Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ЕГ 90-39

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Александров

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 09.04.2005 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ал-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕГ 90-39

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Ответ: 3 хвоста у каждого головастика саблезубой лягушки.

	Ноги	Хвосты
Лягушка	4	? >1
Динозавр	5	1

Решение:

1) Докажем, что кол-во саблезубых лягушек должно быть кратно 5:

Пусть n - кол-во лягушек, а k - кол-во динозавров.

$100 = 4n + 5k$ - делится на 5

Одно слагаемое делится на 5, чтобы сумма делилась на 5, $n \vdots 5$ (n должно делиться на 5)

2) Тогда пусть x - кол-во хвостов у каждой лягушки, тогда

$$\left[\begin{array}{l} 5x + 16 = 64 \\ 10x + 12 = 64 \\ 15x + 8 = 64 \\ 20x + 4 = 64 \\ 25x = 64 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{48}{5} \times \\ x = \frac{52}{10} \times \\ x = \frac{56}{15} \times \\ x = 3 \\ x = \frac{64}{25} \times \end{array}\right.$$

т.к. кол-во хвостов не может быть ~~отрицательным~~ ~~или~~ дробным (нецелым)

, то у каждой саблезубой лягушки по 3 хвоста.

~~№2. Ответ: ~~Нет, не~~ нет; это невозможно.~~
~~Пусть такое возможно.~~

~~Решение: Пусть k - частное при делении n^2+n+2 на 2019~~

~~$\underbrace{n^2+n}_{чет}+\underbrace{2}_{чет}=2019k$, тогда k - четное, но~~

~~$n^2+n = 2019k - 2$~~

~~$n(n+1) = 2019k-2$~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. Ответ: доказано.

Решение: Всего отсеков: $11 \times 9 = 99$ шт

Всего заклепок: 200 шт.

Пусть можно так распределить заклепки, чтобы на каждом отсеке не было по 3, но тогда максимальное число заклепок в отсеке - 2 => максимальное кол-во заклепок всего: $2 \times 99 = 198$ шт, но $198 < 200$ => будет 2 лишние заклепки => => хотя бы в одном ~~лишне~~ отсеке будет 3 заклепки.

№4 Ответ: работников больше в отделе ~~Android~~ iOS

Решение:

+

Каждый работник Android отдела написал 7 а получил 15 => из iOS отдела к нему приходило, как минимум 8 сообщений из каждого человека.

В iOS отделе каждый отправил по 9 => из iOS отдела ушло как минимум по 6 сообщений от каждого сотрудника

Пусть кол-во работников Androida - k, а iOS - n, тогда

$8k = 6n$

$k = \frac{6}{8}n$ => в iOS отделе больше сотрудников.

Если какой-то из сотрудников отдела отправит больше писем в другой отдел, то и в его отдел придет на столько-же больше писем и ответ от этого не изменится (от порядка написания писем кол-во человек не меняется.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 Ответ: 3 золотника и 4 золотника.

Пусть n - число при прибавлении которого к показаниям на весах получается ~~~~ истинный вес. (n может быть отрицательным)

Тогда:

$$6+n=(3+n)(2+n);$$

$$6+n=5+2n$$

$$n=1$$

Тогда $6+1=7$ золотников весил порошок всего.

$3+1=4$ золотника ~~~~ оставила на весах Баба Яга.

$2+1=3$ золотника были отсыпаны

Итого, 4 золотника - 1-я часть, 3 золотника - 2-я часть.

+

№2. Ответ: Нет, не может.

$2019=3\times 673$ (делится на 3)

$n^2+n+2=n(n+1)+2$ произведение двух ~~последовательных~~ чисел ~~~~ всегда делится на 3, т.к ~~это число~~ Рассмотрим делимость последовательных чисел на 3.

1) $3k(3k+1) \Rightarrow \vdots 3$, либо

2) $3k(3k-1) \Rightarrow \vdots 3$, либо

3) $(3k+1)(3k+2)=9k^2+9k+2 \not\vdots 3$

∓

В 1-м и 2-м случаях понятно, что в случае $n(n+1)+2$ +2 будет портить делимость на 3, а в 3-м случае при прибавлении двойки получится $9k^2+9k+4$ и +4 будет портить делимость на 3 ⇒ n^2+n+2 ни в каком случае не делится на 3, а 2019 - делится.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ

Место проведения

UT 40-90

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ АМАНТАЕВ

ИМЯ АРТУР

ОТЧЕСТВО МАХМУДОВИЧ

Дата рождения 18.11.2003 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Амантаев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UI 40-90

Задание 1

Пусть головастиков триасовской диск. – a
головастиков саблезубов – $в$

Тогда всего ног можно посчитать: $5a+4в=100$

Пусть у головастика саблезуба – m хвостов, тогда всего хвостов:
$1\cdot a + m\cdot в = 64$

Решим систему ~~нер~~уравнений:

$$\begin{cases} 5a+4в=100 \ (1) \\ a+m\cdot в=64 \ (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\cdot в = 64-a \\ a=\frac{100-4в}{5} \end{cases} \Rightarrow m\cdot в = 64-\frac{100-4в}{5}$$

$$m\cdot в = 44+0{,}8в$$

$$m=\frac{44+0{,}8в}{в}$$

$в \vdots 5$

$0 \le в \le 25$ (из (1))

Рассмотрим все $в$ и будем искать натуральные m по ур-нию.

$в=5 \Rightarrow m\notin \mathbb{N}$

$в=10 \Rightarrow m\notin \mathbb{N}$

$в=15 \Rightarrow m\notin \mathbb{N}$

$в=20 \Rightarrow m=\frac{60}{10}=3$

$в=25 \Rightarrow m\notin \mathbb{N}$

$m=3$ (хвоста)

(+)

Ответ: 3 хвоста

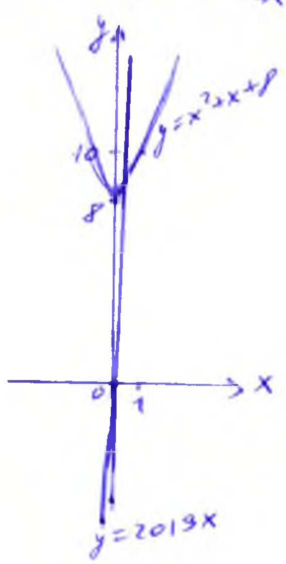
Задание 2.

Все числа кратные 2019 лежат на прямой: $y=2019x$

А все числа n^2+n+8 лежат на параболе: $y=x^2+x+8$

Построим их на одной координатной плоскости.

(±)



На графике видно, что точка пересечения прямой и параболы имеет не натуральные значения, значит, такой точки с нат. знач. нет.

Прямая и парабола пересекаются лишь в ~~двух~~ точках

Для достоверности проверим это алгебраически:

$y_1=y_2 \Rightarrow x^2+x+8=2019x$

$x^2-2018x+8=0$

$D=4072324-32=4072292>2017^2$

$x=\frac{2018\pm\sqrt{4072292}}{2} \notin \mathbb{Z}$

$\notin \mathbb{N}$, ч.т.д.

Ответ: нет, ни при каких натуральных n.

Задание 4

	N, кг/день	t, дней	V, кг
$П_1$	a	x	ax
$С_1$	в	x	вx
$П_2$	a	45	45a = вx
$С_2$	в	20	20в = ax

$\left.\begin{matrix} ax \\ вx \end{matrix}\right\} 100$

a – Прожорливость Пончика
в – прожорливость Сиропчика
x – время при первом поедании

Знаная объём общей кладовой и время при их разговоре, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} ax+вx=100 & (1) \\ ax=20в & (2) \\ вx=45a & (3) \end{cases}$$

(2) и (3) в (1): $45a+20в=100$

$\underline{9a+4в=20}$ (4)

(2):(3): $\frac{a}{в}=\frac{4в}{9a} \Rightarrow 9a^2=4в^2$

$|3a|=|2в|$

$3a=2в$ (a и $в \in N$)

В (4): $6в+4в=20$

$\underline{в=2}$

$a=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ (кг/день)

(1): $x(a+в)=100$

$x=\frac{100}{a+в} \Rightarrow x=\frac{100}{2+\frac{4}{3}}=\frac{100}{\frac{10}{3}}=\frac{300}{10}=30$

$ax=40$ (кг)

$вx=60$ (кг)

+

Ответ: Пончик: $1\frac{1}{3}$ (кг/день), 40 (кг)
Сиропчик: 2 (кг/день), 60 (кг)

Задание 5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

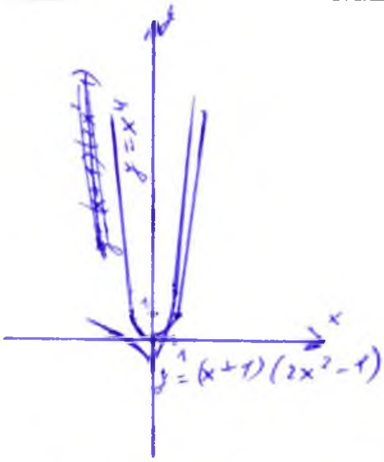
$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)+\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2-1}\right) \cancel{+\left(\frac{1}{x+2}+\ldots\right)} \vee 1$ (сравним с единицей)

$\frac{(x+1)(x^2-1)+x^3}{x^2(x^2-1)} \vee 1$

$2x^3+x^2-x-1 \vee x^4-x^2$

$(x+1)(2x^2-1) \vee x^4$

Построим графики: $y=(x+1)(2x^2-1)$, $y=x^4$ и посмотрим на точки их пересечения



На графике видно, что после точки пересечения (~~…~~ $\approx 0{,}6; \approx 0{,}5$) график $y=(x+1)(2x^2-1)$ ~~идёт выше~~ $y=x^4$, т.е. имеет большее значение, значит, при $x>1$

$(x+1)(2x^2-1) > x^4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} > 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \ldots + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} > 1 \Rightarrow$

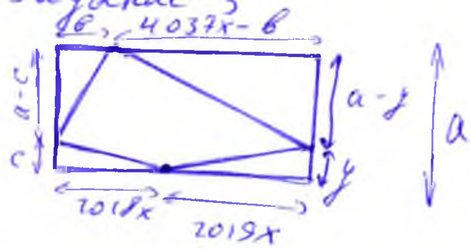
$\Rightarrow$ корней нет

нет чёткого обоснования ответа

Ответ: уравнение не имеет решений

∓

Задание 3



$S_1 = 2\sqrt{a^2+(4037x)^2}$

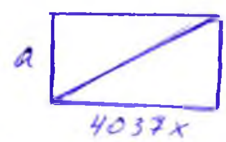
$S_2 = K_1+K_2+K_3+K_4$

$K_1 = \sqrt{(2019x)^2+y^2}$

$K_2 = \sqrt{(a-y)^2+(4037x-в)^2}$

$K_3 = \sqrt{(a-c)^2+в^2}$

$K_4 = \sqrt{c^2+(2018x)^2}$



почему?

Для минимального расстояния необходимо, чтобы $y=c$, $в=2019x$, но и тогда $S_1 < S_2$, значит, это сделать невозможно.

Отношение я найти не смог

Ответ: невозможно

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ, г. Волжский

Место проведения

УР32-71

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Анисимова

ИМЯ Вероника

ОТЧЕСТВО Артёмовна

Дата рождения 06.03.2005 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: А

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УР32-71

Задача 1.

Количество ног у 5ти-ногих должно делиться нацело на НОК (5;4), т.к. кол-во ног у 4-ногих должно делиться на 4, а 100:4 и 100:5.

НОК (5;4) = 20

Произведем небольшой перебор:

1) 5ти-ногих 4 шт. ⇒ $100-5\cdot4=80$ – ног у 4-ногих ⇒ $80:4=20$ (шт.) - 4-ногих
⇒ хвостов у 4-ногих: $\frac{64-4\cdot1}{20}=3$ - целое

2) 5ти-ногих 8 шт. ⇒ $100-5\cdot8=60$ - ног у 4-ногих ⇒ $60:4=15$ (шт.) - 4-ногих
⇒ хвостов у 4-ногих: $\frac{64-8\cdot1}{15}=\frac{56}{15}$ - нецелое

3) 5ти-ногих 12 шт. ⇒ $100-5\cdot12=40$ - ног у 4-ногих ⇒ $40:4=10$ (шт.) - 4-ногих
⇒ хвостов у 4-ногих: $\frac{64-12\cdot1}{10}=\frac{52}{10}$ - нецелое

4) 5ти-ногих 16 шт. ⇒ $100-5\cdot16=20$ - ног у 4-ногих ⇒ $20:4=5$ (шт.) - 4-ногих
⇒ хвостов у 4-ногих: $\frac{64-16\cdot1}{5}=\frac{48}{5}$ - нецелое

5) 5ти-ногих 20 шт. $100-5\cdot20=0$ - ног у 4-ногих ⇒ противореч.

Заметим, что целое число хвостов у головастика саблезубой лягушки получилось только в 1 случае, когда 5ти-ногих было 4шт, а 4-ногих - 20 шт. ⇒ у головастиков саблезуб. лягушки 3 хвоста.

Ответ: 3 хвоста.

10

Задача 3.

1) $9 \cdot 11 = 99$ (см²) – S прямоугольника.

2) $99 : 1 = 99$ – кол-во отсеков со стороной 1 см.

3) $200 : 99 = 2$ (ост. 2)

← минимальное кол-во точек в одном отсеке, но есть ~~остаток~~ 2

По принципу Дирехле найдётся отсек, на который приходится 3 или более заклепки.

(+)

Задача 2

~~$n^2+n+2 = n(n+1)+2 \Rightarrow n(n+1)$ должно делиться на $2019k-2$, где k - натур. число~~

~~Заметим, что $n(n+1)$ – произведение 2-х последовательных натур чисел ⇒ одно из них чётно, другое - нет ⇒ их произведение чётное натур число~~

Значит, $2019k-2$ – чётное

Посмотрим, на какие цифры может оканчиваться произведение 2х последоват. натуральных чисел.

$1\cdot 2 = \underline{2}$ Только на цифры 0, 2 и 6.
$2\cdot 3 = \underline{6}$
$3\cdot 4 = 1\underline{2}$
$4\cdot 5 = 2\underline{0}$
$5\cdot 6 = 3\underline{0}$
$6\cdot 7 = 4\underline{2}$
$7\cdot 8 = 5\underline{6}$
$8\cdot 9 = 7\underline{2}$
$9\cdot 10 = 9\underline{0}$
и т.д. – закономерность

Теперь посмотрим на какие цифры может оканчиваться число $(2019k-2)$

$2019\cdot 1-2 = \ldots\underline{7}$ На все цифры от 0 до 9.
$2019\cdot 2-2 = \ldots\underline{6}$
$2019\cdot 3-2 = \ldots\underline{5}$
$2019\cdot 4-2 = \ldots\underline{4}$
$2019\cdot 5-2 = \ldots\underline{3}$
$2019\cdot 6-2 = \ldots\underline{2}$
$2019\cdot 7-2 = \ldots\underline{1}$
$2019\cdot 8-2 = \ldots\underline{0}$
$2019\cdot 9-2 = \ldots\underline{9}$
$2019\cdot 10-2 = \ldots\underline{8}$
и т.д. – закономерн

Подберём минимальное n.

1) $2019\cdot 2-2=n(n+1)=4036$

$62\cdot 63$: 186, 372, $3806<4036$

$67\cdot 68$: 536, 402, $4556>4036$

2) $2019\cdot 6-2=n(n+1)=12112$

$101\cdot 102$: 202, 101, $10302<12112$

$111\cdot 112$: 222, 111, 111, $12432>12112$

$103\cdot 104$: 412, 103, $10712<12112$

$113\cdot 114>12112$, т.к. $111\cdot 112>12112$

$106\cdot 107$: 742, 106, $11342<12112$

$108\cdot 109$: 972, 108, $11772<12112$

3) $2019\cdot 8-2=n(n+1)=16150$

$114\cdot 115$: 570, 114, 114, $13110<16150$

$115\cdot 116$: 690, 115, 115, $13340<16150$

$119\cdot 120$: 238, 119, $14280<16150$

$124\cdot 125$: 570, 248, 124, $15450<16150$

$125\cdot 126$: 750, 250, 125, $15750<16150$

$129\cdot 130$: 387, 129, $16770>16150$

~~4) $2019 \cdot 12 - 2 = n(n+1) = 24226$~~

~~$152 \cdot 153 = 23256 < 24226$~~

~~$157 \cdot 158 = 24806 > 24226$~~

~~При перемножении 2х подряд идущих чисел не может получиться число $(2019k - 2)$, что показывает непосредственная проверка.~~

~~Ответ: $n^2 + n + 2 \not\vdots 2019$~~

Задача 4.

Пусть в отделе Android работает x чел., а в отделе iOS работает y человек.

Так как кол-во отправленных сообщений равно кол-ву полученных, то можно составить уравнение:

$$\underbrace{7x + 15y}_{\text{отправленно всего}} = \underbrace{15x + 9y}_{\text{полученно всего.}}$$

$15y - 9y = 15x - 7x$

$6y = 8x$

$x = \frac{6}{8}y$

$y = 1\frac{1}{3}x$ $\Rightarrow x < y$

Ответ: больше в iOS-отделе

+

Задача 5.

Так как Баба Яга убирала порошок с весов не снимая основной массы, то весы лишь вначале взвешивания отняли или прибавили какой-то вес, но когда они показали 3 золотника, Баба Яга действительно убрала 3 золотника, т.к...

Пусть весы каждый раз отнимают x золотн (x может быть отрицат.) ⇒ сначала было $(6+x)$ золотн. Затем на весах осталось $(3+x)$ золотн

$(6+x)-(3+x)=3$ золотн. Сняла Баба Яга с весов. А весы показали, что это 2 золотн. ⇒ весы отнимают 1 золотн.

Значит сначала было 7 золотников и Баба Яга разделила на кучки по 3 и 4 золотника

Ответ: 3; 4 золотника.

Задача 2

1) Пусть n - нечётное, тогда n^2 = неч. · неч. = неч. => $n+n^2+2$ = неч. + неч. + чет. = четн.

2) Пусть n - чётное, тогда n^2 = чет · чет = чет => $n+n^2+2$ = чет + чет + чет = четн.

В любом случае число $(n+n^2+2)$ - чётно

$n+n^2 = n(n+1)$

↖ произведение подряд идущих натуральных чисел.

одно - чет, а другое - нечёт => их произведение чётное. Прибавив 2, оно тоже чётно. И чтобы оно делилось на 2019 оно должно содержать в разложении на множители числа 673 и 3 $(673 \cdot 3 = 2019)$. Если $n+n^2+2 \vdots 2019$, то $n(n+1)+2 \vdots 2019$ => $n(n+1) = 2019-2 = 2017$. Но при перемножении подряд идущих чисел 2017 не получится, что не сложно проверить. Оно простое. ∓

Ответ: нет, не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ, КАЗАНЬ

Место проведения

J098-94

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ БАГАВИЕВ

ИМЯ РАМИЛЬ

ОТЧЕСТВО РАДИФОВИЧ

Дата рождения 31.01.2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1098-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Обозначим количество мальчиков на всём факультете как b, мальчиков на первом курсе — b_1, первокурсников — f_1, всех студентов факультета — f. Тогда из условия следует следующее неравенство:

$$\frac{b_1}{f_1}\cdot 100\% > \frac{b}{f}\cdot 100\% \iff \frac{b_1}{f_1} > \frac{b}{f}.$$

Умножая последнее неравенство на положительное число ~~на~~ f_1/b, знак неравенства не изменится, и мы получим

$$\frac{b_1}{b} > \frac{f_1}{f} \iff \frac{b_1}{b}\cdot 100\% > \frac{f_1}{f}\cdot 100\%$$

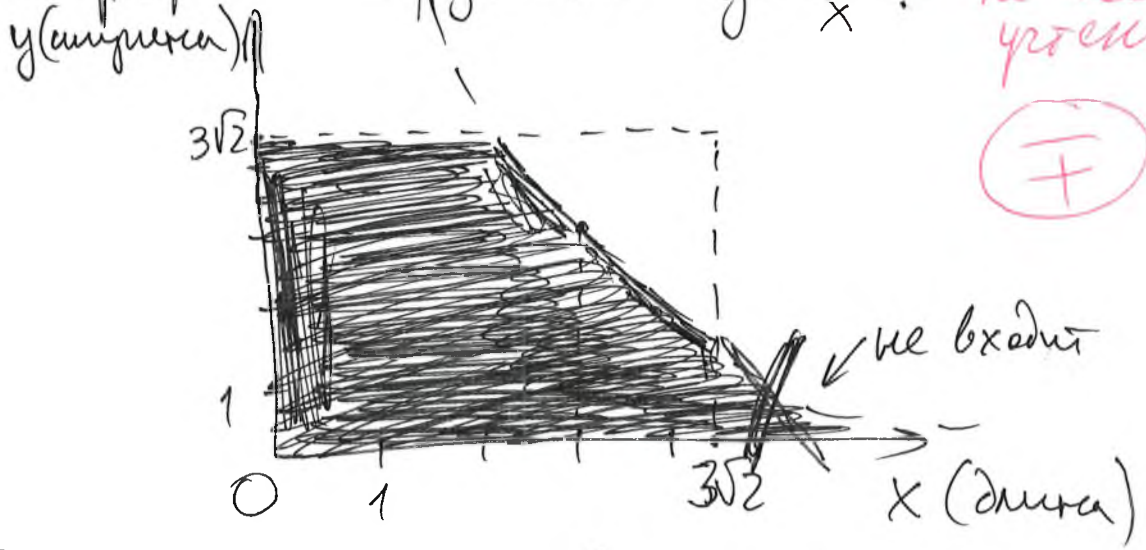
Из последнего неравенства следует, что в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков + факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

3 2. Положим, что прямоугольник размерами $x * y$. Тогда, поскольку прямоугольник находится внутри грузового отсека, то $xy \leq 9$. В то же время стороны прямоугольника не могут превышать максимального расстояния между точками квадрата 3×3, т.е. x и y строго меньше диагонали квадрата, равной $3\sqrt{2}$ (если, например, $x = 3\sqrt{2}$, то получается вырожденный прямоугольник. Таким образом,

искомое множество точек будет ограничено квадратом с вершинами в точках $(0;0)$, $(0;3\sqrt{2})$, $(3\sqrt{2};0)$ и $(3\sqrt{2};3\sqrt{2})$ и будет находится под графиком функции $y=\frac{9}{x}$.

не все учтено

∓



2. Заметим, что $x^2=2019+[x]\in\mathbb{Z}$, значит, $x^2=n$, где $n\in\cancel{\mathbb{N}}$. Тогда $x=\pm\sqrt{n}$.

~~Рассмотрим функцию~~ $\cancel{f(n)=n\mp[\sqrt{n}]}$. ~~(перезаписанная левая часть исходного уравнения). Функция целочисленная~~, при ~~этом~~ $\cancel{f(n+1)-f(n)=1\pm[\sqrt{n}]\mp[\sqrt{n+1}]}$. ~~Поскольку~~ $\cancel{\pm[\sqrt{n}]\mp[\sqrt{n+1}]<1}$, ~~то~~ $\cancel{f(n+1)-f(n)>0}$, ~~следовательно~~ $\cancel{f(n)}$ ~~возрастает~~.

Тогда ~~правая~~ левая часть исходного уравнения принимает вид $n\mp[\sqrt{n}]$. При $x<0$ получаем $n+[\sqrt{n}]$, при $x\geq0$ $n-[\sqrt{n}]$. В обоих случаях видим, что с ростом n выражение увеличивается. Тогда функции $f_1(n)=n-[\sqrt{n}]$ и $f_2(n)=n+[\sqrt{n}]$ возрастают.

Заметим, что $f_1(45^2)=1980$, а

$f_2(46^2)=2450$. Тогда при $n\in(45^2;46^2)$ $[\sqrt{n}]=45$, значит, при $n=45^2+(2019-1980)=2064$ ~~является~~ $f(n)=2019$.

Теперь заметим, что $f_2(44^2)=1980$ и $f_2(45^2)=2070$. Тогда при $n\in(44^2;45^2)$ $[\sqrt{n}]=44$. Значит, при $n=44^2+(2019-1980)=\cancel{2019}\ 1975$, $f(n)=2019$.

Переходя обратно от n к x учтём, что $f_1(x)$ рассматривался для положительных x $(x=\sqrt{n})$, а $f_2(x)$ — для отрицательных $(x=-\sqrt{n})$. Значит, искомые корни уравнения равны $x_1=\sqrt{2064}$ и $x_2=\cancel{-\sqrt{2019}}\ -\sqrt{1975}$

Ответ: $x_1=\sqrt{2064}$ и $x_2=\cancel{-\sqrt{2019}}\ -\sqrt{1975}$.

не учтена особ. $[x]$ для $x<0$

4. Обозначим производительность бригад соответственно как A_1, A_2, A_3, A_4 (единица измерения — $\frac{\text{млн. т}}{\text{месяц}}$). Суммы коэффициентов в отношении времени работы бригад в каждый год равны количествам месяцев, которые бригады в этот год работали (для первого и третьего года — 12, для второго — 8). Значит, данные коэффициенты показывают количество месяцев, которое работала каждая из бригад в определенный год. Учитывая, что бригады работали по очереди, для каждого года мы получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 4A_1 + A_2 + 2A_3 + 5A_4 = 10 & (1) \\ 2A_1 + 3A_2 + 2A_3 + A_4 = 7 & (2) \\ 5A_1 + 2A_2 + A_3 + 4A_4 = 14 & (3) \end{cases}$$

Сложим (1) и (3):

$$9(A_1 + A_4) + 3(A_2 + A_3) = 24$$

$$3(A_1 + A_4) + A_2 + A_3 = 8 \quad (1^*)$$

Сложим (1) и (2):

$$6(A_1 + A_4) + 4(A_2 + A_3) = 17 \quad (2^*)$$

Тогда $(2^*) - 2\cdot(1^*) = 2(A_2 + A_3) = 1$.

$\Rightarrow A_2 + A_3 = 0{,}5$.

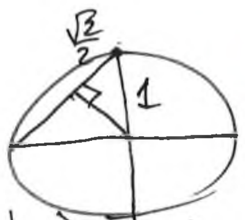
Отсюда $A_1 + A_4 = \dfrac{8 - (A_2 + A_3)}{3} = \dfrac{7{,}5}{3} = 2{,}5$

$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \cancel{\dfrac{7{,}5}{3} + \dfrac{1}{2}} = 3 \left(\dfrac{\text{млн.т}}{\text{месяц}}\right)$

Значит, за четыре месяца работы вместе четыре бригады добыли бы $(A_1 + A_2 + A_3 + A_4)\cdot 4$ месяц $= 12$ млн.т. угля.

Ответ: 12 млн.т.

5. Докажем это индукцией по $n \geq 2$, где n — показатель степени числа 2^n, числа частей.



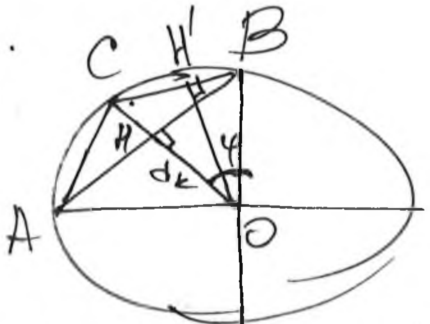
База: $n = 2$

Искомое расстояние d_2 равно (по теореме Пифагора) $d = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Переход: Пусть для $n = k$ доказано, что

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$d_k = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{k \text{ двоек}}$. Тогда для $n=k+1$ требуется доказать, что $d_{k+1} = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{k+1 \text{ двоек}} = \sqrt{2+d_k}$.



Из ΔHOB $\cos\angle HOB = \cos\varphi = d_k$.

($OH \perp AB$, $C \in OH$ и на окружности.

$OH' \perp CB$, ~~CH~~ $\smile AC = \frac{1}{2} \smile AB$).

Тогда $S_{COB} = \frac{1}{2} BC \cdot OH' = \frac{1}{2} CO \cdot OB \cdot \sin\varphi = \frac{1}{2}\sin\varphi$

Отсюда ~~$OH' =$~~

~~$OH' = \sin\varphi = \sqrt{1}$~~ $OH' = \frac{\sin\varphi}{BC} = \frac{\sqrt{1-d_k^2}}{BC}$.

каков итог?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

SY 73-92

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Барков

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 14.01.2002 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 05 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SY73-92

№2 $x^2-[x]=2019$; $[x]\in\mathbb{Z}$; $2019\in\mathbb{Z}$, значит $x^2\in\mathbb{Z}$, т.е. x либо $\in\mathbb{Z}$, либо иррациональное

$43^2=1849$
$44^2=1936$
$45^2=2025$
$46^2=2116$

(I) x – не целое
заметим, что $44^2<2019<45^2$

$2019-44=1975>44^2$

~~тогда~~ ~~$(\sqrt{1975})$~~

$44^2<1975<45^2$, т.е.

$44<\sqrt{1975}<45$

$[-\sqrt{1975}]=-44$

$x=-\sqrt{1975}$

Проверим:

$(-\sqrt{1975})^2-[-\sqrt{1975}]=1975+44=2019$ (верно)

$2019+45=2064<46^2$

$45^2<2064<46^2$

$45<\sqrt{2064}<46$, значит

$[\sqrt{2064}]=45$

$x=\sqrt{2064}$

Проверим:

$(\sqrt{2064})^2-[\sqrt{2064}]=$

$=2064-45=2019$ (верно)

(II) $x\in\mathbb{Z}$, тогда $[x]=x$

$x^2-x-2019=0$

$x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{1+2019\cdot 4}}{2}=\dfrac{1\pm\sqrt{8077}}{2}\notin\mathbb{Z}$

Целых решений нет.

Ответ: $-\sqrt{1975}$; $\sqrt{2064}$

Не учтена особенность цел. части отриц. ч. $\mp$

№4 Обозначим за a, b, c и d количество угля, добываемое за 1 месяц первой, второй, третьей и четвёртой бригадой соответственно.
Месяцев в году 12. Тогда составим таблицу по работе бригад:

См. след. лист

№ бриг. / год	1	2	3	4	Добыто угля млн.т.
1	4	1	2	5	10
2	2	3	2	1	7
3	5	2	1	4	14

Время работы, мес.

Необходимо найти: $4(a+b+c+d)$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 & (1) \\ 2a+3b+2c+d=7 & (2) \\ 5a+2b+c+4d=14 & (3) \end{cases}$$

$((1)-(2))$: $4a+b+2c+5d-2a-3b-2c-d=10-7$

$2a-2b+4d=3$

$2(a+2d)=2b+3$

$((3)-2\cdot(2))$: $5a+2b+c+4d-2\cdot(2a+3b+2c+d)=0$

$a-4b-3c+2d=0$

$a+2d=4b+3c$

$2(4b+3c)=2b+3$

$8b+6c=2b+3$

$6(b+c)=3$

$(*_1)$ $b+c=\frac{1}{2}$

$((2)-(3))$: $2a+3b+2c+d-5a-2b-c-4d=7-14$

$b+c+7=3(a+d)$ $|\cdot 2$

$2b+2c+14=6(a+d)$

$15=6(a+d)$

$a+d=\frac{15}{6}$ $(*_2)$

Используем $(*_1)$ и $(*_2)$ для вычисления:

$$4(a+b+c+d)=4\left(\frac{1^3}{2}+\frac{15}{6}\right)=4\left(\frac{18}{6}\right)=4\cdot 3=12 \text{ (млн. т)}$$

Ответ: 12 млн. т

(+)

$\boxed{№1}$ Пусть p - количество первокурсников, тогда $k\cdot p$ - количество первокурсников мальчиков; x - количество студентов на остальных курсах, тогда $(x+p)$ - количество студентов всего, а $y(x+p)$ - количество мальчиков всего. По условию:

(k и y - процентные соотношения мальчиков на I курсе и всего на факультете соответственно)

$$\frac{kp}{p}>\frac{y(x+p)}{x+p}$$

$$k>y$$

См. след. лист

Необходимо сравнить: $\frac{kp}{y(p+x)} \vee \frac{p}{(p+x)}$.

Т.к. $k>y$, то $\frac{k}{y}>1$, а поскольку $\frac{p}{(p+x)}$ есть число положительное, то

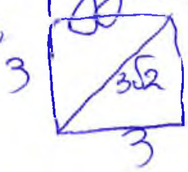
$\underbrace{\frac{k}{y}}_{>1}\left(\frac{p}{p+x}\right) > \left(\frac{p}{p+x}\right)$, значит процентное соотношение первокурсников среди всех мальчиков факультета больше процентного соотношения всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета

+

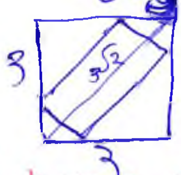
$\boxed{№3}$ В связи с недостаточным пониманием условий задачи, постараюсь объяснить две её вариации:

I) Грузовой отсек и инструмент - есть плоские фигуры,



, тогда очевидно, что сюда поместятся фигуры $(x;y)$, где $0<x\leq 3$ и $0<y\leq 3$.

А также фигуры, повёрнутые вида:

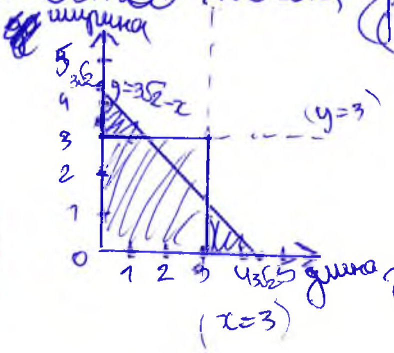


, тогда их координаты $x+y=3\sqrt{2}$?? почему?

Покажем в координатной плоскости (длина; ширина) (x и y) множество точек, удовлетворяющих данным условиям:

$$\begin{cases} y\leq 3\sqrt{2}-x \\ 0<y\leq 3 \\ 0<x\leq 3 \end{cases}$$

+



$3\sqrt{2}\approx 3\cdot 1{,}4\approx 4{,}4$

$4<3\sqrt{2}<4{,}5$

Что и является ответом.

См. след. лист

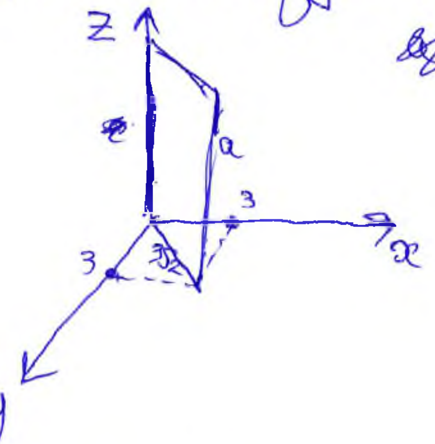
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SY73-92

(II) Вторая вариация понимания условия, что группой отек ~~[illegible]~~ – если фигура объёмная, тогда самую длинную сторону можно вытянуть в неограниченную (по условию) высоту, ~~тогда~~, ~~[illegible]~~ причём вторая по величине сторона может являться диагональю квадрата 3+3 и равна $3\sqrt{2}$

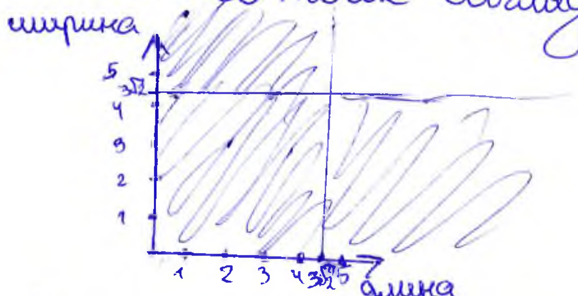
В объёме все это будет выглядеть примерно так:



~~[illegible]~~ Допустимо $a \to \infty$.

это будет в проекции?

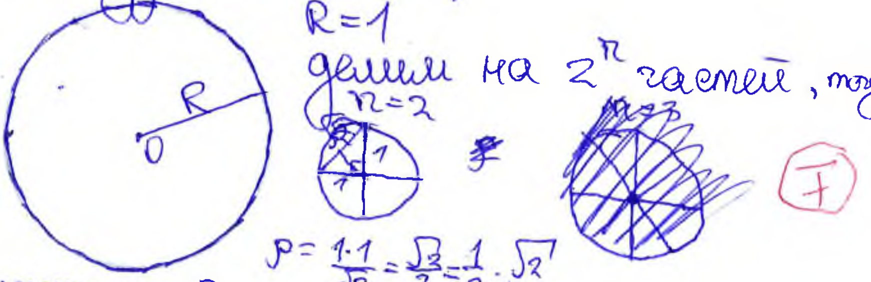
Тогда в координатах (длина; ширина) (x и y) ~~[illegible]~~ множество точек выглядит следующим образом:



$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x \geq 3\sqrt{2} \\ y \leq 3\sqrt{2}\end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \\ y \geq 3\sqrt{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

Что и будет являться решением.

$\boxed{№5}$



$R=1$

делим на 2^n частей, тогда $p = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{(n-1) \text{ двоек}}$

$n=2$

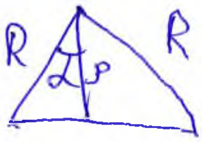
$n=3$

(+)

$p = \frac{1\cdot 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$ $2-1=1$ двойка

При делении на 2^n ($n \in Z$) частей, точки образуемая путём проведения диаметров и деления угла в $360°$ на 2^n ~~[illegible]~~ углов, ~~[illegible]~~ см. след. лист

В общем случае:



$$\alpha = \frac{360^\circ}{2^{n+1}}$$

$$\rho = R \cdot \cos\left(\frac{360^\circ}{2^{n+1}}\right) = \cos\left(\frac{360^\circ}{2^{n+1}}\right)$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ССТ	VY69-36	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Бесошицкая

ИМЯ Ирина

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 10.09.2001 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$x^2 - [x] = 2019$

Т.к. $[x] \in \mathbb{Z}$, то x^2 тоже $\in \mathbb{Z}$, иначе в правой части уравнения не может быть целое число 2019.

Тогда $\{x\} = 0$, то есть $x \in \mathbb{Z}$. Тогда $[x] = x$

$x^2 - x = 2019$ $\quad D = 1 + 4\cdot 2019 = 8077 = 41\cdot 197$

$x^2 - x - 2019 = 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{8077}}{2}$ нет решений при $x \in \mathbb{Z}$.

Или, если $x^2 \in \mathbb{Z}$, то $x = \pm\sqrt{a}$, а $[x] = [\pm\sqrt{a}]$, $a > 0$

$a - [\pm\sqrt{a}] = 2019$

~~при при $a \in [1849, 1936]$ $[\pm\sqrt{a}] = \pm 43$~~

~~$1936 + 43 =$~~

при $a \in [2025; 2115]$ $[\sqrt{a}] = 45$

$2019 + 45 = 2064$, $\sqrt{2064} \approx 45{,}46$, тогда $(\sqrt{2064})^2 - [\sqrt{2064}] =$

$= 2064 - 45 = 2019$, $\quad x = \sqrt{2064}$

при $a \in [1936; 2024]$ $[-\sqrt{a}] = -45$

$2019 - 45 = 1974$, $-\sqrt{1974} \approx -44{,}5$, тогда $(-\sqrt{1974})^2 - [-\sqrt{1974}] =$

$= 1974 + 45 = 2019$, $\quad x = -\sqrt{1974}$

Ответ: $-\sqrt{1974}$, $\sqrt{2064}$

+

№1

	1к	ост. к.	все ст.
все	x	y	$x+y$
мальч.	m_x	m_y	$m_{x+y} = m_x + m_y$

$\frac{m_x}{x} > \frac{m_x + m_y}{x+y}$

$\frac{m_x(x+y)}{x(x+y)} > \frac{(m_x+m_y)x}{x(x+y)}$

$\cancel{m_x \cdot x} + m_x\cdot y > \cancel{m_x\cdot x} + m_y \cdot x$

$m_x \cdot y > m_y \cdot x$

$\frac{m_x}{m_x+m_y} \vee \frac{x}{x+y}$

$\frac{m_x(x+y)}{m_x+m_y(x+y)} \vee \frac{(m_x+m_y)x}{(x+y)(m_x+m_y)}$

$\cancel{m_x x} + m_x y \vee \cancel{m_x x} + m_y x$

$m_x y \vee m_y x$

$\vee \to >$

Ответ: первокурсников среди мальчиков больше, чем первокурсников среди студентов

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

	t(мес)	A(млн.т)	P
I S	11		p_1
II S	6		p_2
III S	5		p_3
IV S	10		p_4
общ		31	

$t_0 = 4$
$A(t_0) - ?$

$$\begin{cases} 11p_1 + 6p_2 + 5p_3 + 10p_4 = 31 \\ 4p_1 + p_2 + 2p_3 + 5p_4 = 10 \\ 2p_1 + 3p_2 + 2p_3 + p_4 = 7 \\ 5p_1 + 2p_2 + p_3 + 4p_4 = 14 \end{cases}$$

$1_2 = 4:1:2:5$ – 10 млн т.
$2_2 = 2:3:2:1$ – 7 млн. т
$3_2 = 5:2:1:4$ – 14 млн. т

$$\begin{cases} p_4 = 7 - 2p_1 - 3p_2 - 2p_3 \\ 11p_1 + 6p_2 + 5p_3 + \cancel{10p_4}\ 70 - 20p_1 - 30p_2 - 20p_3 = 31 \\ 4p_1 + p_2 + 2p_3 + 35 - 10p_1 - 15p_2 - 10p_3 = 10 \\ 5p_1 + 2p_2 + p_3 + \cancel{4p}\ 28 - \cancel{20p_2 - 14p_3} - 8p_1 - 12p_2 - 8p_3 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9p_1 + 24p_2 + 15p_3 = 39 \\ 6p_1 + 14p_2 + 8p_3 = 25 \\ 3p_1 + 10p_2 + 7p_3 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3p_1 = 14 - 10p_2 - 7p_3 \\ 42 - 30p_2 - 21p_3 + 24p_2 + 15p_3 = 39 \\ 28 - 20p_2 - 14p_3 + 14p_2 + 8p_3 = 25 \end{cases}$$

$$6p_2 + 6p_3 = 3 \Rightarrow 2p_2 = 1 - 2p_3$$

$$3p_1 = 14 - 5(1 - 2p_3) - 7p_3 = 9 + 3p_3 \Rightarrow p_1 = 3 + p_3$$

$$p_4 = 7 - 2(3 + p_3) - 3\left(\frac{1-2p_3}{2}\right) - 2p_3 = -\frac{1}{2} - p_3 \Rightarrow 2p_4 = -1 - 2p_3$$

$$A(t_0) = 4(p_1 + p_2 + p_3 + p_4) = 4\left(3 + \cancel{p_3} + \frac{\cancel{1-2p_3}}{\cancel{2}} + \cancel{p_3} + \frac{\cancel{-1-2p_3}}{\cancel{2}}\right) = 12$$

Ответ: 12 млн т

(+)

№5

$$n = 2^{2019}$$

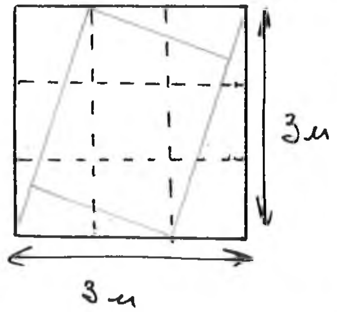
т.к. $d \approx \frac{2\pi R^{1}}{2^{2019}} = \frac{\pi}{2^{2018}} \to 0$, то $r \to 1$ (–)

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \approx \sqrt{2 + \sqrt{2 + 1{,}4}} \approx \sqrt{2 + 1{,}85} \approx 1{,}95$$

$$\sqrt{2 + 1{,}95} \approx 1{,}97 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}}}_{2018} \to 2 \qquad \frac{2}{2} = 1$$

Следовательно r составляет половину от данной величины

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



(2м; 1м)
(1м; 2м)
(3м; 1м)
(1м; 3м)
(2м; 2м)
(3м; 3м)
(1м; 1м)

$(2\sqrt{2}; \sqrt{2})$
$(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$
$(2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$
$(\sqrt{2}; \sqrt{2})$
$(\sqrt{3}; \sqrt{3})$

в грузовой отсек поместится инструмент длиной и шириной ~~от~~ (0м; 3м]

—

ответ далеко не полон

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

0498-86

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Бирюков

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 23.07.2003 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Е.Бир

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Головастики триасовой диплокаулюсы – ГТД
Головастики саблезубой лягушки – ГСЗ

Т.к известно, что у ГТД 5 ног, а у ГСЗ 4 ноги, то можно составить уравнение.
a – кол-во ГТД
b – кол-во ГСЗ

$5a+4b=100$

Пусть x – кол-во хвостов у каждого ГСЗ
Т.к у ГТД один хвост, а всего хвостов 64, то составим уравнение

$1\cdot a+xb=64$

$a+xb=64.$

Значит будет система

$$\begin{cases} 5a+4b=100 \\ a+xb=64 \end{cases}$$

Проведя некоторые преобразования с первым уравнением:

$5a=100-4b$

$4b=100-5a$

Можно сделать вывод, что a делится на 4, а b делится на 5.

Значит b может быть равно: 0, 5, 10, 15, 20, 25 (больше быть не может, т.к не будет удовлетворять уравнению)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0098-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

а может быть равно: 0, 4, ~~8~~ 8, 12, 16, 20 (больше быть не может, т.к не будет удовлетворять уравнению)

Таким образом эти числа можно разбить на пары. Эта пара может удовлетворять, а может не удовлетворять второму уравнению т.к число квотов умножается целое значит их должен получаться целый

$b=25$, $a=0$ } не удовлетворяет

$b=20$, $a=4$ } удовлетворяет

$b=15$, $a=8$ } не удовлетворяет

$b=10$, $a=12$ } не удовлетворяет

$b=5$, $a=16$ } не удовлетворяет

$b=0$, $a=20$ } не удовлетворяет

Таким образом удовлетворяет только пара чисел $a=4, b=20$

$5\cdot4+4\cdot20=20+80=100$

Значит

$4+20n=\cancel{80}\ 64$

$20n=60$

$n=3$ Ответ: 3 квоты

(+)

Лист 2 из 2

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Данное утверждение можно записать в виде уравнения
$n^2+n+8=2019\cdot k$ k-натуральное число
Правая часть этого уравнения всегда будет делится на 3, потому что сумма цифр числа 2019 : $2+0+1+9=12$, а $\frac{12}{3}=4$. Значит правая часть всегда будет делится на 3 и давать остаток 0.

