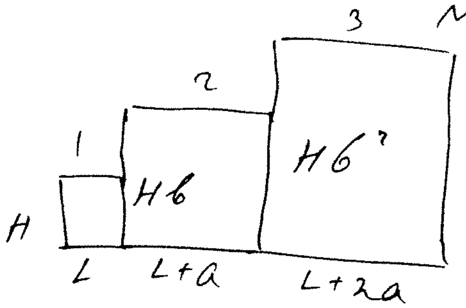
$2015^{tg2\alpha} = 1$, т.к. любое число в ~~0~~ степени 0 = 1.

Ответ: а) $\alpha = 0+\pi k$.

б) $2015^{tg2\alpha} = 1$.

+

№7.



~~По~~ Дано:

$S_1 = 15$ $\quad L_1 + L_2 + L_3 = 30$

$S_2 = 60$

$S_3 = 180$

$H_1, L_1, H_2, L_2, H_3, L_3 - ?$

Решение:

Составим систему уравнений удовлетворяющих ~~этим~~ условию того, что по горизонтали - арифм. прогрессия, ~~и~~ а по вертикали - геометр.

$$\begin{cases} H_1 \cdot L_1 = S_1 \\ H_2 \cdot L_2 = S_2 \\ H_3 \cdot L_3 = S_3 \\ L_1 + L_2 + L_3 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H \cdot L = 15 \quad (1) \\ Hb(L+a) = 60 \quad (2) \\ Hb^2(L+2a) = 180 \quad (3) \\ L + a = 10. \quad (4) \end{cases}$$

(4) $L = 10 - a$.

(1). $H(10-a) = 15 \Rightarrow H = \frac{15}{10-a}$.

(2) $\frac{15}{10-a} \cdot b \cdot 10 = 60$

$\frac{15b}{10-a} = 6 \Rightarrow b = \frac{6(10-a)}{15}$.

(3) $\frac{\cancel{15} \cdot 36 \cdot (\cancel{10-a})^2}{(\cancel{10-a}) \cdot 15^{\cancel{2}}}(10+a) = 180.$

$\frac{36}{15}(100 - a^2) = 180.$

$\frac{36}{15}a^2 = \frac{3600}{15} - 180$

$\frac{36a^2}{\cancel{15}} = \frac{\cancel{900}}{\cancel{15}}\ 25$

$a^{\cancel{2}} = 5. \Rightarrow L = 5. \Rightarrow H = 3. \Rightarrow b = 2.$

$H_1 = 3; \quad H_3 = 12.; \quad L_2 = 10;$

$H_2 = 6; \quad L_1 = 5; \quad L_3 = 15.$

Ответ: $H_1 = 3 \cdot\ H_2 = 6 \cdot\ H_3 = 12$

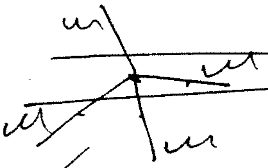
$L_1 = 5,\ L_2 = 10,\ L_3 = 15.$

№1.

Рассмотрим 3 линии:

(только 1 ведет в М), но если добавить 4-ую линию,

то



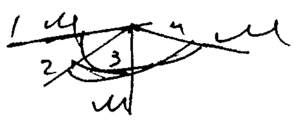
~~То все 4 линии.~~

(~~Предполагаю, что линии, идущие в разных направлениях могут идти в один пункт~~)

одна из 4 линий ведет в М, а другая какая-либо ведет в П. (линии совпадать не могут).

~~Линий не может быть меньше пяти в случае, если количество предприятий не превышает 4.~~

Если $n \geq 5$, то ~~найдутся те линии~~ линий, не ведущих ни в М, ни в П нет. т.к ~~каждая~~ среди любых 3-ех есть 1 ведущая в М, а среди любых 4-ей есть ведущая в П.



среди 1-2-3 есть 1
среди 2-3-4, тоже
3-4-1 тоже
4-1-2 тоже

+

и среди 1-2-3-4-1 ведет в П.

Если $n \geq 5$, то любая из линий ведет либо в М, либо в П.

Если число линий < 5, то 3 из них ведут в М, а ~~3~~ последняя в П. (число линий $= 4$), но ~~А не~~ число линий не может быть меньше 4.

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0.$

при $y=0$ и $x=0$, это выражение $=0$.

$A(0;0)$.

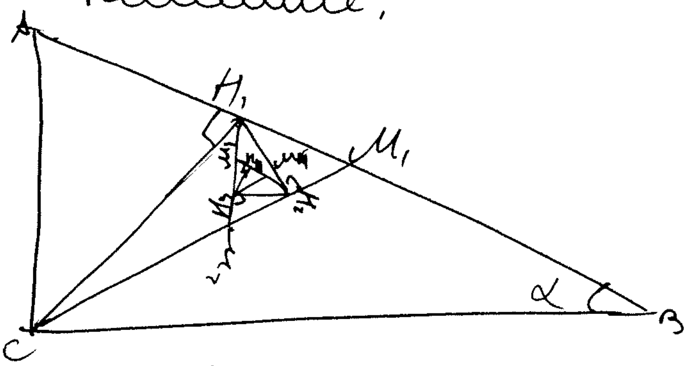
$\sin y - \arcsin x = 0$

$\sin y = \arcsin x$.

$y = \arcsin(\arcsin x)$.

№6.

Решение:



Дано:

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$AB = 640$.

$n = 5$.

$S_n - ?$

1) $CH_1 \parallel H_3H_4$, $M_3H_2 \parallel AB$ $\Rightarrow \angle CBA = \angle H_3H_2H_4$.

1) $\frac{H_1C}{H_3H_4} = 2^5 = 32 \Rightarrow H_3H_4 = \frac{H_1C}{32} = 10$.

$H_1C = \frac{1}{2}AB = 320$.

2) $\frac{AB}{M_3H_2} = 2^5 \Rightarrow M_3H_2 = 20$.

$\Rightarrow S = \frac{1}{2} H_3H_4 \cdot M_3H_2 = 100$

Ответ: ~~100~~. $S_n = 100$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	01971-30 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Тарасов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 27.07.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

1) Число всех линий может равняться четырём. Одна из линий в П и ~~две две~~ хотя бы еще две в М.

П М М О

(О - линия, не идущая ни в П ни в М)

или П М М М и т.д.

2) Если число линий больше 5, то число линий идущих в П больше либо равно 3, значит, если в тройку линий попадут три, ведущие в П, что ~~среди~~ них не окажется линии, ведущей в М, что противоречит условию задачи.

Если линий 5, то ~~из условия зада~~ если линий, ведущих в П, больше или меньше 2, мы получим противоречие, значит, линий, ведущих в П 2. В тройку к ним может попасть любая из оставшихся 3-ёх, значит, все они ~~веди~~ (эти 3) ведут в М, значит, линий ведущих ни в М ни в П нет. Значит, если число линий ~~был~~ не менее 5-ти, то нет такой линии, которая не вела бы ни в П ни в М.

(+)

№2

Если $\left[\begin{array}{l} tg\,x=1 \\ tg\,x=-1 \end{array}\right.$, то $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ 2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow tg\,2x\in\varnothing$, что не удовлетворяет условию задачи.

Пусть $\operatorname{tg} x \neq 0$, ~~тогда~~ $\operatorname{tg} x \neq 1$ и $\operatorname{tg} x \neq -1$, тогда

$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x$ – целое число, т.к. $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x$ – целые числа

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} x + \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x}{1} + \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x + 2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} x(3-\operatorname{tg}^2 x)}{(1-\operatorname{tg}^2 x)} = \cancel{\frac{\operatorname{tg} x(\sqrt{3}-\operatorname{tg} x)(\sqrt{3}+\operatorname{tg} x)}{(1-\operatorname{tg}^2 x)}} = \frac{\operatorname{tg} x(3-\operatorname{tg}^2 x)}{(1-\operatorname{tg} x)(1+\operatorname{tg} x)} = \frac{\operatorname{tg} x(3-\operatorname{tg}^2 x)}{(1-\operatorname{tg}^2 x)}$$

~~$(3-\operatorname{tg}^2 x) \not\vdots (1-\operatorname{tg} x)$ и $(3+\operatorname{tg}^2 x) \not\vdots (1-\operatorname{tg} x)$ – одновременно~~

Если $\operatorname{tg} x = 0$, то $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, ~~значит, $2x \in \mathbb{Z}$~~

~~$2x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, значит, $\operatorname{tg} 2x = 0$. $2015^0 = 1$.~~

$3 - \operatorname{tg}^2 x = 2 + 1 - \operatorname{tg}^2 x$, $(1-\operatorname{tg}^2 x) \vdots (1-\operatorname{tg}^2 x)$, а $2 \not\vdots (1-\operatorname{tg}^2 x)$, значит,

$\operatorname{tg} x(3-\operatorname{tg}^2 x) \not\vdots (1-\operatorname{tg}^2 x)$, значит, $\frac{\operatorname{tg} x(3-\operatorname{tg}^2 x)}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ – не целое число,

что противоречит условию задачи.

Значит, $\operatorname{tg} x = 0$, значит $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, значит,

$2x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, значит, $\operatorname{tg} 2x = 0$, значит, $2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^0 =$
$= 1$.

Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$. (+)

№ 3

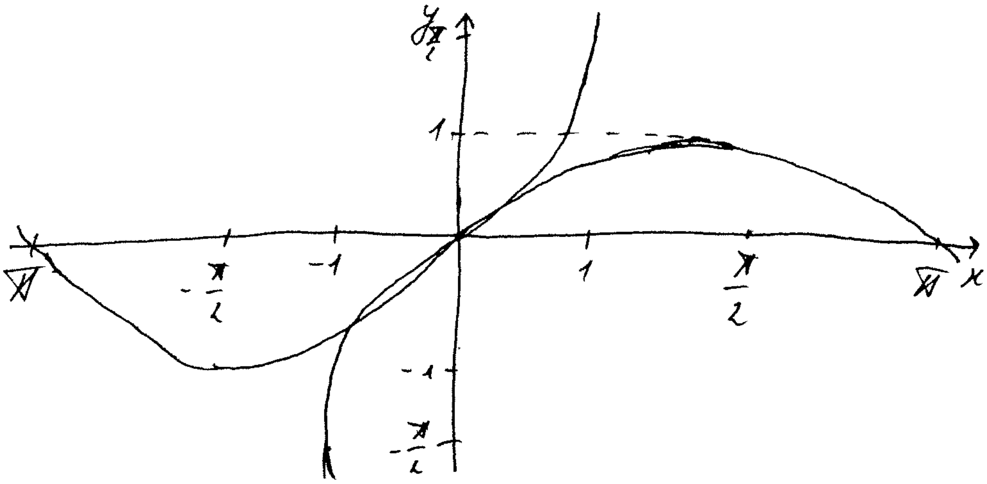
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\sin y \sin x - \arcsin x \arcsin y \geq 0$

$\sin x \sin y \geq \arcsin x \arcsin y$

Построим ~~графики~~ линии в координатной плоскости, которые задаются формулами

$y = \sin x$
$y = \arcsin x$
$x = \arcsin y$
$x = \sin y$



Мы видим, что на области определения $y = \arcsin x$ график совпадает с линией ~~и x = arc на области значений~~ $x = \sin y$ значит можно произвести замену

$\sin y = \arcsin x$

$\sin y \sin x = \arcsin x \arcsin y$

$\arcsin x \sin x \geq \arcsin y \sin y$

$1 \geq 1$

значит, $S = \int_{-1}^{1} \arcsin x \, dx$

Ответ: $S = \int_{-1}^{1} \arcsin x \, dx$.

№5

Желая избежать наихудшей для себя ситуации и ~~пре~~ получить максимальную прибыль, Иван не разделит деньги на неравные части и не оставит часть у себя он положит во все три банка по 200000.

нет обоснования оптимальности

~~Тогда~~ 200000 сгорят.

±

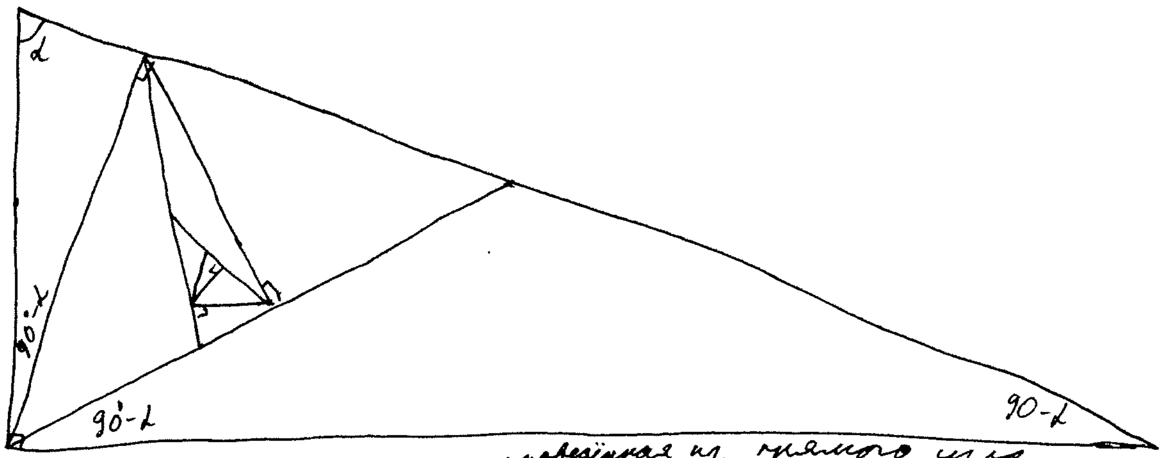
$200000 \times 2 = 400000$ – компенсирует сгоревшие

$200000 \times 3 = 600000$ – получит прибыль в 400000.

$600000 + 400000 = 1000000$

Ответ: через год он получит 1000000 рублей.

№ 6



~~Гипотенуза~~ Медиана, проведённая из прямого угла, равна половине гипотенузы (по свойству прямоугольного треугольника.

Гипотенузой 5-ого треугольника является медиана четвертого.

медиана 1-ого - 640 : 2 = 320 м

медиана 2-ого - 320 : 2 = 160 м

медиана 3-его - 160 : 2 = 80 м

медиана 4-ого - 80 : 2 = 40 м.

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$ - очень близок к $\frac{\pi}{2}$, значит, $90° - \frac{11}{24}\pi$ очень близок к 0°, значит, высота проходит ближе к углу α

значит, острый угол 2-ого треугольника равен $\frac{\pi}{2} - 2(\frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi) = \frac{11\pi}{12} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{12}$

Аналогично первому треугольнику во втором.

Значит, острый угол 3-его равен, $\frac{\pi}{2} - 2(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12}) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3}$

ловкий проход

Аналогично первому в третьем

острый угол 4-ого = $\frac{\pi}{2} - 2(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$

Здесь высота дальше от $\frac{\pi}{6}$, значит острый угол в 5-ом $\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$

$\cancel{S=\frac{1}{2}\cdot 400^2}\,40^2$ $S=\frac{1}{2}\cdot 40^2\cdot \sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1\cdot 1600\cdot\sqrt{3}}{2\cdot 2\cdot 2}=200\sqrt{3}\,(м^2)$

Ответ: гипотенуза равна 40 м, площадь $200\sqrt{3}$ м^2.

№ 7

Разложим 15, 60, и 180 на простые множители

$15=3\cdot 5=ah$

$60=3\cdot 2\cdot 5\cdot 2=(a+d)h\cdot q$

$180=5\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2=(a+2d)h\cdot q^2$

$\left.\begin{aligned} a&=3\\ (a+d)&=6\\ (a+2d)&=9\end{aligned}\right\}$ длины

$\left.\begin{aligned} h&=5\\ hq&=10\\ hq^2&=20\end{aligned}\right\}$ высоты

у III-его места $3\times5\times30$ дм

у II-ого места $6\times10\times30$ дм

~~у III~~ у I-ого места $9\times20\times30$ дм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 51-33 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Тихонова

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 08.07.1998 Класс: 11

Предмет математика Этап:

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-33

Сдал доп. 2 листа

1. Нам известно, что ~~вероятность~~ одна из трех линий точно ведет в город М и одна из четырех — в поселок П. ~~Нам нужно до~~ Я полагаю, что кол-во линий может быть меньше пяти.

Докажем это:

Пусть у нас есть 4 линии. По условию нам дано, что одна из них точно идет в поселок П. У нас остается 3 неизвестных линии. Так же нам известно и то, что одна из них идет в город М. Следовательно вариант с кол-вом линий = 4 удовлетворяет всем условиям и может существовать.

Существования этой вероятности и подтверждает мое высказывание, что число всех линий может быть меньше пяти.

Если мы рассмотрим кол-во линий = 5, то одна из 4 среди них точно ведет в поселок П. У нас осталось 4 неизвестные линии. По условию одна из них опять ведет в поселок П. Теперь - 3 линии. Одна ведет в город М.

Про оставшиеся нам ничего дополнительно не известно, поэтому ~~мы можем положить~~ это не обосновано что среди ~~них~~ этих пяти линий есть те, которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: может, найдутся и неверно

4.

+

Минутная стрелка проходит полный круг за 60 минут.

Она смещается на 6° за 1 минуту $V_м = 6$

Часовая же проходит круг за ~~...~~ 720 минут, следовательно ее скорость равна 0,5° за минуту

~~Если посмотреть на эту проб~~ Мы видим, что скорость минутной стрелки сильно ~~превые~~ превышает скорость часовой. Поэтому я полагаю, что угол между ними может быть равен 2° только если минутная стрелка будет "догонять" часовую. Следовательно это не может произойти сразу в 12 часов.

Поэтому наиболее логичным будет, если мы рассмотрим уравнение для нахождение местоположение минутной стрелки для каждого часа после полудня:

$X + 0{,}5t - 2 = 6t$, где X – положение часовой стрелки на начало часа

Рассмотрим 13-й час $X = 60 \cdot 0{,}5 = 30°$

$30 + 0{,}5t - 2 = 6t$

$28 = 5{,}5t$ в данном уравнении t – не целое число, как от нас требуют по условию

$t = \frac{28 \cdot 10^2}{55_{11}} = \frac{56}{11}$

Рассмотрим 14-й час

$X = 120 \cdot 0{,}5 = 60°$

$60 + 0{,}5t - 2 = 6t$

$58 = 5{,}5t$

$t = \frac{58 \cdot 10^2}{55_{11}} = \frac{116}{11}$ – не целое число.

Рассмотрим 15-й час.

$X = 180 \cdot 0{,}5 = 90°$

$90 + 0{,}5t - 2 = 6t$

$88 = 5{,}5t$

$t = \frac{\cancel{88}^{8} \cdot 10^2}{\cancel{55}_{5/1}} = 16$ минут.

Так как нам нужен только первый встречающийся нам случай, то на этом мы остановимся.

Часы показывали: 15.16

5. У нас есть 3 банка. Один удвоит сумму денег через год, другой утроит, а другой разорится и "обнулит" сумму. Так же у нас есть сумма в 600 000 р.

Нам не известно какой банк из трех разорится, а какие - увеличат сумму. Нам надо понять как разложить сумму по банкам, чтобы при самом неблагоприятном исходе событий получить максимальный доход.

Если мы положим три разные суммы, то нам точно ~~наверное~~ не повезет и мы положим макс. сумму в разорившемся банк и утроится минимальная сумма. Поэтому нам надо чтобы неблагоприятный случай не влиял на деньги и положить во все три банка равные суммы. Нам осталось определиться лишь с их ~~количеством~~ размером. Если мы разделим всю сумму на 3 части то получим: $\frac{600000}{3} = 200000$

$2\cdot 200000 + 3\cdot 200000 = 1000000$ рублей.

Если мы возьмем меньшие суммы то наш доход изменится

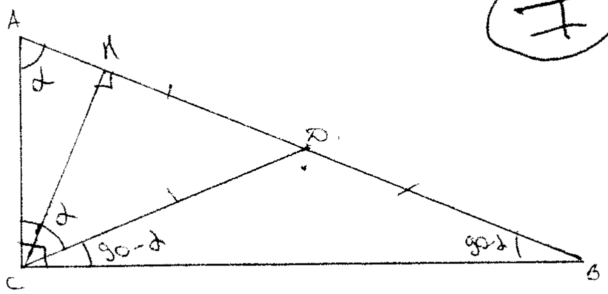
$2\cdot 150000 + 3\cdot 150000 + \underbrace{150000}_{\text{отложили дома}} = 900000$

Эта сумма и все другие будут меньше первоначальной, Следовательно максимальный доход в размере 1000000 рублей мы получим если положим во все ~~три~~ банка по 200 000

не доказана оптимальность

±

(6)



У нас дан треугольный участок с гипотенузой 640 м и углом $\alpha = \frac{11}{24}\pi$. Для удобности рассмотрим участок как обычный $\triangle ABC$ $\angle C = 90°$ $\angle A = \alpha$ $AB = 640$.

В данном треугольнике $\angle B = 90-\alpha$.

Т.к. CD - медиана по усл., то $CD = AD = DB = \frac{1}{2}AB$

$\triangle CDB$ - равнобедренный и $\angle DBC = \angle DCB = 90-\alpha$.

$\angle CDB = 180 - 2(90-\alpha) = 2\alpha$

$\angle HDC = 180 - 2\alpha$ как смежный

Это ф-ла значение угла будет верна для каждого последующего прямоугольного треугольника, только значение α будет принимать сам этот угол. Таким образом для пятого $\triangle$ угол будет принимать значение.

В 1 треуг. $\gamma = \frac{11}{24}\pi$ 2) $180 - 2\cdot\frac{11}{24}\pi = \pi - \frac{2\cdot 11}{24}\pi = \frac{1}{12}\pi$ 3) $\pi - \frac{2\cdot 1\pi}{12\cdot 6} = \frac{5\pi}{6}$ 4) $\pi - \frac{5\cdot 2\pi}{6\cdot 3} = -\frac{2\pi}{3}$

??

мы берем только модуль угла

т.к. минус означает, что треугольник перевернулся.

5) $\pi - \frac{2\cdot 2\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}$

Если внимательно посмотреть на рисунок, то можно заметить, что гипотинузой нового треугольника является ~~нов~~ медиана
в 2 раза меньше.
Следовательно новая гипотинуза в 2 раза гипотинузы 5го треугольника.
предыдущей. Так мы найдем гипотинузу
Она равна $\frac{640}{2^4} = \frac{640}{16} = 40.$

т.к. $\overset{1}{}$1 треугольник — исходный

Нам надо найти S 5-го треугольника. Для этого найдем значение ~~одного из~~ катета, заключающего в между собой и гипотинузой известный нам угол через cos угла.

$\cos\frac{\pi}{3}\cdot 40 = 20$

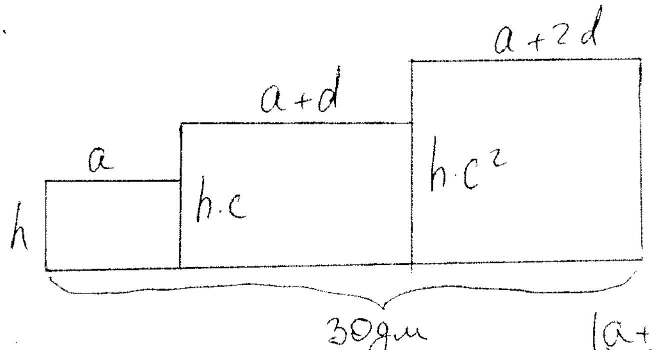
найдем площадь по ф-ле: $S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 40\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= 200\sqrt{3}$

+

Ответ: 20; $200\sqrt{3}$.

7.



$ah = 15\text{дм}^2$
$(a+d)hc = 60\text{дм}^2$
$(a+2d)hc^2 = 180\text{дм}^2$

$a+a+d+a+2d = 30$
$3a+3d = 30 \mid :3$
$a+d = 10 \Rightarrow d = 10-a$

$\underbrace{(a+d)}_{10}hc = 60$
$10hc = 60$
$hc = 6.$

$(a+2d)hc^2 = 180$
$ahc^2 + 2dhc^2 = 180$
$ahc^2 + 2(10-a)hc^2 = 180$
$ahc^2 + 20hc^2 - 2ahc^2 = 180$
$-ahc^2 + 20hc^2 = 180$
$ahc^2 - 20hc^2 + 180 = 0$
$15c^2 - 120c + 180 = 0$
$c = \frac{120 \pm \sqrt{120^2 - 15\cdot 4\cdot 180}}{30}$

$\left[\begin{array}{l} c = 6 \\ c = 2 \end{array}\right.$

1) $c = 6$
$h = 1.$
$a = \frac{15}{1} = 15$
$d = 10-15 = -5$
$\Rightarrow c \neq 6$. т.к. по условию ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту

2) $c = 2$
$h = 3$
$a = \frac{15}{3} = 5$
$d = 10-5 = 5$

$3\cdot 2 = 6$
$3\cdot 2\cdot 2 = 12$
$a+2d = 10+5 = 15$

Ответ: Высоты: 3, 6, 12
Длины: 5, 10, 15.

+

(2) $tg x$ и $tg 2x$ – целые числа.

Единственные значение $tg x$ имеющие рациональные x это $\{-1; 0; 1\}$.

Это неверно

$tg x = -1$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ – не входит в ОДЗ tg. ($\cos x \neq 0$).

~~$2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, tg не определен~~

$tg x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$. | => $x = \pi n, n \in Z$ – подходит.

$2x = 2\pi n$ $tg 2\pi = 0$

$tg x = 1$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ – не входит в ОДЗ tg: ($\cos x \neq 0$)

Таким образом нам подходит значение x: $\pi n, n \in Z$. при всех этих x $tg x = 0$

=> $2015^0 = 1$.

(Т)

Ответ: $\{\pi n, n \in Z\}$; 1. Отв. не обоснован

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	CZ 51-98 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Тихонова

ИМЯ Варвара

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 15.09.98 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CZ 51-98

№1. Да, может:

М ——— П
М ———

4 линии, хотя бы одна из трёх любых ведёт в М, хотя бы одна из четырёх любых — в П.

Нет, не найдутся, так как в таком случае всегда можно будет выбрать линии так, что среди них не будет ведущих в М или П линий. Линий не может быть больше пяти.

№2.
$tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $tg\,2x = \frac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$, но $\sin x$ и $\cos x$ могут принимать только 3 целых значения $(0; 1; -1)$ => чтобы $\frac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}$ было целым, необходимо брать эти значения =>

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2} \quad n \in Z.$$

№3.
$x^2+px+q=0$ имеет 1 корень => $D=0$ => $q=\frac{p^2}{4}$.

$T(T(T(x))) = ((x^2+px+\frac{p^2}{4})^2 + p\cdot(x^2+px+\frac{p^2}{4}) + \frac{p^2}{4})^2 =$

$= (x^4+2,5x^3+\frac{p^4}{4}+1,5p^2x^2+px^2+p^2x+\frac{p^3}{2}+\frac{p^2}{4})\cdot$

$\cdot(p+x^4+2,5x^3+\frac{p^4}{4}+1,5p^2x^2+px^2+p^2x+\frac{p^3}{2}+\frac{p^2}{4})$

Так как в уравнении 4 степени всего 3 корня, один из них — 0. Тогда:

$\frac{p^4}{4}+\frac{p^3}{2}+\frac{p^2}{4}=0$ => $p=-1$.

$x^4+2,5x^3+0,5x^2+x=0$

$x\cdot(x^3+2,5x^2+0,5x+1)=0$

$x^3+2,5x^2+0,5x-1=0$

если $x=-1$, то: $-1+2,5-0,5-1=0$ - верно. => $x_0=0$, $x_1=-1$, $x_2=-1,5$.

Ответ: $0; 1; -1,5$.

№5. Если в каждый банк положить по 200000, то доход будет 1000000.

№4.

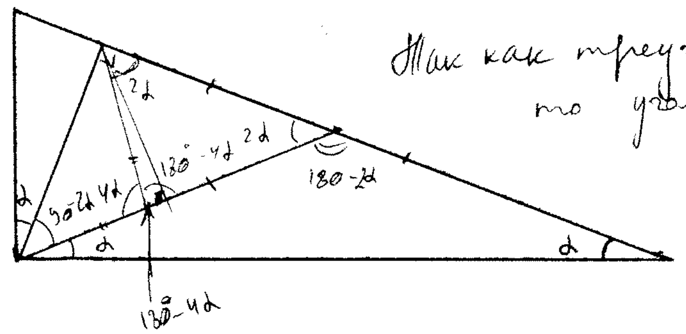
За 1 минуту минутная стрелка проходит 6°, часовая — 0,5.

$6\cdot n - 0{,}5n = 2 \Rightarrow n = \frac{11}{2}$ минут, но это время не подходит, так как это не целое количество минут.

Допустим, что сейчас 15-00. В 15-16 минутная стрелка будет отклонена на 96° от вертикали, часовая — на 94. $96 - 94 = 2°$.

Ответ: 15-16. (3 часа 16 минут)

№6.



Так как треугольник прямоугольный, то угол между медианой, проведённой к гипотенузе и гипотенузой $= 2\alpha$ (α — угол при одном из катетов и медиане, ~~[illegible]~~ противолежащий к 2α)

Этот угол всегда острый (треугольники прямоугольные)

Гипотенуза второго Δ равна медиане первого => равна половине гипотенузы первого (по свойству медианы прямоугольного треугольника). => гипотенуза ~~первого~~ шестого $= \frac{1}{2^5}\cdot$ гипотенуза первого $= \frac{640}{32} = 20$ м.

$S = \frac{1}{2}\cdot c^2\cdot \sin\alpha\cos\alpha$, где c — гипотенуза, α — угол.

? $\alpha_5 = \frac{\alpha_1}{2^5} = \frac{11\pi}{32\cdot 24} = \frac{11\pi}{768}$.

$2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha \Rightarrow \frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{4}\sin 2\alpha$.

$S = c^2\cdot \sin\frac{11\pi}{384} = 400\cdot \sin\frac{11\pi}{384}$

Ответ: 20 м; $400\cdot\sin\frac{11\pi}{384}$ м².

№7.

Длины — 5; 10; 15 $a = 5$ ($w_i = w_{i-1}+a$)

Высоты 3; 6; 12 $b = 2$ ($h_i = b\cdot h_{i-1}$)

Подберём 3 числа, сумма которых 30 и числа — в прогрессии. $5+10+15=30$.

Тогда: $\frac{15}{5} = 3$ $\frac{60}{10} = 6$ $\frac{180}{15} = 12$ (3, 6 и 12 — геом. прогр. => подобрано верно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7082

РЮ 61-16

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Тишаков

ИМЯ Данил

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 23.06.2000

Класс: 8Б

Предмет Математика

Этап: Заключительный

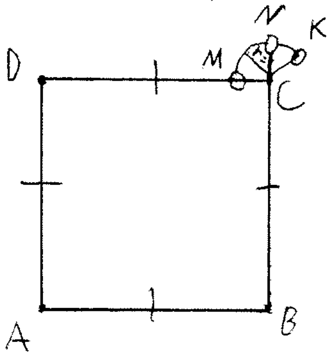
Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7. Возьмем треугольник ABCD, где растояние от точки C до передатчика равно одному, от точки D=4, от точки B=5, от точки A=9:



Радиопередатчик может находится в любой точке на кривой, проходящей через точки MNK (дуга MK), кроме точек M N K, т.к.:

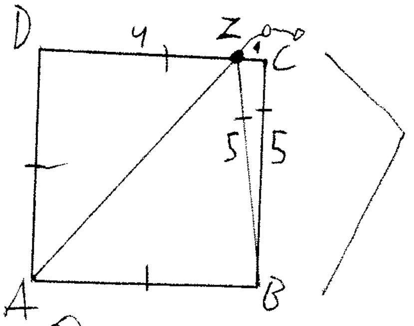
1) Если в точке K, тогда DK=BK, а 4≠5.
2) Если в точке N, тогда BC=DC=NB−NC=5−1=4, тогда в △DNC гипотенуза = катету (невозможно)
3) Если в точке M, то DC=CB=DM+MC=4+1=5, тогда в △MCB гипотенуза = катету (невозможно)

Представим точку Z, находящуюся в любой точке на дуге MK, кроме точек M N K, тогда:

в △ADZ:

DZ=4, AZ=9 => AD>5 (AD+DZ>AZ, иначе ADZ не треугольник и не существует)

Но AD в любом случае меньше 5-ти так как в этом случае точка Z будет в точке M (выше сказано, почему точка M не пригодна)



невозможно:

1) Z в квадрате

~~2) AD≥5~~

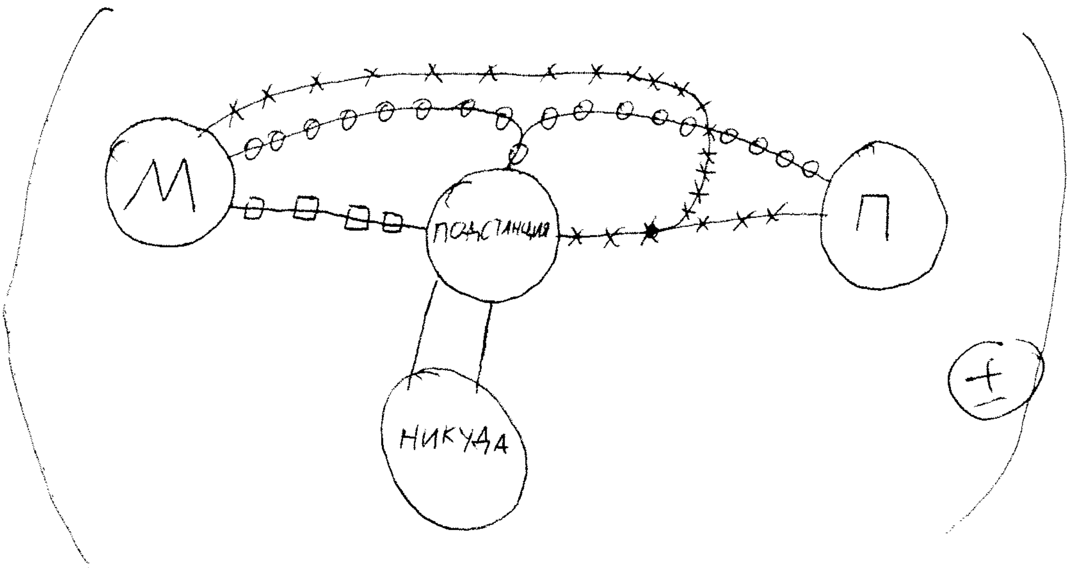
~~3) AD...~~

2) В △ZCB гипотенуза ZB = катету BC.

+

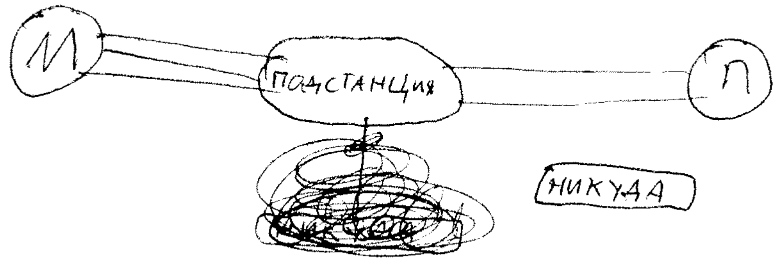
Ответ: нет.

№ 1. 1) Если одна линия может идти в два пункта:



Ответ: не более 2-ух так как если будет третья, то найдется три таких, которые не идут в пункт М.

2) Если одна линия идет только в один ~~го~~ пункт:



Ответ: не более ~~одной~~ нуля, т.к. если добавить линию, не идущую к М, тогда найдется 3 таких линии, которые не идут к М и ~~если~~ с П тоже самое.

№ 2.

~~Обр.~~ Радиус образуемой окружности минимально может быть равен половине самой длинной стороны треугольника.

Ответ: через середину самой длинной стороны треугольника

№ 3. $65-9\cdot3=38 \Rightarrow 40-38$ — через такой промежуток времени 9 лет назад родился сын, т.е. ему сейчас $9-2=7$ лет.

и года назад (сыну 3 года) отец старше сына в 9 раз $\Rightarrow$ ~~года~~ отцу $3\cdot9+4=31$ года (сейчас)

Ответ: 31 год

№ 5. 0-480 минут

Посылки: 25-30; 55-60; 85-90; 115-120; 145-150; 175-180; 205-210; 235-240; 265-270; 295-300; 325-330; 355-360; 385-390; 415-420; 445-450; 475-480.

Бандероли: 15÷20; 35-40; 70-75; 90-95; 110-115; 130-135; 150-155; 170-175; 190-195; 210-215; 230-235; 250-255; 270-275; 290-295; 310-315; 330-335; 350-355; 370-375; 390-395; 410-415; 430-435; 450-455; 470-475.

Письма: 10-15; 45-50; 60-65; 75-80; 100-105; 125-130; 140-145; 155-160; 180-185; 195-200; 220-225; ~~[illegible]~~; ~~[illegible]~~ 245-250; 260-265; 275-280; 300-305; 315-320; 340-345; 365-370; 380-385; 395-400; 420-425; 435-440; 460-465.

Здесь все времена прибытий и отбытий всех тележек.

1) Посылки: 16 шт.

2) Бандероли: 23 шт

3) Письма: 23 шт.

(+)

№ 6

Ответ: 2016. ? (−)

№ 4.

За минуту минутная стрелка проходит 6°, часовая 0,5° ⇒ ⇒ за минуту они разъединяются на 6-0,5 = 5,5°.

За час часовая стрелка проходит 30°, минутная 360. Одно деление = 30°. Значит надо, чтобы разница в делениях = 1,5. Такой момент впервые наступает в 16:30.

Ответ: 16:30 (+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7072

ОИТ 12-96

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Толстов

ИМЯ Антон

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 28.12.2000

Класс: 7

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Толстов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Среди 3 - одна ведёт на предприятие М (+)

Среди 4 - хотя бы одна ведёт на предприятие П

У нас 5 линий, чтобы среди 5 была ~~любая~~ линия, которая ведёт на М - их должно быть 3, ~~и~~ тогда среди любых трёх есть хотя бы одна, ведущая на М.

А чтобы среди 5 была любая линия, которая ведёт на П - их должно быть 2, тогда среди любых ~~трёх~~ четырёх есть хотя бы одна, ведущая на П.

$3+2=5$ ⇒ Среди 5 линий нет ни одной линии, которая не ведёт не в М, не в П. ⇒ 0 - максимальное количество.

Ответ: 0 - максимальное количество, их нет.

№3

Пусть отец - О, мать - М, сын - С,

$О+М+С=65$

9 лет назад не было сына, ~~так как~~ если бы он был, то ему ~~было бы~~ как минимум 10 лет, а отцу сейчас $(10-4)\cdot 9=6\cdot 9=54$ ⇒ матери -1 год - это не может быть ⇒ сына не было

$(М-9)+(О-9)=40$ ~~О=~~

$О+М-18=40$

$О+М=58$

$С=65-58=7$

$0=(7-4)\cdot 9+4=3\cdot 9+4=27+4=31$

Ответ: отцу 31 год.

+

N6.

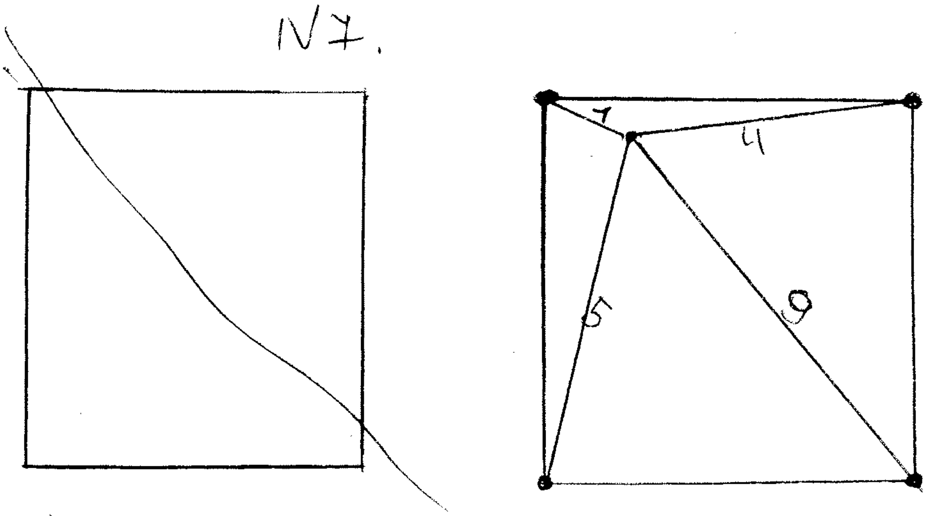
Десятичная запись вида – 0,2.

2^{2015} и 5^{2015} – всегда будет целыми числами ⇒ знаков ни каких нет.

По условию они записаны без пробела ⇒ ⇒ между ними нет никаких знаков ⇒ ⇒ 0 – знаков.

Ответ: 0 знаков, их нет.

N7.



Такой случай возможен, поэтому бы Инженеру не поверить Шпионину

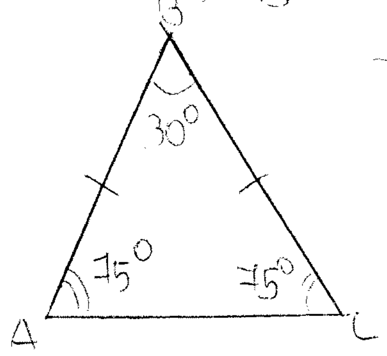
Ответ: да, он поверил.

−

N2.

Чтобы площадь треугольника была наименьшей, он должен быть равнобедренный, один угол 30°, другие два по 75°, и стороны как можно меньше должны быть. ±

~~Ответ~~



Ответ: 3 : 3 : 1, самая наименьшая возможность.

№5.

16 − 8 = 8 (ч) = 60·8 = 480 (мин) − работает Печкин.

480 : (15 + 5) = 480 : 20 = 24 (раз) − бандероли

480 : (10 + 5) = 480 : 15 = 32 (раз) − письма.

480 : (25 + 5) = 480 : 30 = 16 (раз) − посылки.

Ответ: тележки с бандеролями отправляет Печкин − 24 раза, с письмами − 32 раза, с посылками − 16 раз.

№4.

360° : 12 = 30° − 1 час или 5 мин   12:00 − полдень

30° : 5 = 6° − 1 минута

~~12:22 − 132°~~   ~~21/60~~   ~~24°/60° + 20~~   21 : 2 = 11°   132° − 11° = 121°

12 : 22 = 132°

по условию целое число

Ответ: ∠120° будет чуть раньше 12:22 на пару секунд.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

CZ 51-78

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ТРЕГУБОВА

ИМЯ АНГЕЛИНА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 03.06.1999

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

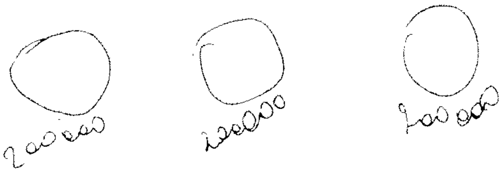
Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: АТрег

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№5.

Пусть x-сумма, которую он положил в каждый банк (везде одинаковая сумма, дома денег не оставил), тогда ~~от I через~~ $\frac{600000}{3} = 200000$ р в каждом



через год от I банка $200000 \cdot 2 = 400000$

от II $200000 \cdot 3 = 600000$

от III - 0.

Итого: $400000 + 600000 = 1000000$

Если оставить $\frac{1}{2}$ денег дома, то получится в каждом по 100000.

от I - 200 000

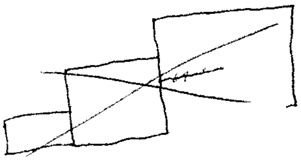
от II 300 000

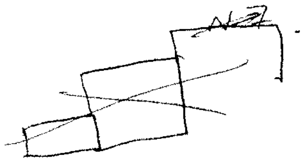
от III - 0.

$200000 + 300000 + 300000 = 800000$

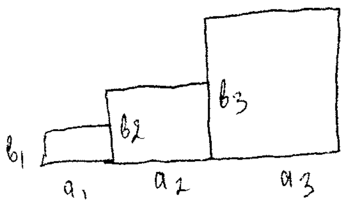
Чтобы при самом плохом ходе событий получить max. доход, деньги по банкам надо распределить поровну. Не доказано.

Ответ: 1000 000 рублей.





№7.



$$\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ a_2 \cdot b_2 = 60 \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \\ a_2 = a_1 + d \\ a_3 = a_1 + 2d \\ b_2 = b_1 \cdot q \\ b_3 = b_1 \cdot q^2 \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{15}{b_1} \qquad a_2 = \frac{60}{b_2} \qquad a_3 = \frac{180}{b_3}$$

$$\frac{15}{b_1} + \frac{60}{b_2} + \frac{180}{b_3} = 30$$

$$\frac{15 b_2 b_3 + 60 b_1 b_3 + 180 b_1 b_2}{b_1 b_2 b_3} = 30$$

$$2 b_1 (2 b_3 + 6 b_2 - b_2 b_3) = -b_2 b_3$$

$$b_1 = \frac{b_2 b_3}{2(b_3 + 6 b_2 - b_2 b_3)}$$

$$\begin{cases} b_2 = \dfrac{b_2 b_3}{2(b_3+6b_2-b_2b_3)} \cdot q \\ b_3 = \dfrac{b_2 b_3}{2(b_3+6b_2-b_2b_3)} \cdot q^2 \\ \dfrac{60}{b_2} = \dfrac{15}{b_1} + d \\ \cancel{\dfrac{180}{b_3} = \dfrac{15}{b_1} + 2d} \end{cases}$$

$$\frac{60}{b_2} = \frac{15 \cdot 2(b_3+6b_2-b_2b_3)}{b_2 b_3} + d$$

$$\frac{180}{b_3} = \frac{15 \cdot 2(b_3+6b_2-b_2b_3)}{b_2 b_3} + 2d$$

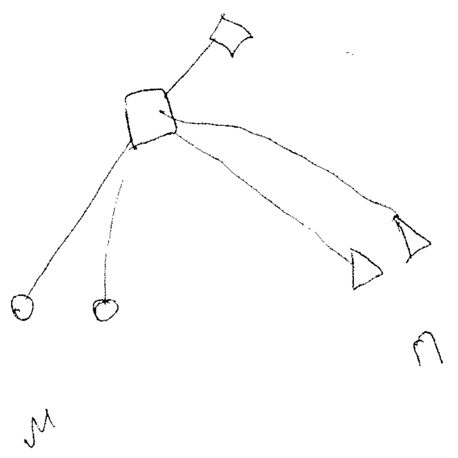
$$\frac{b_2}{b_3} = \frac{b_2 b_3 q}{2(b_3+6b_2-b_2b_3)} \cdot \frac{2(b_3+6b_2-b_2b_3)}{b_2 b_3 \cdot q^2} = \frac{1}{q}$$

ответ не найден

$$a_2 = \frac{a_1+a_3}{2}$$

$$b_2 = \sqrt{b_1 \cdot b_3}$$

№1.



П- подстановка

Число всех линий может быть меньше 5. Например, 2 предприятия в городе М и 2 предприятия в поселке П. Тогда выполняются все условия задачи.

А если их не меньше пяти, то 5 не может быть, т.к. тогда не выполнится первое условие.

одна ни в М, ни в П, и две в П.

~~А если их 6, то можно.~~ А если в П не две, а одна, то не выполняется второе условие, т.е. нельзя

Ответ: да, нет.

№2

$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

tgx - целое число при $x = arctg0; 1; 2; -1; -2...$

$x=0$, тогда $tg2x = \frac{2\cdot 0}{1-0} = 2$ (подходит).

$x=\frac{\pi}{2}$; $tgx = 1$. $\cancel{tg2x = \frac{2\cdot 1}{1-1} = \frac{2}{0}}$ ~~(не подх)~~ $\frac{\pi}{2}\cdot 2 = \pi$. $tg\pi = 0$.

$x=\frac{3\pi}{2}$, $tgx = -1$. $\cancel{tg2x = \frac{2\cdot(-1)}{1-1} = \frac{2}{0}}$ ~~(не подх)~~ $tg2x\ tg\frac{3\pi}{2}\cdot 2\ tg3\pi = 0$.

$x = arctg2$ $tgx=2$. $tg2x = \frac{2\cdot 2}{1-4} = \frac{4}{3}$ (не п.)

$x = arctg3$ $tgx=3$. $tg2x = \frac{2\cdot 3}{1-9} = -\frac{6}{8}$ (не п.)

Ответ: $x=0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$.

№3

$x^2+px+q=0$

$T(x) = x^2+px+q$

ур-ие имеет один корень $\Rightarrow D=0$.

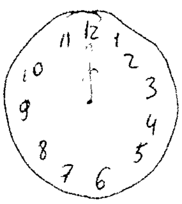
$D = p^2-4q=0$

$T(T(x))$ имеет два корня, $D>0$.