(+)

Соответственно левая часть тоже должна делится на 3, то есть в сумме должна давать остаток 0.
Выпишем в общем виде числа, которые дают остаток при делении на 3.
$3k$, $3k+1$, $3k+2$ они, соответственно будут давать остатки 0, 1, 2.
Так же в левой части есть квадрат числа. Значит посмотрим, какие остатки дают эти числа при возведении в квадрат
$(3k)^2=9k^2$, остаток 0
$(3k+1)^2=9k^2+6k+1$, первые два слагаемых дают ост. 0, а последнее ост. 1, значит ост. 1
$(3k+2)^2=9k^2+12k+4$, первые два слагаемых дают ост 0, последнее ост., значит ост 1.
число 8 при делении на 3 всегда будет давать ост. 2.
Значит сумма остатков в левой части:
$0+0+2>0$
$1+1+2>0$
$2+1+2>0$
Ни одна сумма остатков не равна нулю. Значит такого n не существует
ч.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть x кг - запасов у Пончика,

Тогда (100-x) кг - запасов у Сиропчика

Пусть $y\ \frac{кг}{день}$ - ~~производительность~~ прожиливость Пончика

$z\ \frac{кг}{день}$ - ~~производительность~~ прожиливость сиропчика

Т.к все свои запасы они съели за одинаковое кол-во дней, то составим мат. модель

$$\frac{x}{y} = \frac{100-x}{z}$$

Но.т.к если бы запас пончика был как у сиропчика, то он бы съел его за 45 дней, а если бы у сиропчика был как у пончика, то он бы съел его за 20 дней

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} \\ \frac{100-x}{y} = 45 \\ \frac{x}{z} = 20 \end{cases}$$

Выразим z и y из 2-ого и 3-его уравнений

$$y = \frac{100-x}{45}$$

$$z = \frac{x}{20}$$

Подставим это в первое уравнение

$$\frac{x}{\frac{100-x}{45}} = \frac{100-x}{\frac{x}{20}}$$

$$\frac{45x}{100-x} = \frac{20\cdot(100-x)}{x}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{45x}{100-x}=\frac{2000-20x}{x}$$

$45x^2=(100-x)\cdot(2000-20x)$

$45x^2=200000-2000x-2000x+40x^2$

$45x^2=200000-4000x+\cancel{40}^{20}x^2$

$45x^2-\cancel{40}^{20}x^2+4000x-200000=0$

$25x^2+4000x-200000=0 \mid :25$

$x^2+160x-8000=0$

$D=b^2-4ac=160^2-4\cdot(-8000)=25600+32000=57600$

$\sqrt{57600}=240$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-160-240}{2}=\frac{-400}{2}$$ – не удовлетворяет задаче

$$x_2=\frac{-160+240}{2}=\frac{80}{2}=40\text{ (кг)}$$ – съел пончики

$100-40=60$ (кг) – съел сырочки

$$\frac{100-40}{45}=\frac{60}{45}=\frac{12}{9}=1\frac{3}{9}=1\frac{1}{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$$ – прожорливость Пончика

$$\frac{40}{20}=2\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$$ – прожорливость Сиропчика

Ответ: пончики съел 40 кг, сиропчики съел 60 кг; прожор. Пончика $1\frac{1}{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$; прожор. Сиропчика $2\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть $x=1$ №5

$S(1)=\frac{1}{1}=1$

Пусть $x=2$

$S(2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6+4+3}{12}=\frac{13}{12}>1$

Соответственно, если доказать, что при $x\geq 2$ $S(x)<S(x+1)$, то уравнение не будет иметь решений

$S(x+1)-S(x)=\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{x^2+2}+\frac{1}{x^2+3}\dots\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x}$

здесь будет $2x+1$ слагаемых т.к $(x+1)^2=x^2+2x+1$

неверно.

$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{x^2+2}+\frac{1}{x^2+3}+\dots+\frac{1}{(x+1)^2}>\frac{2x+1}{(x+1)^2}$

$\frac{2x+1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x}=\frac{2x^2+x-(x+1)^2}{(x+1)^2\cdot x}=\frac{2x^2+x-(x^2+2x+1)}{(x^2+2x+1)\cdot x}=$

$=\frac{2x^2+x-x^2-2x-1}{(x^2+2x+1)\cdot x}=\frac{x^2-x-1}{(x^2+2x+1)\cdot x}>0$

т.к при $x\geq 2$
$x^2-x-1>0$
$x^2+2x+1>0$

соответственно $S(x+1)>S(x)$

⇓

Уравнение не будет иметь решений

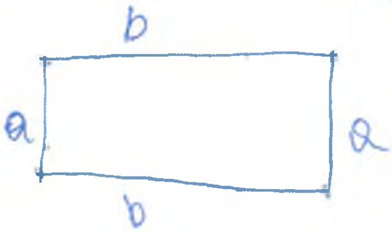
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0498-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Т.к. Первый пловец плавает по диагонали туда обратно, то он проплывает расстояние равное =

$= 2\cdot\sqrt{a^2+b^2}$

~~Во~~ Второй спортсмен стартует с точки, где ~~....~~ делит деление в отношении 2018 : 2019.

Пловец подплывает к каждому берегу, тем самым образуя чет. угольник.

части, справа

Предположим, что он на каждом берегу приплывает ровно в точку, где ~~..~~ берег будет делиться в отношении $\frac{2018}{2019}$

Таким образом будет образовываться либо трапеция либо прямоугольник. ? Если это прямоугольник, то он будет в $\frac{2018}{2019}$ раз меньше изначального прямоугольника

тогда пловец будет проплывать $2(a+b)\cdot\frac{2018}{2019}$

$2\cdot\sqrt{a^2+b^2} > 2\cdot(a+b)\cdot\frac{2018}{2019}$

Значит второй пловец не может выбрать такой путь

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, Г. Красноярск

Место проведения

0098 ЧИ

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Блинов

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Геннадьевич

Дата рождения 17.04.2003 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0498-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №4

Пусть x кг – запас Пончика. Тогда $(100-x)$ кг – запас Сиропчика. Пусть $y \frac{кг}{день}$ – прожорливость Пончика, $z \frac{кг}{день}$ – прожорливость Сиропчика. Т.к. на поедание своих запасов у каротышек ушло одинаковое время, и исходя из высказываний Пончика и Сиропчика, составляем математическую модель:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} \\ \frac{x}{z} = 20 \Rightarrow z = \frac{x}{20} \\ \frac{100-x}{y} = 45 \Rightarrow y = \frac{100-x}{45} \end{cases}$$

Подставим y и z в 1-ое уравнение:

$$\frac{x}{\frac{100-x}{45}} = \frac{100-x}{\frac{x}{20}}$$

$$\frac{45x}{100-x} = \frac{2000-20x}{x}$$

$$45x^2 = (2000-20x)(100-x)$$

$$45x^2 = 200000 - 4000x + 20x^2$$

$$25x^2 + 4000x - 200000 = 0 \quad |:25$$

$$x^2 + 160x - 8000 = 0$$

$D = b^2 - 4ac = 25600 + 32000 = 57600$; $\sqrt{57600} = 240$

$$x_{1,2} = \frac{-160 \pm 240}{2}$$

$x_1 = 40$; $x_2 = -200$ ← не удовлетворяет, т.к. масса не может быть отрицательной

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Запасы Пончика – 40 кг, тогда запасы Сиропчика: $100 - x = 100 - 40 = 60$ кг.

Подсчитаем прожорливость Пончика:

$$y = \frac{100-x}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}\ \frac{кг}{день}$$

Подсчитаем прожорливость Сиропчика:

$$z = \frac{x}{20} = \frac{40}{20} = 2\ \frac{кг}{день}$$

+

Ответ: Пончик – запас: 40 кг; прожорливость: $\frac{4}{3}\frac{кг}{день}$; Сиропчик – запас: 60 кг, прожорливость: $2\frac{кг}{день}$

Задание N 2

$n^2 + n + 8 = 2019k$, k – любое натуральное число

+

$\underbrace{2019k}_{\vdots 3}$, т.к. $2019 \vdots 3$,

тогда n^2+n+8 тоже должно нацело делится на 3

Пусть $n = 3k$, тогда остаток от деления на 3 это 0

Пусть $n = 3k+1$, тогда остаток от деления на 3 это 1

Пусть $n = 3k+2$, тогда остаток от деления на 3 это 2

3k+3 входит в группу 3k, т.к. ~~[illegible]~~ при делении на 3 дает ост. 0

Если $n = 3k$, то $n^2 = 9k$, остаток от деления на 3 это 0

Если $n = 3k+1$, то $n^2 = \underbrace{9k^2}_{\vdots 3} + \underbrace{6k}_{\vdots 3} + 1$ – остаток от деления на 3 это 1

Если $n = 3k+2$, то $n^2 = \underbrace{9k^2 + 12k}_{} + \underbrace{4}_{ост. 1}$ – остаток от деления на 3 это 1

Если $n = 3k$, то:
$9k^2 + 3k + 8 = 2019k$ → дает ост. 2 при делении на 3
⇓

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Downarrow$

$$\underbrace{9k^2}_{\vdots 3}+\underbrace{3k}_{\vdots 3}+\underbrace{8}_{\not\vdots 3} \neq \underbrace{2019k}_{\vdots 3}$$

Если $n=3k+1$, то:

$$(9k^2+6k+1)+(3k+1)+8=2019k$$

$$\underbrace{9k^2}_{\vdots 3}+\underbrace{9k}_{\vdots 3}+\underbrace{10}_{\text{ост } 1}=\underbrace{2019k}_{\vdots 3}$$

$\Downarrow$

$$9k^2+9k+10 \neq 2019k$$

Если $n=3k+2$, то:

$$(9k^2+12k+4)+(3k+2)+8=2019k$$

$$\underbrace{9k^2}_{\vdots 3}+\underbrace{15k}_{\vdots 3}+\underbrace{14}_{\text{ост } 2}=\underbrace{2019k}_{\vdots 3}$$

$\Downarrow$

$$9k^2+15k+14 \neq 2019\cdot k$$

Из всего вышесказанного следует, что:

$$\underbrace{n^2+n+8}_{\not\vdots 2019}$$

что и требовалось доказать.

Задание N1

Введём обозначения: Головастик трясовой дискоте

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0098-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ССЫ = ГТА; головастик саблезубой лягушки = ГСЛ.

ГТА: 5 ног, 1 хвост (по условию)

ГСЛ: 4 ноги, x хвостов (по условию)

100 ног
64 хвоста

100 ног возможно только в следующих случаях:

1. 20 ГТА 0 ГСЛ
2. 16 ГТА 5 ГСЛ
3. 12 ГТА 10 ГСЛ
4. 8 ГТА 15 ГСЛ
5. 4 ГТА 20 ГСЛ
6. 0 ГТА 25 ГСЛ

1. не подходит, т.к. хвостов будет $20 \cdot 1 = 20$; $20 \neq 64$
2. не подходит, т.к. хвостов будет $64 - 16 = 48$; $5x = 48 \Rightarrow x$ – нецелое
3. не подходит, т.к. хвостов будет $64 - 12 = 52$; $10x = 52 \Rightarrow x$ – нецелое
4. не подходит, т.к. хвостов будет $64 - 8 = 56$; $15x = 56 \Rightarrow x$ нецелое
5. подходит, в таком случае хвостов у ГСЛ будет 3,

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0498-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. $64-4=60$; $20x=60$
$x=3$.

б) не подходит, т.к. всего хвостов будет
$25x=64 \Rightarrow x$ – нецелое

+

Ответ: 3 хвоста

Задание N5

$$S(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}$$

$$S(1)=\frac{1}{1}=1$$

$$S(2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12};\ \frac{13}{12}>1$$

~~$S(3)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{7}{12}+\frac{11}{30}+\frac{17}{72}=$~~
~~$=\frac{35}{60}+\frac{22}{60}+\frac{17}{72}=\frac{57}{60}+\frac{17}{72}$~~

$$S(3)=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{7}+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{9}\right)=\frac{7}{12}+\frac{11}{30}+\frac{17}{72}+$$
$$+\frac{1}{7}=\frac{57}{60}+\frac{17}{72}+\frac{1}{7}=\frac{342+85}{360}+\frac{1}{7}=\frac{427}{360}+\frac{1}{7}=$$
$$=\frac{2989+360}{2520}=\frac{3349}{2520}$$

Сравним $\frac{13}{12}$ и $\frac{3349}{2520}$:

$$\frac{13}{12}=\frac{2730}{2520}$$
$$\frac{2730}{2520}<\frac{3349}{2520}$$

+ не доказано

Мы можем наблюдать прямую зависимость x от S(x): тем больше x тем больше S(x). А это значит, что если $S(x)=1$, то $S(x+1)>S(x) \Rightarrow$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0И-9844

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$S(x+1) > 1$ всегда.

Ответ: нет, не имеет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

VDW73 73

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Боков

ИМЯ Адам

ОТЧЕСТВО Исрапилович

Дата рождения 05.07.2002 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Боков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10W73-73

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть:
- мальчиков на 1 курсе $= m_1$,
- мальчиков на всём факультете $= m$,
- учеников на 1 курсе (всех полов) $= k_1$,
- учеников на всём факультете $= k$.

По условию известно: $\frac{m_1}{k_1} > \frac{m}{k}$ (1)

Необходимо выяснить, что верно: $\frac{m_1}{m} > \frac{k_1}{k}$ (2), $\frac{m_1}{m} < \frac{k_1}{k}$ (3), или $\frac{m_1}{m} = \frac{k_1}{k}$ (4).

Исходя из (1): $\frac{m_1}{k_1} > \frac{m}{k} \quad \Big| \cdot \frac{1}{m}$

$\frac{m_1}{k_1 m} > \frac{1}{k} \quad \Big| \cdot k_1$ (можем домножать на числа >0, знак неравенства не изменится) ($m_1, m, k_1, k > 0$)

$\frac{m_1}{m} > \frac{k_1}{k}$, что доказывает верность (2)

+

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

№2

$2019 = 673 \cdot 3$ (разложение на простые множители). Допустим, $n^2+n+17 \vdots 2019$ (кратко).
Тогда $n^2+n+17 \vdots 3$ и $n^2+n+17 \vdots 673$, или $n^2+n+17 \equiv 0 \mod 3$ (даёт ~~равный~~ при делении на 3 такой же остаток, как и 0 при делении на 3).
$n^2+n+17 = n^2+n+15+2$; т.к. $15 \vdots 3$, то $n^2+n+2 \vdots 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow n^2+n+2 \equiv 0 \mod 3$. Т.к. $2 \mod 3 = 2$, то

+

$n^2+n \equiv 1 \mod 3$ (сумма остатков слагаемых должна делиться на 3, чтобы всё число (сумма) делилось на 3).

Рассмотрим возможные остатки от деления n на 3.
- Если $n \equiv 0 \mod 3$: $n^2+n \equiv 0 \mod 3$
- Если $n \equiv 1 \mod 3$: $n^2+n = n(n+1) \equiv 2 \mod 3$ (остатки перемножаются)
- Если $n \equiv 2 \mod 3$: $n(n+1) \equiv 0 \mod 3$

$\Downarrow$

ни при каких $n \in N$, $n^2+n \not\equiv 1 \mod 3$, противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow n^2+n+17 \not\equiv 0 \mod 2019$

Ответ: не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮW73-73

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть:
- Запас Пончика: z,
- Запас Сиропчика: $100-z$;
- Прожорливость $\left(\frac{кг}{день}\right)$ Пончика: p;
- Прожорливость Сиропчика: s.

Исходя из условия, составим такую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{100-z}{p} = 45 \\ \frac{z}{s} = 20 \\ \frac{100-z}{s} = \frac{z}{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = \frac{100-z}{45} \\ s = \frac{z}{20} \\ \frac{100-z}{s} = \frac{z}{p} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{100-z}{\frac{z}{20}} = \frac{z}{\frac{100-z}{45}}$$

$$\frac{2000-20z}{z} = \frac{45z}{100-z}$$

$$45z^2 = (2000-20z)(100-z)$$

$$45z^2 = 200000 - 2000z - 2000z + 20z^2$$

$$25z^2 + 4000z - 200000 = 0 \quad |:25$$

$$z^2 + 160z - 8000 = 0$$

$$D = 25600 + 32000 = 57600, \quad \sqrt{57600} = 240$$

$$z_1 = \frac{-160-240}{2} = -200,$$ что невозможно, т.к. запас не мог быть отрицательным.

$$z_2 = \frac{-160+240}{2} = 40 \text{ кг}$$

Тогда: $100-z = 60$ кг; $p = \frac{100-z}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}\ \frac{кг}{день}$, $s = \frac{z}{20} = \frac{40}{20} = 2\ \frac{кг}{день}$.

Ответ: Пончик ~~сожрал~~ съел 40 кг с прожорливостью $\frac{4}{3}\ \frac{кг}{день}$; Сиропчик съел 60 кг с прожорливостью $2\ \frac{кг}{день}$.

+

№5

Используя метод мат. индукции, докажем, что

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n \text{ раз}} < 2019$$ при любом n

I. Докажем для $n=1$.

$\sqrt{2019} < 2019$, очевидно.

II. Пусть для $n=k$ – верно, т.е.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k \text{ раз}} < 2019$$ – верно.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k \text{ раз}} = K$

III. Докажем для $n=k+1$:

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1 \text{ раз}} = \sqrt{2019+K}$

$K<2019$ исходя из (II), $\Rightarrow 2019+K<2019+2019=2019\cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2019+K<2019\ 2019=2019^2$ (т.к. $2019\cdot 2<2019\cdot 2019$) $\Rightarrow$

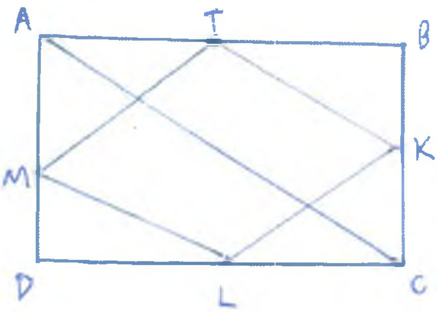
$\Rightarrow \sqrt{2019+K}<\sqrt{2019^2}=2019$; т.к. $\sqrt{2019+K}=$

$=\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1 \text{ раз}}$, то это меньше 2019, $\Rightarrow$

доказано для $n=k+1$ $\Rightarrow$ доказано для любых n.

+

№3



Пусть $AB=a$, $BC=b$. T - точка старта II пловца

Путь I $=2AC=2\sqrt{a^2+b^2}$ (по т. Пифагора)

Пусть $\frac{2018}{4037}=t$, $\frac{2019}{4037}=1-t$.

Тогда $TB=at$, $AT=a-at$ $\left(\frac{AT}{TB}=\frac{2019}{2018}\right)$.

Пусть k, l, m - коэф-ы для других сторон такие, что

$BK=kb$, $KC=b-kb$; $LC=la$, $DL=a-la$; $MD=mb$, $AM=b-mb$ $(k,l,m<1)$

Тогда путь II пловца равен: $\sqrt{(a-ta)^2+(kb)^2}+\sqrt{(b-kb)^2+la^2}+\sqrt{(a-la)^2+(mb)^2}+$

$+\sqrt{(b-mb)^2+(ta)^2}=TK+KL+ML+MT=\sqrt{a^2(1-t)^2+(kb)^2}+\sqrt{b^2(1-k)^2+(la)^2}+\sqrt{a^2(1-l)^2+(mb)^2}+$

$+\sqrt{b^2(1-m)^2+(ta)^2}$; Путь II всегда больше или равен.

Если ~~t=k~~, все стороны поделены на одинаковые соотношение (в данном случае $\frac{2018}{2019}$), то

$\sqrt{(ta)^2+(tb)^2}+\sqrt{(1-t)^2a^2+(1-t)^2b^2}+\sqrt{(ta^2)+(tb)^2}+\sqrt{(1-t)^2a^2+(1-t)^2b^2}=\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)\times$

$\times t+t\sqrt{a^2+b^2}+(1-t)\sqrt{a^2+b^2}+(1-t)\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{a^2+b^2}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наше ~~соо~~ отношение $=1$

это не обосновано

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ №19

Место проведения

GR 79-41

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Быков

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 15.12.2004 **Класс:** 8А

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Быч

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

	Нош	Хвость
Тр. д.	$5x$	1
Сабл.	$4y$	?

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+yz=64 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+4y=100 \\ -5x-5yz=-320 \end{cases}$$

$4y-5yz=-220$

$5yz-4y=220$

$y(5z-4)=220$

число 220 имеет делители 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 44, 55, 110, 220.

Под y подходят числа 5, 10, 20, 55, 110, 220, т.к. в уравнении: $5x+4y=100$ „$4y$" делится на 5, а числа 55, 110, 220 — больше, т.к. в уравн. $5x+4y=100$ ~~буд~~ x — будет <0.

Если $y=5$, то $x=16$, а z — не целое — не подходит

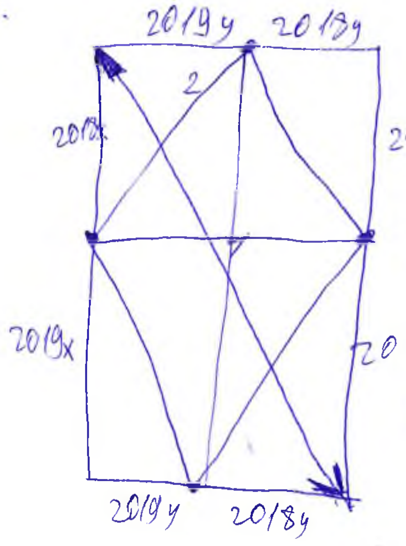
Если $y=10$, $x=12$, то z опять не целое.

Если $y=20$, $x=4$, то $z=3$.

Ответ: 3.

+

№ 3.



Он может, т.к. этот карьер прямоугольный и второй пловец будет касаться не середины стенок, а той точки, которая будет в отношении 2018 : 2019, и тогда Δ-ки в ромбе в сумме не будут равны Δ-кам вне ромба.

Ответ: может

нет строгого обоснования

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. Не имеет, т.к. если x будет иметь любое значение, то эти значения в знаменателе будут как минимум два раза повторяться ⇒ будут одинаковые дроби и сумма дробей будет больше единицы.

Пример:

Пусть $x=2$, то

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2+2}+\ldots+\frac{1}{4-1}+\frac{1}{4}$$

Дроби $\frac{1}{2+1}$ и $\frac{1}{4-1}$ равны и $\frac{1}{2+2}$ и $\frac{1}{4}$ тоже равны. Значит сумма будет больше единицы.

Ответ: не имеет.

∓ в общ. виде не доказано

№2. $n^2+n+2=2019$

$n^2+n-2017=0$

~~D~~ $D=14\,8068$

$D=4\,16\,136$

Всегда второе слагаемое, которое не 1, будет заканчиваться цифрой 2, 4, 6, 8, а тогда дискриминант на 3, 5, 7, 9.

Число n^2+n+2 не может делиться на 2019, т.к. дискриминант всегда будет числом из которого нельзя нацело вычисти корень, т.к. числа дискриминанта будут заканчиваться на 3, 5, 7, 9, число ~~с цифр~~ вычисл. в квадрат, чтоб оно заканч. на 3 и на 7.

Если число дискр. заканч. на 9, то это число чтоб получить из квадрата должно: на 3, а число, которое возводим в квадрат заканчивается на 7 или на 3.

Если число в диск. заканч. на 5, то это число должно заканч. на 3 последние цифры, которое образуют число и это число должно: на 25 ~~и ...~~.

Ответ: не может.

∓ можно короче!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

	v	t	S
Пон	x	z	xz
С	y	z	yz

$xz+yz=10$

$\frac{xz}{y}=20 \Rightarrow xz=20y$

$\frac{yz}{x}=45 \Rightarrow yz=45x$

$xz+yz=20y+45x$

$\cancel{z\ z\ 45}\ xz-45x=20y-yz$

$y=\frac{45x}{z}$

$x=\frac{20y}{z}$

$y=\frac{900y}{z^2}$

$yz^2=900y$

$z=30$

$30x=20y$

$x=\frac{2}{3}y$

$2,5x\cdot 30=10$

$\cancel{2}75x=100$

$x=1\frac{1}{3}$ кг/дн

$y=1\frac{1}{3}\cdot 1,5=2$ кг/дн

$1\frac{1}{3}\cdot 30=40$кг

$2\cdot 30=60$кг

Ответ: П съел 40кг со скоростью $1\frac{1}{3}$ кг/дн;
С съел 60кг со скоростью 2кг/дн.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Казань

Место проведения

J098-10

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Валанова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Евгеньевна

Дата рождения 23.08.2001 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЕВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

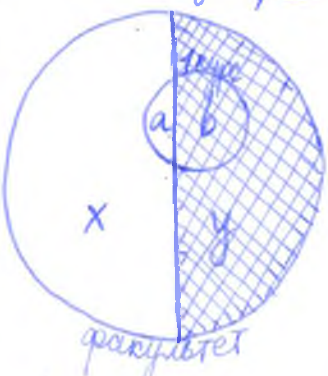
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ J098-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. □ – дев.; ▨ – мальч.



По условию задачи:

$$\frac{b}{a+b} > \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{b}{y} \ ? \ \frac{a+b}{x+y}$$

a – дев. 1 курс
b – мальч. 1 курс
x – дев. факультет
y – мальч. факультет
$(a, b, x, y > 0)$

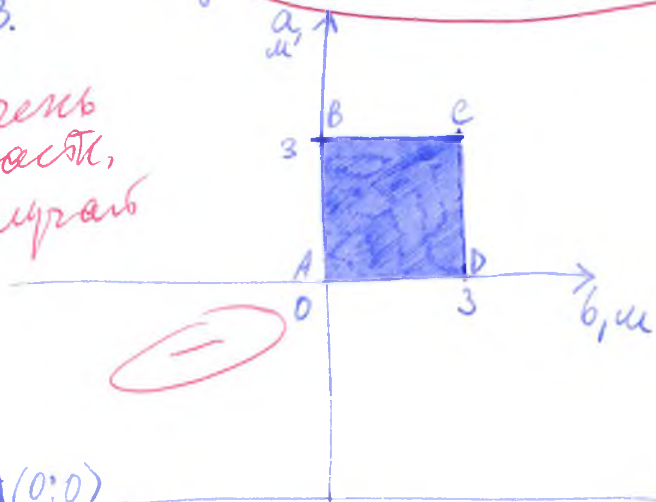
$\frac{b}{a+b} > \frac{y}{x+y}$; $b > \frac{y(a+b)}{x+y}$; $\frac{b}{y} > \frac{a+b}{x+y}$

Первокурсников среди всех мальчиков факультета больше (в процентном соотношении), чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

$\boxed{\text{Ответ: первокурсников больше среди всех мальчиков факультета}}$

+

№3.



очень часто, слабо

–

Высота инструмента – наибольшая сторона, две другие стороны (поменьше) – длина и ширина инструмента.

a – длина
b – ширина

A(0;0)
B(0;3)
C(3;3)
D(3;0)

Учтём то, что ограничения по высоте отсутствуют.

№2. $x^2 - [x] = 2019$

$46^2 = 2116$
$46^2 - 46 = 2070$
$45^2 = 2025$
$45^2 - 45 = 1980$

~~1) Если x – нецелое, то~~

1) Если x – дробное, то x^2 тоже дробное. Тогда разность $x^2 - [x]$, где $[x]$ – целая часть числа x, является дробной.

2) Значит x – целое. Но $45^2 - 45 = 1980$; $46^2 - 46 = 2116$, $\neq 2019$.

3) Получаем, что уравнение $x^2 - [x] = 2019$ не имеет решений.

$\boxed{\text{Ответ: не имеет решений}}$

–

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ J098-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

3 года:		I		II		III		IV		A общ
		t	A	t	A	t	A	t	A	
1 год:	12 мес	4 мес	$4v_I$	1 мес	$1v_{II}$	2 мес	$2v_{III}$	5 мес	$5v_{IV}$	10
2 год:	8 мес	2 мес	$2v_I$	3 мес	$3v_{III}$	2 мес	$2v_{III}$	1 мес	$1v_{IV}$	7
3 год:	12 мес	5 мес	$5v_I$	2 мес	$2v_{III}$	1 мес	$1v_{III}$	4 мес	$4v_{IV}$	14

$5+2+4+1=12$; $2+3+2+1=8$.

$A=vt$; $A_{4(v_I+v_{II}+v_{III}+v_{IV})}$ — ?

По условию задачи:

$$\begin{cases} 4v_I+1v_{II}+2v_{III}+5v_{IV}=10 & (1)\\ 2v_I+3v_{II}+2v_{III}+1v_{IV}=7 & (2)\\ 5v_I+2v_{II}+1v_{III}+4v_{IV}=14 & (3)\end{cases}$$

(1+3): $9v_I+3v_{II}+3v_{III}+9v_{IV}=24$

$3v_I+v_{II}+v_{III}+3v_{IV}=8$

$3(v_I+v_{IV})=8-(v_{II}+v_{III})$

$6(v_I+v_{IV})=16-2(v_{II}+v_{III})$

(1+2): $6v_I+4v_{II}+4v_{III}+6v_{IV}=17$

$6(v_I+v_{IV})+4(v_{II}+v_{III})=17$

$16-2(v_{II}+v_{III})+4(v_{II}+v_{III})=17$

$2(v_{II}+v_{III})=1$

$v_{II}+v_{III}=\frac{1}{2}$

$6(v_I+v_{IV})=15$

$v_I+v_{IV}=\frac{15}{6}$

+

$$A_{4(v_I+v_{II}+v_{III}+v_{IV})}=4\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{15}{6}\right)=4\cdot\frac{3+15}{6}=\frac{4\cdot 18^3}{6}=12\text{ млн.т.}$$

$\boxed{\text{Ответ: 12 млн.т}}$

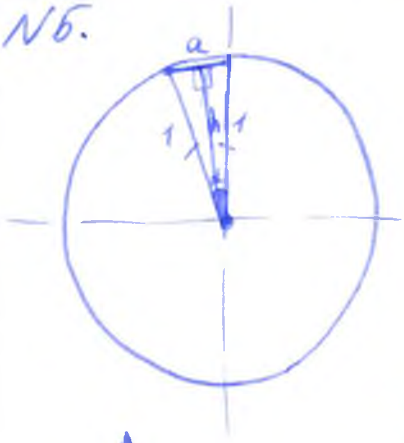
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ J098 - 10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№6.



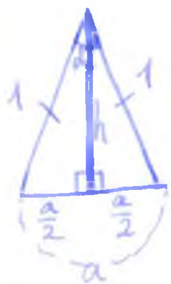
1) $a^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos\alpha$; $\alpha=\frac{360°}{N}$, где N – кол-во частей.

$a^2=2(1-\cos\alpha)$

2) $h^2=1-\left(\frac{a}{2}\right)^2=1-\frac{a^2}{4}=\frac{4-a^2}{4}=$

$=\frac{4-2(1-\cos\alpha)}{4}=\frac{4-2+2\cos\alpha}{4}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$;

$h^2=\frac{1+\cos\alpha}{2}$; $h=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$



3) $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$;

$h=\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}}=\cos\frac{\alpha}{2}$, $\alpha=\frac{360°}{N}$;

$\frac{\alpha}{2}=\frac{180°}{2^{2019}}=\frac{90°}{2^{2018}}$ $\qquad \frac{\alpha}{2}=\frac{180°}{N}$;

4) $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$

$\cos^2\frac{90°}{2}=\frac{1}{2}$; $\cos45°=\frac{\sqrt2}{2}$

$\cos^2\frac{90°}{2^2}=\frac{1+\frac{\sqrt2}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt2}{4}$; $\cos22{,}5°=\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$

$\cos^2\frac{90°}{2^3}=\frac{1+\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2+\sqrt2}}{4}$; $\cos12{,}25°=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt2}}}{2}$

Приходим к общей формуле:

$\cos\frac{90°}{2^n}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt2}}}{2}$ ← в числителе n двоек.

5) Таким образом,

$$\boxed{h=\cos\frac{90°}{2^{2018}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt2}}}{2},\ \text{в числителе 2018 двоек, ч.т.д.}}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, ауд. Б-305

Место проведения

ЭИ 15-83

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Василевская

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 17. 03. 04 **Класс:** 8

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Васил

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Триас. 5 ног Сабл. - 4 н.
1 хв. Х хв.

У каждого головастика min по 4 ноги т.е. их max 100:4=25 гол. (гол. м.б. меньше)
Если в воде не было триас. гол., тогда сотрудник поймал 25 сабл. гол. ⇒
⇒ у 25 сабл. гол. - 64 ноги, но 64 не дел. на 25, а кол-во ног у головастиков одного типа - одинаковое ⇒
⇒ в воде есть хотя бы один триас. гол.
Если тр. гол. только один, тогда у сабл. - 95 ног, что не дел. на 4. Ближ. к 100 число, кот. дел. на 4 и получ. из 100 путем вычит. п-ого кол-ва 5 - это 80, т.е триас. гол. - 4, а сабл. - 80:4=20, тогда у сабл. $(64-4):20=3$ (хв.)
(В числе 100 - всего 6 чисел ~~кроме 100~~), кот. дел. и на 5 и на 4 (т.е. 20) - т.е. кот. могут быть получены из 100 вычит. какого-то кол-ва „5"). Мы проверили эти первые два таких числа. Проверив остальные можно убедиться что кол-во хвост. у сабл. гол. никогда не получается одинаковым ⇒
⇒ подходит только вариант с тремя хвостами у каждого сабл. гол.
Ответ: 3 хвоста

4

№4

Пусть у Пончика х кг варенья, а у Сиропчика - у кг варенья, а $v_п$ - ~~ско~~ прожорливость Пончика, $v_с$ - прожорливость Сиропчика.
По усл.: $\frac{y}{v_п}=45$; $\frac{x}{v_с}=20$.
$v_п=\frac{y}{45}$; $v_с=\frac{x}{20}$

$\frac{45x}{y} = \frac{20}{x}$ (т.к. Пончик съедает x кг за такое же t, за какое Сиропчик съедает y кг)

$\frac{9x}{y} = \frac{4y}{x}$

$9x^2 = 4y^2$

$x^2 = \frac{4y^2}{9}$

$x = \frac{2y}{3}$

+

$\frac{2y}{3} + y = 100$

$\frac{5y}{3} = 100$

$5y = 300$

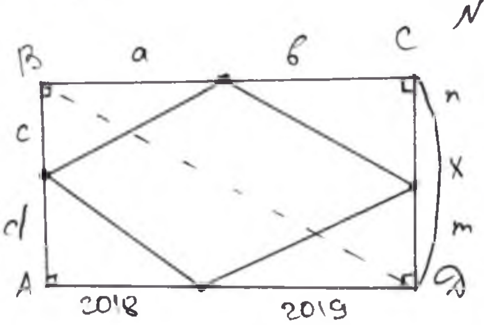
$y = 60 \Rightarrow x = 40$

$v_п = \frac{60}{45} = 1\frac{1}{3}$ кг/д

$v_с = \frac{40}{20} = 2$ кг/д

Ответ: у Пончика - 40 кг варенья, его прожорл. - $1\frac{1}{3}$ кг/д., у Сиропчика - 60 кг. варенья его прожорливость - 2 кг/д.

№3 Допустим что стор., кот. дел. в отн. 2018 : 2019 равна 2018+2019 = 4027



Рассмотрим путь первого пловца. По т. Пифагора он проплывет $2(x^2+4027^2)$.

Второй пловец проплывет $2019^2+2018^2+m^2+n^2+d^2+c^2+a^2+b^2$

Срав. это выраж. с $2(x^2+4027^2) = \cancel{2(x^2+2019^2+2}\,2018\cdot2019+\cancel{2018^2)}$

$2019^2+2018^2 < 4027^2$

$(2019^2+2018^2 \vee 2019^2+2\cdot2019\cdot2018+2018^2)$

~~зач~~ $0 < 2\cdot2019\cdot2018$

a и b также в Σ-е дают 4027 $\Rightarrow$

$\Rightarrow a^2+b^2 < 4027^2$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Аналогично и со стороной x.

$c+d=x$

$c^2+d^2<x^2$

$n^2+m^2<x^2$

∓

вывод неясен (и неверен)

⇓

$2019^2+2018^2+m^2+n^2+d^2+c^2+a^2+b^2<2(x^2+4027^2)$

⇓

второй игрок может выбрать такие три точки, чтобы его путь был короче, чем у первого.

Ответ: да, может.

№2

~~$n^2+n+2=2019m$, где $m\in N$~~

~~$\underbrace{n(n+1)}_{}+2=2019m$~~

~~2 послед. ч. ⇒ одно из них делится на 2 ⇒ пр-ие дел. на 2 ⇒ 2019m дел. на 2 ⇒ m дел. на 2 ⇒ $m=2x$, $x\in N$~~

~~$n(n+1)+2=4038x$~~

$n^2+n+2=\underbrace{n(n+1)}_{}+2$

2 послед. числа ⇒ набор дел. различной

~~Допустим, данное выражение делится на 2019. У 2019 делит. 3 и 673. Допустим одно из дел. на 3, а др. на 673, тогда одно число равно 3x, а др. $3x\pm1$, причем $3x\pm1$ дел. на 673, что возможно~~

$n^2+n+2=n^2+2n+1-n-1=(n+1)^2-(n-1)$

Допустим, что это выражение делится на 2019, но $2019=3\cdot673$, а $(n+1)$ и $(n-1)$ – это числа через один, т.е. они оба не могут делиться на 3 (т.к. из трёх послед. чисел лишь один дел. на 3), а получ. выраж. и $(n+1)^2$ и $(n-1)$ должно дел. на 3 – противоречие ⇒ выражение не делится на 2019

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: не делится.

+

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

LM 47-58

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ ВАДОВИНА

ИМЯ МАРИНА

ОТЧЕСТВО МАКСИМОВНА

Дата рождения 17.11.2006 **Класс:** 5

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вад

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕМ 47-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Мы весы врут на одну и ту же величину, но неизвестно в какую сторону: в большую или меньшую. Сначала когда Баба Яга взвесила весь порошок у неё получилось 6 золотников. Теперь представим, что весы врут. Из задачи понятно, что весы врут всегда на 1 золотник. почему? Представим, что у нас не 6 а 5 золотников (6−1), потому что весы могут врать в ~~меньшую~~ большую сторону (меньше на 1 золотник). Значит когда некоторое кол-во порошка убрали то на весах осталось не 3, а 2 золотника. Потом когда Кощей ещё раз взвесил половинку у него стало 2 золотника др. Если весы врут в ~~меньшую~~ большую сторону, ~~то~~ то 2+1=3, это точно не подходит у нас должно получится 5 Если весы врут в ~~большую~~ меньшую сторону 2+3=5, это правильно. Вес одной половины − 2, а другой − 3. Но нам надо проверить такой вариант, когда первый раз при взвешивании всего порошка весы показали бы в меньшую сторону. (~~то~~ то есть на самом деле было не 6 а 7 золотников) Тогда бы если бы отложили некоторое кол-во порошка, то осталось бы не 3 а 4 на самом деле, а при повторном взвешивании было бы не 2, а 3 или 1.

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЛМ 47-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тут также если весы врали в большую сторону, то вторая половина была бы 1, но 1+4=5, а нам нужно 7, поэтому не правильно. Если бы весы врали в меньшую сторону, то вторая половина была ~~были~~ бы 3, то 4+3=7 нам подходит. Первая половина 4, вторая половина-3.

+

Тут получается два ответа, но мне кажется что Баба Яга хотела обмануть людей, поэтому хотела взять себе больше. Тогда второй ответ нам больше подойдёт.

Ответ: первая половина-4, вторая половина-3.

№2

Мы должны просто привести пример. С нечётного числа до 2019. Четные: 2012+2014+2016+2018. Нечётные: 2011+2013+2015+2017+2019. Считаем

2012 +2014 2016 2018 8,060	2011 +2013 2015 2017 2019 10,075

∓

вывод неверен

Мы видим, что сложенные нечетные числа больше сложеных чётных. Значит сумма всех нечётных чисел будет больше.

Ответ: сумма всех нечётных.

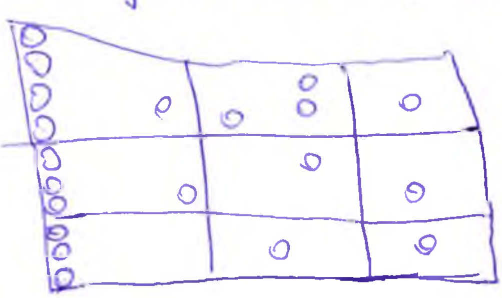
№4.

Известно, что каждый разработчик Android-отдела отправил по ~~7~~ 7 сообщений, и получил по 15 сообщений. Сотрудники iOS-отдела отправили 15 сообщений, получили по 9. Значит каждое сообщение Android дошло, но к нему ещё прибавилось 2·(9-7). Значит у iOS есть сотрудники, которые отправили свои 15 сообщений коллегам из iOS (компании где они работают). Нам надо найти число, которое делится на 2 и на 15. 15 не делится на 2. (15·2=30) 30 делится на 2. ~~30:2=15~~ 30:15=2 человека из фирмы iOS отправили сообщения людям из своей компании. Значит в компании iOS больше, чем в Android на 2 человека.

Ответ: в iOS.

№3.

Нам надо сначала разделить прямоугольник на отсеки.



Теперь нам надо сделать двадцать отверстий. Нам без разницы с какого отсека начинать.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Посмотрите на мою картинку. Нам не важно как и где распаложены отверстия. 20 : 9 = 2 (1 ост.) Если мы будем распределять отверстия в отсеках поровну у нас всё равно в одном получится 3. А если не поровну, то всеравно хотябы в одном отсеке получится 3 и более отверстий.

+

нужно разъяснить подробнее

№ 1.

~~Тут я бы взяла знак умножения~~

Возьмём два любых натуральных числа $X=2$, $Y=3$. Проверим свойства:

1) $2 \cdot 0 = 2$

2) $2 \cdot (3+1) = (2 \cdot 3) + 2$

Правильно.

Формула:

~~а·в = с, с — это такое натурально~~

а · в — это значит найти такое число с, которое при делении на число в будет давать а и наоборот.

$2.019 \cdot 19 =$

~~2019~~

~~19~~

~~21~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ LM 47-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~$2019 \times 19 = 19071$, $+ 019$~~

В первом свойстве мы можем использовать – или +. Во втором х.

окраина – одна

Формула сложения:

a + в – это значит найти такое число с, которое при уменьшении на в будет давать а или наоборот.

Формула вычитания:

a - в – это значит найти такое число с, которое при сложении с числом в будет давать а.

Формула умножения:

a · в – это значит найти такое число с которое при делении на в будет давать а и наоборот.

$2.019 + 19 = 2.038$

$2019 - 19 = 2.000$

$2019 \cdot 19 =$

$$\begin{array}{r} 2.019 \\ \times \quad 19 \\ \hline 18.171 \\ +2.019 \quad \\ \hline 38.361 \end{array}$$

⊕

до ответа не доведено

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Учебный центр МРСК Урала	ЦН89-27	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Векшин

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 23.09.04. **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

x - кол-во триас. дискоглосс. $x, y, z \in \mathbb{N}_0$
y - кол-во сабл. лягушек.
z - кол-во хвостов у лягушки : ?

$5x + 4y = 100$ $100 \vdots 5$; $5x \vdots 5 \Rightarrow 4y \vdots 5$
$100 \vdots 4$; $4y \vdots 4 \Rightarrow 5x \vdots 4$

$4y \vdots 5$; $4 \not\vdots 5 \Rightarrow y = 5k$ $k, n \in \mathbb{N}_0$
$5x \vdots 4$; $5 \not\vdots 4 \Rightarrow x = 4n$

Сделаем перебор всех $\mathbb{N}_0$ k и n $x + yz = 64$

$20k + 20n = 100$

n	k	x	y	
0	5	0	25	$0 + 25z = 64$; $z \notin \mathbb{N}$ [X]
1	4	4	20	$4 + 20z = 64$; $z = \frac{60}{20} = 3$ ✓
2	3	8	15	$8 + 15z = 64$; $z \notin \mathbb{N}_0$ [X]
3	2	12	10	$12 + 10z = 64$; $z \notin \mathbb{N}_0$ [X]
4	1	16	5	$16 + 5z = 64$; $z \notin \mathbb{N}_0$ [X]
5	0	20	0	$20 + z = 64$ [X] $20 \neq 64$

Единственный $z \in \mathbb{N} = 3$ Ответ: 3 хвоста. +

№2

Заметим, что $2019 \vdots 3$. Рассмотрим остатки n^2+n+2

mod 3	0	1	2
n	0	1	2
n^2	0	1	1
n^2+n+2	0+0+2 = 2	1+1+2 = 1	2+1+2 = 2

Значит, при $n \in \mathbb{N}$
$n^2+n+2 \not\vdots 3$

Ответ: не может.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

$m_п + m_с = 100кг$; $m_п = 100кг - m_с$

$$\frac{m_п}{v_п} = \frac{m_с}{v_с} = \frac{100кг - m_с}{v_п}$$

$$m_с v_п = (100 - m_с) v_с$$

$$\frac{100кг - m_с}{v_с} = 20д \qquad \frac{m_с}{v_п} = 45д$$

$$100кг - m_с = 20v_с \qquad m_с = 45v_п$$

$$45v_п^2 = 20v_с^2 \ / \cdot \frac{1}{5}$$

$$9v_п^2 = 4v_с^2$$

$$9v_п^2 - 4v_с^2 = 0$$

+

$$(3v_п - 2v_с)(3v_п + 2v_с) = 0$$

$$\left.\begin{matrix} v_п > 0 \\ v_с > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 3v_п - 2v_с = 0$$

$$3v_п = 2v_с$$

$$v_п = \frac{2}{3} v_с$$

если они одинаковое кол-во времени ⇒ съеденная масса пропорциональна скорости.

$$\frac{m_с}{\frac{2}{3}v_с} = 45; \ \frac{3}{2} \cdot \frac{m_с}{v_с} = 45; \ \frac{m_с}{v_с} = 30 дней$$

как определили?

Пончик съел 40кг? варенья за 30 дней;

Сиропчик - 60кг за 30 дней

$$v_п = \frac{40кг}{30дней} = 1\frac{1}{3} \frac{кг}{день}; \ v_с = 2 \frac{кг}{день}.$$

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\dots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)+\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2-1}\right)+\dots=1$$

$$\frac{x(x+1)}{x^2\cdot x}+\frac{x(x+1)}{(x^2-1)(x+1)}+\frac{x(x+1)}{(x^2-2)(x+2)}\dots=1$$

$$x(x+1)\left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{(x^2-1)(x+1)}+\frac{1}{(x^2-2)(x+2)}+\dots\right)=1$$

$$\frac{1}{x^2\cdot x}+\frac{1}{(x^2-1)(x+1)}+\frac{1}{(x^2-2)(x+2)}+\dots+\frac{2}{x(x+1)}=\frac{1}{x(x+1)}$$

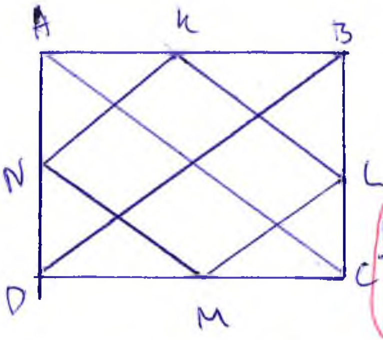
число ↑ в середине

±

почему?