$T(T(T(x)))$ имеет три корня

№4

1 минута $= \frac{360^\circ}{12\cdot 5} = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6^\circ$



60 сек $= 6^\circ$

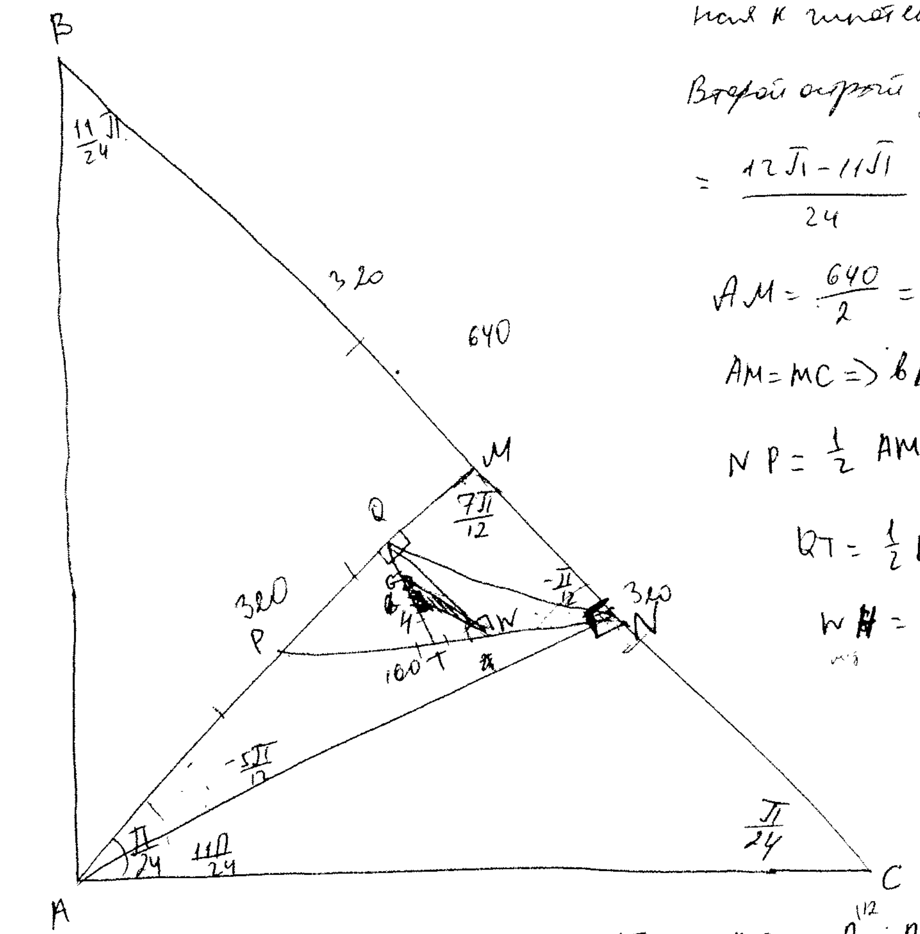
x сек $= 2^\circ$

$x = \frac{2\cdot 60^\circ}{6} = 20$ сек $= \frac{20}{60}$ мин $= \frac{1}{3}$ мин.

За 20сек часовая стрелка не успеет переместиться.

Ответ: через 20 сек.

№6



В прямоуг. Δ-ке медиана, проведённая к гипотенузе $= \frac{1}{2}$ гипотенузы

Второй острый угол $= 90° - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{12\pi - 11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

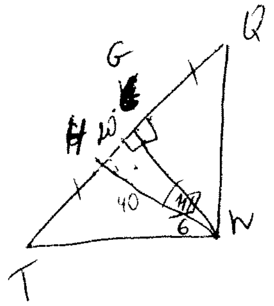
$AM = \frac{640}{2} = 320$

$AM = MC \Rightarrow$ р/б ΔAMC, $\angle MAC = \angle ACM$

$NP = \frac{1}{2} AM = \frac{320}{2} = 160$

$QT = \frac{1}{2} NP = \frac{160}{2} = 80$

$WH = \frac{1}{2} QT = \frac{80}{2} = 40$



~~∠MAN~~ $= \angle NAC = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{24} = \frac{11\pi}{24}$

$\angle MAN = \frac{\pi}{24} - \frac{11\pi}{24} = -\frac{10\pi}{24} = -\frac{5\pi}{12}$

$\angle AMN = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}$

$\angle MNQ = \frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{12} = -\frac{\pi}{12}$

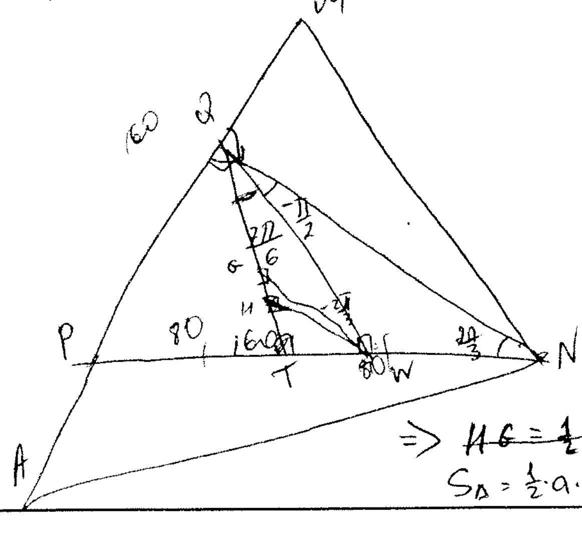
$\angle ANQ = \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$

$\angle NQW = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{6} - \frac{4\pi}{6} = \frac{-3\pi}{6} = -\frac{\pi}{2}$

$\angle TQW = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi + 3\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

$\angle GWQ = \frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = \frac{-4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$

$\angle HWG = \frac{7\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}$



$\frac{11\pi}{6} = 30°$; катет против ∠ $= 30° = \frac{1}{2}$ гип. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$HG = \frac{1}{2} HH$~~ $HW = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$; $GW = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$

$S_\Delta = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ Ответ: 40 м; $200\sqrt{3}$ м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

203		ЦМ 80-41
№ группы	Вариант № 7112	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Туголуков

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Фёдорович

Дата рождения 3.05.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

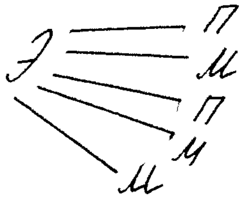
Подпись участника олимпиады: Ту

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. а) Число всех линий может быть меньше 5. Э- подстанция. Изобразим схему:

Из схемы видно, что при 4-х линиях на каждые 3 выпадает город М, а на каждые 4 город П.

б) Если линий не меньше 5, то мы не можем добиться того, чтобы оба условия задачи выполнялись, а также условие того, что среди любых 5-ти линий найдутся те, которые не попадут в город М и П.



Из схемы видно, что на каждые 5 линий нужно 2 линии в город П и 3 в город М.

Ответ: а) Да, может

б) Нет, не найдутся.

+

5. Чтобы получить максимальный доход, Ивану Ивановичу нужно потерять как можно меньше, а получить как можно больше. Но так как есть шанс (проиграть) потерять наибольший вклад, т.к. вероятность 1:3, Ивану Ивановичу следует в 3 банка положить вклады в одинаковом количестве: $200.000 \cdot 3 = 600.000$. В таком случае Иван получит максимально возможный доход: $200.000 \cdot 3 + 200.000 \cdot 2 - 200.000 = 1.000000$ (рублей). При любой потере доход будет тем же.

$\pm$ нет док-ва оптимальности

2. При $x=0$ $tg\, x=0$ и $tg\, 2x=0$ $\in Z$ $\Rightarrow$ $2015^0=1$

При $x=\pi$ $tg\, x = tg\,\pi = 0$ и $tg\, 2x = tg\, 2\pi = 0 \Rightarrow 2015^0 = 1$

При $x=\pi k, k\in Z$ $tg\, x=0$ и $tg\, 2x=0 \Rightarrow 2015^0=1$

Ответ: при $x=0$, $x=\pi k, k\in Z$ $2015^0=1$

+

4. Т.к. 2° - очень маленький угол, поэтому он возможен при встрече минутной и часовой стрелки. Подбирая возможные случаи, получим минутная стрелка за минуту проходит 6°, а часовая $0{,}5^\circ$. Подобрав моменты встреч, получаем 196 мин. В таком случае минутная пройдёт $196 \cdot 6 = 1176$, отбросим лишние обороты (3 оборота), т.к. минутная идёт быстрее. Получаем $1176 - 1080 = 96^\circ$. В это время часовая пройдет $196 \cdot 0{,}5 = 98^\circ$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦН 80-41

Таким образом, угол между часовой и минутной стрелкой составляет $2°$. Время после полудня ⇒ 12ч + 3ч. 16 мин = 15:16 = 15ч. 16 мин.

Ответ: 15 ч. 16 мин (15:16)

+

3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases}$

$\sin y \geq \arcsin x$

$\sin y = \arcsin x$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases}$

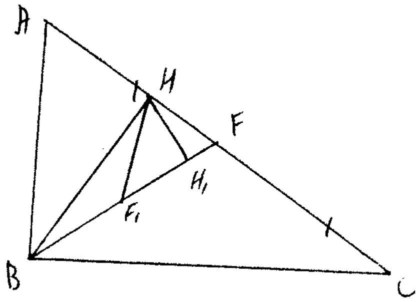
$\sin y \leq \arcsin x$

$\sin x = -\arcsin y$

−

6. Дано: прямоуг. Δ-к, $\angle \alpha = \frac{11}{24}\pi$, AC- гипотенуза, AC= 640м, BH- высота, BF- медиана.

Найти: a_5 -? S_5 -?



Решение: Нам необходимо найти, в каком отношении уменьшается гипотенуза и пл-дь. BF = FC (по св-ву прямоуг. Δ-ка) ⇒ в 2 раза, поэтому гипотенуза 5-ого Δ-ка $a_5 = 320 : 2 : 2 : 2 = 40$ м ✓

площадь = ?

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	ОТВ 86-12 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Углов

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 01.05.1998

Класс: 10.

Предмет математика.

Этап: заключительный.

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

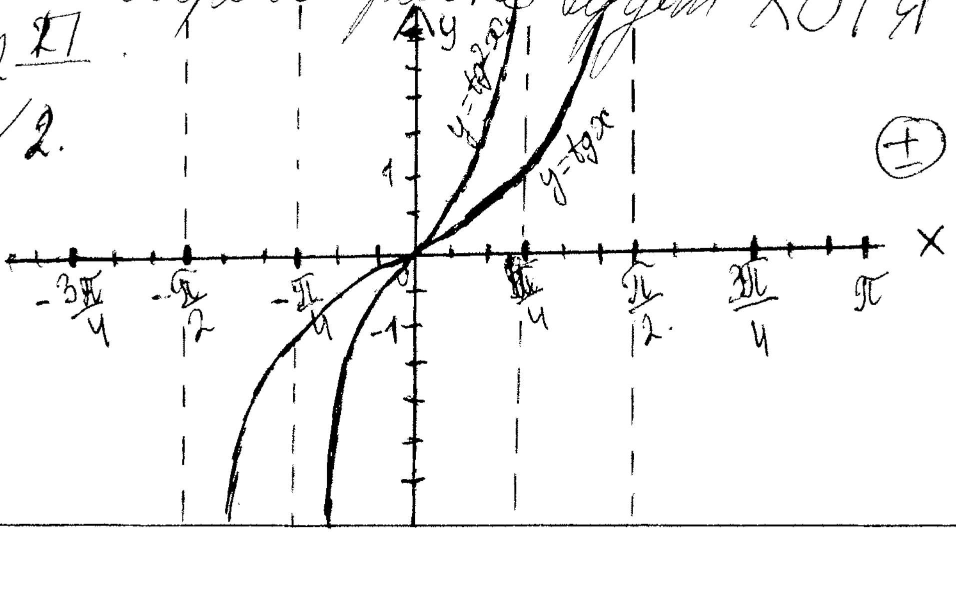
№1

Число всех линий может быть меньше 5, а именно равно 4. Пример: ,
где (С) – станция, М – линия в город М, П – линия в посёлок П.

Число линий не может быть равно 1, 2 и 3, т.к. число линий должно быть ≥ 4 (по условию их наличия) и < 5 (по условию). Остается число 4 – верный вариант. (+)

Так же среди всех линий кол-во П не должно превышать 2, т.к. если иначе, то при случайном выборе 3-ёх линий П в них не будет ни одной М по условию. Аналогично кол-во М должно не превышать 3. Исходя из условий выше путем несложных рассуждений получаем, что число всех линий должно быть ≤ 6. А значит не найдутся среди любых 6 линий такие, что не ведут ни в М ни в П, т.к. в таком наборе всё равно будет ХОТЯ БЫ 2 М и 2 П.

№2.



(+)

Решим задачу с помощью графика. Построим $Г_{y=\operatorname{tg}x}$ и $Г_{y=\operatorname{tg}2x}$. асимптоты $Г_{y=\operatorname{tg}x}$ $\frac{\pi}{2}+\pi n; n\in Z$) асимптоты $Г_{y=\operatorname{tg}2x}$ $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}, n \in Z$. Сразу видим решение: $x=0$. $\operatorname{tg}0=0$; $\operatorname{tg}2\cdot 0=\operatorname{tg}0=0$. Далее график функции $Г_{y=\operatorname{tg}x}$ не принимает иных значений до $x=\frac{\pi}{4}$ и $x=-\frac{\pi}{4}$, а график $Г_{y=\operatorname{tg}2x}$ не достигает значения функции при $x=\pm\frac{\pi}{4}$.
То есть на $[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}]$ единственное решение 0.
На остальных промежутках доказывается аналогично. Но $y=\operatorname{tg}x$ и $y=\operatorname{tg}2x$ — периодичны, значит в ответ идёт решение с большим периодом.

Ответ: $\pi n; n\in Z$

№4.

1 минута $=6^\circ$ ~~После прохождения~~ 1 час $=30^\circ$ (часовая стрелка)

~~(часовая)~~ (минутная стрелка).

Т.е. при прохождении минутной стрелкой 1 минуты (6°) часовая проходит $0{,}5^\circ$ ($\frac{1}{12}$ минуты).

Путём перебора различных случаев получим, что первый раз после полудня это произошло в 15.16.
(Я перебрал варианты, и когда минутная прошла больше часовой и часовая больше минутной)

Ответ: 15 часов 16 минут.

№5.

Пусть x, y, z — t-сумм. три кучки, на которые Иван разделил 600 000 руб, причём $x \geq y \geq z$. (Случаи, когда Иван делил деньги на 2 кучки или оставил всё цел-

нам всю сумму не рассматривали, т.к когда получается невыгодно ~~опасно~~ (при наихудшем раскладе) вкладовать или даже оставлять у себя (далее).
Рассм когда Иван вложил все значки (наихудший расклад)

$\cancel{x}+2y+3z=2y+3z$ (1)

Вложим x и y (z оставил дома).

$\cancel{x}+2y=2y+z$ (2)

Вложим y и z (x дома).

$\cancel{y}+2z=2z+x$. (3)

Вложим x и z: (y дома)

$\cancel{x}+2z=2z+y$ (4).

Сравним:

(1) и (2)
$2y+3z \vee 2y+z$
$2z>0$
$(1)>(2)$

(1) и (3)
$2y+3z \vee 2z+x$.
$2y+z \vee x$
$(1) \overset{?}{\vee} (3)$.

(1) и (4).
$2y+3z \vee 2z+4y$.
$y+z>0$
$(1)>(4)$

Как видим вложить все средства выгоднее во всех случаях кроме (3). Но в (3) мы получим $MAX=900\cdot10^3$ р (при $x=300\cdot10^3$ и $z=300\cdot10^3$ р)
А в (1) мы получим $MAX=1\cdot10^6$ р. (при $x=y=z=2\cdot10^5$ р).

Ответ: $1\cdot10^6$ р.

№7

Пусть y длина наименьшей ступени y, её высота x. Тогда высота и длина 2-ой ступени qx и $y+d$ соответственно, 3-ей $\Rightarrow$ q^2x и $y+2d$ соответственно. Причём $3y+3d=30$ дм

Система.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ БВ86-12

$\begin{cases} xy=15 \\ (qx)(y+d)=60 \\ (q^2x)(y+2d)=180 \\ 3y+3d=30 \end{cases}$ $\left(\frac{15q}{y}\right)(10)=60$. $q\neq0; y\neq0; d\neq0; x\neq0$.

(отрешаем систему выборочно)

$\frac{15q}{y}=6$.

$\frac{15q^2(20-y)}{y}=180$

$300q^2-15yq^2-180y=0$

$15y(q^2+12)=300q^2$

$y=\frac{20q^2}{q^2+12}$

$\frac{15q(q^2+12)}{20q^2}=6$.

$15q^3+180q-120q^2=0$

$q(15q^2-120q+180)=0$

$q^2-8q+12=0$

$\left[\begin{array}{l} q=6 \\ q=2 \end{array}\right.$

$y=\frac{15q}{6}$

$\left[\begin{array}{l} y=15 \\ y=5 \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$ $d=10-y$. $\left[\begin{array}{l} d=10-15 \\ d=10-5 \end{array}\right.$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} d=-5 \\ d=5 \end{array}\right. \\ d>0 \end{cases}$!!!

Получается в ответ прошла отбор только 1 серия размеров. $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \\ d=5 \\ q=2 \end{cases}$

I-ая ступень. $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ II-ая. $\begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}$ III-я. $\begin{cases} x=12 \\ y=15 \end{cases}$

Ответ: I-ая ступ. $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$; II-ая $\begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}$; III-я $\begin{cases} x=12 \\ y=15 \end{cases}$

№ 6.

Договоримся обозначать треугольники по очереди их образования, как $\triangle1; \triangle2; \triangle3; \triangle4; \triangle5$, причем $\triangle1>\triangle2>\triangle3>\triangle4>\triangle5$.

Тогда $\triangle 5 \sim \triangle 1$. (по двум углам). $k=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$.

$S_{\triangle 5}=\frac{S_{\triangle 1}}{32}=$?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

ЫЯ 71-32

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Усков

ИМЯ Владислав

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 06.01.1998.

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Усков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

N - общее число линий; $N_М$ - линии, идущие в М.;
$N_П$ - линии, идущие в П;

1) Чтобы среди каждых 3х найти линию, идущую в М, число линий, не идущих в М должно не превышать 2.

2) Чтобы среди каждых 4х найти линию, идущую в П, число линий, не идущих в П должно не превышать 3.

$N - N_М \le 2$ $N - 2 \le N_М$

$N - N_П \le 3$ $N - 3 \le N_П$

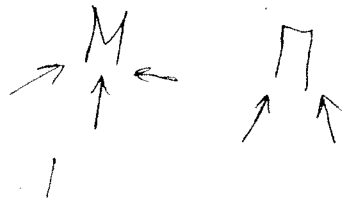
$2N - 5 \le N$ ← нет обоснования, почему $N_М + N_П = N$

$N \le 5$, но при этом $N \ge 4$ для выполнения второго условия.

$N \in [4;5]$, $N \in \mathbb{Z}$.

$N = 4$; $N = 5$, т.е. возможна ситуация, где количество линий меньше 5.

3) При числе линий $N=5$ нет таких, которые не идут ни в М., ни в П., иначе:



• всего 5 линий
2 в М; 2-П; 1-ни туда, ни сюда.
берем 3 линии (2 в П и 1-ни туда ни сюда) и не обнаруживаем линию, идущую в М.

• всего 5 линий (3 в М; 1 в П; 1-ни в П; ни в М).
берем 4 линии (3 в М; 1-ни в П, ни в М) и не обнаруживаем

линию, идущую в П.

При таких раскладах не выполняются условия 1 и 2.

Ответ: Число линий может быть меньше пяти.

Если число линий больше пяти или равно пяти, то среди них нет линий, не идущих ни в П, ни в М. (+)

N 3.

$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

tgx	$tg2x$
0	0
±1	не существует
±2	$\mp\frac{4}{3}$
±3	$\mp\frac{3}{4}$
±4	$\mp\frac{8}{15}$
±5	$\mp\frac{5}{12}$
±6	$\mp\frac{12}{35}$
±7	$\mp\frac{7}{24}$

Очевидно, что при увеличении модуля значения tgx значение $tg2x$ будет уменьшаться и при этом $tg2x$ не будет целым числом.

Знаиит подходит только значение $tgx = 0$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, тогда

$2015^{tgx} = 2015^0 = 1$. (+)

Ответ: 1.

N4.

Минутная стрелка

1 оборот 60 мин.

$360°$ — 60 мин

$6°$ — 1 мин

Часовая стрелка

1 оборот 12 часов

$360°$ - 12 часов

$30°$ - 1 час

$0{,}5°$ — 1 минута

минута	1	2	3	4	5	6
минутная стр.	6	12	18	24	30	36
часовая стр.	0,5	1	1,5	2	2,5	3

градусы отсчитываются от 12 часов по направлению часовой стрелки весь первый час угол между минутной и часовой стрелкой будет гораздо больше 2°.

Минута	60	61	62	63	64	65	66	67
мин. стр.	0	6	12	18	24	30	36	42
час. стр.	30	30,5	31,5	32	32,5	33	33,5	34

во второй час ситуация схожа.

Минута	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	…	195	196
Мин стр	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	…	90	96
час. стр.	60	60,5	61	61,5	62	62,5	63	63,5	64	65,5	66	66,5	67	…	97,5	98

Через 196 минут разница между часовой и минутной стрелками впервые будет равна 2°.

В этот момент на часах будет $15^{\underline{16}}$ +

Ответ: $15^{\underline{16}}$

N5.

Если Иван Иванович разделит свои деньги на 3 равные части и положит каждую из них в разные банки, тогда:

- вложено: 600000 р
- „порено": 200000 р
- сумма, которую можно забрать: 1000000 р.

200000 · 2 + 200000 · 3 = 1000000 (р).

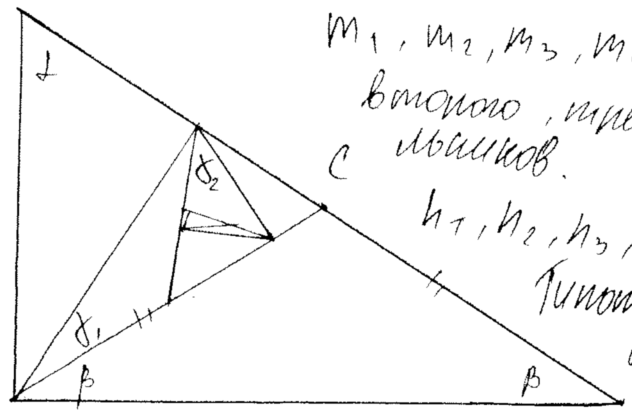
Ответ: 1000000 р.

не доказана оптимальность. +

N6.

Дано: $C = 640$ м; $\alpha = \frac{11\pi}{24}$.

$S_5 = ?$; $m_5 = ?$



m_1, m_2, m_3, m_4 – медианы первого, второго, третьего и четвертого треугольников.

h_1, h_2, h_3, h_4 – высоты.

Гипотенуза 5го треугольника является медиана четвертого.

1) $m_4 = \frac{1}{2}m_3 = \frac{1}{4}m_2 = \frac{1}{8}m_1 = \frac{1}{16}c = \frac{640}{16} = 40$ (м) ✓

2) $\gamma_1 = \alpha - \beta = \alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2\alpha - \frac{\pi}{2} = \frac{22\pi}{24} - \frac{12\pi}{24} = \frac{10\pi}{24} = \frac{5}{12}\pi.$

$\gamma_2 = \left|\frac{\pi}{2} - 2\gamma_1\right| = \left|\frac{\pi}{2} - \frac{10\pi}{12}\right| = \frac{\pi}{3}$

$\gamma_4 = \left|\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right| = \frac{\pi}{3}$ $\qquad \gamma_3 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ $\qquad$ лишний проход

$S_5 = h_5 \cdot m_5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{6} = m_5^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos\frac{\pi}{6} = \frac{m_5^2 \cdot \sin\frac{\pi}{3}}{4} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot 40^2 = \sqrt{3} \cdot 5 \cdot 40 = 200\sqrt{3}$ (м²) $\quad$ +

Ответ: $200\sqrt{3}$.

№7.

Пусть 3-я ступень самая длинная и ~~низкая~~ высокая

$l_1 h_1 = 15$ дм² $\qquad h_1 > 0$

$l_2 h_2 = 60$ ~~дм~~ дм² $\qquad q > 0$

$l_3 h_3 = 180$ дм² $\qquad l_1 > 0$

$d > 0$

Из математич. соображений.

$l_2 h_2 = (l_1 + d) h_1 q$

$l_3 h_3 = (l_1 + 2d) h_1 q^2 = l_1 h_1 q^2 + 2d h_1 q^2 = 180$

$l_1 h_1 q + d h_1 q = 60$

$d h_1 = \frac{60}{q} - 15$

$15q^2 + (60q - 15q^2) 2 = 180$

$15q^2 - 120q + 180 = 0$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

По теореме Виета:

$q_1 = 6$ - не подходит т.к. $\frac{60}{6} - 15 < 0$, а $d h_1 > 0$

$q_2 = 2$

$d h_1 = 15$

$\frac{(2l_1 + 2d) 3}{2} = 30$ (дм)

$l_1 + d = 10$

$(l_1 + d) h_1 q = 60$ (дм)

$h_1 = \frac{60}{q(l_1 + d)} = \frac{60}{2 \cdot 10} = 3$ (дм)

$l_1 = \frac{15}{3} = 5$ (дм)

$d = \frac{15}{3} = 5$ (дм)

$l_2 = 10$ (дм) $h_2 = 6$ дм

$l_3 = 15$ (дм) $h_3 = 12$ (дм)

Ответ: размеры ступеней (длина × высота в дм)
5×3; 10×6; 15×12.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № ______	BL28-65 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ФЕДОРОВ

ИМЯ ДЕНИС

ОТЧЕСТВО НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 18.11.01г. **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15 г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Фед

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Выдан 1 дополнительный лист Олимпиада школьников «Надежда энергетики» ВШ +1 доп

+1 доп. лист ВШ ВАРИАНТ: 7072 + ещё 1 доп. лист ВШ ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВК28-65

Задача №1.

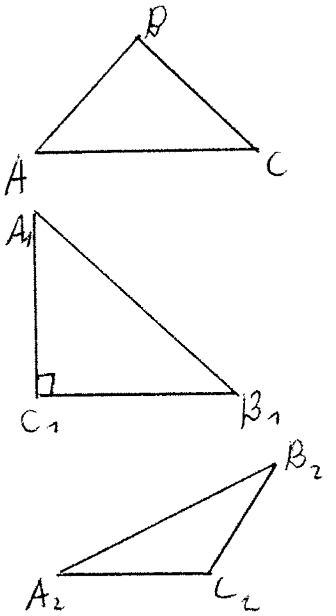
Чтобы расмострeть данную задачу, возьмем произвольное кол-во линий электропередач: например 8 (т.к. в условии задачи написано, что надо брать не меньше пяти). Расмотрим все линии по условию, что среди любых четырех линий есть обязательно одна, которая ведёт в на какое-либо предприятие посёлка П. Если брать так, что линий, которые ~~туда~~ в посёлок П не идут по максимуму, то их окажется не более трёх. Объясню: в условии написано: „Среди любых четырёх линий обязательно будет одна, ведущая в посёлок П". Поэтому, если взять три (+) линии, не ведущих туда, и одну, которая туда ведёт, то это будет удовлетворять условию данной задачи. А вот если взять 4 таких линий, то когда-нибудь нам придётся их рассмотрет (т.к. написано, что любые четыре линии) среди них не окажется ни одной. А если взять, никуда не ведущих, и ещё две, которы ведут в посёлок П, то это будет не по максимуму. Следовательно, максимальное кол-во линий не ведущих в посёлок П, равняется трём. Теперь расмотрим по условию, что „если взять 3 любых линии, то одна обязательно будет вести на предприятие города М. Тут максимальное кол-во — 2 линии. Если взять две линии, не ведущих туда, и одну ведущую, то это удовлетворит условию. Если взять три, не ведущих туда линии, то условие не выполнится. Если взять одну, не ведущую туда линию, то это будет не пох максимуму. Следовательно максимальное кол-во линий не ведущих в город М — 2 линие. У нас получилось, что после первого условия у нас осталось 3 линии,

, а после второго две линии (т.к. одна из трёх линий будет вести в город М). Следовательно, максимальное кол-во линий не ведущих ни в город М, ни в поселок П, две. А значит если взять любые пять линий каждая, то максимальное кол-во линий, не ведущих ни в П, ни в М, будет равняться 2. Значит ответ – 2 линии

Ответ: 2 линии.

Задача №2

Т.к. не дано какой треугольник надо рассмотреть три вида: тупоугольный, прямоугольный и одноугольный треугольники. Нарисуем каждый из них! Назовём $\triangle ABC$.



Напишем дано:

Дано: $\triangle ABC$,

$P_{\triangle\text{-ка}} = p$,

$\angle \alpha = 30^\circ$.

Найти $AB : BC : AC$ ∃ наименьшее.

Решение:

Фигуру, которую будет описывать треугольник – это круг. $S_{\text{круга}} = \pi r^2$. Т.к. π (пи) не изменится, то надо думать про радиус. Чем он будет меньше, тем $S_{\text{круга}}$ будет меньше. Рассмотрим прямоугольный $\triangle$ треугольник. Вершина $C \neq 30^\circ$, $C = 90^\circ$, а остальные будут по 45°, значит этот треугольник не подходит. Теперь рассмотрим остроугольный треугольник. Тут любой угол может равнятся 30°. Но раз один угол = 30°, то другие углы не могут равнятся 30° (т.к. сумма углов треугольника ~~за~~ 180°), а значит треугольник не равносторонний. Но так как радиусы одного круга равны, то две стороны должны быть равны. Из этого можно сделать вывод что ~~а~~ треугольник равнобедренный. ~~Так же будет если а треугол~~ Если ~~а~~ треугольник тупоугольный то $C \angle \neq 30°$, $C\angle =>$ А если брать оставшиеся стороны, то оны не равны, а радиусы должны быть равн. Значит верный треугольник равнобедренный. Третья сторона не имеет значения, т.к. она ~~на~~ основание и будет прочерчива только внутри. Следовательно, чтобы радиусы был меньше, боковые стороны должны быть меньше. ~~Ес~~ Чтобы найти одну из сторон надо: $\frac{p-AC}{2}$. Значит $AB = BC = \frac{p-AC}{2}$. А сторона AC равна: $AC = p - (AB+BC)$ или $AC = p - \frac{p-AC}{2} \cdot 2$. Сократим, получим: $p-(p-AC)$. Так же треугольник должен быть равнобедренным.

Ответ: Если $\triangle ABC$ равнобедренный, а $AB = BC = \frac{p-AC}{2}$, а $AC = p - (p-AC)$.

Задача №3.

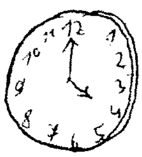
~~Обозначим Отец буквой~~ Рассмотрим самую первую информацию: Отец + Мать + Сын = 65 лет. Девять лет назад: Отец + Мать + Сын = 40 лет. Но если рассмотреть, что девять лет назад все были младше на 9 лет, то сумма их возрастов была на 27 лет меньше (т.к. 3 человека умножить 9 лет равно 27 лет). Значит, из ~~58~~ 65 надо отнять 27, чтобы узнать сколько была сумма годов 9 лет назад. ~~58~~ 65 − 27 = 38 лет. Но 38 ≠ 40 значит кого-то тогда не было (т.к. чтобы получить 40 надо из 65 − 25 = 40, а 3 · 9 = 27. Не было тогда сына (т.к. он должен быть младше родителей).

Если ~~сравнить~~ из 27-25=2. Значит сын родится через 2 года, когда сумма возрастов отца и матери будет равнятся 44 годам. Но есть ещё 7 лет. Через шесть лет сыну будет 7 лет, а сумма лет отца и матери — 58 лет (т.к 4×7+(7·2)=58). Вот на данный момент сыну 7 лет, а родителям в сумме 58 лет. Найдем сколько лет отцу. Четыре года назад сыну было 3 года, а значит отцу 27 лет (т.к указано, что 4 года назад, отец был в 9 раз старше сына. Теперь узнаем, сколько ему сейчас. 27+4=31 год.

Ответ: 31 год.

Задача №4.

Рассмотрим обычный циферблат:



Полудень — это половина дня. В это время и минутная и часовая стрелка показывают на одно и то же число — 12. Нам нужно узнать в какое время градусная мера угла, образованного минутной и часовой стрелкой равна 120°. Половина циферблата — 180°, а весь, значит, 360°. Всего 12 чисел ~~цифр~~. Тогда: 360:12=30° в одном пролёте между двумя числами. Следовательно 120° — это 4 пролёта. Значит между числом, на которое показывает минутная и часовая стрелка, должно быть четыре числа. Это впервые произойдёт в 4 часа дня. Между 4 и 12 ровно четыре пролета. Если предположить, что данное время — это 12:20, то будет неправильно, за 20 минут стрелка с 12 переместится ближе к середине между 12 и 1. Так же будет, если взять и другие времена. В первый раз это случится в 4 часа дня.

Ответ: в 4 часа дня.

Задача №5.

Для удобства напишем краткое условие:

Работа - с 8:00 до 16:00 (всего 8 часов)
Для писем - 10 мин
Для бандеролей - 15 мин
Для посылок - 25 мин

1) Переведем часы в минуты: 8 часов = 480 минут.
2) Посчитаем, сколько грузов сможет отправить Печкин (для писем) по максимуму: 480 : 10 = 48 грузов с письмами.
3) Посчитаем, сколько грузов сможет отправить Печкин (для бандеролей) по максимуму: $480 : 15 = 32$ Итого 32 груза с бандеролями.

$$\begin{array}{r|l} 480 & 15 \\ \underline{45} & 32 \\ 30 & \\ \underline{30} & \\ 0 & \end{array}$$

4) Посчитаем, сколько грузов сможет отправить Печкин (для посылок) по максимуму: $480 : 25 = 19,2$. Итого он сможет отправить только 19 посылок (т.к. 20 до него не доедет - рабочий день закончится)

$$\begin{array}{r|l} 480 & 25 \\ \underline{25} & 19,2 \\ 230 & \\ \underline{225} & \\ 50 & \\ \underline{50} & \\ 0 & \end{array}$$

5) Теперь посчитаем сколько могут встретиться какие тележки у пункта погрузки:

~~Для писем с бандеролями~~ Тележки для писем и бандеролей будут встречаться каждые 30 минут.

Тележки для писем и посылок - каждые 50 минут.

Тележки для бандеролей и посылок - каждые 75 минут.

6) Посчитаем, сколько за рабочий день встретятся какие тележки.

Письма и бандероли: 480 : 30 = 16 раз. (будут нагружать с бандеролями)

Письма и посылки: 480 : 50 = 9 раз, если целых (будут нагружать с посылками).

Бандероли и посылки: 480 : 75 = 6 раз, если целых (будут нагружать с посылками,

7) Так как всё время будут нагружать тележки с посылками, то они ~~до~~ будут довозить по максимуму: то есть 19 ~~пос~~ грузов.

8) Посчитаем сколько перевезут бандеролей: 32 - 6 = 26 грузов.

9) Посчитаем, сколько перевезут ~~по~~ тележек с письмами: $48-(16+9)=$
$=48-25=23$ груза.

Ответ: с письмами – 23 груза; с бандеролями – 26 грузов; с посылками – 19 грузов.

+

Задача №6.

Проследим закономерность: ~~Сколько~~ через каждые сколько степеней прибавляется цифра: $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $2^6=64$, $2^7=128$. Мы видим, что через каждые 3 степени + 1 цифра, ~~тогда~~. ~~Итого: в этом числе 671~~ десятичный знак.

$$\begin{array}{r|l} 2015 & 3 \\ -18 & 671 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

~~Далее проследим закономерность с цифрой 5: $5^1=5$, $5^2=25$, $5^3=125$, $5^4=625$, $5^5=3$~~ Но каждую десятую степень знак прибавляется через 4 степени, а далее снова через 3. Каждую десятую степень будет повторяться 201 раз, а к через три степени 671 раз. Вычтем и получаем: $671-201=470$ знаков будет в числе 2^{2015}. Теперь проследим какую-либо закономерность в числе 5^{2015}: $5^1=5$, $5^2=25$, $5^3=125$, значит + 1 цифра каждые 2 степени, но каждую 5 степень знак прибавляется через 1 степень. Это будет 403 раза. А через 2 степени – 1007. Вычтем: $1007-403=604$ знакам. А теперь все сложим: $604+470=1074$ знака.

Ответ: 1074 знаков.

Задача №7.

Мюллер не должен верить Штирлицу, т.к. 1км – это самая ближняя, 9км самая дальняя. ~~Площадь~~ Сторона квадрата должна быть не меньше 5км, тогда не уместится линия 9км. Следовательно, линия в 4км не „дотянется до советского радио передатчика. А значит, сообщение неверно.

Ответ: Не должен верить.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ZS 37-26

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7082

ФАМИЛИЯ Федоров

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Геннадьевич

Дата рождения 01.12.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Фед

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3

От + М + С = 65

(От − 9) + М − 9 + С − 9 = 40

От – отец
М – мать
С – сын

От + М + С − 27 = 40, значит, что сын родился через 2 года после расчета, когда им было 40 лет, а значит сейчас ему 7 лет. 4 года назад сыну было 3 года, значит отцу было 27 лет. Сейчас отцу 27+4 = 31 год.

+

Ответ: отцу 31 год.

№6

В десятичной записи числа 2^{2015} прослеживается закономерность.

2^{1} = 1 цифра
2^{2} = 1 цифра
2^{3} = 1 цифра
2^{4} = 2 цифры
2^{6} = 2 цифры
2^{7} = 3 цифры
2^{9} = 3 цифры
2^{10} = 4 цифры
2^{13} = 4 цифры
2^{16} = 5 цифр
2^{17} = 6 цифр
2^{22} = 7 цифр
2^{26} = 7 цифр

Каждые 13 степеней плюс 3 цифры в записи числа.
Так как число 2^{2015}, то 2015 : 13 = 155 раз

$$\begin{array}{r|l} 2015 & 13 \\ \underline{13} & 155 \\ 71 & \\ \underline{65} & \\ 65 & \\ \underline{65} & \\ 0 & \end{array}$$

155 · 3 = 465 цифр в записи 2^{2015}

Такая закономерность есть и в числе 5^{-2015}

5^{-1} = 1 ц.
5^{-2} = 2 ц.
5^{-3} = 3 ц.
5^{-4} = 3 ц.
5^{-5} = 4 ц.
5^{-6} = 5 ц.
5^{-7} = 5 ц.
5^{-8} = 6 ц.
5^{-9} = 7 ц.

Каждые 6 степеней плюс 4 цифры.

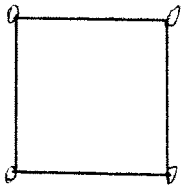
F

$$\begin{array}{r|l} 2015 & 6 \\ \underline{18} & 335 \\ 21 & \\ \underline{18} & \\ 35 & \\ \underline{30} & \\ 5 & \end{array}$$

между 5 степенями 3 цифры. Всего 465 + 4 · 335 + 3 = = 1808 цифр

Ответ: всего выписано 1808 десятичных знаков.

№7



Возьмем квадрат и на его концах отметим 4 радиостанции. Чтобы расстояние могло быть равно 9, сторона квадрата как минимум должна быть равна 7, потому что по теореме Пифагора сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, а расстояние-это перпендикуляр. Но если минимальная сторона квадрата 7, то расстояние ~~до~~ от другой точки до радиопередатчика не может равняться ни 5, ни 4, ни 1, то есть Мюллер не должен верить.

Ответ: Мюллер не должен верить сообщению.

№5

Тележка для писем уезжает за 10 минут и 5 минут погружается. Всего 15 минут. Для бандеролей 20 минут. Для посылок 30 минут. Это значит, что тележка для бандеролей и посылок отдельно без тележки для писем встретиться не могут. Печкин всего работает 8 часов = 480 минут. Для писем 32 круга, для бандеролей 24 круга, для посылок 16 кругов. Каждый 2 круг для писем встречается либо с для бандеролей, либо с для посылок и всегда она не заполняется. Всего она ~~заполняется~~ проезжает 16 раз. Для бандеролей встречается раз в 3 круга и всегда не заполняется. Всего она ~~заполняется~~ проезжает 16 раз. Для посылок встречается раз в 2 круга, но всегда заполняется. Всего она проезжает 16 раз.

Ответ: 16 тележек каждого вида Печкин может отправить за рабочий день.

№4

За 60 минут часов стрелка проходит $30°$, а минутная $360°$. За 1 мин часовая проходит $0{,}5°$, а минутная $6°$. Получается за 1 минуту часовая отдаляется от минутной на $5{,}5°$. $45° : 5{,}5 = \frac{45}{1} \cdot \frac{2\cancel{10}}{11\cancel{55}} = \frac{90}{11} = 8\frac{2}{11}$ мин. Между часовыми секторами расстояние в $30°$. Значит чтобы получить расстояние в $45°$ надо чтобы было 30 минут, так как в минуту $0{,}5°$. Значит было 30 минут. Тогда, чтобы было $45°$ между стрелками должно быть 16 часов, так как требуется ~~минимальное~~ впервые время.

Ответ. 16 часов 30 минут. +

№1

Если из 3 линий хотя бы одна идет на предприятие М, а среди 4 хотя бы одна в поселок П. При делении на 3 минимальный остаток 2, при делении на 4 минимальный остаток 3. $2+3=5$ – из них хотя бы одна идет или в город М, или в поселок П, а значит, что ни одна из выбранных наугад линий не может идти ни в город М, ни в поселок П. +

Ответ: Ни одна линия не может идти и не в город М, и не в поселок П.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	VK 50-84 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ФЕДОРОВА

ИМЯ КСЕНИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 11.06.98 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хавф

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»
Вариант: 7102
ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VK 50-84

Задача 4: Решение:

360° – 12ч = 720мин – для часовой стрелки
360° – 60 мин – для минутной стрелки.

За 1 мин минутная стрелка отклоняется на $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$; часовая – $\frac{360^\circ}{720} = 0{,}5^\circ$. При этом после 60 минут минутная стрелка возвращается в прежнее положение. Поэтому.

$\alpha^\circ = 0{,}5^\circ n - (6^\circ n - 360^\circ x)$ – где $6^\circ n - 360^\circ x$ – градус, на кот. отклонится минутная стр. через n мин
X – целое число часов, кот. пройдет за n минут.

$5{,}5^\circ n = 360^\circ x - 2^\circ$

$5{,}5 = 11 \cdot 0{,}5 \Rightarrow 360^\circ x - 2^\circ \vdots 11$

$\Rightarrow 360^\circ x \equiv 2 \pmod{11}$
$x \in \mathbb{Z}$, $x \leq 12$ (после 12 часов будет происходить то же самое)
$360^\circ x$ – min $\Rightarrow$ x – min, $x \geq 0$.

Такое $x = 3$. $360 \cdot 3 - 2 = 1078 \vdots 11$; $1078 : 11 = 98$

+

$n = \frac{1078^\circ}{5{,}5^\circ} = 196$ (минут)

$[196:60] = 3$ (часов) – час. стрелка отклон. на $\alpha = \frac{196 \cdot 360^\circ}{720^\circ} = 98^\circ$

$\{196:60\} = 16$ (минут) – мин. стр. отклон на $\beta = 16^\circ \cdot 6^\circ = 96^\circ$

Ответ: часы показывают 3 часа 16 минут.

Задача 2

$tg\, 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x} \in \mathbb{Z}$; $tg\, x \in \mathbb{Z}$.

Пусть $2 tg x = n(1 - tg^2 x)$; $n \in \mathbb{Z}$.

±

$n tg^2 x + 2 tg x - n = 0$.

$D = 4 tg^2 x (1 + n^2)$

$tg x = \frac{-2 tg x \pm 2 tg x \sqrt{1+n^2}}{2} = -tg x \pm tg x \sqrt{1+n^2} \in \mathbb{Z}$.

$\sqrt{1+n^2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow m^2 = 1 + n^2$. Но квадраты всех чисел отличаются более, чем на 1, кроме $1^2 = 1 + 0^2$

$\Rightarrow n = 0 \Rightarrow tg x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$.

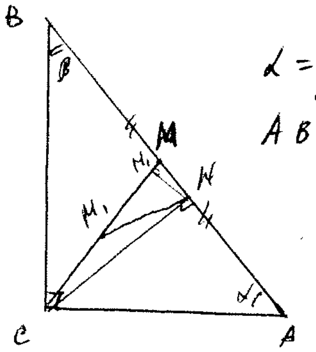
Задача 5. Т.к. неизвестно, какой банк обанкротится, нужно положить во все банки одинаковую сумму x. Тогда человек отдаст $3x$, а получит через год $3x+2x-x=4x$. Доход $=4x-3x=x$.

+

$$\begin{cases} x - \max \\ 3x \le 600000 \end{cases} \Rightarrow x = 200000.$$ Тогда через год он получит на руки $4\cdot 200000 = 800000$.

Ответ: 800000.

Задача 6.



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$
$AB = 640$

Решение:

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{1}{24}\pi$.

$HC = AC\sin\alpha = AB\sin\beta\sin\alpha =$
$= 640\cdot\sin\frac{1}{24}\pi\cdot\sin\frac{11}{24}\pi$.

+

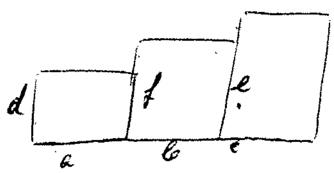
$MC = BM = MA = 320$.

$\angle CMH = 180 - 2\alpha = \pi - \frac{11}{12}\pi = \frac{1}{12}\pi = 2\beta$

$\angle MCH = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{12}\pi = \frac{5}{12}\pi$.

? $S_{\triangle MCH} = \frac{1}{2} HC\cdot MC\cdot\sin\angle HCM = \frac{1}{2}\cdot 320\cdot 640\cdot\sin\frac{1}{24}\pi\cdot\sin\frac{11}{24}\pi\cdot\sin\frac{5}{12}\pi = 102400\sin\frac{1}{24}\pi\cdot\sin\frac{11}{24}\pi\cdot\sin\frac{5}{12}\pi$.

Задача 7.



Длины − a, b, c; высоты − $e; f; d$.

Пусть $a - \min \Rightarrow d - \min$.

$ad = 15$
$b = a+q = 10$. $f = dq$
$c = a+2q$ $e = dq^2$

$\Sigma = a+b+c = 3a+3q = 30 \Rightarrow a+q = b = 10$.
$c = 30 - b - a = 20 - a$.

1) $bf = 180$; $ad = 15$
$ce = 60$
$10dq = 180$
$(20-a)dq^2 = 60$

$$\begin{cases} a\cdot 12 = 10q \\ (4+q^2)a = 20q^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{4+q^2}{12} = 2q^2 \Rightarrow q^2 - 24q^2 + 4 = 0$$
$q_1; q_2 < 0$ − не подх.

2) $bf = 60$; $ce = 180$
$4a = 10q$
$12a = (20-a)q^2$
$20q^2 = (12+q^2)\cdot 2$
$2q = \frac{12+q^2}{4}$
$q^2 - 8q + 12 = 0$

$$\begin{cases} q_1 \cdot q_2 = 12 \\ q_1 + q_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} q_1 = 6 \\ q_2 = 2 \end{matrix}$$

1) $q = 2$

$ad = 15$

$20d = 60$

$\Rightarrow a = 5 \Rightarrow c = 30 - 10 - 5 = 15$

$f = 2 \cdot d$; $d = \frac{15}{a} = \frac{15}{5} = 3$

$f = 2 \cdot 3 = 6$; $e = 2^2 \cdot 3 = 12$

2) $q = 6$.

$ad = 15$

$120d = 60$

$a = 30$ – не подходит

т.к. $a + b + c = 30 \Rightarrow a < 30$

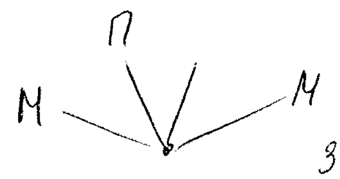
Ответ: длины: 5; 10; 15 (дм)

высоты: 3; 6; 12 (дм)

+

Задача 1.

Если среди любых 3 есть линия, ведущая в М, значит должно быть только 2 линии, не ведущие в М. Аналогично, должно быть только 3 линии, не ведущие в П. Тогда число всех линий может быть меньше 5. Например,



На рисунке 4 линии, из них 2 не ведут в М, и 3 не ведут в П.

Ответ: да, может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 1112	BF 50-68 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Феоктистова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Юрьевна

Дата рождения 03. 04. 1998 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

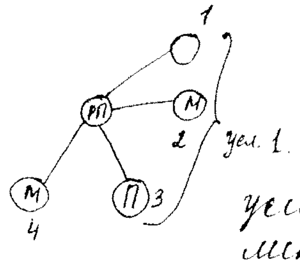
Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Феокт-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1.

① Рисунок 1:



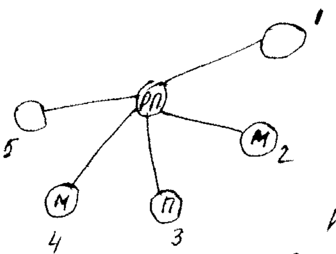
1) Покажем условие 1: среди трёх линий есть 1, ведущая в М.

2) Дорисуем ещё 1 линию, т.к. 2е условие требует как минимум 4х линий. Покажем это условие.

3) Однако, с появлением 4й линии перестало выполняться 1е усл-е. Поэтому подпишем ~~…~~ 4ю линию М.

Теперь у нас есть 4 линии (меньше 5) и выполняются оба условия. Значит, ответ на первый вопрос: да.

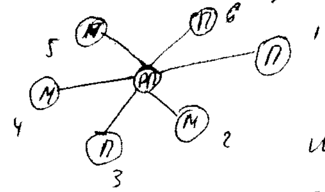
② Теперь проверим второй вопрос.



1) Построим 5ю линию.

Тогда сразу перестали выполняться оба условия. (1е – 1я, 3я и 5я линии, ни одна не ведёт в М; 2е – 1я, 2я, 4я и 5я – ни одна не ведёт в П)

2) Чтобы это исправить, подпишем 1ю и 5ю линии М и П.



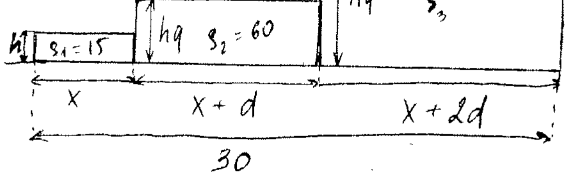
Каждая ведёт в М или П. Построим линию 6.

Стало снова выполняться 2е условие, но 1е уже нет, т.к. количество линий П не меньше 3х. И каждая ведёт либо в П, либо в М. Если дорисовать ещё линий, условие 1 не станет выполняться, и 2е тоже. Поэтому, число линий меньше 5, и равно 4.

Ответ: Может, 4 линии. Если их ≥ 5, условие не выполняются.

(+)

№ ~~…~~ 7.



1) Пусть длина первой ступени равна x дм.

Тогда $l_2 = x + d$; $l_3 = x + 2d$.