Ответ: нет, не имеет. для $x>1$ такое число найдётся, и оно всё портит.

Не совсем четко



№3 где $KL \parallel AC \parallel NM$; $NK \parallel DB \parallel ML$.

По усилению теоремы Вариньона: ▱ KLMN, в котором

$$\frac{1}{1}=\frac{KB}{AK}=\frac{AN}{ND}=\frac{DM}{MC}=\frac{CL}{BL}$$ в

не соотв. условию

прямоугольнике периметр равен удвоенной диагонали (диагонали в ▭ равны)

∓

Также, Вариньоновский параллелограмм является параллелограммом с наименьшим периметром. Поэтому, не найдётся такого пути, который был бы меньше удвоенной диагонали.

Ответ: нет, не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Уфа

Место проведения

ВЯ 15-57

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Верпиковa

ИМЯ Андрея

ОТЧЕСТВО Сергеевича

Дата рождения 21.12.2001

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.18
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Верп

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть: кол-во человек на I курсе – n

кол-во мальчиков на I курсе – m

кол-во человек на всём факультете – N

кол-во мальчиков на всём факультете – M.

Тогда по условию: $\frac{m}{n}\cdot 100\% > \frac{M}{N}\cdot 100\%$

$\Downarrow$

$\frac{m}{n} > \frac{M}{N}$, по правилу пропорции:

$\frac{m}{M} > \frac{n}{N}$

$\Downarrow$

$\frac{m}{M}\cdot 100\% > \frac{n}{N}\cdot 100\%$

Но $\frac{m}{M}\cdot 100\%$ – это отношение (в процентах) первокурсников ко всем мальчикам факультета, а $\frac{n}{N}\cdot 100\%$ – отношение (в процентах) всех студентов I курса ко всем студентам факультета.

Примечание: ~~Док-ть~~, что $\frac{m}{M} > \frac{n}{M}$ можно ~~не~~ немного другим способом:

$\frac{m}{n} > \frac{M}{N}$ (по усл.) $\Rightarrow \frac{m}{n}\cdot n > \frac{M}{N}\cdot n$, т.к. $n>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow m\cdot\frac{1}{M} > \frac{Mn}{N}\cdot\frac{1}{M}$, т.к. $\frac{1}{M}>0 \Rightarrow \frac{m}{M} > \frac{n}{N}$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: проц. отнош. первокурсников к мальчикам всего факультета больше, чем проц. отнош. всех студентов I курса к студентам всего факультета.

(+)

№2.

$n^2+n+17 \vdots 2019$?

Заметим, что $2019 \vdots 3$.

Рассмотрим различные остатки ~~вар~~ выражения n^2+n+17 по mod 3:

Если $n \equiv_3 0$: $n^2+n+17 \equiv_3 0+0+2 \equiv_3 2$

$\Downarrow$

$n^2+n+17 \not\vdots 3$.

+

Если $n \equiv_3 1$: $n^2+n+17 \equiv_3 1+1+2 \equiv_3 4 \equiv_3 1$

$\Downarrow$

$n^2+n+17 \not\vdots 3$

Если $n \equiv_3 2$: $n^2+n+17 \equiv_3 4+2+2 \equiv_3 8 \equiv_3 2$

$\Downarrow$

$n^2+n+17 \not\vdots 3$.

Получаем, что какой бы остаток не давала n по mod 3, выражение n^2+n+17 не будет делиться на 3. Но $2019 \vdots 3$,

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит $n^2+n+17 \not\vdots\, 2019$, при $\forall n$. ▲

№4.

Пусть: Запас пончика равен m_1
Запас Сиропчика равен m_2
Прожорливость пончика равна υ_1
Прожорливость Сиропчика равна υ_2.

Тогда по условию:

1) $m_1+m_2=100$ (кг)

2) $\frac{m_1}{\upsilon_1}=\frac{m_2}{\upsilon_2}=t.$ (дн.)

3) $\frac{m_2}{\upsilon_1}=45$ (дн.)

4) $\frac{m_1}{\upsilon_2}=20$ (дн.)

Рассмотрим выраж.: $\frac{m_2}{\upsilon_1}\cdot\frac{m_1}{\upsilon_2}=\frac{m_2}{\upsilon_2}\cdot\frac{m_1}{\upsilon_1}=t^2$

Но $\frac{m_2}{\upsilon_2}\cdot\frac{m_1}{\upsilon_1}=45\cdot 20=900$ (по усл.)

$t^2=900 \Rightarrow t=30$ (дн.)

$\frac{m_1}{\upsilon_1}=t=30 \Rightarrow \underline{m_1=30\cdot\upsilon_1}$

$\frac{m_2}{\upsilon_2}=t=30 \Rightarrow \underline{m_2=30\cdot\upsilon_2}$

Рассмотрим выраж.: $\frac{m_2}{\upsilon_1}=45 \Rightarrow 30\cdot\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}=45 \Rightarrow \underline{\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}=\frac{3}{2}}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

По условию $m_1+m_2=100$ (кг)

$30v_1+30v_2=100 \Rightarrow 30(v_1+v_2)=100$

$v_1+v_2=\frac{10}{3} \Rightarrow v_2=\frac{10}{3}-v_1$

Т.к. $\frac{v_2}{v_1}=\frac{3}{2}$, то $\frac{\frac{10}{3}-v_1}{v_1}=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{10}{3v_1}-1=\frac{3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{10}{3v_1}=\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{2}{3v_1}=\frac{1}{2} \Rightarrow v_1=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}\left(\frac{кг}{дн}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $v_2=\frac{10}{3}-v_1=\frac{10}{3}-\frac{4}{3}=2\left(\frac{кг}{дн.}\right)$

$m_1=30\cdot v_1=30\cdot\frac{4}{3}=\cancel{60}\ 40$ (кг)

$m_2=30\cdot v_2=30\cdot 2=60$ (кг)

+

Ответ: $m_1=40$ кг, $m_2=60$ кг, $v_1=1\frac{1}{3}\frac{кг}{дн.}$, $v_2=2\frac{кг}{дн.}$

№5.

Пусть $n=2010$, тогда $\underbrace{\sqrt{n+\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}}_{n\text{ раз}} \overset{?}{<} n$

$n^2 \overset{?}{>} n+\underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-1}$

$n(n-1) \overset{?}{>} \sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}$

$n^2(n-1)^2 \overset{?}{>} n+\underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-2}$

$n(n(n-1)^2-1) \overset{?}{>} \underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-2}$

Получим закономерность:

$$\underbrace{n(n(n\ldots n(n}_{i}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)}_{i-1} \overset{?}{>} \underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-i-1}.$$

$$n^2(\underbrace{n(n\ldots n(n}_{i}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)^2}_{i-1} \overset{?}{>} n+\underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-i-2}$$

$$\underbrace{n(n(n(n\ldots n(n}_{i+1}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)^2-1)}_{i} \overset{?}{>} \underbrace{\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n}}}_{n-i-2}$$

$\Downarrow$

При $i=n-2$:

$$\underbrace{n(n(n(n\ldots n(n}_{n-1}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)^2-1}_{n-2} \overset{?}{>} 0 \quad |:n$$

$$\underbrace{n(n(n\ldots n(n}_{n-2}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)^2-1}_{n-2} \overset{?}{>} 0$$

вопрос остался!

Докажем ~~это по~~ индукции:

При $n=3$ – ~~работает.~~

Если $\underbrace{n(n(n\ldots n(n}_{n-2}\underbrace{-1)^2-1)^2-1)^2-1)^2\ldots-1)^2-1}_{n-2}>0$

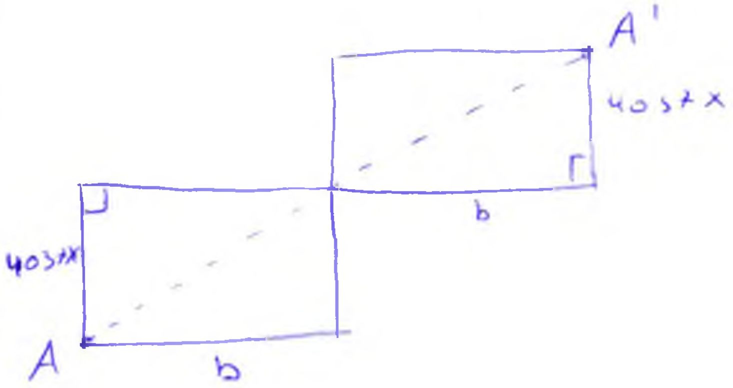
При обратной подстановке $n=2019$:

$$\underbrace{2019(2019(2019\ldots 2019}_{2016}(2018)^2\underbrace{-1)^2-1)^2\ldots-1)^2-1}_{2016}>0$$

Очевидно, что выражение будет больше нуля.

Ответ: Да, верно.

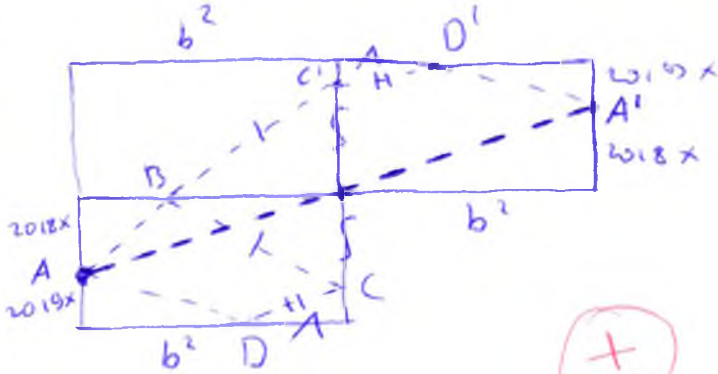
№ 3.



AA' – это полный путь I пловца

$AA' = 2\cdot\sqrt{4037^2x^2+b^2}$

$l_1 = AA' = 2\cdot\sqrt{4037^2x^2+b^2}$



±

$A' \to B \to C \to D \to A$ – это путь II пловца, $A \to B \to C' \to D' \to A' = A \to B \to C \to D \to A$, т.к. мы получили этот путь путём „распрямления" пути $A \to B \to C \to D \to A$

По теореме о прямой и ломаной

$l_2(\min) = AA' = 2\cdot\sqrt{2018^2x^2+b^2}$

будет ли попадание на берега?

Заметим, что $l_2(\min) < l_1 \Rightarrow$ он сможет расставить так точки B, C, D, чтобы $l_2 < l_1$. Очевидно, что он может выбрать точки так, чтоб $l_2 > l_1$. Тогда из-за соображений непрерывности ф-ии он сможет выбрать точки так, чтоб $l_2 = l_1$, тогда $\frac{l_{max}}{l_{min}} = 1$, но $\frac{l_{max}}{l_{min}} \geq 1$, т.к. $l_{max} \geq l_{min}$.

Ответ: 1) да, сможет; 2) $\min\left(\frac{l_{max}}{l_{min}}\right) = 1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300

Место проведения

КТ 25-18

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ВЕСТФАЛЬСКАЯ

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 1 октября 2002 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10. 02. 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ав

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Обозначим мальчиков на первом курсе за „M_1", мальчиков на всем факультете — за „M_0", всех ~~мальчиков~~ студентов первого курса за „$M_1 + D_1$", а всех студентов факультета за „$M_0 + D_0$".

Отсюда дано:

$$\frac{M_1}{M_1+D_1} > \frac{M_0}{M_0+D_0} \qquad \frac{M_1}{M_0} \; ? \; \frac{M_1+D_1}{M_0+D_0}$$

По основному свойству дроби:

$$\frac{M_1}{M_1+D_1} \; ? \; \frac{M_0}{M_0+D_0}$$, что соответствует дано, =>

$$\frac{M_1}{M_0} > \frac{M_1+D_1}{M_0+D_0}$$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

(+)

2. $n^2+n+17 \vdots 2019$, $n \in N$

1) Разложим число 2019 на множители:
$2019 = 3 \cdot 673$ ✓

2) Рассмотрим, делится ли n^2+n+17 на 3. ✓
Для этого рассмотрим все возможные остатки от деления этого выражения на 3:

n	0	1	2
n^2+n	0	2	0
n^2+n+17	2	1	2

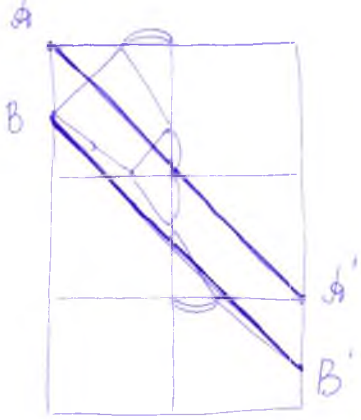
+

, отсюда видно, что данное выражение (n^2+n+17) нацело на 3, т.е. на один из множителей 2019, не делится (т.к. остатка „0" не получается), => и на 2019 это число, при натуральных n, делиться не будет.

Ответ: к сожалению, не может.

3. Построим случайный маршрут 2-ого пловца, затем путем отражения построим ломанную линию, соответствующую нашему маршруту, после чего соединим начальную и конечную точку и найдем таким образом кратчайший возможный маршрут 2-ого пловца.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) Т.к. мы выполняли все построения отмечая все точки исключительно на сторонах прямоугольника, и соблюдая все отношения, а точка начала движения 2-ого пловца совпадает с окончанием его маршрута, то B' также делит сторону прямоугольника в отношении 2018 : 2019

2) A – A' – прямая, по которой плывёт 1-ый пловец.

B – B' – прямая, по которой плывет 2-ой пловец.

парал.?

Фигура AA'B'B – прямоугольник, т.к. AB = A'B', AB ∥ A'B' (по п. 1), =>

AA' = BB', => кратчайший маршрут 2-ого совпадает по длине с маршрутом 1-ого, => ~~[illegible]~~ минимальное отношение большего к меньшему равно 1 : 1, равно 1.

Ответ не может, 1

---

5. $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\ раз} < 2019$

~~[illegible]~~

Пусть в этой последовательности не 2019 членов, а n, тогда по методу математической индукции:

1) $n = 1$, $\sqrt{2019} < 2019$

$2019 < 2019^2$

2) Обозначим выражение $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{n\ раз}$ за k

Пусть k (где n членов) < 2019.

3) Докажем, что $\sqrt{2019+k}$ (т.е. где членов n+1) тоже < 2019:

$\sqrt{2019+k} < 2019 \quad |^2$

$2019 + k < 2019^2$. ~~[illegible]~~

$k < 2019^2 - 2019$

$k < 2019 \cdot 2018$, $k < 2019$ (по п. 2)

$2019 < 2019 \cdot 2018$, => $\sqrt{2019+k} < 2019$,

=> это выражение < 2019 при любом количестве членов, => $\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$

Ответ: верно.

доказано)

4. Пусть запас варенья Пончика равен x, а запас Сиропчика – y.

Дано:

$t_1 = t_2$, $t = \frac{S}{V}$ (S – запас, V – прожорливость)

$\frac{x}{p_п} = \frac{y}{p_c}$, где $p_п$ – прожорливость Пончика, p_c – прожорливость Сиропчика

$x + y = 100$, $\frac{y}{p_п} = 45$, $\frac{x}{p_c} = 20$ $\Rightarrow$ $x + y = 100$, $p_п = \frac{y}{45}$, $p_c = \frac{x}{20}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{x \cdot 45}{y} = \frac{y \cdot 20}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 100 \\ 45x^2 = 20y^2 \end{cases}$

±

К сожалению, при решении этой системы уравнений у меня получаются всё время разные ответы, да ещё и с корнями, поэтому я потратила 1 час 8 минут, но все же подобрала x и y. :)

$x = 40$, $p_c = \frac{40}{20} = 2$

$y = 60$, $p_п = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$

НЕТ ЛИ ДРУГИХ?

Ответ. Пончик съел 40 кг варенья со скоростью (= прожорливостью) $\frac{4}{3}$ кг варенья в день, Сиропчик съел 60 кг, со ~~скоростью~~ скоростью 2 кг варенья в день.

△

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

УУ 77-42

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Володин

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 20.10.2004

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Володин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть было a трипалых диплосов, $a, b, x \in N$
b саблезубых лягушек,
x хвостов у 1 саблезубой лягушки.

Ног было 100 => $5a+4b=100$

$$\left.\begin{matrix} 100 \vdots 4 \\ 4b \vdots 4 \end{matrix}\right| \Rightarrow 5a \vdots 4 \Rightarrow a \vdots 4$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=4 \\ b=20 \end{cases} \\ \begin{cases} a=8 \\ b=15 \end{cases} \\ \begin{cases} a=12 \\ b=10 \end{cases} \\ \begin{cases} a=16 \\ b=5 \end{cases} \end{array}\right.$$

$\begin{cases} a=20 \\ b=0 \end{cases}$ – хвостов не 64

$\begin{cases} a=0 \\ b=25 \end{cases}$ – хвостов нецелое число ($x = \frac{64}{25}$)

$a + xb = 64$, т.к. хвостов всего 64.

$\begin{cases} a=4 \\ b=20 \end{cases} \Rightarrow x = 3$ – подходит

$\begin{cases} a=8 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{56}{15}$ – нецелое

$\begin{cases} a=12 \\ b=10 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{52}{10}$ – нецелое

$\begin{cases} a=16 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{48}{5}$ – нецелое

Ответ: 3 хвоста

+

№2

1) $n \equiv 0 \pmod 3$

$n^2 \equiv 0 \pmod 3$

$n^2+n \equiv 0 \pmod 3$

$n^2+n+2 \equiv 2 \pmod 3$

2) $n \equiv 1 \pmod 3$

$n^2 \equiv 1 \pmod 3$

$n^2+n \equiv 2 \pmod 3$

$n^2+n+2 \equiv 1 \pmod 3$

3) $n \equiv 2 \pmod 3$

$n^2 \equiv 1 \pmod 3$

$n^2+n \equiv 0 \pmod 3$

$n^2+n+2 \equiv 2 \pmod 3$

Но если нам нужно, чтобы n^2+n+2 делилось на 2019, оно должно делиться и на 3, т.к. $2019 \vdots 3$.

А как мы показали, n^2+n+2 даёт любые остатки при делении на 3, кроме 0. Значит $n^2+n+2 \not\vdots\, 3$

$\Downarrow$

$n^2+n+2 \not\vdots\, 2019$

Ответ: не может

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УУ 77-42

№4

Пусть X кг запасов имелось у Пончика,

Y кг запасов имелось у Сиропчика,

V_x кг/д – прожорливость Пончика,

V_y кг/д – прожорливость Сиропчика.

По условию время одинаковое $\Rightarrow \frac{X}{V_x} = \frac{Y}{V_y}$ $\frac{Y}{X} = \frac{V_y}{V_x}$

По условию:

$\frac{y}{V_x} = 45$

$\frac{x}{V_y} = 20$ $\frac{2{,}25x}{V_y} = 45$

$\frac{y}{V_x} = \frac{2{,}25x}{V_y}$ $\frac{V_y}{V_x} = \frac{2{,}25x}{y}$, а мы знаем, что $\frac{V_y}{V_x} = \frac{y}{x}$.

Тогда $\frac{2{,}25x}{y} = \frac{y}{x}$

$2{,}25x^2 = y^2$

$y = 1{,}5x$

Всего запасов было 100 кг.

$\begin{cases} x + y = 100 \\ y = 1{,}5x \end{cases}$; $\boxed{\begin{cases} x = 40 \text{ кг} \\ y = 60 \text{ кг} \end{cases}}$

$\frac{60}{V_x} = 45$ $\frac{40}{V_y} = 20$

$V_x = \frac{4}{3}$ кг/д $V_y = 2$ кг/д

Ответ: Пончик: 40 кг, $\frac{4}{3}$ кг/д,
Сиропчик: 60 кг, 2 кг/д.

(+)

Лист 03 из

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300

Место проведения

КТ 25-19

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Волянский

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Ильич

Дата рождения 10.12.2002

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Волян

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 25-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

α - мальчиков на 1 курсе β - мальчиков всего

$n\alpha$ - первокурсников $n\beta$ - всего студентов

Т.к. в процентном соотн. мальчиков на 1 курсе больше, чем всего, то

$\frac{\alpha}{n\alpha} > \frac{\beta}{n\beta} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\beta} > \frac{n\alpha}{n\beta} \Rightarrow$ первокурсников среди мальчиков в процентном отношении больше, чем первокурсников среди всего факультета

Ответ: первокурсников среди мальчиков процентно больше, чем первокурсников среди факультета

+

№2.

$n^2+n+17 \vdots 2019$

Т.к. $2019 \vdots 3$, то $n^2+n+17 \vdots 3$

$n^2+n+2 \vdots 3$

$n^2+n \underset{3}{\equiv} 1$

+

Разберём случаи:

1) $n \underset{3}{\equiv} 0 \Leftrightarrow n^2+n \underset{3}{\equiv} 0$, противоречие

2) $n \underset{3}{\equiv} 1 \Leftrightarrow n^2+n \underset{3}{\equiv} 1+1 \underset{3}{\equiv} 2$, противоречие

3) $n \underset{3}{\equiv} -1 \Leftrightarrow n^2+n \underset{3}{\equiv} 1-1 \underset{3}{\equiv} 0$, противоречие

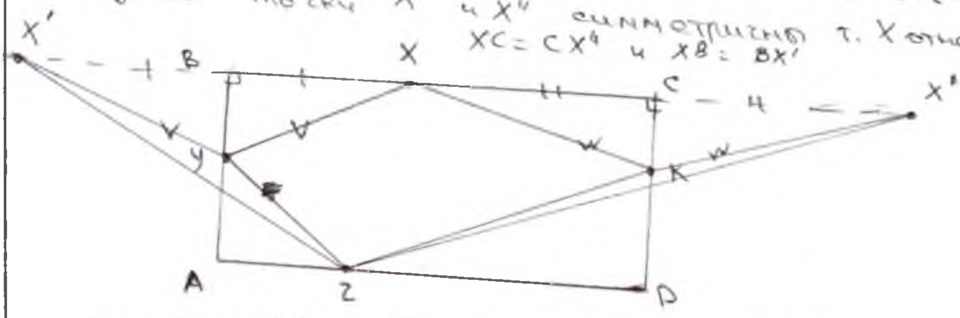
Значит, что ни в одном из случаев $n^2+n+17 \not\vdots 3 \Rightarrow n^2+n+17 \not\vdots 2019$

Ответ: такого n не существует

№3

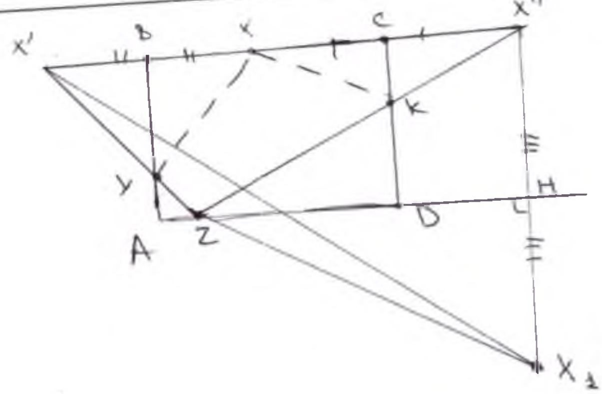
Рассмотрим траекторию второго пловца (XYZK), где т. X - фиксирована (BX:XC = 2018:2019)

Пусть точки X' и X'' симметричны т. X относительно B и C соотв. $\Rightarrow$ XC = CX'' и XB = BX'



т.к. $YB \perp X'X$, то YB - сер. пер. к X'X $\Rightarrow$ X'Y = YX. Аналогично, KX = KX'' $\Rightarrow$ по н-ву $\triangle$: $X'Y + YZ \geq X'Z$ и $X''K + KZ \geq X''Z \Rightarrow XY + YZ + ZK + KX \geq X'Z + ZX'' \Rightarrow$ т.к. второй хочет сделать свою траекторию ~~как~~ короче, то т. $Y \in X'Z$, т. $K \in ZX''$, тогда в неравенствах будут равенства $\Rightarrow XY + YZ + ZK + KX = X'Z + ZX'' \Rightarrow$ наилучшая траектория имеет такой вид (на след. странице.)

Лист 01 из 03



2. Пусть X_1 - точка, симметричная X'' относительно AD =>

$ZX'' = ZX_1$ (из симметрии) =>

$ZX' + ZX'' = X'Z + ZX_1 \geq X'X_1$

т.к. точка X - фиксирована => фиксированы точки X', X'' и X_1 => самая короткая длина траектории будет достигаться, когда $Z \in X'X_1$ =>

$X'Z + ZX_1 = X'X_1 \Rightarrow XY + YZ + ZK + KX = X'X_1$

3. Длина траектории первого пловца $l_1 = 2\sqrt{AB^2 + BC^2}$ (по т. Пифагора)

т.к. $X'B = BX$, $XC = X''C$ и X_1 симм X'' относительно AD, то

$X'X'' = 2BC$; $X''X_1 = 2AB \Rightarrow l_{2min} = X'X_1 = \sqrt{4BC^2 + 4AB^2} = 2\sqrt{AB^2 + BC^2}$ (2)

4. из (1) и (2) следует, что второй не сможет добиться того, чтобы его путь был короче, при этом наименьшее отн. длин будет равно $\frac{l_{2min}}{l_1} = 1:1$

Ответ: нет, второй не может, наименьшее отношение длин путей равно $1:1$

№4

α кг - запасы Пончика, β кг - запасы Сиропчика

$x_\alpha \frac{кг}{день}$ - прожорливость Пончика, $x_\beta \frac{кг}{день}$ - прожорливость Сиропчика

т.к. всего запасов у них 100 кг, то $\alpha + \beta = 100$ (1)

т.к. свои запасы они съедают за равное время, то $\frac{\alpha}{x_\alpha} = \frac{\beta}{x_\beta}$ (2)

т.к. Пончик съедает запасы Сиропчика за 45 дней, а Сиропчик запасы Пончика за 20 дней, то

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{x_\beta} = 20 \\ \frac{\beta}{x_\alpha} = 45 \end{cases} \quad (3)$$

из (1), (2) и (3) получаем систему:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 100 \\ \frac{\alpha}{x_\beta} = 20 \\ \frac{\beta}{x_\alpha} = 45 \\ \frac{\alpha}{x_\alpha} = \frac{\beta}{x_\beta} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 100 \\ \cancel{\alpha = 20 x_\beta} \quad x_\beta = \frac{\alpha}{20} \\ x_\alpha = \frac{\beta}{45} \\ \frac{45\alpha}{\beta} = \frac{20\beta}{\alpha} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 100 \\ \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{4}{9} \\ x_\alpha = \frac{\beta}{45} \\ x_\beta = \frac{\alpha}{20} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 100 \\ \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{3} \ (\text{т.к. } \alpha \text{ и } \beta > 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} > 0) \\ x_\alpha = \frac{\beta}{45} \\ x_\beta = \frac{\alpha}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 1{,}5\alpha \\ 2{,}5\alpha = 100 \\ x_\alpha = \frac{\beta}{45} \\ x_\beta = \frac{\alpha}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 40 \\ \beta = 60 \\ x_\alpha = 1\frac{1}{3} \\ x_\beta = 2 \end{cases}$$

Ответ: Пончик съел 40 кг, с прожорливостью $1\frac{1}{3}$ кг/день

Сиропчик - 60 кг, с прожорливостью 2 кг/день

№5

Докажем, что $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n \text{ раз}} < \sqrt{n \cdot 2019}$ при $n \geq 2$

По индукции: База: $n=2$

$$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < \sqrt{2 \cdot 2019}$$
$$\Updownarrow$$
$$2019+\sqrt{2019} < 2 \cdot 2019$$
$$\Updownarrow$$
$$\sqrt{2019} < 2019$$
$$2019 < 2019^2 \iff 1 < 2019 \text{ - верное н-во}$$

Переход: Пусть верно для $n \leq k$, докажем, для $n = k+1$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1} < \sqrt{(k+1)2019}$$
$$\Updownarrow$$
$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{k} < k \cdot 2019 + 2019$$
$$\Updownarrow$$
$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{k} < k \cdot 2019 \ (1)$$

Т.к. 1) $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k} < \sqrt{2019 \cdot k}$ (2) (по предп. индукции)

2) $k \cdot 2019 > \sqrt{k \cdot 2019}$ (3) (k - натуральное)
$$\Updownarrow$$
$$k^2 \cdot 2019^2 > k \cdot 2019$$
$$\Updownarrow$$
$$k \cdot 2019 > 1 \ (k \geq 1 \text{ и } 2019 > 1 \Rightarrow \text{н-во верное})$$

Из (2) и (3) следует, что (1) - верное н-во ЧТД

Тогда: $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} < \sqrt{2019 \cdot 2019} = 2019 \Rightarrow$

н-во в условии верное

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Г-300	КТ 25-43	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Горбунов

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 09.12.2001 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

может ли $n^2+n+17 \vdots 2019$?

$2019 = 673 \cdot 3 \Rightarrow$ если $n^2+n+17 \vdots 2019$, то $n^2+n+17 \vdots 3$. Докажем, что такое невозможно:

1) $17 \equiv 2 \mod 3$, тогда если $n^2+n+17 \vdots 3$, то $n^2+n \equiv 1 \mod 3$.

n может давать остатки 0, 1, 2 при делении на 3.

(1) $n \equiv 0 \mod 3 \Rightarrow n^2+n \equiv 0 \mod 3$
не подходит

(2) $n \equiv 1 \mod 3 \Rightarrow n^2+n \equiv 2 \mod 3$
не подходит

(3) $n \equiv 2 \mod 3 \Rightarrow n^2+n \equiv 0 \mod 3$
не подходит.

$\Rightarrow n^2+n+17$ не делится на 3 ни при каких n

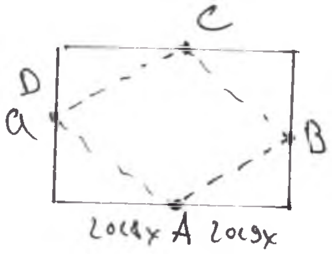
$\Rightarrow$ не делится и на 2019

ч.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

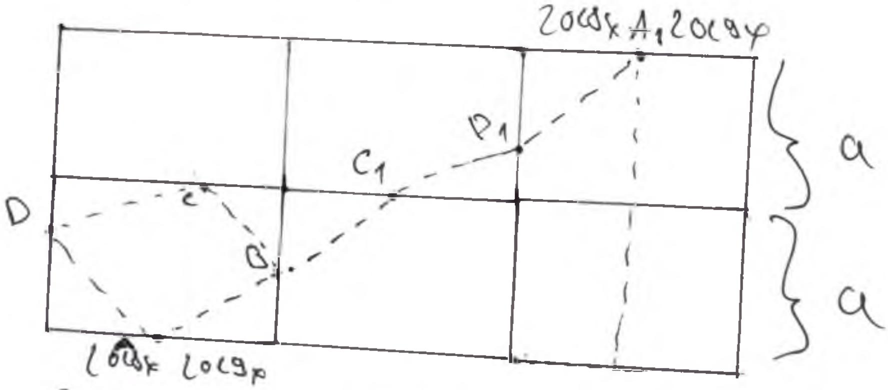
№3

Рассмотрим траекторию второго шмеля:



Пусть a и $4037x$ стороны п/у-ка.

Достроим несколько прямоугольников:



Путем отражения и переноса получаем траекторию AA', которая эквивалентна исходной. В ней точки A и A' зафиксированы, а B, C_1, D_1 могут перемещаться по сторонам. Тогда кратчайшая траектория если AA' — прямая. В этом случае

$AA' = \sqrt{((2018+2019)\cdot 2x)^2 + (2a)^2}$ по теореме Пифагора.

Длина пути первого шмеля ~~тоже~~ равна

$2\cdot\sqrt{((2018+2019)x)^2 + a^2} = \sqrt{((2018+2019)\cdot 2x)^2 + (2a)^2}$.

Пути равны, значит:

① Второй шмель не может выбрать путь короче

② минимальное отношение равно 1

Ответ: Нет, не может; 1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} \vee 2019$$

Рассмотрим выражение $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots}}}}_{\infty \text{ раз}}$. Очевидно, что оно больше исходного.

?!

Пусть оно равно S. Тогда решим его:

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots}} = S$ — существует ли S?

$\Rightarrow \sqrt{2019+S} = S$

$\Rightarrow S^2 - S - 2019 = 0$

$D = 1 + 4\cdot 2019$

$S_1 = \frac{1-\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}$ не подходит, т.к. $S>0$

$S_2 = \frac{1+\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}$ подходит ±

$S_2 < 2019$, значит и $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019}$ меньше 2019 $\Rightarrow$ Неравенство верно.

∓

Это для ∞ случая а у нас конечный.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть у Пончика в запасе x кг, тогда у Сиропчика $(100-x)$ кг. Пусть прожорливость пончика y кг/день, а прожорливость Сиропчика z кг/день

Тогда составим таблицу:

	Запасы, кг	Прожорливость, кг/день	время, дней
П	x	y	t_1
С	$100-x$	z	t_1
П	$100-x$	y	45
С	x	z	20

из таблицы:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} & (1) \\ \frac{100-x}{y} = 45 & (2) \\ \frac{x}{z} = 20 & (3) \end{cases}$$

из (2): $45y = 100 - x \Rightarrow x = 100 - 45y$

из (3): $z = \frac{x}{20} \Rightarrow z = \frac{100-45y}{20} = \frac{20-9y}{4}$

из (1): $\frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{100-45y}{y} = \frac{45y \cdot 4}{20-9y}$

$(100-45y)(20-9y) = 45 \cdot 4 \cdot y^2$

$2000 - 1800y + 9 \cdot 45y^2 = 45 \cdot 4 \cdot y^2$

$45 \cdot (9-4)y^2 - 1800y + 2000 = 0$

$3^2 5^2 y^2 - 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 y + 2^4 \cdot 5^3 = 0$

$3^2 y^2 - 3^2 \cdot 2^3 y + 2^4 \cdot 5 = 0$

$D = 3^4 \cdot 2^6 - 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4 \cdot 5 = 2^6 \cdot 3^2 (9-5) =$
$= 2^8 \cdot 3^2 = (2^4 \cdot 3)^2$

$$\begin{cases} y_1 = \dfrac{3^2 2^3 + 2^4 \cdot 3}{2 \cdot 3^2} = \dfrac{3 \cdot 2^3 (3+2)}{2 \cdot 3^2} = \dfrac{20}{3} \\ y_2 = \dfrac{3^2 \cdot 2^3 - 2^4 \cdot 3}{2 \cdot 3^2} = \dfrac{3 \cdot 2^3 (3-2)}{2 \cdot 3^2} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

Тогда $x_1 = 100 - 45 y_1 = 100 - \frac{20}{3} \cdot 45 = 100 - 20 \cdot 15.$
Однако $x_1 > 0$, значит y_1 не подходит.
тогда $y = \frac{4}{3}$ кг/день

$x = 100 - \frac{45 \cdot 4}{3} = 100 - 60 = 40$ кг
$100 - x = 60$ кг
$z = \frac{x}{20} = \frac{60}{20} = 2$ кг/день

+

Ответ: Запасы Пончика – 40кг, Прожорливость – $\frac{4}{3}$ кг/день; Запасы Сиропчика – 60 кг, Прожорливость – 2 кг/день.

№1.

Пусть T – кол-во первокурсников, $T_м$ – мальчики первокурсники

M – кол-во учащихся на факультете

M_m – мальчики из них.

нам дано: $\frac{T_м}{T} > \frac{M_m}{M}$

спрашивают: $\frac{T_м \cap M_m}{M_m}$ или $\frac{T \cap M}{M}$

$\Leftrightarrow \frac{T_м + M_m - T_м \cup M_m}{M_m}$ или $\frac{T + M - T \cup M}{M}$

$\Leftrightarrow \frac{T_м}{M_m} - \frac{T_м \cup M_m}{M_m}$ или $\frac{T}{M} - \frac{T \cup M}{M}$.

из условия $\frac{T_м}{M_m} > \frac{T}{M}$;

$\frac{T_м \cup M_m}{M_m} < \frac{T \cup M}{M}$

Значит ~~студентов нов~~ $\frac{T_м \cap M_m}{M_m} > \frac{T \cap M}{M}$

Т.е. первокурсников среди всех мальчиков больше.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

011Ю 50-47

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Гордеева

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 29.12.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№4.

Составим таблицу:

	Запас (кг), A	Прожорливость (кг/дн), P	Время (дн), t
П	x	$\frac{x}{t}$	t
С	$100-x$	$\frac{100-x}{t}$	t
П	$100-x$		45
С	x		20

Пусть запас (кг) − A, прожорливость (кг за день) P, время (в днях) − t.
$\Rightarrow A = P \cdot t$
П − Пончик
С − Сиропчик

Пусть запас Пончика − x, тогда запас Сиропчика: $100-x$. Т.к. по усл-вию они съели свои запасы за одинаковое кол-во времени, то $t_1 = t_2 = t$.

$\rightarrow P_п = \frac{x}{t}$; $P_c = \frac{100-x}{t}$.

Вторая половина таблицы: если бы коротышки поменялись запасами.
$\rightarrow A'_п = 100-x$; $A'_c = x$. Время соответственно $t'_п = 45$; $t'_c = 20$. $\rightarrow P'_п = \frac{100-x}{45}$; $P'_c = \frac{x}{20}$.

Но т.к. прожорливости не меняются, то

$$\begin{cases} P_п = P'_п \\ P_c = P'_c \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{x}{t} = \frac{100-x}{45} \\ \frac{100-x}{t} = \frac{x}{20} \end{cases}$$

Отрешиваем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{t} - \frac{100-x}{45} = 0 \\ \frac{100-x}{t} - \frac{x}{20} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 45x - 100t + xt = 0 \ (1) \\ 2000 - 20x - xt = 0 \ (2) \\ t \neq 0 \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

Сложив ~~(1)~~ (1) и (2), получим:

$45x - 100t + 2000 - 20x = 0$

$25x - 100t + 2000 = 0 \quad | :25$

$x - 4t + 80 = 0$

$x = 4t - 80 \ (3)$

Подставляем (3) в любое из ур-й (1) и (2):

$45 \cdot (4t - 80) - 100t + (4t - 80) \cdot t = 0$

~~$180t + 3600$~~

$180t - 3600 - 100t + 4t^2 - 80t = 0$

$4t^2 = 3600$

$t^2 = 900$

$\begin{cases} t = \pm 30 \\ t > 0 \end{cases} \qquad t = 30$

Тогда находим x: $A_п = x = 4 \cdot \overset{120}{30} - 80 = 40$ (кг)

$A_c = 100 - x = 100 - 40 = 60$ (кг)

$P_п = \frac{x}{t} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$ (кг/дн) ; $P_c = \frac{60}{30} = 2$ (кг/дн)

Ответ: Пончик съел 40кг варенья с прожорливостью $1\frac{1}{3}$ кг/дн, а Сиропчик съел 60кг варенья с прожорливостью 2кг/дн.

+

№1.

M_1 - мальчики на 1ом курсе $\quad M_1 > M_ф$

$M_ф$ - мальчики на всём факульте

$Д_1$ - девочки на 1ом факультете

$Д_ф$ - девочки на всём факультете

N1. (продолжение)

получаем: $М_1 + Д_1$ – всего первокурсников

Значит, нам нужно сравнить: $\frac{М_1 + \cancel{Д_1}}{М_Ф}$ и $\frac{М_1 + Д_1}{М_Ф + Д_Ф}$.

~~т.к. по условиям $М_1 > М_Ф$, т.е. $\frac{М_1}{М_Ф} > 1$, то $\frac{М_1+Д_1}{М_Ф} > 1$ (увеличиваем числитель, увеличивается)~~

Т.к. по условиям $М_1 > М_Ф$, ~~т.е~~ то $\frac{М_1}{М_Ф} > 1$

А $\frac{М_1 + Д_1}{М_Ф + Д_Ф} < 1$ (т.к. в противном случае получили бы противоречие: студентов 1ого курса данного факультета больше ~~его~~ всех студентов этого курса, чего не м.б.)

(+)

N2.

$n^2 + n + 17 \overset{?}{\vdots} 2019$ $(n \in N)$ Найти: n_{min} или Док-ть: n не сущ-ет

$n^2 + n + 17 = \underbrace{n(n+1)}_{\text{2 последовательных числа}} + 17$

либо n, либо $(n+1)$ – чётное $\to n \cdot (n+1)$ – чёт

$\to n \cdot (n+1) + 17$ – нечётн.

$n \cdot (n+1)$ может заканчиваться на 0; 2; 4; 6; 8 ~~(т.к. чёт.)~~ (с точки зрения чётности), а т.к. это 2 подряд идущих числа, то их произведение может заканчиваться на 0; 2; 6

цифра, на котор. оканч. 1ое число	цифра, на котор. оканч. 2ое число	цифра, на котор. оканч. их произвед.
1	2	2
2	3	6
3	4	2
4	5	0
5	6	0
6	7	2
7	8	6
8	9	2
9	0	0

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 01050-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

Тогда $n(n+1)+17$ может ~~з~~оканчиваться на 7; 9 или 3 соответственно.

Предположим, что данное выражение ~~может~~ делится на 2019. Тогда если оно оканчивается на 7, то ~~...~~ оно равно $2019\cdot \overline{x...3}$, на 9: $2019\cdot \overline{y...1}$, на 3: $2019\cdot \overline{z...7}$.

$2019=3\cdot 673$ 17 – простое число

$n(n+1)+17=3\cdot 673\cdot d$ некотор. число

~~если $d=17$ $n(n+1)+17=2019\cdot 17$~~

Ответ: не может.

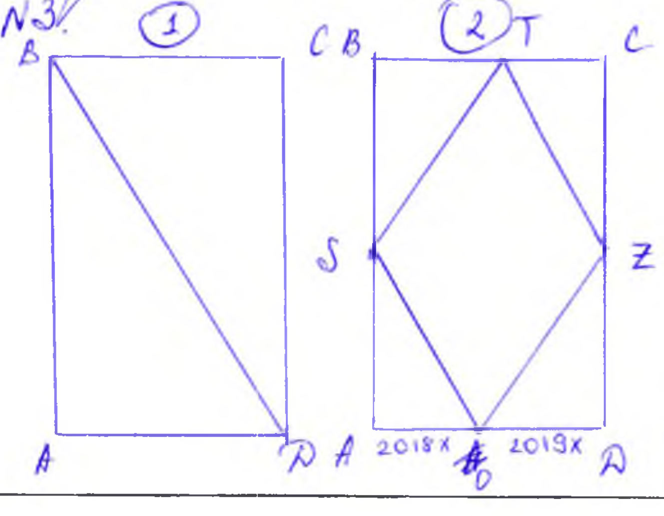
№1 (прод-е)

получаем: $\frac{M_1}{M_ф} > 1 > \frac{M_1+\Delta_1}{M_ф+\Delta_ф}$

таким образом первокурсников среди мальчиков всего факультета больше всех студентов первого курса ~~факульт~~ среди всех студентов факультета.

Ответ: в процентном соотношении первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

№3.



Пусть 2011 спортсмен начинает свой путь из т. O. $\frac{AO}{DO}=\frac{2018}{2019}=\frac{2018x}{2019x}\rightarrow AD=4037x$

Обозначим $AB=4037y$.

Путь 2010 пловца O – S – T – Z – O

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

Пусть $\frac{AS}{BS} = \frac{2018}{2019} = \frac{2018y}{2019y}$; $\frac{BT}{CT} = \frac{2019}{2018} = \frac{2019x}{2018x}$ и $\frac{CZ}{DZ} = \frac{2018}{2019} = \frac{2018y}{2019x}$

Найдём длину пути 2ого пловца, просчитав OS, ST, TZ и ZO по т. Пифагора из треугольников AOS, BST, CTZ и DZO ($\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$):

$$p_2 = OS + ST + TZ + ZO = \sqrt{(2018x)^2 + (2018y)^2} + \sqrt{(2019y)^2 + (2019x)^2} + \sqrt{(2018x)^2 + (2018y)^2} + \sqrt{(2019y)^2 + (2019x)^2} = 2 \cdot 2018\sqrt{x^2+y^2} + 2 \cdot 2019\sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{x^2+y^2} \cdot (2018+2019) = 2\sqrt{x^2+y^2} \cdot 4037$$ – путь 2 пловца

$$p_1 = 2 \cdot BD = 2 \cdot \sqrt{(4037x)^2 + (4037y)^2} = 2 \cdot 4037 \cdot \sqrt{x^2+y^2}$$

В этом случае получаем: $p_1 = p_2 \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = 1$ – минимальное отношение длины „большего" пути к „меньшему"

Если „двигать" любую из точек O; S; T; Z по рёбрам (берегам), то расстояние (путь p_2) будет увеличиваться. не обосновано

$\Rightarrow$ Ответ: 2ой пловец не может выбрать точки на 3ёх берегах так, чтобы его путь был короче, чем у 1ого, но он может выбрать их так, чтобы их пути были равны, т.е. $\min \frac{p_1}{p_2} = 1$.

−/+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 5.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\text{ раз}} \overset{?}{<} 2019$$

Предположим, что это верно и начнём возводить обе части в квадрат.

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019}}}_{2018\text{р.}} < 2019^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}_{2018\text{р}} < 2019(2019-1)$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{р.}} < 2019^2\cdot 2018^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{р}} < 2019\cdot(2019\cdot 2018^2-1)$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2016\text{р}} < 2019^2\cdot(2019\cdot 2018^2-1)^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2016\text{р.}} < 2019\cdot(2019\cdot(2019\cdot 2018^2-1)^2-1)$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2015\text{р}} < 2019^2(2019\cdot(2019\cdot 2018^2-1)^2-1)^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2015\text{р}} < 2019\cdot(2019\cdot(2019\cdot(2019\cdot 2018^2-1)^2-1)^2-1)$$

...

В конце получим $\sqrt{2019} < 2019\cdot(\ldots)$

ненулевое ~~больше~~ выражение, больше 1

почему?

Это верно.
Ответ: да.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

61 Ю 50 20

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Горожанин

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 24. 09. 2002 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10. 02. 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 61Ю 50-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть m_1 - кол-во мальчиков 1 курса ; n_1 - кол-во первокурсников

m - кол-во мальчиков на факультете ; n - кол-во обучающихся факультета

Нам дано, что

$\frac{m_1}{n_1} > \frac{m}{n}$; по основному свойству пропорции

$m_1 \cdot n > m \cdot n_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m} > \frac{n_1}{n}$, т.е.

~~м мальчиков~~ первокурсников среди мальчиков больше чем первокурсников среди студентов факультета в процентном отношении

+

Ответ: первокурсников среди мальчиков

№2.

$2019 \equiv 0 \pmod 3$

$17 \equiv 2 \pmod 3$

т.е. чтобы сумма делилась на 2019 надо чтобы

$n^2 + n \equiv 1 \pmod 3$

Если $n \equiv 0 \pmod 3$, то $n^2+n \equiv 0 \pmod 3$

Если $n \equiv 1 \pmod 3$, то $n^2+n \equiv 2 \pmod 3$

Если $n \equiv 2 \pmod 3$, то $n^2+n \equiv 0 \pmod 3$ + это верно

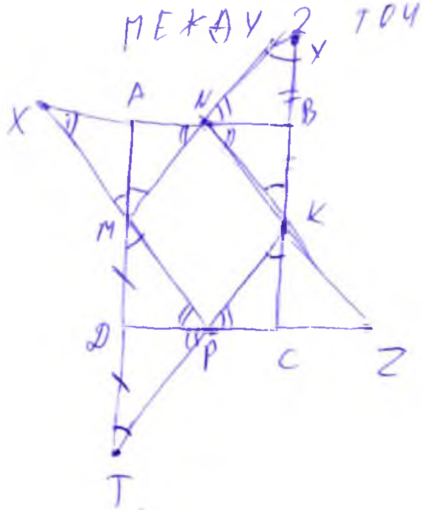
т.е. $n^2+n+17 \not\vdots\, 3$, а $2019 \vdots 3$, т.е.

n^2+n+ ~~20~~ 17 не делится на 2019 при любом натуральном n

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Пусть 2-ой пловец нашёл кратчайший путь, тогда заметим, что точки на берегах должны располагаться так, чтобы если их поставить им симметричные относительно берега, то они будут лежать на прямой по которой он плывёт. Иначе мы можем найти путь короче. (следует из расстояния между 2 точками)



Тогда отметим все равные стороны, вертикальные и накрест лежащие углы

Заметим, что $MYKT$ - парал-м. Из равенства треугольников MDP и BNK получим, что

$MP = Nk$, аналогично $MN = PK$ получаем, что $MNKP$ - парал-м. и что отношения

$Bk : kC =$ ~~CP~~ $DP : PC = AM : MD = AN : NB = 2018 : 2019$

~~BD~~ Пусть $Bk = 2018x$ $kC = 2019x$

$CP = 2019y$ $DP = 2018y$, тогда

$kP = \sqrt{2019x + 2019y}$ $Nk = \sqrt{2018x + 2018y}$ +

$P_{MNKP} = 2(\sqrt{2019x + 2019y} + \sqrt{2018x + 2018y})$.

$2BD = 2\sqrt{4037x + 4037y}$

$\sqrt{2019x + 2019y} + \sqrt{2018x + 2018y} \vee \sqrt{4037x + 4037y}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Возведя в квадрат получим, что правая часть больше или равна. Равенство достигается при $PK \parallel BD$ и $PM \parallel AC$.

Ответ: нет; 1:1.

№4.

Пусть x – прожорл Пончика; y – прожорливость Сиропчика

$20y$ – запасы Пончика; $45x$ – запасы Сиропчика

$$\begin{cases} 45x+20y=100 \\ \frac{20y}{x}=\frac{45x}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} 9x+4y=20 \\ 9x^2=4y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{20-9x}{4} \\ 9x^2=4\left(\frac{20-9x}{4}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{20-9x}{4} \\ 36x^2=81x-360x+400 \ (*) \end{cases}$$

$(*)$ $45x^2-360x+400=0$

$9x^2-72x+80=0$

$\frac{D}{4}=1296-720>0$

+

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{36+24}{9} \\ x=\frac{36-24}{9} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=6\frac{2}{3} \\ x=\frac{4}{3} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=6\frac{2}{3} \\ y=\frac{20-9\cdot 6\frac{2}{3}}{4}<0 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=2 \end{cases} \end{array}\right. \quad \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=2 \end{cases}$$

$20y=40$

$45x=60$

Ответ: Пончик – запасы 40 (кг), прожорливость $\frac{4}{3}\left(\frac{кг}{ч}\right)$

Сиропчик – запасы 60 кг, прожорливость $2\left(\frac{кг}{ч}\right)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЫНЮ 50-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$\cancel{\sqrt{2019}}$

$$\sqrt{1936} < \sqrt{2019} < \sqrt{2025}$$

$$44 < \sqrt{2019} < 45$$

$$2063 < 2019 + \sqrt{2019} < 2064$$

$$45 < \sqrt{2019 + \sqrt{2019}} < 46$$

$$2064 < 2019 + \sqrt{\dots} < 2065$$

$$45 < \sqrt{2019 + \sqrt{\dots}} < 46$$

Т.о. опять добавив 2019 и ~~иж~~ извлечя корень мы опять получим число между 45 и 46. Сделав это 2019 раз мы все равно получим число между 45 и 46, которое ~~мен~~ следственно меньше ~~2019~~.

Ответ: верно.

это ошибка. Дробная часть не равна! надо доказать.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

ШЮ 82-84

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Гравенко

ИМЯ Богдан

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 23.08.02 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 61 Ю 82-84

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

M_1 – мальчиков на первом курсе

M_2 – мальчиков на остальных курсах

K_1 – первокурсников на факультете

K_2 – не первокурсников на факультете

$$\frac{M_1}{K_1} > \frac{M_1+M_2}{K_1+K_2} \quad \Big|\Big| \cdot (K_1+K_2)K_1$$

$$M_1(K_1+K_2) > K_1(M_1+M_2) \quad \Big|\Big| : (M_1+M_2)(K_1+K_2)$$

$$\frac{M_1}{M_1+M_2} > \frac{K_1}{K_1+K_2}$$

⊕

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков в процентах больше чем студентов первого курса среди всех студентов.

№ 2

$$n^2+n+17 = k \cdot 2019$$

решим уравнение по модулю 3:

$$n^2+n+17 \equiv_3 k \cdot 2019$$

$$n^2+n+2 \equiv_3 0$$

$$n^2+n \equiv_3 1$$

+

если $n \equiv_3 0$, то $0+0 \not\equiv_3 1$

если $n \equiv_3 1$, то $1+1 \not\equiv_3 1$

если $n \equiv_3 2$, то $1+2 \not\equiv_3 1$

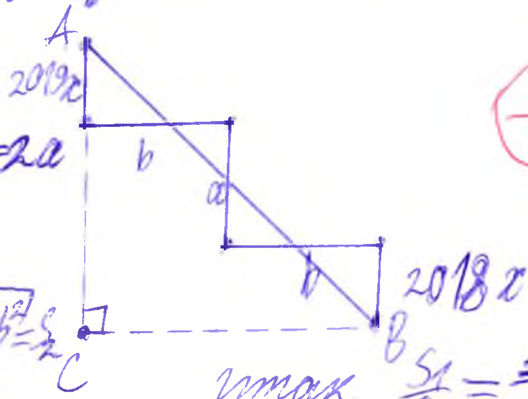
Уравнение не имеет решений по модулю 3, значит не имеет решений вообще. Ответ: не может.

№3

Переформулируем условие:
Представим путь второго пловца:

Симметрическими преобразованиями мы сохранили прямые углы между отрезками, длину отрезков, а значит и длину пути. Задача свелась к нахождению наикратчайшего пути из A в B по отрезкам с концами на ребрах.

Как известно наикратчайший ~~отрезок~~ путь между двумя точками — ~~прямая~~ их соединяющий. Т.е. в нашей задаче — AB.



$AC = 2019x + a + 2018x = 2a$

$BC = 2b$

$AB = \sqrt{4a^2+4b^2} = 2\sqrt{a^2+b^2} = S_2$

Путь первого пловца:

a b $S_1 = 2\sqrt{a^2+b^2}$

Итак, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{1}$

Ответ: 1; не может.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть x кг/д – прож. Пончика

y кг/д – прож. Сиропчика

$t_д$ – время на поедание запасов

Составим систему ур-ий:

$$\begin{cases} xt+yt=100 \\ \frac{xt}{y}=20 \\ \frac{yt}{x}=45 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} t(x+y)=100 \\ \frac{x}{y}=\frac{20}{t} \\ t^2=900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t=30 \\ \frac{x}{y}=\frac{2}{3} \\ x+y=\frac{10}{3} \end{cases}$$

$x=\frac{2}{3}y$

$\frac{5}{3}y=\frac{10}{3}$

$y=2$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=\frac{10}{3}-\frac{6}{3} \\ t=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=2 \\ xt=40 \\ yt=60 \end{cases}$$

$xt_т$ – съел Пончик

$yt_т$ – съел Сиропчик

Ответ: $1\frac{1}{3}$ кг/д – прож. Пончика, съел 40 кг. 2 кг/д – прож. Сиропчика, съел 60 кг.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть дано только n корней. $n \in N$

для $n=1$: $\sqrt{2019} < 2019$ — верно

Пусть для $k \in N$ выполнено:

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\dots\sqrt{2019}}}}_{k\ \text{раз}} < 2019$$

докажем для $k+1$:

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\dots+\sqrt{2019}}}}_{k+1\ \text{раз}} = \sqrt{2019+\underbrace{\sqrt{2019+\dots+\sqrt{2019}}}_{k\ \text{раз}}} =$$

$$= \underbrace{\sqrt{2019+\underbrace{a}_{\wedge\ 2019}}}_{\wedge\ 2\cdot 2019 < 2019^2} < 2019$$

Тогда по ММИ для любого $n \in N$ верно $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\dots+\sqrt{2019}}}}_{n\ \text{раз}} < 2019$

⊕

ж. для $n=2019$ тоже верно.

Ответ: верно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ „СОШ №19"

Место проведения

GR 79-36

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17 081

ФАМИЛИЯ Григорьев

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 13.05.2004

Класс: 8А

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть x – ~~кг~~ кол-во пятиногих головастиков, а y – кол-во многохвостых головастиков, z – кол-во хвостов у многохвостых головастиков.

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+2y=64 \end{cases}$$

$5x=100-4y$

$x=20-0,8y$

$20-0,8y+zy=64$

$zy-0,8y=44$

$y(z-0,8)=44$

$z-0,8=\frac{44}{y}$

$z=\frac{44}{y}+0,8$

~~$\begin{cases} z=\frac{44+0,8y}{y} \\ x+0,8y=20 \end{cases}$~~

~~$1,25x-$ $1,2x+0,8$~~

~~Так как $5x+4y$ – натуральное число, то~~ $y \vdots 5$,

~~$z=\frac{44+0,8y}{}$~~

~~$z=\frac{44+0,8y}{y}$~~

~~$x+0,8y=20$~~

~~$1,25x+y=20$~~

$$\begin{cases} z=\frac{44+0,8y}{y} \\ x+\frac{4}{5}y=20 \\ \frac{5}{4}x+y=25 \end{cases}$$

Так как z, $\frac{4}{5}y$ и $\frac{5}{4}x$ – ~~натуральные~~ целые числа, то $y \vdots 5$, а $x \vdots 4$,

1) $x=0$

$\frac{4}{5}y=20$

$y=25$

$z=\frac{44+20}{25}=\frac{64}{25}$ – не ~~натуральное~~ целое

2) $x=4$

$4+\frac{4}{5}y=20$

$\frac{4}{5}y=16$

$y=20$

$z=\frac{44+16}{20}$

$z=3$ – подходит.

3) $x=8$

$8+\frac{4}{5}y=20$

$\frac{4}{5}y=12$

$y=15$

$z=\frac{44+12}{15}$

$z=\frac{56}{15}$ – $\varnothing$

4) $x=12$

$12+\frac{4}{5}y=20$

$y=10$

$z=\frac{44+8}{10}$

$z=\frac{52}{10}$ – $\varnothing$

5) $x=16$

$16+\frac{4}{5}y=20$

$y=5$

$z=\frac{44+4}{5}$

$z=\frac{48}{5}$ – $\varnothing$

6) $x=20$

$20+\frac{4}{5}y=20$

$y=0$

$z=\frac{44+4}{0}$ – $\varnothing$

$z=3$ – единственный подходящий ответ

Ответ: имеют 3 хвоста.

+

№2

$n^2+n+2 \vdots 2019$? n – натуральное

n – не может быть дробным, т.к. мин. возможное натур. число $\vdots$ на 2019 кроме 0 – это 2019, а если ~~n – то~~ n – дробное то сумма дробных частей у n^2 и n не будет целым числом.

$2019=673\cdot 3$, тоесть $2019 \vdots 3$, тогда

$n^2+n+2 \vdots 3$, может быть 3 случая:

1) $n=3k$

$\underset{\vdots 3}{9k^2}+\underset{\vdots 3}{3k}+\underset{не \vdots 3}{2}$ — сумма не $\vdots$ на 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-36

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) $n=3k+1$

$(3k+1)^2+3k+1+2=9k^2+6k+1+3k+3=9k^2+9k+4$ — не $\vdots$ на 3

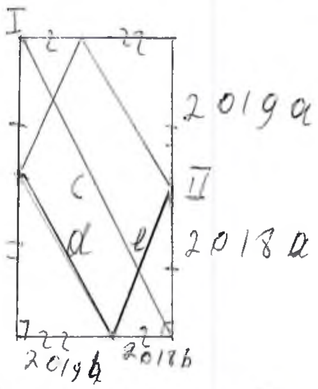
3) $n=3k+2$

$(3k+2)^2+3k+2+2=9k^2+12k+4+3k+2+2=9k^2+15k+8$ — не $\vdots$ 3

При любом n, ~~выраж~~ сумма n^2+n+2 — не $\vdots$ на 3, а значит и не $\vdots$ на 2019.

Ответ: не может.

+



№3

Так как мы должны построить четырехуг. внутри прямоугольника так, чтобы ~~он об.~~ его P был минимальный, то его стороны, должны быть гипотенузами ~~равнобедренных~~ прямоуг. треугольников, а сам четырехуг. должен не быть параллелограммом.

нужно обосновать.

Соотношение сторон в каждом прямоуг. Δ должно быть одинаково, значит точки на сторонах прямоуг. должны делить сторону так, как и первая точка.

Отрезок первого плоука равен:

$2c=2\sqrt{4037^2a^2+4037^2b^2}=2\sqrt{4037^2(a^2+b^2)}=8074\sqrt{a^2+b^2}$

$2d+2e=2\sqrt{2019^2b+2019^2a^2}+2\sqrt{2018^2a^2+2018^2b^2}=4038\sqrt{a^2+b^2}+4036\sqrt{a^2+b^2}=$
$=8074\sqrt{a^2+b^2}$

$2c=2d+2e$.

Их расстояния равны, а т.к. расстояние II — было мин. возможным, то путь II не может быть короче I.

Ответ: не может

+

№ 4

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \dfrac{ya}{x}=45 \\ \dfrac{xa}{y}=20 \end{cases}$$

	~~производ.~~ v кг/ч	t ч.	A кг
П	$\frac{x}{a}$	a	x
С	$\frac{y}{a}$	a	y

$$\frac{ya}{x}\cdot\frac{xa}{y}=900$$

$a^2=900$

$a=30$

$a=-30$ — время не может быть отрицательным ∅.

$$\begin{cases} 30\dfrac{y}{x}=45 \\ 30\dfrac{x}{y}=20 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

$2y=3x$

$y=1,5x$

$x+1,5x=100$ $\qquad \frac{x}{a}=\frac{40}{30}=1\frac{1}{3}$ кг/ч.

$2,5x=100$ $\qquad \frac{y}{a}=\frac{60}{30}=2$ кг/ч.

$x=40$

$40+y=100$

$y=60$

Ответ: Пончик — съел 40 кг, ~~со скоростью~~ ~~с производительностью~~ со скоростью $1\frac{1}{3}$ кг/ч, а Сиропчик 60 кг, ~~с производ.~~ со скоростью 2 кг/ч.

№ 5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

Кол-во дробей считается так: $1+x(x-1)$

$\frac{1}{x}<\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}$, точно выполняется

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}+\dots+\frac{1}{x^2}<1$$

$\frac{2}{x}+\frac{2}{x+3}+\frac{2}{x+6}+\frac{2}{x+9}+\dots+\frac{1}{x^2}<1$, но какое бы мы число не взяли ~~Это будет матрица~~

17081

так сумма $\frac{2}{x}+\frac{2}{x+3}+\frac{2}{x+6}\ldots+\frac{x+1}{x^2}<1$, не будет выполняться,
так как сумма $\frac{2}{x}+\frac{2}{x+3}+\frac{2}{x+6}+\ldots+\frac{2}{x^2-2}$ будет ~~меньше~~ больше ~~меньше~~ или равно единице, но остаётся ещё как минимум одна дробь, которая в сумме с предыдущими будет боле ≥ 1.

Если $x=2$

$\frac{2}{2}<1$ — не выполняется. $x>1$

2) $x=3$

$\frac{2}{3}+\frac{2}{6}+\frac{2}{9}=\frac{12+6+4}{18}=\frac{22}{18}>1$ — $\varnothing$

$\cancel{\frac{13}{18}+\frac{1}{4}+}$ 1

3) $x=4$

$\frac{2}{4}+\frac{2}{7}+\frac{2}{10}+\frac{2}{13}+\cancel{\frac{2}{16}}=\frac{1}{2}+\frac{2}{7}+\frac{1}{5}+\frac{2}{13}=\frac{7}{10}+\frac{2}{7}+\frac{2}{13}>\frac{7}{10}+\frac{2}{10}+\frac{2}{13}=$

$=\frac{9}{10}+\frac{2}{13}=\frac{117+20}{13}=\frac{137}{130}>1$ — $\varnothing$

4) $x=5$

$\frac{2}{5}+\frac{2}{8}+\frac{2}{11}+\frac{2}{14}+\frac{2}{17}+\frac{2}{20}+\frac{2}{23}=\frac{2}{5}+\frac{1}{4}+\frac{2}{11}+\frac{1}{7}+\frac{2}{17}+\frac{1}{10}+\frac{2}{23}=$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{2}{11}+\frac{1}{7}+\frac{2}{17}+\frac{2}{23}=\frac{3}{4}+\frac{2}{11}+\frac{1}{7}+\frac{2}{17}+\frac{2}{23}>\frac{3}{4}+\frac{2}{10}+\frac{1}{7}+\frac{2}{17}+\frac{2}{23}=$

$=\frac{19}{20}+\frac{1}{7}+\frac{2}{17}+\frac{2}{23}>\frac{19}{20}+\frac{1}{7}+\frac{2}{20}+\frac{2}{23}=\frac{21}{2}+\frac{1}{7}+\frac{2}{23}>1$ — $\varnothing$

(с каждым шагом дальше сумма всё больше и больше единицы)

а значит решение в натуральных числах >1 нет.

Ответ: не имеет.

это нечетко

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ „СОШ № 19"

Место проведения

GR 79-81

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Громова

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 19.08.2004.

Класс: 8 А

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Пусть x — количество голов. дисполосса, а y — кол-во головаст. лягушки, тогда

$5x+4y=100$ (ног)

$zy+x=64$ (хвоста)

Надо найти z (кол-во хвостов у каждого головастика лягушки)

Максимальное кол-во голов. дисполосса — $\frac{100}{5}=20$

если гол. дисполосса (назовём их ГД, а головаст. лягушки — ГЛ) будет 20, то гол. лягушки будет $100-20\cdot5=0$, количество хвостов — 20, $20<64$, не подходит. (далее ~~хвосты~~ ноги ГЛ — НГЛ) (хвосты ГЛ — ХГЛ)

Пусть ГД — 19, тогда НГЛ $100-19\cdot5=5$, 5 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 18, тогда НГЛ $100-18\cdot5=10$, 10 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 17, тогда НГЛ — $100-17\cdot5=15$, 15 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 16, тогда НГЛ — $100\cdot16\cdot5=20$, $20:4=5$; ~~хвосты 16 64-16~~ хвостов НГЛ — $\frac{64-16}{5}=9,6$; не подходит

пусть ГД — 15, НГЛ — 25; 25 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 14, НГЛ — 30, 30 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 13 НГЛ — 35; 35 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 12, НГЛ — 40 $40:4=10$; хвостов ГЛ — $\frac{64-12}{10}=5,2$; не подходит

пусть ГД — 11, тогда НГЛ — 45; 45 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 10, тогда НГЛ — 50, 50 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 9, тогда НГЛ — 55; 55 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 8, тогда НГЛ — 60 $\cancel{\frac{60}{4}}$ $=60:4=15$; $15z+8=64$; $15z=54$, $z=3,6$; не подходит

пусть ГД — 6, тогда НГЛ — 70; 70 не ⋮ на 4; не подходит

пусть ГД — 7, тогда НГЛ — 65; 65 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 5, тогда НГЛ — 75, не подходит

пусть ГД — 4, тогда НГЛ $=100-4\cdot5=80$; $80:4=20$ (ГЛ); ХГЛ — $64-4=60$; $60:20=3$ (по 3 хвоста у каждого головастика лягушки)

пусть ГД — 3, тогда НГЛ — 85; 85 не ⋮ на 4, не подходит.

пусть ГД — 2, тогда НГЛ — 90, 90 не ⋮ на 4, не подходит

пусть ГД — 1, тогда НГЛ — 95, не подходит

значит головастиков дисполосса 4 шт, а ГЛ — 20, у каждого ГЛ по 3 хвоста

Ответ: 3 хвоста.

+

можно короче!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. если $n^2+n+2 \vdots$ на 2019, то

$n^2+n+2=2019x$

если $x=1$, то

$n^2+n=2017$

$n^2+n-2017=0$

$D=1+8068=8068$ $\sqrt{D} \notin N$ (N — множество натур. чисел)

получается, чтобы $n^2+n+2 \vdots$ на 2019, то

$\sqrt{4(2019x-2)+1} \in N$

Любое число равное $\left(\sqrt{4(2019x-2)+1}\right)^2$ будет оканчиваться на 1, 2, 3, 5, 6, 7 или 9

$\sqrt{4(2019x-2)+1}$ ~~не может оканчиваться~~ $=$

$=\sqrt{8076x-7}$

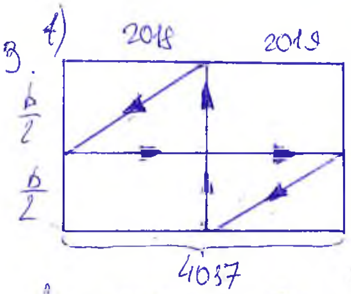
$8076x-7$ не может оканчиваться на 2, 3 или 7.

не существует такого числа x, чтобы $\sqrt{8076x-7} \in N$

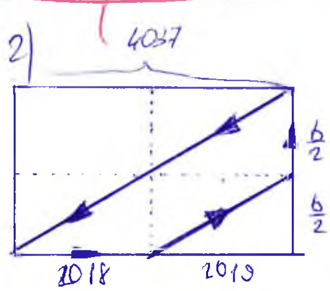
Ответ: не может.

+

3. 1)



2)



2 частн. случая (не лучшие)

в I случае и во II случае I пловец проплывет: $2(\sqrt{b^2+4037})$

(по теор. Пифагора $c^2=a^2+b^2$)

в 1 случае II пловец проплывет

$4037+b+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+2018^2}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+2019^2}=4037+b+\frac{\sqrt{b^2+4(2018^2)}}{2}+\frac{\sqrt{b^2+4(2019^2)}}{2}$

это $>2\sqrt{b^2+4037}$

во 2 случае II пловец проплывет:

$\sqrt{b^2+4037}+2018+\frac{b}{2}+\frac{\sqrt{b^2+4(2019^2)}}{2}>2\sqrt{b^2+4037}$

Ответ: нет, не может.

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GR 79-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4.	v (кг/дн)	t (дн)	кол-во (кг)
Пончик (было)	$\frac{y}{45}$	$\frac{45x}{y}$	x
Сиропчик (было)	$\frac{x}{20}$	$\frac{20y}{x}$	y
Пончик (сказали)	$\frac{y}{45}$	45	y
Сиропчик (сказали)	$\frac{x}{20}$	20	x

Пусть x — варенье Пончика, y — варенье Сиропчика.

Если бы Пончик ел запасы Сиропчика, а Сиропчик ел запасы Пончика, то их скорости поедания были бы — $\frac{y}{45}$ и $\frac{x}{20}$, но их скорости всегда остаются такими же поэтому в верхней части таблицы v такие же.

Получим уравнение:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{45x}{y}=\frac{20y}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 45x^2-20y^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 9x^2-4y^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ (3x-2y)(3x+2y)=0 \end{cases}$$

1) $$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=300 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

$5y=300$

$y=60$ (кг)

$x=40$ (кг)

2) $$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=300 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$$

$y=300$

$y>100$

$\varnothing$

$v_{\text{пончика}}=\frac{60}{45}=\frac{y}{45}=1\frac{1}{3}$ (кг/дн)

$v_{\text{сиропчика}}=\frac{x}{20}=\frac{40}{20}=2$ (кг/дн)

Ответ: Пончик съел 40 (кг) варенья с произв. $1\frac{1}{3}$ (кг/дн); Сиропчик съел 60 (кг) варенья с производит. 2 (кг/дн).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения

ыQ15-54

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Демиденко

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 04.01.2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дему

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ b1Q15-54

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

S-количество студентов факультета
S_m-количество мальчиков на факультете
S_I-количество первокурсников
S_{mI}-количество мальчиков на первом курсе
Процентное отношение можно заменить обычным отношением

$\frac{S_{mI}}{S_m}$ $\frac{S_{mI}}{S_I} > \frac{S_m}{S}$ ① $\frac{S_{mI}}{S_m}$? $\frac{S_I}{S}$ Так как все числа-количества студентов, они положительные и при умножении или делении обоих частей нер-в. на них знак не сменится.

① $\cdot S \cdot S_I$: $S_{mI} \cdot S > S_m \cdot S_I$ ②

② $: S \cdot S_m$: $\frac{S_{mI}}{S_m} > \frac{S_I}{S}$

+

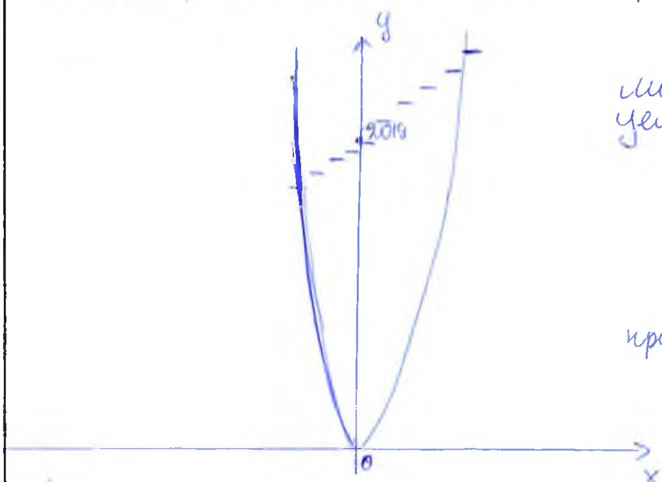
Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем студентов первого курса ~~среди студентов факультета~~

№2

$x^2-[x]=2019$ ①

Так как $[x]$-целое число $x^2=2019+[x]$ - целое число, значит x либо целое, либо иррациональное

Рассмотрим схематически графики $y=x^2$ и $y=2019+[x]$



Из графика видно, что решений может быть либо 3, либо 2, причём целая часть у них различается, отрицательный корень один

1) Если x-целое, $[x]=x$
$x^2-x-2019=0$
$D=1+8076=8077$ - ни один из квадратов чисел не оканчивается на 7 (ни одна цифра при возведении в квадрат не оканч. на 7), значит целых решений нет

2) 2019 и x^2 должны различаться на число, равное $[x]$, причём можно заметить, что $[x]<x<[x]+1$, $[x]^2<x^2<([x]+1)^2$

$44^2=1936$ $45^2=2025$ $46^2=2116$

~~2019-1936~~

$44<2019-1936$, $2019<45^2$

$\begin{cases}2019+44>1936 \\ 2019+44<45^2\end{cases}$ => ~~44-отрицат~~ возможного такого корня, что $[x]=-44$, подставим в ①: ~~1936~~ $x^2+44=2019$
$x=-\sqrt{2019-44}$ $x=-\sqrt{1975}$

45 $\begin{cases}2019+45>2025 \\ 2019+45<46^2\end{cases}$ => возможного такой корень, что $[x]=45$, подставим в ①: $x^2-45=2019$
$x=\sqrt{2019+45}=\sqrt{2064}=4\sqrt{129}$

$\begin{cases}2019+46>2116 \\ 2019+46<46^2\end{cases}$ ~~подставив $[x]=46$ в ①: $x^2-46=2019$~~ => нет такого корня, что $[x]=46$, ~~$x=\sqrt{2019+46}=\sqrt{2065}$~~

исходя из графика, других корней быть не может

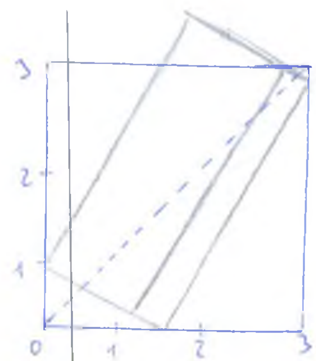
Ответ: $-\sqrt{1975}=-5\sqrt{79}$; $4\sqrt{129}$

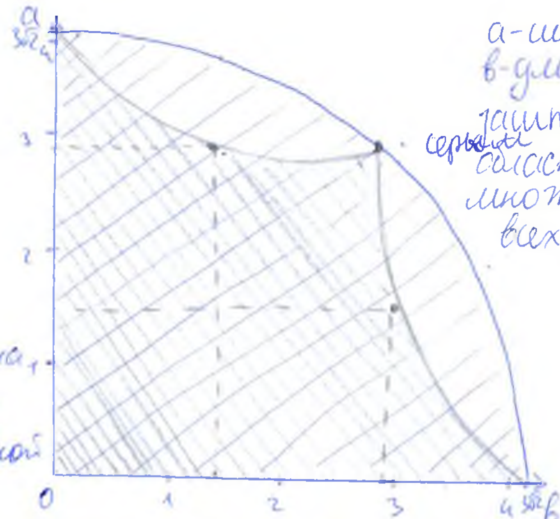
+/−

Не учтена особ. $[x]$ для $x<0$

Лист 01 из 03

№3





∓

Наибольшая длина или ширина, получится при другой ширине или длине, соответственно, равной 0. Тогда наиб. длина или ширина будет равна диагонали отсека $\Rightarrow a_{наиб} = b_{наиб} = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2} \approx 3\cdot 1{,}4 \approx 4{,}2$.

Сумма квадратов а и в - квадрат диагонали груза, наибольший возможный квадрат $3^2+3^2=18$

Надо учесть, что не все точки указанной на графике области подходят, как решение задачи, так как при некоторых углах груз будет сложно углом выбрать из грузового отсека

не доведено до конца

№4

I год $t'_I : t'_{II} : t'_{III} : t'_{IV} = 4:1:2:5$ $\quad S'_I + S'_{II} + S'_{III} + S'_{IV} = 10$

II год $t''_I : t''_{II} : t''_{III} : t''_{IV} = 2:3:2:1$ $\quad S''_I + S''_{II} + S''_{III} + S''_{IV} = 7$

III год $t'''_I : t'''_{II} : t'''_{III} : t'''_{IV} = 5:2:1:4$ $\quad S'''_I + S'''_{II} + S'''_{III} + S'''_{IV} = 14$

$t'_I = \frac{12}{12}\cdot 4 = 4$ мес $\quad t'_{II} = \frac{12}{12}\cdot 1 = 1$ мес $\quad t'_{III} = \frac{12}{12}\cdot 2 = 2$ мес $\quad t'_{IV} = \frac{12}{12}\cdot 5 = 5$ мес

$4\sigma_I + \sigma_{II} + 2\sigma_{III} + 5\sigma_{IV} = 10$ (1)

$t''_I = \frac{12-4}{2+3+2+1}\cdot 2 = 2$ мес $\quad t''_{II} = \frac{8}{8}\cdot 3 = 3$ мес $\quad t''_{III} = 2$ мес $\quad t''_{IV} = 1$ мес

$2\sigma_I + 3\sigma_{II} + 2\sigma_{III} + \sigma_{IV} = 7$ (2)

$t'''_I = \frac{12}{12}\cdot 5 = 5$ мес $\quad t'''_{II} = 2$ мес $\quad t'''_{III} = 1$ мес $\quad t'''_{IV} = 4$ мес

$5\sigma_I + 2\sigma_{II} + \sigma_{III} + 4\sigma_{IV} = 14$ (3)

(1)+(2): $6\sigma_I + 4\sigma_{II} + 4\sigma_{III} + 6\sigma_{IV} = 17$

(1)+(3): $9\sigma_I + 3\sigma_{II} + 3\sigma_{III} + 9\sigma_{IV} = 24 \mid \cdot\frac{4}{3}$ $\quad 12\sigma_I + 4\sigma_{II} + 4\sigma_{III} + 12\sigma_{IV} = 32$ (4)

(4)-((1)+(2)): $6\sigma_I + 6\sigma_{IV} = 15$ $\quad \sigma_I + \sigma_{IV} = \frac{15}{6}$ подставим в (1)+(2)

$6\cdot\frac{15}{6} + 4\sigma_{II} + 4\sigma_{III} = 17$ $\quad 4(\sigma_{II} + \sigma_{III}) = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4\sigma_I + 4\sigma_{II} + 4\sigma_{III} + 4\sigma_{IV} = 4\cdot\frac{15}{6} + 2 = 10 + 2 = 12$ млн. т.

+

Ответ: 12 млн. т.

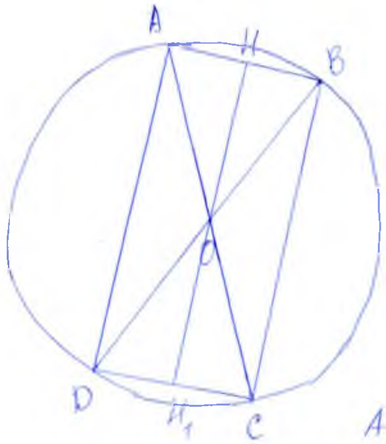
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ы1Q15-54

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5



Так как частей 2^{2019}, их можно считать равными.

$OH \perp AB$, $OA = OB = r$ => OH - медиана, высота и биссектриса $\triangle OAB$

$AB \parallel DC$, $OH \perp AB$ => $OH \parallel BC$, $OH = OH_1$ ~~=> HH~~ $HH_1 = BC$

($OA = OB$, $OD = OC$, $\angle AOB = \angle DOC$ - вертикальные =>, => $\triangle OAB = \triangle DOC$ OH и OH_1 - биссектрисы верт. углов => они лежат на одной прямой => $HH_1 \perp AB$)

$AC^2 = BC^2 + AB^2$ $\quad BC^2 = AC^2 - AB^2$

Из $\triangle BOC$ по теореме косинусов $BC = \sqrt{BO^2 + OC^2 - 2\,OC\cdot OB\cdot\cos\angle BOC} = \sqrt{2 - 2\cos\angle BOC}$

Рассмотрим, как изменялся угол $\angle BOC$. К

Когда окр-ть не была разделена $\angle AOB_0 = 360°$. Когда разделена на 2 части ~~(одной прямой)~~ (одной прямой) $\angle BOC_1 = 180°$. Когда на 4 (двумя прямыми), $\angle AOB_2 = \cancel{45°}\ 90°$

~~$AB^2 +$~~ $AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2\,AO\cdot OB\cdot\cos \cancel{45°}\ 90° = 2 - 2\cdot 0 = 2$ $\quad AB = \sqrt{2}$

Когда на 8, ~~углы~~ (тремя прямыми на 2^3 частей) $\angle AOB_3 = \frac{90°}{2}$.

+

$\angle AOB_n = 2\alpha$, где $\alpha = \angle AOB_{n+1}$ => $\cos\angle AOB_n = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{\cos\angle AOB_n + 1}{2}}$, значит косинус смежного с ним угла β

$\cos\beta = -\sqrt{\frac{\cos\angle AOB_n + 1}{2}}$ рассмотрим последовательность, начиная ~~в угл~~ с $\angle AOB_2 = \frac{90°}{2}$ ~~360°~~

~~для него $\cos\angle AOB_0 = 1$~~ B_nC всегда будет равно $B_nC = \sqrt{2 - 2\cos\angle B_nOC}$

$B_{2019}C = \sqrt{\underbrace{2 + \sqrt{2}}_{n-2}}$ $\quad \sqrt{2 + \underbrace{\sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}_{n-2 = 2017}}$

$\cos\angle AOB_3$

$\cos\beta = -\sqrt{\frac{0+1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\cos\angle AOB_3 = -\sqrt{2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300	КТ 25-35
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ДУДКО

ИМЯ ЕЛЕНА

ОТЧЕСТВО ВАДИМОВНА

Дата рождения 18.08.2002 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Пусть x мальчиков на первом курсе, a - всего первокурсников, y - мальчиков на всем факультете, b - всего студентов на факультете (студентов 1 курса)

По условию:

$$\frac{x}{a} > \frac{y}{b}$$

Так как $x, a, y, b > 0$, то мы можем домножать и делить неравенство на любое из этих чисел, сохраняя знак неравенства. Нам нужно сравнить:

$$\frac{x}{y} \text{ и } \frac{a}{b}$$

Давайте домножим исходное неравенство на a:

$$\frac{x}{a} > \frac{y}{b} \quad / \cdot a$$

$$x > \frac{y \cdot a}{b}$$

Затем разделим обе части на y

$$\frac{x}{y} > \frac{a}{b}$$

Таким образом мы получили, что первокурсников среди всех мальчиков факультета больше в процентном отношении, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета

+

№ 2.

$n^2 + n + 17$ делиться на 2019

1 Предположим, что это возможно, тогда получим:

$n^2 + n + 17 = k \cdot 2019$, где $k \in Z$, так как $n \in N$, то $k \in N$

$n^2 + n - k \cdot 2019 + 17$

Не сложно заметить, что $(-k \cdot 2019) \bmod 2019 = 0$, а $(-k \cdot 2019 + 17) \bmod 2019 = -2002$. Тогда, чтобы условие выполнялось $(n^2+n) \bmod 2019 = 2002$, в любом другом случае $(n^2+n+17) \bmod 2019 \neq 0$

+

$(n(n+1)) \bmod 2019 = 2002$

$(n \bmod 2019 \cdot (n+1) \bmod 2019) \bmod 2019 = 2002$

Из этого следует, что ни n, ни $n+1$ не могут быть кратны 2019 иначе остаток был бы 0

$2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

Не сложно заметить, что мы не можем представить 2002 в виде произведения 2х последовательных чисел.

Либо мы можем ввести $x = n \bmod 2019$, тогда

$x(x+1) = 2002$

$x^2 + x - 2002 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 2002 = 8009$

Так как 8009 не является полным квадратом $\Rightarrow x_1, x_2$ - не целые, а такое не возможно

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: такое не возможно

№ 4.

Пусть:

a кг – запас Пончика $\qquad a, b, v_1, v_2 > 0$

b кг – запас Сиропчика

v_1 кг/день – скорость Пончика

v_2 кг/день – скорость Сиропчика

По условию:

1) Суммарно запасено 100 кг варенья:

$a + b = 100$

2) На поедание своих запасов ушло одинаковое время:

$\frac{a}{v_1} = \frac{b}{v_2}$

3) Заявления:

$\frac{a}{v_2} = 20$

$\frac{b}{v_1} = 45$

Получаем систему; выразим b тогда a из 1 уравнения

$$\begin{cases} a + b = 100 \\ \frac{b}{v_1} = 45 \\ \frac{a}{v_2} = 20 \\ \frac{a}{v_1} = \frac{b}{v_2} \end{cases} \quad b = 100 - a$$

$\frac{100-a}{v_1} = 45 \Rightarrow 100 - a = 45 v_1$

$\frac{a}{v_2} = 20 \Rightarrow a = 20 \cdot v_2$

$\frac{a}{v_1} = \frac{100-a}{v_2} \Rightarrow a \cdot v_2 = (100-a) v_1 = 20 \cdot v_2 \cdot v_2 = 45 v_1 \cdot v_1$

$20 v_2^2 = 45 v_1^2$

$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{4}{9}$, т.к. $v_1, v_2 > 0$, то

$\sqrt{\frac{v_1^2}{v_2^2}} = \sqrt{\frac{4}{9}}$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2} v_1$

$b = 45 v_1$

$a = 20 v_2 = \frac{3 \cdot 20 v_1}{2} = 30 v_1$

$a + b = 100$

$45 v_1 + 30 v_1 = 100 \qquad 75 v_1 = 100 \qquad v_1 = \frac{4}{3}$ кг/день

$v_2 = \frac{3}{2} v_1 = 2$ кг / день

Тогда:

$a = 20 \cdot v_2 = 20 \cdot 2 = 40$ кг

$b = 45 v_1 = 60$ кг

Ответ: 40 кг – запас Пончика
60 кг – запас Сиропчика
$\frac{4}{3}$ кг/день – прожорливость Пончика
2 кг/день – прожорливость Сиропчика

№ 5.

Легко заметить, что

$\sqrt{2019} < 46$, значит $\sqrt{2019} < 97$

Тогда

$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < \sqrt{2019+97}$

$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < \sqrt{2116}$

$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < 46$, а значит $\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < 97$

Продолжая подобную оценку до 2019 корня получим

$\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}} < \sqrt{2019+97}$

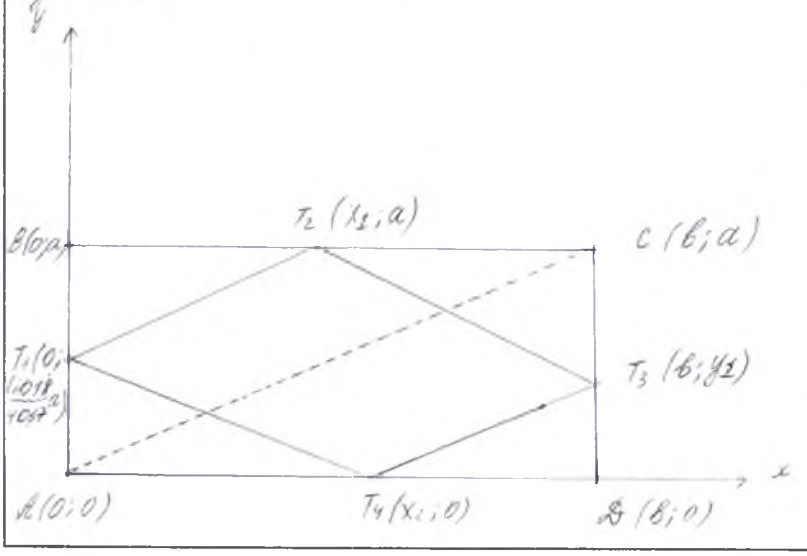
$\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}} < 46$,

Так как $\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}} < 46$, то $\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}} < 2019$ ⇒ это неравенство верное

Ответ: Да, это неравенство верно

№ 3.

Давайте введём систему координат с началом в левом нижнем узлу прямоугольника:



Пусть a – ширина прямоугольника, b – длина прямоугольника

Пусть пловец 2 начинает из точки T_1 свой заплыв, по условию эта точка делит берег карьера в отношении:

$2018 : 2019 \Rightarrow$ имеет координаты $(0, \frac{2018}{4037} a)$

Пловец 1 проплывает по диагонали из 1 угла в другой и возвращается обратно

Тогда путь 1 пловца равен: $2 \cdot \sqrt{b^2 + a^2}$

Путь 2 пловца равен $S_{T_1T_2} + S_{T_2T_3} + S_{T_3T_4} + S_{T_4T_1} =$

$$\sqrt{x_1^2 + \left(a - \frac{2018}{4037}a\right)^2} + \sqrt{(b - x_1)^2 + (y_1 - a)^2} + \sqrt{(x_2 - b)^2 + y_1^2} +$$

$$\sqrt{x_2^2 + \left(\frac{2018}{4037}a\right)^2}$$

Мы можем сравнить квадраты расстояний

$$4b^2 + 4a^2 \vee x_1^2 + a^2 - \frac{2 \cdot 2018}{4037}a^2 + \frac{2018^2}{4037^2}a^2 + b^2 - 2x_1b + x_1^2$$
$$+ y_1^2 - 2y_1a + a^2 + x_2^2 - 2x_2b + b^2 + y_1^2 +$$
$$x_2^2 + \frac{2018^2}{4037^2}a^2 + 2 \cdot \sqrt{\dots}$$

$$2b^2 + 2a^2 \vee 2x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{2 \cdot 2018^2}{4037^2}a^2 - \frac{2 \cdot 2018}{4037}a^2 - 2x_1b -$$
$$2y_1a - 2x_2b + 2y_1^2 + 2\sqrt{\dots}$$

$$2b^2 + 2a^2 \vee 2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots \frac{2 \cdot 2018^2}{4037^2}a^2 - \frac{2 \cdot 2018 \cdot 4037}{4037^2}a^2$$

(+)

$$2b^2 + 2a^2 \vee 2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots - \frac{2 \cdot 2018 \cdot 2019}{4037^2}a^2 - 2y_1a$$

$$2b^2 + 2a^2 \vee 2x_1^2 + 2x_2^2 + \dots - \frac{2(2018 \cdot 2019a - y_1 \cdot 4037^2)a}{4037^2}$$

$$2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1b - 2x_2b + 2y_1^2 - \frac{2(2018 \cdot 2019a - y_1 \cdot 4037^2)a}{4037^2}$$

$+2\sqrt{\dots}$ будет $> 2b^2 + 2a^2$ в любом случае

Ответ: нет

сумма квадратов не есть квадрат суммы

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

12 48-27

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

шифр

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ ЖУРАВЛЁВ

ИМЯ АНДРЕЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 25.05.2006 **Класс:** 6

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

Ответ: сумма всех нечётных чисел от 1 по 2019

Решение: для решения этой задачи вовсе не надо считать. Достаточно подсчитать слагаемые, (не все, а определённую часть для понимания):

Возьмём все нечётные с 1 по 19 и все чётные с 2 по 18

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19

2 4 6 8 10 12 14 16 18

можно сделать вывод что нечётных на одно слагаемое больше, то есть если подставить под это условия, то выйдет следующие:

1 3... 2015 2017 2019

2 4... 2016 2018

∓

но сами слагаемые меньше!