2) Пусть высота 1й ступени равна h дм, тогда высоты 2й и 3й равны hq и hq^2 соответственно.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} hx = 15 \\ hq(x+d) = 60 \\ hq^2(x+2d) = 180 \\ x + x + d + x + 2d = 30 \end{cases}$$

1) $3x + 3d = 30$

$x + d = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow hq = \frac{60}{10} = 6$. Попробуем решить методом подбора!

2) $S_1 = 15$

$15 = 5 \cdot 3$

$15 = 1 \cdot 15$ (Если судить логически, то x может быть 5, а h может быть 3). Проверим:

?

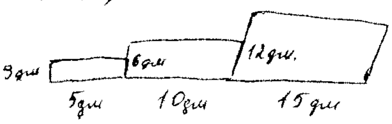
1) $hq = 6 \Rightarrow q = 2$.

$x + d = 10 \Rightarrow d = 5$.

$S_2 = 2 \cdot 3 \cdot (5+5) = 60$.

$S_3 = 3 \cdot 2^2 (5+10) = 12 \cdot 15 = 180$. $\Big\} \Rightarrow$ всё верно

$x = 5, \ h = 3$



~~P.S. Это~~

Ответ: $h_1 = 3$дм, $h_2 = 6$дм, $h_3 = 12$дм

$x_1 = 5$дм, $x_2 = 10$дм, $x_3 = 15$дм.

№ 2.

$tg\,x$ и $tg\,2x$.

$tg\,x \in Z$

$tg\,2x \in Z$

$tg\,0° = 0$, $tg\,2 \cdot 0° = 0$, $0 \in Z$.

$tg\,\pi = 0$, $tg\,2\pi = 0$, $0 \in Z$.

$tg\,\frac{\pi}{2}$; $tg\,\frac{3\pi}{2}$; $tg\,2 \cdot \frac{\pi}{4}$; $tg\,2\,\frac{3\pi}{4}$ — не существует. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = 0$, $x_2 = \pi$ ....

$2015^{tg\,x_1} = 2015^{tg\,0} = 2015^0 = 1$.

$2015^{tg\,x_2} = 2015^{tg\,\pi} = 2015^0 = 1$.

Ответ: 1.

±

№ 4.

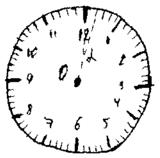
1) За 1 час часовая стрелка проходит 5 чёрточек, минутная – 60 чёрточек.

За какое время часовая стрелка проходит 1 чёрточку?

$\frac{60}{5} = 12$ минут.

Значит за то время как часовая стрелка пройдёт 1 чёрточку, минутная пройдёт 12.

2) Теперь расчитаем сколько градусов содержит угол, образованный лучами, исходящими из центра часов и проходящими через соседние чёрточки (α)



$\angle 12\,O\,6 = 180° \Rightarrow \alpha = \frac{180°}{30} = 6° \Rightarrow \alpha = 6°.$

Значит, $2° = \frac{1}{3}$ чёрточки.

3) Пусть $x_ч$ – кол-во чёрточек, которое прошла часовая стрелка от предыдущей отметки часа (цифры 1, 2, 3...).

$x_{мин}$ – кол-во чёрточек, которые прошла минутная стрелка от отметки 12.

$x_{мин} = 12 x_{час}$.

в 1й час: $x_ч + \frac{1}{3} = 12x_ч$ $\quad$ $x_ч - \frac{1}{3} = 12x_ч$

$11x_ч = \frac{1}{3}$ $\quad$ $11x_ч = -\frac{1}{3}$

$x_ч \notin Z$. $\quad$ $x_ч \notin Z$

2й час: $5 + x_ч + \frac{1}{3} = 12x_ч$ $\quad$ $5 - \frac{1}{3} + x_ч = 12x_ч$

$11x_ч = \frac{16}{3}$ $\quad$ $11x_ч = \frac{14}{3}$

$x_ч \notin Z$ $\quad$ $x_ч \notin Z$.

3й час: $10 + x_ч + \frac{1}{3} = 12x_ч$ $\quad$ $10 + x_ч - \frac{1}{3} = 12x_ч$

$x_ч \notin Z$ $\quad$ $x_ч \notin Z$

4й час: $15 + x_ч + \frac{1}{3} = 12x_ч$ $\quad$ $15 + x_ч - \frac{1}{3} = 12x_ч$.

$11x_ч = \frac{46}{3}$ $\quad$ $11x_ч = \frac{44}{3}$

$x_ч \in \frac{46}{33}$, $x_ч \notin Z$ $\quad$ $x_ч = \frac{44}{33} = \frac{4}{3}$.

$x_{мин} = \frac{4}{3} \cdot 12 = 16$ мин.

Ответ: время: 3 часа 16 минут.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

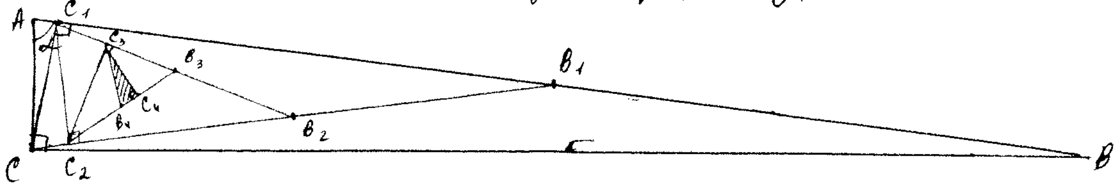
Вариант: 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF50-68

№ 6.

Дано:
$\angle\alpha = \frac{11\pi}{24}$
$AB = 640$ м
S_5 - ?
l_5 - ?

Решение:

$\angle\alpha = \frac{11\pi}{24}$, это ненамного меньше 90° => ΔК будет иметь примерно такую форму.



$AB_1 = B_1B = \frac{640}{2}$ м $= 320$ м.

Т.к. $\angle A \approx \angle C \Rightarrow \angle C \approx \angle C_1 \Rightarrow \angle C_1 \approx C_2 \Rightarrow \angle C_2 \approx \angle C_3 \Rightarrow \angle C_3 \approx \angle C_4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle B_1CC_1 \sim \triangle C_1C_2B_1 \sim \triangle C_1C_2B_2 \sim \triangle C_2C_3B_2 \sim \triangle C_2C_3B_3 \sim \triangle C_3C_4B_4$

l_1 - гип. 1, l_2 - гип. 2, ... l_5 - гип. 5.

Т.к. $AB_1 : AB \approx 1:2 \Rightarrow$

$l_2 = 320$ м
$l_3 = 160$ м
$l_4 = 80$ м.
$l_5 \approx 40$ м.

Ответ: Очень приблизительно 40 м, т.к. точного значения посчитать нельзя...

№ 5

Возможно, ему стоит просто оставить все деньги у себя. Но, если по условию он должен вложить, то половину денег (300000 руб) оставить у себя, а остальное разложить поровну в каждый банк (по 100000 руб).

Тогда получится так:

$C = 300000$ руб $+ 300000$ руб $+ 200\,000$ руб $= 800000$ руб.

Я не уверена, что это лучший вариант, но по-моему неплохо.

Ответ: 800 000 руб.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7082	RЧ 27-15 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Филиппов ~~Иван Михайлович~~

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 19.02.2001. **Класс:** 8м

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Филиу

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

$x \in \{N; 0\}$

кол-во проводов: $5+x$

если в любой тройке есть провод, идущий в М, то этих проводов должно быть минимум $5+x-2=3+x$; то есть всего 2 провода из всех не идут в М (+)

если в любой четвёрке есть провод, идущий в П, то этих проводов должно быть минимум $5+x-3=2+x$; то есть всего 3 провода из всех не идут в П

$y \in \{N; 0\}$ y проводов из всех не идут ни в М, ни в П.

$3+x+2+x+y=5+x$

$2x+y=x$

$y=-x$ напомним, что y и x неотрицательные

уравнение верно только при $y=0$ и $x=0$

следовательно всего 5 проводов и все они идут либо в П, либо в М.

Ответ: ниодного.

№3.

о - лет отцу

m - лет матери

s - лет сыну

$o \geq 0 \quad o-9 \geq 0$

$m \geq 0 \quad m-9 \geq 0$

$s \geq 0 \quad s-9 \geq 0$

человек не может иметь отрицательный возраст

$\begin{cases} o+m+s=65 \\ o+m+s-9\cdot 3=40 \end{cases}$ $\begin{cases} o+m+s=65 \\ o+m+s=67 \end{cases}$ логика нарушена

введём переменную „а" (возраст сына 9 лет назад) $a \geq 0$

$\begin{cases} o+m+a-9\cdot 2=40 \\ o+m+s=65 \end{cases}$ $\begin{cases} o+m+a=58 \\ o+m+s=65 \end{cases}$ $s-a=7 \Rightarrow a=s-7$

$\begin{cases} o+m+s-9\cdot 2-7=40 \\ o+m+s=65 \end{cases}$ логика восстановлена (+)

9 лет назад сын ещё не родился, он родился 7 лет назад, ему 7.

$o-4=9(s-4) \quad o=31$

$o=4+27$

Ответ: отцу 31 год

№6.

составим таблицу.

	1			4	4		7		
степень „2"	2	4	8	16	32	64	128		
кол-во цифр в числе	1	1	1	2	2	2	3		
степень „5"	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125
кол-во цифр в числе	1	2	3	3	4	5	5	6	7
	1	2	3		5	6		8	9

заметим, что:

1) кол-во цифр в степени двойки равно $\frac{\text{степень}-1}{3}+1$ и округляем в меньшую сторону

2) кол-во цифр в степени пятерки равно степень $\cdot \frac{2}{3}+1$ и округляем в меньшую сторону

так посчитаем:

$\frac{2015-1}{3}+1=671\frac{1}{3}+1\approx 672$

$\frac{2015\cdot 2}{3}+1=671\frac{2}{3}\cdot 2+1=1343\frac{1}{3}+1\approx 1344$

$672+1344=2016$ Ответ: 2016 десятичных знаков.

(+)

№7.

нет не должен

I вариант. передатчик1 и передатчик9 лежат на одной стороне квадрата тогда сторона квадрата в любом случае больше 8 т.к:

9 должно быть меньше, чем сторона +1

$9<a+1$

$a>8$

Тогда передатчик4 и передатчик5 „не дотянутся" т.к. диагональ $>8\sqrt{2}$, а передатчикам нужно „добить" ~~ыхудальне~~ противолежащих углах квадрата.

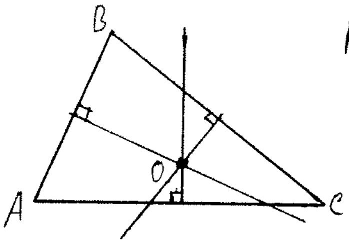
(+)

II вариант. передатчик1 и передатчик9 лежат на ~~одной стороне~~ противолежащих углах квадрата. Тогда диагональ квадрата ≥ 8, следовательно сторона квадрата $a\geq 4\sqrt{2}$; т.к. $\sqrt{2}>1$; то $a>4$; следовательно передатчик4 не дотянется.

№2. (+)

ось должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров. (центр описанной окружности)

тогда занимаемая площадь будет равняться площади описаной окружности $S=\pi R^2$



$R=OC=OB=OA$

в других случаях одно из расстояний до углов будет больше и площадь тоже больше.

№ 4

$45^\circ = 7{,}5$ минутных делений; теперь положение стрелок будем измерять в минутных делениях

составим таблицу.

время		12^{06}	12^{12}	12^{54}	13^{00}	13^{06}	13^{12}	13^{54}	14^{00}	14^{18}	15^{24}	16^{30}
положение	минутная	6	12	54	0	6	12	54	0	18	24	30
	часовая	0,5	1	4,5	5	5,5	6	9,5	10	11,5	17	22,5
разница		5,5	11	10,5	5	0,5	6	15,5	10	6,5	7	7,5

! заметим что каждый раз, когда кол-во часов увеличивается на 1, а кол-во минут увеличивается на 6, расстояние увеличивается на 0,5; продолжим таблицу после разделения

в 16:30 расстояние равно 7,5 минутных делений, то есть 45°!

Ответ: в 16:30. +

№ 5

введем обозначения для таблицы

V – в это время грузил

X – не смог в это время погрузить

□ в это время приезжает тележка

построим таблицу и где надо заштрихуем углы

время / заполняет	8^{00}	8^{05}	8^{10}	8^{15}	8^{20}	8^{25}	8^{30}	8^{35}	8^{40}	8^{45}	8^{50}	8^{55}	9^{00}
письма	V		V			X			Y			X	
бандероли	V			V					V			X	
посылки	V					V						V	

С 8^{00} до 9^{00} Печкин отправляет груженые тележки

2 с письмами

2 с бандеролями

2 с посылками

рабочий день длится 8 часов

$2 \cdot 8 = 16$

и в 8^{00} он еще пускает по 1 груженой тележке каждого вида

$16 + 1 = 17$

~~Ответ по 17 груженых тележек каждого вида~~

~~С 15^{55} до 16^{00}~~

Ответ: по 17 груженых тележек каждого вида

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант № 7072	шифр: НТ 12-30 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Филиппов

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 04.02.2001 Класс: 7

Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3

~~Отец | Мать | Сын | Σ~~

~~В данный день | у лет~~

Время	Отец	Мать	Сын	Σ
Сегодня	x лет	y лет	z лет	65 лет
9 лет назад	(x − 9) лет	(y − 9) лет	(z − 9) лет	40 лет
4 года назад	(x − 4) года	(y − 4) лет	(z − 4) лет	x − 4 = (z − 4)·9

$x - 4 = (z - 4)\cdot 9$

Допустим что: 1) Родителям одинаковое количество лет.

I $30 + 30 + 5 = 60$ ✓
9 лет назад $21 + 21 + 0 \neq 40$ −
$26 \neq 1\cdot 9$ невыполняется. −
$26 \neq 9$ −

II $29 + 29 + 7 = 65$ ✓
9 лет наз. $20 + 20 + 0 \neq 40$ ✓
$25 + 25 + 3$
$25 \neq 3\cdot 9$ −
$25 \neq 27$ −

2) Попробуем, что родителям разное количество лет.

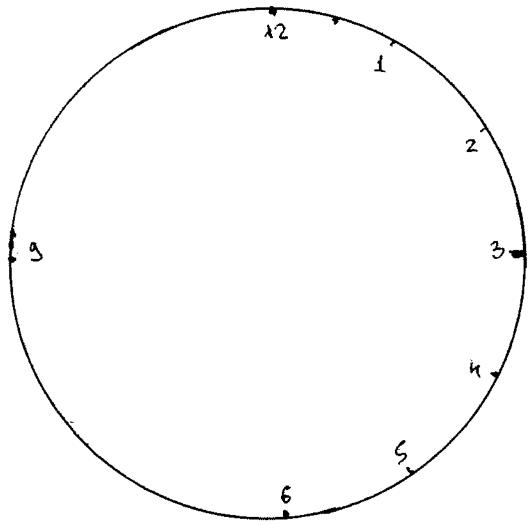
I $31 + 27 + 7 = 65$ ✓
9 лет наз. $22 + 18 + 0 = 40$ ✓
4 года назад $27 + 23 + 3$
$27 = 3\cdot 9$ ✓
$27 = 27$.

+

Ответ: отцу 31 год.

№4.

Был полдень: минутная и часовая стрелка на цифре 12.



между цифрами 30 градусов или 30°

$360^\circ : 12 = 30$ градусов $= 30^\circ$

$30^\circ \cdot 4 = 120^\circ$

четыре деления.

Потом через час стрелка минут будет на 12, а часовая на единице.

Будет: 13:00

$v_{мин} = 6^\circ/мин$

$v_ч = 0,5^\circ/мин$

$v_{сбл} = 5,5^\circ/мин$

~~12ч) $120^\circ : 5,5^\circ$ = не будет целое число.~~ => не может быть 12 часов.

~~13:00 $(120^\circ - 30^\circ) : 5,5$ = не будет целое число.~~

1) 12:00 $(120^\circ - 0^\circ) : 5,5^\circ$ = не будет целое число => не может быть 12 часов.

2) 13:00 $(120^\circ - 30^\circ) : 5,5^\circ$ = не будет целое число => не может быть 13 часов.

3) 14:00 $(120^\circ - 60^\circ) : 5,5^\circ$ = не будет целое число => не может быть 14 часов.

4) 15:00 $(120^\circ - 90^\circ) : 5,5^\circ$ = не будет целое число => не может быть 15 часов.

5) 16:00 $(120^\circ - 120^\circ) : 5,5^\circ = 0^\circ$ => значит 16 часов.

Ответ: 16 часов ровно 16:00.

№5.

С 08:00 до 16:00 = 8 часов работы

(+)

Вначале все посылки отправлены в 8:00 у всех по одной галочке.

ТЕЛЕжка																								
для писем уезжает	√ 8:15	× 8:30	√ 8:45	× 9:00	√ 9:15	× 9:30	√ 9:45	× 10:00	√ 10:15	× 10:30	√ 10:45	× 11:00	√ 11:15	× 11:30	√ 11:45	× 12:00	√ 12:15	× 12:30	√ 12:45	× 13:00	13:15	13:30	13:45	14:00
для бандеролей уезжает	√ 8:20	√ 8:40	× 9:00	√ 9:20	√ 9:40	× 10:00	√ 10:20	√ 10:40	× 11:00	√ 11:20	√ 11:40	× 12:00	√ 12:20	√ 12:40	× 13:00	√ 13:20	√ 13:40	× 14:00	√ 14:20	√ 14:40	× 15:00	√ 15:20	√ 15:40	× 16:00
для посылок уезжает	√ 8:30	√ 9:00	√ 9:30	√ 10:00	√ 10:30	√ 11:00	√ 11:30	√ 12:00	√ 12:30	√ 13:00	√ 13:30	√ 14:00	√ 14:30	√ 15:00	√ 15:30	√ 16:00								

√ - заполнена
× - не заполнена

мы нашли закономерность

1) у писем ходит 4 раза в час, но заполнено только 2 раза
$8 \cdot 2 = 16$ раз - письма

$10+5=15$ мин вместе с загрузкой у писем
$15+5=20$ минут вместе с загрузкой у бандероли.
$25+5=30$ минут вместе с загрузкой у посылок.

2) у бандер. ходит в час три раза но полной только 2
$2 \cdot 8 = 16$ раз.

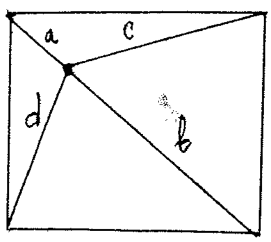
3) у посылок ходит в час 2 раза полным
$2 \cdot 8 = 16$ раз.

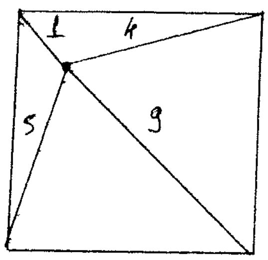
Ответ: и писем и бандеролей и посылок Точкин сможет отправить у всех 16 тележек, по найденой закономерности.

(+)

№7.

$a^2+b^2=c^2+d^2$?!



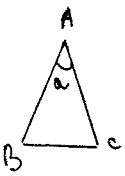


$1^2+9^2=4^2+5^2$
$1+81=16+25$
$82 \neq 41$.

—

Ответ: значит Мюллер не должен верить сообщению ведь это не возможно. Это доказанно по формуле $a^2+b^2 \neq c^2+d^2$.

№2



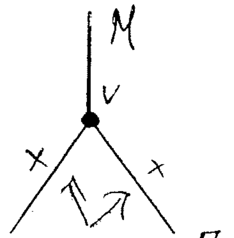
(±)

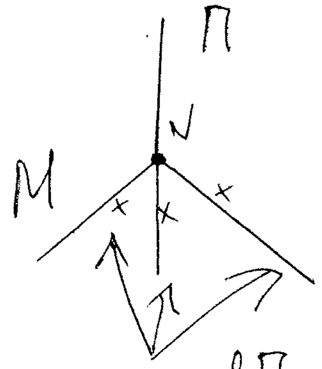
$AB+BC+AC=p$
Стороны которые, прилегают к $\angle a$, должны быть равны если угол $\angle a=30 \Rightarrow$, что $\angle A+\angle B+\angle C=180°$ $\angle B=\angle C$
$\angle B+\angle C=150°$ $\angle B$ и $\angle C=75°$
Тогда их соотношение будет $30°:75°:75°=2:5:5$ √

Ответ: соотношение $2:5:5$.

№1

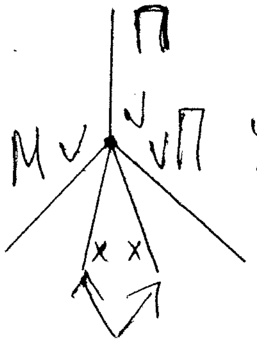
Известно, что из 3 – 1 = 2 не идут в М. 2) что из 4 – 1 = 3 не идут в П





А если из 5 то можно в лучшем случае.

I с.

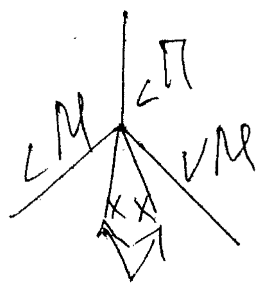


из 5 – 1П
из 4 – 1П
из 3 – 1М
и больше ни чего из 2 не пойдёт.

II с.

из 5 – 1М
из 4 – 1М
из 3 – 1М
и больше из 2 не чего не пойдёт.

III с.



из 5 – или 1М или 1П
из 4 – если 1М то из 5, 1П, а если из 4 1П то из 5, 1М.
из 3 только 1М
и больше из 2 не чего не идёт.

Ответ: Могут не идти только 2 любых.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

ИУ 49-39

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7102

ФАМИЛИЯ ФИЛИППОВА

ИМЯ ЕЛИЗАВЕТА

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВНА

Дата рождения 16.05.1998

Класс: 10 А

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан 1 дополн. лист
выдан ещё 1 дополн. лист

№2.

пусть $\operatorname{tg} x = a$
$\operatorname{tg} 2x = b$ где $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

(+)

тогда $\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \frac{2a}{1-a^2} = b.$

~~Заметим, что $a \neq 1$, т.к. если $a = 1$, то $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$~~
~~тогда $2x = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$~~
~~но $\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$ и $\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{2})$ не определен, получаем~~

Заметим, что $a \neq \pm 1$, т.к. в этом случае $\operatorname{tg} 2x$ будет не определён

$$\frac{2a}{1-a^2} = b.$$

$$2a = b(1-a^2)$$

$$b - ba^2 - 2a = 0.$$

$$ba^2 + 2a - b = 0.$$

$$D = 4 + 4b^2 = 4(b^2+1)$$

Тогда

$$a_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{b^2+1}}{2b} = \frac{1 \pm \sqrt{b^2+1}}{b}$$

т.к. $b \in \mathbb{Z}$, то $a_{1,2}$ будет целым если $\sqrt{b^2+1} \in \mathbb{Z}$

т.е. $b^2+1 = t^2$ (где $t \in \mathbb{N}_0$)

Очевидно, что разница между двумя квадратами целых чисел равная единице только у 0 и -1 и 0 и 1, но т.к. $|-1| = |1|$ и $b^2 < t^2$

то $b^2 = 0 \Rightarrow b = 0.$

т.к. $b = 0$, то $a = 0.$

следовательно т.к. $\operatorname{tg} x = 0$, то $x = \pi + \pi \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi + \pi \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$

продолжение №3.

если $a=0$, то $x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1$, $x_4=1$, т.е. $x_1=x_2=x_3=x_4$

противоречие, значит $a\neq 0$

если $a=1$, то $x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1-\sqrt{2}$, $x_4=1+\sqrt{2}$

2) $1+\sqrt{a-\sqrt{a}}=1+\sqrt{a+\sqrt{a}}$

$a-\sqrt{a}=a+\sqrt{a}$

$2\sqrt{a}=0$

$a=0$. - ~~против~~ не подходит (см. случай 1)

3) $1-\sqrt{a-\sqrt{a}}=1-\sqrt{a+\sqrt{a}}$

$a-\sqrt{a}=a-\sqrt{a}$ (аналогично 2 случаю)

4) $1+\sqrt{a-\sqrt{a}}=1-\sqrt{a+\sqrt{a}}$

$\sqrt{a-\sqrt{a}}=-\sqrt{a+\sqrt{a}}$

противоречие, т.к $a\neq 0$, то $\sqrt{a-\sqrt{a}}>0$, $-\sqrt{a+\sqrt{a}}<0$

5) $1+\sqrt{a+\sqrt{a}}=1-\sqrt{a+\sqrt{a}}$

$2\sqrt{a+\sqrt{a}}=0$

$a+\sqrt{a}=0$

$a=-\sqrt{a}$, ~~\[illegible\]~~

$a^2=a$

$\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=1\end{array}\right.$ (см. случай 1)

6) $1-\sqrt{a-\sqrt{a}}=1+\sqrt{a+\sqrt{a}}$

$-\sqrt{a-\sqrt{a}}=\sqrt{a+\sqrt{a}}$, т.к $a\neq 0$ (см. случай 1), то

$\sqrt{a+\sqrt{a}}>0$, $a-\sqrt{a-\sqrt{a}}<0$ противоречие

Значит $x_1=x_2=1$, $x_3=1-\sqrt{2}$, $x_4=1+\sqrt{2}$

Ответ: $1;\ 1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}$

№ 5. Пусть Иван Иванович разделит свою сумму на 4 части: ~~о каждой~~ обозначим их a (деньги, которые оставит дома), b, c, d - ~~котор~~ деньги, которые положит в каждый из банков соответственно. Причем $a+b+c+d=600000$

Пусть $b \geq c \geq d$

тогда $3b \geq 3d$

$3b+2c+0 \geq 3d+2c+0$

т.е. т.к. Иван Иванович не знает сколько он получит в конце года, то он может получить $3d+2c+0$, что меньше, чем другая сумма, но т.к. он хочет получить максимум, то (а $3b+2c+0$ - максимальная сумма, т.к $b \geq c \geq d$), то $3d+2c+0=3b+2c+0 \Rightarrow b=d \Rightarrow b=d=c$

тогда в пусть $b=d=c=t$ и после года от банков Иван Иванович получит $5t$.

Докажем, что больше 1000000 Иван Иванович получить не может. Допустим он получил, тогда:

$a+5t>1000000$

$a+5t>600\,000+400\,000$

$a+5t>a+b+c+d+400\,000$

$5t>3t+400\,000$

$2t>400\,000$

$t>200\,000$, тогда ~~после года от банков он~~

т.к. $b=c=d=t$, то т.к. $t>200000$, то $a+b+c+d\leq a+3t>600000$

Противоречие, т.к. $a+b+c+d=600\,000$

Следов. у Ивана Иваныча в конце года было 1000000. Он просто разделил 600 000 на 3 суммы по 200 000 руб. и отдал в 3 разных банка, тогда в конце года он получил $200\,000\cdot 0+200\,000\cdot 2+200000\cdot 3=$
$=1000\,000$ руб.

Ответ: 1000 000 руб.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

МЮ 23-13

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

шифр

Вариант № 7092

ФАМИЛИЯ ФРАНЧУК

ИМЯ ЕЛИСЕЙ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 02.10.1998 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 8 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~Выдано 3+1+1 доп. листа (подпись)~~

№5

I II III — банки

a b c d

a - кол-во денег в I банке
b - во II банке
c - в III банке
d - оставил у себя.

$a+b+c+d=600.000$ руб. (1)

Через год будет:

I II III (деньги сгорают)

$2a$ $3b$ 0 d

$2a+3b+0+d=x$ руб. (2)

Если $a \neq b \neq c$, то тогда деньги сгорят в том банке, где больше всего денег (т.к. это наихудший исход). => Нет смысла ложить деньги в банки с разными суммами.

⇓

$a=b=c$ (наихудший вариант)

(1):

$a+b+c+d=600.000$ руб.

$3a+d=600.000$ руб. => $a=\frac{600.000 \text{ руб.} - d}{3}$ (4)

$d=600.000$ руб. $-3a$ (3)

(2):

$2a+3b+0+d=x$ руб.

$5a+d=x$ руб

(3) в (2):

$5a+600.000$ руб $-3a=x$ руб.

$2a+600.000$ руб $=x$ руб.

Нам нужно, чтобы полученная сумма через год

была наибольшей (т.е. x макс.) Это будет тогда когда ($2a + 600.000$ руб) – будет наибольшей ⇒
⇒ $2a$ – должно быть наибольшей ⇒ a – наибольшее должно быть, но $a = \frac{600.000\text{ руб.} - d}{3}$ (4) – это будет максимальным, при $d = 0$, тогда $a = \frac{600.000\text{ руб}}{3} = 200.000$ руб.

Вся его сумма равна:

$x = 2a + 600.000$ руб $= 1.000.000$ руб.

(+)

Его выручка равна:

$x - 600.000$ руб $= 400.000$ руб.

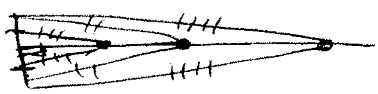
Получит через год на руки:

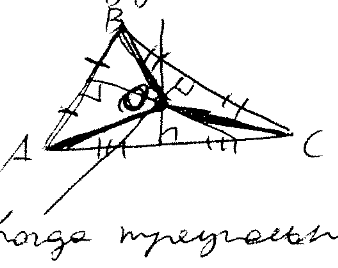
$2a + 3b + c + d = 2a + 3a + 0 + 0 = 5a = 1.000.000$ руб.

Ответ: Через год на руки $= 1.000.000$ руб. Нужно в каждый банк положить по 200.000 руб.

№2

Ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров. Объяснение:
Одно из свойств серед. перпенд. в том, что все точки (на отрезке) равноудалены от него, т.е





т. O – пересечение ср. перпенд.
$OB = OA = OC$ (по свойству ср. перп.)

(+)

Когда треугольник вращается он образует фигуру – круг с центром в т. O и радиусом $OA = OB = OC$
Чтобы площадь этого круга была минимальной, нужно, чтобы радиус был минимален. ($S = \pi \cdot R^2$).
И этот мин. радиус в произв. треуг. будет расстояние от вершины треуг. до точки пересечения ср. перп.

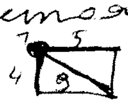
Ответ: через точку пересечения серединных перпендикуляров.

№ 7

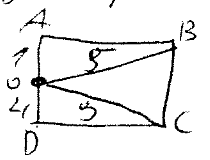
I

Возможно 4 случая:

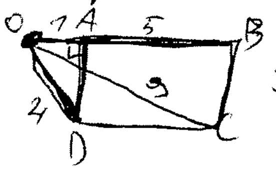
I случай: точка находится в вершине квадрата, но тогда одно из расстояний должно равняться 0. Такого варианта нет.



II случай: точка на стороне квадрата или на его продолжении. Но тогда минимальная сторона квадрата равна 1+4=5км (т.к. при больше стороне расстояния не будут равны данным числам:

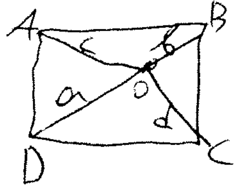


Сторона $BO > AB$ (т.к. $AB \perp$ ~~...~~ AD), а $BO \not\perp AD$. Но $1+4 < 5$, что не является правдой. Поэтому брать сторону больше 5 нет смысла). Если точка лежит на продолжении стороны, то:



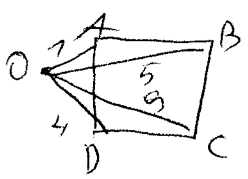
минимальная сторона квадрата 5 (1+4)
Теорема Пифагора: $OA^2 + AD^2 = OD^2 \Rightarrow$
$OA^2 + AB^2 = CD^2 \Rightarrow 1^2 + 5^2 = 4^2$ — не верно.
Такими же способами проверяем другие случаи. Они тоже не подходят.

III случай: внутри квадрата. Должна выполняться теорема: $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$, где



$a = OD$; $b = OB$; $c = OA$; $d = OC$.
Подставив вместо a, b, c, d числа 1, 4, 5, 9 получаем, что ничего не подходит.

IV случай: вне квадра, но не на продолжение стороны



?

№4

Скорость часовой стрелки:

$\frac{360^\circ}{12ч} = \frac{360^\circ}{720 мин.} = 0,5 \frac{градусов}{мин.}$

Скорость минутной стрелки:

$\frac{360^\circ}{60 мин.} = 6 \frac{градусов}{мин.}$

Рассмотрим движение минутной стрелки относительно часовой (т.е как бы остановливаем часовую стрелку): Скорость будет равна $6 \frac{гр.}{мин} - 0,5 \frac{гр.}{мин} = 5,5 \frac{градусов}{мин.}$, Т.е. минутная стрелка за 1 минуту проходит 5,5 градусов, когда часовая стоит на месте, т.е на 12 часах. Тогда угол между стрелками должен быть равен либо 2° либо $(360^\circ - 2^\circ) = 358^\circ$

$\frac{358^\circ}{5,5 \frac{гр}{мин}} = 65\frac{1}{11}$ мин.

$65 \cdot 5,5 = 357,5^\circ$ – угол между стрелками после 65 минут. Далее находим, что через 66 мин угол равен $(357,5^\circ + 5,5^\circ) = 363^\circ \Rightarrow 3^\circ$. Еще через 64 мин. получаем, что угол равен $3^\circ + (5,5 \cdot 64) = 355^\circ$. Значит через (66 мин + 64 мин + 1 мин) 131 мин. угол будет равен $(355^\circ + 5,5^\circ)$ $0,5^\circ$ – не подходит. Но еще через 65 минут мы получаем, что угол равен $(0,5^\circ + (5,5 \cdot 65)) = 358^\circ$, т.е. между ними 2° ($360^\circ - 358^\circ$). Всего прошло (131 мин + 65 мин) = 196 мин = 3ч. 16 мин. ⇒ Прошло после полудня 3ч. 16 мин. Т.е сейчас время (12ч + 3ч. 16 мин.) = 15ч. 16 мин (15:16)

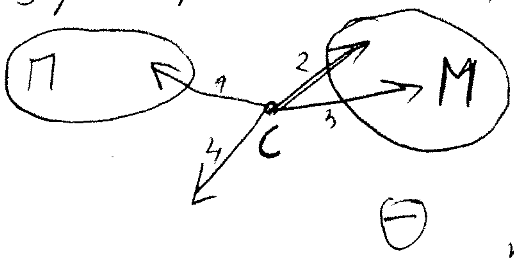
нерациональное решение

Ответ: 15ч. 16 мин.

№1

Нам сказано, что среди 4 любых линий одна ведёт в П. Значит у нас линий больше и равно 4 (≥ 4).

Пример линий, когда их 4:



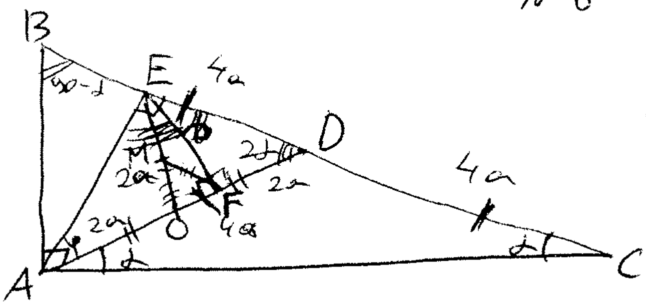
Как мы видим №2 и №3 идут в М, а №1 в П. Т.к. сказано, что любая 3 линии (одна из них) идёт в М, значит линия №3 должна тоже идти в М, а не в другой город.

⊖

При 5 линиях, мы получаем, что линию №5 мы должны направить в П, т.к. любые 4 линии (одна из них) должна идти в П (в противном случае №2,3,4,5 не одна не идёт в П). Но если мы №5 отправим в П, то линии №1,5,4 не идут в М, что противоречит условию, о том, что одна из трёх любых линий идёт в М. Увеличивая число линий, мы ничего нового не добьёмся => макс. кол-во линий - 4.

Ответ: линий 4. Не найдутся линии, которые ведут ни в П, ни в М.

№6



AE - высота и AD - медиана

По теореме узнаём, что $AD = BD = DC$, т.к. AD - медиана к гипотенузе.

Обозначим $BC = 8a$, тогда

$BD = DC = \frac{8a}{2} = 4a = AD$

решение не завершено ⊕

В $\triangle AED$:

$EO = AO = OD$ (т.к. EO - медиана) $= \frac{4a}{2} = 2a$

В $\triangle EOF$:

$EM = MO = FM = \frac{2a}{2} = a$

Как мы видим, это геометр. прогрессия со знаменателем $\frac{1}{2}$ и $b_1 = 4a$ и $n = 5$. |=>

$\Rightarrow b_5 = b_1 \cdot q^4 = 4a \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{4a}{2^4} = \frac{1}{4}a = 0{,}25a$

Гипотенуза же равна медиана умножить на 2. т. е. гипотенуза 5-го треугольника равна

$b_5 \cdot 2 = 0{,}25a \cdot 2 = 0{,}5a$

По условию: гипотенуза 1-го треуг. равна 640м.

$640м = b_1 \cdot 2 = 4a \cdot 2 = 8a$

$640м = 8a \Rightarrow a = 80м \Rightarrow 0{,}5a = 40м$

4)

Гипотенуза 5-го треуг. равна 40м.

$\angle ABC = 180° - 90° - \alpha = 90 - \alpha$

В $\triangle AEC$:

$\angle EAC = 180° - 90° - \alpha = 90 - \alpha$

$\angle EAD = \angle EAC - \angle DAC$, а $\angle DAC = \angle DCA = \alpha$ (т.к. $\triangle DAC$ - равнобедр. с основ. AC.)

$\angle EAD = 90 - \alpha - \alpha = 90 - 2\alpha$

Из $\triangle EAD$:

$\angle EDA = 180 - 90 - (90 - 2\alpha) = 90 - 90 + 2\alpha = 2\alpha$

$\triangle EFD$:

$\angle FED = 180 - 90 - 2\alpha = 90 - 2\alpha$

$\triangle AEF$:

$\angle AEF = 180 - 90 - (90 - 2\alpha) = 90 - 90 + 2\alpha = 2\alpha$

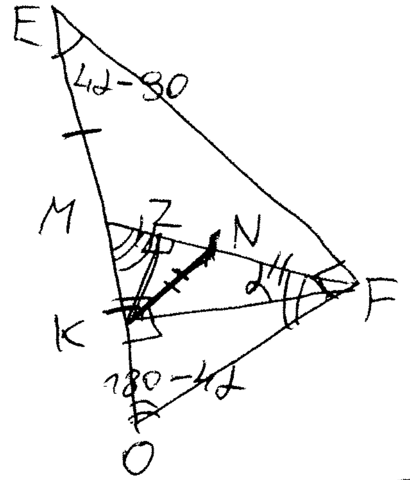
$\triangle OED$: он равнобедр. (т.к. $OE = OD$) $\Rightarrow \angle OED = \angle ODE = 2\alpha$

$\triangle AED$:

$\angle OEF = \angle OED - \angle FED = 2\alpha - (90 - 2\alpha) = 4\alpha - 90$

$\triangle OEF$:

$\angle EOF = 180 - 90 - (4\alpha - 90) = 90 - 4\alpha + 90 = 180 - 4\alpha$



$EM = MO = MF$ (медиана)

$\angle OEF = 4\alpha - 90$

$\angle FOE = 180 - 4\alpha$ (док. выше) ↑

$\angle MFO = \angle MOF$ (т.к. ΔOMF − равнобедр.) $= 180 - 4\alpha$

⇓

$\angle OMF = 180 - (180 - 4\alpha) - (180 - 4\alpha) =$

$= \cancel{180} - \cancel{180} + 4\alpha - 180 + 4\alpha = 8\alpha - 180$

ΔMFK:

$\angle KFM = 180 - 90 - (8\alpha - 180) = 90 - 8\alpha + 180 = 270 - 8\alpha$

ΔKMN: он равнобедр. (т.к. $KN = MN$) ⇒

⇒ $\angle KMN = \angle MKN = \angle OMF = 8\alpha - 180$

⇓

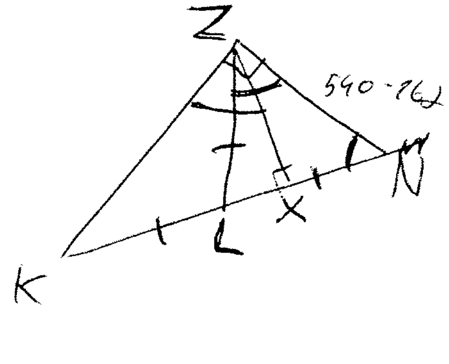
$\angle KNM = 180 - (8\alpha - 180) - (8\alpha - 180) = 180 - 8\alpha + 180 -$

$- 8\alpha + 180 = 540 - 16\alpha$

ΔKZN:

$\angle ZKN = 180 - 90 - (540 - 16\alpha) = 90 - 540 + 16\alpha =$

$= 16\alpha - 450$



ΔZLN: он равнобедр.

(т.к. $ZL = LN$) ⇒

⇒ $\angle LNZ = \angle NZL =$

$= 540 - 16\alpha$

ΔKZX:

$\angle KZX = 180 - 90 - (16\alpha - 450) = 90 - 16\alpha + 450 = 540 - 16\alpha$

$\angle LZX = \angle KZX - \angle KZL = 540 - 16\alpha - (16\alpha - 450) =$

$= 540 - 16\alpha - 16\alpha + 450 = 990 - 32\alpha$

ΔZLX:

$\angle ZLx = 180 - 90 - (990 - 32\alpha) = 90 - 990 + 32\alpha =$
$= 32\alpha - 900$

$\triangle ZLx$ - 5 треугольник, в нём

$\angle ZxL = 90°$

$\angle ZLx = 32\alpha - 900$

$\angle LZx = 990 - 32\alpha$

Ответ: длина аллеи тополей = 40 м.

№ 3

$x^2 + px + q = 0$ и имеет 1 корень $\Rightarrow D = 0$

$D = p^2 - 4q = 0$

$x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = -\frac{p}{2} = -0,5p$

Теорема Виета: $x_1 = x_2$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \begin{cases} 2x_1 = -p \\ x_1^2 = q \end{cases} \begin{cases} x_1 = -0,5p \\ x_1 = \pm\sqrt{q} \end{cases}$

$T(x) = x^2 + px + q$

$T(T(T(x))) = 0$

$T(T(x^2 + px + q)) = 0$

$x^2 + px + q = (x + 0,5p)^2$

$T(T(x + 0,5p)^2) = 0$

$T((x + 0,5p)^4 + p(x + 0,5p)^2 + q) = 0$

$(x + 0,5p)^4 + p(x + 0,5p)^2 + q = ((x + 0,5p)^2((x + 0,5p)^2 + p) + q$

$((x + 0,5p)^2((x + 0,5p)^2 + p) + q)^2 + p((x + 0,5p)^2((x + 0,5p)^2 + p)$
$+ q) + q = 0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 22-79 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ханенкова

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 27.01.1998 Класс: 11

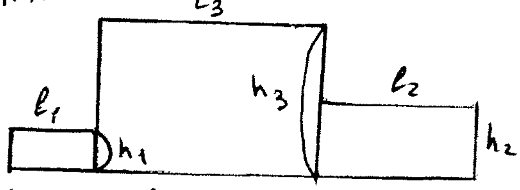
Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ханн

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№7.



$$\begin{cases} l_1 \cdot h_1 = 15 & (1) \\ l_2 \cdot h_2 = 60 & (2) \\ l_3 \cdot h_3 = 180 & (3) \\ l_1 + l_2 + l_3 = 30 & (4) \end{cases}$$

Пусть l_1 - наименьшая длина; h_1 - наименьшая высота

$l_1 < l_2 < l_3$; $h_1 < h_2 < h_3$

d - разность арифметической прогрессии, $d > 0$

q - знаменатель геометрической прогрессии, $q > 0$.

l_1; $l_2 = l_1 + d$; $l_3 = l_1 + 2d$.

(4). $l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 30$

$3l_1 + 3d = 30$

$l_1 + d = 10$

$l_2 = 10$

(2) $l_2 \cdot h_2 = 60$

$10 \cdot h_2 = 60$

$h_2 = 6$

Пусть $l_1 = l_2 - d$; $l_3 = l_2 + d$; $h_1 = \frac{h_2}{q}$; $h_3 = h_2 \cdot q$

(1) $l_1 \cdot h_1 = 15$

$(10 - d) \cdot \frac{6}{q} = 15$ (V)

$60 - 6d = 15q$

$20 - 2d = 5q$

$20 = 5q + 2d \quad | \cdot 3$

$180 = 45q + 18d$ (*)

(3) $(10 + d) \cdot 6q = 180$

$180 = 60q + 6qd$ (**).

Из ур-ий (*) и (**): $45q + 18d = 60q + 6qd$

$18d - 6qd = 15q$

$6d - 2qd = 5q$

$2d(3 - q) = 5q$

$d = \frac{5q}{2(3-q)}$

(V) $(10 - d)\frac{6}{q} = 15$

$\left(10 - \frac{5q}{2(3-q)}\right)\frac{6}{q} = 15$

$\frac{60}{q} - \frac{30q}{2q(3-q)} = 15$

$360 - 120q - 30q = 90q - 30q^2$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} q = 6 \Rightarrow d = \frac{5 \cdot 6}{2(3-6)} = \frac{30}{-6} = -5, \text{ не подх, т.к. по условию задачи } d > 0. \\ q = 2 \Rightarrow d = \frac{2 \cdot 5}{2(3-2)} = \frac{10}{2} = 5, \text{ подх.} \end{array}\right.$$

$q = 2$; $d = 5$.

$l_1 = 10 - 5 = 5$ дм $\qquad h_1 = \frac{6}{2} = 3$ дм

$l_2 = 10$ дм $\qquad h_2 = 6$ дм

$l_3 = 10 + 5 = 15$ дм $\qquad h_3 = 6 \cdot 2 = 12$ дм

Ответ: $l_1 = 5$ дм; $l_2 = 10$ дм; $l_3 = 15$ дм
$h_1 = 3$ дм; $h_2 = 6$ дм; $h_3 = 12$ дм

+

см на след лист

№2 $tg x \in \mathbb{Z}$; $tg 2x \in \mathbb{Z}$

$tg x = A$, $A \in \mathbb{Z}$. $tg 2x = B$, $B \in \mathbb{Z}$.

$x = arctg A + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. $2x = arctg B + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{1}{2} arctg B + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

$tg x = A$

$\frac{\sin x}{\cos x} = A$

$\sin x = A \cos x$

$tg 2x = B$

$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} = B$

$\sin 2x = B \cos 2x$

$2 \sin x \cos x = B \cos 2x$

$2A\cos^2 x = B(2\cos^2 x - 1)$

$2A\cos^2 x = 2B\cos^2 x - B$

$A\cos^2 x - B\cos^2 x = -\frac{B}{2}$

$B\cos^2 x - A\cos^2 x = \frac{B}{2}$

$arctg A + \pi n = \frac{1}{2} arctg B + \frac{\pi}{2} n$

$2 arctg A + 2\pi n = arctg B + \pi n$

$arctg B = 2 arctg A + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

~~Пусть arctg~~

$tg x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots\}$

$tg x = 0$. почему только так?

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

$tg 2x = tg(2\pi n) = 0$.

Подходит $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$.

$tg x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, но $tg 2x = tg\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = tg \frac{\pi}{2}$, но $tg \frac{\pi}{2}$ не существует, т.к. $\cos \frac{\pi}{2} = 0$.

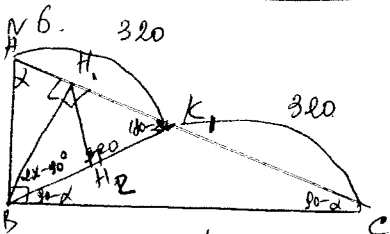
$tg x = -1$

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, но $tg 2x = tg\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = tg\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -tg \frac{\pi}{2}$, но т.к. $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, то $-tg \frac{\pi}{2}$ также не существует.

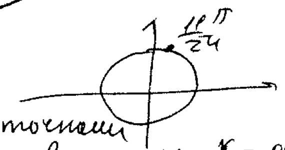
±

Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $2015^{tg x} = 1$. отв. верен, но не обоснован

№6.



т.к. $\alpha = \frac{11\pi}{24} > 90°$,



то H лежит между точками A и K, где H – основание высоты, K – основание медианы.

Первым прямоугольным треугольником будем считать исходный.

m_i – медиана i-того треугольника $i \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Заметим, что m_i – гипотенуза $i+1$ треугольника

По свойству медиана, проведенной из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы

$m_{i+1} = \frac{1}{2} m_i$

$m_5 = \frac{1}{2} m_4 = \frac{1}{4} m_3 = \frac{1}{8} m_2 = \frac{1}{16} m_1 = \frac{1}{32} AC = \frac{640}{32} = 20$ м

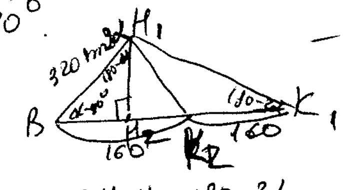
Сл-но, гипотенуза пятого треугольника равняется $2m_5 = 40$ м

2) ~~Пер~~ первый треугольник – $\triangle ABC$: $\angle ABC = 90°$, $\angle BAC = \alpha$; $AB = AC\cos\alpha = 640\cos\alpha$

BH – высота; $\triangle BHA$: $\angle BHA = 90°$; $BH = AB\sin\alpha = 640\sin\alpha\cos\alpha = 320\sin 2\alpha$

$\angle H_1BK_1 = 180° - (90 - \alpha + 90 - \alpha) = 2\alpha - 90°$

$2 \cdot \frac{11\pi}{24} - \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{12} - \frac{6\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$, т.е



– второй треугольник.

$H_1K_1 = 320 - \cancel{640}\cos\alpha$.

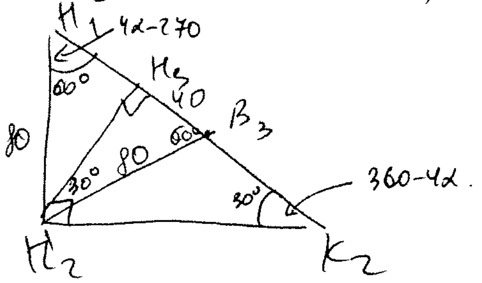
$BH_1 = 320\sin 2\alpha$ (см на след. листе)

$\angle BH_1H_2 = 180 - 2\alpha$.