Нечётных на одно слагаемое больше, а значит и сумма их будет больше

№3

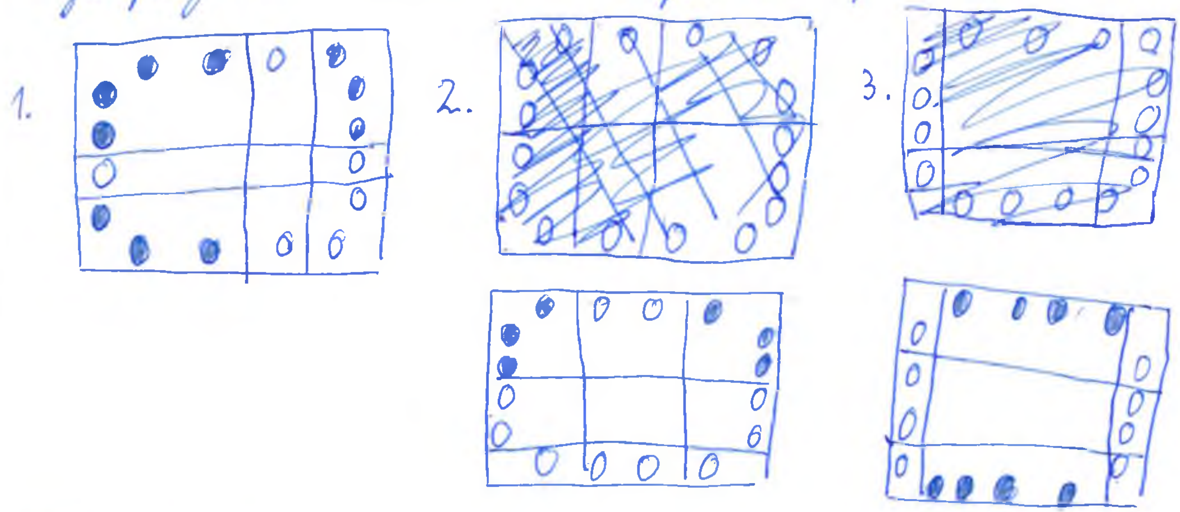
Решение: Я отчасти считаю условия неполными, ~~но~~ ведь существует множество разных вариантов разделения. Но я всё равно решил.

Смотрите следующий лист 2

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Изображу несколько вариантов, а именее 3:



Также существует множество вариантов решения
Для наглядности верности вариантов решения я закрашу кружки в тех отсеках в которые соответствуют данному условию
Доказательства: Делить на отсеки можно делить следующим образом:

1) |0000| 2) 0|00|0 3) 00|0|0 +

, то есть чтобы в отсеке на одной плоскости было или 4, или 2, или 1

только перебор вар-тов

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Ответ: 4 золотника и 3 золотника

Из условия мы получаем равенство:

$6 = 3+2$ то есть $6=5$

возможно ли по-другому?

и такое равенство неверно $6 \neq 5$, но уже, на данной стадии заметен обман весов и когда будем высчитывать перевес, то всегда во ~~вн~~ ~~левой~~ правой части $6=5$ число будет не чётное. Предположим, что перевес равен -1 и тогда $6=3+2$ станет $7=4+3$, что является верным. Проверим: $7=7$. Все сходится и таким образом я получил ответ.

№1

∇ равен -2.

∇ – не число, а знак операции

И тогда

1) $x-2\cdot 0=x$

2) $x-2\cdot(y-\underline{1})=(x-2\cdot y)\underline{-2}$

3) $x-2\cdot(y+\underline{1})=(x-2\cdot y)+\underline{2}$

_ – данный элемент увеличивается в 2 раза, что и дало мне подсказку к решению данной задачи

Теперь можно решить уравнение и заодно проверим верность предложенного мною правила.

$x-2\cdot x=-2019$

$x-2x=-2019$

$-x=-2019$

$x=2019$

№4

$\xrightarrow{15}$ Android $\xrightarrow{7}$

$\xrightarrow{9}$ Ios $\xrightarrow{15}$

~~[illegible]~~

Ответ: Ios больше

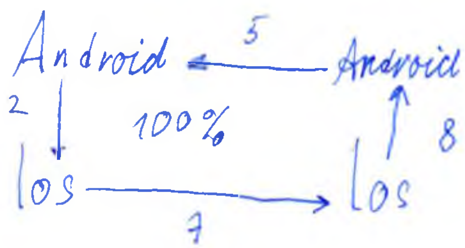
Начнём считать

1) 15 − 7 = 8 (сооб.) − 100% Android от Ios
2) 15 − 8 = 7 (сооб.) − 100% Ios от Ios
3) 9 − 7 = 2 (сооб.) − 100% Ios от Android
4) 7 − 2 = 5 (сооб.) − 100% Android от Android

100% - процент вероятности

верно ли?

Теперь изобразим 2 схемами



~~Отправители / получатели | Android | Ios~~
~~Android~~
~~Ios~~

+

Отправители / Получатель	Android	Ios	
Android	5	8	≠ 15; = 13
Ios	2	7	= 9
	‖ 7	‖ 15	

Хоть я и недосчитал, но всё равно видно, что в Ios работает больше сотрудников.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ	J098-13	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ЗАРИПОВ

ИМЯ РУСЛАН

ОТЧЕСТВО АЗАТОВИЧ

Дата рождения 07.08.2001 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ J098-13

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

1) Пусть всего мальчиков на факультете $= m$, а девочек $= d$

2) Пусть всего мальчиков на I курсе факультета $= m_0$, а девочек $= d_0$

3) Из условия $\Rightarrow \frac{m_0}{m_0+d_0} > \frac{m}{m+d}$. Будем считать, что все первокурсники – это сумма мальчиков-первокурсников и девочек-первокурсниц. Аналогично со студентами всего факультета

$\frac{m_0}{m_0+d_0} > \frac{m}{m+d} \Leftrightarrow \frac{m_0+d_0}{m_0+d_0} < \frac{m_0}{m_0}$. Т.к. $(m_0+d_0)>0$ и $(m+d)>0 \Rightarrow$ студентов первого курса среди всех студентов больше в проц. соотношении меньше, чем первокурсников среди мальчиков всего факультета

4) Случай $m=0$: – не имеет смысла, т.к. в условии сказано, что мальчиков строго больше

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков больше

+

№2

$x^2 = [x] + 2019$

1) Пусть x не целое, тогда x^2 тоже не целое, но $[x]+2019$ – заведомо целое число, значит $x^2 \neq [x]+2019$. $\Rightarrow x \in \mathbb{Z}$

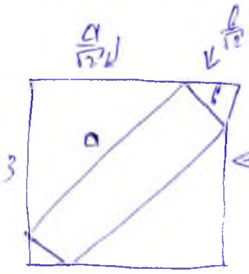
~~$x=y$~~ $\Rightarrow [x]=x$

~~2) Графики $y=$~~

2) Из 1) $\Rightarrow x^2 - x - 2019 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4\cdot 2019}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{8077}}{2}$ ← не целое число, ~~значит~~ а $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ ур-е не имеет решения

–

№3



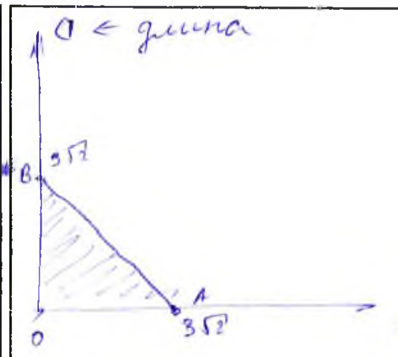
1) Пусть длина $= a$, $(a<3\sqrt{2})$ тогда разместить можно инструмент так

2) $a < 3\cdot\sqrt{2}$ ← т.к. это самый длинный отрезок в квадрате

3) Площадь квадрата $= 3\cdot 3 = 9 = a\cdot b + 2\cdot\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{2} + 2\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{2} \Rightarrow$

$9 = ab + \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 18 \Rightarrow (a+b)^2 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} - b = 3\sqrt{2} - b$

4) $a = 3\sqrt{2} - b$ ← это прямая.



Ответ: множество всех точек — это всё, что находится внутри фигуры ABO НЕ ВКЛЮЧАЯ границы

Другие положения?

∓

№4

1) Пусть производ. I, II, III, IV соответственно w, x, y, z, тогда кол-во месяцев работы · производ. бригады = кол-во дней, проведённой бригадой.

2) Из условия можно составить ур-я:

$$\begin{cases} 4\cdot w + x + 2y + 5z = 10 & (1) \\ 2w + 3x + 2y + z = 7 \;\cancel{\mid\cdot 3} & (2) \\ 5w + 2x + y + 4z = 14 & (3) \end{cases}$$

Надо найти: $4w + 4x + 4y + 4z = 4(w+x+y+z)$

$$\begin{cases} z = 7 - 2w - 3x - 2y \\ x = 10 - 4w - 2y - 5z \end{cases}$$ ⇒ подставим во 2 ур-е и получим:

$x = \cancel{10 - 4w - 2y} - 5(7 - 2w - 3x - 2y) = 10 - 4w - 2y - 35 + 10w + 15x + 10y$ ⇔

$\cancel{2w + 30 - 12w - 6y + 15}$ $25 = 6w + 14x + 8y$

$$\begin{cases} 4w + x + 2y + 5z = 10 \\ 6w + 9x + 6y + 3z = 21 \\ 5w + 2x + y + 4z = 14 \end{cases}$$ Сложим 1 и 2 ур-я: $10w + 10x + 8y + 8z = 31$ (1)

⇔ Из 3 вычтем 1 ур-я: $w + x - y - z = 4$ (2)

3) Из (1); (2) ⇒ $$\begin{cases} 10w + 10x + 8y + 8z = 31 \\ w + x - y - z = 4 \;\mid\cdot(-9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10w + 10x + 8y + 8z = 31 \\ -9w + 9x + 9y + 9z = -36 \end{cases}$$

Сложим: $w + x + 17y + 17z = -$

3) Из (2) ур-я ⇒ $z = 7 - (2w + 3x + 2y)$ ← подставим в (1) и (3):

$$\begin{cases} 4w + x + 2y + 35 - 10w - 15x - 10y = 10 \\ 5w + 2x + y + 28 - 8w - 12x - 8y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} +6w + 14x + 8y = 25 & (4) \\ +3w + 10x + 7y = 14 & (5) \end{cases} \Rightarrow$$

$3w = 14 - 10x - 7y \Rightarrow 6w = 28 - 20x - 14y$ ← подставим в (4):

$28 - 20x - 14y + 14x + 8y = 25 \Rightarrow 3 = 6x + 6y \Rightarrow x + y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} - x$ (6)

4) (6) подставим в 4: $6w + 14x + 4 - 8x = 25 \Rightarrow w = \frac{21 - 6x}{6} = \frac{21}{6} - x$ (7)

5) (6) и (7) подставим в (2): $7 - 2x + 3x + 1 - 2x + z = 7 \Rightarrow z = -1 + x = x - 1$ (8)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1098-13

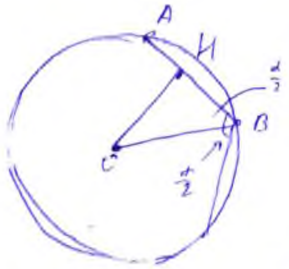
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

6) Из (6); (7); (8) $\Rightarrow (x+y+w+z)\cdot 4 = 4\left(x + \frac{1}{2} - x + \frac{7}{2} - x + x - 1\right) = 4(3) = 12$

Ответ: 12 мин. т

+

№ 5



1) Пусть угол между двумя хордами $= \alpha$, $\alpha = \frac{180(n-2)}{n}$ (n – кол-во сторон), тогда искомое расстояние – это OH – высота в $\triangle OAB$ (см. рисунок)

$OH = OB \sin\frac{\alpha}{2} = 1\cdot \sin\left(\frac{90(n-2)}{n}\right) = \sin\left(90\cdot\frac{2^{2019}-2}{2^{2019}}\right)$

2) Существует триг. формула: $\cos\beta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\beta}{2}}$

3) Из 1) $\Rightarrow \sin\left(90\cdot\frac{2^{2019}-2}{2^{2019}}\right) = \sin\left(90 - 90\frac{2}{2^{2019}}\right) = \sin\left(90 - \frac{90}{2^{2018}}\right) = \cos\left(\frac{90}{2^{2018}}\right)$

7

4) Из 2) $\Rightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\beta}{2}}$, $\cos 2\beta = \sqrt{\frac{1+\cos 4\beta}{2}}$ $\Rightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{1+\sqrt{\frac{1+\cos 4\beta}{2}}}{2}}$, $\cos 4\beta = \sqrt{\frac{1+\cos 8\beta}{2}}$ $\Rightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{\frac{1+\cos 8\beta}{2}}}{2}}}{2}}$ $\Rightarrow$

$2\cos\beta = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 8\beta}}}$. Можно заметить закономерность и написать, что $2\cdot\cos\beta = \sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\dots\sqrt{2+2\cos\gamma}}}_{n \text{ двоек}}}$, где $\gamma = \beta\cdot 2^n \Rightarrow \beta = \frac{\gamma}{2^n}$

5) $\cancel{\frac{90}{2^{2018}} = 90}$. $\frac{90}{2^{2018}}\cdot 2^{2018} = 90$

6) Из 4) 5) $\Rightarrow 90 = \gamma$; $\frac{90}{2^{2018}} = \beta$; $n = 2018 \Rightarrow$

$2\cdot\cos\left(\frac{90}{2^{2018}}\right) = \sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}_{2018 \text{ двоек}}} \Rightarrow \cos\frac{90}{2^{2018}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}$ чтд.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Калининград

Место проведения

FR 38-67

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Зиновьева

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 15.08.2005 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Многохвостые должны иметь круглое количество ног, т.к у однохвостых их 5

=> рассмотрим:

кол. ног · шт. Много. хв. ног. всего

4 · 5 = 20 →

4 · 10 = 40

4 · 15 = 60

4 · 20 = 80

4 · 25 = 100

Из этих количеств ног мы можем вычислить количество однохвостых:

100 - 20 = 80 : 5 = 16 => 16 хвостов

100 - 40 = 60 : 5 = 12 => 12 хвостов

100 - 60 = 40 : 5 = 8 => 8 хвостов

100 - 80 = 20 : 5 = 4 => 4 хвоста

100 - 100 = 0 => 0 хвостов

(X)

Зная количество многохвостых и оставшихся хвостов мы можем узнать, сколько хвостов имеет 1 многохвостый, но их должно быть целое количество:

5 имеют 64 - 16 = 48 хвотов => 48 ~~×~~ 5

10 имеют 64 - 12 = 52 хвоста => 52 × ~~10~~

15 имеют 64 - 8 = 56 хвостов => 56 × 15

20 имеют 64 - 4 = 60 хвостов => 60 : 20 = 3 хв.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FR 38-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

25 имеют 64 - 0 = 64 хвостов => 64 ⨯ 25

Ответ: один многохвостый имеет 3 хвоста.

№3.

Ответ: при делении 200 на 99 треугольника, то есть 99 лиг накормим что в одном отсеке будет как минимум 2 точки, то есть остаток 2 => в каком-то из отсеков будет или +1т. или +2т. => в каком-то из отсеков будет ≥ 3.

±

№5.

Т.к. часы показывают 2 золотника, то нам не хватает 1 золотника для того чтобы было поровну => весы врут на 1з, но значит и первая часть на 1 > => = 4з., и общая сумма тоже > на 1з => = 7. Проверка: 3+4=7. Вторая часть = 3, первая = 4.

±

№2.

Ответ: не может. рассмотрим mod 3:

$2019 \equiv 0 \pmod 3$

n^2+n+2

$1+1+2=4=1$

n^2+n+2

$1+2+2=5=2$

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$n^2+n+2$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$0+0+2=2$$

Из этого $\Rightarrow$ число n^2+n+2 не имеет множителя 3 $\Rightarrow$ $\not\vdots$ 2019.

№4.

iOS будет больше т.к. надо уравнивать количество отправленных и полученных. Составим уравнение! Пусть кол. iOS - z, а Android - x

$$7x+15z=15x+9z$$
$$15z-9z=15x-7x$$
$$6z=8x$$
$$\Downarrow$$
$$z>x$$

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г Красноярск

Место проведения

SC95-17

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Иванников

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 06.07.2001 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SC95-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1.

Обозначим: x_1 - кол-во мальчиков 1-го курса

y_1 - кол-во девочек 1-го курса

очевидно, что x_1+y_1 — кол-во студентов 1-го курса

x - кол-во мальчиков в фак-те

y - кол-во девочек в фак-те.

очевидно, что $x+y$ - кол-во студентов в фак-те.

Из условия нам известно, что

$$\frac{x_1}{x_1+y_1} > \frac{x}{x+y}$$

Нам нужно понять:

$$\frac{x_1}{x} \; ? \; \frac{x_1+y_1}{x+y}$$

Заметим, что все числа ~~положительные~~ неотрицательные, целые.

Значит перемножив крест на крест первое выражение получим (знак неравенства сохранится)

$x_1 \cdot (x+y) > x \cdot (x_1+y_1)$

перемножив аналогично второе получим

$x_1 \cdot (x+y) \; ? \; (x_1+y_1) \cdot x$

оно аналогично первому, значит знак неравенства сохраняется.

$x_1 \cdot (x+y) > (x_1+y_1) \cdot x \Rightarrow \frac{x_1}{x} > \frac{x_1+y_1}{x+y}$

Ответ: в %-м отношении первокурсников среди всех мальчиков больше чем первокурсников среди всего факультета.

+

Задание №2

$x^2 - [x] = 2019$

1) Очевидно, что при $x \geq 0$ $x \geq [x]$

при $x < 0$ $x \leq [x]$

пункт 2) $f(x) = x^2 - x$

$f'(x) = 2x$

$2x = 0$

$x = 0$

⇓

функция ↑ при $x \geq 0$ и убывает при $x < 0$.

Из приведенных выше пунктов можно говорить, что $F(x) = x^2 + [x]$ возрастает при $x \geq 0$

убывает при $x < 0$.

Значит значение 2019 функция может принимать только при двух значениях x.

1) $x \geq 0$

$x_1 = \sqrt{2064}$ $F(\sqrt{2064}) = (\sqrt{2064})^2 - [\sqrt{2064}] = 2064 - 45 = 2019$

$\sqrt{2064} = \sqrt{16 \cdot 129} = 4\sqrt{129}$

2) $x < 0$

$x_2 = -\sqrt{1975}$ $F(-\sqrt{1975}) = (-\sqrt{1975})^2 - [-\sqrt{1975}] = 1975 + 44 = 2019$

$-\sqrt{1975} = -\sqrt{25 \cdot 79} = -5\sqrt{79}$

Ответ: $x_1 = 4\sqrt{129}$, $x_2 = -5\sqrt{79}$

+

Задание №3

1) Очевидно, что если мы будем ставить инструмент вдоль стенок грузовика, его ширина-высота могут спокойно иметь размеры от ~~нуля~~ до 3.

2) Поскольку диагональ квадрата — самая длинная прямая линия в нем, то и высота и ширина не могут быть больше $3\sqrt{2}$.

3) Пусть наш инструмент имеет ~~высоту~~ ширину h. Мы ставим его не вдоль сторон и не ~~вдоль~~ диагонали — ~~поперек~~/вдоль. перпенд.

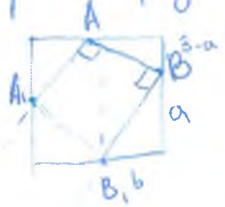
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SC95-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

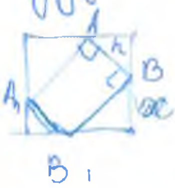
Поскольку предмет имеет ~~к~~ прямоугольную форму мы из концов ~~прям~~ отрезка AB строим ~~две прямые~~ два луча ⊥ отрезку



они пересекают стороны квадрата в точках $A_1 B_1$. Поскольку AB не ⊥ диагонали квадрата, то $A_1A \neq BB_1$

И для того, чтобы составить прямоугольник мы берем меньший из отрезков и прох. опускаем из его конца перпендикуляр к большему. Ширина большего будет равна меньшему отрезку.

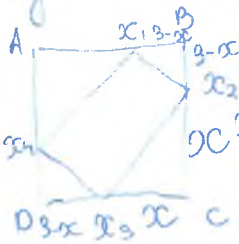
При той же высоте h, но поставленном перпендикулярно ~~поперек~~ диагонали. очевидно что два отрезка будут равными и будут равны среднему значению отрезков из прошлого примера. А значит ~~будут~~ ~~Ба~~ ширина будет больше меньшего отрезка при любом другом повороте инструмента.



Требует более строгого обосн-я

Теперь узнаем зависимость длины от ширины

пусть нам дан квадрат ABCD и предмет который лежит вдоль диагонали! по теореме пифагора

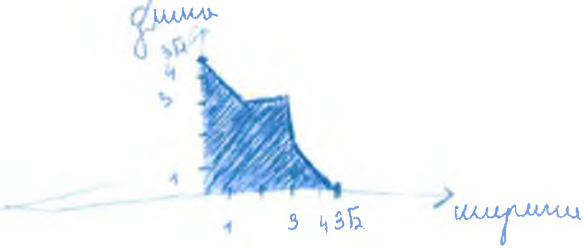


$x_2x_3 = \sqrt{x^2+x^2} = x\sqrt{2}$

а длина равна $\sqrt{(3-x)^2+(3-x)^2} = (3-x)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}-x\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} - x_2x_3$

Строим множество точек



+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 1711

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SC95-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №4

В году 12 месяцев.

сумма отношений времени работы $4+1+2+5=12$ частей

2 год $2+3+2+1=8$ частей

3 год $5+2+1+4=12$ частей.

Из этого можем сделать вывод, что отношения времени работы это кол-во месяцев которое работала бригада.

Обозначим: x - производительность месячная 1-й бригады

y - мес. произв. 2-й бригады

w - мес. произв. 3-й бригады

z - мес. произв. 4-й бригады.

Очевидно, что скорость · время = работа

Значит составляем уравнения. систему ур-ий

$$\begin{cases} 4x+y+2w+5z=10 \\ 2x+3y+2w+z=7 \\ 5x+2y+w+4z=14 \end{cases}$$

перепишем систему в более удобный вид

$$2w+4x+y+5z=10$$
$$2w+2x+3y+z=7$$
$$w+5x+2y+4z=14$$

переведем систему в матричный вид.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 1 & 5 & 10 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 14 \end{array}\right]$$

Дальше будем решать эту систему методом Гаусса.

1) Зануляем 1-й столбец кроме 1-го элемента путем вычитания строк.

Лист 01 из 07

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 & 10 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 14 \end{bmatrix} \times 1 \quad \times \frac{1}{2}$$

получаем

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 & 10 \\ 0 & -2 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & 3 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 9 \end{bmatrix}$$

2) зануляем во втором столбце все кроме 2-го элемента. (Аналогично

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 & 10 \\ 0 & -2 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & 3 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 9 \end{bmatrix} \quad \times(-2) \quad \times\left(-\frac{3}{2}\right)$$

получаем

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$$

3) аналогично с третьим столбцом

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix} \quad \times\frac{10}{9} \quad \times\frac{4}{9}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & 0 & -\frac{10}{3} \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

получаем

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2w + 2z = -1 \\ -2x - 2z = -5 \\ \frac{9}{2}y - \frac{9}{2}z = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w = -z - \frac{1}{2} \\ x = -z + \frac{5}{2} \\ y = z + 1 \end{cases}$$

нам нужно найти $4x + 4y + 4w + 4z = ?$

подставляем замену переменных

$-4z + 10 + 4z + 4 - 4z - 2 + 4z = 12$

Ответ: 12 млн тонн угля

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SC95-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №5

Буду считать, что в условии задачи содержится недоговоренность и окружность делится на 2^{2019} равных частей. Поскольку если это не так, то я могу взять одну ~~часть~~ дугу которую стягивает диаметр окружности а другие в два раза меньше. и расстояние до любой другой будет больше. Что будет следовать из моего следующего док-ва.

1) Пусть окр поделили на 2^{2019} частей (одинаковых) ~~все~~ очевидно, что все хорды стягивающие части дуги образуют правильный многоугольник. ~~n-углов~~ = кол-во углов $= 2^{2019}$.

расстояние от центра окружности ~~это радиус~~ до хорды это, очевидно, радиус вписанной окружности (1) у нас правильный n-угольник и центр вписанной и описанной окружности совпадают)

По формуле для правильного n-угольника

$r = R \cos \frac{180}{n}$ - где R - ~~др~~ радиус описанной окр

r - радиус вписанной окр.

(+)

т.к $R = 1$

то $r = \cos \frac{180}{n}$

$\cos \frac{180}{2^2} = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

мы знаем, что $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

⇓

$\cos x = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$

пусть $\cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{2}$

⇓

$\cos 22{,}5 = \sqrt{\frac{1+\frac{x}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2+x}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2+x}{4}} = \frac{\sqrt{2+x}}{2}$

Заметим, что каждое последующее деление угла на половину будет иметь вид $\frac{\sqrt{2+x}}{2}$ где x ~~это значение косинуса угла вдвое большего.~~ это двойное значение косинуса угла вдвое большего

пусть $\cos 2x = \frac{a}{2}$

$\Downarrow$

$\cos x = \sqrt{\frac{1+\frac{a}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+a}}{2}$

$\cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2+a}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+a}}}{2}$

$\frac{1+\frac{a}{2}}{2} \Rightarrow \frac{\frac{2+a}{2}}{2} \Rightarrow \frac{2+a}{4}$

из 4 корень извлекается, а значит $\sqrt{\frac{2+a}{4}} = \frac{\sqrt{2+a}}{2}$ тем самым ~~имеющая~~ ~~имеет~~ снова вид $\frac{a}{2}$

и так для каждого следующего поскольку $\cos\frac{180}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

то $\cos\frac{180}{2^{2019}} = \frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\quad+\sqrt{2}}}}^{2018 \text{ двоек}}}{2}$

~~Теперь если n-угольник не правильный~~

Теперь если части не равные, то мы делим их на диаметр и остальные $2^{2019}-1$ частей будут вдвое меньшего размера чем в правильном 2^{2019}-угольнике, а значит расстояние до любого из них $= \frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{2}\ldots+\sqrt{2}}}^{2019 \text{ двоек}}}{2}$

и значит это противоречит тому, что надо доказать.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Учебный центр МРСК Урала

Место проведения

S0 98-66

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Иванова

ИМЯ Алена

ОТЧЕСТВО Викторовна

Дата рождения 05.06.2001 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Финальный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Пусть m_1 – кол-во мальч. 1 курса
d_1 – кол-во девочек 1 курса $\Rightarrow$ m_1+d_1 – кол-во студентов 1 курса

m – кол-во мальч. факульт.
d – кол-во девочек факульт $\Rightarrow$ $m+d$ – кол-во студентов факультета

~~$m' = m_1 +$~~
~~$m' = m - m_1$ – кол-во мальч. на факульт. кроме первокурс.~~
~~$d' = d - d_1$ – кол-во девочек на факульт. кроме первокурс~~

По условию: $\dfrac{m_1}{m_1+d_1} > \dfrac{m}{m+d}$

$m_1 \cdot m + m_1 \cdot d > m \cdot m_1 + m \cdot d_1$ (знак не измен., т.к. кол-во ≥ 0)

$\underline{m_1 \cdot d > m \cdot d_1}$ (1)

$\dfrac{m_1}{m}$ – кол-во первок. среди всех мальч. факульт. (в %)

$\dfrac{m_1+d_1}{m+d}$ – кол-во студ. первого курса среди всех учащихся (в %)

$\dfrac{m_1}{m} \vee \dfrac{m_1+d_1}{m+d}$

$\cancel{m_1 m} + m_1 \cdot d \vee \cancel{m m_1} \cdot m d_1$

$m_1 d > m d_1$, из неравенства (1)

$\Rightarrow \dfrac{m_1}{m} > \dfrac{m_1+d_1}{m+d}$ $\Rightarrow$ в % кол-во первок. среди мальч. факультета > кол-во студ. перв. курса среди всех уч. факульт.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4. Пусть пр-ность 1, 2, 3, 4 бригады равна соответственно X_1, X_2, X_3, X_4 млн.т/мес.

Рассчитаем, сколько месяцев работала каждая из бригад в кажд. год.

$1^й$ г.: $4y_1 : 1y_1 : 2y_1 : 5y_1$, при этом $4y_1+1y_1+2y_1+5y_1=12$

$12y_1=12$

$y_1=1$ месяц

=> для первого года верно $4X_1+X_2+2X_3+5X_4=10$ млн.т.

$2^й$ год: $2y_2 : 3y_2 : 2y_2 : 1y_2$, при этом $2y_2+3y_2+2y_2+1y_2=12-4$

$8y_2=8$

$y_2=1$ месяц

=> $2X_1+3X_2+2X_3+X_4=7$ млн.т.

$3^й$ год: $5y_3 : 2y_3 : 1y_3 : 4y_3$, при этом $5y_3+2y_3+1y_3+4y_3=12$

$12y_3=12$

$y_3=1$ месяц

=> $5X_1+2X_2+1X_3+4X_4=14$ млн.т.

⇓

$$\begin{cases} 4X_1+X_2+2X_3+5X_4=10 \text{ млн.т.} & (1)\\ 2X_1+3X_2+2X_3+X_4=7 \text{ млн.т.} & (2)\\ 5X_1+2X_2+X_3+4X_4=14 \text{ млн.т.} & (3)\end{cases}$$

(1)+(3) => $9X_1+3X_2+3X_3+9X_4=24$ млн.т.

$3X_1+X_2+X_3+3X_4=8$ млн.т. (4)

(1)+(2) => $6X_1+4X_2+4X_3+6X_4=17$ млн.т.

$3X_1+2X_2+2X_3+3X_4=8{,}5$ млн.т. (5)

(5)−(4) => $X_2+X_3=0{,}5$ млн.т.

(3)−(2) => $3X_1-X_2-X_3+3X_4=7$ млн.т.

$3X_1+3X_4-0{,}5$ млн.т $=7$ млн.т

$3(X_1+X_4)=7{,}5$ млн.т

$X_1+X_4=\frac{7{,}5}{3}$ млн.т.

Работая 4 мес. вместе бригады бы добыли $4(X_1+X_2+X_3+X_4)=$

$=4((X_1+X_4)+(X_2+X_3))=4\left(\frac{7{,}5}{3}+0{,}5\right)=\frac{4\cdot 9}{3}=12$ млн.т. угля

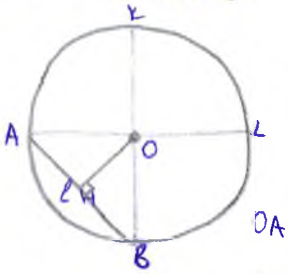
Ответ: 12 млн. т. угля

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Докажем по индукции, что при делении окружности ~~Вазы~~ единичного радиуса на 2^n равных частей ~~секторов~~ расстояние от центра окружности до хорды, стягивающей одну из этих частей (любую из этих частей) $= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}{2}$ n-1 двойка

База: $n=2$



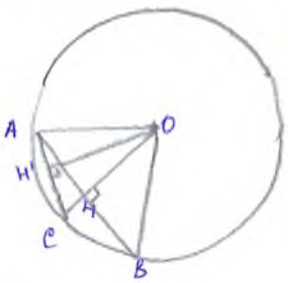
Окружность поделена на 4 равные части, найдем расстояние от O до l.

+

$OA = OB = 1 \Rightarrow \triangle OAB$ - р/б $\Rightarrow$ OH - высота $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ OH - медиана $\Rightarrow AH = \frac{1}{2}AB$

4 равных части $\Rightarrow \angle AOK = \angle KOL = \angle LOB = \angle AOB = \frac{1}{4}\cdot 360 = 90° \Rightarrow \triangle AOB$ - прямоуг $\Rightarrow$
$AB = \sqrt{AO^2+OB^2} = \sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$. $\angle OHA = 90° \Rightarrow OH = \sqrt{AO^2 - HO^2} = \sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Rightarrow$ расстояние от O до l $= \frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow 1 = n-1$ двойка $\Rightarrow$ доказана база

Переход: Докажем, что если для n верно, что расстояние от центра до прямой $= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}}{2}$ n-1 двойка $\Rightarrow$ для n+1 верно, что расстояние от центра до прямой, стяг. часть $= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}}{2}$ n двоек



Заметим, что если $AOB = \frac{1}{2^n}$ часть окр. $\Rightarrow$
AOC (где $C = OH \cap \omega$, $OH \perp AB$) $= \frac{1}{2} AOB = \frac{1}{2^{n+1}}$ часть окр
(т.к. $AO = OB$, $OH \perp AB \Rightarrow$ OH - высота $\Rightarrow$ OH - бисс. $\Rightarrow \angle AOC = \angle OB$),
докажем, что если $OH = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}{2}$ n-1 двоек $\Rightarrow$ OH', где $OH' \perp AC$ $= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}}{2}$ n двоек

$\triangle AOH'$ - прямоуг. $\Rightarrow OH' = \sqrt{AO^2 - AH'^2}$ ($AH' = H'C$, т.к. $AO = OC$, $OH' \perp AC$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow OH' = \sqrt{AO^2 - \frac{1}{4}AC^2}$ $\triangle AHC$ - прямоуг., AC - гипот. $\Rightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2$
$HC = OC - OH = 1 - OH$
$AH^2 = AO^2 - OH^2 = 1 - OH^2$ (из $\triangle AOH$) $\Rightarrow AC^2 = 1 - OH^2 + (1-OH)^2 = 1 - OH^2 + 1 + OH^2 - 2OH =$
$= 2 - 2OH$

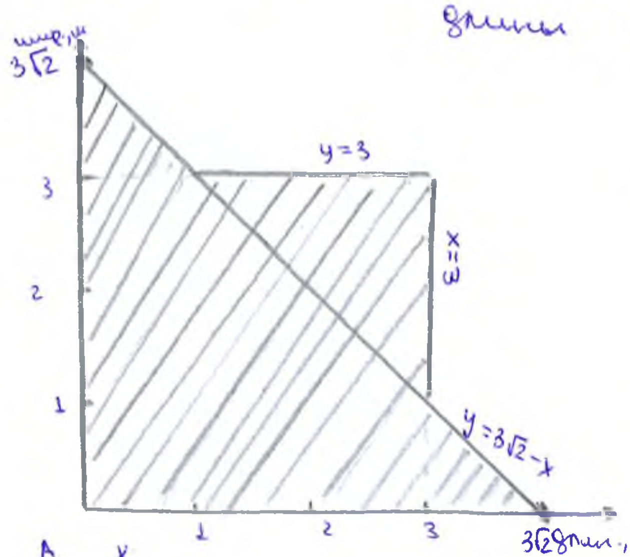
$\Rightarrow OH' = \sqrt{AO^2 - \frac{1}{4}AC^2} = \sqrt{1 - \frac{2-2OH}{4}} = \sqrt{\frac{4-2+2OH}{4}} = \frac{\sqrt{2+2OH}}{2}$ $\quad 2OH = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}}$

$\Rightarrow OH' = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}{2}$ n двоек. OH' - расстояние от O до хорды, стягивающ. $\frac{1}{2^{n+1}}$ часть окружности $\Rightarrow$ переход индукции доказан

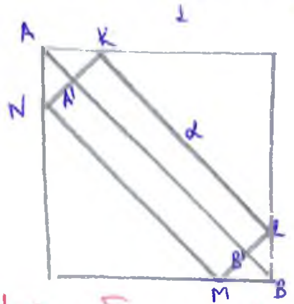
$\Rightarrow$ При делении окр на 2^n частей расст. от центра до хорды, стягив. часть $= \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}} \Rightarrow$ При делении окружности на 2019 частей соответствующее расстояние $= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}$ - 2018 двоек. ч.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. Если мы будем располагать объект || стенам отсека => мы сможем поместить в отсек любой объект ширины ≤ 3 м
длины ≤ 3 м



Заметим, что максимальный отрезок в квадрате 3×3 — его диагональ $= 3\sqrt{2}$ м
=> max показатель длины/шир. $\le$ ~~$3\sqrt{2}$~~ $= 3\sqrt{2}$ м, при этом второй показатель $= 0$ м.
Также заметим, что когда длина/ширина > 3 м



=> max ~~показатель~~ значение второго параметра достигается при расположении объекта сторонами || диагоналям, симметрично относ. их.
При этом, если длина $= d$ => max ширина $= 3\sqrt{2} - d$, т.к. $AA' = BB' = \frac{3\sqrt{2}-d}{2}$, $KN = LM = 2AA'$ (медиана в прямоуг. треуг. (AA' - медиана, т.к. $\angle AKN = \angle ANK = 45°$), $AA' \perp KN$).

не обосновано

Отметим эту прямую на графике (=> все точки под ней также входят, т.к. значения там ещё меньше.
Отсюда заштрихованная область на графике — ГМТ, которые могут задавать размеры прямоугольного инструмента (график включительно)

+

2. $x^2 - [x] = 2019$

~~$x^2 = 2019 + [x]$~~

~~$x = \sqrt{2019 + [x]}$~~

~~$[x] + \{x\} = \sqrt{2019 + [x]}$~~

$x^2 - x + \{x\} = 2019$

$x^2 - x = 2019 + \{x\}$

$x(x-1) = 2019 + \{x\}$ $\quad 0 \le \{x\} < 1$

Рассмотрим произведения послед. натуральных чисел. (При $[x] \ge 0$)

Заметим, что $44\cdot 45 = 1980 < 2019$
$45 \cdot 46 = 2070 > 2019$ => $45 < x < 46$
$44 < x - 1 < 45$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. (продолжение)

$$44 < x-1 < 45$$
$$45 < x < 46 \Rightarrow [x] = 45$$

$$x^2 - 45 = 2018$$

$$x^2 = 2064$$

$$x = 4\sqrt{129}$$

$$x = 4\sqrt{3 \cdot 43}$$

Ответ: $x = 4\sqrt{129}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ЕГ 90-44

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ ИВАНОВА

ИМЯ КСЕНИЯ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 15.05.2005

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1) 100 ног : 5 ног = 20 пар - наибольшее количество головастиков триасовой дископлосы

2) 100 ног : 4 ноги = 25 пар - наибольшее количество головастиков собдузубой лягушки

3) 20·1 = 20 хвостов - наибольшее количество ~~хво~~ хвостов у головастиков триасовой дископлосы

4) ~~64~~ НОД(64) = 16, 4, 2, 8, 1 - ~~хв~~ количество головастиков триасовой дископлосы учитывая хвосты

5) НОД(64; 100) = 4, 2, 1 - количество головастиков триасовой дископлосы учитывая ноги и хвосты.

6) если 4 головастика триасовой дископлосы, то 4·1 = 4 хвоста, ~~тогда~~ и 4·5 = 20 ног.

Тогда у собдузубых лягушек:

100 - 20 = 80 ног

64 - 4 = 60 хвостов | => 80 ног : 4 ноги = 20 головаст собдузубой лягушки =>

=> 60 хвостов : 20 головаст. = 3 хвоста у одного головастика собдузубой лягушки.

7) если 2 головаст. триасовой дископлосы, то 2·1 = 2 хвоста, 2·5 = 10 ног.

Тогда у собдузубых лягушек:

100 - 10 = 90 ног

64 - 2 = 62 хвоста | => 90 ног : 4 ноги = 22,5 - нельзя, т.к. не целое количество головастиков не может быть.

8) если 1 головаст. триасовой дископлосы, то 1·1 = 1 хвост, 1·5 = 5 ног, ~~не~~ ~~не может~~

тогда у собдузубых лягушек:

100 - 5 = 95 ног

64 - 1 = 63 хвоста | => 95 ног : 4 ноги = 23,75 - нельзя, т.к. не целое кол-во головастиков не может быть

(+)

Ответ: 3 хвоста.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

n^2+n+2, $n\in N$

Если n - четное число, то n^2 - четное число, тогда

ч(четное), н(нечетное):

$(\text{чет})^2+\text{чет}+2=\text{чет}+\text{чет}+2=\text{чет}+2=\text{чет}$

Если n - нечетное число, то n^2 - нечетное число, тогда:

$(\text{нечет})^2+\text{нечет}+2=\text{нечет}+\text{нечет}+2=\text{чет}+2=\text{чет}.$

Но 2019 - нечетное число, а это выражение n^2+n+2, всегда четное, а нечетное $\neq$ чет => значит это невозможно.

Ответ: невозможно.

№3.

1) $11\cdot9=99$ отеков - всего отсеков.

2) если таких отсеков не найдется, в которых более 3 или 3 заклепки, то значит 200 заклеп. : 2 заклеп = 100 отсеков - нужно что бы в каждом отсеке было по 2 заклепки.

3) Но всего 99 отсеков, значит 99 отсеков < 100 отсеков, и если по 2 заклепки $\cdot$ 99 отсеков = 198 заклепок

4) остается 2 заклепки, которые будут третьими в любом отсеке, значит обязательно найдется отсек с тремя или более заклепками.

+

№4.

Android: получено - 15, отправлено - 7.

iOS: получено - 9, отправлено - 15.

Пусть в Android - x человек, а в iOS - y человек, тогда

всего получено: $15x+9y$,

отправлено: $7x+15y$, составим и решим уравнение:

$15x+9y=7x+15y \quad |-7x;-9y)$

$15x-7x=15y-9y$

$8x=6y$, то есть на каждого из сотрудников из Android отправлено или получено 8 писем, а на iOS - отправлено или получено 6 писем.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит чем больше сотрудников, тем меньше писем достанется каждому. Получается что в iOS сотрудников больше, чем в Android.

Ответ: в iOS

+

№3.

Если при первом взвешивание 6 золотников, при втором 3 золотника, при третьем 2 золотника, то недовес 6-5=1 золотник. Значит весы обманывают на 1 золотник, но в большую или меньшую сторону неизвестно.

Если весы обманывают в большую сторону, тогда всего 5 золотников, в первой часть 3 золотника - 1 золотник = 2 золотника, во второй части 2 золотника - 1 золотник = = 1 золотнику. Но 1 золотник + ~~3~~ 2 золотника ≠ 5 золотникам, значит весы не преувеличивают.

+

Если весы преуменьшают на 1 золотник, тогда всего 7 золотников, в первой части 3 золотника + 1 золотник = 4 золотника, во второй части 2 золотника + 1 золотник = 3 золотника. 3 золотника + 4 золотника = 7 золотников. Значит весы преуменьшают на 1 золотник.

Ответ: в первой части - 4 золотника

во второй части - 3 золотника.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Москва, МЭИ

Место проведения

RR 90-14

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Илаев

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 08.07.2001 **Класс:** 11

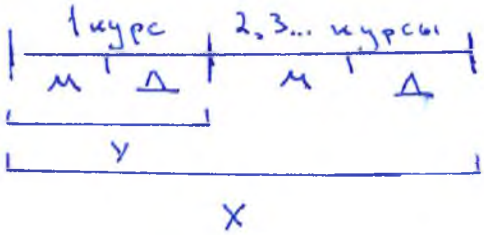
Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1



Пусть всего на факультете x человек, а на первом курсе y. Тогда мальчиков на первом курсе M_y, а всего на факультете M_x.

Согласно условию выполняется неравенство:

$$\frac{M_y}{y}\cdot 100 > \frac{M_x}{x}\cdot 100 \iff \frac{M_y}{y} > \frac{M_x}{x}$$, а нам

нужно сравнить $\frac{y}{M_x}\cdot 100$ и $\frac{y}{x}\cdot 100$. Преобразуем неравенство $\frac{M_y}{y} > \frac{M_x}{x}$

$$M_y > \frac{M_x \cdot y}{x}$$

$$\frac{M_y}{M_x} > \frac{y}{x} \rightarrow$$ заметим, что $M_y \le y$, т.е.

получается, что если это нер-во верно, то верно и $\frac{y}{M_x} > \frac{y}{x} \iff \frac{y}{M_x}\cdot 100 > \frac{y}{x}\cdot 100$.

№2

$x^2 - [x] = 2019$

$[x] = n$, где $x \in [n; n+1)$

$x^2 = 2019 + n$, тогда $x_{1,2} = \pm\sqrt{2019+n} \Rightarrow$

$\Rightarrow n < \sqrt{2019+n} < n+1 \Rightarrow n = 45 \Rightarrow$

$n < -\sqrt{2019+n} < n+1 \qquad n = -45$

$\Rightarrow x_1 = \sqrt{2064}$

$x_2 = -\sqrt{1974}$

Проверим: $(\sqrt{2064})^2 - 45 =$

$= 2064 - 45 = 2019$ – верно.

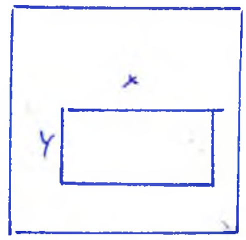
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$(-\sqrt{1974})^2-(-45)=1974+45=2019.$ – верно.

Ответ: $\sqrt{2064}$; $-\sqrt{1974}$

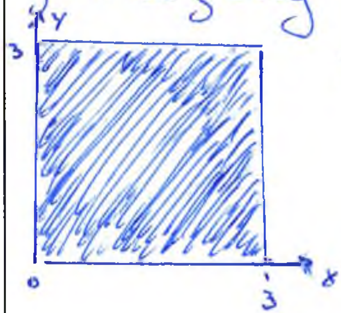
№3

I вр. Инструмент не касается всех сторон отсека в 4 точках. (Например:

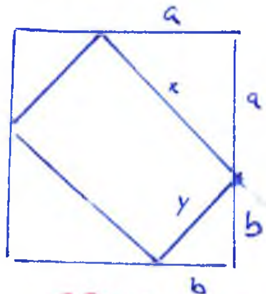


Пусть x – длина, а y – ширина.

Тогда x и y любые числа, принадлежащие диапазону $(0;3]$ и график для x,y будет задаваться как



II вр. Теперь пусть инструмент касается сторон отсека в 4 точках. Вот так

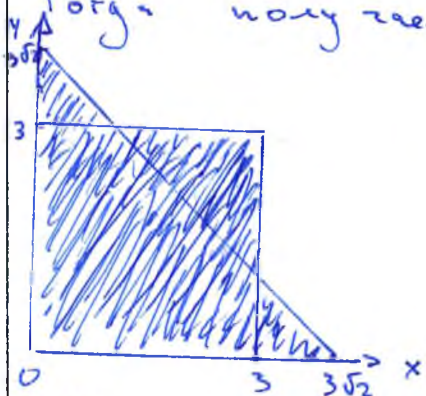


это часть справа

Тогда $a^2+a^2=x^2 \Rightarrow a=\frac{x}{\sqrt{2}}$; $b=\frac{y}{\sqrt{2}}$. Заметим, что $a+b=3 \Rightarrow \frac{x+y}{\sqrt{2}}=3 \Rightarrow x+y=3\sqrt{2}$

Тогда получаем, что $0<y<3\sqrt{2}$; $0<x<3\sqrt{2}$

Следовательно множество точек будет таким



±

№4 Пусть бригады добывают a_1; a_2; a_3; a_4 млн. т. угля. Тогда из условия верно

$$\begin{cases} \frac{4}{12}\cdot a_1+\frac{1}{12}\cdot a_2+\frac{1}{6}\cdot a_3+\frac{5}{12}\cdot a_4=10 \\ \frac{2}{8}a_1+\frac{3}{8}\cdot a_2+\frac{2}{8}\cdot a_3+\frac{a_4}{8}=7 \\ \frac{5}{12}a_1+\frac{2}{12}a_2+\frac{1}{12}a_3+\frac{4}{12}a_4=14 \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\frac{1}{3}\cdot(a_1+a_2+a_3+a_4)$ — надо найти.

из системы: $\begin{cases} a_1+a_4=\frac{104}{3} \\ a_2-a_4=\frac{8}{3} \\ a_3+a_4=-\frac{32}{3} \end{cases}$ откуда взялась эта система?

$\Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4=\frac{104+8-32}{3}=\frac{80}{3}$

$\frac{1}{3}(a_1+a_2+a_3+a_4)=\frac{80}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{80}{9}=8\frac{8}{9}$ —

Ответ: $8\frac{8}{9}$ един. т.

Задача не решена.

№5

Докажем по индукции для 2^n, где $n\geq 2$ ~~методом мат. индукции~~. При $n=2$: $2^n=2^2=4$ Длина хорды будет равна $\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ по т. Пифагорора. Пусть l — это расстояние от центра до хорды, тогда $l^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1 \Rightarrow l=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, тогда для 2^n пусть верно $l_n=\frac{1}{2}\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt{2}}}}_{n-1}$. Теперь докажем +

для $n+1$. Пусть x — длина хорды. Тогда верно, что $l_{n+1}=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$, также верно, что $x^2-(1-l_n)^2+l_n=1 \Rightarrow x^2+2\cdot l_n=2 \Rightarrow x^2=2-2l_n$.

Подставим в первое ~~равенство~~ ур-е: $l_{n+1}=\sqrt{1-\frac{1}{2}+\frac{l_n}{2}}=$

$=\sqrt{\frac{4-2+2l_n}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{2+2l_n}=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}$ — для $n+1$ верно $\Rightarrow$ для любого $n\geq 2^n$ равенство выполняется $\Rightarrow l_{2019}=\frac{1}{2}\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018}$ Ч.Т.Д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ „МЭИ"

Место проведения

УР32-62

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Инфантьев

ИМЯ Арсений

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 27.10.2006

Класс: 6 (за 7)

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Инф —

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть пятиногих – x, а за многохвостиков – y, хвостов у многохвостика a.

Тогда: $5x+4y=100$ $x+y<25$, т.к. у многохвостых 4 ноги, но есть ещё и пятихвостые, у которых больше ног.

$x+ay=64$

$x+36+ay=5x+4y$

Если $a=2$, тогда $x+2y=64$

Если $y=20$, то $x=24$. Если $y=23$, то $x=18$

$y+x \not< 25$ Даже при максимальном у их больше 25.

Если $a=3$, тогда $x+3y=64$.

Если $y=10$, тогда $x=34$

Если $y=15$, тогда $x=19$

Если $y=20$, тогда $x=4$

$20\cdot3+4=64$

$20\cdot4+4\cdot5=100$ $20+4<25$

Ответ: 3

не все случаи рассм.

±

№3.

Всего 99 клеток.

Если нет отсека, в котором ≥ 3 заклёпок, то их максимум 2.

$99\cdot2=198$ отсеков может быть макс.

Но $200>198$

Значит, в каком-то отсеке ≥ 3 заклёпок

∓

?

	x IOS	y №4 ANDROID
Отправлено -	15	7
Получено	9	15

+

$15x+7y=9x+15y$

$15x=9x+8y$

$6x=8y$

$x>y$

Ответ: IOS

№5.

x - величина, на которую врут весы

$2+3+2x=6+x$ или $2+3-2x=6-x$

$2+3+x=6$ $\qquad$ $2+3-x=6$

$x=1$ $\qquad$ $x=-1$

$3+4=7$ $\qquad$ $-(-1)=1$

$3+4=7$

Ответ: 3 и 4 золотника

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ИО 93-55

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Исмаилов

ИМЯ Назар

ОТЧЕСТВО Азатович

Дата рождения 01.07.2004 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИО 93-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

x - кол-во головастиков трехсосовой дискоглоссы
y - кол-во головастиков саблезубой лягушки
z - кол-во хвостов у головастиков саблезубой лягушки

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+zy=64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{100-4y}{5} \\ y=\frac{100-5x}{4} \end{cases}$$

$$x+z\left(\frac{100-5x}{4}\right)=64$$

$$4x+z(100-5x)=256$$

$$\boxed{z=\frac{256-4x}{100-5x}}$$

$$x+\frac{256-4x}{100-5x}\cdot y=64$$

$$\frac{100-4y}{5}+\frac{256-4\left(\frac{100-4y}{5}\right)}{100-5\left(\frac{100-4y}{5}\right)}y=64$$

$$\frac{100-4y}{5}+\frac{\frac{176+16y}{5}}{4y}y=64$$

$$\frac{400y-16y^2+880+16y}{20y}=64$$

$$416y-16y^2+880=1280y$$

$$-16y^2-864y+880=0$$

$$y^2+54y-55=0$$

$$(y+27)^2-784=0$$

$$(y+27)^2=784$$

$$\left[\begin{aligned} y+27&=28 \\ y+27&=-28 \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} y&=1 \\ y&=-55 \end{aligned}\right.$$

y - натурал. или 0

$$\boxed{y=1}$$

—

№5. Нет. Это решение не имеет решений при $x>1$, это можно понять, если перебрать первые несколько чисел сначала данная сумма будет >1, затем она будет уменьшаться, но при этом она „перепрыгает" 1.

Не обосновано и неверно

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИО 93-55

№1

x – кол-во головастиков триасовой дискоглоссы
y – кол-во головастиков саблезубой лягушки
z – кол-во хвостов у головастиков саблезубой лягушки

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+zy=64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{100-4y}{5} \\ y=\frac{100-5x}{4} \end{cases}$$

$$x+z\left(\frac{100-5x}{4}\right)=64$$

$$4x+z(100-5x)=256$$

$$z=\frac{256-4x}{100-5x}$$

$$\Downarrow$$

$$x+\frac{256-4x}{100-5x}\cdot y=64$$

$$\frac{100-4y}{5}+\frac{\frac{176+16y}{5}}{4y}\cdot y=64$$

$$\frac{100-4y}{5}+\frac{\frac{176+16y}{5}}{4}=64$$

№4.

x – у Пончика $\quad v_1$ – „~~[illegible]~~ („прожорливость" Пончика
y – у Сиропчика $\quad v_2$ – „прожорливость" Сиропчика

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{y}{v_1}=45 \\ \frac{x}{v_2}=20 \\ \frac{x}{v_1}=\frac{y}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=100 \\ y=45v_1 \\ x=20v_2 \\ \frac{x}{v_1}=\frac{y}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 45v_1+20v_2=100 \\ \frac{x}{y}=\frac{v_1}{v_2} \\ \frac{x}{y}=\frac{20v_2}{45v_1}=\frac{4v_2}{9v_1} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 45v_1+20v_2=100 \\ \frac{v_1}{v_2}=\frac{2}{3} \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} 45v_1+20v_2=100 \\ \frac{v_1^2}{v_2^2}=\frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$v_1=\frac{2v_2}{3}$$

$$30v_2+20v_2=100$$

$$50v_2=100$$

$$v_2=2 \Rightarrow v_1=\frac{4}{3}$$

$$\Uparrow$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{x}{y}=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$x=\frac{2y}{3}$$

$$\frac{5y}{3}=100$$

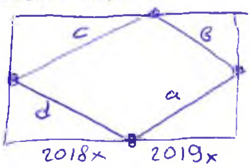
$$y=60$$
$$x=40$$

Ответ: у Пончика 40 кг варенья, а у Сиропчика – 60 кг. „Прожорливость" Пончика $=\frac{4}{3}$ кг/день, у Сиропчика – 2 кг/день.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

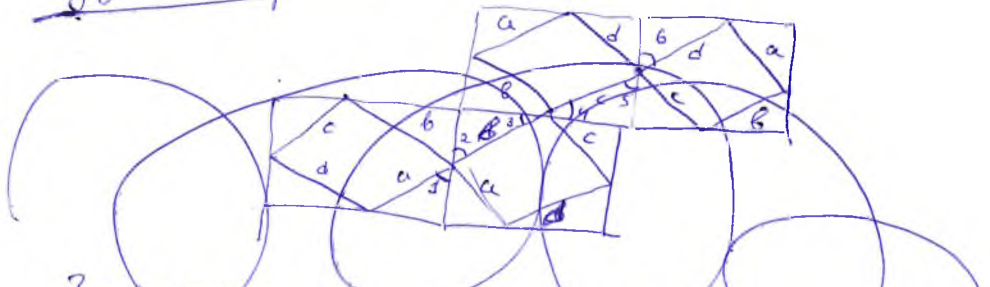
~~[illegible]~~



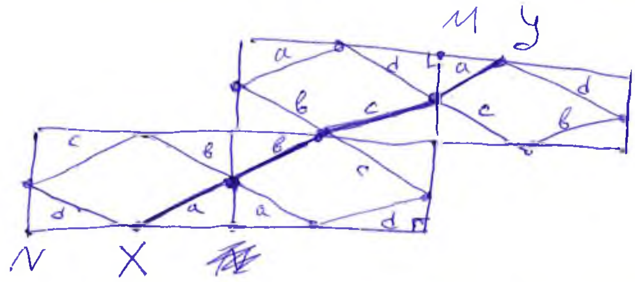
$S_{2\text{-ого}}$ ~~[illegible]~~ пловца $= a+b+c+d$

Возьмём любые точки на сторонах.

Будем „Зеркалить":



Заметим, что $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$; $\angle 5 = \angle 6$



Заметим, что длина ломаной с вершинами в X и Y $= a+b+c+d$.

Так же заметим, ~~что~~ длина ломаной с вершинами в X и Y $\geq$ длины ~~[illegible]~~ отрезка XY.

Отрезок $NM = 2 \cdot$ длина диагонали.

$NX = MY = 2018x$

$MY \parallel NX$ (~~N~~ перпендикулярны одной прямой (т.е. $\angle MNY$ равны $90°$))

$NMXY$ - паралелограм $\Rightarrow NM = XY \Rightarrow$

$\Rightarrow NM$ всегда $\leq$ ломаная с вершинами в X и Y

Путь второго пловца всегда $\geq$, чем путь первого.

Ответ: нет.

~~Идём от противного, допустим такие решения есть. Давайте уменьшим все слагаемые так, чтобы все они стали равны $\frac{1}{x^2}$, тогда их сумма~~

№1.

x – кол-во головастиков триас. диск.
y – кол-во головастиков сабл. лягушки
z – кол-во хвостов у головастиков сабл. лягушки

$5x+4y=100$
$100 \vdots 4$
$100 \vdots 5$
$(5,4)=1$
$\Rightarrow x \vdots 4$, $y \vdots 5$

Пусть $x' = \frac{x}{4}$, $y' = \frac{y}{5}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x'+y'=5 \\ x', y' \in \mathbb{N}_0 \end{cases}$

$x+zy=64$

1) $x'=0, y'=5$
2) $x'=1, y'=4$
3) $x'=2, y'=3$
4) $x'=3, y'=2$
5) $x'=4, y'=1$
6) $x'=5, y'=0$

Разберём 6 случаев:

1) $x'=0, y'=5 \Rightarrow x=0, y=25 \Rightarrow 25z=64 \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$. – Невозможно
2) $x'=1, y'=4 \Rightarrow x=4, y=20 \Rightarrow 20z=60 \Rightarrow z=3$ – Подходит
3) $x'=2, y'=3 \Rightarrow x=8, y=15 \Rightarrow 15z=56 \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$ – Невозможно
4) $x'=3, y'=2 \Rightarrow x=12, y=10 \Rightarrow 10z=52 \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$ – Невозможно
5) $x'=4, y'=1 \Rightarrow x=16, y=5 \Rightarrow 5z=48 \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$ – Невозможно
6) $x'=5, y'=0 \Rightarrow x=20, y=0 \Rightarrow 20=64$ – неверно $\Rightarrow$ Невозможно

$\boxed{z=3}$. ~~Сделав проверку, то получаем~~

Ответ: головастик саблезубой лягушки ~~имеет~~ 3 хвоста.

Лист 4 из 5

Идём от противного, допустим такой n найдётся, тогда:

$n^2+n+2 \equiv_{2019} 0$

$\Downarrow$

$4(n^2+n+2) \equiv_{2019} 0$

$4n^2+4n+8 \equiv_{2019} 0$

$(2n+1)^2+7 \equiv_{2019} 0$

$(2n+1)^2 \equiv_{2019} -7 \Leftrightarrow (2n+1)^2 \equiv_{2019} 2012$

Такое невозможно!!!

$\Downarrow$

$2019y+2012=(2n+1)^2 \Rightarrow \boxed{y - \text{нечёт.}}$

$y \in \mathbb{N}$

$n \in \mathbb{N}$

(т.к. $2n+1$ – нечёт. $\Rightarrow (2n+1)^2$ – нечёт $\Rightarrow 2019y+2012$ – нечёт. $\Rightarrow 2019y$ – нечёт $\Rightarrow y$ – нечёт)

$(2n+1)^2=2019y-7$ Заметим, что

$2019 \equiv_4 -1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2019y \equiv_4 1 \\ 2019y \equiv_4 3 \end{array}\right.$

y – нечёт.

посмотрим по модулю 10:

$2019y-7 \equiv_{10} 9y-7 \equiv 3-y$, y – нечёт. $\Rightarrow 2019y-7 \equiv_{10}$ чёт.,

но $2n+1$ – нечёт. $\Rightarrow$

$\Rightarrow (2n+1)^2$ – нечёт.

$(2n+1)^2 \equiv$ нечёт.

нечёт. $\equiv$ чёт. — Противоречие

Ответ: такое невозможно.

±

М. Королёва

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ	УР32-76
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ КАБАНОВ

ИМЯ ВИТАЛИЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 15.06.05 **Класс:** 7

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 1.
Составим таблицу по условию:

	Ноги	Хвосты
Трижасовой Дликолоссы (ТД)	5 шт.	1 шт.
Саблезубой Лягушка (СЛ)	4 шт.	n шт.

Если бы не было ни одной ~~лягу~~ СЛ, то было бы 20 ТД (и 64 „пустых" хвостов")
Начнем перебор с ТД, где остаток ног кратен 4:
ТД = 16 (остатка 20 ног, 48 хвостов) => 20:4 = 5 штук СЛ
$5n = 48$
$n \notin N$
ТД = 12 (остаток 40 ног; 52 хвоста) => 40:4 = 10 штук СЛ
$10n = 5n$
$n \notin N$
~~И так далее, до ТД =~~
ТД = 8 (остаток 60 ног; 56 хвостов) => 60:4 = 15 штук СЛ
$15n = 56$
$n \notin N$
ТД = 4 (остаток 80 ног; 60 хвостов) => 80:4 = 20 штук СЛ
$20n = 60$
$n = 3$
Заметим, что кол-во ТД, для остатка ног : 4 - : 4, а если ТД = 0, то СЛ = (100:4) 25.
$25n = 64$
хвостов $n \notin N$
Следовательно, у головастиков Саблезубой Лягушки - 3.
Ответ: 3 хвоста

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УР32 - 76

Задача 3.

Площадь прямоугольника Винтика — $9_{см} \cdot 11_{см} = 99$ см^2

Площадь квадратов Шпунтика — 1см · 1см = 1см^2

⇓

99 см^2 : 1см^2 = 99 квадратов Шпунтика в прямоугольнике Винтика.

По условию нам сказано, что ни одна заклепка Винтика не попала на „разрезы", следовательно все 200 точек находятся в квадратиках.

По принципу Дирихле докажем, что хотя бы 3 заклепки:

+

Допустим, что это не так. Тогда ~~всего~~ ~~зак~~ на каждом квадрате ≤ 2 заклепки. Тогда всего заклёпок $99 \cdot \leq 2 = \leq 198$. Противоречие по условию. Следовательно, хотя бы в 1 квадрате хотя бы 3 заклепки. ч.т.д.

Задача 2.

$n^2+n+2 \vdots 2019$

Сумма трёх чисел кратна 2019, когда либо каждое $\vdots 2019$ либо их сумма образует число $\vdots 2019$. Нам подходит второй вариант, так как $2 \not\vdots 2019$. ~~Значит~~

Допустим $n^2+n+2 = 2019$, тогда

$n^2+n=2017$

$n(n+1)=2017$

Произведение чётного и нечётного числа - чётное.
Предположение неверно.

Значит, нам нужны чётные числа, например 4038. Тогда $n^2+n+2=4036$

$n^2+n=4034$

$n(n+1)=4034$

Так как $n \in N$, то самое приближённое n - 63. $(63 \cdot 64=4032)$??

~~Потом~~ Рассмотрим ещё один вариант:

$2019 \cdot 4=8076$

$n^2+n+2=8076$

$n^2+n=8074$

$n(n+1)=8074$

только част. случаи

+

Опять же не выделяется целое n, при котором это верно (максимум $n=89$)

Но ~~как~~ сколько мы бы не умножали 2019, мы во всех случаях получим уравнение, из которого нельзя выделить целое n

Ответ: нельзя.

Задача 5.

Пусть x - ~~все~~ масса порошка на ложных частях, y - масса отсыпанного порошка

По ложным весам:

$$\boxed{\begin{cases} x = 6 \text{ зол.} \\ x - y = 3 \text{ зол.} \\ y = 2 \text{ зол.} \end{cases}}$$

⇓

~~6 зол − 2 зол = 3 зол~~

~~Заметим, что равенство~~ (x−y) ~~верно при x = 5,5 зол, y = 2,5 зол. А по условию сказано, что весы врут на одну и ту же величину~~ − 0,5 золотника.

6 зол − 2 зол = 3 зол.

Но по условию весы всё время врут, и на одну и ту же величину.

Заметим, что 5−1=4. И весы врут на 1 золотник.

Значит по настоящему:

$x = 5$ зол. ~~та зол~~ (на 1 меньш)

$y = 1$ зол. (на 1 меньше)

$(x-y) = 4$ зол. (на 1 меньше)

Всё подходит.

Ответ: 5 золотников, 1 золотник.

Задача 4

Пусть x - работников в Android; y - в IOS; a - получил каждый в Android; b - получил каждый в IOS

	~~Получил~~ Отправил	Получил
Android	$7x$	bx
IOS	$15y$	ay

Эти величины пропорциональны:

$$\frac{7x}{15y} = \frac{bx}{ay}$$

$$7a\cancel{xy} = 15b\cancel{xy}$$

$$7a = 15b$$

$$a = \frac{15}{7}b$$

Теперь найдём отношение кол-во отправленных сообщений к полученным:

±

~~$\frac{7x}{bx} =$~~

В Android: $\frac{7x}{bx} = \frac{7}{b}$

В IOS: $\frac{15y}{\frac{15}{8}by} = \frac{15}{\frac{15}{8}b} = \frac{8}{b}$

Отношение отправленных к полученным больше у IOS ⇒ в IOS работников больше

Ответ: iOS

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФ МЭИ

Место проведения

EB-85-86

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 18091

ФАМИЛИЯ КАЗАКОВ

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 10.06.2003 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10 февраля 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Казаков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕВ 85-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть x – кол-во дискоголовов, а y – кол-во головастиков.

z – кол-во хвостов у каждого головастика.

Тогда по условию задачи

$$\begin{cases} 100 = 5x + 4y, & (1) \\ 64 = x + zy; & (2) \end{cases}$$

(1) $100 = 5x + 4y$ (уравнение в целых числах)

$$x = \frac{100-4y}{5}$$

$$x = 20 - \frac{4y}{5}.$$

Всего 4 решения: (16;5), (12;10), (8;15), (4;20).

Из которых второму (2) уравнению удовлетворяет только (4;20), т.к. z – целое

$$64 = 4 + 20z$$

$$z = 3.$$

Ответ: 3.

+

№4

Пусть x кг – запасено у Пончика, y кг – у Сиропчика, тогда: $x + y = 100$ (1)

По словам Пончика его прожорливость равна $\frac{y}{45}$

По словам Сиропчика его прожорливость равна $\frac{x}{20}$.

По условию задачи время на поедание своих запасов равно

$$\Rightarrow \quad x : \frac{y}{45} = y : \frac{x}{20};$$

$$\frac{45x}{y} = \frac{20y}{x},$$ т.к. x и y не могут быть равны нулю можно на них домножить.

$$45x^2 = 20y^2$$

$$2{,}25x^2 = y^2$$

$$(1{,}5x - y)(1{,}5x + y) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 1{,}5x = y \\ 1{,}5x = -y \end{array}\right.$$ не удовл. x и y – натуральные числа.

Подставим $1,5x=y$ в (1).

$$x+1,5x=100$$
$$2,5x=100$$
$$x=40\text{ кг} \Rightarrow y=100-40=60\text{ кг}$$

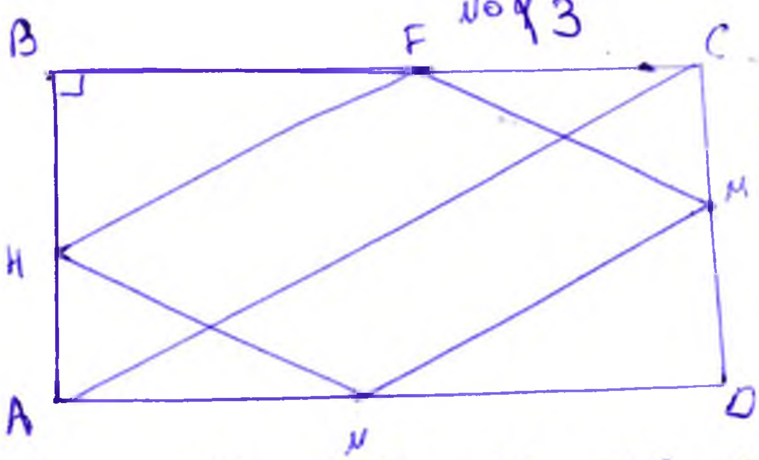
Производительность Южника: $\frac{60}{45}=\frac{4}{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$

Производительность Северника: $\frac{40}{20}=2\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$

Ответ: 40 кг; 60 кг; $\frac{4}{3}\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$; $2\ \frac{\text{кг}}{\text{день}}$.

+

№ 3



ABCD – прямоугольник
2·AC – путь 1 пловца
$\frac{AH}{HB}=\frac{2018}{2019}$

Пусть $\frac{BF}{FC}=\frac{2019}{2018}$; $\frac{CM}{MD}=\frac{2018}{2019}$; $\frac{AN}{ND}=\frac{2018}{2019}$;
а HF+FM+MN+HN ~~HFMN~~ – путь 2 пловца

+

По т. Пифагора: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$

$$HF=\sqrt{\frac{2019^2}{4037^2}AB^2+\frac{2019^2}{4037^2}BC^2}=\frac{2019}{4037}\cdot\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{2019}{4037}AC$$

$$FM=\sqrt{\frac{2018^2}{4037^2}BC^2+\frac{2018^2}{4037^2}CD^2}=\frac{2018}{4037}\cdot\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{2018}{4037}AC$$

$$HN=\sqrt{\frac{2018^2}{4037^2}\cdot(AB^2+BC^2)}=\frac{2018}{4037}AC$$

$$MN=\frac{2019}{4037}AC$$

проверен один частн. случай

$$HF+FM+HN+MN=\frac{2019}{4037}AC+\frac{2018}{4037}AC+\frac{2019}{4037}AC+\frac{2018}{4037}AC=2AC$$

Путь 2 может быть равен пути 1, но не может быть меньше.
При перемещении точек F, M, N путь будет увеличиваться.
Минимальное значение отношения длин: $\frac{2AC}{2AC}=1$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

Сводится к уравнению:

$$\frac{1}{x}\left(1+\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x+1}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)+\frac{1}{x+2}\left(\frac{1}{x-2}+1\right)\ldots=1.$$

Из числителя дробей вида $\frac{1}{x-n}$ видно?, что x не может равняться натуральным числам

Ответ не имеет.

—

№2

$n^2+n+8 \overset{?}{\vdots} 2019$

чтобы n^2+n+8 делилось на 2019, нужно чтобы оно делилось на 3 и на 673.

если $n^2+n+8 \vdots 3$, значит его можно представить в виде $n^2+n+8=3k$, докажем это.

~~1. $n=2m$~~

~~$4m^2+2m+8=3k$~~

~~$2(2m^2+m+8)=3k$~~

~~$2m^2+m+8=3a$~~

±

k – целое, значит $\frac{n^2+n+8}{3}$ - тоже целое, но при делении на 3 многочлен n^2+n+8 дает в остатке только 1 и 2. Пришли к противоречию $\Rightarrow n^2+n+8 \not\vdots 3 \Rightarrow n^2+n+8 \not\vdots 2019$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ЕГ 90-26

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ КАЗАКОВА

ИМЯ ОЛЬГА

ОТЧЕСТВО АНАТОЛЬЕВНА

Дата рождения 09.01.2005 **Класс:** 7

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ока

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Т.к. головастики триасовой дискоглоссы имеют 5 ног, а все пятиногие головастики имеют один хвост, то все головастики триасовой дискоглоссы имеют один хвост.
Т.к. у головастиков саблезубой лягушки есть несколько хвостов т.е. >1, а все многохвостые головастики имеют 4 ноги, то все головастики саблезубой лягушки имеют 4 ноги.
Пусть триасовые дискоглоссы – n штук, а
саблезубые лягушки – m штук, ~~тогда~~
кол-во хвостов саблезубой лягушки – x штук, тогда

$$\begin{cases} 5n+4m=100 \\ 1n+xm=64 \end{cases} \longrightarrow 5n+4m=100$$

n = 4; m = 20;
n = 8; m = 15;
n = 12; m = 10;
n = 16; m = 5.

Если n=16; m=5, то ~~n+xm~~ 16 + x5 = 64;
x = 9,6
$x \in R$

Если n = 12; m = 10, то 12 + x10 = 64
x = 5,2
$x \in R$

Если n = 8; m = 15, то 8 + x15 = 64
$x = \frac{56}{15}$
$x \in R$

Если n = 4; m = 20, то 4 + x20 = 64
x = 3.
$x \in N$

Т.к. кол-во хвостов саблезубой лягушки – $x \in N$, то x = 3.

Ответ: 3 хвоста

+

2. Если n – нечет, тогда n^2 – нечет, n – нечет; 2 – чет, тогда
|нечет| + |нечет| + |чет| = |чет| + |чет| = |чет|
Если n – чёт, то n^2 – чет; n – чет; 2 – чет, тогда
|чет| + |чет| + |чет| = |чет|

∓

Число 2019 – нечет, а сумма – чет   чет ⋮̸ ~~нечет~~ нечет
$n^2+n+2 \not\vdots\, 2019.$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3 Пусть сначала Шпунтик разлиновал прямоугольник, а потом Винтик должен будет отметить 200 точек под заклепки не задевая линии Шпунтика.
Тогда если Винтик ~~разложит~~ отметит по две точки в каждой ячейке получится $11 \cdot 9 \cdot 2 = 198$ отметок в прямоугольнике с двумя отметками в каждом квадратике $200 - 198 = 2$ отметки надо еще расположить по ячейкам. Тогда получается, что куда-бы не положил Винтик отметку, все равно в одной ячейке будет четыре, а если он каждую и двух отметок положит в разные ячейки, то тогда в двух ячейках будет 3 отметки.

+

4. Пусть в Android работает n р., а в iOS работает m р., ~~то-~~ ~~гда~~ тогда Android отправил $-7n$, а получил $-15n$, а iOS отправил $-15m$, а получил $-9m$.
Если Android отправил $-7n$, а получил $-15n$ то ~~если~~ пусть $7n$ он отправил себе, тогда Android $15n - 7n = 8n$ - получил и „ничего" не отправлял. ~~Ек~~ Значит $8n$ - это сообщения от iOS.
Если iOS отправил $15m$, а получил $-9m$. то пусть он получил $9m$ от себя, тогда $15m - 9m = 6m$ сообщений iOS отправил и „ничего" не получал. Значит $6m$ - это сообщения отправленные Android. Тогда $8n$ - это собщения от iOS и $6m$ это сообщения от iOS тогда $8n = 6m$;

$$4n = 3m$$
$$m > n$$

Т.к. Android это $-n$, а iOS - это m, то iOS > Android.
Ответ: Вотделе iOS.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Пусть вес порошка – x золотников, тогда, когда весы показывали 6 золот. на самом деле было x золотников.
Когда весы показ. 3 золот. на самом деле было 3 золот – ~~разница~~ ошибка весов
когда весы показ. 2 золот. на самом деле было 2 золот – ошибка весов.

ошибка весов $= 6 - x$

Это значит, что $(3-6+x)+(2-6+x)=x$;

$5-12+2x=x$;

$x=12-5$;

$x=7$.

+

~~То~~ Тогда если $x=7$; ~~то~~ ~~$|3-6+7|=4$ и $|2-6+7|=3$~~

то $3-6+7=4$ и $2-6+7=3$.

Ответ: 4 золот. и 3 золот.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ „СОШ № 19"	UV 51-78
Место проведения	шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Калинина

ИМЯ Маргарита

ОТЧЕСТВО Витальевна

Дата рождения 27.08.2002 **Класс:** 10 А

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 07 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Калинина

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Пусть a (чел.) – мальчиков на 1-ом курсе,

x – (чел) – мальчиков на всём факультете,

b (чел) – всего учится на 1-ом курсе,

y (чел.) – всего студентов факультета.

Тогда $\frac{a}{b}\cdot 100\%$ – процентное отношение мальчиков на первом курсе ко всем студентам на 1-ом курсе,

$\frac{x}{y}\cdot 100\%$ – процентное отношение мальчиков на всём факультете ко всем студентам факультета,

~~По условию задачи~~

$\frac{a}{x}\cdot 100\%$ – процентное отношение мальчиков-первокурсников ко всем мальчикам факультета,

$\frac{b}{y}\cdot 100\%$ – процентное отношение ~~мальчиков~~ всех студентов на 1-ом курсе ко всем студентам факультета.

По условию задачи $\frac{x}{y}\cdot 100\% < \frac{a}{b}\cdot 100\%$ $|:100\%$

$$\frac{x}{y} < \frac{a}{b}.$$

Заметим, что $\frac{a}{x} = \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{x}$; $\frac{b}{y} = \frac{x}{y}\cdot\frac{b}{x}$

Сравним $\frac{a}{x}\cdot 100\%$ и $\frac{b}{y}\cdot 100\%$ $|:100\%$

$$\frac{a}{x} \text{ и } \frac{b}{y}$$

Заменим $\frac{a}{x}$ на $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{x}$, а $\frac{b}{y}$ заменим на $\frac{x}{y}\cdot\frac{b}{x}$:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{x} \text{ и } \frac{x}{y}\cdot\frac{b}{x} \quad |:\frac{b}{x}\neq 0 \ (\text{т.к } b\neq 0, x\neq 0)$$

$$\frac{a}{b} > \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{a}{x}\cdot 100\% > \frac{b}{y}\cdot 100\%, \text{ т.е.}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UU 51-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков факультета ~~[illegible]~~ больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

(+)

№2.

Рассмотрим число 2019. Число 2019 делится на 3: $2019 = 3 \cdot 673$. Значит, если число n^2+n+17 делится на 2019, то это число делится на 3.

Теперь рассмотрим натуральное число n:

1) Пусть ~~на~~ n даёт остаток 1 при делении на 3, т.е. $n = 3k+1$, где $n \in N$, $k \in N$.

Тогда $n^2+n+17 = (3k+1)^2+(3k+1)+17 = 9k^2+6k+1+3k+1+$
$+17 = 3(3k^2+2k+k)+19 = 3(3k^2+3k+6)+1 \not\vdots\, 3$, т.к $1 \not\vdots\, 3$. (не делится)

Т.к число n^2+n+17 не делится на 3 при n дающим остаток 1 при делении на 3, то ~~[illegible]~~ число n^2+n+17 не может делиться на 2019 (т.к 2019 делится на 3).

+

2) Пусть n даёт остаток 2 при делении на 3, т.е. $n = 3k+2$, где $n \in N$, $k \in N$.

Тогда $n^2+n+17 = (3k+2)^2+(3k+2)+17 = 9k^2+12k+4+3k+2+17 =$
$= 3(3k^2+4k+k)+23 = 3(3k^2+4k+k+7)+2$ не делится на 3 (т.к 2 не делится на 3). Значит, число n^2+n+17 не делится на 2019 (т.к число n^2+n+17 не делится на 3, а число 2019 делится) при n дающем остаток 2 при делении на 3.

3) Пусть ~~на~~ число n делится на 3, т.е $n = 3k$, $n \in N$, $k \in N$.

Число $n^2+n+17 = (3k)^2+3k+17 = 3(3k^2+k)+17 = 3(3k^2+k+5)+2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VV 51-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

не делится на 3, т.к. число 2 не делится на 3. Значит, число n^2+n+17 не делится на 2019 при n ~~дающем остаток~~ делящемся на 3.

~~Ответ.~~

Таким образом, при любом натуральном n (при n делящемся на 3, при n дающем остатки 1 и 2 при делении на 3) мы получили, что число n^2+n+17 не делится на 3. Следовательно, число n^2+n+17 при любом $n \in N$ не делится на 2019 (т.к. 2019 делится на 3), ч.т.д.

Ответ: при любом натуральном n число n^2+n+17 не делится на 2019.

№4.

Пусть a (кг) – запасов у Пончика,

x (кг/день) – прожорливость Пончика,

y (кг/день) – прожорливость Сиропчика.

Тогда $100-a$ (кг) – запасов у Сиропчика (т.к. суммарно у Пончика и Сиропчика 100 кг запасов),

$\frac{a}{x}$ (дн) – ушло бы у Пончика, чтобы съесть свои запасы,

$\frac{100-a}{x}$ (дн) – ушло бы у Пончика, чтобы съесть запасы Сиропчика,

$\frac{a}{y}$ (дн) – ушло бы у Сиропчика, чтобы съесть запасы Пончика,

$\frac{100-a}{y}$ (дн) – ушло бы у Сиропчика, чтобы съесть свои запасы.

№ 4.

По условию Пончик съел бы запас Сиропчика за 45 дней, ~~Сиропч~~ т.е. $\frac{100-a}{x}=45$, Сиропчик съел бы запасы пончика за 20 дней, т.е $\frac{a}{y}=20$ и на поедание своих запасов у Пончика и Сиропчика ушло одинаковое время т.е $\frac{100-a}{y}=\frac{a}{x}$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{100-a}{x}=45 \\ \frac{a}{y}=20 \\ \frac{100-a}{y}=\frac{a}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100-a=45x \\ a=20y \\ \frac{100-a}{y}=\frac{a}{x} \end{cases}$$

1) Заменим в равенстве $\frac{100-a}{y}=\frac{a}{x}$ 100-a на 45x, a на 20y:

$$\frac{45x}{y}=\frac{20y}{x}$$

$$45x^2=20y^2 \quad |:5$$

$$9x^2=4y^2$$

Т.к числа x и y - положительные, то

$$\sqrt{9x^2}=\sqrt{4y^2}$$

$$3x=2y$$

$$y=1,5x$$

2) Сложим уравнения $100-a=45x$ и $a=20y$

$$100=45x+20y$$

№4.

2) Заменим y на $1,5x$:

$$100 = 45x + 20 \cdot 1,5x$$

$$100 = 45x + 30x$$

$$100 = 75x \quad |:75$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$x = 1\frac{1}{3}\ (\text{кг/день}) \Rightarrow y = 1,5x = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3} = 2\ (\text{кг/день})$$

3) $a = 20y = 20 \cdot 2 = 40$ (кг)

+

$100 - a = 100 - 40 = 60$ (кг)

Ответ: 40 кг варенья съел Пончик, 60 кг варенья съел Сиропчик, $1\frac{1}{3}$ кг/день – прожорливость Пончика, ~~[illegible]~~ 2 кг/день – прожорливость Сиропчика.

№5.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\ \text{раз}} < 2019$$

1) Т.к. оба числа положительны, то возведём их в квадрат:

$$\left(\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}\right)^2 < 2019^2$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2018\ \text{раз}} < 2019^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2018\ \text{раз}} < 2019 \cdot 2019 - 2019$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2018\ \text{раз}} < 2019(2019-1)$$

~5.

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2018\text{ раз}} < 2019\cdot 2018$

2) Возведём в квадрат обе части неравенства ещё раз:

$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{ раз}} < 2019^2\cdot 2018^2$

$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{ раз}} < 2019(2019\cdot 2018^2-1)$

Продолжая возводить в квадрат обе части уравнения, получим:

~~2019 < 2019...~~

$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2016\text{ раз}} < 2019^2(2019\cdot 2018^2-1)^2$

$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2015\text{ раз}} < 2019(2019(2019\cdot 2018^2-1)^2-1)$

Заметим, что, ~~если~~ продолжая возводить в квадрат обе части уравнения, получим:

$\sqrt{2019} < 2019(2019\cdot\{x^2-1)$, причём выражение $(2019\cdot x^2-1)^2$ всегда будет больше нуля.

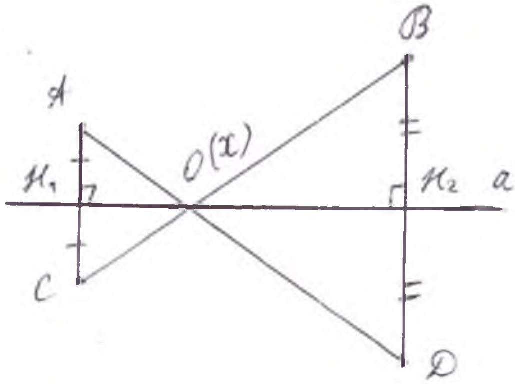
$2019 < 2019^2(2019\cdot x^2-1)^2$ почему?

$0 < 2019(2019\cdot ~~\ldots~~(2019\cdot x^2-1)^2-1)$

Т.к выражение $2019(2019(2019\cdot x^2-1)^2-1)$ всегда будет больше 0, то исходное неравенство верное

Ответ: неравенство $\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$ — верное.

±



-3.

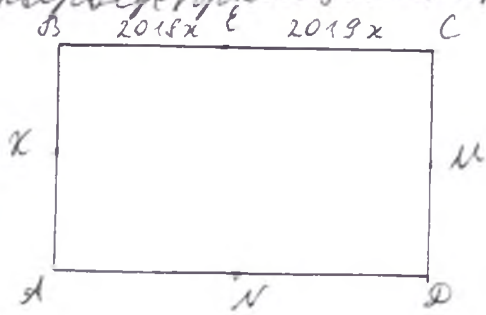
Пусть нам даны две точки A и B, лежащие по одну сторону от пр. a. Найдём, как построить такую точку $X \in a$, что $AC+BC$ – минимальное.

1) Построим пр. AC и BD: $AC \perp a$, $BD \perp a$, т. C и D лежат по другую сторону от пр. a, чем т. A и B, $AC \cap a =$ т. H_1, $BD \cap a =$ т. H_2, $AH_1 = H_1C$, $BH_2 = H_2D$

2) Построим отр. AD и BC. Пусть $AD \cap BC =$ т. O

Рассмотрим $\triangle AOC$ и $\triangle BOD$ (т. $O \in a$) H_1O и OH_2 – серединные перпендикуляры к отр. AC и BD. Значит, т. O равноудалена от т. A, C и B, D, т.е. $AO = OC$, $OB = OD$. Расстояние BC – кратчайшее расстояние между т. B и C, $BC = OC + OB = AO + OB$ – ~~кратчайшее~~ кратчайшее возможное расстояние между т. A и B и т. на прямой a. Значит $O = X$.

Рассмотрим карьер-прямоугольник $ABCD$.



его путь будет как минимум равен пути 1-го пловца.

Ответ: нет, не сможет, 1.

Т. $E \in BC$, $\frac{BE}{EC} = \frac{2018}{2019}$, т.е. из т. E стартует 2-ой пловец.

Нам нужно построить такие т. $M \in CD$, $N \in AD$, $K \in AB$, что расстояния $EM + MN$ и $NK + KE$ – минимальные и путь не построен расстояние $EM + MN + NK + KE$ – минимальное в соответствии с указанным выше способом.

Подбирая т. M, N и K, получаем, что 2-ой пловец не сможет их так выбрать, что его путь был короче.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

SE91-80

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Катюнин

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 04.09.2004

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть кол-во головастиков триасовой дискоглоссы равно x шт, а кол-во головастиков саблезубой мечушки равно y шт, кол-во хвостов у головастика саблезубой мечушки равно n шт. Тогда:

$$\begin{cases} x + n\cdot y = 100 \quad (1) \\ 5x + 4y = 64 \quad (2) \end{cases}$$

неверно сост ур е

Т.к. $x \in N$ и $y \in N$, то из (2) следует, что:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=12 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=8 \\ y=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4 \\ y=11 \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y=16 \end{cases} \end{array}\right.$$

Рассчитаем n для каждого решения, используя (1). Во всех случаях, кроме 1-го, получим нецелое число, а условию удовлетворяют только целые. В первом же случае $n = 88$

Ответ: каждый головастик саблезубой мечушки имеет 88 хвостов

−

№2

Т.к. $2019 \vdots 3$, то (n^2+n+2) также кратно 3. Однако:

1) Если $n \equiv 0 \pmod 3$, то $n^2+n+2 \equiv 2 \pmod 3$ – противоречие
2) Если $n \equiv 1 \pmod 3$, то $n^2+n+2 \equiv 1 \pmod 3$ – противоречие
3) Если $n \equiv 2 \pmod 3$, то $n^2+n+2 \equiv 2 \pmod 3$ – противоречие

Вывод: такое невозможно.

Ответ: не может.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Пусть запас Сиропчика равен x кг, тогда запас Пончика равен $(100-x)$ кг. Обозначим прожорливость Пончика за nn, прожорливость Сиропчика за nc.

Т.к. время поедания своих запасов у обоих одинаково, то $\frac{x}{nc}=\frac{100-x}{nn}$. По св-ву пропорции:

$$\frac{x}{100-x}=\frac{nc}{nn} \quad (1)$$

Т.к. Пончик съел бы x кг за 45 дней, то $x=45nn$ (2)

Т.к. Сиропчик съел бы $(100-x)$ кг за 20 дней, то

$100-x=20nc$ (3)

Из (2) и (3):

$$\frac{x}{100-x}=\frac{45nn}{20nc}$$

$$\frac{x}{100-x}=\frac{9nn}{4nc} \quad (4)$$

Из (1) и (4) по св-ву транзитивности:

$$\frac{nc}{nn}=\frac{9nn}{4nc}$$

$$\frac{nc}{nn}^{(4nc}-\frac{9nn}{4nc}^{(nn}=0$$

$$\frac{4nc^2-9nn^2}{4nn\cdot nc}=0$$

$$\begin{cases}4nc^2-9nn^2=0\\ 4nn\cdot nc\neq 0, \text{ из условие}\end{cases}$$

$4nc^2=9nn^2$

$\sqrt{4nc^2}=\sqrt{9nn^2}$

$|\underbrace{2nc}_{70}| = |\underbrace{3nn}_{70}|$

$2nc = 3nn$

$nc = 1{,}5\, nn$

Тогда $x = 1{,}5\,(100 - x)$

$x = 150 - 1{,}5x$

$150 - 2{,}5x = 0$

$x = \frac{150}{2{,}5}$

$x = 60$ (кг)

$100 - x = 100 - 60 = 40$ (кг).

$nn = \frac{x}{45} = \frac{60}{45} = 1\frac{1}{3}$ (кг/g)

$nc = \frac{100 - x}{20} = \frac{40}{20} = 2$ (кг/g)

Ответ: Сиропчик съел 60 кг с прожорливостью 2 кг/g, а пончик 40 кг с прожорливостью $1\frac{1}{3}$ кг/g.

N 5

Для всех случаев за исключением $x = 1$; при $x \in N$:

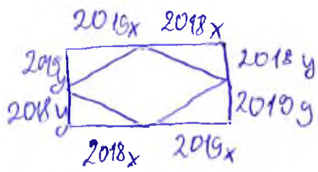
Рассмотрим сумму всех дробей кроме первой. В этой сумме $(x^2 - x)$ слагаемых, последнее из них равно $\frac{1}{x^2}$, все остальные больше $\frac{1}{x^2}$. Значит, сумма этих слагаемых ~~равна~~ больше $\frac{x^2 - x}{x^2}$. Первое слагаемое, равное $\frac{1}{x}$, разложим как $x \cdot \frac{1}{x^2}$. Сложим $x \cdot \frac{1}{x^2}$ и $\frac{x^2 - x}{x^2}$, получим $\frac{x^2}{x^2}$, т. е. 1. Но т. к. второе слагаемое больше, чем $\frac{x^2-x}{x^2}$, по доказанному, то сумма будет ~~больше~~ больше 1, т.е. кроме $x=1$ уравнение не имеет решений в натуральных числах.

+

Ответ: не имеет.

№3.

Пусть ~~...~~ стороны карьера равны $4037x$ и $4037y$ соответственно. Тогда наименьшее расстояние, которое может проплыть второй пловец, равно расстоянию, проплытому первым пловцом, и достигается следующим образом:



обоснование отсутствует

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ИО 93-60

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Каинова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Денисовна

Дата рождения 20.05.2004 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЮКаи

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

Пончик - ? кг, ? дней $\Big\}$ 100 кг
Сиропчик - ? кг, ? дней

Пусть прожорливость Пончика равна x кг/день, а прожорливость Сиропчика - y кг/день. Т.к по условию они затратили одинаковое время, то пусть оно равно t дней.

Составим систему по условию задачи:

$$\begin{cases} x\cdot t + y\cdot t = 100, (1) \\ \dfrac{y\cdot t}{x} = 45, (2) \\ \dfrac{x\cdot t}{y} = 20, (3) \end{cases}$$

$\cancel{(2)}$ (3) $y = \dfrac{t\cdot x}{20}$

(2) $\dfrac{t\cdot x\cdot t}{20} : x = 45$

$\dfrac{t\cdot x\cdot t}{20x} = 45$

$\dfrac{t^2}{20} = 45$

$t^2 = 900$, т. к $t \in N$, то $t = 30$ дней.

Подставим значение во все ур-ия:

$$\begin{cases} 30x + 30y = 100, (1) \ \big|:10 \\ \dfrac{30y}{x} = 45, (2) \ \big|:15 \\ \dfrac{30x}{y} = 20 \ (3) \ \big|:10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 10, (1) \\ \dfrac{2y}{x} = 3, (2) \\ \dfrac{3x}{y} = 2 \ (3) \end{cases}$$

(2) $x = \dfrac{2}{3}y$

(1) $3\cdot\dfrac{2}{3}y + 3y = 10$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИО 93-60

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$5y=10$

$y=2$ (кг/день)

(2) $x=\frac{2}{3}\cdot 2=\frac{4}{3}$ (кг/день)

Значит, Пончик съел $\frac{4}{3}\cdot 30=40$ кг варенья со скоростью $\frac{4}{3}$ кг/день, а Сиропчик съел $2\cdot 30=60$ кг варенья со скоростью 2кг/день.