$\angle K_2H_1K_1 = 180 - 2\alpha$, $\angle H_2H_1K_2 = 4\alpha - 270$

$\angle H_1K_2H_2 = 360 - 4\alpha$.

$H_1H_2 = H_1B\cdot\cos(180-2x) = -320\sin 2x\cdot\cos 2x = -160\sin 4x$.



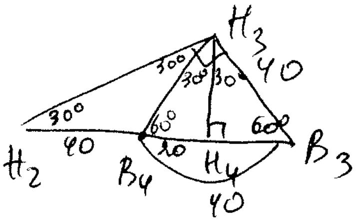
— третий треугольник.

$4x-270 = \frac{4\cdot 11\pi}{24} - \frac{3\pi}{2} = \frac{11\pi}{6} - \frac{9\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

$H_1H_2 = -160\sin 4x = -160\cdot\sin\frac{11\pi}{6} = 160\cdot\frac{1}{2} = 80$.

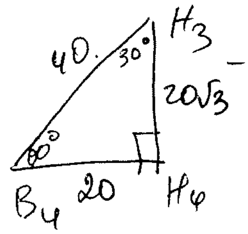
$H_1K_2 = 160$.

$H_2B_3 = 80$ (как половина гипотенузы).



— четвертый треугольник.

$B_4H_4 = \frac{1}{2}B_4B_3 = 20$.

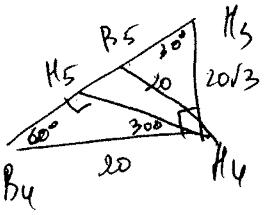


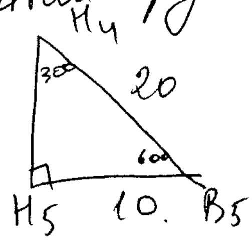
— пятый треугольник.

$H_3H_4 = H_3B_4\cdot\sin 60^\circ = 40\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$.

$S_5 = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м^2.

Если первым треугольником считать первый отсеченный, то по аналогии гипотенуза 5того будет равна 20 м. В этом случае пятым треугольником будет следующий:





$H_5B_5 = 20\cdot\sin 30^\circ = 10$

$H_4H_5 = 20\cdot\cos 30^\circ = 20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

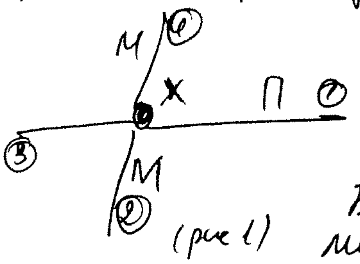
$S_5 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ м^2

Ответ: 1 случай: 40 м; $200\sqrt{3}$ м^2
2 случай: 20 м; $50\sqrt{3}$ м^2

+

см на след. листе.

№1. а) Может быть меньше пяти.
Например: X – распределительная подстанция

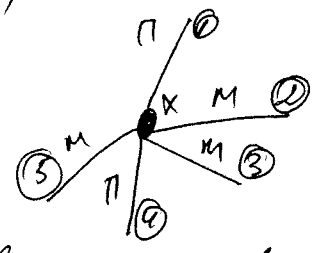


Т.к. среди любых четырех есть линия, ведущая на какое-либо предприятие посёлка П, то ~~~~ в данном случае должна быть хотя бы одна такая линия. Без уменьшения общности, пусть это будет линия 1

(рис 1)

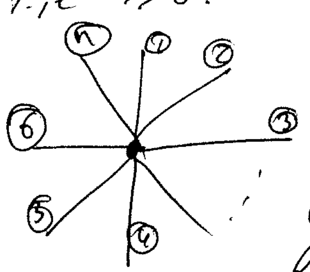
Т.к. среди любых трех есть линия, ведущая на какое-либо предприятие города М, то в данном случае таких линий должно быть хотя бы 2. Пусть это будут линии 4 и 2. Тогда рис 1 соответствует условию задания.

б) Кол-во линий равно 5.



В данном случае кол-во линий, ведущих на предприятие посёлка П, должно быть хотя бы 2. Пусть это линии 1 и 4. Линий, ведущих на предприятие города М, должно быть хотя бы 3. Пусть это будут линии 5, 2 и 3. (В данном случае нет линий, которые не ведут ни в М, ни в П)

в) Если кол-во линий ~~не~~ ~~меньше~~ больше 5-ти т.е ≥ 6.



Заметим, что если мы выберем любые пять из них, ~~то останется~~ и ни одна из этих пяти линий не ведет ни в М, ни в П, то среди этих пяти можно найти четыре, среди которых должна быть линия, ведущая в П (по усл), но мы выбрали 5 линий, таких, что каждая из них не ведёт ни в П, ни в М. Противоречие.

Сл-но, мы не можем найти среди всех линий (если таковых не меньше 5ти) ~~какие-нибудь~~ пять таких, чтобы ~~больше~~ они не ~~все~~ ни в М, ни в П.

Ответ: 1) может; 2) нельзя.

+

№4. Всего в обороте 360°; всего промежутков – 60 шт.

$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ – один промежуток (между минутами); $2^\circ = \frac{1}{3}$ промеж

$2^\circ - \frac{1}{3}$ минуты.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 55-33

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Харчев

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Николаевич

Дата рождения 08.01.1998.

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 712

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 55-33

Выдан доп. лист

№2

По формуле $tg2x = \frac{2tg}{1-tg^2x}$, так как $E(y)$ у тангенса от $-\infty$, до $+\infty$, сделаем замену $tg2x = K$, $tgx = a$, где K и $a \in Z$.

$K = \frac{2a}{1-a^2}$

$K(1-a^2) = 2a$

$Ka^2+2a-K=0$

$D = 4+4K^2$

$a_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4K^2}}{2K} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+K^2}}{K}$, Для того, чтобы a было целым числом, корень из D должен извлекаться

~~разница между двумя ближайшими квадратами чисел: $b^2-a^2=(b-a)(b+a)$, в нашем случае $(K-K)(K+n)=1$, где n предполагаемый целый корень. При любом целом K, $|K|>1$ решения для n в целых числах у него не будет. возьмем наименьшее возможное $K=1$, тогда (~~

Разница между 2мя ближайшими квадратами целых чисел $(K+1)^2 = K^2+2K+1$

$(K+1)^2-K^2 = 2K+1$, В нашем случае разница

это 1 $\quad 2K+1=1$ $\quad tg2x=0$

$K=0$ ~~тогда единственное возможное~~

~~значение $x=0$ (πn) $2\pi n$ при которых tg тоже принимает нулевые значения не рассматриваются т.к. π иррационально~~

~~Тогда и $tgx=0$, для него решение~~ $x=\pi n, n\in Z$.

~~$2015^{tgx}=2015^0=1$.~~ Других решений нет.

+

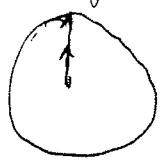
№4.

Минутная стрелка движется по циферблату со скоростью $\omega=\frac{360}{60}=6°/мин$, Тогда для часовой:

$\omega_ч=\frac{\omega}{12}=\frac{1}{2}°/мин$

Рассмотрим 2 случая, когда минутная стрелка убегает от часовой, и когда догоняет.

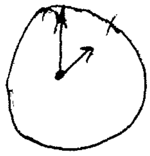
1 случай:



$\omega t-\frac{\omega}{12}t=2°$

$t=\frac{2}{\omega(1-\frac{1}{12})}=\frac{2\times12}{6\times11}=\frac{4}{11}$, а должно быть целым, значит при этом случае ситуация невозможна.

2 случай:



Тогда часовая стрелка будет стартовать с начальной фазой кратной $\frac{360}{12}=30$, $\varphi_0=30°$

$n\varphi_0+\frac{\omega}{12}t-\omega t=2°$

$n\varphi_0-2=\omega t-\frac{\omega}{12}t$

$t=\frac{n\varphi_0-2}{\frac{11}{12}\omega}=\frac{(n\varphi_0-2)2}{11}$

$n\varphi_0-2$ - кратно $11 \Rightarrow \frac{n\varphi_0-2}{11}=k,\ k,n\in Z$.

$n\varphi_0=11k+2$, ближайшее k при котором выражение $11k+2$ кратно 30 это 8, тоесть было $\frac{11\times8+2}{30}=3$ часа.

$n=\frac{11k+2}{\varphi_0}$

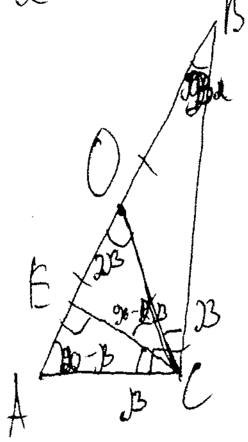
$\omega t=\frac{(90-2)2}{11}=16$ мин. Время: 3 часа и 16 минут.

+

№6.

$\alpha = \frac{11}{24}\pi = 82,5$ градуса

Пусть: $\beta = 90 - \alpha = 7,5^\circ$



Доказ-во

$AO = OB = OC$ (т.к. медиана в ⊥ △)

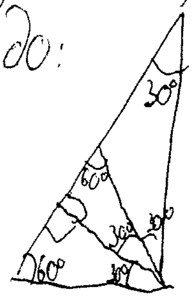
$\angle ECA = 90 - (90 - \beta) = \beta$

$\angle OCB = \angle OBC$ (т.к. $OB = OC$)

$\angle OCE = 90 - \beta - \beta = 90 - 2\beta$

$\angle EOC = 90(90 - 2\beta) = 2\beta$

Тоесть меньший угол с каждым делением будет ~~уменьшаться~~ увеличиваться в 2 раза. Пока не дойдет до: это он сделает уже на $30 = 7,5 \times 2 \times 2$ 3 треугольнике.



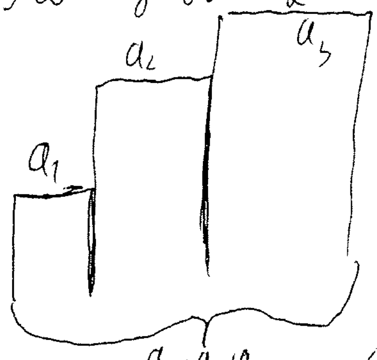
далее просто будет уменьшаться подобный треугольник.

Каждый новый раз гипотенузой становится медиана, которая равна 1/2 гипотенузы.

Тоесть 5 гипотенуза будет: $\frac{640}{2^4}$, т.к. 640 это гипотенуза 1ого △, $a = \frac{640}{2^4} = \frac{640}{16} = 40$

Площадь $= \frac{1}{2} a \sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2} \times (40)^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}\ м^2$

+



№7.

т.к. длины представляют арифметическую прогрессию, то

$2a_2 = a_1 + a_3$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$3a_2 = 30$

$a_2 = 10$

$a_1 = ?\quad a_3 = ?$

высоты: $b_1,\ b_1q,\ b_2q^2$

$$b_1 = \frac{S_1}{a_1}$$

$$q = \frac{S_2}{b_1} = \frac{S_2}{S_1}\cdot a_1$$

$$S_3 = a_3 \times b_1q^2 = \frac{S_2^2}{S_1^2}a_1^2 \times \frac{S_1}{a_1}\times a_3 \Rightarrow \frac{S_3S_1}{S_2^2} = a_1a_3$$

$$(a_2-d)(a_2+d) = \frac{S_3}{S_2}\cdot\frac{S_1}{S_2}$$

$$a_2^2 - d^2 = \frac{S_3}{S_2}\cdot\frac{S_1}{S_2}$$

Пьедестал: длина $10+\sqrt{99,5}$ дм ≈ 20 дм
ширина: $\frac{180}{10+\sqrt{99,5}}$ дм ≈ 9 дм

$$100 - 2\times\frac{1}{4} = d^2$$

$$d = \sqrt{99,5}$$

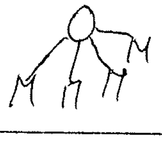
+

№1.

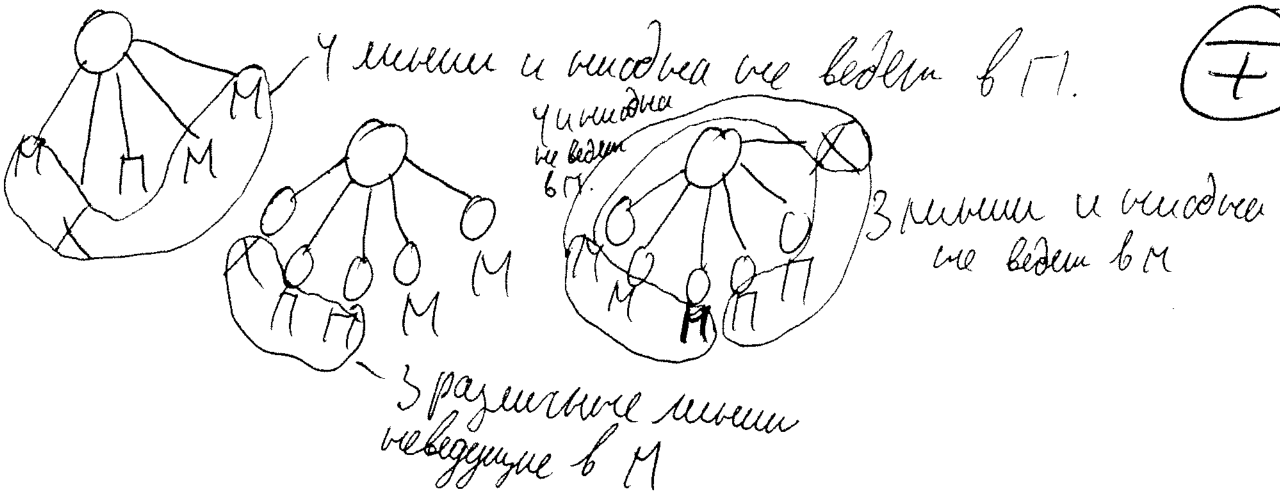
Если среди любых трех линий хотя бы одна идет в город М, то линий которые не идут в город М не больше 2. (меньше 3). Если среди любых 4 линий хотя бы одна идет в поселок, то других линий отличных от идущих в поселок меньше 4 (всего 3). Получается:

Это максимальное количество линий в данной системе. Минимальное 4.

Ответ 1. Да может быть меньше 5 линий



Ответ 2: не найдутся. Максимальное число линий 5 и если предположить, что одна из них не ведет ни в М ни П, то она заменит одну из следующих: это неверно-



№5.

Он может сделать вклады в один банк, 2 банка, 3 банка.

1 банк в худшем случае: именно тот банк в который он положил разорится

2 банка в худшем случае: банк в который он положил больше всего разорится, а другой удвоит.

3 банка в худшем случае: больше всего — разорится, меньше всего утроит, среднее значение удвоит.

Наибольший ~~возможный~~ вклад в банк, должен быть меньшим из всех возможных. Это S он сделал. А ~~вклад~~ в меньший вклад должен быть большим из всех возможных, ~~такими~~ ~~же~~ половина от оставшихся я денег, то есть тоже S. Понятно, что ни в одном варианте, в котором он оставляет деньги дома нельзя заработать. Для максимальности он должен положить в каждый банк по трети.

Через год получит: $\frac{2}{3}S + \frac{3}{3}S = 800\,000$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	01Я 71-81	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Вариант № 1112	шифр

ФАМИЛИЯ Хлопков

ИМЯ Сергей

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 20.07.97 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хлоп

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1). подстанцие ═══ М ─── П Всего линий 3. Одна из 3 ведет к М, что выполняется и 1 из 4 ведет к П, что тоже выполняется.

Если линий ≥5, то не может быть линии, которая не ведет ни в М, ни в П.

подстанцие ═══ М ─── П уже при 6 линиях условия выполнятся не будут

(±) Нет чёткого логического решения

4) в полдень стрелки будут располагаться так (12:00). Часовая стрелка за час пройдет только 30°, когда за этот час минутная стрелка пройдет 360° (полный оборот). Чтобы минутная стрелка добралась до первоначального положения часовой, ей потребуется 5 мин (30° весь путь). Значит минутная стрелка идет со скоростью 6 °/мин, а часовая $\frac{30°}{60мин} = 0,5$ °/мин

1 круг встреча около часа, но с разницей в 2° будет через не целое кол-во минут

2 круг встреча около 2-ух часов, тоже не целое кол-во минут

3 круг встреча около 3ех часов (вот так стрелки └ 3) => что до часовой стрелки 15 минут, значит минутная прошла 90°, в это время часовая двигается только из своего положения => $90° + 15 \cdot 0,5 = 90 + 7,5 = 97,5°$. Через минуту минутная будет в $90° + 6° = 96°$ положении, а часовая в $97,5° + 0,5° = 98°$ положении $98° - 96° = 2°$. В этот момент время равно 15:16

Ответ: 15:16 (+)

2) tgX и $tg2X$ - целые числа 0 - целое число => $X \in \pi n$, $n \in Z$

tgX и $tg2X$ в этих значениях равен 0 => $2015^{tgX} = 2015^0 = 1$ (+)

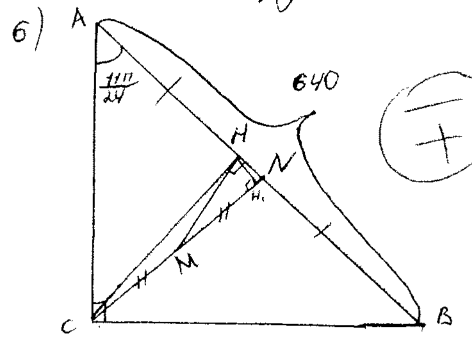
5) Если случится самый плохой исход, значит самую большую сумму он положит в банк, который разорится, а самую маленькую в банк, где вклад утроится. Чтобы получить максимально возможный доход надо положить как можно более денег в банк с утроением вклада (но эта сумма по-сравнению с остальными минимальна), значит между этими частями должна быть минимальная разность. Например на 1 рубль.

Тогда в обанкротившийся банк 200001 рубль, с 2 ставкой 200000 руб, а с 3 ставкой ~~2000~~ 199999 руб. Теперь считаем $200001 \cdot 0 + 2 \cdot 200000 + 3 \cdot 199999 = 0 + 400000 + 599997 = 999997$ рублей. Если таким же образом ~~поделить~~ разделить сумму до копейки, то выгода будет еще выше, но она не будет превышать 1000000 рублей.

(−) Задача не решена!

Ответ: 999997 рублей

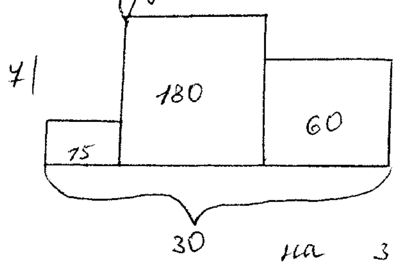
6)



CN - медиана из прямого угла $\Rightarrow$ N - центр описанной окружности около треугольника $\Rightarrow AN = NB = NC$ (как радиусы) $= \frac{AB}{2} = \frac{640}{2} = 320$ м. Аналогично будет и с остальными 5 треугольниками, поэтому можно записать это так: гипотенуза$_n = \frac{AB}{2^n} \Rightarrow$ гипотенуза$_5 = \frac{AB}{2^5} = \frac{640}{32} = 20$ м

(−/+) площадь не найдена

7)



$a_1 \cdot b_1 = 15$

$a_2 \cdot b_2 = \cancel{30}\ 60$

$a_3 \cdot b_3 = 180$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

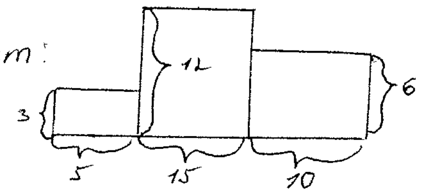
$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

Можно заметить что все площади делятся на 3. Пусть $b_1 = 3$ значит $a_1 = 5$. Вторая площадь делится на 6, значит $a_2 = 10$ $b_2 = 6$. Если $b_2 = 6$ $b_1 = 3$, то $q = 2 \Rightarrow b_3 = \cancel{18}\ 12$. $a_3 = \frac{180}{12} = 15$ см

(−)

$a_1 - a_2 = a_3 - a_2$ $\quad \frac{a_1 + a_3}{2} = a_2 \Rightarrow$ это арифм прогрессия, значит стороны равны 5 на 3, 10 на 6 и 12 на 15.

Ответ:



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

РЮ 61-88

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7082

шифр

ФАМИЛИЯ Хованская

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Станиславовна

Дата рождения 31.07.2000

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7082

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РЮ 61-88

5. П – письма Б – бандероль Л – посылки

Выдано 1 (одна) / 1
+1 (одна) / 1.

Попробуем найти закономерность

→10 означает, что тележка пришла в 10 минут

$3\binom{10}{15}$ означает, что тележка загружается

15→ означает, что тележка уехала в 15 минут

Порядок будем искать в наименовании отправок по времени

П	Б	Л
→10	→15	→25
$3\binom{}{15}$→	$3\binom{}{20}$→	$3\binom{}{30}$→
→25	→35	→55
$3\binom{30}{35}$→	$3\binom{}{40}$→	$3\binom{}{60}$→
→45	→55	→85
$3\binom{}{50}$→	$3\binom{60}{65}$→	$3\binom{}{90}$→
→60	→80	→115
$3\binom{65}{70}$→	$\binom{}{85}$→	$3\binom{}{120}$→
→80	→100	→145
85 $3\binom{90}{95}$→	$3\binom{}{105}$→	$3\binom{}{150}$→
→105	→120	→175
$3\binom{}{110}$→	$3\binom{}{125}$→	$3\binom{}{180}$→
→120	→140	→205
$3\binom{125}{130}$→	$3\binom{}{145}$→	
→140	→160	
145 $3\binom{150}{155}$→	$3\binom{}{165}$→	
→165	→180	
$3\binom{}{170}$→	$3\binom{}{185}$→	
→180	→200	
185 $3\binom{}{190}$→		
→200		

График отправок:

15	П
20	Б
30	Л
35	П
40	Б
50	П
60	Л
65	Б
70	П
85	Б
90	Л
95	П
105	Б
110	П
120	Л
125	Б
130	П
145	Б
150	Л
155	П
165	Б
170	П
180	Л
185	Б
190	П

комбинация

комбинация

П – 3
Б – 3
Л – 2

Одна комбинация длится $125 - 65 = 60$ (мин.), но первая 65 минут.

$16ч - 8ч = 8ч$

$8ч = 60 \cdot 8$ мин $= 480$ минут.

Но 8 комбинаций пройдут за 485 минут, т.е. последней будет не бандероль, а посылка (Л). Тогда будет 7 целых комбинаций и одна без одной бандероли.

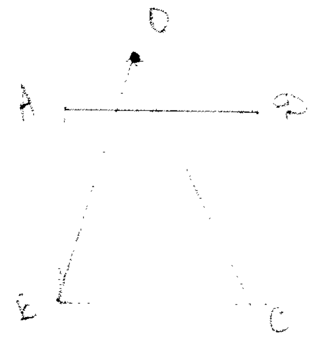
Писем Печкин отправит $3 \cdot 8 = 24$

Бандеролей $3 \cdot 8 - 1 = 23$

Посылок $2 \cdot 8 = 16$

Ответ: 24 ~~письма~~ тележки с письмами, 23 с бандеролями, 16 с посылками.

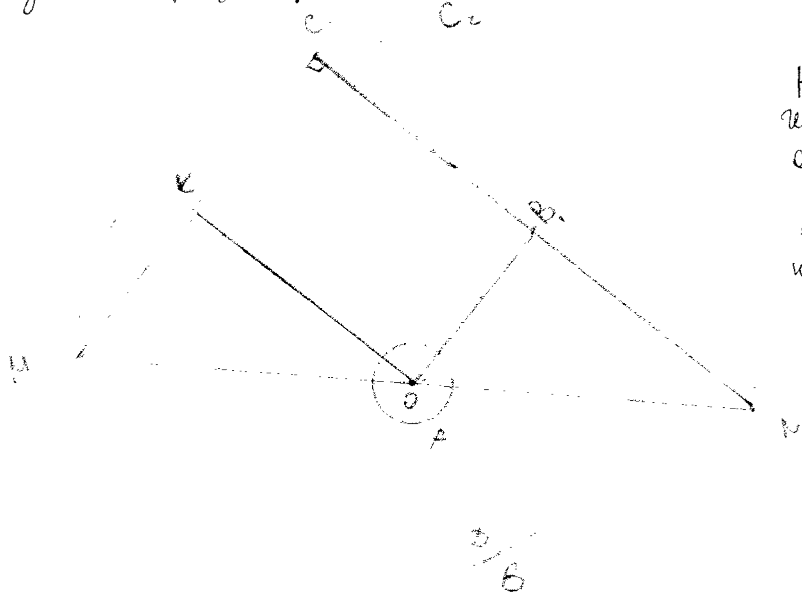
N 7.



Дано:
$AO = 1$ км
$\cancel{O}D = 4$ км
$OB = 5$ км
$OC = 9$ км

Проверить: возможно ли.

Так как нам ~~не~~ известно, где будет находиться точка A, но известно, что на расстоянии 1 км, то нарисуем вокруг точки O окружность с радиусом 1. Повторим и для других размеров.



На окружности A находится точка A, на окружности D находится точка D, на окружности B находится точка B, на окружности C находится точка C.

Радиусы взяты из пропорции.

Из точки C должны выходить 2 ~~равные отрез~~ прямые, которые бы касались или пересекали окружности B и D и образовывали угол ~~B~~ 90° (одна ~~окружность~~ прямая пересекает одну окружность, а вторая — другую.), но это невозможно.

Если C_1N хотя бы касается окружности B, то

$$\left.\begin{aligned} &\cancel{O}B_1 = 5 \\ &AN = 9 \\ &CN\text{ — касательная} \end{aligned}\right\} \Rightarrow NB_1 = \sqrt{9^2 - 5^2} \Rightarrow NB_1 \approx \sqrt{56} \approx 7$$

$$\left.\begin{aligned} &\angle MKO = 90^\circ \\ &MO = 9 \\ &C_1B_1 \parallel OK \end{aligned}\right\} \Rightarrow OK \approx 7, \text{ но } OD = 4, \text{ а } 4 < 7 \Rightarrow MC_1 \not\cap \text{окр } B$$

ч.т.д.

Ответ: Шуршунчик ~~победил~~ ошибся

N3 x – возраст отца

y – возраст матери

z – возраст сына

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ x+y+z-3\cdot 9=40 \\ x-4=9(z-4) \end{cases}$$

Заметим, что $65-3\cdot 9=38\neq 40$, т.е. ~~когда~~ сыну девять лет назад было не положительное число лет, а $38-40=-2$ (года), т.е. сыну было девять лет назад -2 года, тогда сейчас ему $9-2=7$ (лет)

$$\begin{cases} x-4=9(z-4) \\ z=7 \end{cases} \Rightarrow x=4+9(7-4)$$

$$x=31 \text{ (год)}$$

Ответ: 31 год.

№4. Пусть $v_ч$ – кол-во градусов пройденных часовой стрелкой за 1 час, ~~$v_ч$~~ $v_м$ – кол-во градусов пройденных минутной стрелкой за 1 час.

$v_ч=360°:12/ч$ $\qquad v_м=360°/ч$

$v_ч=30°/ч$

Через x часов разница между часовой и минутной стрелкой стала 45°, т.е. минутная догоняет часовую тогда получаем, что

$t(v_м-v_ч)=45°$, но ведь минутная стрелка ~~может идет~~ движется по кругу, и через каждый круг счетчик её градусов должен обнуляться, т.е. разница может оказаться не только 45°, но и 360°+45° и т.д.

Перебирая всевозможные варианты ~~получим~~ будем искать t целое или кратное 60 в минутах. Будем перебирать:

$t(v_м-v_ч)=45°$ $\qquad t(360°-30°)=45°$ $\qquad t(330°)=45°$

$t = \frac{45}{330}$ $t = \frac{3}{22}$ / 60 минутам

$t(330) = 360 + 45$ $t = \frac{405}{330} = 1\frac{75}{330} = 1\frac{5}{22}$ / 60 мин

$t(330) = 360 + 405$ $t = \frac{765}{330} = 2\frac{105}{330} = 2\frac{7}{330}$ / 60 мин

$t(330) = 360 + 765$ $t = \frac{1125}{330} = 3\frac{135}{330}\ 3\frac{9}{22}$ / 60 м/ч

$t(330) = 360 + 1125$ $t = \frac{1485}{330} = 4\frac{165}{330} = 4\frac{1}{2}$ (ч)

~~4(1/2)~~ $4\frac{1}{2}$ ч = 4ч 30 мин.

~~Л~~ Ответ: 4 ч 30 мин после полудня.

№6. Рассмотрим степени двойки и потерии и найдем закономерности:

	по 1 цифре	2
	3 степени	4
		8
10 степеней +2 цифры	по 2 цифры	16
	3 степени	32
		64
	по 3 цифры	128
	3 степени	256
		512
	по 4 цифры	1024
		2048
	4 степени	4096
		8192
	по 5 цифр	16384
10 степеней +2 цифры	3 степени	32768
		65536
	по 6 цифр	131072
	3 степени	262144
		524288
	по 7 цифр	1048576
		2097152
	4 степени	4194304
		8388608

и т.д.

Тогда $n_1 = 1 + ((2015-3):10)\cdot 2 =$

$= 1 + (2012 : 10)\cdot 2$

кол-во ~~групп~~ комбинаций

2012 : 10 в этом случае будет $201 + \frac{2}{10}$

$\frac{2}{10}$ – 2 степени из 10 дают +1 цифру, т.е.

$201 + 1 = 202$ $n_1 = 1 + 202\cdot 2 = 405$

1 цифра 1 степень	5
2 цифры 1 степень	25
3 цифры 2 степени	125
	625
4 цифры 1 степень	3125
5 цифр 2 степени	15625
	78125
	390625
	...

3 степени + 1 цифра

3 степени + 1 цифра

$n_2 = 1 + ((2015-1):3)\cdot 1 =$

$= 1 + 2014 : 3$

2014 : 3 означает, что будет 671 комбинация и на 1 больше т.е. $671 + 1 = 672$

$n_2 = 672 + 1 = 673$

$n = n_1 + n_2$

$n = 673 + 405 = 1078$

Ответ: 1078

№2. Чтобы площадь фигуры была наименьшей надо, чтобы ~~общее~~ расстояние от ~~тел~~ оси до точек треугольника было наименьшим, т.е. нужно нужно найти баланс, потому, что если мы часто уменьшим растояние, то часто оно увеличится. (+)
Ось должна проходить внутри треугольника. Нам известно, что точка, лежащая на пересечении медиан, будет делить отрезки в отношении 2:1, т.е. мы найдем баланс. Ответ: через точку пересечения медиан.

№1. Пусть n - число линий. Если среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на (±) предприятие города М, то таких линий будет n - 2. Если среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П, то таких линий будет n - 3. Тогда общее кол-во линий идущих в какой-либо город или поселок будет n-2+n-3 = 2n-5, а линий не идущих ни в какой город будет n - 2n+5 = 5-n, но n ≥ 5, т.е. линий, не идущих ни в какой город и поселок будет 0. Ответ: 0.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

CV 64-58

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Хоминич

ИМЯ Любовь

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 08.12.1998

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан доп. лист №1 выдан доп. лист №2 выдан доп. лист №3

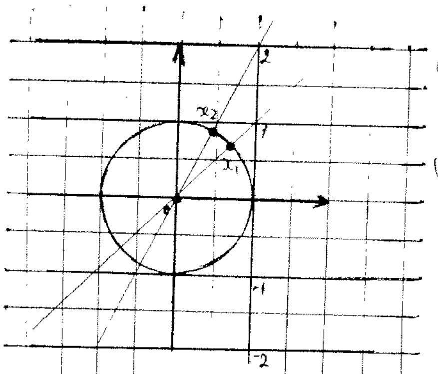
Задание №1.

Рассмотрим задачу, заметим, что среди четырех линий одна должна идти в пункт П, другая в пункт М (одна из трех любых линий). То есть, возможно, что линий вообще будет 4 и не меньше.

Но по условию сказано, что „среди любых четырех обязательно есть линия, которая ведет на пункт П", значит линий было как минимум 5, иначе выбирать было бы не из чего. Допустим, что линий было как минимум пять и больше (положим, что 6), тогда, рассматривая линии связи, заметим, что в „1-2-3" найдется линия, ведущая и в М, и в П. Сколько бы угодно линий мы не брали, то всё равно найдется такая, которая будет идти либо в М, либо в П, либо в оба пункта одновременно. Итак, исходя из этого, получаем, что число линий меньше 5 быть не может. Да, найдутся такие линии, которые не ведут ни в М, ни в П.

Задание №2.

Тангенс положителен в I и III четвертях, а отрицателен во II и IV. Нужно прибавить неполные обороты πk, где $k \in Z$.



x_1 получается при значении $tg x = 1$, x_2 при $tg 2x = 2$

Нужно решить систему:

$$\begin{cases} tg x = 1 & (1) \\ tg 2x = 1 & (2) \end{cases}$$

(Вместо 1 может быть любое другое число, но мы рассмотрим на $tg x = 1$)

(1) $tg x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in Z$

(2) $tg 2x = 1$

$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in Z$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z$

$\frac{\pi}{4} + \pi k = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

$\frac{1}{4} + k = \frac{1}{8} + \frac{n}{2}$

$\left\{ k = \frac{4n-1}{8} \right\}$ ← зависимость k от n для решения системы

$$\begin{cases} tg x = m & (3) \\ tg 2x = m & (4) \end{cases}$$

(3) $tg x = m$

$x = arctg m + \pi k; k \in Z$

при $m \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

(4) $tg 2x = m$

$2x = arctg m + \pi n, n \in Z$

при $m \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

$x = \frac{1}{2} arctg m + \frac{\pi n}{2}; n \in Z$

Найдем общие решения:

$\operatorname{arctg} m + \pi k = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} m + \frac{\pi n}{2}$ (Как известно $k = \frac{4n-1}{8}$)

$2\operatorname{arctg} m + 2\pi k = \operatorname{arctg} m + \pi n$

$\operatorname{arctg} m = \pi n - 2\pi k$

$\operatorname{arctg} m = \pi n - 2\pi\left(\frac{4n-1}{8}\right)$

$\operatorname{arctg} m = \pi n - \frac{\pi(4n-1)}{4}$

$\operatorname{arctg} m = \frac{4\pi n - 4\pi n + \pi}{4}$

$\operatorname{arctg} m = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi d;\ d \in Z$

Задание №3

$x^2+px+q=0$ имеет ровно 1 решение $\Rightarrow D=0$

$D = p^2-4q \Rightarrow q = \frac{p^2}{4}$

$T(x) = x^2+px+q$

$T(T(T(x)))=0$ имеет 3 различных решения.

Т.к. $T(x)=x^2+px+q$, то $T(T(T(x)))$ имеет вид:

$T(T(x^2+px+q))=0$

Нужно найти $T(x^2+px+q)$:

$T(x^2+px+q) = (x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q$ Замена: $x^2+px+q=y$

$T((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)=0 \longleftarrow$ имеет 3 решения.

$(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q=0$

$y^2+py+q=0$ (известно, что $q=\frac{p^2}{4}$)

$y^2+py+\frac{p^2}{4}=0$ $D=0$

$4y^2+4py+p^2=0$ $\boxed{y=-\frac{p}{2}}$

$y=-\frac{4p}{8}=-\frac{p}{2}$

$x^2+px+q=-\frac{p}{2}$

$2x^2+2px+2q+p=0$

$2x^2+2px-\frac{p^2}{2}+p=0$

$4x^2+4px-(p^2-2p)=0$

$D = 16p^2+16(p^2-2p)$

$D = 16p^2+16p^2-32p$

$D = 32p^2-32p$

$D = 32p(p-1)$

$\sqrt{D} = 4\sqrt{2p(p-1)}$

$x = \frac{-4p \pm 4\sqrt{2p(p-1)}}{8}$

$x = \frac{-2p \pm \sqrt{2p(p-1)}}{4}$

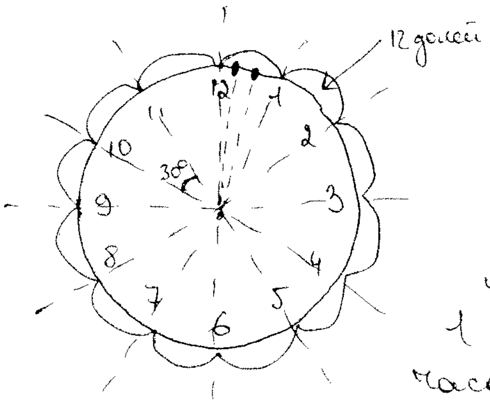
$2p(p-1) \geq 0$

$+\quad 0 \quad - \quad 1 \quad +$

Ответ: $x = \cancel{\frac{-2p \pm \sqrt{2p(p-1)}}{4}}$ при $p \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Задание №4.

Время было больше 12 часов дня. Событие, когда прошло целое число минут и угол между минутной и часовой стрелкой равен 2° произошло впервые, значит прошла ровно 1 минута (целая), так как если прошло бы больше, то это событие уже повторилось бы как минимум 1 раз. Если прошла 1 минута, то она сделала оборот в 6°, так как во всем циферблате часов ровно 360° и 60 минут. Но часовая стрелка тоже не стоит на месте. За 1 час она проходит 30°, т.к. „долей" в циферблате 12 штук, градусов 360°, и значит на одну „дольку" приходится 30°. В одном часе 60 минут. Значит, что за 1 минуту стрелка пройдет $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}^\circ$. В этот



момент разница между ними была в $2\frac{1}{2}^\circ$, значит минутная стрелка за это время „убежала" на 2° (как и сказано в условии задачи). В момент, когда стрелка прошла 1 минуту и сдвинулась на 6° часовая стрелка должна была пройти 2°. Нужно найти сколько минут было пройдено минутной стрелкой за $2\frac{1}{2}^\circ$. За 1 минуту она проходит 6°, тогда время, за которое она пройдет $2{,}5^\circ$ возьмем за x.

$$\frac{1\text{ мин.}}{6^\circ} = \frac{60\text{ сек}}{6^\circ} = 10\text{ сек}/1^\circ \Rightarrow x = 10\text{ с}/1^\circ \cdot 2{,}5^\circ = 25\text{ с}$$

Мы получили время 25 сек. Значит часы показывали 12 часов 1 минута 25 секунд.

Ответ: 12:01:25

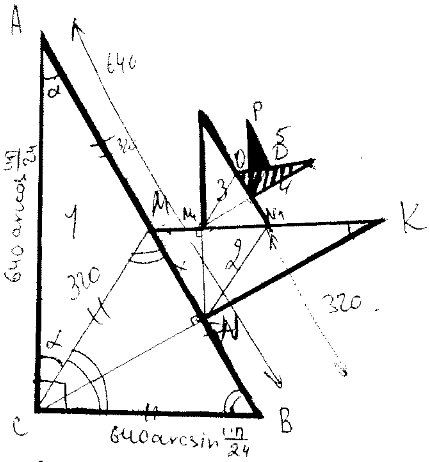
выдан доп. лист №1

Задача №6.

Дано: $\triangle ABC$; $\angle C = 90°$; $\angle A = \alpha = \frac{11}{24}\pi$; $AB = 640$ м

Найти: S_5 и гипотенузу

Решение:



Нужно найти S оранжевого треугольника.

1) У нас есть прямоугольный треугольник с острым углом равный α и гипотенузой в 640.

$\cos\alpha = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = \cos\frac{11\pi}{24}\cdot 640 = 640\arccos\frac{11\pi}{24}$.

$\sin\alpha = \frac{CB}{AB} \Rightarrow CB = 640\arcsin\frac{11\pi}{24}$

2) CH - высота; CM - медиана.

По свойству медиан в прямоугольном $\triangle ABC$:

$AM = MB = MC = \frac{640}{2} = 320$.

3) Пусть $MN = x$, тогда из подобия $\triangle CNB$ и CNA:

$\frac{CB}{NB} = \frac{AC}{AN}$; $\frac{640\arcsin\frac{11\pi}{24}}{320-x} = \frac{640\arccos\frac{11\pi}{24}}{320+x}$

$\cancel{640}\arcsin\frac{11\pi}{24}(320+x) = \cancel{640}\arccos\frac{11\pi}{24}(320-x)$

$320\arcsin\frac{11\pi}{24} + \arcsin\frac{11\pi}{24}x = 320\arccos\frac{11\pi}{24} - \arccos\frac{11\pi}{24}x$

$\arcsin\frac{11\pi}{24}x + \arccos\frac{11\pi}{24}x = 320(\arccos\frac{11\pi}{24} - \arcsin\frac{11\pi}{24})$

то же самое, но разными способами

$x = \frac{320(\arccos\frac{11\pi}{24} - \arcsin\frac{11\pi}{24})}{\arcsin\frac{11\pi}{24} + \arccos\frac{11\pi}{24}}$

$\angle MCA = \alpha = \angle CAM$ (т.к. $MC = MA$)

$\angle MCB = \angle MBC$ (т.к. $\angle A = \alpha$; $\angle C = 90 \Rightarrow \angle B = 90 - \alpha$)

$\angle MCB = 90 - \alpha$; $\triangle MCB$ - равнобедренный) $\Rightarrow$

$x = MN = 320\arcsin\frac{11\pi}{24}$

4) Во ~~втором~~ 2 треугольнике такой же участок M_1N_1, который подобен MN будет в 2 раза меньше, чем в ~~первом~~ 1.

(Продолжение ↓)

Выдан доп. лист №2

(Продолжение)

В ~~розовом~~ 3 Δ этот же отрезок будет в 4 раза меньше, чем в ~~голубом~~ 1 и в 2 раза меньше, чем во ~~зеленом~~ 2. ~~Рыжем~~ В заштрихованном треугольнике будет в 2 раза меньше ~~розового~~ 2 и в 8 раз меньше ~~голубого~~ 1.

В ~~рыжем~~ 5 в 2 раза меньше чем в заштрихованном и в 16 раз меньше, чем в ~~голубом~~ 1.

Так как все треугольники будут подобны, например $\angle MKN = \angle CAB$ и $MN = \frac{1}{2} CB$. Аналогично в других.

5) Найдем OD, который в 16 раз меньше CB: $OD = \frac{CB}{16} = \frac{640 \arcsin \frac{11\pi}{24}}{16} = 40 \arcsin \frac{11\pi}{24}$

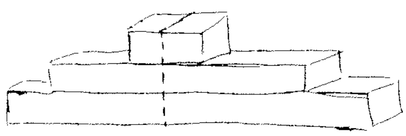
6) $\angle OPD = \angle RAB$ (подобие) $= \frac{11}{24}\pi$

$$\sin \frac{11}{24}\pi = \frac{OD}{PD} = \frac{40 \arcsin \frac{11\pi}{24}}{PD} \Rightarrow PD = \frac{40 \arcsin \frac{11\pi}{24}}{\arcsin \frac{11}{24}\pi} = 40.$$

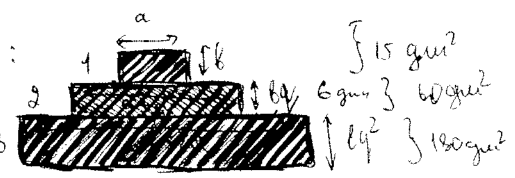
Ответ: 40м V   площадь не найдена

∓

Задача №7



В разрезе:



1) Пусть длина ~~голубого~~ 1 прямоугольника равна a, тогда длины ~~зеленого~~ 2 и ~~оранжевого~~ 3 равны $a+d$ и $a+2d$ соответственно.

Пусть высота ~~голубого~~ 1 прямоугольника равна b, тогда высоты ~~зеленого~~ 2 и ~~оранжевого~~ 3 равна bq и bq^2 соответственно.

2) S равны 15 дм²; 60 дм² и 180 дм² соответственно

$a + a + d + a + 2d = 30$ дм

$3a + 3d = 30$ дм

$a + d = 10$ дм

$$\begin{cases} S_{зел} = (a+d)bq = 60 \text{ дм}^2 \\ S_{гол} = ab = 15 \text{ дм}^2 \\ S_{ор} = (a+2d)bq^2 = 180 \text{ дм}^2 \end{cases} \Rightarrow \quad S_{ор} = 3S_{зел} = 12 S_{гол}.$$

$$\begin{cases} (a+d)bq = 60 \\ ab = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} bq = 6 \\ ab = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{6}{q} \\ b = \frac{15}{a} \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{6}{q} = \frac{15}{a} \Rightarrow q = \frac{6a}{15}$$

$d = 10 - a$ $b = \frac{15}{a}$ (Продолжение↓)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF39-36

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Холмутов

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Константинович

Дата рождения 31.07.1997.

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015.

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

+ 1 доп. лист ~~лист~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF39-36

№1.

~~1. Число линий однозначно не может быть меньше 5. К примеру, взяв 4 линии, у нас будет выполняться условие про посёлок П, но при этом мы не сможем выполнить~~

Число линий может быть меньше пяти. Для четырёх линий достаточно, чтобы две из них шли в город М. а одна — в посёлок П. А когда линий меньше 4, то там достаточно одной линии в ~~посёлок~~ город М.

(+)

№2.

1) Рассмотрим ситуацию, когда $tg(x) = tg(2x) = 0$:

$tg(x) = 0$ $\quad$ $tg(2x) = 0$

$x = \pi n, n \in Z$ $\quad$ $x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$.

При любом x, который является корнем первого уравнения, верно и второе уравнение. Но не все корни второго уравнения подходят в первое уравнение, поэтому $x \in \pi n, n \in Z$.

2) Рассмотрим ситуацию, когда $tg(x) \neq 0$; $tg(2x) \neq 0$. $tg(x) \in Z$. $tg(2x) \in Z$.

$$tg(2x) = \frac{2tg(x)}{1 - tg^2(x)}.$$

Пусть $m \in Z$. Тогда справедливо равенство:

$$2tg(x) = m(1 - tg^2(x)) \Leftrightarrow m \cdot tg^2(x) + 2tg(x) - m = 0 \Rightarrow$$

$$D = 4 + 4m^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg(x) = \frac{-2 + 2\sqrt{m^2+1}}{2m}; (m \neq 0) \\ tg(x) = \frac{-2 - 2\sqrt{m^2+1}}{2m}; (m \neq 0) \end{array}\right.$$

Обратим внимание на выражение $\sqrt{m^2+1}$. Оно никогда не будет целым, т.к. нет такого числа, которое бы удовлетворяло условиям:

1) не равно 0

2) извлекается квадратный корень

3) извлекается квадратный корень, когда число увеличено на 1.

Поэтому остаётся только вариант, когда $x \in \pi n, n \in Z$. Тогда $tg(x) = 0$ и $2015^{tg(x)} = 1$. Ответ: 1.

+

Лист 1 из 4

№ 3.

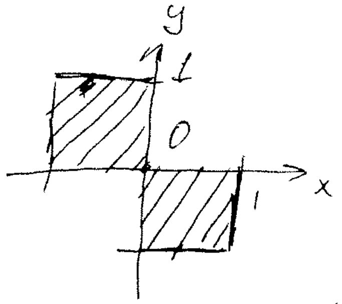
$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0.$

Важно, что $x \leq |1|$; $y \leq |1|$, т.к. если это условие не будет выполняться, то ~~функ~~ arcsin потеряет смысл. Но $\sin x$ (где $x \in [0;1]$) - настолько малое значение, которое не будет играть особой роли, поэтому ~~$\sin y$~~ $\to 0$; ~~$\sin x$~~ $\to 0$.

Остается:

$-\arcsin(x)(\arcsin(y)) \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \arcsin(x) \geq 0 \\ \arcsin(y) \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \arcsin(y) \geq 0 \\ \arcsin(x) \leq 0. \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [0;1] \\ y \in [-1;0] \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [-1;0] \\ y \in [0;1]. \end{cases} \end{array}\right.$ То бишь получается, что у нас образуются 2 квадрата в координатной плоскости:



Все точки, принадлежащие этим квадратам удовлетворяют условию задачи. И площадь равна 2 ($S_1 + S_2 = 1+1 = 2$).

Ответ: 2

(+)

№ 4.

Часы имеют 60 делений, поэтому когда стрелка проходит одно деление, то она "проходит" $6°$. (поворачивается на $6°$). Когда часовая стрелка проходит 1 деление ($6°$), то минутная проходит 12 делений ($72°$). Тогда получается, что когда часовая стрелка проходит $1°$, минутная проходит $12°$ (12 делений). 1) Время 12:00 - 12:01. Угол между стрелками $2°$ - не подходит

2) Время 13:~~10~~ 05 - 13:~~11~~ 06. Начальный угол составляет ~~5°~~ $2,5°$ (минутная прошла ~~10 делений~~ 5). Через минуту угол будет ~~равен $|5° - (6° - 0,5°)| - 0,5°$ - не подходит~~ $|2,5° - (6° - 0,5°)| = |2,5° - 5,5°| = 3°$ - не подходит

3) Время 14:10 - 14:12 Начальный угол $5°$. Через минуту он будет равен $|5° - (6° - 0,5°)| = 0,5°$ - не подходит

4) Время 15:15 - 15:16. Начальный угол $7,5°$. По аналогии: через минуту $|7,5° - (6° - 0,5°)| = 2°$ - подходит

Значит, время 15:16. Ответ: 15-16 (15ч. 16 мин.)

+

№5.

~~Пр~~ При самом плохом ходе событий можно потерять наибольший свой вклад, поэтому для максимально возможного дохода нужно распределять деньги поровну (вклад в 3 банках одинаков). Пусть x – ~~сумма де~~ один вклад (~~сумма денег в 1 вкла~~ деньги в 1 вкладе). Тогда через год будет такая ситуация: $x\cdot 3+x\cdot 2-x=4x.$

Ещё введём a – количество денег, которые остались дома).