Ответ: Пончик съел 40кг варенья со скоростью $1\frac{1}{3}$ кг/день, а Сиропчик съел 60 кг со скоростью 2кг/день.

№1.

Головастики триасовой дискалоссии - по 5 ног, по 1 хвосту

Головастики саблезубой - по 4 ноги, ? хвостов

Пусть всего было x головастиков триасовой и y головастиков саблезубой, а у головастиков саблезубой было по z хвостов

Составим систему по условию задачи:

$$\begin{cases} 5x+4y=100, & (1) \\ x+yz=64 & (2) \end{cases}$$

(2) $z=\frac{64-x}{y}$

(1) $5x=100-4y$

$5x=4(25-y)$

Т.к левая часть $(5x)\,\vdots\,5$, то и правая часть должна быть кратна 5. Т.к 4 не $\vdots\,5$, то $(25-y)\,\vdots\,5$, где $y\in N$

1) $25-y=5$, $y=20 \Rightarrow x=4$, т.е $z=\frac{64-4}{20}=3$

2) $25-y=10$, $y=15 \Rightarrow x=8$, т.е $z=\frac{64-8}{20}=\frac{56}{20}\notin N$ $\emptyset$

3) $25-y=15$, $y=10 \Rightarrow x=12$, т.е $z=\frac{64-12}{20}=\frac{52}{20}\notin N$ $\emptyset$

4) $25-y=20$, $y=5 \Rightarrow x=16$, т.е $z=\frac{64-16}{20}=\frac{48}{20}\notin N$ $\emptyset$

Следовательно, каждый головастик саблезубой лягушки имеет по 3 хвоста. Ответ: по 3 хвоста

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

n^2+n+2, где n - натуральное число

Пусть $(n^2+n+2) \vdots 2019$, тогда $n^2+n+2=2019x$, где

x - какое-то натуральное число

Тогда $n(n+1)+2=2019x$

$n(n+1)=2019\cdot x-2$

Т.к n и $(n+1)$ - 2 последовательных натуральных числа, то хотя бы одно из них $\vdots 2 \Rightarrow n(n+1)$ - четное, т.е

$2019x$ - четное число

$2019=673\cdot 3 \Rightarrow$ т.к $2\equiv 2 \pmod 3$, а $2019\equiv 0 \pmod 3$, то

$2019x+2\equiv 2 \pmod 3 \Leftrightarrow n(n+1)\equiv 2 \pmod 3$, т.е

число $n\equiv 1 \pmod 3$, а число $n^2 \equiv \cancel{2} \pmod 3$

$n\equiv 1 \pmod 3$, то $n+1\equiv 2 \pmod 3$

$\underbrace{2019x}_{\vdots 6}-\underbrace{2}_{\equiv 2 \pmod 6}-n=n^2$

n	0	1	2	3	4	5
n^2	0	1	4	3	4	1

Нет подходящих остатков при $\vdots 6 \Rightarrow$ такого быть не может

(+)

Можно еще короче

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1.$$

Т.к $x>1$, то числа x и x^2 - разные, т.е оба слагаемых $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x^2}$ - присутствуют в сумме

Тогда $\frac{1}{x}+\ldots+\frac{1}{x^2}=1.$

~~Умножим обе части на x~~

$$\cancel{\frac{x}{x}+\ldots+\frac{x}{x^2}=x}$$

$$\cancel{1+\ldots+\frac{1}{x}=x}$$

Т.к $x>1$, то $x\geq 2$. При $x=2$ слагаемых будет 3: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. При каждом увеличении x количество слагаемых будет увеличиваться, но наименьшее количество слагаемых – 3. => слагаемые $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x+1}$ и $\frac{1}{x^2}$ обязательно присутствуют

Пусть сумма иных слагаемых, если они есть = n.

Тогда пусть сумма иных

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2}+n=1$$

$$\frac{x(x+1)+x^2+x+1}{x^2(x+1)}+n=1$$

При этом при увеличении x будет увеличиваться и n, то тогда сумма всегда будет > и будет >1.

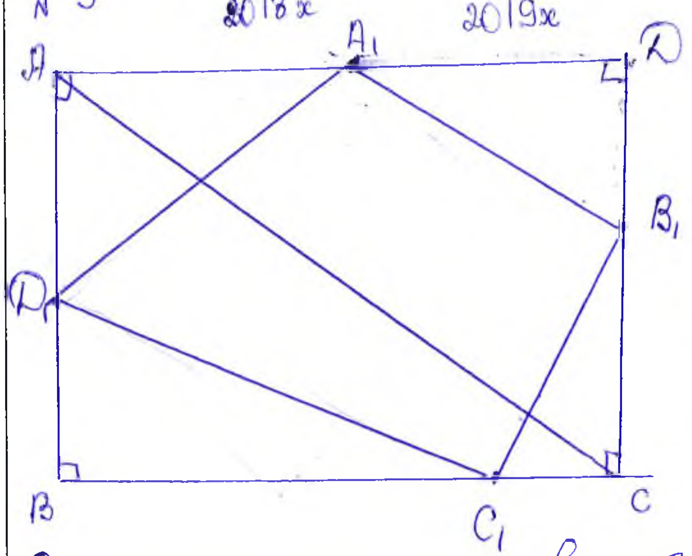
~~Следовательно, нет решений в натуральных числах при~~ $n>1$

Ответ: нет решений.

Это надо более подробно объяснить

±

N 3



Пусть ABCD – карьер, а $A_1B_1C_1D_1$ – четырехугольник, стороны которого являются минимальными путей для второго пловца

Докажем, что

$A_1B_1+B_1C_1+C_1D_1+A_1D_1>AC$

Заметим, что т.к в любом △ сумма двух сторон больше третьей, то:

1) в △ ADC: $AC<BD+DC$, $AC<AA_1+A_1D+DB_1+B_1C$, но $AC\geq AA_1+A_1D$, $AC>DB_1+B_1C$

2) в △ A_1B_1D: $A_1B_1>DA_1$ (гипотенуза > катета) $A_1B_1>DB_1$

3) в △ ADA_1: $DA_1>AA_1$, $DA_1>AD_1$

4) в △ B_1CC_1: $B_1C_1>B_1C$, ~~$+CC_1$~~ $B_1C_1>CC_1$

5) в △ D_1BC_1: $D_1C_1>D_1B$, $D_1C_1>BC_1$

Тогда $A_1B_1 + B_1C_1 + D_1C_1 + A_1D_1 > AD + BC$, но $AC < AD + BC \Rightarrow 2AC < 2AD + 2BC$ второй пловец не сможет выбрать 3 точку, так чтобы его путь был короче, чем у первого.

Ответ: не сможет

нер-ва завышены

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Калининград

Место проведения

ОГ 84 - 38

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Кацуба

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 18.04.2003 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Кс

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОГ 84-38

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

~~Пусть число головастиков трилсовой дископлоси (имеют 5 ног и 1 один) и их~~

Пусть головастиков трилсовой дископлоси – a шт, а головастиков саблезубой лягушки – b шт. Тогда составим систему уравнений: $(a, b \in N)$

$$\begin{cases} 5a + 4b = 100 \text{ (т.к всего по условию 100 ног)} \\ a + xb = 64 \text{ (т.к всего по условию 64 хвоста. } x \text{ - кол-во хвостов у одной саблезубой лягушки)} \end{cases}$$

$(x \in N$ и $x \geq 2)$

$$\begin{cases} 5a + 4b = 100 \\ a + xb = 64 \quad | \cdot 5 \end{cases}$$, тогда:

$$\begin{cases} 5a + 4b = 100 \quad (1) \\ 5a + 5xb = 320 \quad (2) \end{cases}$$, вычтем из (2) (1), тогда:

$$5a + 5xb - 5a - 4b = 320 - 100$$

$$5xb - 4b = 220$$

$$b(5x - 4) = 220$$, тогда найдем возможные значения x и b:

1) если $x = 2$, то ~~$b = 220$, что не может быть так как~~ $b = \frac{220}{6}$, что не ~~вожно~~ явл-ся решением т.к $b \in N$.

2) если $x = 3$, то $b = \frac{220}{11} = 20$ – является решением. Тогда найдем ~~x~~ a:

Не рассмотрены другие варианты

$$a = 64 - xb \Longrightarrow a = 64 - 3 \cdot 20 = 64 - 60 = 4.$$

Значит каждый головастик саблезубой лягушки имеет 3 хвоста.

Ответ: 3 хвоста

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0Г 84 - 38

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Допустим, что $n^2+n+8 \vdots 2019$, тогда:

$$n^2+n \underset{2019}{\equiv} -8 \underset{2019}{\equiv} 2011.$$

Докажем, что для $n \in N$ такое не возможно.

(±)

1.) $n^2+n = n(n+1)$ - произведение 2-ух подряд идущих чисел. Т.к ~~мы предполагаем~~ число 2011 не представимо в виде произведения двух подряд идущих чисел, то значит, что выражение ~~n^2+n~~ $n(n+1)$ не может при делении на 2019 давать остаток 2011, следовательно ~~выра~~ выражение n^2+n+8 не может при делении на 2019 дать остаток 0 (т.е ~~разделиться~~ оно не сможет разделиться нацело)

Ответ: число n^2+n+8 не делится на 2019 при $n \in N$.

№4

1.) Пусть изначально запас варенья у Пончика был Xкг, у Сиропчика - yкг. Тогда производительность у Пончика ~~была~~ - $\frac{X}{t}$ $\frac{кг}{день}$, а у Сиропчика - $\frac{y}{t}$ $\frac{кг}{день}$, где t - время, за которое они съели свое варенье (по условию на поедание у каждого ушло одинаковое кол-во времени.

Лист 2 из 5

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.) Запишем сказанные Сиропом и Пончиком фразы в виде математической конструкции:

1) $\frac{y}{\frac{x}{t}}=45$

2.) $\frac{x}{\frac{y}{t}}=20$

3.) $x+y=100$ (исходя из условия)

~~Где x~~

3.) Запишем ~~эти~~ три ур-ия в систему:

$$\begin{cases} x+y=100 \quad (1) \\ \frac{y}{\frac{x}{t}}=\frac{yt}{x}=45 \quad (2) \\ \frac{x}{\frac{y}{t}}=\frac{xt}{y}=20 \quad (3) \end{cases}$$

, ~~разделим~~ найдем отношение – $\frac{(2)}{(3)}$.

4.) $$\frac{\frac{yt}{x}}{\frac{xt}{y}}=\frac{45}{20}$$

$$\frac{yt\cdot y}{x\cdot xt}=\frac{45}{20} \Longrightarrow \frac{y^2}{x^2}=\frac{45}{20}=\frac{9}{4}$$, тогда

$\frac{y}{x}=\frac{3}{2}$, значит

$2y=3x \Longrightarrow y=\frac{3x}{2}$ подставим в (1).

5.) $\frac{3x}{2}+x=100 \,|\cdot 2$

$3x+2x=200$

$5x=200$

$x=40$кг, тогда $y=60$кг.

6.) Найдем t:

$$\frac{yt}{x}=45 \Longrightarrow t=\frac{45x}{y}=\frac{45\cdot 40}{60}=\frac{45\cdot 4}{6}=30 \text{ дней, тогда}$$

$\frac{x}{t}=\frac{40}{30}=\frac{4}{3}\frac{кг}{день}$, $\frac{y}{t}=\frac{60}{30}=2$ кг/день.

+

Ответ: прокармливать Сиропчика 2 кг/день, он съел 60кг, прокармливать Пончика $\frac{4}{3}$ кг/день, он съел 40кг

№5
Преобразуем данное выражение:

1.) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}$

2.) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2-1}$

3.) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-1}{x^2-4}$ ~~и т. д.~~ и т. д.

Значит:

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2} + \frac{x}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2-4} + \frac{x-2}{x^2-9} + \dots + \frac{1}{x^2-2} = 1.$

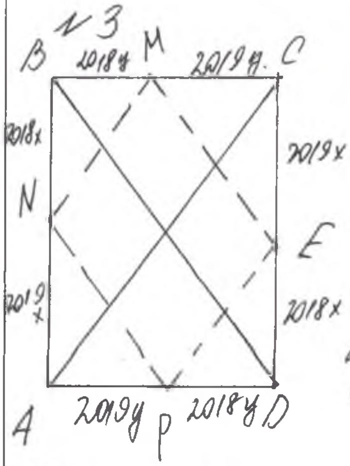
Заметим, что для любого $x \in N$ ~~им~~ найдется ~~дробь~~ знаменатель, который будет равен нулю. А это значит, что при любом натуральном значении x данное выражение не будет иметь решения, т. к числитель хотя бы одной дроби равен 0

Это надо доказать!

Ответ: данное уравнение не имеет решения в натуральных числах больших единицы.

(+)

№3



1.) Т.к по условию 2-ой пловец начинает с точки которая делит сторону в отношении $\frac{2018}{2019}$, то пусть он стартует с точки E, которая делит CD в отношении $\frac{2019}{2018}$ считая от вершины C, т.е $\frac{CE}{ED}=\frac{2019}{2018}$, пусть $CE=2019x$, $ED=2018x$.

2.) Пусть второй пловец выбрал такие точки P, N, M, что $\frac{PD}{PA}=\frac{2018}{2019}$, $\frac{AN}{NB}=\frac{2019}{2018}$, $\frac{BM}{MC}=\frac{2018}{2019}$. Тогда

Т.к ABCD- прямоугольник, то $CE=AN=2019x$
$ED=NB=2019x$
$BM=PD=2018y$
$MC=AP=2018y$.

3.) Пусть $BD=a$ (с точки B стартует 1-ый пловец, затем в нее же и возвращается. Тогда весь его путь равен $2BD=2a$. Также $BD=CA=a$, как диагонали прямоугольника.

4.) $\triangle ACD \sim \triangle PED$, $\triangle ABD \sim \triangle ANP$, $\triangle ACB \sim \triangle NBM$, $\triangle BCD \sim \triangle MCE$ по углу и пропорциональным сторонам.

5.) Тогда:

$NM=\frac{2018a}{4037}$ $PE=\frac{2018a}{4037}$

$ME=\frac{2019a}{4037}$ $NP=\frac{2019a}{4037}$, тогда сумма этих

сторон равна 2a, значит ~~пути~~ длина пути 1-ого и второго равна. Т.е отношение 1.

6.) ~~Тогд~~ Длина пути второго не может быть меньше, т.к если изменить расположение точек то все равно сумма останется 2a.

Ответ: нет не может, отношение 1.

∓

не обосновано

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения	шифр
ИГЭУ	Й488-68

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ КВАРДАКОВА

ИМЯ ЮЛИЯ

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 10.04.2001 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть мальчиков на первом курсе m, мальчиков на факультете M, девочек на первом курсе d, девочек на факультете D.

· процент мальчиков на 1-м курсе $\frac{m}{d+m}$

· процент мальчиков на факультете $\frac{M}{D+M}$

· процент первокурсников среди мальчиков $\frac{m}{M}$

· процент первокурсников среди всех студентов $\frac{m+d}{M+D}$

по условию $\frac{m}{d+m} > \frac{M}{D+M}$ $\Rightarrow$ $m(D+M) > M(d+m)$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{m}{M} > \frac{d+m}{D+M}$$

значит, процент первокурсников среди мальчиков больше, чем первокурсников среди всех студентов

~~№2.~~ Ответ: процент первокурсников среди мальчиков больше, чем процент первокурсников среди всех студентов.

+

№2 $x^2 - [x] = 2019$

$x^2 = 2019 + [x]$

2019 - целое, $[x]$ - целое, значит, $(2019+[x])$ - целое, следовательно x^2 - целое

$x^2 = m, \ m \in Z$

$x = \sqrt{m}, \ m \in Z$

если $0 \le x \le 44$, то $x^2 \le 44^2 = 1936$

$x^2 - [x] < 1936 < 2019$

на $[0;44]$ решений

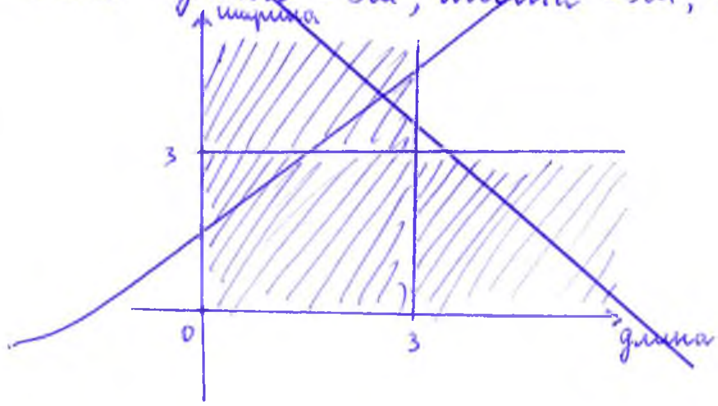
№3

~~Если высота > 3м, то длина ≤ 3м, ширина ≤ 3м~~

Если ~~высота~~ длина > 3м, то высота ≤ 3м, ширина ≤ 3м

Если длина ≤ 3м, высота > 3м, то ширина ≤ 3м

Если длина ≤ 3м, высота ≤ 3м, то ширина любая



№4

Пусть a - производительность первой команды, b - второй, c - третьей, d - четвёртой.

По условию
$$\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 & \Big| \cdot \frac{8}{9} \\ 2a+3b+2c+d=7 & \Big| \cdot \frac{12}{9} \\ 5a+2b+c+4d=14 & \Big| \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} \frac{32}{9}a+\frac{8}{9}b+\frac{16}{9}c+\frac{40}{9}d=\frac{80}{9} \\ \frac{24}{9}a+\frac{36}{9}b+\frac{24}{9}c+\frac{12}{9}d=\frac{84}{9} \\ -\frac{20}{9}a-\frac{8}{9}b-\frac{4}{9}c-\frac{16}{9}d=-\frac{56}{9} \end{cases}$$

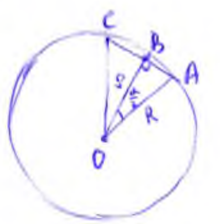
$$4a+4b+4c+4d=\frac{108}{9}=12$$

За 4 месяца совместной работы 12 тонн

Ответ: 12 тонн

(+)

№5



$R=1$; $\alpha=\frac{360^\circ}{2^{2019}} \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=\frac{360^\circ}{2^{2020}}$

(+)

ΔOAB

$\rho(O;AC)=OB=OA\cdot\cos\angle AOB=R\cdot\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}}=$

$=\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\rho(O, AC) = \cos\frac{360^\circ}{2^{2020}} = \sqrt{\frac{\cos\frac{360^\circ}{2^{2019}}+1}{2}} = \frac{\sqrt{2+2\cos\frac{360^\circ}{2^{2019}}}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2+2\sqrt{\frac{1+\cos\frac{360^\circ}{2^{2018}}}{2}}}}{2} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\frac{360^\circ}{2^{2018}}}}}{2} = \ldots \overset{(*)}{=}$$

$$= \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2+2\cos\left(\frac{360^\circ}{2^2}\right)}}}}_{2018\ \text{двоек}}}{2} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2+2\cos 90^\circ}}}}_{2018\ \text{двоек}}}{2} =$$

$$= \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018\ \text{двоек}}}{2}$$

исходная ф-ла не доказана

(*) действие будут происходить аналогично, так как при $\alpha > 3$ ~~cos (360/2^α~~

$$0 < \frac{360^\circ}{2^\alpha} < \frac{360^\circ}{2^3} = 45^\circ$$

~~то~~ а для таких углов

$$\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\beta}{2}}$$

утверждение доказано!

№2

$\mathbb{I}$ 2019 - целое, $[x]$ - целое, значит, $(2019+[x])$ - целое, следовательно, x^2 - целое $x^2 = n,\ n \in N_0$

$x = \pm\sqrt{n},\ n \in N_0$

I Если $x \geq 0$

пусть $n = m^2+k$, т.е., $x = \sqrt{m^2+k}$, $x^2 = m^2+k$ $m \in N_0$, $k \in N_0$

* (где $k < 2m+1$, т.е. $m^2+k < (m+1)^2$)

$m < x < m+1 \Rightarrow [x] = m$

$x^2 - [x] = m^2+k-m$

- Допустим, $m \leq 44$, тогда $x^2 - [x] = m^2+k-m < m^2+m+1 \leq$
$\leq 44^2+44+1 = 1936+44+1 = 1981 < 2019$ решений нет. Противоречие

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1488-68

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

• Допустим, $m \geq 46$

$x^2 - [x] = m^2 + k - m \geq m^2 - m \geq 46^2 - 46 = 2116 - 46 = 2070 > 2019$

решений нет, противоречие

• Значит, $m = 45$

$m^2 - m + k = 2019$

$2025 - 45 + k = 2019$

$1980 + k = 2019$

$k = 39$

$x = \sqrt{m^2+k} = \sqrt{2025+39} = \sqrt{2064}$

при $x \geq 0$ $x = \sqrt{2064}$

II Если $x < 0$

пусть $n = m^2 + k$, т.е., $x = -\sqrt{m^2+k}$, $x^2 = m^2 + k$, $m \in N_0$, $k \in N_0$

(где $k < 2m+1$, т. е., $m^2 + k < (m+1)^2$)

$-m-1 < x < -m \Rightarrow [x] = -m-1$

$x^2 - [x] = m^2 + k - (-m-1) = m^2 + k + m + 1$

• Допустим, $m \leq 43$, тогда $x^2 - [x] = m^2 + k - (-m-1) =$

$= m^2 + m + k + 1 < m^2 + m + 2m + 1 + 1 = m^2 + 3m + 2 \leq 43^2 + 3 \cdot 43 + 2 =$

$= 1849 + 129 + 2 = 1850 + 130 = 1980 < 2019$

решений нет, противоречие.

• Допустим, $m \geq 45$, тогда $x^2 - [x] = m^2 + m + k + 1 \geq m^2 + m + 1$

$\geq 45^2 + 45 + 1 = 2025 + 45 + 1 = 2071 > 2019$

решений нет, противоречие.

• Значит, $m = 44$

$m^2 + m + k + 1 = 2019$

$44^2 + 44 + k + 1 = 2019$

$k = 2019 - 1936 - 44 - 1 = 2019 - 1981 = 38$

$x = -\sqrt{m^2+k} = -\sqrt{1936+38} = -\sqrt{1974}$

при $x < 0$ $x = -\sqrt{1974}$

Ответ: $x = \sqrt{2064}$, $x = -\sqrt{1974}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

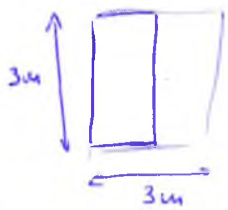
Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 488-68

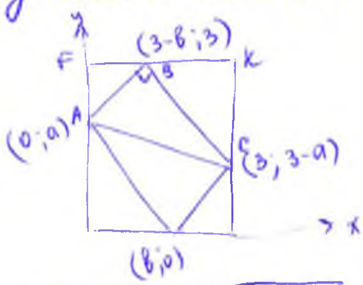
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

① Если какая-то грань инструмента совпадает с гранью отсека, то и длина, и ширина ≤ 3 м



② Если инструмент стоит поперёк

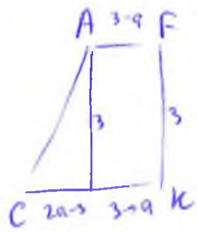


почему все вершины на границе?

Длина инструмента $\sqrt{a^2+b^2}$

ширина инструмента $\sqrt{(3-a)^2+(3-b)^2}$

2) AFKC:



$AC=\sqrt{9+4a^2-12a+9}=\sqrt{18+4a^2-12a}$

+

3) $\triangle ABC$ $(3-a)^2+(3-b)^2+a^2+b^2=4a^2-12a+18$

$2b^2-6b=2a^2-6a$

$b^2-a^2-3b+3a=0$

$(b-a)(b+a-3)=0$

$\left[\begin{array}{l} b=a \\ a+b=3 \end{array}\right.$

• Если $a+b=3$, то длина = ширина = $\sqrt{a^2+(3-a)^2}=\sqrt{2a^2-6a+9}=$
$=\sqrt{2(a^2-3a)+9}=\sqrt{2(a-1{,}5)^2+4{,}5}\le 3$ ~~пусть~~

• Если $a=b$, то дл $=a\sqrt{2}$, шир $=(3-a)\sqrt{2}=3\sqrt{2}-$ дл

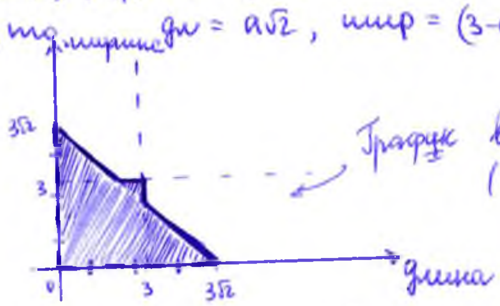


График возможной длины и ширины (не включая были длины и ширины)

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ ауд. Г-300

Место проведения

КТ 42-49

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Кисличский КИСЛИНСКИЙ

ИМЯ Даниил ДАНИЛА

ОТЧЕСТВО Сергеевич СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 28.01.2002

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17Ф01

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 42-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть x_1 - количество мальчиков на первом курсе

x_2 ~~x_1+y_1~~ - ~~количество мальчиков на первом курсе~~

~~тогда количество мальчиков на других курсах~~

количество людей на первом курсе

x_1+y_1 - мальчики на всём факультете

x_2+y_2 - количество всех учеников факультета.

Тогда, по условию

$$\frac{x_1}{x_2}\cdot 100\% > \frac{x_1+y_1}{x_2+y_2}\cdot 100\%.$$

Заметим, что первокурсники среди всех мальчиков в процентном отношении можно записать, как $\frac{x_1}{x_1+y_1}\cdot 100\%$, а студентов первого курса среди всех студ., как

$$\frac{x_2}{x_2+y_2}\cdot 100\%.$$

Из условия $\frac{x_1}{x_2} > \frac{x_1+y_1}{x_2+y_2} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_1+y_1} > \frac{\cancel{x_1+y_1}\ x_2}{x_2+y_2}$ (т.к. $x_1, y_1, x_2, y_2 \geq 0$)

Значит первокурсников среди всех мальчиков больше.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков в проц. отношении больше.

Лист 01 из 04

№2.

Ответ: не может.

Пусть $n \vdots 3$. Тогда $(n^2+n) \vdots 3$, а $n^2+n+17 \not\vdots 3$. $2019 \vdots 3$

Пусть $n \underset{3}{\equiv} 1$. Тогда $n^2 \underset{3}{\equiv} 1$

$n \underset{3}{\equiv} 1$

$17 \underset{3}{\equiv} 2$

$n^2+n+17 \underset{3}{\equiv} 1$

+

Пусть $n \underset{3}{\equiv} 2$. Тогда $n^2 \underset{3}{\equiv} 1$

$n \underset{3}{\equiv} 2$

$17 \underset{3}{\equiv} 2$

$n^2+n+17 \underset{3}{\equiv} 2$

Тогда $n^2+n+17 \not\vdots 3$, а $2019 \vdots 3$.

№4.

] в мазовой у Пончика x кг варенья, тогда у Сиропчика $100-x$ кг.

] Производительность пончика v_1, производительность пончика v_2.

По условию: $\frac{x}{v_1} = \frac{100-x}{v_2}$

Имеем: $\frac{100-x}{v_1} = 45$; $\frac{x}{v_2} = 20 \Rightarrow 100-x = 45v_1$; $x = 20v_2$.

Подставляем, получаем: $\frac{20v_2}{v_1} = \frac{45v_1}{v_2}$

$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \sqrt{\frac{20}{45}}$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$

~~из условия~~ $\frac{x}{v_1} = \frac{100-x}{v_2} \Leftrightarrow \frac{x}{100-x} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$

$\frac{x}{100-x} = \frac{2}{3}$

$3x = 200-2x$

$x = 40 \Rightarrow v_2 = 2$

$100-x = 60 \Rightarrow v_1 = \frac{4}{3}$

Ответ: Пончик съел 40 кг варенья с производительностью $\frac{4}{3}$. Сиропчик съел 60 кг варенья с производительностью 2.

+

и 5.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\text{ раз}} \overset{?}{<} 2019$$

~~20~~

$\sqrt{2019} < 2019$

$\Updownarrow$

$2019+\sqrt{2019} < 2\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < \sqrt{2\cdot 2019} < 2\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < 3\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}}} < \sqrt{3}\sqrt{2019} < 3\cdot 2019$

и так далее

$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{ раз}} < 2018\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2018\text{ раз}} < \sqrt{2018\cdot 2019} < 2018\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2018\text{ раз}} < 2019\cdot 2019$

$\Updownarrow$

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\text{ раз}} < \sqrt{2019\cdot 2019} = 2019$

Ответ: да, верно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

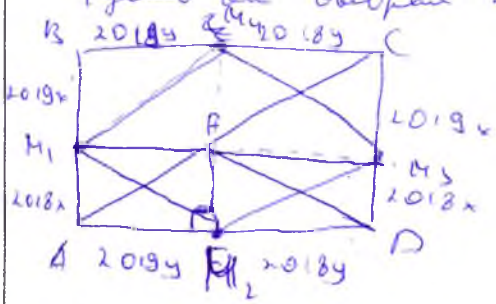
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КГ 42-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Ответ: да, может.

Пусть он выбрал точки, как показано на рисунке.



Тогда суммарное расстояние второго плавца, что

$\sqrt{(2018x)^2+(2019y)^2}+2018\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(2019x)^2+(2018y)^2}+2019\sqrt{x^2+y^2}=$

$=4037\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(2018x)^2+(2019y)^2}+\sqrt{(2019x)^2+(2018y)^2}$

Неверно неравенство $2\cdot 4037\sqrt{x^2+y^2}$

Сравним $\sqrt{(2018x)^2+(2019y)^2}+\sqrt{(2019x)^2+(2018y)^2}$ и $4037\sqrt{x^2+y^2}$

$2018^2x^2+2019^2y^2+2019^2x^2+2018^2y^2+2\cdot\sqrt{a}\sqrt{b} \vee 4037^2$ $4037^2(x^2+y^2)$

$x^2(4037^2-2018^2-2019^2)+y^2$

Заметим, что AM_2FM_1 - прямоугольник, поэтому $AF=M_1M_2$

Заметим, что M_2FM_3D - прямоугольник, поэтому $M_2M_3=FD=FC$, т.к. $DM_3\neq CM_3$

Следовательно $M_1M_2+M_2M_3=AF+FC=AC$

Аналогично $M_1M_4+M_4M_3=BD$

Следовательно $M_1M_2+M_2M_3+M_3M_4+M_4M_1=AC+BD=2\cdot BD$.

?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ СОШ №19

Место проведения

Хы 37-80

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Клименко

ИМЯ Валентина

ОТЧЕСТВО Ильинична

Дата рождения 01.10.2007 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Больше 25 головастиков быть не может т.к. даже если все головастики саблезубой лягушки (т.е. у них по 4 ноги, а не 5), то больше $100:4=$ $=25$ головастиков быть не может.

Меньше 20 головастиков быть не может т.к. даже если все головастики триасовой дискоглоссы, то меньше $100:5=20$ головастиков быть не может.

$\exists$ головастиков 20, то $(100-20\cdot4):(5-4)=$ 20 головастиков триасовой дискоглоссы $\Rightarrow$ $1\cdot20=20$ хвостов, $20\neq64 \Rightarrow \varnothing$

$\exists$ головастиков 21, то $(100-21\cdot4):(5-4)=$ $=16$ головастиков триасовой дискоглоссы $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ 5 головастиков саблезубой лягушки $\Rightarrow$ $\Rightarrow 64-1\cdot16=48$, 48 не $\vdots$ 5 $\Rightarrow \varnothing$

$\exists$ головастиков 22, то $22\cdot4=88$ (ног) - мы потратим $\exists$ все по 4 ноги

$100-88=12$ (ног) - нужно ещё дораздать

$12:(5-4)=12$ (гол.) - триасовой дискоглоссы

$\Rightarrow 22-12=10$ (гол.) - саблезубой лягушки

$64-1\cdot12=52$ (хв.) - у всех гол. саблез. лягушки

52 не $\vdots$ 10 $\Rightarrow \varnothing$

$\exists$ 23 головастика, то $(100-23\cdot4):(5-4)=$ $=8$ головастиков триасовой дискоглоссы $\Rightarrow$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ХН 37-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

15 головастиков сабл. лягушки; 64 - 18 = 56, 56 не : 15 => ∅

∃ головастиков 25, то (100 - 25 · 4) = 0 => все гол. сабл. лягушки => 64 - 0 = 64, 64 не : 25 => ∅

∃ головастиков 24, то (100 - 24 · 4) : (5 - 4) = = 4 (гол.) - триасовой дискоглоссы => 64 - 4 = 60 (хв.) - сабл. лягушки => 60 : (24 - 4) = по 3 (хв.) у ∞ гол. сабл. лягушки.

Ответ: по 3 хвоста.

(+)

№3

Т.к. ни одна пометка (~~Шпунтика~~) Винтика не попала на линии Шпунтика, то каждая пометка принадлежит ровно 1 квадратику. Предположим обратное (что нет такого отсека, на который приходится три или более заклепки), тогда даже ∃ в каждый квадратик по воткнём по 2 заклепки, это 9 · 11 · 2 = 198 заклепок, и куда бы мы не воткнули 2 последние закл., где-то будет 3 и более заклепок. (обобщённый метод Дирихле).

(±)

~~Ответ~~

№4

Допустим в отделе Android работает x человек, а в iOS y человек тогда

	Android	iOS
отпр.	$7x$	$15y$
получ.	$15x$	$9y$

тогда (т.к. сколько отпр., столько получ.)

$$7x+15y=15x+9y$$
$$15y=8x+9y$$
$$6y=8x$$
$$3y=4x \Rightarrow y>x \Rightarrow$$ работников в iOS больше, чем в Android.

Ответ: в iOS.

№5

Пусть весы показывают меньше на x золотников (меньше, т.к. должны были показать 3, а показали 2), тогда

$$3+x+2+x=6+x$$
$$5+2x=6+x$$
$$5+x=6$$
$x=1 \Rightarrow$ I часть $3+1=4$ золотника, а вторая $2+1=3$ золотника.

Ответ: 3 золотника, 4 золотника

№2

$$n^2+n+2=2019k$$
$$n(n+1)+2=2019k$$
$$n(n+1)=2019k-2 \quad (2019k-2 \text{ не } \vdots\, 3)$$
$n(n+1)$ не $\vdots\, 3 \Rightarrow n$ не $\vdots\, 3$, $n+1$ не $\vdots\, 3 \Rightarrow$

$$n=3k+1, \quad n+1=3k+2$$
$(3k+1)\cdot(3k+2)+2=9k^2+3k+6k+4$ не $\vdots\, 3$, а $2019 \vdots 3 \Rightarrow \varnothing$

Ответ: нет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

ХВ34-510

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Коваленко

ИМЯ Марина

ОТЧЕСТВО Аркадьевна

Дата рождения 19.08.2002 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ХВ34-50

№1

Пусть мальчиков на 1 курсе: m

А всего человек на 1 курсе: n

~~Пусть~~ Тогда доля мальчиков на 1 курсе: $\frac{m}{n}$.

Пусть мальчиков на всем факультете: k

А всего кол-во человек на всем факультете: l

Тогда доля мальчиков на всем факультете: $\frac{k}{l}$

Тогда по условию: $\frac{m}{n} > \frac{k}{l}$

А тогда доля первокурсников среди всех мальчиков факультет: $\frac{m}{k}$

А доля всех студентов 1 курса среди всех студ. факультета: $\frac{n}{l}$

Как надо узнать $\frac{m}{k} \vee \frac{n}{l}$

Из условия: $\frac{m}{n} > \frac{k}{l}$

$$\frac{m}{n} - \frac{k}{l} > 0$$

$$\frac{ml - nk}{nl} > 0$$

Т.к. $n, l > 0 \Rightarrow nl > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ и $ml - nk > 0 \Rightarrow ml > nk$

Тогда вернемся к нашему вопросу:

$$\frac{m}{k} \vee \frac{n}{l}$$

$$\frac{m}{k} - \frac{n}{l} \vee 0$$

$$\frac{ml - nk}{kl} \vee 0$$

Т.к. $k, l > 0 \Rightarrow kl > 0$. Осталось сравнить $ml - nk \vee 0$, т.е. $ml \vee nk$, а как мы доказали ранее: $ml > nk \Rightarrow ml - nk > 0$

↓

Лист 01 из 02

(продолж. - №1)

$$\frac{m}{k} - \frac{n}{l} > 0$$

$$\frac{m}{k} > \frac{n}{l}$$

~~т.е. доля ... (в процентном соот.)~~

Ответ: (в процентном соотношении) первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов 1 курса среди всех студентов факультета.

+

№2

Может ли $n^2+n+17 \vdots 2019$ - ? при $n \in N$.

Рассмотрим 2019:

$2019 \mid 3$, 673 т.е. $2019 = 3 \cdot 673$ ✓

Рассмотрим делимость на 3 всех членов (n^2+n+17):

$17 \equiv_{mod 3} 2$

Теперь рас-м зависимость остатка от деления на 3 n^2 от n

n	n^2
0	0
1	1
2	$4 \equiv_3 1$

Рассмотрим все такие случаи, т.е. при
1) $n \equiv_3 0$, $n^2 \equiv_3 0$
2) при $n \equiv_3 1$, $n^2 \equiv_3 1$
3) при $n \equiv_3 2$, $n^2 \equiv_3 1$

+

1) при $n \equiv_3 0$

$n^2+n+17 \equiv_3 0+0+17 \equiv_3 2 \Rightarrow \not\vdots 3$

2) при $n \equiv_3 1$

$n^2+n+17 \equiv_3 1+1+17 \equiv_3 1 \Rightarrow \not\vdots 3$

3) при $n \equiv_3 2$

$n^2+n+17 \equiv_3 2+1+17 \equiv_3 2 \Rightarrow \not\vdots 3$, т.е.

какое бы $n \in N$ мы не брали, число $n^2+n+17 \not\vdots 3$

(продолж. №2)

А значит, т.к. $2019 \vdots 3 \Rightarrow n^2+n+17 \not\vdots 2019$

Ответ: нет, не может.

№4

$S = 100$ кг

Пусть П – Пончик, С – Сиропчик

Пусть у П – x кг варенья, тогда у С – $100-x$ кг.

Пусть ϑ_n – скорость П, а ϑ_c – скорость С,

Пусть t – время за которое они все съели.

Тогда:

П	С	
$S_n = x$ кг	$S_c = 100 - x$ кг	$t_1 = t_2 = t$
$\vartheta_n = \frac{S_c}{45} = \frac{S_n}{t}$	$\vartheta_c = \frac{S_n}{20} = \frac{S_c}{t}$	t - ?
ϑ_n - ?	ϑ_c - ?	

Возьмем скорость П:

$$\frac{100-x}{45} = \frac{x}{t}$$

$$100t - xt = 45x$$

$$x(45+t) = 100t$$

$$x = \frac{100t}{45+t}$$

Возьмем скорость С:

$$\frac{100-x}{t} = \frac{x}{20}$$

$$2000 - 20x = xt$$

$$x(20+t) = 2000$$

$$x = \frac{2000}{20+t}$$

Тогда $\frac{100t}{45+t} = \frac{2000}{20+t}$

$$2000t + 100t^2 = 90000 + 2000t$$

$$100t^2 = 90000$$

$$t^2 = 900$$

$$t = \pm 30 \quad (-30 \text{ не может быть})$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{t = 30}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ХВ34-50

(продолж. №4)

~~учитель~~ подставляя $t=3$

Возьмем $\vartheta_{л,с}$

$$\frac{x}{30} = \frac{100-x}{45}$$

$$45x = 3000 - 30x$$

$$75x = 3000$$

$$x = 40 \Rightarrow S_л = x = 40 шт, \quad S_с = 100 - x = 60 шт$$

Тогда $\vartheta_л = \frac{x}{t} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}\ \frac{шт}{ч}$ +

$$\vartheta_с = \frac{100-x}{t} = \frac{100-40}{30} = \frac{60}{30} = 2\ \frac{шт}{ч}$$

Ответ: производительность Пончика: $1\frac{1}{3}\ \frac{шт}{ч}$, производительность Сиропчика: $2\ \frac{шт}{ч}$, ~~время~~ Пончик съел 40 шт, Сиропчик съел 60 шт.

№5

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\ кор} \quad \vee \quad 2019$$

рассмотрим большое корень с конца:

$$44 < \sqrt{2019} < 45$$

$$2063 < 2019 + \sqrt{2019} < 2064$$

$$\cancel{умн}\times\begin{cases} 45 < \sqrt{2019+\sqrt{2019}} < 46 \\ 2064 < 2019 + \sqrt{2019+\sqrt{2019}} < 2065 \end{cases}$$

$$\times\begin{cases} 45 < \sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}}} < 46 \\ 2064 < 2019 + \sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}}} < 2065 \end{cases}$$

$$\times\begin{cases} 45 < \sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}}}} < 46 \\ 2064 < 2019 + \sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019}}}} < 2065 \end{cases}$$

$\vdots$

(продолж. №5)

Тогда замечаем цикл ~~из Х здесь~~ из 2018 частей по Х, в котором видно, что $\left(2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{n}\right)$ никогда не превысит 2065, т.к. $\underbrace{\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}_{n}$ никогда не превысит 46. ~~Индукция~~ Докажем это, тогда докажем ранее (начиная с $n=2$)

Тогда пусть это верно при всех $n \geq k$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{k} < 46$$

Д-м, что верно при $n=k$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1}$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{k} < 2019+46$$

$$2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{k} < 2065$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1} < 46$$

ЧТД

$\Downarrow$

при $\forall n$. $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n} < 46$

$\Downarrow$

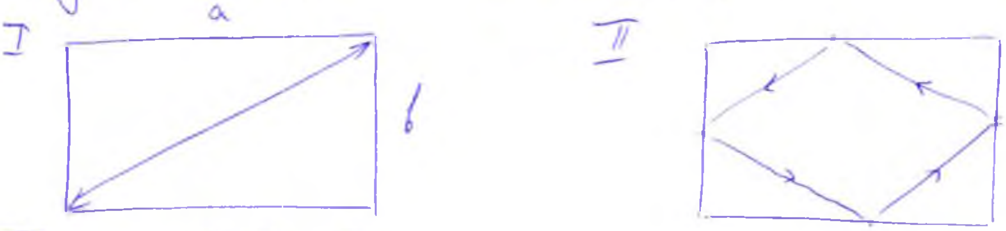
$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} < 2019$$

Ответ: да, верно.

+

№3

Пусть стороны карьера будут a и b:



Тогда путь I
аодеитая несложно:

$S_1 = 2\sqrt{a^2 + b^2}$

Рассмотрим II-ого:

Всего кол-во способов выбрать себе путь у него:

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

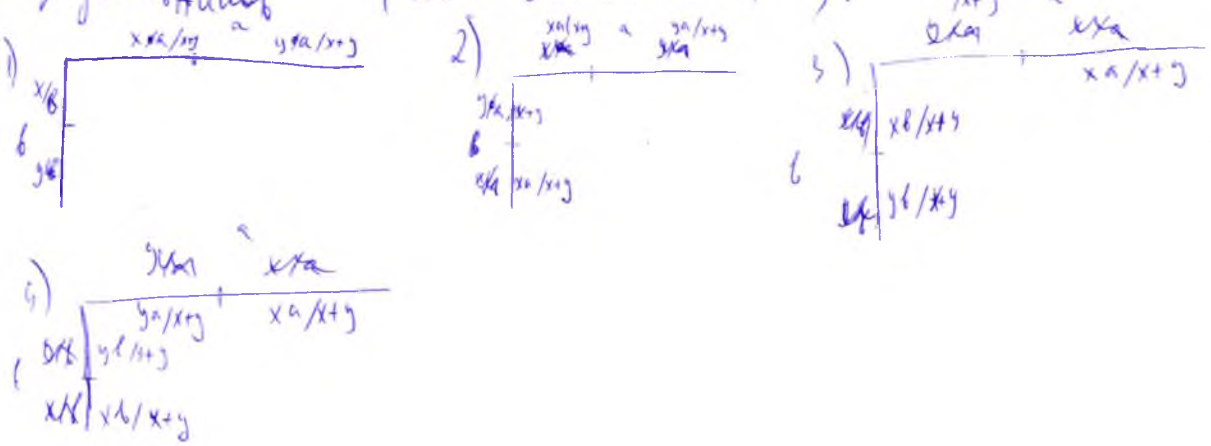
Посмотрим с такой стороны:

пусть $2018 = x$

$2019 = y$

Тогда каждую сторону он делит в отношении $x : y$, и плывет по гипотенузам прямоуг. треугольников.

Тогда варианты данных получаемых прямоугольных треугольников (их всего $C_2^1 \cdot C_2^1 = 4$):



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XB34-50

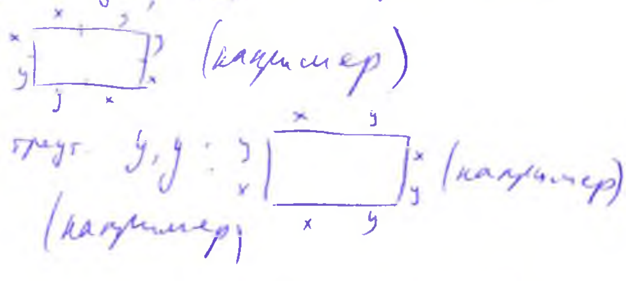
(продолж. №3)

Рассмотрим лоткат прямоугольник т.ч. II он каждую сторону делит в отн. $x:y$ => ~~кол-во~~ будем считать, что он просто делит на части x и y, тогда кол-во „x" = = кол-во „y" => разделяя свой путь, он получит мто:

1) 2 треуг по x,x и 2 треуг по y,y: (например)

2) 2 треуг по x,y, 1 треуг. x,x, 1 треуг. y,y: (например)

3) 4 треуг. по x,y: (например)



И эти 3 варианта и будут все его варианты длина его запасы.