Запишем систему уравнений:

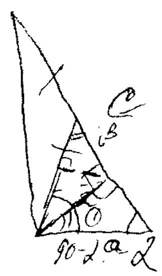
$$\begin{cases}3x+a=600.000\\4x+a=\max(\text{доход})\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x+a=600.000\\x+600.000=\max.\end{cases}$$

Соответственно чем больше x, тем больше доход, при этом доход не зависит от "домашних денег." Поэтому обнуляем a, а в банках делаем вклады по 200.000. В итоге наш доход 800.000

~~#~~ Если подразумевалась прибыль (доход – расход) то она равна +200.000. Ответ: 800.000 рублей

+

№6.



Решение: 1. гипотенуза нового треугольника будет всегда равна половине старого, т.к. медиана прямоугольного треугольника есть половина гипотенузы. Тогда гипотенуза 5-ого треугольника будет равна $\frac{640\text{ м}}{2^5}=\frac{640}{32}\text{ м}=20\text{ м}.$

2. ~~Все~~ Площадь нового треугольника уже однозначно теряет половину площади старого. (т.к. медиана делит пополам площадь нового треугольника) ~~Но это, в [illegible]~~ (1).

$a=c\cdot\sin\alpha$. Тогда $\frac{a}{c}=\sin\alpha$ – коэффициент подобия треугольника (1) и исходного треугольника. Тогда $S_{нов.}=\frac{S}{2}-S\cdot\sin^2\alpha=S\left(\frac{1}{2}-\sin^2\alpha\right)$. Чтобы такое же ~~[illegible]~~ с новым Δ-ом, нужно найти β:

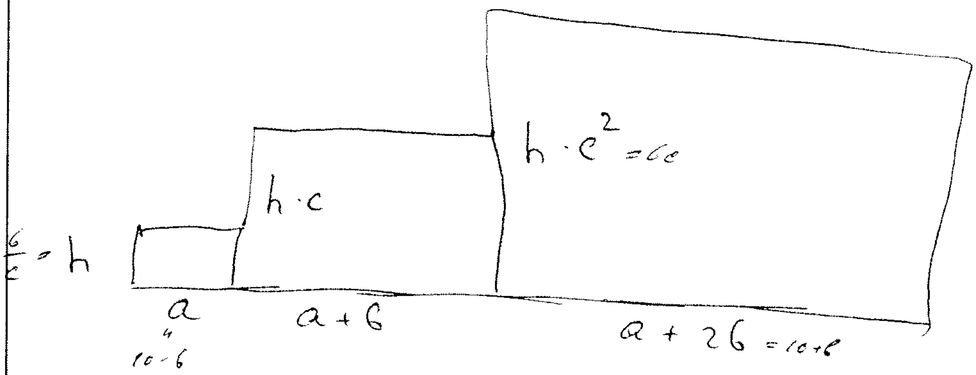
$\beta=|180-2\alpha|$. Поэтому, $S_5=S\left(\frac{1}{2}-\sin^2\left(\frac{11\pi}{24}\right)\right)\left(\frac{1}{2}-\sin^2\left(\frac{10\pi}{24}\right)\right)\left(\frac{1}{2}-\sin^2\left(\frac{20\pi}{24}\right)\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\sin^2\left(\frac{16\pi}{24}\right)\right)\left(\frac{1}{2}-\sin^2\left(\frac{8\pi}{24}\right)\right)$, где

S – площадь исходного. (1)

Ответ: 20м; (1).

+

№7.



Решение: $a+a+b+a+2b=30 \Leftrightarrow 3a+3b=30 \Rightarrow a+b=10$.

Тогда $h\cdot c=\frac{60}{10}=6$. Рассмотрим самую большую и самую маленькую ступень:

$$\begin{cases}(10+b)\cdot 6c=180 & (1)\\ \frac{6\cdot(10-b)}{c}=15 & (2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(10+b)c=30\\ 6\cdot(10-b)=15c\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}10c+cb=30\\ 60-6b=15c\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}10c+cb=30\\ -15c-6b=-60\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}20c+2cb=60\\ 15c+6b=60.\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20c+2cb=15c+6b \Leftrightarrow 5c=(6-2c)b. \Rightarrow \frac{b}{c}=\frac{5}{6-2c}. \ \begin{matrix}(c\neq 3)\\(c\neq 0)\end{matrix}$$

Вернёмся к уравнению (2) и применим полученное соотношение

$$\frac{60(10-b)}{c}=15 \Leftrightarrow \frac{60-6b}{c}=15 \Leftrightarrow \frac{60}{c}-6\frac{b}{c}=15 \Leftrightarrow \cancel{\frac{60}{c}-\frac{30}{6-2c}=15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{60}{c}-\frac{30}{6-2c}-15=0 \Leftrightarrow \frac{360-120c-30c-90c+30c^2}{(6-2c)\cdot c}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 360-240c+30c^2=0 \Leftrightarrow c^2-8c+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}c=2\\ c=6\end{matrix}\right.$$

I вариант: $(c=2)$ $h=3$дм; $a=5$дм. $(=6/2)$ $(=15/3)$

Тогда параметры ступеней: 3×5; 6×10; 12×15.

II вариант: $(c=6)$ $h=1$дм; $a=15$дм $(=6/6)$ $(=15/1)$

Тогда параметры: 1×15; 6×10; 36×5. Но по условию самая низкая ступень — самая маленькая, поэтому этот вариант не подходит

Ответ: 3×5; 6×10; 12×15.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	6ИЯ 71-23 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Черинятьев

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 30.07.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№5

Чтобы получить наибольшую выгоду при вложении денег в банк, при самом плохом ходе событий, нужно вкладывать во все 3 банка одинаковую сумму. почему?

Тогда у нас есть 4 варианта развития событий:

В банк вложить $\frac{1}{4}$ всей суммы: т.е. 150.000, то 300.000 + 150.000 + 150.000 = 700.000.

Вложить $\frac{1}{2}$ всей суммы: т.е. 300.000, то 200.000 + 300.000 + 300.000 = 800.000

Вложить $\frac{3}{4}$ всей суммы: т.е. 450.000, то 300.000 + 450.000 + 150.000 = 900.000

Вложить всю сумму полностью: т.е. 600.000: 400.000 + 600.000 = 1.000.000

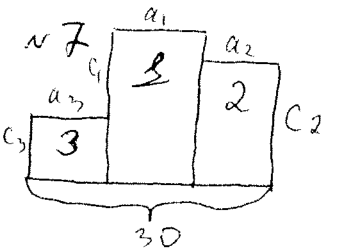
Если всю сумму оставить дома: 600.000

±

Значит наибольшую сумму он получит, если все деньги раздест между 3емя банками. И получит он 1.000.000 рублей.

Ответ: 1.000.000 рублей

№7



$$\begin{cases} a_1 \cdot c_1 = 180 \\ a_2 \cdot c_2 = 60 \\ a_3 \cdot c_3 = 15 \\ a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \\ c_2^2 = c_1 \cdot c_3 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 c_1 = 180 \\ a_2 c_2 = 60 \\ a_3 c_3 = 15 \\ 2a_2 = a_1 + a_3 \\ \frac{c_2}{c_1} = \frac{c_3}{c_2} \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$2a_2 - a_3 + a_2 + a_3 = 30$

$3a_2 = 30$

$a_2 = 10$

$$\begin{cases} a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \\ a_1 c_1 = 180 \\ a_2 c_2 = 60 \\ a_3 c_3 = 15 \\ 2a_2 = a_1 + a_3 \\ \frac{c_2}{c_1} = \frac{c_3}{c_2} \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 c_1 \cdot a_3 c_3 = 180 \cdot 15 \\ c_2^2 = c_1 \cdot c_3 \\ a_1 + a_3 = 20 \\ a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_3 = \frac{2700}{36} \\ 36 = c_1 \cdot c_3 \\ a_1 + a_3 = 20 \\ a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \end{cases}$$

Продолжение на следующем листе.

№7 - продолжение.

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_3 = 75 \\ 36 = c_1 \cdot c_3 \\ a_1 + a_3 = 20 \\ a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_3 = 75 \\ a_1 + a_3 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 20 - a_3 \\ (20 - a_3) a_3 = 75 \end{cases}$$

$$20a_3 - a_3^2 = 75$$

$$a_3^2 - 20a_3 + 75 = 0$$

$$D = 100 - 75 = 25$$

$$\left[\begin{array}{l} a_3 = \frac{10+5}{1} \\ a_3 = \frac{10-5}{1} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} a_3 = 15 \\ a_3 = 5 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_3 = 15 \\ a_1 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} a_3 = 5 \\ a_1 = 15 \end{cases} \end{array}\right.$$

$a_2 = 10$

$c_2 = 6$

$a_1 c_1 = 180$

$a_3 c_3 = 15$

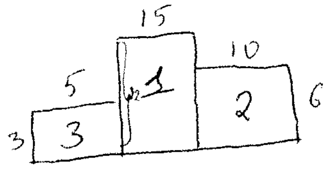
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_3 = 15 \\ a_1 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} a_3 = 5 \\ a_1 = 15 \end{cases} \end{array}\right.$$

Т.к. ступень с наименьшей длиной имеет наименьшую высоту.

$$\begin{cases} a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 = 5 \\ c_1 = 36 \\ a_3 = 15 \\ c_3 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a_1 = 15 \\ c_1 = 12 \\ a_3 = 5 \\ c_3 = 3 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

По усл. задачи: $a_1 = 5$, $a_3 = 15$ не подходят.

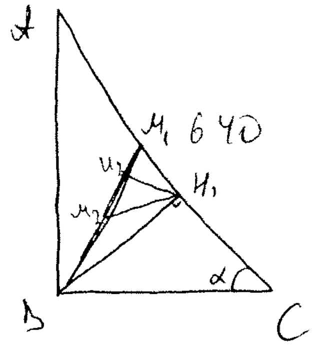
Значит: $a_2 = 10$, $a_1 = 15$, $a_3 = 5$; $c_2 = 6$, $c_1 = 12$, $c_3 = 3$



+

Ответ:
$$\begin{cases} a_1 = 15 \\ c_1 = 12 \\ a_2 = 10 \\ c_2 = 6 \\ a_3 = 5 \\ c_3 = 3 \end{cases}$$

№ 6.



$AC = 640 \quad \alpha = \frac{11}{24}\pi \quad \angle C = \alpha.$

$BC = 640 \cdot \cos\alpha.$ (т.к. $\triangle BH_1M_1 \sim \triangle ABC \sim$ ...)

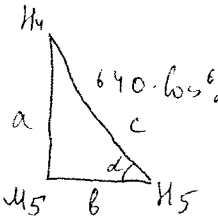
$BH_1 = 640 \cdot \cos^2\alpha.$

$H_1H_2 = 640 \cdot \cos^3\alpha.$

$H_2H_3 = 640 \cdot \cos^4\alpha$

$H_3H_4 = 640 \cdot \cos^5\alpha$

$H_4H_5 = 640 \cdot \cos^6\alpha.$



$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \sin\alpha = \frac{a}{c}$

$M_5H_5 = 640 \cdot \cos^7\alpha.$

~~$S_5 = \frac{1}{2} \, 640 \cos^7\alpha \cdot 640 \cos^6\alpha \cdot \sin\alpha$~~

$M_5H_4 = 640 \cdot \cos^6\alpha \cdot \sin\alpha.$

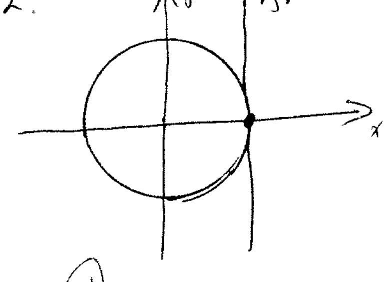
$S = \frac{1}{2} \cdot 640 \cdot \cos^6\alpha \cdot \sin\alpha \cdot 640 \cdot \cos^7\alpha = 320 \cdot \sin 2\alpha \cdot 640 \cdot \cos^5\alpha \cdot \cos^7\alpha =$

$= 320 \cdot 640 \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos^{12}\alpha = 204.800 \cdot \sin\frac{11}{12}\pi \cdot \cos^{12}\frac{11}{24}\pi.$

Ответ: гипотенуза: $c = 640 \cdot \cos^6\frac{11}{24}\pi$. Числа не получены

$S = 204.800 \cdot \sin\frac{11}{12}\pi \cdot \cos^{12}\frac{11}{24}\pi.$

№ 2.



При $x = \pi n$, $n \in Z$

$tg\, x = tg\, 2x = 0$, $0 \in Z$.

$2015^{tg x} = 2015^0 = 1$.

Других таких x нет $tg\, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, а на $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ есть 2 целых числа: 0 и 1., т.к. $\pi \approx 3{,}14 \approx 3$.

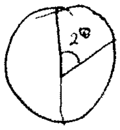
$(-1{,}5; 1{,}5)$ существует 2 целых числа: 0 и 1, но $tg\, x = 1$, $x = \frac{\pi}{4}$, а $tg\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right) = tg\left(\frac{\pi}{2}\right)$ — не существует.

Ответ: $x = \pi n$, $2015^{tg x} = 1$

№4.

Пока минутная стрелка сдвигается на 12 минут, часовая сдвигается на 1 минуту.

Пока минутная стрелка сдвигается на 1 минуту = 60 сек, часовая сдвигается на 12 сек.



180° — 30 мин.
2° — x мин.

$x = \frac{2 \cdot 30}{180} = \frac{1}{3}$ мин = 20 сек.

Разница между минутной и часовой стрелкой, или наоборот должна быть равна 20 сек.

Этого не будет в первый час.

И не во 2ой час, т.к.

минутн. 60 сек	часовая 5 сек.
0	300
60	305
120	310
180	315
240	320
300	325
360	330

В третий час:

минутн	часовая
0	900
60	905
...	...
360	930
...	...
720	960
...	...
960 сек	980 сек
1020	985
1080	990

20 сек.

980 − 960 = 20 сек.

960 : 60 = 16

Т.е. это будет тогда, когда на часах будет 14:16.

Ответ: 14:16

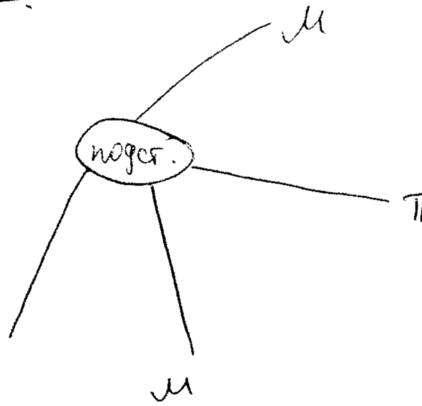
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КЯ71-23

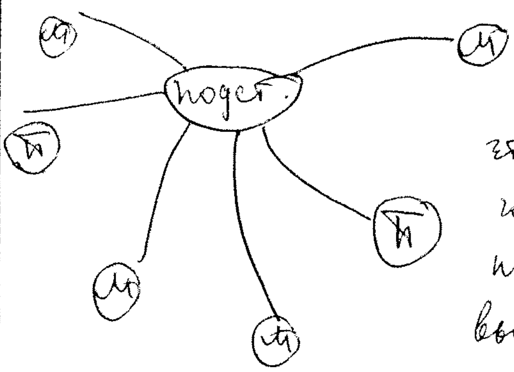
№ 1.



Предположим, что число линий может быть меньше 5. Например 4. Тогда 2 линии идут на предприятия города М и одна на предприятие города П. Тогда из любых 3ёх подстанций хоть одна идёт на предприятия города М и из любых 4ёх хоть одна идет на предприятие П.

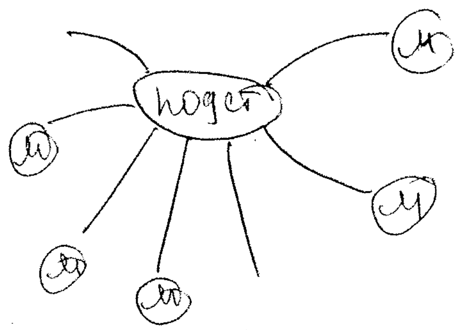
Если число линий больше 5.

Если их 6:



Такого не может быть, т.к. чтобы выполнялось первое условие: что из 3ёх любых хот одна идёт в город М, нужно, чтобы ≥ 4 линий шло в город М. Тогда перестает выполняться 2ое условие.

Если их 7:



Такого не может быть, т.к. чтобы выполнялось первое условие, нужно, чтобы в город М шло не меньше 5 линий. Тогда перестает выполняться 2ое условие.

И т.д.

Значит число линий не может быть больше 5. Их может быть либо ровно 5, либо меньше.

Ответ: их может быть меньше 5.

где случай n=5

(+)

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 51-46 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЧИКИЧЕВ

ИМЯ Тимур

ОТЧЕСТВО ВАДИМОВИЧ

Дата рождения 11. 03. 1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан дополнительный лист

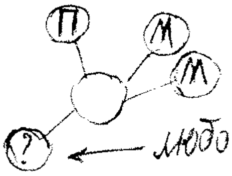
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7112

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-46

№1

1) Если число всех линий меньше пяти, т.е., например, существует четыре линии электропередач, тогда, чтобы ~~выполнилось~~ условие задачи необходимо наличие среди них хотя бы одной линии, ведущей в поселок П, и двух линий, ведущих в город М.



← любое предприятие.

Ч.т.д: число линий может быть меньше пяти.

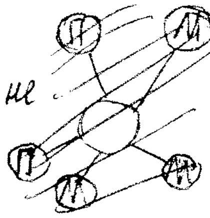
2) По условию, среди любых трёх линий подстанции обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М.

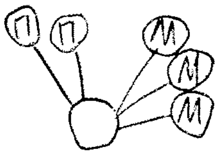
Тогда всего от подстанции могут проходить всего две линии, ведущие не в город М.

Аналогично доказывается возможность существования максимум трёх линий ведущих не в поселок П.

Тогда максимальным набором для подстанции будет 5 линий, из которых 2 ведут не в М, 3 ведут не в П. ~~и минимум по одной из пяти ведет в М и П.~~

почему





То есть среди пяти линий не существует таких, которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: число всех линий может быть меньше пяти; если число линий не меньше пяти, то среди них нет линий, которые не ведут ни в М, ни в П.

Пропуски в изложении логики решения ±

№4. В круге 360°, в часу 60 минут. Каждую минуту минутная стрелка проходит $\frac{1}{60}$ круга, т.е. 6° в минуту.

Часовая стрелка проходит круг за 12 часов, т.е. за час она проходит $\frac{1}{12}$ круга, т.е. 30°

Скорость часовой стрелки равна $\frac{30°}{60 \text{ минут}} = 0{,}5$ град/мин.

По условию прошло целое число минут, то положение стрелок

$S = 6 \cdot n$; $S = 0{,}5 \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$, n-время.

По условию, угол между стрелками 2°, т.е. прошло число минут кратное 4.

Т.к. в полдень стрелки начали движение, то через четыре минуты расстояние между ними уже 20° и продолжают увеличиваться.

Таблица положений стрелок для второго часа представлена ниже

время	12 0м	4м	8м	12м
угол s	0°	24°	48°	72°
угол S	30°	32°	34°	36°

Соответственно таким образом можно рассматривать все часы до встречи, указанной в условии подряд, однако есть вариант аналитического решения.

Стрелки движутся с возможным шагом 24° для минутной и 2° для часовой.

Тогда уравнение движения стрелок $24 \cdot n = 30m + 2n$, где $0 \le 24n \le 60$

Разность между стрелками 2° и m-кол-во часов минимально, тогда

$24n \pm 2 = 30m + 2n$; нарешение получается при $m = 30$; $n = 4$

то есть соответствует положению 98° часовой стрелки, то время на часах 3 часа 16 минут после полудня или 15:16.

Угол минутной стрелки при этом равен 96, что также соответствует ответу

Ответ: 3 часа 16 минут ~~...~~ после полудня или 15:16. +

№5

Рассмотрим наихудший ход событий для трех случаев:

1. Деньги вложены в один банк или не вложены вообще

В этом случае вся сумма пропадает в обанкротившемся банке, либо остаётся на руках у владельца. Доход отсутствует.

2. Деньги вкладываются в два банка.

$n_1 + n_2 = S$ $n_1 \ge n_2$, где n_1 и n_2 - вклады в 1-ый и 2-ой банки, S-сумма вклада.

$S_1 = n_1 \cdot 0 + n_2 \cdot 2 + (S - n_1 - n_2)$

Если вложены все деньги и поровну, то $S_1 = S$, иначе $S_1 < S$.

3 Деньги вложены сразу в три банка.

$S_1 = n_1 \cdot 0 + n_2 \cdot 2 + n_3 \cdot 3 + (S - n_1 - n_2 - n_3)$, при этом $n_1 \ge n_2 \ge n_3$

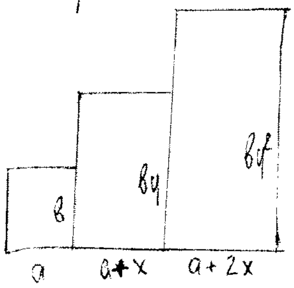
Чем больше n_1, тем меньше прибыль, чем больше n_3, тем больше прибыль. Наибольший $n_3 = n_2 = n_1 = \frac{S}{3}$ $S_1 = \frac{S}{3} \cdot 0 + \frac{S}{3} \cdot 2 + \frac{S}{3} \cdot 3 = \frac{5}{3} S = 1000000$

Ответ: при самом плохом расчёте событий, деньги следует равномерно распределить между тремя банками. Сумма в конце года будет составлять 1000000 рублей.

+

№1.

Пусть a и b соответственно длина и высота меньшего прямоугольника; x и y – шаг арифметической и геометрической прогрессии, тогда



По условию:

$ab=15$

$(a+x)by=60$

$(a+2x)by^2=180$

Разделим:

$\frac{(a+2x)by^2}{ab}=\frac{180}{15}$ $\frac{(a+x)y}{a}=4$

$\frac{(a+2x)y^2}{a}=12$ $\frac{(a+2x)y}{(a+x)}=3$

Выразим y:

$y=\frac{4a}{a+x}=\frac{3(a+x)}{a+2x}$; $4a(a+2x)=3(a+x)^2$; $a^2+2ax-3x^2=0$

$D=(2x)^2+4\cdot3x^2=16x^2$

$a=\frac{-2x\pm\sqrt{16x^2}}{2}$

Т.к. a - длина, то $a\geq0$, то $a=\frac{4x-2x}{2}=x$

$a+x=2a$; $a+2x=3a$

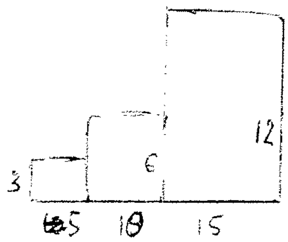
По условию, $a+(a+x)+(a+2x)=30$; $6a=30$; $a=5$; $x=a=5$

$ab=15$; $b=\frac{15}{a}=3$

~~(a+x)~~ $y=\frac{4a}{a+x}=\frac{4a}{2a}=2$.

$by=3\cdot2=6$ $by^2=12$.

$a+x=10$ $a+2x=15$



Ответ: $a_1=5$, $b_1=3$; $a_2=10$, $b_2=6$; $a_3=15$, $b_3=12$ (дм).

+

№2.

Для целых положительных tgx и $tg2x$

$0\leq2x<90°$

$0\leq x<45°$ В пределах $[0;45°)$ существует лишь одно целочисленное значение tgx: $x=0$; $tgx=0$; $tg2x=0$.

$2015^{tgx}=2015^0=1$.

Ответ: ~~целым~~ величиной, обращающей в целое tgx и $tg2x$ является $x=0$; посчитанная искомая величина равна 1.

+

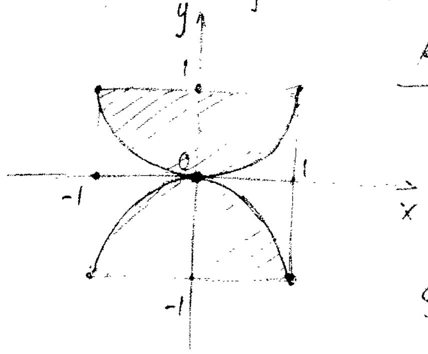
№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

~~Ф-ии в функции~~ $D(y) = [0;1]$

$D(x) = [0;1]$ (т.к. arcsinx и arcsiny имеют такой диапазон)

$\sin x \sin y + \sin y \arcsin y - \arcsin x \sin x - \arcsin x \arcsin y$



Качественно график можно представить таким образом:

Фигуры симметрична относительно осей, кривая - уменьшенный участок графика y=arcsinx

$S = 4 \cdot \left(-\frac{2}{\pi}\right) \cdot \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx\right) = \left(-\frac{8}{\pi}\right)\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) = \frac{8}{\pi}$

Ответ: $S = \frac{8}{\pi}$.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

BF 17-51

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Чумак ~~Илья Олегович~~

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 11.08.1998

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 1 марта 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Чум

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~Выдано~~ к доп. места (~~?~~)

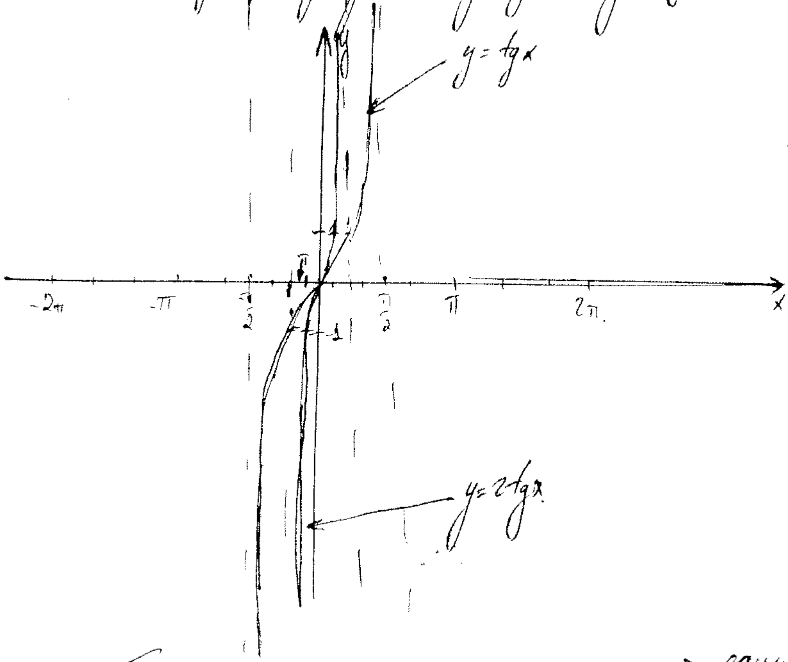
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 4112

Шифр не заполнять! ⇨ BF17-51

② Найти все x, при которых tgx и $tg2x$ - целые числа.
Найти значение 2015^{tgx}.

1) Построим графики $y=tgx$ и $y=tg2x$. Для tgx: ассимптоты: $\frac{\pi}{2}+\pi k$.
Для $tg2x$: $\frac{\pi}{4}+\pi k$.



2) По графику видно, что
$y=tg2x$ на интервале от $\left(-\frac{\pi}{4}+\pi k; \frac{\pi}{4}+\pi k\right)$ "пробегает" все ~~целые~~ возможные целые значения.
а график $y=tgx$ на этом же интервале всегда по модулю меньше 1 (т.к. $\frac{\pi}{4}$ - ассимптота $tg2x$ и не включается в интервал)
⇒ единственное возможное целое решение. 0

3) Тогда $tgx=0$ и $2015^{tgx}=2015^0=1$.

±

Ответ: $x=0$ ...
$2015^{tgx}=1$.

⑤ 1) Самый плохой расклад - когда разорятся банк, в котором больше всего денег ⇒ максимальный доход в таком случае будет, когда деньги в банках лежат поровну.

2). Если Иван Иванович оставляет деньги у себя, то он снижает процент дохода ⇒ для всю имеющуюся сумму необходимо распредилить по банкам.

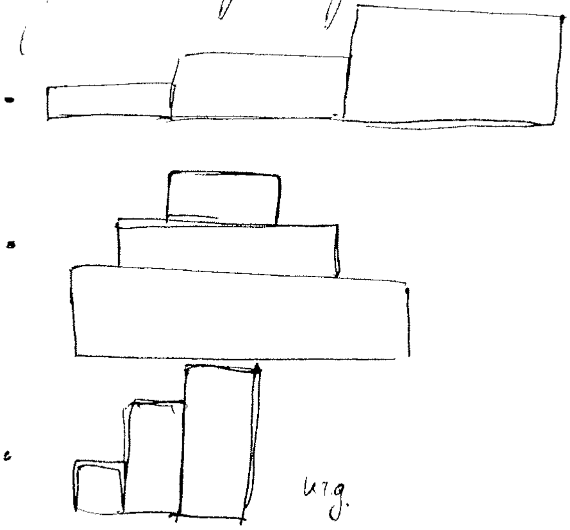
3) из п2-п3 ⇒ нужно в каждый банк положить ровно 200000, тогда через год на руках: $200000\cdot2+200000\cdot3=1000000$ руб.

не обоснована оптимальность этого решения.

∓

Ответ: 1 млн руб.

4) Возможные варианты расположения



и т.д.

1) Пусть x - длина первого блока

y - высота —||—

a - длина второго блока

b - высота —||—

c - длина третьего блока

d - высота —||—

2) Составим систему:

по свойствам прогрессии:

$b=\sqrt{yd}$

$a=\frac{x+c}{2}$, т.к. уменьшает высоту - меньшая длина ⇒ прогрессии возрастающие

$x<a<c$

$y<b<d$

$x+a+c=30$ дм

$x\cdot y=15$

$a\cdot b=60$

$c\cdot d=180$

3) Система:

$$\begin{cases} b=\sqrt{yd} \\ a=\frac{x+c}{2} \\ x+a+c=30 \\ x\cdot y=15 \\ a\cdot b=60 \\ cd=180 \end{cases} \to \begin{cases} \frac{3}{2}(x+c)=30 \\ x\cdot y=15 \\ \sqrt{yd}\cdot\frac{x+c}{2}=60 \\ cd=180 \end{cases} \to \begin{cases} x+c=20 \\ x\cdot y=15 \\ \sqrt{yd}=6 \\ cd=180 \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} x=20-c \\ (20-c)y=15 \ (3) \\ \sqrt{yd}=6 \ (1) \\ cd=180 \ (2) \end{cases}$$

3.1 Рассмотрим (1),(2)

$$\begin{cases} yd=36 \\ cd=180 \end{cases}$$

$d=\frac{36}{y}=\frac{180}{c}$

$\frac{6}{y}=\frac{30}{c}$

$\frac{1}{y}=\frac{5}{c} \Rightarrow \boxed{c=5y}$

3.2 Подставим 6(3).

$(20-5y)y=15$

$(4-y)y=3$

$4y-y^2=3$

$y^2-4y+3=0$

$D=16-12=4=2^2$

$y=\frac{4\pm2}{2}=\left[\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right.$

3.3 Если $y=1$, то: $c=5$; $x=15$; $d=\frac{180}{5}=36$; $b=\sqrt{1\cdot36}=6$; $a=10$.

$x=15$, $y=1$, $a=10$, $b=6$, $c=5$, $d=36$

не подх. т.к. уменьшает высоту меньшая длина

3.4 Если $y=3 \Rightarrow c=15 \Rightarrow x=5 \Rightarrow d=\frac{180}{15}=\frac{18\cdot2}{3}=12$

$\Rightarrow b=\sqrt{3\cdot12}=6$; $a=10$.

$x=5$, $y=3$, $a=10$, $b=6$, $c=15$, $d=12$

+

Ответ: I $x=5$, $y=3$; II $a=10$, $b=6$; III $c=15$, $d=12$

6) Дано:

$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

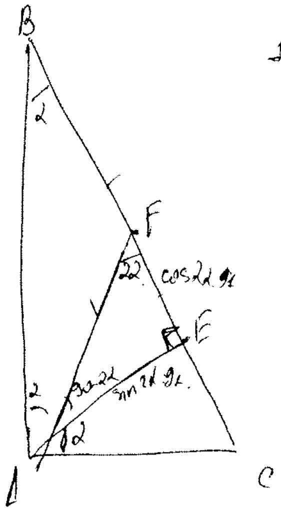
$g = 640$

$\triangle ABC$ - прям

α - ост

$g_5 - ?$

$S_5 - ?$



1) Рассмотрим 1 шт такой $\triangle AFE$

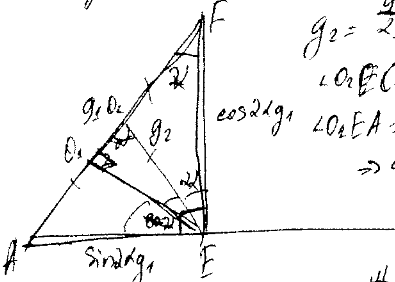
$g_1 = \frac{g}{2} = 320$ (по свойству медианы п/у-к)

~~FE = FC = EC~~

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha g_1 \cdot \cos 2\alpha g_1$

+ Заметим, что каждая гипотенуза тогда будет являться медианой!

2) Рассмотрим $\triangle AFE$



$g_2 = \frac{g_1}{2} = \frac{g}{4}$

$\angle O_1 E O = \cancel{90-2\alpha-2\alpha} = 90 - 4\alpha$

$\angle O_1 EA = 90 - 90 + 2\alpha = 2\alpha$

$\Rightarrow \angle E O_2 O_1 = 4\alpha$

Тогда $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \sin 4\alpha \cdot g_2 \cdot \cos 4\alpha g_2$

3) Заметим, что прослеживается зависимость.

$g_n = \frac{g}{2^{n-1}}$, если считать, что ABC - первый $\triangle$.

$S_n = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha \cdot 2^{n-1}) \cdot g_{n-1}^2 \cdot \cos(\alpha \cdot 2^{n-1})$

4) Тогда $g_5 = \frac{g}{2^4} = \frac{640}{16} = 40$

$S_5 = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha \cdot 16) \cdot g_4^2 \cdot \cos(\alpha \cdot 16)$; $g_4 = \frac{640}{8} = 80$. ?

$S_5 = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{11 \cdot 16}{24} \pi \cdot 80^2 \cdot \cos\left(\frac{11 \cdot 16}{24}\pi\right)$

$S_5 = \frac{1}{2} \cdot \sin 44 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 6400 \cdot \cos 44 \cdot \frac{\pi}{6}$

$S_5 = 3200 \cdot \sin\left(7\pi + \frac{2\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(7\pi + \frac{2\pi}{6}\right)$

$S_5 = 3200 \sin \frac{4\pi}{3} \cdot \cos \frac{4\pi}{3}$

$S_5 = 3200 \cdot \sin \pi + \frac{\pi}{3} \cdot \cos \pi + \frac{\pi}{3}$

$S_5 = 3200 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$

$S_5 = 3200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 800\sqrt{3}$

Ответ: $g_5 = 40$ ✓

$S = 800\sqrt{3}$

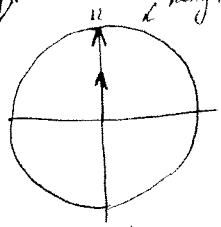
±

4) $\Delta = 2°$ 12 полдень

1) Рассчитаем угловые скорости стрелок.

часовая $\omega_1 = \frac{360°}{12ч} = \frac{360°}{12\cdot 60\cdot 60} = \frac{1°}{120 сек}$

минутная $\omega_2 = \frac{360°}{1ч} = \frac{360°}{3600 сек} = \frac{1°}{10 сек}$



2) Рассмотрим первый случай, сразу после полудня.

$\omega_2 t - \omega_1 t = 2°$; где $60\cdot t = k$ - кол-во секунд, где k - целое (кол-во делений) $t = \frac{60k}{k}$

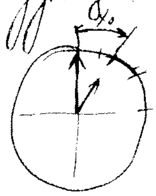
$t\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{120}\right) = 2°$

$t \cdot \frac{11}{120} = 2°$

$k \cdot \frac{11}{2} = 2°$

$k = \frac{4}{11}$ сек - нецелое, ⇒ такой случай невозможен.

3) Следующая ситуация:



1 вариант, пусть угол x_0 образуется до вверх совпадения стрелок.

$\omega_1 t + x_0 - \omega_2 t = 2°$

$t(\omega_1 - \omega_2) = 2° - x_0$

$t\left(\frac{1}{120} - \frac{1}{10}\right) = 2° - x_0$

$t = \left(\frac{11}{120}\right) = x_0 - 2°$ ($x_0 : 30°$ - т.к. случаи повторяются каждый час).

$60k\left(\frac{11}{120}\right) = 30n - 2°$

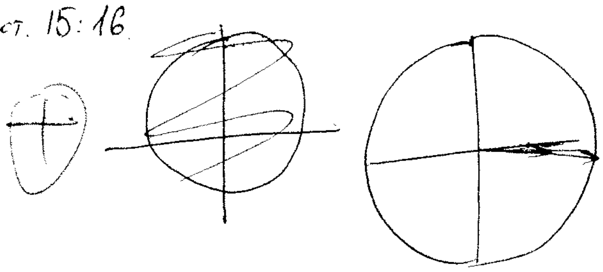
$k \frac{11}{2} = 30n - 2°$

$11k = 60n - 4$, k, n - целые

$4 = 60n - 11k$ ~~- не имеет решений~~

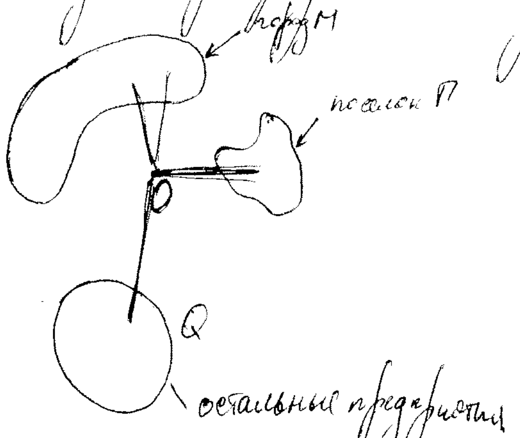
$k = 44$, $n = 8$ ⇒ $\begin{cases} x_0 = -44 + 60t \geq 0 \\ n = -8 + 11t \geq 0 \end{cases}$ $t \geq \frac{44}{60}$, $n \geq \frac{8}{11}$ ⇒ $t = 1$, $k = 16$, $n = 3$, т.к. $t = 60\cdot 16$ минимальное, т.к. событие в первый раз за день. $x_0 = 90°$

⇒ Часы показывают 15:16.



Ответ: 15:16.

1) 1) Пусть O - распределительная подстанция



2) Т.к. среди любых 3-х линий есть линия, ведущая в г M, то $П+Q \leq 2$.

3) Из второго условия $M+Q \leq 3$.

4) $M-П \leq 1 \Rightarrow$ либо $M=П$
либо $M=П+1$.

5) Если $M=П=1$, то в $Q \leq 2 \Rightarrow$ либо в $Q=0$ - не подх не удовл ус
$M=П=2$, то в $Q \leq 0 \Rightarrow Q=0$ $\Rightarrow$ подх $\Rightarrow \boxed{да: 2 в M, 2 в П}$
$=1$ - не удовлетв условию (должно быть ≥ 4)
$=2$ - не удовлетв условию $П+Q=3$

6) Если $M=П+1$, то ~~в Q~~ - чего быть не может.

1) Пусть $M=1$ (O не подх), тогда $П=0$ и ~~Q=1 не подходит~~ $\Rightarrow$ ~~Q=1 тоже не подойдут~~.

2) Пусть $M=2$, тогда $П=1$ и $Q \leq 1$, $Q=0$ - не подх.
$Q=1$ - подходит $\Rightarrow$ да, линий может быть меньше 5.
2 в M; 1 в П и 1 в Q.

3) Пусть $M=3$, тогда $П=2$
$\Rightarrow Q=0$ - подходит. в M: 3
в П: 2.

4) Пусть $M=4$, тогда $П=3$
$Q \leq -1$ - чего быть не может $\Rightarrow$ максимальное кол-во линий: 5.

Ответ: да, линий может быть меньше 5: 1) 2 лин в M
2 лин в П.
2) 2 линии в M
1 линия в П
1 лин в Q.

Если же линий не меньше 5, то их число равно 5:
3 в M
2 в П
т.к. тогда линии в Q не идут $\Rightarrow$ не найдутся.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	BF 51-89 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЧУРИН

ИМЯ АРСЕНИЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 16.06.1997 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

+ 1 доп. лист ~~вшесе~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ______

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 51-89

$\boxed{5}$ Пусть x, y, z - суммы вкладов

$$\begin{cases} x+y+z \le 600000 \\ 2x+3y+0z \ge 600000 \quad (1) \\ 2y+3z+0x \ge 600000 \quad (2) \\ 2y+3x+0z \ge 600000 \quad (3) \\ 2x+3z+0y \ge 600000 \quad (4) \\ 2z+3x+0y \ge 600000 \quad (5) \\ 2z+3y \ge 600000 \quad (6) \end{cases}$$

(1)+(3) $5(x+y) \ge 1200000$

$x+y > 240000$

(2)+(6) $5(z+y) \ge 1200000$

$z+y \ge 240000$

(4)+(5) $5(x+z) \ge 1200000$

$x+z \ge 240000$

$$\begin{cases} x+y \ge 240000 \quad (\text{I}) \\ z+y \ge 240000 \quad (\text{II}) \\ x+z \ge 240000 \quad (\text{III}) \end{cases}$$

(I)-(II) $\cancel{y}x - z \ge 0$ $x \ge z$

(II)-(I) $z - x \ge 0$ $x \le z$ $\Rightarrow x = z$

по аналогии

$x = y$; $y = z \Rightarrow x = y = z$, чтобы при самом плохом исходе он получил максимально возможный доход.

Очевидно, что наибольший доход он получит если положит в банки все 600000 тысяч $\Rightarrow$

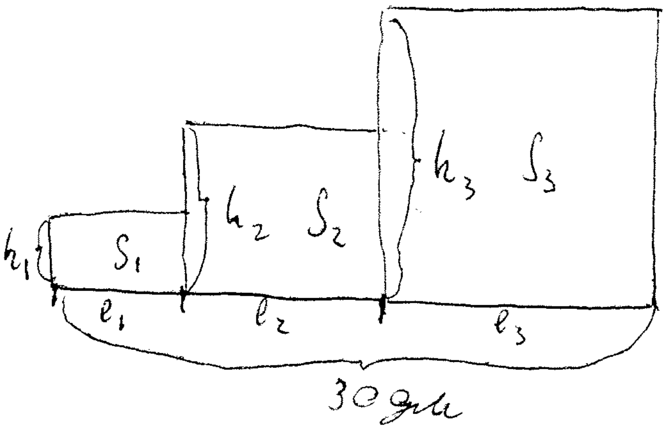
$\Rightarrow x = y = z = 200000$ и тогда

$2 \cdot 200000 + 3 \cdot 200000 + 0 \cdot 200000 = 1000000$

Ответ: 1000000.

(+)

$\boxed{7}$



$l_1 + l_2 + l_3 = 30$ дм

$S_1 = h_1 \cdot l_1 = 15$

$S_2 = h_2 \cdot l_2 = 60$

$S_3 = h_3 \cdot l_3 = 180$

т.к. $l_1; l_2; l_3$ - арифметическая прогрессия, то

$S_3 = \frac{l_1+l_3}{2} \cdot 3 = 30$

$l_1 + l_3 = 20$
$l_1+l_2+l_3 = 30$ $\Rightarrow l_2 = 10$ дм

$l_2 = l_1 + d$
$l_3 = l_1 + 2d$

$h_2 = \frac{S_2}{l_2} = \frac{60}{10} = 6$ дм

$h_1; h_2; h_3$ - геометрическая прогрессия $\Rightarrow$

$\Rightarrow h_2 = h_1 \cdot q$

$h_3 = h_1 \cdot q^2$

$h_3 = h_2 \cdot q = 6q$

$h_1 = \frac{h_2}{q} = \frac{6}{q}$

$S = \frac{h_1(1-q^3)}{1-q}$

$\frac{6q^2+6q+6}{q} = \frac{h_2(1-q^3)}{q(1-q)}$

$q^2+q = \frac{1-q^3}{1-q}$; ~~$q^3+q^2+q+1=0$~~

−
+

№ 4 Пусть m - градусная мера минутной стрелки
h - градусная мера часовой стрелки

$m = 6t - 360n$, где t - время от полудня в минутах,
n - количество полных часов, прошедших с полудня.
$n, t \in \mathbb{Z}$

$h = \frac{t}{2}$, где t - время от полудня в минутах.

$|m-h| = 2$, отсюда возникает 2 случая

1) $m - h = 2$
2) $h - m = 2$

1) $6t - 360n - \frac{t}{2} = 2$
2) $\frac{t}{2} - 6t + 360n = 2$

1) $11t = 720n + 4$
2) $11t = 720n - 4$

теперь, подставляя по очереди в уравнения найдем наименьшее время, прошедшее после полудня. Время должно получится целым.
минимальная $n=3$ во 2) случае.

$116 = 720\cdot 3 - 4$

$t = \frac{2156}{11} = 196$ минут.

$$\begin{array}{r|l} 2156 & 11 \\ \hline -11 & 196 \\ 105 & \\ -99 & \\ 66 & \\ -66 & \\ 0 & \end{array}$$

проверим

$m = 6\cdot 196 - 360\cdot 3 = 1176 - 1080 = 96°$

$h = \frac{196}{2} = 94°$

$96° - 94° = 2°$

Ответ: 3 часа 16 минут. +

2

$tg\, x$ и $tg\, 2x$

① $x=0$

$tg\, 0 = 0$

$tg\, 2\cdot 0 = 0$

$2015^0 = 1$

② $x = \pi$

$tg\, \pi = 0$

$tg\, 2\pi = 0$

$2015^0 = 1$

$x = \pi n, n \in Z$

$tg\, x = 0 \Rightarrow 2015^0 = 1$, при всех n

③ $x = \frac{3\pi}{4}$

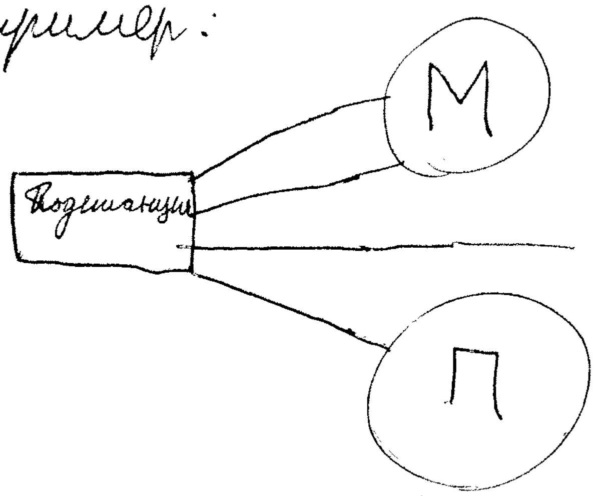
$tg\, \frac{3\pi}{4} = -1$

$tg\, \frac{6\pi}{4}$

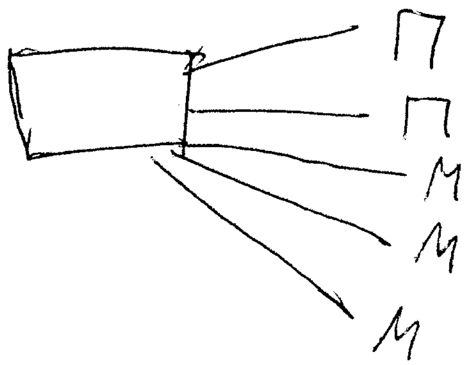
+

Ответ: $\pi n, n \in Z$, $2015^{tg\, x} = 1$

$\boxed{1}$ 1) Может.
например:



2) Допустим линий 5.



если в поселок П ведет 1 линия, тогда найдутся 4 такие, что не ведут в П, если в поселок М меньше 3х линий, то найдутся такие 3, что не будут вести в М. линии, не ведущие ни в М, ни в П. возможны в случае с 4мя линиями.

если n > 5?

±

$\boxed{3}$ $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \ge 0$

Максимальное значение синуса = 1, при $x, y = \frac{\pi}{2}$

Минимальное = −1, при $x, y = -\frac{\pi}{2}$

Макс значение $\arccos = \frac{\pi}{2}$, при $x, y = 1$

мин. знач $\arccos = -\frac{\pi}{2}$, при $x, y = -1$

$x \in [-1;1]$; $y \in [-1;1]$, из-за $\arccos \Rightarrow S = 2$

при $y=0$, $x=0$ неравенство верно
при $y=0$
только I и III ч.

∓

Ответ: 2

Отсутствует обоснование решения нерав-ва

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

3+ 1+1+1

МЮ 92-45

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ ШАЛЬНОВА

ИМЯ ЕВГЕНИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА.

Дата рождения 20.01.2000

Класс: 9 А

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Евгения

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВАРИАНТ: 7092 3+1+1+1.

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 92-45

Вкладыш 3 листа, ВТ

№ 1.

Число линий как минимум равно четырем, т.к. в условии, что среди любых четырех есть линия на предприятие поселка П. Тогда среди этих 4 линий должно быть 2 линии в поселок М, потому что, если будет 1 линия, то можно будет взять оставшиеся 3, где не будет линии в поселок М. Из всего выше сказанного следует, что количество всех линий меньше 5.

~~[Если же мы возьмём 6 линий (что больше 5), то среди них будут: 2 линии в поселок М и 2 линии в поселок П и ещё 2 линии не ведущие ни в М, ни в П. Все мои рассуждения можно представить следующим образом:~~

~~Примем за ⊘ - линии ведущие]~~ ⊕

Если линий будет 5, то как минимум 3 линии должны вести в посёлок М т.к. если бы их было меньшеньше то кол-во линий не ведущих в М было бы больше 2, а значит можно было бы взять какие-либо 3 линии, где нет ни одной ведущей в М. Аналогично как минимум должно быть 2 линии ведущие в поселок П.

Количество линий ведущих в М, можно находить по формуле:

$m = k - 2$, где k - все линии, $k > 2$.

к-во ведущих в П:

$p = k - 3$, $k > 3$

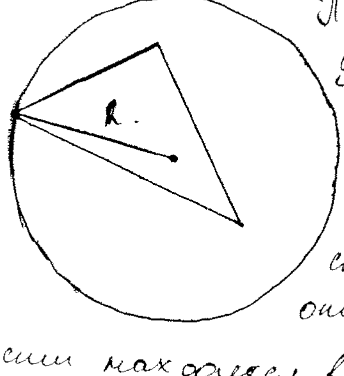
Таким образом если количество линий 5 или более, то нет линий не ведущих ни в М, ни в П.

Ответ: 1). Число всех линий может быть менее 5, например 4.

2). Если число линий более или равно 5, то среди любых 5 линий не будет линии ведущей ни в М и ни в П.

№1.

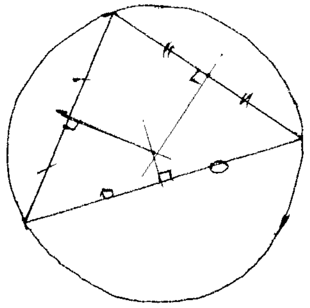
Фигура, образуемая треугольником, — круг, т.к. от точки прохождения оси до самой дальней точки не будет меняться и в итоге мы получим круг. Круг - это множество точек, равноудалённых от одной и той же точки.



Площадь круга будет зависить от R, т.е. от расстояния до самой дальней точки.

Тогда минимальное расстояние до точки должно быть равно для прямых до всех 3 вершин. По всему сказанному можно прийти к выводу что это будет описанная окружность. Центр описанной окружности находится в точке пересечения серединных перпендикуляров всех 3 сторон:

+



Ответ: Ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров.

№ 5.

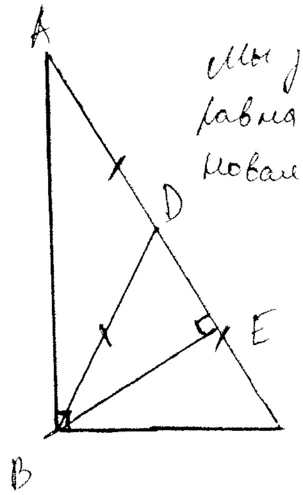
Чтобы избежать потери денег вклады во все банки должны быть равны, т.к. если мы положим в какой-либо банк больше денег, то в наихудшем случае они будут потеряны. Тогда, положив равное количество денег в банки на следующий год мы получим: $x, x, x \rightarrow 3x, 2x, 0$, т.е. прибыль равную 2 вкладам в банк (1 банк), тогда чем больше вклад в банки тем больше выгода. На месте Ивана Ивановича следует поступить следующим образом: имеющиеся 600000 рублей поделить на 3 равные группы по 200 000 рублей и вложить во все 3 банка. На следующий год он получит обратно за счёт банка утраивающего вклад 600 000 рублей и от удваивающего 400 000 рублей. В общей сумме у И.И. будет 1000000 рублей.

Ответ: 1000000 рублей.

+

недостаточное обоснование

№ 6.



Мы знаем, что медиана, проведенная из прямого угла равна половине гипотенузы. Тогда в 1 раз полученная новая гипотенуза равна половине предыдущей. т.е:

$$BD = \frac{1}{2} AC$$

На 5 раз $B_5D_5 = \frac{1}{2^5} AC$ т.к мы будем каждый раз делить предыдущую гипотенузу на 2, для того чтобы узнать значение медианы. Так, зная AC, найдём B_5D_5:

$$B_5D_5 = \frac{1}{32} AC = \frac{640м}{32} = 20 м.$$

∓

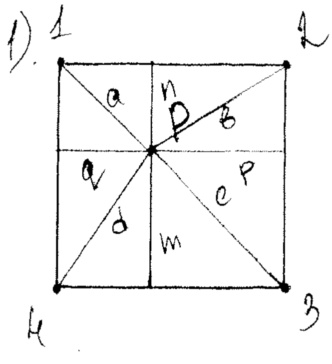
Неполное решение

Далее решения нет, т.к. нет понимания значения $\alpha = \frac{11}{24} pi$ и того, как использовать в решении.

Ответ: 20м.

№ 7.

1).



1). Радиопередатчик (P) внутри квадрата.

1. $a=1$, $b=9$, $c=4$, $d=5$.
2. $a=1$, $b=4$, $c=9$, $d=5$.

(+)

$$\begin{cases} q^2+n^2=a^2 \\ q^2+m^2=d^2 \end{cases} \Rightarrow \{ m^2-n^2=d^2-a^2$$

$$\begin{cases} p^2+n^2=b^2 \\ p^2+m^2=c^2 \end{cases} \Rightarrow \{ m^2-n^2=c^2-b^2$$

$$d^2-a^2=c^2-b^2$$

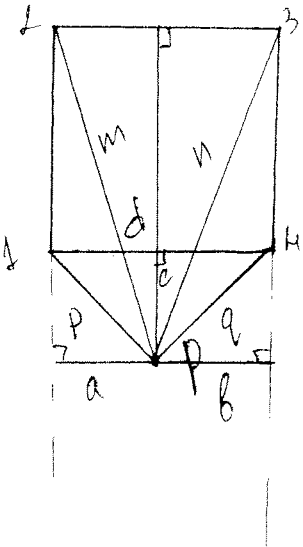
3. $a=5$ $b=4$, $c=9$ $d=1$.
4. $a=5$, $b=9$, $c=4$, $d=1$

и т.д. меняем местами значения ~~...~~ a, b, c, d.

1. $25-1 \neq 16-81$
2. $25-1 \neq 81-16$.
3. $1-25 \neq 81-16$
4. $1-25 \neq 16-81$
5. $25-16 \neq 81-1$
6. $25-16 \neq 1-81$
7. $16-25 \neq 81-1$
8. $16-25 \neq 1-81$.
9. $16-1 \neq 81-25$
10. $16-1 \neq 25-81$
11. $1-16 \neq 81-25$
12. $1-16 \neq 25-81$

№ 7.

2). P вне квадрата. (d – от P до 2-3; c – от P до 1-4).



$p = 1$; $q = 4$; $n = 9$; $m = 5$ и т.д.

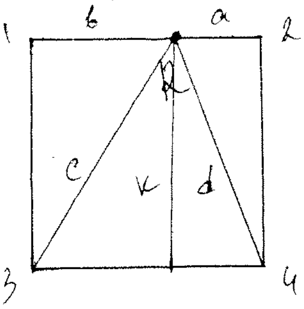
$\begin{cases} d^2+a^2=m^2 \\ d^2+b^2=n^2 \end{cases} \Rightarrow b^2-a^2=n^2-m^2$

$\begin{cases} c^2+a^2=p^2 \\ c^2+b^2=q^2 \end{cases} \Rightarrow b^2-a^2=q^2-p^2$

$q^2-p^2=n^2-m^2$

Точно так же ни один из 12 случаев не подойдет.

3). P на стороне квадрата (случай P – равноотстоящие не рассматриваем, т.к. все расстояния не равны 0).



$\begin{cases} b^2+k^2=c^2 \\ a^2+k^2=d^2 \end{cases}$ $\quad b^2-a^2=c^2-d^2$

и снова все 12 случаев не подходят.

Из этого мы делаем вывод, что Мюллеру не стоит верить данному сообщению.

Ответ: Нет.

№ 4. +

Рассмотрим 2 случая движения часовой и минутной стрелки: 1 – часовая стрелка не двигается в течение часа
2 – часовая двигается.

1 случай нам не подходит, т.к. угловая скорость минутной стрелки равна $\frac{360^\circ}{60\text{ мин}} = 6\frac{^\circ}{\text{мин}}$, а скорость часовой – $\frac{360^\circ}{12\text{ мин}} = 30\frac{^\circ}{\text{минуту}}$. Из чего следует что угол между часовой и минутной может быть равен только $n \cdot 6^\circ$, где n – натуральное число, т.е. не равен 2°.

Рассмотрим 2 случай.
Его можно разбить ещё на 12 случаев, где прошёл целых 0,1, 2 ... 11 часов.
Рассмотрим 1 случай (ещё не настало 14 часов). Тогда мы можем написать уравнение.

$|t\cdot m - t\cdot n| = 2$, где t - целое число, $t \in N$, m - скорость минутной стрелки, n - — // — часовой.

$t\cdot|m-n| = 2$.

$m = 6\frac{^\circ}{мин}$

$n = 0,5\frac{^\circ}{мин}$.

$5,5\frac{^\circ}{мин}\cdot t = 2^\circ$

$t = \frac{2\cdot 2}{11} = \frac{4}{11}$ мин $\notin N$ $\Rightarrow$ не подходит.

2 случай (прошёл час)

~~$|t\cdot n - (t\cdot m - 360)| = 2$~~

~~$|t\cdot(n-m) + 360| = 2$~~

$|t\cdot n - (t\cdot m - 360)| = 2$.

$|t\cdot 0,5 - 6t + 360| = 2$.

$|360 - 5,5t| = 2$.

$\left[\begin{array}{l} -5,5t = -358 \\ 5,5t = 362 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{3580}{55} = \frac{358\cdot 2}{11} \notin N \\ t = \frac{362\cdot 2}{11} = \notin N, \end{array}\right.$ т.к. 362 и $358 \not\vdots 11$.

3 случай (прошло 2 часа)

$|t\cdot n - t\cdot m + 360\cdot 2| = 2$.

$\left[\begin{array}{l} t\cdot(n-m) = 360\cdot 2 - 2 \\ t\cdot(n-m) = 360\cdot 2 + 2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{359\cdot 2\cdot 2}{11} \notin N \\ t = \frac{361\cdot 4}{11} \notin N \end{array}\right.$

4 случай (прошло 3 часа).

$|t\cdot n - t\cdot m + 360\cdot 3| = 2$.

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{(360\cdot 3 - 2)\cdot 2}{11} \\ t = \frac{(360\cdot 3 + 2)\cdot 2}{11} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{1078\cdot 2}{11} = 98\cdot 2 = 196 \text{ мин.} = 3 \text{ часа } 16 \text{ минут.} \\ t = \frac{1082\cdot 2}{11} \notin N \end{array}\right.$

$$\begin{array}{r|l} 1078 & 11 \\ -99 & 98 \\ \hline 88 & \\ -88 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

12 ч + 3 часа 16 минут = 15 ч 16 мин.

Ответ: 15 ч 16 мин.

№ 3.

$x^2+px+q=0$

Виетта:

$\begin{cases}2x=-p\\ x^2=q\end{cases} \Rightarrow x=-\frac{1}{2}p=\sqrt{q} \Rightarrow q=\frac{1}{4}p^2$

$x^2+px+\frac{1}{4}p^2=\left(x+\frac{1}{2}p\right)^2=T(x)$

$\left(\left(x+\frac{1}{2}p\right)^4+p\cdot\left(x+\frac{1}{2}p\right)^2+\frac{1}{4}p^2=T(T(x))\right)$

$\left(\left(x+\frac{1}{2}p\right)^2+\frac{1}{2}p\right)^2=(x+p)^2=T(T(x))$

$(x+p)^2+p\cdot(x+p)+\frac{1}{4}p^2=T(T(T(x)))$.

$\left(x+p+\frac{1}{2}p\right)^2=T(T(T(x)))=0$

$\left(x+\frac{3}{2}p\right)^2=0$ 1. $(x-3x)^2=0$

$\left(x-3\sqrt{q}\right)^2=0$. $x=0$.

2. $x=-\frac{3}{2}p$

3. $x=3\sqrt{q}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-\frac{3}{2}p\\ x=3\sqrt{q}\end{array}\right.$, где p и q заданные числа.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F08-00		ZS 92-64	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Вариант № 7082	шифр	

ФАМИЛИЯ Шведова

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 06.04.2000 Класс: 8

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Анф-

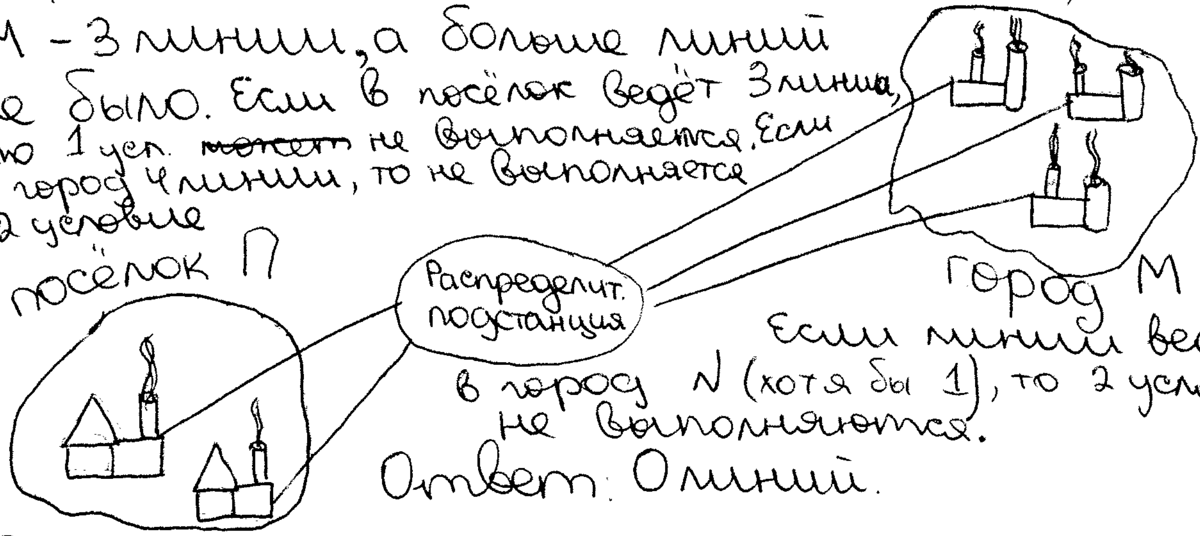
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдали 2 доп. листа

№1.

Решение:

1) т.к. среди любых 3 линий обязательно есть 1, ведущая в город М, то все линии, кроме двух, ведут в город М. 2) т.к. среди любых 4 линий обязательно есть 1, ведущая в посёлок П, то в посёлок, при 3 линиях, ведущих в город М, должно вести 2 линии (это если линии ведут лишь в город и посёлок). Чтобы соблюдались эти условия необходимо, чтобы в посёлок П вели 2 линии, а в город М – 3 линии, а больше линий не было. Если в посёлок ведёт 3 линии, то 1 усл. ~~может~~ не выполняется. Если в город 4 линии, то не выполняется 2 условие



Если линия ведёт в город N (хотя бы 1), то 2 условия не выполняются.

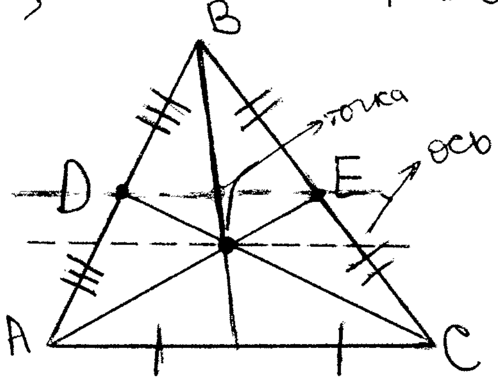
Ответ: 0 линий.

±

№2.

Решение:

Ось вращения должна проходить горизонтально, т.к. S поверхности у основания меньше, чем S поверхности у диагоналей.



−

Ответ: через ~~середину~~ ~~вписанной окружности~~ точку пересечения медиан.

№3.

Решение:

отец + сын + мать = 65 лет

9 лет назад сумма была равна 40 годам

$$\begin{array}{r} -\,65 \\ 40 \\ \hline 25 \end{array}$$

$25 \not\vdots\, 3 \not\vdots\, 9$

$27 \vdots 9$ $\quad 27-25 = 2$ года $\quad 9-2=7$ лет назад родился сын.

4 года назад отец был старше сына в 9 раз

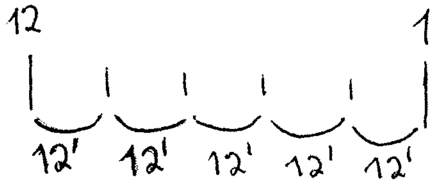
Отцу не могло быть 36 лет, т. к. тогда бы матери было сейчас 17 лет. Значит отцу 4 года назад было 27 лет, а мальчику 3 года. (это доказывает, что мальчик родился 7 лет назад). Сейчас отцу $27+4=31$ год, сыну $3+7=7$ лет, а матери $65-(\overset{38}{31+7})=$

$=27$ лет.

Ответ: 31 год.

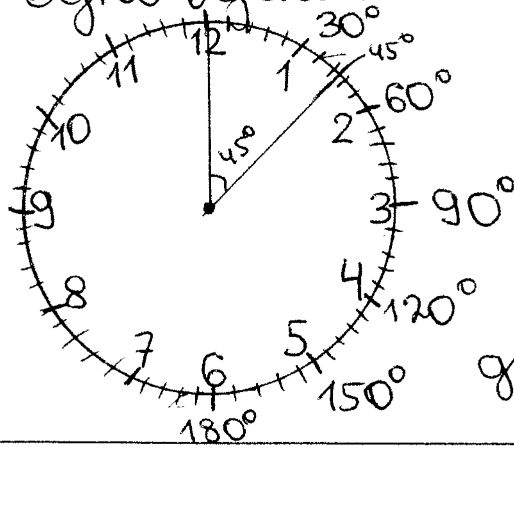
№4.

Решение:



часовая стрелка за 60 мин проходит 5 делений

$\Rightarrow$ одно деление она проходит за 12 минут.



Если бы часовая стрелка не двигалась, то 45° было бы 7,5 минуте, но это нецелое число. Значит ∠45° происходит на 8 минуте.

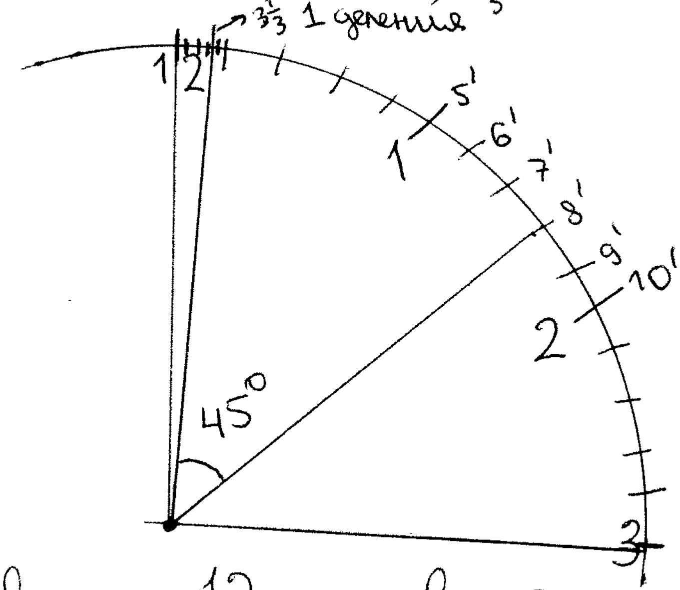
№4 (Продолжение).

За 8 минут часовая стрелка окажется: на $3\frac{1}{3}$ делении 1 делени

5 деление — 12'

? — 8'

$? = \frac{8 \cdot 5}{12} = \frac{40}{12} = 3\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}} = 3\frac{1}{3}$ делении



Ответ: 12 часов 08 минут (12:08)

№5.

Решение: ← отправка → на пункт погрузки

Рабочий день с 8:00 до 16:00 (8 часов).

письма (10')	бандероли (15')	посылки (25')
← 8:00) 10'	← 8:00) 15'	← 8:00) 25'
→ 8:10) 5'		
← 8:15) 10'	→ 8:15) 5'	
	← 8:20) 15'	
→ 8:25 пустая		→ 8:25) 5'
← $\boxed{8:30}$) 5'		← 8:30) 25'
) 10'	→ 8:35) 5'	
→ 8:40) 5'	← 8:40) 15'	
← 8:45) 10'		
→ 8:55	→ 8:55	→ 8:55

№5 (Продолжение)

10' письма	15' бандероли	25' посылки
← пустая 9:00	← пустая 9:00	← 9:00
10'	15'	25'
→ 9:10		
5'		
← 9:15	→ 9:15	
10'	5'	
→ 9:25	← 9:20	
5'	15'	→ 9:25
← пустая 9:30		5'
10'		← 9:30
→ 9:40	→ 9:35	25'
5'	5'	
← 9:45	← 9:40	
10'	15'	
→ 9:55	→ 9:55	→ 9:55
5'	5'	5'
← пустая 10:00	← пустая 10:00	← 10:00

цикл повторяется 7 раз.

Только в конце из посылок вычитаем 1, т.к. в 16:00 не отправляется уже.

За 7 раз цикла:

письма: $2\cdot7=14$ бандероли: $2\cdot7=14$ посылки $2\cdot7=14$, но $14-1=13$ (в 16:00 не грузит)

За первый час работы:

письма 3 бандероли 3 посылки 2

(пустые тележки не считаем), то

письма $14+3=\boxed{17}$ бандероли $14+3=\boxed{17}$ посылки $13+2=\boxed{15}$

Ответ: 17 тележек с письмами, 17 тележек с бандеролями, 15 тележек с посылками.

№6.

Решение:

2^{2015} 5^{2015}

$2^1=2$
$2^2=4$
$2^3=8$) 1 цифра

$2^4=16$
$2^5=32$
$2^6=64$) 2 цифры

2^7
2^8
2^9) 3 цифры

2^{10}
2^{11}
2^{12}) 4 цифры

$2015-2=2013$

$$\begin{array}{r|l} 2013 & 3 \\ \cline{2-2} -18 & 671 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 3 & \\ -3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

1) $5^1=5$) 1 цифра
2) $5^2=25$) 2 цифры
$5^3=125$
$5^4=625$) 3 цифры
3) $5^5=3125$) 4 цифры
$5^6=15625$
$5^7=78125$) 5 цифр.

$2015-3=2012$

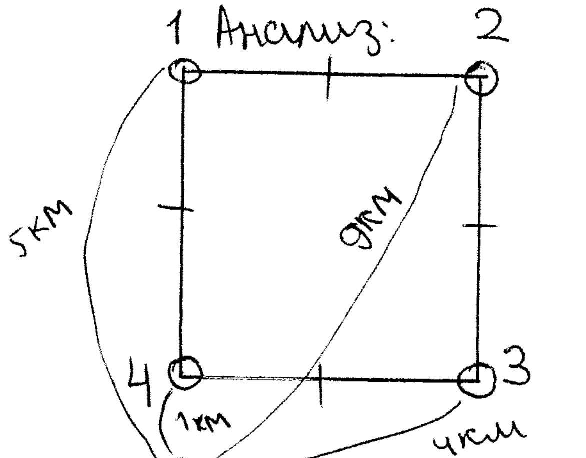
$$\begin{array}{r|l} 2012 & 2 \\ \cline{2-2} -2 & 1006 \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$1006+671=1677$

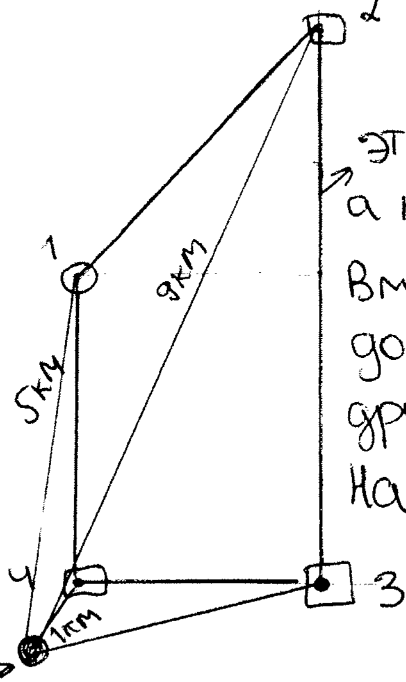
Ответ: 16~~7~~7 десятичных знаков выписано.

№7.

Решение:



радиопередатчик



это трапеция, а не квадрат

Вместо 9км должно быть другое число.
Например: 6,5км.

Ответ: нет, верить не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7092	МЮ 92-59 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Швейгерт

ИМЯ Пётр

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 17.04.99 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М Ю 92-59

№ 1.

$n_м$ - кол-во линий в М

$n_п$ - кол-во линий в П $\quad n = n_п + n_м$

n - общ. кол-во линий.

Из условия ясно, что

$$\begin{cases} n_п < 3 \\ n_м < 4 \\ n \geq 4 \end{cases}$$

(+)

Попробуем решить систему с условием $n<5$

$$\begin{cases} n_п < 3 \\ n_м < 4 \\ n \in [4;5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n_п = 1 \\ n_м = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} n_п = 2 \\ n_м = 2 \end{cases} \end{array}\right. \\ n = 4 \end{cases}$$

Следовательно, число линий может быть меньше 5.

Решим задачу при наличии n_x - линий, которые не ведут ни в М, ни в П. $\quad n = n_м + n_п + n_x$

$$\begin{cases} n_п + n_x < 3 \\ n_м + n_x < 4 \\ n \geq 5 \end{cases}$$

Данная система не имеет решений, следовательно, среди любых 5 линий не найдутся линий, не ведущие ни в М, ни в П.

Ответ: да, может; нет, не найдутся.

№4.

$\alpha_1 = \frac{360}{60} = 6^\circ$ – градусная мера 1 минуты

$\alpha_2 = \frac{360}{12} = 30^\circ$ – градусная мера 1 часа.

+ неполное решение

Максимальная близость часовой и минутной стрелок достигается в первой половине 1-6 часов и второй половине 7-12. Начиная отсчёт с 12:00, проверим первую половину 1-6 часов, при этом рассматривая ≈5 мин для 1и2 часов; ≈10мин для 2 и 3; ≈15 мин для 3 и 4 и т.д. В итоге получим угол 2° в 15:16. Раньше после полудня такой угол не достигнется, т.к. в целое кол-во минут часовая стрелка находится значительно дальше минутной.

Ответ: 15ч 16 мин.

№5.

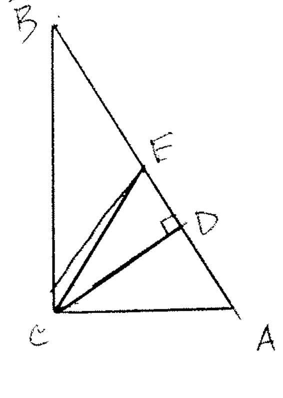
Т.к. мы рассматриваем самый плохой ход событий, если Иван Иванович положит в банки различные суммы, сгорит наибольшая. Следовательно, ~~он~~ он должен положить одинаковую сумму в каждый банк. Если часть денег он оставит дома, это уменьшит на равное кол-во 1 сгоревшую сумму и 2 выросших 2>1. Т.к. процентная ставка в каждом из банков больше 1, сгоревшая сумма окупится в любом случае. Следовательно, И. И. должен положить в каждый банк $\frac{600}{3} = 200$ тыс. руб.

+

В таком случае через год он получит 1000000 руб.

Ответ: 200 тыс в каждый банк; 1млн через год.

№6.



$\left.\begin{array}{l}CE - \text{мед}\\ \angle C = 90^\circ\end{array}\right| \Rightarrow CE = \frac{AB}{2} = R$ (опис. окр)

$CDE - 2^{nd}\ \triangle \Rightarrow$ гипотенуза $5^{th}\ \triangle = \frac{640}{2^4} = 40$м

+

Ответ: 40 м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 92-59

7. Нет, не должен, т.к. данные Штирлицем величины не вписываются в квадрат. −

2. Точка ∩ серединных перпендикуляров - центр описанной окружности. −

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7092

KI 47-38

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Шендеров

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Львович

Дата рождения 13.09.1999

Класс: 9-В

Предмет Математика

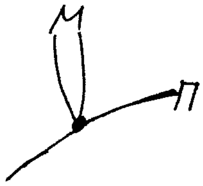
Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шендеров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

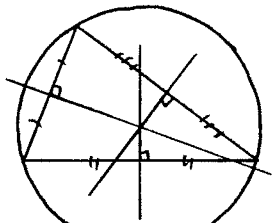
① 

−

среди любых трёх есть хотя бы одна, ведущая к М, и среди четырёх есть одна ведущая к П. Число всех линий равно четырём

② Треугольник при вращении будет описывать круг. Чтобы S была минимальной R должен быть минимальным. Расстояние от оси до каждой вершины должно быть одинаковым. Ось вращения будет совпадать с точкой пересечения серединных ~~пре~~ перпендикуляров или с центром описанной окружности.

∓



③ $x^2+px+q=0$

−

$D=p^2-4q=0$

$p^2-4q=0$

$q=\frac{p^2}{4}$

$x=\frac{-p}{2}$

④ $\omega_ч=\frac{360^\circ}{1440мин}=0{,}25\frac{^\circ}{мин}$, $\omega_ч$ - угловая скорость часовой стрелки

$\omega_м=\frac{360^\circ}{60мин}=6\frac{^\circ}{мин}$, $\omega_м$ - угловая скорость минутной стрелки

$\omega=\omega_м-\omega_ч=6\frac{^\circ}{мин}-0{,}25\frac{^\circ}{мин}=5{,}75\frac{^\circ}{мин}$, ω - скорость изменения угла между минутной и часовой стрелками

−

1) стрелки прошли 1 оборот, но минутная не догнала часовую на 2°

$\frac{358^\circ}{5{,}75\frac{^\circ}{мин}}=62,\ldots\notin N$

2) 1 оборот, но минутная обогнала на 2° часовую стрелку

$\frac{362^\circ}{5{,}75\frac{^\circ}{мин}}\notin N$

Рассмотрев все случаи, я пришёл к выводу, что стрелки прошли 6 оборотов и минутная обогнала часовую на 2°

$\frac{360^\circ\cdot6+2^\circ}{5{,}75\frac{^\circ}{мин}}=376мин=6ч\ 16мин$ - время, через которое выполнится необходимое условие.

12 ч 00 мин + 6 ч ~~18~~ 16 мин = 18 ч 16 мин - покажут часы

Ответ: 18 ч 16 мин.

(5) Чтобы при самом плохом ходе событий получить максимальный доход нужно в каждый банк класть одинаковое количество денег. ?

y - сумма, которая будет у Ивана Ивановича через год.

x - сумма, которую он оставит дома, $x \geq 0$

~~y =~~ $\frac{600000 - x}{3}$ - сумма, которую он положит в каждый банк.

$y = \frac{600000-x}{3} \cdot 3 + \frac{600000-x}{3} \cdot 2 + \frac{600000-x}{3} \cdot 0 + x =$

$= \frac{600000-x}{3} \cdot 5 + x = \frac{3000000 - 5x}{3} + \frac{3x}{3} = 1000000 - \frac{2}{3}x$

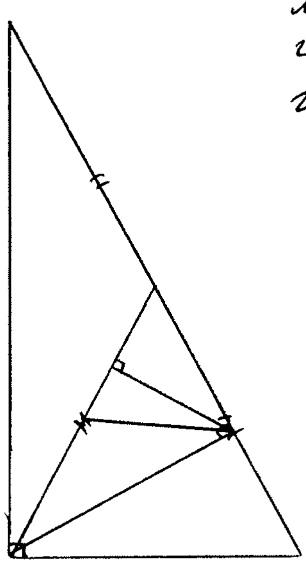
+

y будет максимальным при $x = 0$

$y = 1000000$

Ответ: максимальная сумма 1000000 рублей.

(6)



медиана$_1$ = гипотенуза$_2$ = $\frac{1}{2}$ гипотенузе$_1$

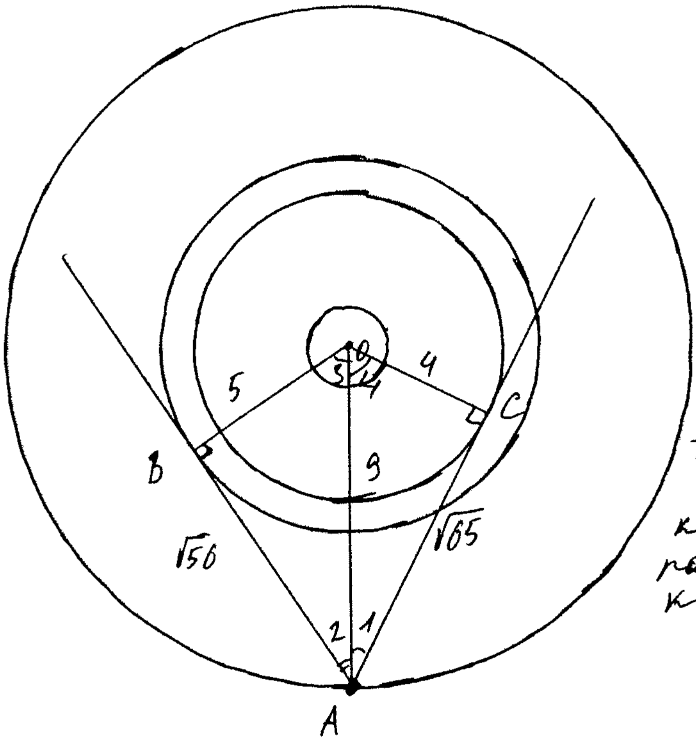
$г._3 = \frac{1}{2} г._2 = \frac{1}{4} г._1$

$г._5 = \frac{1}{2^{5-1}} г._1 = \frac{1}{16} г._1 = 40м$

Ŧ

Решение не завершено.

(7).



проведём окружности с центром в точке O и ~~диаме~~ радиусами 1, 9, 4 и 5, чтобы показать возможное расположение вершин квадрата.

точка O - расположение радиопередатчика.
A - одна из вершин квадрата. Угол при вершине должен быть равен 90°. стороны угла должны иметь хотя бы одну общую точку с разными окружностями. Чтобы ∠A был максимальным стороны должны быть касательными к окружностям с ~~радиусами 4 и 5 диаметрами 4 и 5~~ радиусами 4 и 5.

$AB = \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{56} > 7$

$AC = \sqrt{9^2 - 4^2} = \sqrt{65} \approx 8$

стороны BO и OC являются меньшими сторонами прямоугольных треугольников ABO и AOC. =>

$\left.\begin{array}{l} \angle 2 < \angle 3 \Rightarrow \angle 2 < 45^0 \\ \angle 1 < \angle 4 \quad \angle 1 < 45^0 \end{array}\right\} \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 < 90^0 \Rightarrow \angle A$ не является вершиной квадрата

Ответ: Мюллер не должен верить такому сообщению

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

6ГВ 86-75

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Шепелев

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 27.03.1999

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

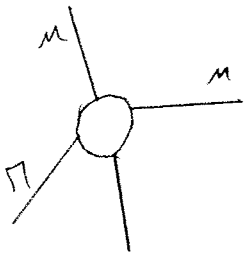
Подпись участника олимпиады: Шеп

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

1) Число линий может быть меньше 5,

Пример:



Если всего линий 4 то одна из них ведёт к П, а две другие к М, четвёртая линия может вести к любому предприятию

(+)

2) Предположим что среди любых пяти линий найдётся не ведущая ни к П ни к М. Если линий >4 то минимум 2 из них ведут к П, тогда рассмотрим 3 линии: ~~от~~ 2 линии ведут к П и одна ни в П ни в М. Получаем противоречие с утверждением про линии к М. Значит такой линии не существует.

№4

Пусть часы показывают m часов и n минут тогда часовая стрелка пройдёт $(30^\circ m+0.5n)^\circ$ с 12:00, а минутная $(6n)^\circ$

$$\begin{cases} |30^\circ m + 0.5n - 6^\circ n| = 2^\circ \\ m \in Z \\ n \in Z \\ m, n \text{ — наименьшие} \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} 30m - 5{,}5n = 2 \\ 30m - 5.5n = -2 \end{array}\right.$$

$m \in Z$
$n \in Z$
m - наименьшее

Тогда наименьшее решение: $m=3$ $n=16$

Ответ: часы показывают 3:16

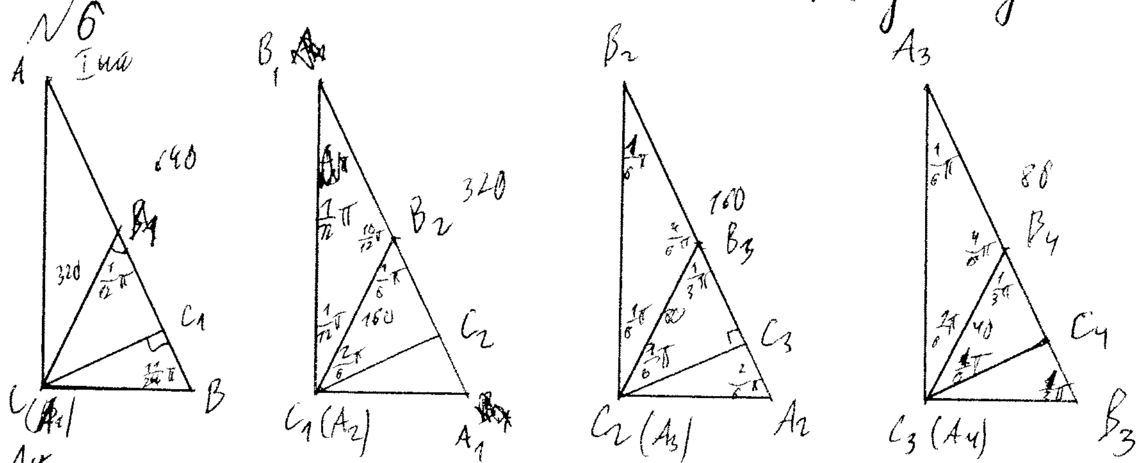
(+)

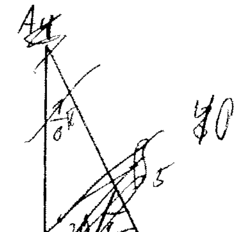
№5

Что бы минимизировать потери в худшем случае Иван должен положить в каждый банк поровну. Тогда отдав x руб Иван получит $\frac{5x}{3}$ руб через год. Что бы получить больше всего Иван должен отдать в банки все 600000 руб. Тогда через год он получит $\frac{5\times 600000}{3} = 5\times 200000 = 1000000$ руд.

не доказано

№6





1) Рассмотрим $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) CB_1 - медиана CC_1 - высота

$\triangle CB_1B$ - равнобедренный ($CB_1 = BB_1$) $\Rightarrow$

$\angle CB_1B = \cancel{180} - 2\angle B = \pi - \frac{11}{12}\pi = \frac{2}{12}\pi$

$CB_1 = \frac{1}{2} AB = 320$ дм $\quad C \equiv A_1$

2) В $\triangle A_1B_1C_1$ ($\angle C_1 = 90^\circ$) $C_1 \equiv A_2$ A_2B_2 - медиана A_2C_2 - высота $\angle C_2B_2A_2 =$

$= \pi - \angle B_1B_2C_1 = \pi - (\pi - \frac{1}{12}\pi \times 2) = \frac{1}{6}\pi$

$A_2B_2 = 320/2 = 160$ дм

3) В $\triangle A_2B_2C_2$ ($\angle C_2 = 90^\circ$) $C_2 \equiv A_3$ A_3B_3 - мед A_3C_3 - выс $\angle C_3B_3A_3 =$

$= \pi - (\pi - \frac{1}{6}\pi \times 2) = \frac{1}{3}\pi$ $\quad A_3B_3 = 160/2 = 80$ дм

4) В $\triangle A_3B_3C_3$ ($\angle C_3 = 90^\circ$) $C_3 \equiv A_4$ A_4B_4 - медиана A_4C_4 - высота

$\angle C_4B_4A_4$ $\pi - (\pi - \frac{1}{6}\pi \times 2) = \frac{1}{3}\pi$ $\quad A_4B_4 = 40$ дм

5) A_4B_4 - Всех ... - гипотенуза $A_4B_4 = 40$ дм

$S_{A_4B_4C_4} = 40 \times \sin\frac{1}{3}\pi \times 40 \times \cos\frac{1}{3}\pi = 40^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = 10 \times \sqrt{3} \times 40 = 400\sqrt{3}$ дм²

Ответ: 40; $400\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НВ 86-75

№3 $x^2+px+q=0$ имеет 1 корень $\to p^2-4q=0$

$p=2\sqrt{q}$

$T(x)=x^2+px+q=x^2+2\sqrt{q}\,x+q=(x+\sqrt{q})^2 \geq 0$ при $x\in R$

Пусть $T(x)=T_1 \geq 0$

$T(T_1)=T_2 \geq 0$

$T(T_2)=0 \qquad (T_2+\sqrt{q})^2=0 \qquad \underset{\geq 0}{T_2}=\underset{\leq 0}{-\sqrt{q}} \qquad q=0$

$T_2=0 \qquad T(T_1)=0 \qquad (T_1+\sqrt{q})^2=0 \qquad \underset{\geq 0}{T_1}=\underset{=0}{-\sqrt{q}}$

$T_1=0 \qquad T(x)=0 \qquad (x+\sqrt{q})^2=0 \qquad x=-\sqrt{q}$

$x=0$

Ответ: 0

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

BF 39-61

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ ШЕСТАКОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 08.09.1998

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

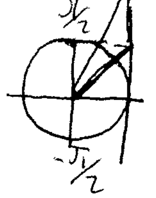
Вариант 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 39-61

№1

Распределительная подстанция связана с несколькими предприятиями, значит линии от подстанции ведут к городу или поселку, значит каждая из линий соединяет подстанцию с одним городом или поселком. Зная, что 1 из 3 ведет к М., а одна из 4 ведет к П. делаем вывод, что достаточно 4-х линий, чтобы подстанция вела линию к П. и к М. А если линий не меньше 5-ти ⇒ как минимум 3 из них не ведут к П. или М.. V ±

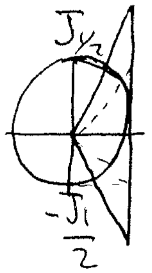
№2 Нет четкого ответа на вторую часть вопроса.

Сначала рассмотрим целые значения $tg\,x$:



Однозначно можно сказать, что x в данном случае $\in \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$

Рассмотрим целые числа $tg\,2x$:



Значения $2x$ должны быть не меньше $-\frac{\pi}{2}$, не больше $-\frac{\pi}{4}$ и не меньше $\frac{\pi}{4}$ и не больше $\frac{\pi}{2}$ ⇒

$$2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}\right)$$ можно взять $\pm\frac{\pi}{4}$, но тогда $tg\,2x \to \infty$

Объединим значения для $tg\,x$ и $tg\,2x$

⇒ что x может быть равен только $\pm\frac{\pi}{4}$

$tg\,\frac{\pi}{4} = 1 \quad tg\,-\frac{\pi}{4} = -1$

$2015^{1} = 2015$

$2015^{-1} = \frac{1}{2015}$

Ответ: $2015; \frac{1}{2015}$

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Из данного уравнения можно понять, что $x \in [-1;1]$ и $y \in [-1;1]$. Чтобы уравнение было "$\geq$" 0, нужно, чтобы:

1) одна из частей $= 0$

2) обе части ">" 0

3) обе части "<" 0.

что имеется в виду под "частью"

1)

$\sin y = \arcsin x$

При $\arcsin x = \frac{\pi}{2}, x = 1$

$\frac{\pi}{2} > 1, \frac{3,14}{2} > 1 \Rightarrow x = 1$ неподходит

точно также с -1

При $\arcsin x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{6} < 1$

$\sin y = \frac{\pi}{6} = \frac{3,14}{6}$ Трудно вычислить

Простейшие $\sin y$, при $y = \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$ — не под x. >1

неподх >1

2) $\sin x = -\arcsin y$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\arcsin y = -\frac{1}{2}$ — угол в радианах

$\sin(-\frac{1}{2}) = y$

$-\sin(\frac{1}{2}) = y$

$y = -\sin(\frac{1}{2}); x = \frac{\pi}{6}$

Возможно $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

? Тогда фигура — квадрат со стороно $\sqrt{2} \Rightarrow S = 2$

Ответ: 2.

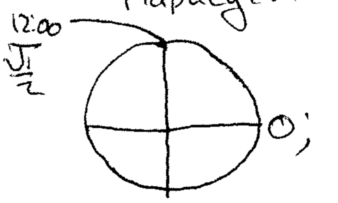
почему

Попытка решить задачу подбором

(−)

№4

Нарисуем числовую окружность:



Четверть круга это 90° и 15 минут

Значит 1 минута $= \frac{90}{15} = 6^\circ$

1 час на окружности $- 30^\circ$

Значит за 2 минуты часовая стрелка проходит 1°

Допустим через час минутная стрелка на $\frac{\pi}{2}$, а часовая на $\frac{\pi}{6}$

Значит через 6 минут часовая будет на 33° от вершины, а минутная на 36 разница в 3°

Допустим еще через час минутная на верху $(\frac{\pi}{2})$ либо 0°, а часовая на $(\frac{2\pi}{3})$, либо 60° через 12 мину разница будет

Допустим часовая стрелка передвигается только в момент, когда минутная на 0, тогда через час часовая будет на 30°, а минутная на 0, а через 6 минут на 36°

Допустим прошло 2 часа часовая на 60° минутная 0, и опять разница в 6 минут

Вернемся к случаю когда часовая стрелка движется и 1° в 2 минуты

Прошло 3 часа часовая на 90° минутная на 0°, через 16 минут часовая будет на 98°, а минутная на 96°, разница будет в $2^\circ \Rightarrow$ с 12:00 прошло 3 часа 16 минут. Значит часы показывают 3 часа 16 минут дня.

Ответ: 3 часа 16 минут.

(+)

№5

Допустим, есть 3 банка: A; B; C. a – начальная величина кошелька Ивана Ивановича. в – количество средств оставленных дома

X – вклад в один банк

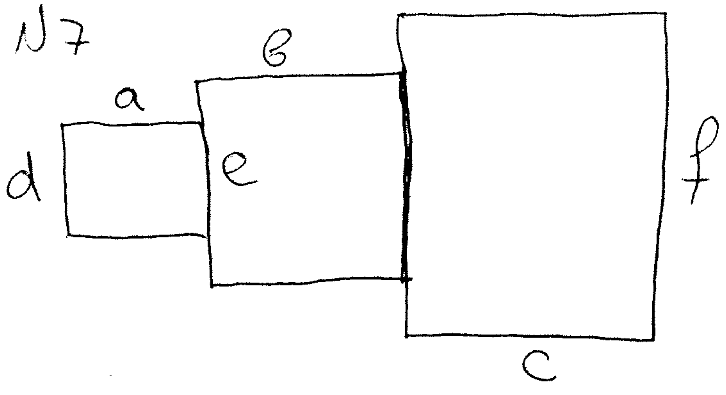
Допустим вкладчик распределяет вклад поровну на 3 банка. Тогда $x = \frac{a-b}{3}$. y – сумма которую он получит в конце года

$y = b + 2x + 3 \cdot x = b + \frac{2(a-b)}{3} + \frac{3(a-b)}{3} = b + \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}b + a - b = \frac{5}{3}a - \frac{2}{b}$

Значит разместив все 600.000 рублей ~~...~~ поровну во всех 3-х банках он получит $\frac{5}{3} \cdot 600.000 = 1.000.000$ нет строгого

Ответ: 1.000.000 (+) доказательства оптимальности

N7



$a \cdot d = 15$ $\quad a+q=b$

$b \cdot e = 60$ $\quad a+2q=c$

$f \cdot c = 180$ $\quad e=d^n$

$f=d^{n+1}$

$a+b+c=30$

$a+q=10$

$a \cdot d = 15$

$(a+q)\cdot d^n = 60$

$(a+2q) \cdot d^{n+1} = 180$

$a \cdot d = 15$

$d^n = 6$

$a \cdot d^n \cdot d + 2q \cdot d^n \cdot d = 180$

$15 d^n + 2d \cdot q \cdot d^n = 180$

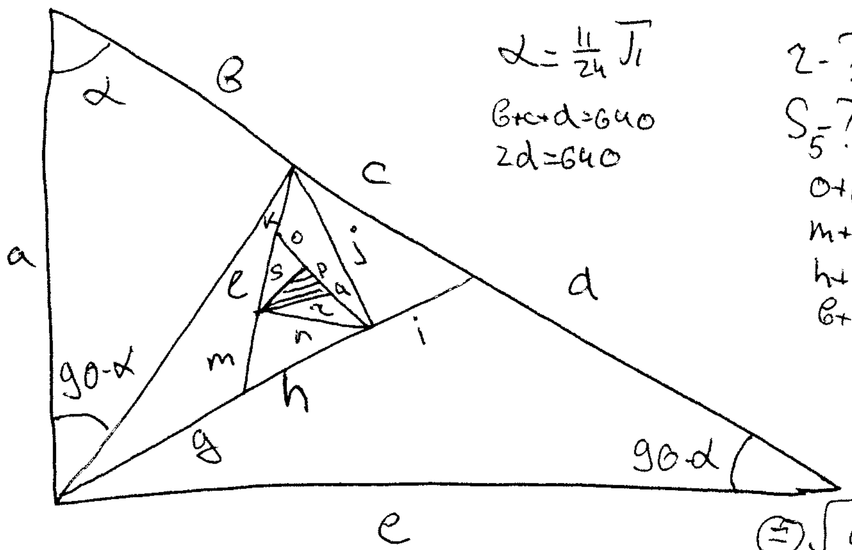
$15e + 2d \cdot d^n \cdot (10-a) = 180$

$15e + 20d \cdot d^n - 2a \cdot d \cdot d^n = 180$

$15e + 20d \cdot e - 30 \cdot e = 180$

$e(20d-15) = 180$

N6



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

$b+c+d=640$

$2d=640$

$r-?$

$S_5-?$

$\frac{S_1}{S_2} = tg\,\alpha$

$o+p=q$ $\quad 2q=\sqrt{l^2+n^2}$

$m+l=k$ $\quad 2k=\sqrt{j^2+h^2}$

$h+i=g$ $\quad 2g=\sqrt{f^2+c^2}$

$b+c=d$ $\quad 2d=\sqrt{a^2+e^2}$

$c^2=j^2+i^2$

$g+h+i=\sqrt{f^2+c^2}$

$=\sqrt{b^2 \cdot tg^2\alpha + d^2 + b^2 - 2db}$

$S_1+S_2=\frac{1}{2} f \cdot (b+c \cdot d) = 320 f$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7082

ЕЙ 85-87

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Шелтунов

ИМЯ Вячеслав

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 08 07 2000

Класс: 8

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 05 листах

Дата выполнения работы: 01 03 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вшев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N 2.

Она должна проходить через точку пересечения медиан, так как когда фигура вращается крут. Чтобы площадь круга была минимальной, надо чтобы расстояние между ~~с~~ осью вращения и вершиной. Значит наша точка должна быть наиболее приближенной ко всем вершинам 1.
А это и есть центр треугольника (пересечение медиан)

−

N 3

9·3=27 - на сколько должен был увеличиться возраст отца, матери и сына.

65-40=25 - увеличился, значит сын не живёт эти 9 лет

27-25=2 года

9-2=7 лет сыну

7-4=3-было 4 года назад.

3·9=27 - было отцу.

27+4=31 - отцу сейчас.

Ответ: 31 год.

+

N 5.

8 2=480 м

Добавим по 5 минут к каждому времени, чтобы знать сколько всего требуется времени.

10+5=15

15+5=20

25+5=30.

Найдём НОК.

+

НОК(15;20)=60 - раз в час пересекаются первая и вторая.

НОК (20; 30) = 60 - пересекается вторая и третья.
НОК (15; 30) = 30 - первая и третья.

НОК (15; 20; 30) = 60 - все 3.

Так как третья едет дольше всех, то её нагружают всегда

480 : 30 = 16 раз едет третья.

вторая
у неё будет всего 8 пересечений (раз в час с третьей)
480 : 20 - 8 = 16 раз.

первая.
будет 16 пересечений (2 раза в час с третьей)
480 : 15 - 16 = 16 раз.

Ответ: каждая по 16 раз.

+

N 1.

У нас есть 5 линий.

1) Берём первые 3 линии. среди них обязательно 1 до М.А.

Убираем её и ставим вместо неё другую.
Среди них опять есть 1 до АМ (новая)
Убираем её ставим пятую. Она тоже должна быть до М. всего 3 дороги до М.

2) если в первых трёх 2 до М.
Убираем их и ставим две другие

Среди них одна до М. (3 дороги.

3) если в первых трёх все дороги до М, то можно

всего 3 дороги.

Дорог до П

Их две или 1. ~~так как есть~~ 2.

Если 1, то мы берём 4 дороги и она там.

Тогда заменяем её дорогой другой и

мы получим ~~4~~ дороги, без дороги до П. Значит

их две.

3+2=5. Значит все дороги либо до П либо до

М

N 4. радиоприёмник - F

Нет, он не должен верить. д Сторона квадрата

должна быть меньше 5. 4+1=5. А радиопередатчик

не на стороне квадрата.

Допустим мы смогли поставить так радиоприёмник,

что расстояние от A ≤ 1 км, B=4 км, D=5 км.

Тогда диагональ $AC = \sqrt{50} < 8$. + 1 (расстояние

от A до F) / 7 < 9 А расстояние по прямой

меньше чем нашим способом. Значит верить

не должен.

№ 4.

$45^{\circ} = 7,5$ мин.

12 минут = $\frac{1}{5}$ час.

~~Най~~ Разберём первый час ~~30~~ 2ой о

$0 + 7,5 = 7,5$.
$2,5 + 7,5 = 10$
} ⇒ Числа которые разобрать 8, 9, 10

$8 - 7,5 = 0,5 = \frac{6}{12}$

8 минут – $\frac{8}{12}$ часовая стрелка удалилась от нашего часа

$\frac{6}{12} \neq \frac{8}{12}$.

$9 - 7,5 = 1,5 = 1\frac{6}{12}$

9 минут = $\frac{9}{12}$.

. . .

третий час

$\overset{15}{\cancel{8}} + 7,5 = 22,5$
$\overset{20}{\cancel{16}} + 7,5 = 27,5$
} 23, 24, 25, 26, 27.

$23 - 7,5 = 15,5 \neq \frac{6}{12}$.

$23 = 1\frac{11}{12}$.

. . .

$27 - 7,5 = 19,5 \quad = 4\frac{6}{12}$.

$27 = 2\frac{3}{12}$

—

Разберем четвёртый час.

$20+7,5=27,5.$

$25+7,5=32,5.$

$28-7,5=20,5 = \frac{6}{12}$

$28 = 2\frac{9}{12}$

$30-7,5=22,5= \quad 2\frac{6}{12}.$

$30 = 2\frac{6}{12}.$

Ответ: это произойдёт в 16.30.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

ОВ 67-15

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Шипов

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Денисович

Дата рождения 1 февраль 1998

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шипов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

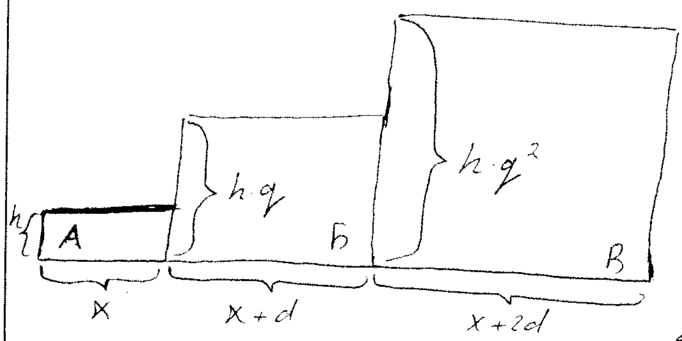
Выдан 1 доп. лист Выдан 1 доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0В67-15

№7.



Дано:

$S_A = 15\,дм^2$ общая длина основания $= 30\,дм$

$S_Б = 60\,дм^2$

$S_В = 180\,дм^2$ И все подчинено правилу: длина↑, высота↑ и наоборот

~~где x - длина, h - высота ступени (ступени A)~~ ~~длины ступеней пропорциональны их высотам~~

Решение.

Пусть x - длина ступени A ⇒ длина ступени Б = x+d, а длина ступени В = x+2d, где d - разность ~~геом~~ арифметической прогрессии, которую составляют длины данных ступеней

Пусть h - высота ступени A ⇒ ~~длина сту~~ высота ступени Б = hq, а высота ступени $В = h\cdot q^2$, где q - знаменатель геометрической прогрессии, которую составляют высоты данных ступеней

$x + x+d + x+2d = 30\,дм$ - общая длина основания

$3x + 3d = 30\,дм$

$x + d = 10\,дм$ ⇒ $S_Б = (x+d)\cdot hq = 60\,дм^2 \Rightarrow 60\,дм^2 = 10\,дм \cdot hq \Rightarrow$

$\Rightarrow hq = 6\,дм \Rightarrow h = \frac{6\,дм}{q}$

$S_В = 180 = h\cdot q^2(x+2d) = \cancel{(h\cdot q)((x+d)+d)}\ (h q) q ((x+d)+d) \Rightarrow$

$\Rightarrow 180 = 6q(10+d) \Rightarrow 10q + qd = 30\ (1)$

$S_A = 15 = h\cdot x$, но $x + d = 10 \Rightarrow x = 10 - d \Rightarrow$

$15 = (10-d)\frac{6}{q} \Rightarrow 60 - 6d = 15q \Rightarrow 20 = 5q + 2d\ (2) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2d = 20 - 5q \Rightarrow d = 10 - 2{,}5q$ - подставляем в (1)

и получим, $10q + q(10 - 2{,}5q) = 30$

$10q + 10q - 2,5q^2 = 30$

$2,5q^2 - 20q + 30 = 0$

$5q^2 - 40q + 60 = 0$

$D = 40^2 - 4\cdot 5\cdot 60 = 1600 - 1200 = 400$

$q = \frac{40 \pm 20}{10} = \left[\begin{array}{l} q_1 = 6 \\ q_2 = 2 \end{array}\right.$

I. при $q_1 = 6$ и $hq = 6$дм $\Rightarrow$ $h = 1$дм

$\Rightarrow$ $xh = 15$дм^2 $\Rightarrow x = \frac{15дм^2}{1дм} = 15$дм, но $x + d = 10$дм $\Rightarrow$

~~40=25дм~~ $d = -5$дм и

получается, что длина ступени от А до В будет уменьшатся, а высота увеличиватся, что противоречит условию $\Rightarrow q_1 = 6$ - неподходит

II. при $q_2 = 2$ и $hq = 6$дм $\Rightarrow h = 3$дм - высота ступени А

$\Rightarrow x \cdot h = 15$дм^2 $\Rightarrow x = \frac{15дм^2}{3дм} = 5$дм - длина ступени А, т.к. $x + d = 10$дм $\Rightarrow$

$\Rightarrow d = 10дм - x = 5$дм

высота ступени Б= ~~h·q=3дм~~ 6дм

длина ступени Б= 10дм

$\Rightarrow$ высота ступени В= $h \cdot q^2 = 3дм \cdot 2^2 = 12$дм

длина ступени В= $x + 2d = 5дм + 2\cdot 5дм = 15$дм

и ~~S~~ $S_B = 12_{дм} \cdot 15_{дм} = 180$ дм^2

+

Ответ. Ступень А: длина = 5дм; высота = 3дм*

ступень Б: длина = 10дм; высота = 6дм

Ступень В: длина = 15дм; высота = 12дм

длина всего пьедестала = 30дм, а max высота = 12дм

№2.

всего существует ~~в~~ при ~~целых~~ целых значения tg — это $+1$; -1 и 0

(+)

1) $tg\, x = 1$, при $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$, но в этом случае при $tg 2x$ $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, но tg от $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, не существует.

2) $tg\, x = -1$, при $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$, но и в этом случае аналогично 1) $tg 2x$ не существует

$\Rightarrow$ остаётся 3) $tg\, x = 0$, $\Rightarrow x = \pi n$, ~~где~~ $n \in Z$,

в случае $tg 2x$, $\underset{n \in Z}{2x = 2\pi n}$, что тоже даёт допустимое значение тангенса, а именно 0

$\Rightarrow x = \pi n, n \in Z$

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$

№3.

V минутной стрелки $= V_{мин} = \frac{360°}{60 мин} = 6°/мин$,

V часовой стрелки $= V_{час} = \frac{30°}{60 мин} = 0,5°/мин$

положение минутной стрелки

мин	градус (°)
1	6
2	12
3	18
4	24
5	30
6	36
7	42
8	48
9	54
10	60
11	66
12	72
13	78

положение часовой стрелки

час	градус
1	30°
2	60°
3	90°
4	
5	

~~=> на первом часу уже за 1 мин стрелки разминутся~~

~~$S_{мин}$ (положение минутной стрелки) = 6° $S_{час}$ (положение часовой стрелки) = 0,5°~~

~~=> рассмотрим начало второго часа к этому моменту часовая стрелка пройдёт 30°, а минутная будет на 0° и будет догонять => $6x - 0,5x = 30°$, но $5,5x = 30°$ => x − не целое число минут~~

~~=> рассмотрим начало третьего часа: к этому моменту часовая стрелка пройдёт 60°, но $5,5x = 60°$, снова x − не целое число~~

~~=> рассмотрим начало четвёртого часа к этому моменту часовая стрелка пройдёт 90°, а минутная будет на 0°~~

~~=> $5,5x = 90°$ => $x = 16$ мин − целое значение =>~~

~~получим впервые~~

=> на первом часу уже за 1 мин стрелки разминутся

$S_{мин}$ (положение мин. стрелки) = 6°, $S_{час}$ (положение часовой стрелки) = 0,5° => рассмотрим, что произойдёт на втором часу: на втором часу минутная стрелка будет обгонять в области от 30° до 40° градусы

градусы
0 — 30

и наименьшее между ними расстояние будет равно $S_{час}$ (32,5°) − $S_{мин}$ (30°) = 2,5° при учёте, что прошло целое кол-во минут;

на третьем кругу произойдёт тоже самое но в области от 60° до 70° у минутной стрелки будут два положения в этой области через 10 и 11 мин (60° и 66°) а у часовой соответственно (65° и 65,5°)

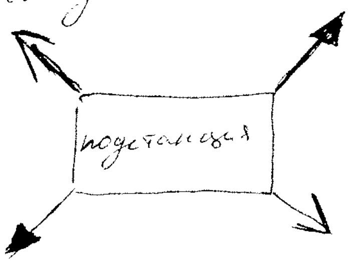
=> рассмотрим третий круг, где это произойдёт в области от 90° до 100° у мин снова два положения через 15 и 16 мин (90° и 96°), а у часовой (97,5° и 98°) => Ответ: 15 часов 16 мин

3 часа 16 мин после полудня

№1.

Число всех линий должно быть не меньше пяти;

Например 4 линии



где ↑ - линии на предприятия города М,

а ↑ - линии на предприятия ~~то~~ поселка П;

это объясняется тем, что линий на которые не ведут в город М должно быть ≤3, а не ведущих в ~~город П~~ поселок П ≤ 4, что в данном случае подходит, а в случае, когда будет больше 5: например 6, даже если соблюсти условие, что „среди любых трёх линий обязательно есть одна, идущая в М.", ~~то у нас останется 2 неиспользованных линии~~ то у нас получится 4 линии ↑ и 2↑, противоречит условию, которое я поставил ~~соблюд~~ исходя из данной задачи

Ответ: число линий может быть меньше пяти.

№5.

Самый выгодный путь это: 200000 200000 200000,

т. е. 200000 сгорят, но на выходе он получит = $= 200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 = 1000000$,

т.к. при худшем раскладе сгорит наибольшая сумма, ~~то~~ т. е от 200000, а прибыль от оставшегося распределения и лучше чем ~~2 · 2~~ $+ 3 \cdot 2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 2 \cdot 10^5$ - не будет т.к при другом распределении прибыль будет только уменьшатся, ~~то же сама~~ та же самая логика, при оставлении денег дома; лучше, чем $2 \cdot 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 2 \cdot 10^5$ не будет.

Ответ: 1000 000

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ДЭ 39-63 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7072 шифр

ФАМИЛИЯ Широковских

ИМЯ Светлана

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 17.10.2001 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шир

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

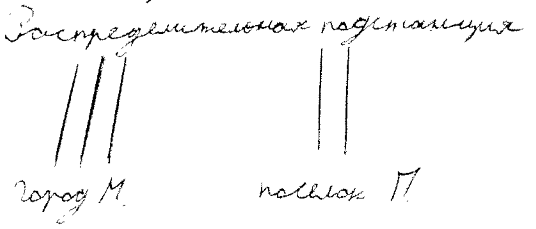
№3.

За 9 лет сумма возрастов увеличилась на 65-40=25 лет.
Если бы сын уже родился 9 лет назад, то сумма возрастов увеличилась бы на 3·9=27 лет. Значит сын родился на 27-25=2 года позже, т.е. 7 лет назад. В таком случае 4 года назад сыну было 7-4=3 года, а отцу 3·9=27 лет. После этого прошло 4 года, т.е. сейчас отцу 27+4=31 год.

Ответ: 31 год.

№1

Среди любых 3-ех линий обязательно есть хотя бы одна линия, идущая в город М. => Максимальное количество линий, не идущих в М.=2. Всего линий 5 => в М. идет как минимум 3 линии.
Среди любых 4-ех линий обязательно есть хотя бы одна линия, идущая в поселок П. => Максимальное количество линий, не идущих в П.=3. Как минимум 3 линии идут в М. т.е. они и составляют все неидущие в П. линии. Остальные 2 идут в П. (Больше их быть не может, т.к. макс кол-во не идущих в М. линий =2).



Линий, которые идут и не в М. и не в П. нет.

Ответ: 0

№5.

Почтальон работает 16-8=8 ч. 8 ч=60 мин·8=480 мин.
Каждые 10 минут приезжает тележка с письмами. Т.е. она приезжает 480:10=48 раз. Но каждые 30 минут почтальон грузит не тележку с письмами, а тележку с бандеролями. Т.е. тележка с письмами уезжает пустой из-за того, что грузим тележку с бандеролями 480:30=16 раз. Каждые 50 минут почтальон грузит вместо тележки с письмами, тележку с ~~бандеролями~~ посылками. Это происходит 480:50=9 (ост 30) раз. Каждые 150 минут почтальон грузит вместо бандеролей посылки. Это происходит 480:150=3 (ост.30) раза. Т.е. 3 раза из 16 и 9 общие. Получается, что всего почтальон грузит тележку с письмами 48-(16-3)-9+1 (самый первый раз, когда тележки отправляются одновременно)=27 раз.

Тележки с бандеролями приезжают 480 : 15+1 = 33 раза, но 3 раза уезжают ненагруженными. Значит тележка с бандеролями уезжает с грузом 33-3 = 30 раз. Тележка с посылками приезжает ~~480 : 25+1 = 19 (ост 1)~~ 480 : 25+1 = 19 (ост 5)+1 = 20 раз и всегда уезжает нагруженная.

Ответ: 27 тележек с письмами
30 тележек с бандеролями
20 тележек с посылками.

+

№4.

1 минутное деление = 360° : 60 = 6°

угол между стрелками составляет 120° : 6° = 20 делений (по 1 мин).

Часовая стрелка должна стоять ровно на минутном делении, т.к. кол-во минут целое и кол-во делений тоже.

Часовая стрелка стоит на делении каждые 60 : 5 = 12 минут.

Расстояние между стрелками может быть целым числом делений только когда кол-во минут кратно 12-и.

В такие моменты кол-во делений $12x - x$ или $|60-(12x+x)|$ ($x \in Z$)

Приравняем получившиеся уравнения к 20

$12x - x = 20$

$11x = 20$

не имеет решения при $x \in Z$

$|60-(12x+x)| = 20$

$-60+12x+x = 20$

$-60+13x = 20$

$13x = 80$

$60-13x = 20$

$-13x = -40$

$13x = 40$

не имеет решения при $x \in Z$

Значит такого времени, когда кол-во минут целое и угол составляет 120° нет.

Ответ: такого времени нет.

−

№2.

+

При вращении треугольника образуется круг, радиусом которого будет наиболее длинная прилежащая к углу α сторона.

$S = \pi R^2$

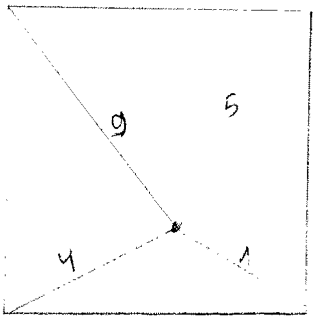
Чтобы уменьшить площадь данного круга, нужно уменьшить до предела его радиус. Радиус будет наименьшим, если треугольник будет равнобедренным, т.е. стороны, прилежащие к углу α, будут равны.

Тогда отношение сторон будет $x : x : (p-2x)$, что составляет (с учетом угла в 30°) примерно $2 : 2 : 1{,}04$

№7.

Если такое возможно, то 9км и 1км являются расстояниями от радиопередатчиков в противоположных вершинах квадрата.

Т.к. сумма длин расстояний из противоположных вершин ≥ диагонали квадрата, но < суммы 2-ух диагоналей квадрата $9+1 > 4+5$, но меньше, чем в два раза, а $9+4 > 2\cdot(5+1)$ и $9+5 > 2(4+1)$.



Диагональ не ~~больше~~ меньше 9-и км

По теореме Пифагора можно вычислить, что сторона квадрата не меньше

$a^2+b^2=c^2$

$a^2+a^2 \geq 9^2$

$2a^2 \geq 81$

$a^2 \geq 40{,}5$

$a > 6$

А значит треугольников со сторонами 4 и 1; и со сторонами 5 и 1 быть не может.

Ответ: нет.

№6.

$10^{2015} = (2\cdot 5)^{2015} = 2^{2015}\cdot 5^{2015}$

При перемножении 2-ух чисел в произведении на одну цифру меньше (или цифр столько же), чем цифр в множителях в сумме

$2^{2015}\cdot 5^{2015} = 10^{2015}$

в числе 10^{2015} 2016 цифр, значит в 2^{2015} (или 2016) и 5^{2015} на одну цифру больше (или цифр столько же), т.е. в них 2017 цифр, если записывать без пробела

Ответ: 2017 или 2016

[redacted]

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Вариант № 7082	ЙQ 74-40	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником
№ группы		шифр	

ФАМИЛИЯ ШУВАЛОВА

ИМЯ АЛЕКСАНДРА

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВНА

Дата рождения 27.09.2000г. Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шувалова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

№1.

I вариант.

Если в одной линии может поддерживаться связь с двумя предприятиями, то схему можно построить сразу подробную:

Возьмем 5 любых линий

a b c d e

в каждой из тройки этих линий есть одна, соединяющая с ПМ.

a b c d e (распредел. на тройки)

в каждой четверке есть линия, соедин. с П.

a b c d e

+

Видим, что в I-ой схеме С принадлежит всем тройкам и во II-ой всем четверкам. В этом случае MAX кол-во неиспользов. линий = 4.

II вариант

Если одна линия не может быть подсоединена к двум пунктам сразу, то:

a b c d e Возьмем опять, что e подсоединена к М, тогда в четверках:

a b c d e мы можем выбрать либо b, либо d (но не вместе)

тогда ответ = 3.

№2.

+

У любого треугольника есть наибольший угол (если равнобедр., то любой из 2-х) тупой или прямой углы делают противолежащую сторону шире чем острый угол. это делает } ⇒

ось вращения нужно поместить на середину стороны, противолежащей большему углу, тогда радиус образуемого круга будет меньше, а значит и площадь тоже.

№3.

Отец Мать Сын

4 года назад отец был старше сына в 9 раз ⇒

возраст отца 4г назад : возр. сына 4г назад = целое число.

числа, делящиеся на 9:

9, 18, 27, 36, 45, 54.

4 года наз.

9	1
18	2
27	3
36	4
45	5
54	6

63 не подход

9 лет наз.

4	не родился = 0	
13	0	
22	0	
~~45~~		
31	0	
4	т.д.	

в это время мать 36, 27, 18 (+5 = 23), 9

оставляем 2 вар-та

4 года наз: отец = 27; 36.

Если 27, то 9 лет наз = 22, сын = 0, мать = 18, 22+18 = 40 ⇒

проверим ~~(22+9)+(0+9)+(18+9) = 31+9+27 =~~

(27+4)+(3+4)+(23+4) = 31 + 7 + 27 = 65 лет.

Ответ: 31 год.

№5.

Время рабочего дня Печкина = 8 ч. За 1 час

I: 10 м →, ← 5 м, 10 →, ← 5, 10 →, ← 5, 10 →, ← 5; место встречи

II: 15 →, ← 5, 15 →, ← 5, 15 →, ← 5; место встречи

III: 25 →, ← 5, 25 →, ← 5; место встр.

Если Печкин отправил тележки в 8:00 незагруженными, то каждый час письма загружены 3 раза, т.к. последн.

раз загружал только III (посылки), бандероли 2 раза,
а посылки тоже 2 раза.
тогда за 8 ч.:

I = 3 · 8 = 24

II = 2 · 8 = 16

III = 2 · 8 = 16 (15) см. ниже.

Если же Печкин отправил тележки в 8:05 уже загруженными, то прибавил к каждому кроме посылок.

I = 4 · 8 = 32

II = 3 · 8 = 24

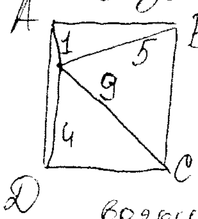
III = 2 · 8 = 16. Если рассматривать I-ый вариант!
В последний час работы он только загрузит III-ю тележку, но не отправит (16 − 1 = 15)

№6.

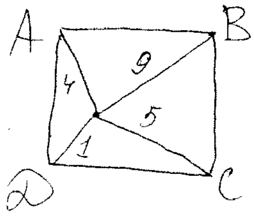
Ответ: 4030 зн. ?

№7.

Квадрат – фигура, у которой все стороны равны и диагонали тоже.
возьмем произвольную точку:



BD < AC (чего быть не может) ⇒ не верить.



возьмем еще одну т-ку.
получается то же самое.
Поэтому ответ:
верить нельзя

№4.

Циферблат = 360°

1 час = 60 мин.

рассчитаем V минутн. стрелки $= \frac{360^\circ}{60\text{ мин}} = 6^\circ/\text{мин}$

V час. стрелки ~~в 60 р.~~: часовая стрелка за 1 ч. проходит 30° (6°·5). ⇒ за 1 мин час стр. проходит $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ$

чтобы разница (т.е. угол) меж стрелками = 45 ⇒ кол-во ° у мин. стр. > 45. и делится на 6 нацело.
48, 54, 60 и т.д.

48° − 4° = 44° (не подходит) (8 мин) 54° − 4,5° = 49,5° (не подходит) (9 мин) и дальше тоже

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	0В67-61 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Щевьёва

ИМЯ Надежда

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 18.08.1998 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Щев

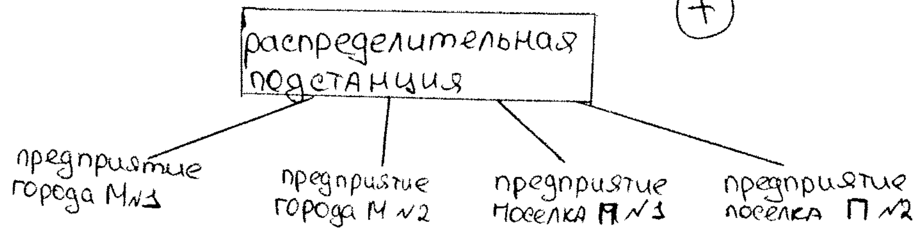
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

I) Может ли число всех линий быть меньше пяти?
<u>Ответ: да, может.</u>

(+)

Пример



Для данного примера верны оба условия:
1) Среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М
2) Среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П.

В данном примере четыре линии электропередач, что меньше пяти, значит пример подходит.

II) Если оно не меньше пяти, то найдутся ли среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П?
<u>Ответ: нет, не найдутся</u>
Доказательство „от противного".
Предположим, что линий L хотя бы пять, и есть хотя бы одна линия не ведущая ни в М, ни в П. Тогда линий, ведущих в М, хотя бы $L-2$, иначе найдется три линии, не ведущие в М. Т.к. $L \geq 5$, то $L-2 \geq 3$, это означает, что есть хотя бы три линии, ведущие в М, а так же по предположению линия не ведущая ни в П, ни в М, т.е. найдется четыре линии ни одна из которых не ведет в П, а этого не должно быть по условию. Противоречие => предположение не верно, а значит линии ведущей в другой город вообще не найдется при $L \geq 5$.

№2

Пусть $tgx = a \in Z$, тогда $tg\,2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x} = \frac{2a}{1-a^2}$ (+)

Найдём все такие $a \in Z$, что $\frac{2a}{1-a^2} \in Z$

Пусть $\frac{2a}{1-a^2} = n$, где $n \in Z$

См. продолжение на листе 02

№2

Решим уравнение $\frac{2a}{1-a^2}=n$, $a\neq\pm1$ в целых числах (т.к по условию нужно найти $tg x = a \in Z$).

$2a = n + na^2$

~~$an^2+2a-n=0$~~

1) $a=0$, тогда

$tg\,x=0$, т.е. $\frac{\sin x}{\cos x}=0 \Rightarrow \sin x=0 \Rightarrow x=\pi k$, где $k\in Z$

$tg\,2x = tg\,2\pi k = 0$

т.к. $0\in Z$, то $x=\pi k$ подходит, $k\in Z$

2) $a\neq0$

Т.к. $2a \vdots a$, то чтобы $n\in Z$ $1-a^2$ тоже должно делиться на a, поскольку $a^2 \vdots a$ и $(1-a)\cdot a$, это $1 \vdots a$, что означает, что $a=\pm1$, тогда $tg\,x=\pm1$, значит $x=\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$, $k\in Z$, тогда $tg\,2x = tg\,\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k \in \varnothing$, значит $a=\pm1$ не подходит.

Ответ: $x=\pi k$, $k\in Z$

№3

1) ур-ние $x^2+px+q=0$ имеет ровно один корень $\Leftrightarrow D=p^2-4q=0$.
Значит $q=\frac{p^2}{4}$

2) ~~Пусть T~~ Обозначим выражение $T(T(x))$ за A, тогда по условию $T(A)=0$ имеет три различных корня, так же по условию уравнение $A^2+pA+q=0$ будет иметь один корень $A=-\frac{p}{2}$

3) Получаем, что уравнение $A=-\frac{p}{2}$ или $T(T(x))=-\frac{p}{2}$ имеет три корня. Пусть $T(x)=B$, тогда решим уравнение $T(B)=-\frac{p}{2}$

$B^2+pB+q=-\frac{p}{2}$

$B^2+pB+(q+\frac{p}{2})=0$

$D=p^2-4q-2p \overset{1\,пункт}{=} p^2-4\cdot\frac{p^2}{4}-2p=-2p$, т.к. ур-ние должно иметь решения, то ~~p≥a~~ $p\leq0$

$B=\frac{-p\pm\sqrt{-2p}}{2}$

4) Получаем уравнения $T(x)=B$.
Решим их

см. продолжение на листе 03

№3 (продолжение)

$T(x) = b_1$

$x^2+px+q = \frac{-p+\sqrt{-2p}}{2}$

$x^2+px+\left(q+\frac{p-\sqrt{2(-p)}}{2}\right)=0$

$D_1 = p^2-4q-2p+2\sqrt{-2p} \overset{1\text{ пункт}}{=} p^2-4\frac{p^2}{4}-2p+2\sqrt{-2p} = -2p+2\sqrt{-2p}$

$T(x) = b_2$

$x^2+px+q = \frac{-p-\sqrt{-2p}}{2}$

$x^2+px+\left(q+\frac{p+\sqrt{-2p}}{2}\right)=0$

$D_2 = p^2-4q-2p-2\sqrt{-2p} \overset{1\text{ пункт}}{=} -2p-2\sqrt{-2p}$

Т.к. уравнение $T(T(T(x)))=0$ имеет ровно три различных корня, то один из дискриминантов D_1 или D_2 равен 0, а другой положителен.

а) $\begin{cases} D_1=0, \\ D_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow -2p+2\sqrt{-2p}=0$

$\sqrt{-2p}=p$, по пункту 2 p-отрицательный или равен 0, т.к. $\sqrt{a} \geq 0$, то получаем, что $p=0$.

тогда $D_2 = -2\cdot 0-2\sqrt{-2\cdot 0}=0$, что противоречит условию $D_2>0$

Значит такого варианта быть не может

б) $\begin{cases} D_1>0, \\ D_2=0 \end{cases} \Rightarrow -2p=2\sqrt{-2p}$ (т.к. по пункту 2 $p\leq 0$, то $-2p\geq 0$)

$4p^2=-8p$

$p^2+2p=0$

$p(p+2)=0$

$p=0$ — этот вариант не подходит т.к. тогда $D_1=0$, а не $D_1>0$

$p=-2$, $q=\frac{(-2)^2}{4}=1$

4) Решим уравнения $T(x)=b$, подставив значения $q=1$ и $p=-2$.

• $x^2+(-2)x+1=\frac{+2+\sqrt{-2\cdot(-2)}}{2}$

$x^2-2x+1=2$

$x^2-2x-1=0$

$D=4+4=8$

$x_{1,2}=\frac{2\pm 2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

• $x^2-2x+1=\frac{+2-\sqrt{-2\cdot(-2)}}{2}$

$x^2-2x+1=0$

$x=+1$

Ответ: $x\in\{+1;\ 1\pm\sqrt{2}\}$

№4

Пусть после полудня прошло a часов $в$ минут ($a \in Z$, $в \in Z$)

Тогда часовая стрелка составляет с 12-часами ~~прошла~~ угол $\alpha = \frac{a}{12} \cdot 360° + \frac{в}{12 \cdot 60} \cdot 360° = 30°a + 0{,}5°в$,

а минутная стрелка составляет с 12-часами ~~прошла~~ угол $\beta = \frac{в}{60} \cdot 360° = 6°в$.

Т.к. не сказано какая стрелка впереди (какой угол больше) рассмотрим два варианта:

1) $6°в - 2° = 30°a + 0{,}5°в$

$11°в - 4° = 60°a$

2) $6°в + 2° = 30°a + 0{,}5°в$

$11°в + 4° = 60°a$

Рассмотрим возможные значения $a \in Z$ и $0 \le a \le 12$, находя значение $в$. Т.к. по условию такое событие произошло после полудня впервые, то как только найдётся целая пара чисел a и $в$ удовлетворяющая одному из условий, при увеличении a, остальные значения a можно не рассматривать.

a	0	1	2	3
$60° \cdot a$	0	60	120	180
$в$ 1сл.	$\frac{4}{11}$	$\frac{64}{11} = 5\frac{9}{11}$	$\frac{124}{11} = 11\frac{3}{11}$	$\frac{184}{11} = 16\frac{8}{11}$
$в$ 2сл.	—	$\frac{56}{11} = 5\frac{1}{11}$	$\frac{116}{11} = 10\frac{6}{11}$	$\frac{176}{11} = 16$

Получаем, что $a = 3$ч, $в = 16$мин

Ответ: 15:16

№5

I Докажем, что И.И. в каждый банк выгодно положить равные суммы. Рассмотрим два варианта:

1) И.И. в каждый банк положит по V рублей. Тогда спустя год он получит $5V$ рублей ($2V+3V+0$), т.е. его прибыль будет равна $2V$, что составляет $\frac{2}{3}$ от положенной суммы

2) И.И. сумму $3V$ положит в банки некоторые. $x \le y \le z$. Рассмотрим случай, когда И.И не повезло и обратно он получит $3x+2y+0$ рублей. В данном случае прибыль будет равна $2x+y-z$, т.к. $z \ge y$, то прибыль И.И. будет меньше или равна $2x$, что от $x+y+z=3V$ составляет не более $\frac{2}{3}$ (т.к. $x \le y \le z$)

Заметим, что в первом случае И.И. гарантировано получает прибыль, которая составляет $\frac{2}{3}$ от вклада, а во втором случае он точно не получит больше.

см. продолжение на листе 05

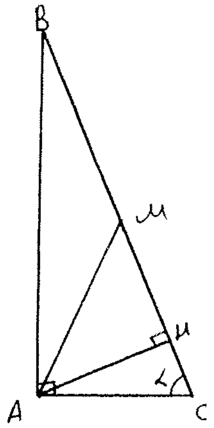
№5 (продолжение)

... Значит И.И. может гарантировано получить не более $\frac{5}{3}$ вклада.

II В 1 пункте мы доказали, что И.И. спустя год получит не более $\frac{5}{3}$ вклада. Это означает, что через год он получит $\frac{5}{3}\cdot 600000 =$ $= 1000000$ рублей максимум, но гарантировано, если в каждый банк положит по 200000 рублей.

Ответ: в каждый банк положить 200000 рублей
спустя год он получит 1000000 рублей на руки.

№6



Заметим, что каждая ~~медиана~~ гипотенуза $n+1$ треугольника меньше гипотенузы n треугольника в два раза, т.к. является медианой n треугольника, проведенной к гипотенузе (по св-ву $AM = \frac{1}{2}BC$).

Значит аллея-гипотенуза 5-го треугольника будет равна $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot BC = \frac{1}{16}\cdot 640м = 40м$ (если парк не считать за треугольник, то эта аллея будет равна 20м) V

$AM = \frac{1}{2}BC = MC \Rightarrow \triangle AMC$-равнобедренный $\Rightarrow \angle AMC = 180° - 2\angle \overset{\angle AC=\angle MCA}{MCA} = 180° - 2\alpha$

Значит в каждом новом треугольнике один из остров углов будет равен $180° - 2\alpha$, где α - больший острый угол предыдущего треугольника.

Составим таблицу. $\left(\frac{11}{24}\cdot\pi = \frac{11}{24}\cdot 180° = \frac{165°}{2}\right)$

№Δ	1	2	3	4	5
меньший угол	7,5°	15°	30°	30°	30°
больший угол α	$\frac{165°}{2}$	75°	60°	60°	60°
$180°-2\alpha$	15°	30°	60°	60°	

Значит один из острых углов пятого треугольника равен 30°, гипотенуза равна 40м. Значит катеты равны 20м и $20\sqrt{3}$м (соответственно $40\cdot\sin 30°$; $40\cdot\cos 30°$; если первый треугольник - парк - нулевой треугольник, то катеты равны 10м и $10\sqrt{3}$м, а площадь $50\sqrt{3}м^2$).

Тогда площадь данного треугольника $\frac{20\cdot 20\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}\,м^2$

Ответ: 40м; $200\sqrt{3}\,м^2$

№7.

Пусть ступени имеют длины $a_1 < a_2 < a_3$ и высоты соответственно $h_1 < h_2 < h_3$. По условию $a_1; a_2; a_3$ – арифметическая прогрессия, тогда $a_2 = a_1 + b$; $a_3 = a_1 + 2b$. По условию $h_1; h_2; h_3$ - геометрическая прогрессия, тогда $h_2 = q h_1$ и $h_3 = q^2 h_1$. Для n ступени S_n среза равно $h_n \cdot a_n$. Исходя из этого составим систему уравнений и решим её, ~~считая, что~~ заменив a_1 на a и h_1 на h.

$$\begin{cases} a + (a+b) + (a+2b) = 30; \\ a \cdot h = 15 \\ (a+b) q h = 60 \\ (a+2b) q^2 h = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3b = 30 \\ a \cdot h = 15; \\ (a+b) \cdot q h = 60 \\ (a+2b) q^2 h = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 10 \quad (1) \\ a \cdot h = 15; \quad (2) \\ 10 \cdot q h = 60 \quad (3) \\ (10+b) \cdot q^2 h = 180 \quad (4) \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} (1)\ b = 10 - a \\ (2)\ a = \frac{15}{h} \\ (3)\ q = \frac{6}{h} \end{array}\right| \Rightarrow (4)\ (20-a) \cdot \frac{36}{h^2} \cdot h = 180 \overset{(2)}{\Longrightarrow} \left(20 - \frac{15}{h}\right) \cdot 36 = 180 h$$

$$\frac{20h - 15}{h} \cdot 1 = 5h$$

$$5h^2 - 20h + 15 = 0$$

$$h = 3 \text{ или } h = 1$$

I) $h = 3$ дм

из (3) $q = 2$

из (2) $a = 5$ дм

из (1) $b = 5$

II) $h = 1$ дм

из (3) $\Rightarrow q = 6$

из (2) $\Rightarrow a = 15$ дм

из (1) $\Rightarrow b = -5$, невозможно, т.к. ~~в длинах $\Rightarrow b > 0$~~ по условию ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту

Получаем один вариант $a_1 = 5$ дм; $b_1 = 5$; $q = 2$; $h_1 = 3$ дм.

Отсюда получаем ответ.

Ответ:

	длина	высота
1-ая ступень	5 дм	3 дм
2-ая ступень	10 дм	6 дм
3-ая ступень	15 дм	12 дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ОП 12-42

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7072 шифр

ФАМИЛИЯ Юдин

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Максимович

Дата рождения 27.03.2001 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОИ 12-42

5. Письма 8:00 → 8:10 → 8:15 → [8:25 —пуст.→ 8:30] → 8:40 → 8:45 →

Бандероли 8:00 → 8:15 → 8:20 → 8:35 → 8:40 → [8:55 —пуст→ 9:00] → 9:15

Посылки [8:00 → 8:25] → [8:30 → 8:55] → [9:00 → 9:25] → [9:30 → 9:55] →

П [8:55 —пуст→ 9:00] → 9:10 → 9:15 → [9:25 —пуст→ 9:30] → 9:40 → 9:45 → [9:55 пуст

Б → 9:20 → 9:35 → 9:40 → 9:55 → 10:00 → 10:15 → 10:20 → 10:35 → 10:40

Пос [10:00 → 10:25] → [10:30 → 10:55] → [11:00 → 11:25] → [11:30 → 11:55] → [12:00

П → [10:00] → 10:10 → 10:15 → [10:25 —пуст→ 10:30] → 10:40 → 10:45 → [10:55 пуст

Б → 10:55 → 11:00 → 11:15 → 11:20 → 11:35 → 11:40 → 11:55 → 12:00

Пос → 12:25] → [12:30 → 12:55] → [13:00 → 13:25] → [13:30 → 13:55] →

П → [11:00] → 11:10 → 11:15 → [11:25 —пуст→ 11:30] → 11:40 → 11:45 → [11:55 пуст

Б → 12:15 → 12:20 → 12:35 → 12:40 → 12:55 → 13:00 → 13:15 → 13:20

Пос [14:00 → 14:25] → [14:30 → 14:55] → [15:00 → 15:25] → [15:30 →

П → [12:00] → 12:10 → 12:15 → [12:25 —пуст→ 12:30] → 12:40 → 12:45 →

Б → 13:35 → 13:40 → 13:55 → 14:00 → 14:15 → 14:20 → 14:35 → 14:40

Пос [15:55] → 16:00

П [12:55 —пуст→ 13:00] → 13:10 → 13:15 → [13:25 —пуст→ 13:30] → 13:40 → 13:45

Б → 14:55 → 15:00 → 15:15 → 15:20 → 15:35 → 15:40 → 15:55 → 16:00

Пос

П → [13:55 —пуст→ 14:00] → 14:10 → 14:15 → [14:25 —пуст→ 14:30] → 14:40 → 14:45

Б → ~~16:10~~

Пос

П → [14:55 —пуст→ 15:00] → 15:10 → 15:15 → [15:25 —пуст→ 15:30] → 15:40 → 15:45

Б

Пос

П → [15:55 —пуст.→ 16:00]

P.S. прямоугольники в „посылках" должны быть на одну правее (клетку)

Итого: Писем отправлено 1 тележка, т.к. с ней постоянно приезжала тележка с посылками;

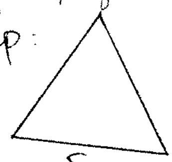
Бандеролей отправлено: ~~22~~ тележки.

Посылок отправлено: ~~16~~ тележек.

∓

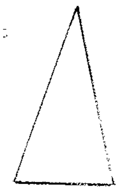
№2. Нужно, чтобы у треугольника была наименьшая площадь.

Если это р/с тр:



S_1

Если это р/б тр:



S_2

−

$S_1 > S_2$. Поэтому это должен быть тр. (р/б) с наименьшим отношением сторон и чтобы основание было меньше сторон (т.к. $\angle a$ — острый). Значит стороны относятся, как 2 : 2 : 1. ?

№3. Пусть x — лет сыну сейчас;

y — лет отцу сейчас;

z — лет матери сейчас;

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ (x-9)+(y-9)+(z-9)=40; \quad x+y+z=67 \Rightarrow \text{Сына 9 лет назад не было.} \\ (x-4)\cdot 9=(y-4) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$(y-9)+(z-9)=40$$

$$\begin{cases} x+y+z=65 \\ y+z=58; \quad z=58-y \\ 9x-36=y-4; \quad x=\dfrac{y+32}{9} \end{cases}$$

+

$$\frac{y+32}{9}+y+58-y=65 \quad |\cdot 9$$

$$y+32+9y+522-9y=585$$

$$y+554=585$$

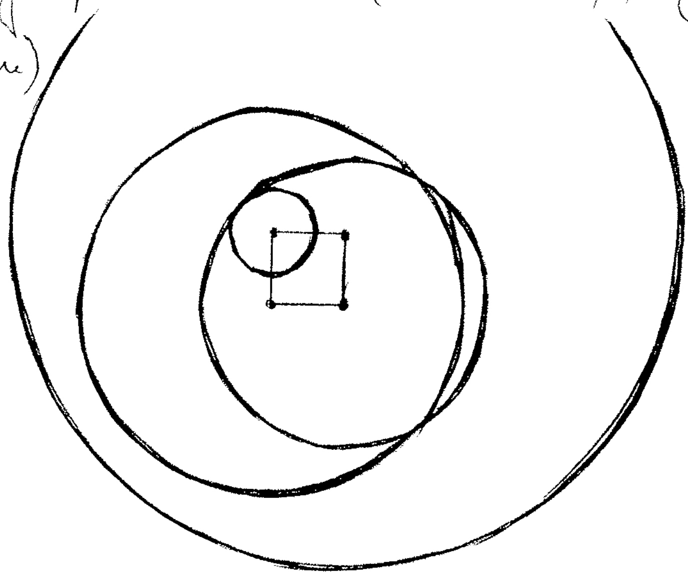
$$y=31$$

Ответ: Отцу 31 год

№1. Если линий будет больше или равно 5, то к городу М будет подсоединено на 2 меньше линий, чем всего линий. В лучшем случае, эти две линии будут подключены к городу П. Поэтому все линии будут заняты, и среди любых 5 линий не найдется хотя бы одной, не подключенной ни к городу М, ни к городу П. ±

Ответ: 0.

№7. Построим квадрат со стороной 1см и возьмем его сторону, как 2км. Тогда из одной вершины построим окружность с радиусом 0,5 см (примем, как за 1км), из второй 4,5см (как 9км), из третьей 2 см (как 4 км), из четвертой 2,5см (как 5 км)



Если бы Штирлиц сказал правду, то окружности пересекались бы в одной точке. Они не пересекаются, поэтому Мюллер не должен ему верить.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F08-01		ZS 37-19
№ группы	Вариант № 7082	шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Юманов

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 17. 01. 2001. **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 1. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Юм

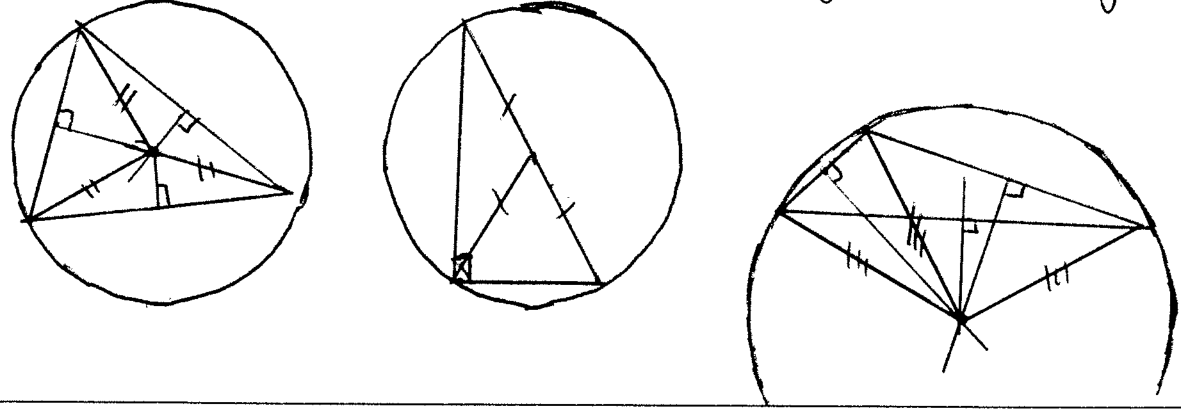
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Возьмём 5 линий электропередач: 1, 2, 3, 4 и 5. Пусть 1 идет в поселок П и 5 идет в поселок П: П ① ② ③ ④ ⑤ П. Тогда, какие 4 линии электропередач мы не взяли, среди них будет 1, которая идет в П. Пусть 2 идет в город М: П М П ① ② ③ ④ ⑤. Если мы возьмём, например, 3, 4 и 5, то среди них нет линий, идущих в М. Пусть 3 идет в М, тогда, если мы возьмём 4, 5 и 1, то среди них нет линий, идущих в М. Значит, 4 идет в М: П М М М П ① ② ③ ④ ⑤. У нас получилось, что среди выбранных каждых 5 линий нет тех, которые не идут ни в М, ни в П. (+)

Ответ: максимальное количество линий, не идущих ни в М, ни в П равно 0.

2. Если треугольник будет вращаться в своей плоскости, то получится ~~фигу~~ круг. Его ~~наименьшая~~ (+) площадь будет наименьшей в том случае, когда вершины треугольника ~~нат~~ принадлежат окружности полученного круга, значит центр окружности должен быть равноудалён от вершин треугольника. ~~Точка~~ Центра такой окружности называется центром описанной окружности.

Ответ: чтобы площадь круга была наименьшей, ~~центр окружности должен быть~~ ось вращения должна проходить через центр описанной окружности треугольника.



3. Пусть отцу x лет, матери – y лет, а сыну – z лет

$x+y+z=65$

$\underbrace{x-4}_{\text{отцу 4 года назад}} = (\underbrace{z-4}_{\text{сыну 4 года назад}})\cdot 9$

$x = 9z-36+4 = 9z-32$ = лет отцу

$9z-32+y+z=65$

$10z+y=65+32=97$

$y=97-10z$ = лет матери

$65-40=25=9+9+7$ – значит 7 лет назад сын только родился.

$z=7$.

$x=9z-32=63-32=31$ (год) – отцу

$y=97-10z=97-70=27$ (лет) – матери.

Проверка.

$31+27+7=65$; $65=65$ $\quad (31+27)-9\cdot 2=40$; $58-18=40$; $40=40$

Ответ: отцу 31 год.

4. Пусть ~~x – число минут, которых прошло~~
x – столько минут прошло после полудня.

За 1 минуту минутная стрелка поворачивается на $\frac{360}{60}=6^\circ$

За 1 минуту часовая стрелка поворачивается на $\frac{360}{12\cdot 60}=0{,}5^\circ$

$6x - 45 = 0{,}5x$

$6x-0{,}5x=45$

$5{,}5x=45$

$x=\frac{45}{5{,}5}\approx 8{,}(18)$ минут

Ответ: ~~стр~~ часы показывают время 12:08.

5. Печкин работает с 8ч до 16ч, т.е. $16-8=8$(ч) $= 8\cdot 60 = 480$ (мин.) $= 48\cdot 10 = 32\cdot 15 = 19\cdot 25+5$.

За это время тележка с письмами (Пи) успевает выехать и приехать 48 раз, тележка с бандеролями (Б) — 32 раза, а тележка с посылками (По) — 19 раз.

1) Т.к. $3\cdot 10 = 2\cdot 15 = 30$, то Пи встречается с Б каждые 30 мин, т.е. $\frac{480}{30} = 16$ раз за время работы Печкина.

2) Т.к. $10\cdot 10 = 4\cdot 25 = 100$, то Пи встречается с По каждые 100 минут, т.е. $\frac{480}{100} = 4{,}8 \approx 4$ раза за время Печкина.

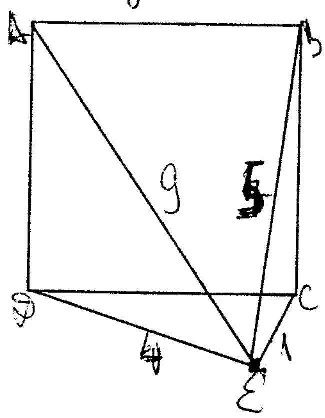
3) Т.к. $5\cdot 15 = 3\cdot 25 = 75$, то Б встречается с По каждые 75 минут, т.е. $\frac{480}{75} = 6{,}4 \approx 6$ раз за время работы Печкина.

При встрече Пи и Б грузится Б. (16 раз, см. п. 1)
при встрече Б и По грузится По (4 раза, см. п. 2)
при встрече Пи и По грузится По (6 раз, см. п. 3)

Пи грузится $48-16-6 = 26$ (раз)
Б грузится $32-4 = 28$ раз
По грузится 19 раз.

(+)

Ответ: Печкин за 1 рабочий день успеет отправить 26 тележек для писем, 28 тележек для бандеролей, 19 тележек для посылок.

7. 

1) Пусть A, B, C, D — радиостанции в Берлине, E — советский радиопередатчик. Если Штирлиц сказал правду, то $AE=9$, $BE=5$, $CE=1$, $DE=4$ км.

~~2)~~ 2) Пусть $AD = BC = CD = AD = x$

3) в $\triangle ADE$: $9-4 < x < 9+4$; $5 < x < 13$

4) в $\triangle BCE$: $4 < x < 6$

(+)

Рассмотрены не все случаи

5) Δ ABE: $4<x<14$

6) Δ CDE: $3<x<5$

7) из п. 3 и п. 6 следует, что $x>5$ и $x<5$, чего быть не может, следовательно, Штирлиц сказал неправду.

Ответ: Мюллер не должен верить такому сообщению.

6. $2^0=1$ $2^{11}=2048$

$2^1=2$ $2^{12}=4096$

$2^2=4$ $2^{13}=8192$

$2^4=16$ $2^{14}=16384$

$2^5=32$ $2^{17}=131072$

$2^6=64$ $2^{20}=1048576$

$2^7=128$

$2^8=256$

$2^9=512$

$2^{10}=1024$

2

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

2015

X – число ~~раз~~ степеней, при которых добавляется 1 разряд.

$X=\frac{2015-4}{10}\cdot 3+1=\frac{2011}{10}\cdot 3+1=603{,}3+1=604{,}3\approx 604.$

X = число разрядов в $2^{2015}=604$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

205		UT24-95
№ группы	Вариант № 7072	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Юрова

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 16.05.2001. **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный, очный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015.
(число, месяц, год)

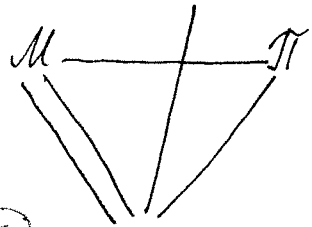
Подпись участника олимпиады: Юрова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7072 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UT24-95

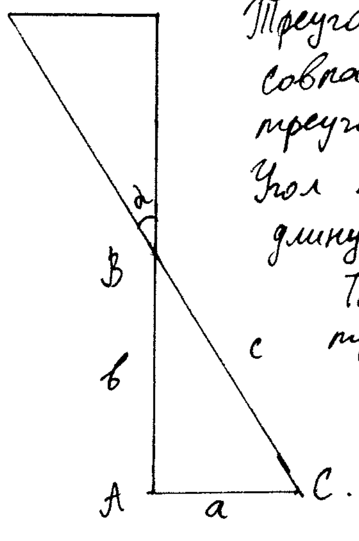
№1.



Изобразим линии электропередач на схеме. Есть 2 пункта - М и П. В каждый из них точно ведет хотя бы одна линия.
Так же можно провести ~~еще~~ одну линию, не ведущую ни в один из этих пунктов. ⊝
Если мы проведем четвертую линию в П, то не будет выполняться условие, что среди любых трех линий, одна ведет в М. Значит, эта линия должна тоже вести в М. Т.к. число всех линий может быть равно пяти, то осталось нарисовать последнюю линию. Она не может не вести в один из этих пунктов, т.к. уже есть 2 линии, не ведущие в М и 3 линии, не ведущие в П. Значит, она должна соединить М и П. Всего из этих пяти линий только одна не ведет ни в М, ни в П.
Ответ: 1 линия.

№2. ⊝

Если фигура получается из суммы вершины и треугольника, то одна из сторон треугольника должна быть на самое малое возможное количество меньше суммы двух других сторон. Тогда площадь самого треугольника будет наименьшей и, следовательно, сумма площадей тоже.
Другой вариант - если треугольник может накладываться на вершину α. Рассмотрим такой вариант на рисунке.



Треугольник $\triangle ABC$ при наложении может совпасть с вершиной α. Тогда угол $\angle B$ треугольника должен быть равен 30°.
Угол $\angle A$ может быть прямым. Обозначим длину AC - a, AB - b, BC - c.
Тогда по свойствам прямоугольного треугольника:

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2} \qquad \frac{c^2}{a^2+b^2} = \frac{1}{1}$$

№3.

Сравнивать сумму возрастов сейчас и 9 лет назад, прибавляя 9 к каждой переменной, обозначающей возраст, нельзя, потому что 9 лет назад в семье могло не быть сына. Пусть 4 года назад сыну было x лет, тогда отцу было $9x$ лет. Пусть матери сейчас y лет. Составим и решим уравнение:

$x+4+9x+4+y=65$

$10x+y=65-8$

$10x+y=57$

$10x=57-y$, значит $57-y$ должно делиться на 10.

Х, у не может быть 7 или 17. Пусть $y=27$, тогда

$10x=30$, $x=3$, $9x=27$

Тогда сейчас сыну 7 лет, а отцу 31 год. Проверим это: 9 лет назад в семье не было сына

$31-9+27-9=22+18=40$. Значит, отцу 31 год.

Ответ: 31 год.

+

№4.

1 минута $=360:60=6$ градусов

1 час $=360:12=30$ градусов.

$120:6=20$ (минут) - должно пройти.

Если 20 минут прошло после полудня, то часовая стрелка сдвинется на $5:\frac{60}{20}=5\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ делений.

Целое количество делений будет только тогда, если в этом случае будет не целое количество минут.

Если после полудня прошло 40 минут, то угол будет получаться с другой стороны и снова с не целым числом минут. Значит, минутная стрелка должна быть ровно на 12 и будет целое количество часов. Первый раз после полудня это произойдет когда часовая стрелка будет на 4, т.е. время будет 16:00.

Ответ: 16:00.

+

№5.

Если после своего прибытия тележка стоит 5 минут, то тележка с письмами будет уезжать каждые 15 минут, с бандеролями - каждые 20 минут, с посылками - каждые 30 минут. Весь рабочий день длится 8 часов или 480 минут. Тележки встречаются, если количество пройденных минут делится на оба числа.

Тогда тележки с письмами и бандеролями встречаются каждый час, с письмами и посылками - каждые 30 минут, с бандеролями и посылками - каждый час.

Печкин всегда будет грузить ~~посылку~~ тележку с посылками, потому что она приходит реже всех. Она ~~при~~ отходит каждые 30 минут и всего будет отправлена

$480:30=8:0,5=16$ раз.

Тележка с бандеролями должна быть отправлена $480:20=24$ раза. Но $\frac{1}{3}$ от всех раз она встречается с тележкой с посылками. ~~Ж~~ Поэтому она будет отправлена $24-24\cdot\frac{1}{3}=24-8=16$ раз.

Тележка с письмами должна быть отправлена $480:15=32$ раза. Но $\frac{1}{4}$ своего времени (когда будет 30 минут) она будет встречаться с тележкой с посылками и еще $\frac{1}{4}$ (когда будет 00 минут) - с обеими другими тележками.

$32-\frac{1}{2}\cdot 32=16$ раз - отправит тележку с письмами.

Ответ: тележки с каждым грузом по 16 раз.

±

№6.

$2^1=2,\ 2^2=4,\ 2^3=8,\ 2^4=16,\ 2^5=32,\ 2^6=64,\ 2^7=128,\ 2^8=256,$

$2^9=512,\ 2^{10}=1024,\ 2^{11}=2048\ldots$

Получается, что в степени числа 2, 3 числа идут подряд с одинаковым количеством цифр, следующие 3 числа - на 1 цифру больше и т.д.

$2015 : 3 = 971\frac{2}{3}$.

Получается, что в числе 2^{2015} - 971 знак.

$5^1=5$, $5^2=25$, $5^3=125$, $5^4=625$, $5^5=3125$, $5^6=15625$, $5^7=78125$.

Тогда со степенью числа 5 последовательность строится так: сначала идут 2 числа с одинаковым кол-вом знаков, потом 1 на 1 знак больше, потом 2 на 1 знак больше и т.д.

Объединим числа в группы по 3.

$2015 : 3 = 971\frac{2}{3}$ - среди 2-х оставшихся чисел, одно тоже больше другого. $971+1=972$.

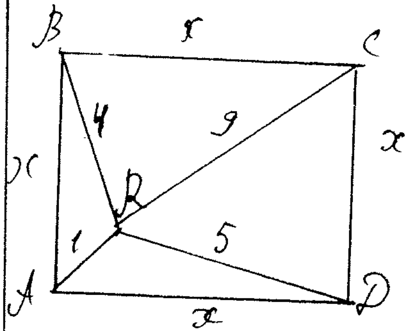
Еще 971 знак прибавим к 972, т.к. в группе из 3-х чисел какое-то больше другого на 1 знак.

$972+971=1943$ - знака в 5^{2015}

$971+1943=2914$ знаков - всего.

Ответ: 2914 знаков.

№7.



Рассмотрим квадрат ABCD площадью $x \times x$. Пусть R - точка внутри квадрата, обозначающая радиопередатчик. Рассмотрим, чему может быть равен x по основным свойствам треугольников.

$$\begin{array}{llcll} x<4+9 & x>9-4 & & x<13 & x>5 \\ x<5+9 & x>9-5 & \Rightarrow & x<14 & x>4 \\ x<1+5 & x>5-1 & & x<6 & x>4 \\ x<1+4 & x>4-1 & & x<5 & x>3 \end{array}$$

Получается, что x должен быть одновременно больше 5 и меньше 5, а это невозможно.

Ответ: не должен.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

3Н

№ группы

Вариант № 7092

МЮ 23-74

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Яшев

ИМЯ Вячеслав

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 16.10.99

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Выдан 4 лис

Вариант: 7092

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-04

~~Выдан доп. лист 1 шт~~

№ 1

1) Если среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М, то это значит, что линий, которые не идут в город М максимум 2, т.к. если их 3, то среди этих трех нет ни одной, идущей в город.

2) Если среди любых четырех есть хотя бы одна, идущая в поселок П, то линий, не идущих туда максимум 3, аналогично.

+

3) Возможен случай, когда число всех линий меньше 5:

Если 3 линии идет в ~~поселок~~ город М, а еще одна в поселок П. Тогда все условия выполняются: среди любых 3 есть М, а среди любых 4 (или всех 4) есть линия в П.

4) Если число линий не меньше 5, то среди любых 5 городов не найдутся линии, которые не ведут ни в город М ни в поселок П, т.к. все, кроме двух будут идти в М - в худшем случае, и все, кроме трех - в П, то есть если линий 5, то 3 из них идут в М, а 2 в П, если же линий больше 5, (линий, идущих в М больше 3), то все, кроме двух идут в М и все, кроме трех идут в П, то есть линий, не идущих в П должно быть не больше 3, но линий, ведущих туда > 3, то достаточно - противоречие, то есть не может быть того, что всего линий больше 5, ~~...~~, а случай с 5 мы уже рассмотрели, ч.т.д.

Ответ: число всех линий может быть меньше 5, не смог их не ~~больше~~ меньше 5, то не найдется среди любых 5 линий, которая не ведет ни в М, ни в П.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

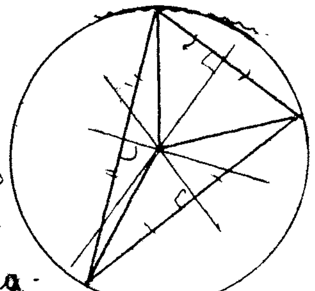
ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 23-74

№ 2.

1) Среди всех точек треугольника найдется такая, которая будет дальше от оси вращения сильнее всех; она будет описывать окружность (точки) наибольшего радиуса. Эта точка будет верш. треугольника, т.к. ось ~~лежит~~ лежит между вершинами.

2) При вращении треугольника вокруг оси будет образовываться некоторая часть круга, заключенная между окружностью с данным радиусом и окружностью с радиусом, равным наименьшему расст. от оси вращения до точки треугольника.

3) Чтобы площадь этой части была наименьшей нужно, чтобы радиус круга был наименьшим, а это возможно, когда расст. от оси вращения до наиболее отдаленной от неё точки треугольника - до вершин треугольника были равны. Это значит, что ось вращения - центр ~~вп~~ описанной окр-сти - точка перес. серед. перп. к стор. треугольника.



(7)

Ответ: точка пересечения серед. перп. к стор. треугольника.

№ 4.

1) Минутная стрелка за одну минуту проходит $\frac{360}{60} = 6^\circ$.

Часовая стрелка за одну минуту проходит: $\frac{360}{12 \cdot 60} = 0{,}5^\circ$.

2) Для нахождения угла между часовой и минутной стрелкой в конкр. момент времени надо умножить кол-во минут после полуночи на $0{,}5^\circ$ - получим угол, опис. ~~часов~~ часовой стрелкой за это время, умножить остаток от деления на 360 числа минут после полуночи ~~на~~ на 6° - получим угол описанный минутной стрелкой ~~после~~ с начала часа.

3) Тогда, ~~взяв это разность~~ ~~второе значение~~ найдя разность этих значений, мы получим угол между минутной и часовой стрелкой в

4) Будем находить углы между часовой и минутной стрелкой в моменты, когда они находятся близко.

5) Впервые раз, когда этот угол будет равен 2°, это произойдет в 20:44: после полуночи пройдет 524 минуты:

$$2 = |524 \cdot 0{,}5 - 44 \cdot 6| = |262 - 264| = 2.$$

почему?

Ответ: в 20:44.

№ 5.

~~1) Если он оставит некоторое кол-во денег дома, то в худшем случае, большую половину денег он потеряет и другое со вложения удвоится, тогда у него будет меньше 600000.~~

~~2) Значит, если он оставит деньги, ему нужно [illegible]~~

1) Если он оставит некоторое кол-во денег дома, то в правильном вложении он [illegible] разделит оставшееся на три части и положит в три банка. Тогда, ~~в банках он~~ у банков он через год получит меньше 200·3+ +200·2 = 1000 тысяч (миллиона), и ~~др~~ дома у него останется некоторая сумма, которая вместе с полученными в банке в сумме ~~[illegible]~~ даст меньше миллиона. ? Почему

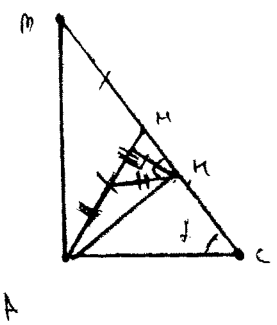
2) Но при правильном вложении в банки и при вложении всех [illegible] в каждый банк он гарантированно получит ~~в худш~~ 200·3+200·2 = 1000 тыс (миллион денег): по 200 тыс. в каждый банк он гарантированно получит в худшем случае (он). - так будет лучшим вариантом даже в худшем случае.

Недостаточное обоснование

±

Ответ: по 200000 в каждый банк, и через год он получит 1000000 рублей.

№ 6.



Решение:

1) Так как ~~[illegible]~~ медиана, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы, то ~~медиана~~ гипотенуза длиной половине длины равна $\frac{1}{2}BC = 320$ м треугольного: 160 м ... ~~5-10 м от~~ 5-10: $\frac{640}{24}$ = S 5-10 треугольника = 40 м

Дано:
ABC - треугольник
BC = 640
$\angle C = \frac{11}{24}\pi$
AM - медиана
AH высота.
Найти: гипотенузу треугольника,

~~2) Все треугольные треугольники, [illegible] в [illegible]~~

2) Найдем $\angle MAH = \angle MAC - \angle HAC = \angle - (90 - \alpha) = 2\angle$, т.к. $\angle MAC = \angle MAH$ $= \angle$, т.к. ~~AH~~ = AMC - (1/8)

Ответ: гипотенуза 5-10 прямоугольного треугольника равна 40 м

неполное решение

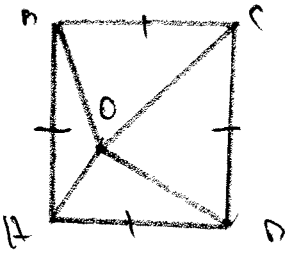
∓

№7.

1) Миниерунке стоит верить наному сообщению, т.к. не может быть, чтобы расстояние от некоторой точки до вершин квадрата равнялось 1, 9, 4 и 5, т.к. рассмотрев треугольники, образовавшиеся линиями от расстояний до данной точки, мы получим формулу для неравенства треугольника, выходит из каких треугольников есть ~~сторона~~ равная сторона, т.к. расстояние верш. квадрата.

2) Это нер-ва треугольника или такого решения стороны, которая удов. бы всем нер-вам.

⊖



Ответ: нельзя верить наному сообщению.

№3.

⊖

1) $x^2+px+q=0$

$D=p^2-4q=0$

$p^2=4q$

$x=\frac{-p}{2}$

2) $T(T(x))= x^4+p^2x^2+q^2+2x^3p+2x^2q+2pqx+px^2+p^2x+q=$

$= x^4+4qx^2+q^2+2\sqrt{4q}\,x^3+2x^2q+2\sqrt{4q^3}\,x+\sqrt{4q}\,x^2+4qx+q.$

3) $T(T(T(x)))=(T(T(x)))^2+p(T(T(x)))+q=0$

$D=0$, т.к. $x^2+px+q=0$ имеет ед. кор.

$T(T(x))=\frac{-p}{2}$

$T(T(x))=x.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7102

ИУ 49-32

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Skoblева

ИМЯ Елена

ОТЧЕСТВО Валерьевна

Дата рождения 18.06.1998

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦЭ 49-32

Выдан 1 подписью

№1 Число линий должно быть не меньше 4, чтобы выполнялось условие.

Допустим, число линий меньше 5. Тогда, как минимум 2 ведут в М, и одна к поселку П. $2+1=3<4$. Таким образом, число всех линий может быть равно 4, что меньше 5.

Допустим, число линий не меньше 5. Т.к. среди любых трех линий 1 всегда ведет к городу М, то есть всего 2 линии, которые не ведут к М. И три линии, которые не ведут в П. Но одна линия не может вести и в город М и в пос. П, следовательно, как минимум 2 линии ведут в пос. П => нет таких линий, которые не ведут ни в М, ни в П.

№2
$$\begin{cases} tg\, x \in Z \\ tg\, 2x \in Z \end{cases}$$

$x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in Z$, т.к. $tg\, 2x = \varnothing$ =>

=> $tg\, x \neq \pm 1$

$\cos x \neq 0$

$\cos 2x \neq 0$

$$tg\, 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} =$$

$$= \frac{(\cos x + \sin x)^2 - 1}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{(\cos x + \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 1)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} =>$$

=> $(\cos x + \sin x - 1) \vdots (\cos x + \sin x)$

или

$(\cos x + \sin x + 1) \vdots (\cos x + \sin x)$, что возможно лишь при условии, что $\sin x + \cos x = 1$

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases} =>$$

$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = (\sin x + \cos x)^2 - 2\sin x\cos x =$

$= 1 - 2\sin x\cos x = 1$

$\sin x \cos x = 0$

т.к. $\cos x \neq 0 \Rightarrow \sin x = 0$

$x = \pi n,\ n \in Z$

Отв: $x = \pi n,\ n \in Z$

№3 $x^2 + px + q = 0$

$T(x_1) = 0$

$T(T(x_1)) = (T(x_1))^2 + p(T(x_1)) + q$

$T(T(x_1)) = q$

$T(T(T(x_1))) = q^2 + pq + q$

$q^2 + q(p+1) = 0$

$q(q+p+1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} q = 0 \\ q + p + 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} q = 0 \\ q = -p - 1 \end{array}\right.$

$x^2 + px + q = 0$ имеет 1 корень

$x^2 \pm 2x\sqrt{q} + q = 0$

$p = \pm 2\sqrt{q}$

$\cancel{(x \pm \sqrt{q})^2 = 0}$

$\cancel{x = \pm\sqrt{q}}$ $\cancel{x = \mp\sqrt{q}}$ $(x \pm \sqrt{q})^2 = 0$

$x = \mp\sqrt{q}$

$q + 2\sqrt{q} + 1 = 0$

$(\sqrt{q} + 1)^2 = 0$

$\sqrt{q} = 1$, что невозможно $\Rightarrow$

$\Rightarrow q - 2\sqrt{q} + 1 = 0$

$(\sqrt{q} - 1)^2 = 0$

$\sqrt{q} = 1 \Rightarrow q = 1$

$\Downarrow$

$x = 0$

$x = \pm 1$ Отв: $-1; 0; 1$

№4 Угол, составляющий 1 минуту $= \frac{360}{60} = 6^\circ$,
1 час $= \frac{360}{12} = 30^\circ$ =>
=> каждую минуту часовая проходит
=> $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}^\circ$

~~Рассм~~: Такое не могло случиться в течение часа после полудня, т.к. минутная сразу же бы обогнала часовую.

Рассм: 2ч 10мин: час: 65°. Разность
мин: 60° между =>
углами равна 5°.

2ч 11мин: час: $65{,}5^\circ$
=> мин. 66°, что не подх. под условие

3ч 15 мин = 195 мин: часовая: $97{,}5^\circ$
мин.: 90° =>

=> 3ч 16 мин: час: 98°
мин. 96°

$98^\circ - 96^\circ = 2^\circ$

Ответ: 3ч 16 мин

№5 Т.к. мы не знаем, какой из банков разорится, мы положим в каждый одинаковую сумму денег. Чем больше денег Иван Иванович решит никуда не вкладывать, тем меньший доход он получит. Пусть он положит в каждый банк по x денег, y — оставит себе.

$3x + y = 600\,000$

Тогда $5x + y$ — доход. Очевидно, что, чтобы получить в итоге как можно большую сумму, $y = 0$. Таким образом, $x = \frac{600\,000}{3} = 200\,000$,
доход $= 5 \cdot 200\,000 = 1\,000\,000$

Ответ: по 200 000 в каждый банк; 1 000 000

№7 Пусть $a_1;\ a_2;\ a_3$ – длины
$b_1;\ b_2;\ b_3$ – высоты.
k – коэф. геомет. прог.

$$\begin{cases} a_3 b_3 = 15 \\ a_2 b_2 = 60 \\ a_1 b_1 = 180 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 30 \\ b_2 = k b_3 \\ b_1 = k^2 b_3 \end{cases}$$

$$\frac{15}{b_3} + \frac{60}{k b_3} + \frac{180}{k^2 b_3} = 30$$

$$\frac{15k^2 + 60k + 180}{k^2 b_3} = 30$$

$$\frac{k^2 + 4k + 12}{k^2 b_3} = 2$$

+

$$k^2 + 4k + 12 = 2k^2 b_3$$

$$k^2(2b_3 - 1) - 4k - 12 = 0$$

$$D_1 = 4 + 12(2b_3 - 1) = 0$$

$$4 + 24b_3 - 12 = 0$$

$$24b_3 = 8 \Rightarrow b_3 = 3 \text{ дм}$$

$$a_3 = \frac{15}{b_3} = \frac{15}{3} = 5 \text{ дм}$$

$3a_3 + 3p = 30$, p – ~~мно~~ коэф. арифм. прог.

$3p = 15$

$p = 5 \Rightarrow \begin{matrix} a_2 = 10 \\ a_1 = 15 \end{matrix} \Big| \Rightarrow \begin{matrix} b_2 = 6 \\ b_1 = 12 \end{matrix} \Big| \Rightarrow k = 2$

I ступень: 15×12

II ступень: 10×6

III ступень: 5×3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		BF 55-43
№ группы	Вариант № 7112	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Якубенко

ИМЯ Наталья

ОТЧЕСТВО Валерьевна

Дата рождения 04.03.98 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:**

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

выдан дополнительный лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

выдан дополнительный лист

Вариант: 7112

Шифр не заполнять! ⇨ BF 55-43

① Проведя аналогию со свойствами делимости чисел, предположим, что М=(численный эквивалент). Т.к. по условию среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая в город М, т.е. последовательность предприятий кратна М(3). Аналогично сопоставим предприятие города П с числом 4, т.е. одна из четырех линий всегда ведет в город П | Вы рассмотрели случай а это не удовл. условию

Таким образом, чтобы линия была связана и с предприятиями города М и П достаточно четырех линий (т.к. четыре последовательных числа (города) всегда кратны (т.е. встречаются) 3(М) и 4(П). При этом невозможно найти кол-во линий удовлетворяющих условию, что они не ведут ни в М, ни в П, так как при кол-ве линий больше пяти всегда найдутся числа (города) делящиеся (встречающиеся) на 3(М) и на 4(П)

② Т.к. требуется найти такие x, что $tg\,x$ и $tg\,2x$ были целыми числами, то и их разность является целым числом

$tg\,x - tg\,2x = Z$, Преобразуем данное выражение

$$tg\,x - \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{2\cos x \sin x}{2\cos^2 x - 1} = \frac{\sin x(2\cos^2 x - 1) - 2\cos^2 x \sin x}{\cos x(2\cos^2 x - 1)} =$$

$$= \frac{-\sin x}{\cos x(2\cos^2 x - 1)} = \frac{-tg\,x}{\cos 2x}$$, это выражение принимает целое значение при $x = \pi n,\ n \in Z$ $\quad \frac{-tg\,\pi}{\cos 2\pi} = 0$ и т.д.

При $x = \pi n, n \in Z$ выражение $2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$, $2015^{tg\,x} = 1$ +

④ Градусная мера круга 360

В часе 60 минут, следовательно на 1 минуту приходится 6°, а (на 1 час приходится 360 : 12 = 60 мин), а для часовой стрелки смещение равно $360 : 12 : 60 = 0{,}5^\circ$

Разница между часовой и минутной стрелкой должна быть 2°

то составим уравнение движения стрелок

$|n \cdot 6 - (m \cdot 30 + n \cdot 0{,}5)| = 2$, где n - кол-во минут, m - часов

$|5{,}5n - 30m| = 2$

$m = \frac{5{,}5n \pm 2}{30}$, т.к. должно пройти минимальное время с полудня, нужно найти минимальное m, при котором выполняется условие $m, n \in N$

Методом подбора найдем пару m и n.

$m = 3$, то

$5{,}5n = 88$

$n = 16$

(при $m < 3$ $n \notin N$)

Следовательно после полудня прошло 3 часа 16 мин.

Текущее время - 15:16

+

Ответ: 15 часов 16 мин.

⑤

I б $x \to x \cdot 2$

II б $y \to y \cdot 3$

III б $z \to 0$

Дом $d \to d$

надо доказать!

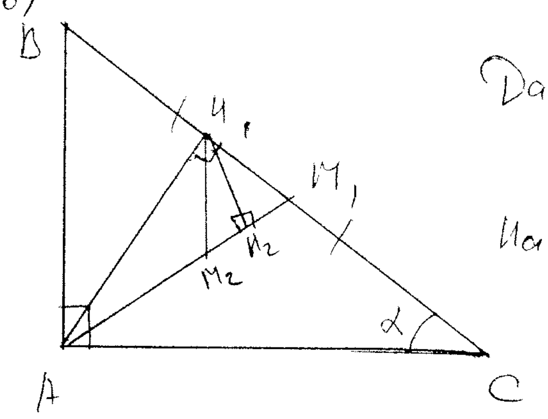
Т.к. Иван Иванович не знает, что произойдет с деньгами в определенном банке, то рациональнее всего разделить 600 000 р. между тремя банками поровну (200 000 р), чтобы избежать самого плохого исхода (потеря максимального вклада) В этом случае он получит 1 000 000 р (2·200 000 + 3·200 000)

Стоит заметить, что если разделить деньги на четыре части между банками и домом по 150 000 р, то он получит лишь 900 000 р (150 000·3 + 150 000·2 + 150 000).

Ответ: рационально разместить деньги в 3 банках по 200000 р; получит - 1 000 000 р.

+

6)



Дано: $\angle BCA = \alpha = \frac{11\pi}{24}$

$BC = 640$ м

Найти: S_5; H_5M_5

Решение

① $AB = BC \cdot \sin\alpha = BC \cdot \sin\frac{11\pi}{24}$

$AC = BC \cdot \cos\frac{11\pi}{24}$

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{AH_1 \cdot BC}{2}$

$AH_1 = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{BC^2 \sin\frac{11\pi}{24} \cdot \cos\frac{11\pi}{4}}{BC} = \frac{BC \cdot \sin\frac{11\pi}{12}}{2} = 320 \cdot \sin\frac{11\pi}{12}$

$AM_1 = M_1B = MC = 320$ $\left(\frac{BC}{2}\right)$

$H_1M_1 = \sqrt{AM_1^2 - H_1A^2} = \sqrt{320^2\left(1 - \sin^2\frac{11\pi}{12}\right)} = 320 \cdot \cos\frac{11\pi}{12}$

$S_{AH_1M_1} = \frac{1}{2} AH_1 \cdot H_1M_1 = \frac{320 \cdot \sin\frac{11\pi}{2} \cdot 320 \cdot \cos\frac{11}{2}\pi}{2} = \frac{320^2 \cdot \sin\frac{11\pi}{6}}{4}$

②

? $H_1H_2 = \frac{320 \cdot \sin\frac{11\pi}{6}}{2} = 160 \sin\frac{11\pi}{6}$, аналогично ①

Заметим, что H_4H_5 (высота 5 треугольника) будет равна

$H_4H_5 = \frac{BC}{2^5} \cdot \sin\frac{11\pi}{24} 2^5 = 20 \cdot \sin\frac{44\pi}{3}$

$M_2H_1 = M_2A = M_2M_1 = \frac{BC}{2^2} = 160$

Аналогично

$H_4M_4 = \frac{BC}{2^5} = \frac{640}{32} = 20$

+

$H_2M_2 = \sqrt{M_2H_1^2 - H_1H_2^2} = 160 \cdot \cos\frac{11\pi}{6}$

Аналогично для 5 треугольника

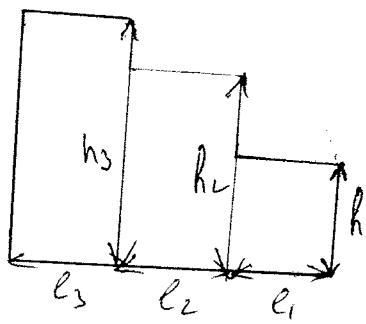
$H_5M_5 = \frac{BC}{2^5} \cdot \cos\frac{11\pi \cdot 2^5}{2 \cdot 4} = 20\cos\frac{44\pi}{3}$ – гипотенуза 5 треугольника

$S_{M_5H_5H_4} = \frac{1}{2} H_5M_5 \cdot H_4H_5 = \frac{20 \cdot \cos\frac{44\pi}{3} \cdot 20 \sin\frac{44\pi}{3}}{2} = \frac{400 \cdot \sin\frac{88\pi}{3}}{4} =$

$= 100 \cdot \sin\frac{88\pi}{3}$

Ответ: $H_5M_5 = 20 \cdot \cos\frac{44\pi}{3}$; $S_{M_5H_5H_4} = 100 \cdot \sin\frac{88\pi}{3}$.

7



$\left.\begin{aligned} l_1 &= l \\ l_2 &= l+d \\ l_3 &= l+2d \end{aligned}\right\} 30 дм$

Т.к. арифметическая прогрессия

$h_1 = h$

$h_2 = hq$

$h_3 = hq^2$

Т.к. геометрическа прогресса

$S = lh$

$S_1 = 15$ дм^2 | по условию

$S_2 = 60$ дм^2 |

$S_3 = 180$ дм^2 |

Составим систему уравнений

$\begin{cases} 1) \ l + l + d + l + 2d = 30 \Leftrightarrow l + d = 10 \\ 2) \ hl = 15 \\ 3) \ (l+d)hq = 60 \\ 4) \ (l+2d)hq^2 = 180 \end{cases}$

$d = 10 - l$, $l < 10$ ✓

Разделим 3 и 4 уравнения, получим

$\frac{(l+d)}{(l+2d)q}=\frac{1}{3}$ $lh=15$ ⊛

$qh=6$

$\frac{10}{(20-l)q}=\frac{1}{3}$ $\frac{l}{q}=\frac{15}{6}$

$l=\frac{15q}{6}$

$(20-l)q=30$ $q=\frac{6l}{15}$

$(20-l)\frac{6l}{15}=30$

$40l-2l^2=150$

$2l^2-40l+150=0$

$D=b^2-4ac$

$D=\sqrt{1600-1200}=20$

$l_{12}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

$l_1=\frac{40+20}{4}=15$ т.к. $l<10$

$l_2=\frac{20}{4}=5$ угодно

$h=\frac{15}{5}=3$ (из ⊛)

$d=10-5=5$ (из ⓥ)

$q=\frac{6}{3}=2$ $(q=\frac{6}{h})$, получим, что

$l_1=5$дм $l_2=10$дм $l_3=15$дм

$h_1=3$дм $h_2=6$дм $h_3=12$дм

Ответ: $l_1=5$дм; $h_1=3$дм; $l_2=10$дм; $h_2=6$дм; $l_3=15$дм; $h_3=12$дм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

MBF01-03

№ группы

Вариант № 7112

BF50-17

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Янисовецкий

ИМЯ Артем

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 22.12.97

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BF 50-17

Выдан доп. лист

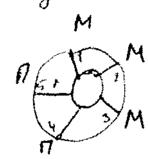
№1.

среди любых $3_х$ – М
среди любых $4_х$ – П

1) Число линий может быть меньше $5_{ти}$. Рассмотрим случай, когда линии – 4. (Э – электростанция)
Т. к. среди любых должна быть хотя бы одна линия ведущая в М, => 2 линии могут остаться свободными, пусть в М ведут 1 и 3 линии; тогда

пусть линия 2 ведёт в П, т.к. хотя бы одна из 2 или 4 должна идти в П. Таким образом условия соблюдены.

2) Число линий может быть больше ~~5~~ 5, но 5 свободных не найдётся:
а) Рассмотрим случай когда линий 5. Чтобы выполнялось



условие что среди любых $3_х$ хотя бы одна ведёт в М, должны остаться 2 свободные линии (пусть это будут 4 и 5); Тогда чтобы выполнялось условие что среди любых $4_х$ хотя бы одна ведёт в П, необходимо чтобы 4 и 5 обе вели в П. Общее число линий 5 – вариант возможен.
б). Пусть число линий 6 (или больше). По-прежнему необходимо чтобы 2 оставались свободными, а остальные вели в М. Пусть эти 2 линии обе ведут в П, но т.к. число линий ведущих в М 4 (или больше), поэтому взяв любые 4 линии, это могут оказаться линии ведущие в М, => условия не будут соблюдены, => Общее число линий может быть равно ~~либо 4~~, либо 5.

Ответ: 1) Да, может 2) Оно ~~либо меньше 5, либо равно 5.~~

+

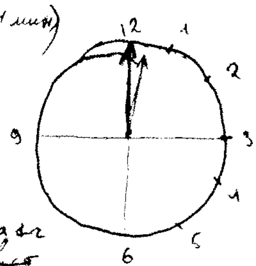
НЕ имеет отношения ко второму вопр. задачи

№4

1) Если угол между минутной и часовой 2°, => между ними $\frac{2}{360}$ части круга (часов). За один поворот минутная стрелка проходит $\frac{1}{60} = \frac{6}{360}$ круга. Часовая стрелка: $\frac{1}{12} = \frac{30}{360}$ круга.

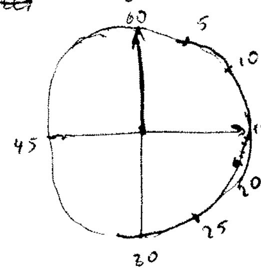
2) а) I час: М (минутная) $= \frac{6}{360}$; Ч (часовая) $= \frac{30}{360} \cdot \frac{6}{360} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{360}$. (за 1 мин)

между ними: $\frac{6}{360} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{360} = \frac{5 + \frac{1}{2}}{360}$.



б) II час: М $= \frac{36}{360}$; Ч $= \frac{30}{360} + \frac{30}{360} \cdot \frac{36}{360} = \frac{33}{360}$ (когда часовая ~~пожалуйст~~ прошла 1 ч, минутная 6 мин)

между ними: $\frac{36-33}{360} = \frac{3}{360}$



в) III час: М $= \frac{66}{360}$; Ч $= \frac{60}{360} ~~+ \frac{30}{360} \cdot \frac{78}{360}~~ = \frac{60}{360} + \frac{11}{60} \cdot \frac{30}{360} = \frac{65 + \frac{1}{2}}{360}$

(часовая прошла 2 ч, минутная 11 мин); между ними: $\frac{\frac{1}{2}}{360}$

2) В IV час: $M = \frac{96}{360}$; $Ч = \frac{90}{360} + \frac{16}{60} \cdot \frac{30}{360} = \frac{98}{360}$ (когда часовая прошла 3ч, минутная 16 мин)

между ними: $\frac{2}{360}$, => часы показывают: 3ч. 16 мин.

к. п. а) $M = \frac{5}{60}$; $Ч = \frac{30}{360} + \frac{30}{360} \cdot \frac{5}{60} = \frac{32 \cdot \frac{1}{2}}{360}$ (за 5 мин, когда часовая прошла 1ч.)

между ними: $\frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{360}$.

к. п. в) $M = \frac{10}{60}$; $Ч = \frac{60}{360} + \frac{30}{360} \cdot \frac{10}{60} = \frac{65}{360}$ (за 10 мин, часовая прошла 2ч)

между ними: $\frac{1}{360}$.

(3) В п. 2) были рассмотрены самые вероятные варианты, событие произошло впервые в 3ч. 16 мин.

Ответ: 3ч. 16 мин.

+

№ 5.

1) Самым разумным решением для Ивана Ивановича будет положить в каждый из банков по 200 тыс. руб; тогда: 1) $200 \cdot 2 = 400$
2) $200 \cdot 3 = 600$ +
3) $200 \cdot 0 = 0$

1 млн. руб. – максимально-возможный доход.

2) Рассмотрим остальные ситуации:

а) Дома деньги оставлять невыгодно, т.к. один банк удваивает, другой - утраивает, => намного выгоднее будет вложить все деньги, в конце года можно получить больше, чем оставил дома.

б) если суммы, которые будут вложены в банки не будут равны, то рассматриваем худший вариант:

1) максимальная сумма – сгорает, банк разоряется
2) средняя сумма – удваивается
3) малая сумма – утраивается

– таким раскладом невозможно добиться максимальной прибыли, превосходящей 1 млн. руб.

(Например 1) $300 \cdot 0 = 0$
2) $200 \cdot 2 = 400$ +
3) $100 \cdot 3 = 300$

700 тыс. руб.), => Ответ: в каждый банк по 200т. р.; 1 млн. руб.

Ответ не вполне обоснован.

±

№ 7

Дано: $S_1 = 15$; $S_2 = 60$; $S_3 = 180$; $a_1; a_2; a_3$ - ар. прог.; $b_1; b_2; b_3$ - геом. прог.;

1) $a_1;\ a_2 = a_1 + d;\ a_3 = a_1 + 2d;$

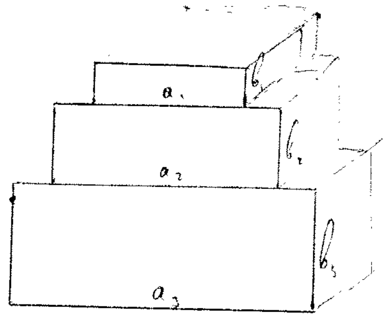
2) $b_1;\ b_2 = b_1 \cdot q;\ b_3 = b_1 \cdot q^2$.

3) $a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30 \mid :3$

$a_1 + d = 10 = a_2$ (1)



4) $S_2 = a_2 \cdot b_2; \Rightarrow b_2 = \frac{S_2}{a_2} = \frac{60}{10} = 6 = b_1 \cdot q;$

5) $S_1 = a_1 \cdot b_1;\ a_1 = 10 - d$ из (1); $b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{6}{q}, \Rightarrow 15 = (10-d)\cdot\frac{6}{q} \mid \cdot q$

6) $S_3 = a_3 \cdot b_3;\ a_3 = 10+d;\ b_3 = 6q, \Rightarrow 180 = (10+d)\cdot 6q$

7) Составим систему: $\begin{cases} 15q = (10-d)\cdot 6 \\ 180 = (10+d)\cdot 6q \end{cases}$ $\begin{cases} 15q = 60 - 6d \\ 180 = 60q + 6qd \end{cases}$ $\begin{cases} q = 4 - \frac{2}{5}d \\ 180 = 60q + 6qd \end{cases}$

$q = 4 - \frac{2}{5}d$

$180 = 60\cdot\left(4 - \frac{2}{5}d\right) + 6\left(4 - \frac{2}{5}d\right)\cdot d$ (*)

Решим (*)

$240 - \cancel{24d} + \cancel{24d} - \frac{12}{5}d^2 - 180 = 0$

$\frac{12}{5}d^2 = 60$

$12d^2 = 300$

$d^2 = 25$

$d = \pm 5$; ($d = -5$ - не удов. усл., т.к. сказано что длины увеличиваются).

$\boxed{d = 5}, \Rightarrow q = 4 - \frac{2}{5}\cdot 5 = 2$.

8) $b_1 = \frac{b_2}{q} = 3$; $b_3 = 12, \Rightarrow$ общая высота пьедестала: 21 дм.

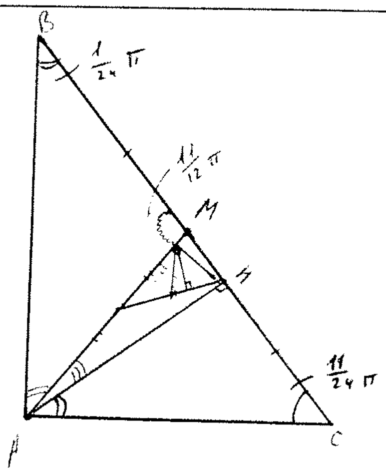
Длина пьедестала: $a_3 = a_1 + 2d = 15$ дм.

Ответ: высота: 21 дм; длина: 15 дм. ~~для какого~~

№6

Дано: $BC = 640$ м;
AM – медиана;
AH – высота;

h_5; S_5 = ?



1) В прямоугольном треугольнике медиана равна половине гипотенузы, => $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = 320$ м $= h_2$. Если провести следующую медиану прямоугольного треугольника, то она будет равна половине предыдущей, => $\Rightarrow h_3 = 160$ м; => $h_4 = 80$ м; => $h_5 = 40$ м.

2) $\angle ABC = \frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{1}{24}\pi$; $\angle CAH = \frac{\pi}{2} - \frac{11}{24}\pi = \frac{1}{24}\pi$; т.к. $BM = MA$, => $\Rightarrow \angle MBA = \angle MAB = \frac{1}{24}\pi$. В $\triangle MBA$: $\angle BMA = \pi - \frac{2}{24}\pi = \frac{11}{12}\pi$; $\angle MAH = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{24}\pi \cdot 2 = \frac{5}{12}\pi$, => $\angle \overset{AMH}{\cancel{AHM}} = \frac{1}{12}\pi$.

3) из $\triangle CAH$: сп п/у, => $AH = AC \cdot \sin\frac{11}{24}\pi$; $\triangle ABC \sim \triangle ACB$ (т.к. AH – высота из прямого угла), => $\frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB}$; $\frac{AC}{BC} = \frac{AC \cdot \sin\frac{11}{24}\pi}{AB}$, => $AB = 640 \cdot \sin\frac{11}{24}\pi$.

4)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

206		UT24-78	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7072	шифр	

ФАМИЛИЯ ЯСАФОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 06.09.2001 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.02.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Я

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

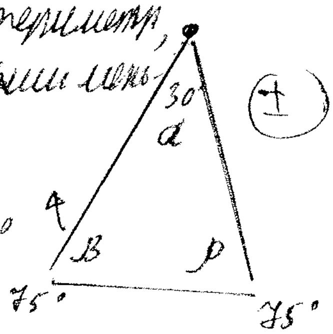
Вариант: 70 72

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UT24-78

№1 Если из 3 линий одна точно идёт в М, то лишь 2 линии не ведут в М, т.к если больше, это можно взять 3 линии, так чтобы они не вели в М. Если из 4 линий одна точно идёт в П, то линий не ведущих в П - 3. Значит максимальное кол-во линий не ведущих в П и М - 2 (−)

Ответ: 2.

№2 Образовываться будет окружность, причём радиус - большая сторона, заключающая уг. α. Если нам дан периметр, то нужно сделать так, чтобы боковые стороны были меньше, значит они должны быть равны, значит по свойству равнобедренного треугольника $\beta = \rho = 75°$ (т.к $\frac{180-30}{2} = 75°$). Пусть $15° - x$, тогда $30° - 2x$, $75° - 5x$. Против большего угла большая сторона => соотношение сторон $2:5:5$. (+)



Ответ: 2:5:5

№3 Сейчас всем вместе 65 лет, значит 9 лет назад должно было быть $65 - 9 \cdot 3$ (т.к в семье 3 человека и они жили одновременно.) $= 38$, значит сын родился $9 - 2 = 7$ лет назад => ему 7 лет. 4 года назад сыну было 3 года, а отцу $3 \cdot 9 = 27$, а сейчас ему $27 + 4 = 31$ год. Матери $65 - 31 - 7 = 27$ лет. (+)

Ответ: отцу - 31 год.

№4 За 1 час мин. стрелка проходит 180°, значит за 1 мин она проходит 3°. Часовая стрелка проходит за 1 час 15° (т.к часов 12 $\frac{180}{12} = 15°$), а за минуту $\frac{15}{60}$° Скорость удаления $3 - \frac{15}{60} = 2\frac{45}{60}$ град/мин $= \frac{165}{60}$ град/мин. Время = расст : скорость. Первоначально между стрелками 0°, а потом стало 120. 120 не дел нацело на $\frac{165}{60}$ (прошло целое кол-во минут). Число градусов должно быть кратно 11, т.к $165 = 5 \cdot 11 \cdot 3$, значит прошло ещё несколько часов $180 + 120 = 300$ не дел на 11, 480 - нет, 660 - да $660 : \frac{165}{60} = \frac{660 \cdot 60}{165} = 240$ мин $= 4$ часам $12 + 4 = 16{:}00$ часов. (+)

Ответ: 16:00

№5 На запуск тележки для писем надо 10+5=15 мин, на запуск тележки для бандеролей 15+5=20 мин, на тележку для посылок 25+5=30 мин. Тележка для ~~бандер~~ посылок приходит позже всех => её не отправляют пустой. Она проехала $480 : 30 = 16$ раз

16-8=8 часов=

8·60=480 мин.

Тележка бандеролей встречалась с тел. для посылок каждый час, значит она проехала $480 : 20 = 24 - 7$ раз = 17 раз

Тележка для писем с тележкой для бандеролей встречается каждый час, а с тележкой для посылок каждые пол часа. Итого меньше 15 поездок (8:30, 9:00, 9:30, 10:00, 10:30, 11:00, 11:30, 12:00, 12:30, 13:00, 13:30, 14:00, 14:30, 15:00, 15:30) $480 : 15 = 32 - 15 = 17$ раз

(+)

(+)

Ответ: тел. с письмами - 17
тел. с бандеролями - 17
тел. с посылками - 16

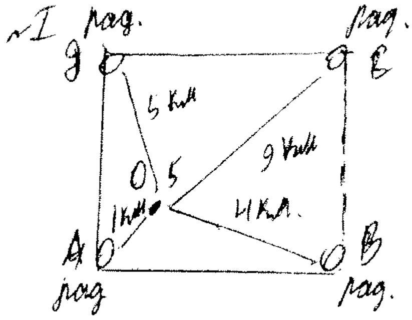
№6 ~~$2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$~~, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$,

$10^{2015} : 5^{2015}$ $10^{2015} : 2^{2015} = 2^{2015}$ 5^{2015}

(–)

№7 Рассмотрим несколько вариантов.

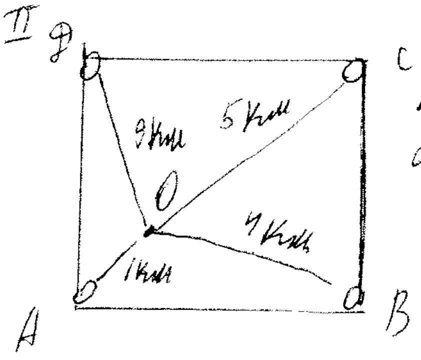
№I



расстояние от С до А.

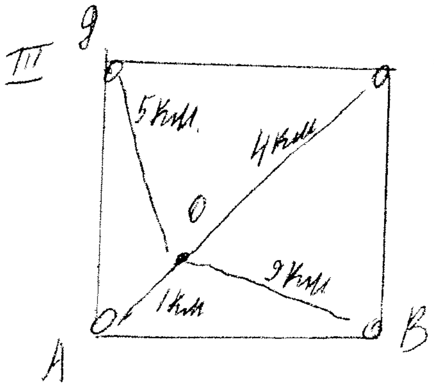
Минимальная ~~диаметр~~ такого квадрата 9 км, значит сторона квадрата больше 6, т.к. $5^2+5^2<9^2$, тогда Δ AOB - не может существовать, т.к. сумма 2 сторон треугольника больше третьей, а 1+4=5.

II



~~Мин отст~~ расстояние от Д до В = 9, тогда сторона квадрата больше 5, т.к $5^2+5^2<9^2$ 25+25<81, значит Δ AOB не может существовать (т.к 1+4=5)

III



Расстояние от Д до В < 9 км, тогда сторона квадрата больше 6, т.к. $6^2+6^2<81$ 72<81, тогда Δ ДОА не существует т.к 1+5=6, а сумма 2 любых сторон ~~любых~~ больше третьей.

Ответ. Не должен доверять.