Пусть будем разбивать их по парам двумя способами:

1) 2 по x,y

2) 1 по x,x, 1 по y,y и считать длину в данных случаях:

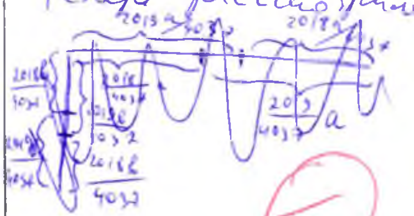
Тогда их сумма будет:

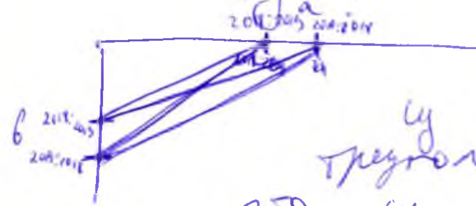
$$\sqrt{\frac{2018^2}{4037^2}a^2+\frac{2018^2}{4037^2}b^2}+\sqrt{\frac{2019^2}{4037^2}a^2+\frac{2019^2}{4037^2}b^2}=$$

выбран минимум из частных случаев

$$\frac{2018}{4037}\sqrt{a^2+b^2}+\frac{2019}{4037}\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+b^2}$$

Теперь рассмотрим 2 по x,y





Из неравенства треугольника видно, что сумма такой пары больше, чем предыдущей.

=> min длина дистанции второго будет при разделении периметра 1-м способом (2 по x,x, 2 по y,y) Тогда

$$S_2=2\left(\sqrt{\frac{2018^2}{4037^2}a^2+\frac{2018^2b^2}{4037^2}}+\sqrt{\frac{2019^2}{4037^2}b^2+\frac{2019^2}{4037^2}b^2}\right)=2\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow$$

=> миним. ~~отношение~~ длина его: $2\sqrt{a^2+b^2}=S_1$ =>

=> он никогда не сможет выбрать путь ~~длин~~ короче первого.

Самый длинный путь 2-ого, когда он выбирает 3 вариант (4 по x,y), тогда миним. отношение будет ~~тогда~~ если кмер- квадрат),

Ответ: нет, он не сможет выбрать точки на 3-х периметрах так, чтобы его путь был короче, чем у первого.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ (Москва)

Место проведения

RR 13-42

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Колпащиков

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 27.07.2001 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Колп.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть всего a_1 первокурсников и b_1 среди них мальчиков, а также a_0 студентов всего и b_0 всего мальчиков.

Из условия известно, что

$$\frac{b_1}{a_1}\cdot 100\% > \frac{b_0}{a_0}\cdot 100\%$$

$\Downarrow$ т.к. b_1 и b_0 не равны нулю (ведь $b_0 > b_1$, а $\frac{b_1}{a_1} > \frac{b_0}{a_0}$ и если одно из них 0, то такого бы быть не могло)

$$\frac{b_1}{b_0} > \frac{a_1}{a_0}$$

Значит, первокурсников среди всех мальчиков больше, чем ~~первокурсников среди всех студентов~~.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков.

+

№2.

$$x^2 - [x] = 2019$$

$\Updownarrow$

$$2019 + [x] = x^2$$

~~целое~~ + ~~целое~~ = целое (и неотрицательное)

$\Downarrow$

$$\left[\sqrt{2019+[x]}\right] = \boxed{[x]}$$

$\Updownarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ \left[\sqrt{2019+[x]}\right] = [x] \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \left[\sqrt{2019+[x]}\right] = -[x]-1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in [0;6) \\ 44 = [x] \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing \\ \begin{cases} x \in [0;97) \\ 45 = [x] \end{cases} \Rightarrow [x] = 45 \\ \begin{cases} x \in [97;+\infty) \\ \left[\sqrt{2019+[x]}\right] = [x] \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [-83;0) \\ 44 = -[x]-1 \end{cases} \Rightarrow [x] = -45 \\ \begin{cases} x \in (-\infty;-83) \\ \left[\sqrt{2019+[x]}\right] = -[x]-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\left[\begin{array}{l} [x]=\pm 45 \\ \begin{cases} x\in(-\infty;-83) \\ [\sqrt{2019+[x]}]=-[x]-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x\in[97;+\infty) \\ [\sqrt{2019+[x]}]=[x] \end{cases} \end{array}\right.$$

~~Заметим, что в целых точках функция $f(x)=[\sqrt{2019+[x]}]+[x]+1$ совпадает с функцией $f_1(x)=[\sqrt{2019+x}]+x+1$~~

В этих двух системах решений нет, т.к. функция $[x]$ возрастает быстрее ф-и $[\sqrt{2019+[x]}]$ и в начале пр-ка уже имеет большее значение. С функциями $-[x]-1$ и $[\sqrt{2019+[x]}]$ аналогично, но в др сторону по оси x.

$[x]=\pm 45 \Rightarrow$

$x^2=2019+[x]$

$x^2=\underset{\text{при } x>0}{2064};\ \underset{\text{при } x<0}{1974}$

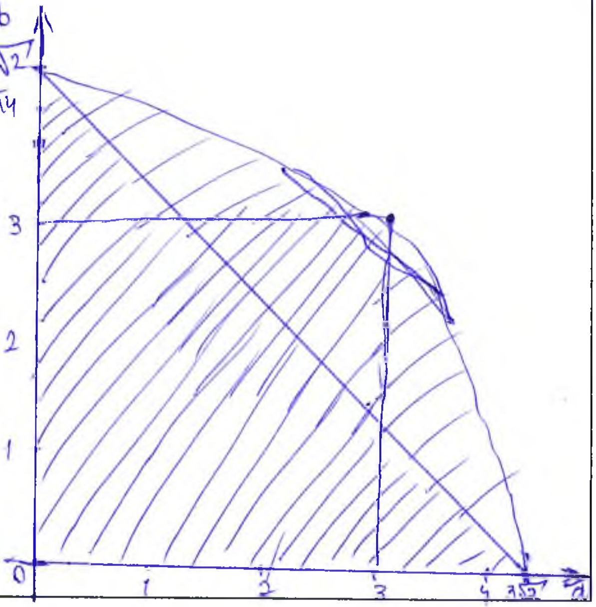
Ответ: $x=\sqrt{2064};\ -\sqrt{1974}$

+

№3.

В квадрат мы можем поместить любой прямоуг-к ~~инстр-т,~~ ~~любой инструмент~~ который в кв-т можно „вписать" ~~в него~~ (чтобы вершины пр-ка лежали на сторонах кв-та). Все пр-ки, стороны которых ~~меньше~~ $\leq$ соотв. сторонам ~~„вписанного~~ „вписываемого" инстр-та вписать можно тоже, любой помещаемый можно „расширить" в до вписанного $\Rightarrow$ мн-во „вписанных" прямоуг-ков ~~являе~~ является верх-ней границей всех помещаемых ~~(нет помещаемого,~~ (все помещаемые ~~не больше всех в~~ это те, что меньше вписанных + вписанные).

~~Для стороны a вписанного максимальная вторая сторона $3\sqrt{2}-a$~~



—

обоснования нет →

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Докажем по индукции по n, что $\cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right) = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}} \cdot 0,5$ для $n \geq 2$

База: $\cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\cdot 0,5$

Переход: Мы знаем, что $\cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right) = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}} \cdot 0,5$

Нужно доказать, что $\cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n \text{ двоек}} \cdot 0,5$

~~$\cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) =$~~ По формуле ~~cn~~ косинуса двойного угла:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) - 1$$

+

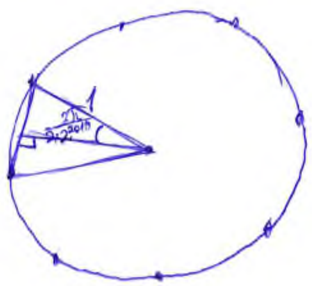
$\Downarrow$ т.к. $\frac{\pi}{2^n} < \frac{\pi}{2}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) = \sqrt{\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)+1}{2}} = \sqrt{\frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}^{n-1 \text{ двойка}}+2}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}}+2}}{2} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}_{n-1 \text{ двойка}}}}_{n \text{ двоек}}}{2}$$

~~кв~~

Доказано!



Расстояние от центра окр-ти до указанной хорды равно 1 (радиус окр-ти) умн. на ~~co~~ косинус угла прямоуг. тр-ка, одной из сторон кот-го является та самая высота, а др. сторонами половина хорды и радиус (см. рисунок).

Угол этот при центре окр-ти будет равен $\frac{2\pi}{2^{2019}\cdot 2} = \frac{\pi}{2^{2019}}$. ~~A~~ $\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$

Что и требовалось доказать!

№4.

Пусть ~~скорости~~ ~~бригад~~ производительности бригад 1, 2, 3 и 4 равны, a, b, c и d $\frac{\text{млн.т. угля}}{\text{мес}}$ соответственно. ~~Тогда~~ В первый год бригады работали соотв-но 1, 2, 3 и 4 $\frac{4}{4+1+2+5}\cdot 12 = 4$ мес, $\frac{1}{12}\cdot 12 = 1$ мес, $\frac{2}{12}\cdot 12 = 2$ мес и $\frac{5}{12}\cdot 12 = 5$ мес. Во второй год $\frac{2}{2+3+2+1}\cdot 12 = 3$ мес, $\frac{3}{8}\cdot 12 = 4,5$ мес, $\frac{2}{8}\cdot 12 = 3$ мес, $\frac{1}{8}\cdot 12 = 1,5$ мес.

В третий год $\frac{5}{5+2+1+4}\cdot 12 = 5$ мес, $\frac{2}{12}\cdot 12 = 2$ мес, $\frac{1}{12}\cdot 12 = 1$ мес и $\frac{4}{12}\cdot 12 = 4$ мес. В четвертый год все работали поровну: по $\frac{12-4}{4} = 2$ мес.

Из этого следует, что, исходя из количеств ~~уг~~ добытого угля в эти годы:

$$\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 \\ 3a+4,5b+3c+1,5d=7 \\ 5a+2b+c+4d=14 \\ \cancel{2a+2c+2d+2b=?} \end{cases}$$

А за четвертый год неизвестно: $2a+2b+2c+2d=?$

$$(5a+2b+c+4d)-(4a+b+2c+5d)=a+b-c-d=14-10=4$$

$$(5a+2b+c+4d)+2(3a+4,5b+3c+1,5d)=11a+11b+7c+7d=14+14=28$$

$$11(a+b)+7(d+c)=28$$

$$(a+b)-(d+c)=4$$

$$7(a+b)-7(d+c)=28$$

$$11(a+b)+7(d+c)+7(a+b)-7(d+c)=28+28=56$$

$$18(a+b)=56$$

$$a+b=\frac{28}{9}$$

$$c+d=\frac{28}{9}-4=-\frac{8}{9}$$

$$(a+b)+(c+d)=\frac{20}{9} \Rightarrow 2a+2b+2c+2d=\frac{40}{9} \Rightarrow$$

Всего ~~было~~ добыто $10+7+14+4\frac{4}{9}=35\frac{4}{9}$ тыс.т. угля

№4.

Пусть произв-ти 1, 2, 3 и 4 бригад соотв-но a, b, c и d $\frac{\text{тыс. т}}{\text{мес.}}$ Учитывая, что они работали по очереди, они работали в первой год соотв-но $\frac{4}{4+1+2+5}\cdot 12 = 4$ мес, 1 мес, 2 мес и 5 мес.

Во второй $\frac{2}{2+3+2+1}(12-4) = 2$ мес, 3 мес, 2 мес и 1 мес.

В третий $\frac{5}{12}\cdot 12 = 5$ мес, 2 мес, 1 мес и 4 мес.

Учитывая рез-ты их работы, можно утверждать следующее:

$$\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 \\ 2a+3b+2c+d=7 \\ 5a+2b+c+4d=14 \end{cases} \Rightarrow d = 7-2c-3b-2a \Rightarrow \begin{cases} 4a+b+2c+35-10c-15b-10a=10 \\ 5a+2b+c+28-8c-12b-8a=14 \end{cases}$$

~~$5a+2b+c+4d-4a-b-2c-5d = a+b-c-d = 14-10 = 4$~~

$$\begin{cases} -6a-14b-8c+25=0 \\ -3a-10b-7c+14=0 \end{cases}$$

$$-3a = -14+10b+7c$$

$$0 = -28+20b+14c-14b-8c+25$$

$$\Downarrow$$

$$0 = 6b+6c-3$$

$$c = -b+0{,}5$$

$$\Downarrow$$

$$a = \frac{14-10b-7c}{3} = \frac{14-10b+7b-3{,}5}{3} = \frac{21}{6} - b = 3{,}5-b$$

$$\Downarrow$$

$$d = 7+2b-1-3b-\frac{28-20b+14b-7}{3} = 6-b+2b-\frac{21}{3} = b-1$$

Значит, они добыли бы:

~~$2a+3b+2c+d = 7-2b+3b-2b+1+b-1=$~~

$4a+4b+4c+4d = 14-\cancel{4b}+\cancel{4b}-\cancel{4b}+2+\cancel{4b}-4 = 12$ тыс. т.

Ответ: 12 тыс. т.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	МБОУ СОШ №19
№ группы	Место проведения

AN 43 - 20

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Корбанова

ИМЯ Татьяна

ОТЧЕСТВО Ильясовна

Дата рождения 07.11.2003 **Класс:** 9А

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1
Д - трихасовая дискоглосса
С - саблезубая лягушка
Так как Д имеет 5 ног, а С - 4 => их наименьшее общее кратное 20.
Рассмотрим несколько случаев, по скольку головастиков каждого вида (считаем по ногам):

I
Д - 80 ног => 80 : 5 = 16 лягушек (головастиков)
С - 20 ног => 20 : 4 = 5 головастиков
У Д - 1 хвост => если бы поймали в таком количестве головастиков, было бы 16 хвостов у Д =>
64 - 16 = 48 хвостов - у С. 48 ⁄ 5 на цело (48 : 5 = 9,6) =>
=> не подходит.

II
Д - 60 ног. => 60 : 5 = 12 головаст => 12 хвостов всего
С - 40 ног => 40 : 4 = 10 гол. => 64 - 12 = 52 хвоста, всего
52 : 10 = 5,2 - не подход

III
Д - 40 ног => 40 : 5 = 8 головаст. => 8 хвостов всего
С = 60 ног => 60 : 4 = 15 головаст => ~~64-15~~ = 64 - 8 = 56 хвостов всего
56 : 15 = $3\frac{11}{15}$ - не подход.

IV
Д - 20 ног => 20 : 5 = 4 гол => 4 хв. всего
С - 80 ног => 80 : 4 = 20 гол. => 64 - 4 = 60 хв. всего
60 : 20 = 3 хв. у каждой С.

+

Ответ: по 3 хвоста

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AN 43-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 x - Запас Сиропчика; y - запас Пончика; z - Время поед. своих запасов.

По I высказыванию:

	пр	зап.	$t_{поед}$
П	$\frac{x}{45}$	x	45 дней
С	$\frac{x}{z}$	x	z

По II высказыванию:

	пр	зап.	$t_{поед}$
П	$\frac{y}{z}$	y	z
С	$\frac{y}{20}$	y	20 дней

Из этих данных можно составить систему:

$$\begin{cases} \frac{x}{45} = \frac{y}{z} \quad (1) \Rightarrow x = \frac{45 \cdot y}{z} \text{ (подставляем во 2ое)} \\ \frac{x}{z} = \frac{y}{20} \quad (2) \\ x + y = 100 \text{ (по условию) } (3) \end{cases}$$

$$\frac{45y}{z^2} = \frac{y}{20}$$

$$\frac{45}{z^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow z = \sqrt{45 \cdot 20} = \sqrt{900} = \pm 30$$

$z = -30$ - не подходит, т.к. натур. числа

$$z = 30 \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{45}} \cdot y}{\underset{2}{\cancel{30}}} = \frac{3y}{2} \text{ (подставляем в 3ье)}$$

$$\frac{3y}{2} + y = 100$$

$$\frac{3y + 2y}{2} = 100$$

$200 = 5y \Rightarrow y = 40$ кг у Пончика (запас)

$100 - 40 = 60$ кг у Сиропчика (запас)

$\frac{60 \text{ кг}}{45 \text{ дней}} = \frac{4 \text{ кг}}{3 \text{ дней}}$ - прожорливость Пончика

$\frac{40 \text{ кг}}{20 \text{ дней}} = 2 \frac{\text{кг}}{\text{дней}}$ - прожорливости Сиропчика

Ответ: Запас Пончика = 40 кг, Прож. Пон. = $\frac{4}{3} \frac{\text{кг}}{\text{дней}}$; Запас Сир. = 60 кг, прож. Сир. = $2 \frac{\text{кг}}{\text{дней}}$

+

Лист 2 из 4

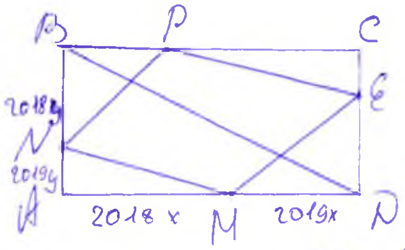
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AN 43-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано:

$\frac{AM}{MD} = \frac{2018}{2019}$

Решение:

Пусть S_1 - путь первого, а S_2 - путь 2ого

$S_1 = BD$?

По теореме Пифагора: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$

$S_2 = NM + NP + PE + EM$

почему?

Самое минимальное расстояние 2ой пролетит, если будет посещать точки с отношением $\frac{2018}{2019}$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow NM = PE$ и $NP = ME$ (по посиср)

$S_2 = 2NM + 2EM$

По теореме Пифагора $NM = \sqrt{AN^2 + AM^2}$; $EM = \sqrt{MD^2 + ED^2}$

$S_2 = 2\sqrt{AN^2 + AM^2} + 2\sqrt{MD^2 + ED^2} =$

$= 2\left(\sqrt{(2019y)^2 + (2018x)^2} + \sqrt{(2019x)^2 + (2018y)^2}\right)$

$S_1 = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{(AN + NB)^2 + (AM + MD)^2} =$

$= \sqrt{(2019y + 2018y)^2 + (2018x + 2019x)^2} =$

$= \sqrt{(4037y)^2 + (4037x)^2} = 4037\sqrt{y^2 + x^2}$

? $S_2 > S_1 \Rightarrow$ не может

Ответ: не может

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\frac{1}{x}^{\backslash x}+\frac{1}{x+1}^{\backslash x-1}+\frac{1}{x+2}^{\backslash x-2}+\ldots+\frac{1}{(x-1)(x+1)}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\frac{x}{x^2}+\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}+\ldots+\frac{1}{(x-1)(x+1)}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\frac{x+1}{x^2}+\frac{x-1+1}{(x+1)(x-1)}+\frac{x-2+1}{(x-2)(x+2)}+\ldots-1=0$$

не помогает

$$\cancel{\frac{x+1}{x^2}}+\cancel{\frac{x}{(x+1)(x-1)}}+\cancel{\frac{x-1}{(x-2)(x+2)}}+\ldots-1=0$$

и т. д.

$$\frac{1}{x}=1$$

$$x=1$$

Ответ: больше единицы не имеет.

№2 т. к. надо попробовать найти мин. n, ~~делящееся на 2019~~ => приравниваем к 2019

$$n^2+n+8=2019$$

$$n^2+n+8-2019=0$$

$$n^2+n-2011=0$$

$$D=1+8044=8045$$

$$n_1=\frac{1+\sqrt{8045}}{2}$$ – не натур. число

$$n_2=\frac{1-\sqrt{8045}}{2}$$ – не натур. число

Ответ Не может, т. к корень из D не раскладывается.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва	RR 13-16	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Коряков

ИМЯ Яков

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 12.06.2001 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Обозначим ~~Пусть~~ число мальчиков-первокурсников за $a_{пм}$;
Число всех студентов первого курса — за $a_п$;
Число всех мальчиков на факультете — за $a_м$;
Число всех студентов на факультете — за a.

Тогда $\frac{a_{пм}}{a_п} > \frac{a_м}{a}$. Умножим обе части на $a_п$ (~~это можно сделать, т.к.~~ знак не поменяется, т.к. $a_п > 0$).

получим $a_{пм} > \frac{a_м \cdot a_п}{a}$. Поделим обе части на $a_м$ (делить можно, т.к. $a_м \neq 0$ (если $a_м = 0$, то и $a_{пм} = 0 \Rightarrow \frac{a_{пм}}{a_п} = 0 = \frac{a_м}{a}$, что неверно)); знак не поменяется, т.к. $a_м > 0$ (значит и $\frac{1}{a_м} > 0$)).

получим $\frac{a_{пм}}{a_м} > \frac{a_п}{a}$. Значит первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

~~№2~~

~~$x^2 - [x] = 2019$. т.к. $[x]$ - целое и 2019 - целое, то и x^2 должно быть целое ($x^2 = 2019 + [x]$ - это целое число), т.к. сумма целых чисел - целое число.~~

~~предположим, что $\sqrt{x}$ x — не целое число.~~

см. решение №2. на доп. бланке.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RR 13-16

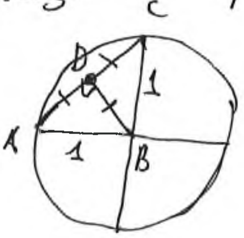
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

пусть $l_n = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n-1 \text{ двойка}}$, $l_{n+1} = \sqrt{2+l_n}$.

Докажем, что если окружность поделить на 2^n частей то расстояние от центра ~~..~~ окружности до хорды, стягивающей одну такую часть, составляет ровно половину от l_n. $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.

база при $n=2$



получаем равнобедренный треугольник ABD

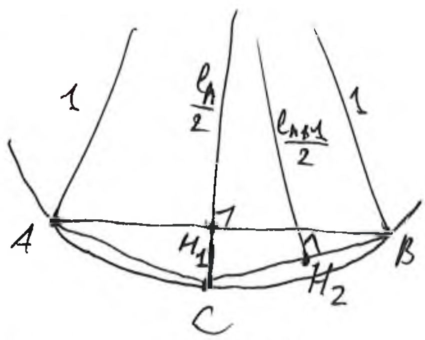
$AD = BD$; $\angle ADB = 90°$.

~~(высота~~ (т.к. BD - высота в прямоугольном равнобедренном $\triangle ABC$).

$AD^2 + BD^2 = AB^2$

$2BD^2 = 1 \Rightarrow BD = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{l_2}{2}$

Шаг. пусть верно для n. докажем для $n+1$.



$(AH_1)^2 = 1^2 - \left(\frac{l_n}{2}\right)^2 = 1 - \frac{l_n^2}{4}$. +

$H_1C = 1 - \frac{l_n}{2} = OC - OH_1$

$CH_2 = H_2B$; $AC = CB$ $CH_2 = \frac{1}{2}CB$.

$(AC)^2 = (AH_1)^2 + (H_1C)^2 =$

$= 1 - \frac{l_n^2}{4} + \left(1 - \frac{l_n}{2}\right)^2 = \left(1-\frac{l_n}{2}\right)\left(1+\frac{l_n}{2}\right) + \left(1-\frac{l_n}{2}\right)^2 =$

$= \left(1-\frac{l_n}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{l_n}{2}+1-\frac{l_n}{2}\right) = 2\left(1-\frac{l_n}{2}\right) = 2 - l_n$

$CH_2 = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}AC \Rightarrow (CH_2)^2 = \frac{1}{4}(AC)^2 = \frac{1}{4}(2-l_n) = \frac{1}{2} - \frac{l_n}{4}$.

$(OH_2)^2 = (OC)^2 - (CH_2)^2 = 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{l_n}{4}\right) = \frac{1}{2} + \frac{l_n}{4} = \frac{2+l_n}{4}$.

$OH_2 = \sqrt{\left(\frac{2+l_n}{4}\right)} = \frac{\sqrt{2+l_n}}{2} = \frac{l_{n+1}}{2}$, ч.т.д.

Значит, если окр. поделить на 2^{2019} частей, то требуемое расстояние будет равно половине от величины $\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2}+\ldots+\sqrt{2}}}_{2018 \text{ двоек}}$, ч.т.д.

№3

~~Понятно, что если~~ l – длина; w – ширина.
Понятно, что если $l \le 3$, то точно подходят все инструменты, у которых $w \le 3$. Если $l > 3$.

$l < 3\sqrt{2}$, т.к. $3\sqrt{2}$ – длина главной диагонали, а самый длинный отрезок в квадрате 3×3, длиннее него точно вместить нельзя, а значит и прямоуг. с большей длиной вместить нельзя. $l \ne 3\sqrt{2}$ т.к. тогда $w = 0$, т.е. инструмент является не прямоугольником, а отрезком, чего не должно быть.

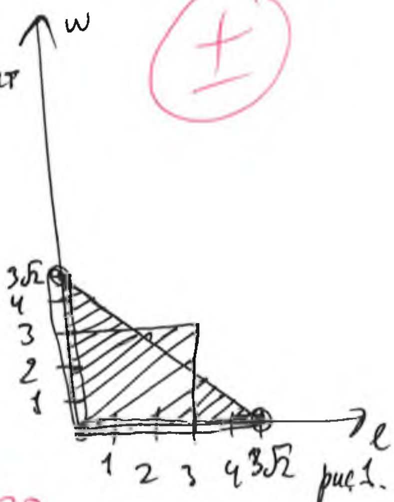


рис.1.

почему?

Очевидно, что инструменты надо располагать так, чтобы стороны были параллельны главным диагоналям, т.к. иначе вместятся только прямоугольники меньших размеров: ??

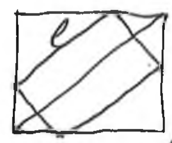


рис.2.

~~стороны параллельны~~ противоположные стороны четырехугольника параллельны. если одна из сторон (AB) не параллельна диагонали то и противоположная сторона CD также не параллельна диагонали, а чтобы CD лежала внутри квадрата 3×3, ~~она должна от~~ то точка C должна стоять от точки L не далее, чем точка A от точки K (рис 4). Если $AK \ne BL$, $MA \ne MB$, то в полученном параллелограмме ABCD все углы не равны $90°$, кроме случая, когда $LC = MB$ – в этом случае ABCD – квадрат, но длина его стороны меньше 3, а мы рассматриваем случаи, когда $l > 3$. Значит стороны прямоугольников параллельны главным диагоналям.

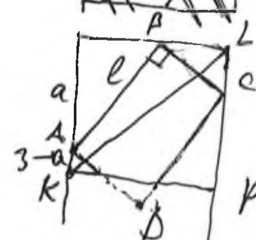


рис.3.

а если $C \notin LN$?

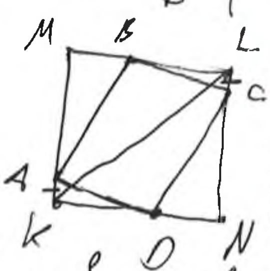


рис.4.

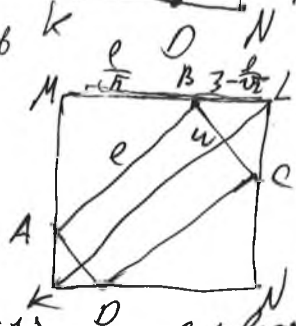


рис.5.

$AB = l \Rightarrow MB = \frac{l}{\sqrt{2}} \Rightarrow BL = 3 - \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - l}{\sqrt{2}}$

Значит $w^2 \le 2\cdot\left(\frac{3\sqrt{2}-l}{\sqrt{2}}\right)^2 = (3\sqrt{2}-l)^2$.

т.к. $w > 0$ и $3\sqrt{2} - l > 0$, то $w \le 3\sqrt{2} - l$.

получается прямая, пересекающая квадрат 3×3 (см. рис.1.) ~~подходят все точки, которые не выше данной прямой, а также все точки в квадрате~~

см. на доп листе

±

№3.
продолжение.

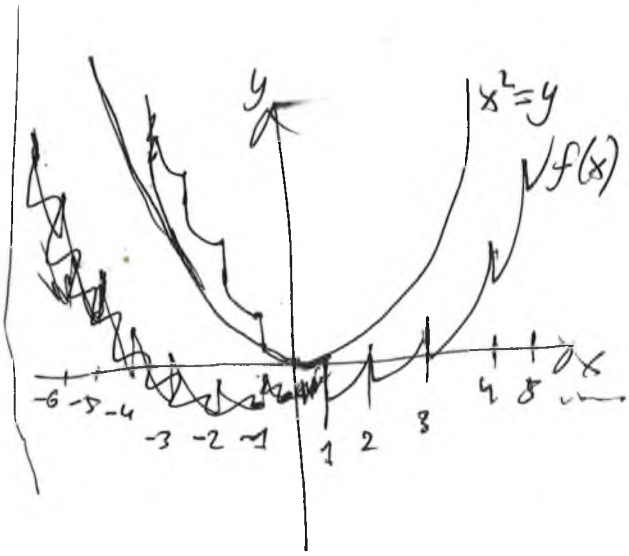
Подходят все точки, которые не выше данной прямой ($\omega = 3\sqrt{5} - \ell$), т.е. ограничены прямыми $\omega = 0$; $\ell = 0$; $\omega = 3\sqrt{5} - \ell$; а также все точки лежащие в квадрате 3×3 ~~координа~~ (координаты вершин этого квадрата — $(0;0)$; $(0;3)$; $(3;0)$; $(3;3)$), т.е. объединение точек в треугольнике и в квадрате, исключая все комбинации когда либо $\ell = 0$, либо $\omega = 0$. (см рис. 1). (случай, когда $\omega > 3$ аналогичен случаю $\ell > 3$ и получается симметрией относ. прямой $\ell = \omega$, что видно из рис. 1).

№2

$g(x) = x^2$.

$f(x) = x^2 - [x] = 2019$.

нарисуем график $f(x)$:



~~Посчитаем,~~ рассмотрим при $x > 0$.

~~Легко посчитать, что~~ $45^2 = 2025$ и $2025 > 2019$. при этом $45^2 - 45 = 1980 < 2019$.

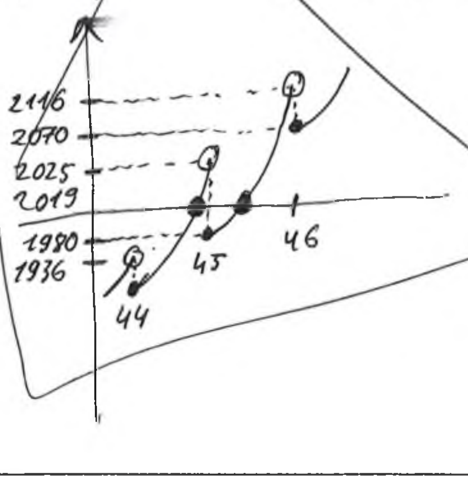
$44^2 = (45-1)^2 = 1936 < 2019$, значит

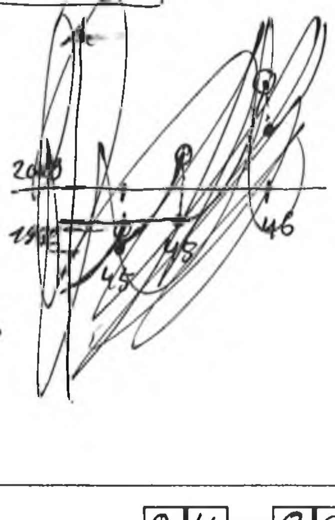
~~$f(x)$~~ $f(44) < g(44) < 2019$.

$g(46) = (45+1)^2 = 2116 > 2019$.

$f(46) = 2070 > 2019$.

Значит $f(x)$ будет равно 2019 два раза — при $x \in (44; 45)$, т.к. тогда $f(x) \in (1936; 2025)$, и при $x \in (45; 46)$, т.к. тогда $f(x) \in (1980; 2116)$.





см. на 2 доп листе. ↳

№2.
продолжение

пусть $a=[x]$; $b=x-[x]$.

1) $a=44$.

$(44+b)^2-44=2019$

$44^2+88b+b^2=1975$

$1936+88b+b^2=1975$

$b^2+88b+39=0$

$\mathcal{D}=88^2-4\cdot 39=4(1936-39)=4\cdot 1897$

$b_1=\dfrac{-88+2\sqrt{1897}}{2}=\sqrt{1897}-44$

рассмотрим при $x>0$

Легко посчитать, что $45^2=2025$.

$f(45)=45^2-45=1980 < 2019$

при $x\in(44;45)$ $f(x)<f(45)+1=1981<2019$.

$46^2=2116>2019$.

$f(46)=46^2-46=2070>2017$

при $x\in(45;46)$ $f(x)\in\big(f(45);f(46)+1\big)$, т.е. $f(x)\in(1980;2071)$,

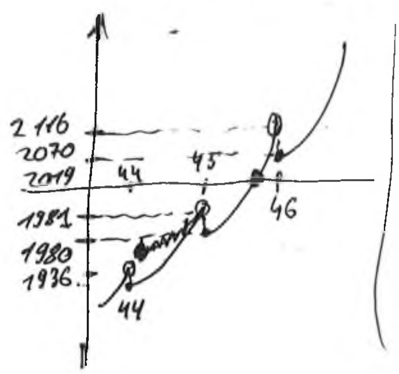
~~т.е. f(x) ...~~ есть такое $x\in(45;46)$, что $f(x)=2019$.

при $x>46$. $f(x)>f(46)>2019$.

при $44^2=1936$. $f(44)=44^2-44<44^2<2019$.

при $x<45$ $f(x)<f(45)+1=1981<2019$.

Значит $f(x)$ равно 2019 только при $x\in(45;46)$.



$a=[x]$; $b=x-[x]$.

$a=45$. $x^2-45=2019$.

~~$(45+b)^2-45=2019$~~

~~$2025+90b+b^2=2064$~~

~~$b^2+90b+51=0$~~ см. на 3 доп. листе

~~$\mathcal{D}=90^2+4\cdot 51=4\cdot(45+51)=4\cdot 96=4\cdot 8\cdot 12=8^2\cdot 6$.~~ см. на 3 доп. листе

№2. продолжение

$x^2 - 45 = 2019$

$x^2 = 2064$

$x = \sqrt{2064}$, $x > 45$, $x < 46$.

если $x<0$, то, аналогично рассуждаем. ~~т.к. функция~~

$44^2 + 44 = 1936 + 44 = 1980 < 2019$

$45^2 + 44 - 1 > 45^2 > 2019$

⇓

$x = -44 - b$.

$x^2 + 44 = 2019$

$x^2 = 2075 \Rightarrow x = -\sqrt{2075}$.

Ответ: $\sqrt{2064}$; $-\sqrt{2075}$.

Как получен?

Объяснено нет

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300

Место проведения

КТ 25-52

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Космынин

ИМЯ Станислав

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 14.06.2002 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Скос

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КГ 25-52

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть x_1 – мальчики I курса

x_2 – дев. I курса

k – мальчика всех курсов, кроме I

m – дев. всех курсов, кроме I

Тогда по условию:

$$\frac{x_1}{x_1+x_2} > \frac{x_1+k}{x_1+x_2+k+m}$$

Требуется найти:

$$\frac{x_1}{x_1+k} \vee \frac{x_1+x_2}{x_1+x_2+k+m} \quad (2)$$

~~Рассмотр. задачи:~~

$x_2 = k$

x_1, x_2, k, m – натур., можно в неравенстве (2) поменять x_1+k и x_1+x_2 местами, тогда получится:

$\frac{x_1}{x_1+x_2} \vee \frac{x_1+k}{x_1+x_2+k+m}$, а по усл. $\frac{x_1}{x_1+x_2} > \frac{x_1+k}{x_1+x_2+k+m}$ => первокурсников среди всех мальчиков больше.

№2.

$n^2+n+17 \vdots 2019$

Заметим, $2019 \vdots 3$, а чтобы $n^2+n+17 \vdots 2019$, то n^2+n+17 должно делиться на 3

Рассмотрим возможные остатки от деления

n	n^2
0	0 (mod 3)
1	1
2	1

$17 \equiv 2 \pmod 3$

Получим три случая

1) $0+0+2 \not\vdots 3$ 2) $1+1+2 \not\vdots 3$ 3) $2+1+2 \not\vdots 3$

n^2+n+17 не кратно 3 => n^2+n+17 не делится на

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2019 ни при каких n.

№4.

~~Дано:~~

X - запас Пончика

y - запас Сиропчика , $X, y \in N$

$X+y=100$ $\qquad p_1, p_2 \in \mathbb{Z}$

По усл.:

$\begin{cases} p_1 = \frac{x}{t} \\ p_2 = \frac{y}{t} \end{cases}$, где p_1, p_2 - прожорливости

по усл.:

$p_1 = \frac{y}{45}$

$p_2 = \frac{x}{20}$

Объединив условие, получим систему

$\begin{cases} x+y=100 \\ p_1 = \frac{x}{t} \\ p_2 = \frac{y}{t} \\ p_1 = \frac{y}{45} \\ p_2 = \frac{x}{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} t = \frac{x}{p_1} \\ t = \frac{y}{p_2} \end{matrix} \Rightarrow \frac{x}{p_1} = \frac{y}{p_2} \Rightarrow \begin{cases} xp_2 = yp_1 \\ p_1 = \frac{y}{45} \\ p_2 = \frac{x}{20} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{x^2}{20} = \frac{y^2}{45} \\ x+y=100 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=40 \\ y=60 \end{cases} \quad \begin{matrix} p_1 = \frac{60}{45} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \\ p_2 = \frac{40}{20} = 2 \end{matrix}$

?

Ответ: $x=40$, $p_1 = \frac{4}{3}$, $y=60$, $p_2=2$.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КГ 25-52

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$

Возведем обе части в ~~2019~~ квадрат степень. ~~Получим~~:

$2019 + \sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} < 2019^2$

$\sqrt[2018]{2019}$

Возведем еще раз в квадрат.

$2019^2 + 2\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} + 2019+\ldots+\sqrt{2019} < 2019^4$

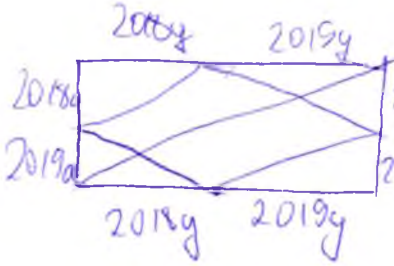
Например в общем виде

$\sqrt{X+\sqrt{X}} < X$ ← неправильно!

$X+\sqrt{X} < X^2$, т.к. $X+\sqrt{X}$ немного меньше, чем $X \cdot X$, поэтому $\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}$ будет меньше 2019.

+

№3.



Длина диагонали равна по теореме Пифагора ~~$\sqrt{(2018y)^2+(2019y)^2}$~~

$\sqrt{(2018y+2019y)^2+b^2}$, длина пути первого: $2\sqrt{(2018y+2019y)^2+b^2}$ $b = 2018a+2019a$

Минимальный путь для II будет, если все остальные стороны разбить так же в отношении 2018 : 2019, и тогда длина путы II будет равна $2\sqrt{2018^2(a^2+y^2)} + 2\sqrt{2019^2(a^2+y^2)} = 2\cdot 4037\sqrt{(a^2+y^2)}$, а длина пути I равна $\sqrt{4037^2y^2 + (4037a)^2}$

это надо доказать

Лист 03 из 04

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$2\sqrt{(2019y+2018y)^2+(2018a+2019a)^2}=2\cdot 4037\sqrt{a^2+y^2}$

Значит минимальное отношение длин

$l=\dfrac{2\cdot 4037\sqrt{a^2+y^2}}{2\cdot 4037\sqrt{a^2+y^2}}=\underline{1}.$

~~Ответ: 1~~

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ „СОШ № 19"

Место проведения

UU 51-57

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Коханов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 15.04.2002 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VV 51 - 57

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть a мальчиков на I курсе
b мальчиков на факультете
c всего людей на I курсе
d – всего людей на факультете

По условию: $\frac{a}{c}\cdot 100\% > \frac{b}{d}\cdot 100\%$

$\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

т.к. $a>0, b>0, c>0, d>0$, то

$ad > bc$

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, т.е. первокурсников среди всех мальчиков в процентном отношении больше чем первокурсников среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков больше. (+)

№3

I клоун за 1 раз проползает

$S_1 = 2\sqrt{a^2+b^2}$

Теперь рассмотрим перемещение II клоуна.

Заметим что его путь ~~[illegible]~~ в проекции на ox равен 2b

~~[illegible]~~ в проекции на oy равен 2a

Это требует обоснования

Следовательно наименьшее расстояние, которое ему придётся проползти равно $S_{2min} = \sqrt{(2a)^2+(2b)^2} = \sqrt{4a^2+4b^2} = 2\sqrt{a^2+b^2}$ (∓)

Получаем $S_1 = S_{2min}$. То есть II клоун не может выбрать точки так, чтобы его путь был короче пути I.

$\frac{S_1}{S_{2min}} = 1$. (S_{2min} можно получить двигаясь параллельно диагоналям прямоугольника; $S_2 = \frac{2018}{4037}d + \frac{2019}{4037}d + \frac{2018}{4037}d + \frac{2019}{4037}d = 2d = 2\sqrt{a^2+b^2}$ (из подобных треугольников))

Ответ: не может; 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 51-57

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

По условию задачи составим таблицу

		„прожорливость", $\frac{кг}{сутки}$	время, сутки	работа, кг
I	Пончик	a	$\frac{x}{a}$	x
	Сиропчик	b	$\frac{100-x}{b}$	$100-x$
II	Пончик	a	45	$100-x$
	Сиропчик	b	20	x

Пусть x кг было в запасах у пончика

$a\ \frac{кг}{сутки}$ съедает Пончик

$b\ \frac{кг}{сутки}$ съедает Сиропчик.

Тогда $\frac{x}{a}$ суток понадобилось Пончику

$\frac{100-x}{b}$ суток понадобилось Сиропчику

По условию задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{100-x}{b} \\ 100-x = 45a \\ x = 20b \end{cases}$$

$$\begin{cases} bx = a(100-x) \\ a = \frac{100-x}{45} \\ b = \frac{x}{20} \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{20} = \frac{(100-x)^2}{45}$$

$$45x^2 = 20(100-x)^2$$

$$45x^2 = 20x^2 - 4000x + 200000$$

$$25x^2 + 4000x - 200000 = 0$$

$$x^2 + 160x - 8000 = 0$$

$$D_1 = 80^2 + 8000 = 14400$$

$$x_{1/2} = \frac{-80 \pm \sqrt{14400}}{1} = -80 \pm 120$$

$x_1 = -80 - 120 < 0 \Rightarrow$ не возможно

$x_2 = -80 + 120 = 40$

40 кг было у Пончика

$100 - 40 = 60$ (кг) было у Сиропчика

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\frac{100-40}{45} = \frac{4}{3}\left(\frac{м}{сутки}\right)$ съедает Пончик

$\frac{40}{20} = 2\left(\frac{м}{сутки}\right)$ съедает Сиропчик

Ответ: Пончик: $\frac{4}{3}\frac{м}{сутки}$; 40 м

Сиропчик: $2\frac{м}{сутки}$; 60 м.

+

№5

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$

возведём в квадрат, т.к. обе части >0

$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} < 2019^2$

$\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} < 2019\cdot 2018$

снова возведём в квадрат

$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} < 2019^2\cdot(2018)^2$

$\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} < 2019(2019\cdot 2018^2-1)$

Проделав такие действия 2019 раз получим неравенство

$2019 < 2019\cdot k$, где k очевидно >1,

т.е. $\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$ – верное

Ответ: верно.

±

№2

$\frac{n^2+n+17}{2019} \in N$

$2019 = 3\cdot 673$

Если n^2+n+17 делится на 2019, то и делится на 3 V

$n^2+n+17 = 3x$, $x\in N$

$n(n+1)+17 = 3k$ $k\in N$

$17 = 3\cdot 5+2 \Rightarrow n(n+1) = 3k+1$, чтобы делимость сохранилась

$n^2+n-1 = 3k$!

$n^2+n-1=0$

$D = 1+1 = 2$

$n_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$

$\left(n - \frac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(n - \frac{-1-\sqrt{2}}{2}\right) = 3k$

№2 (продолжение)

$\left(n - \frac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(n - \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) = 3k$

$\mp$

При $n \in \mathbb{N}$ очевидно, что делимость невозможна. т.е

$n^2 + n + 17$ не делиться на 3

$\Downarrow$

$n^2 + n + 17$ не делиться на 2019

Ответ: не делиться.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Г-300

Место проведения

КТ 2514

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Кочешков

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 14.03.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 08 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

n^2+n+17.

Рассмотрим остатки при делении n на 3:

n	0	1	2
n^2	0	1	1
n^2+n	0	2	0
n^2+n+17	2	1	2

+

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} n^2+n+17 \overset{3}{\equiv} 1 \\ n^2+n+17 \overset{3}{\equiv} 2 \end{array}\right. \Rightarrow \varnothing \Rightarrow$$

$$2019 \overset{3}{\equiv} 0$$

$n^2+n+17 \not\vdots\, 2019$, т.к. ~~$n^2+n+17=3k+1$~~

$2019k \,\vdots\, 3$ ч.т.д.

1

Пусть на первом курсе учится x мальчиков и y девочек. А всего на факультете a мальчиков и b девочек. Тогда на первом курсе $\frac{x}{x+y}\cdot 100\%$ процентов мальчиков, а на всём факультете $\frac{a}{a+b}\cdot 100\%$ процентов мальчиков. Первокурсников среди всех мальчиков факультета $\frac{x}{a}\cdot 100\%$ процентов, а студентов первого курса среди всех студентов $\frac{x+y}{a+b}\cdot 100\%$ процентов. Известно, что процент мальчиков на I курсе больше чем процент мальчиков на всём факультете. Составим уравнение:

$$\frac{x}{x+y}\cdot 100\% > \frac{a}{a+b}\cdot 100\%$$

$$x(a+b) > a(x+y)$$

1.(продолжение)

Нам надо сравнить процент мальчиков I курса от всех мальчиков и процент студентов I курса от всех студентов.

$\frac{x}{a} ? \frac{x+y}{...}$ $\frac{x}{a}\cdot 100\% ? \frac{x+y}{a+b}\cdot 100\%$

$x(a+b) ? a(x+y)$

Из предыдущего уравнения мы знаем что

$x(a+b) > a(x+y) \Rightarrow$

$\Rightarrow ? \Rightarrow \Rightarrow x(a+b) > a(x+y) \Rightarrow$ первокурсников среди всех мальчиков больше чем ~~студентов~~ студентов I курса среди всех студентов.

Пометка: студент - общий род.

первокурсник - мужской род.

+

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

5. 4

Пусть прожорливость Пончика $x \frac{кг}{д}$, а Сиропчика $y \frac{кг}{д}$, а запасы Пончика a кг, а Сиропчика b кг, тогда Пончик съест свои запасы за $\frac{a}{x}$ дней, а Сиропчик за $\frac{b}{y}$ дней. Однако Пончик съест чужие запасы за $\frac{b}{x}$ дней, а

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КГ 25-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4 (продолжение)

Сиропчик за $\frac{a}{y}$ дней. Известно, что суммарно у Пончика и Сиропчика 100 кг варенья. Известно, что они съели свои запасы за одинаковое кол-во дней. А так же известно, что Пончик съ бы нужно запаси 45 дней, а Сиропчик – 20. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} a+b=100 \\ \frac{a}{x}=\frac{b}{y} \\ \frac{b}{x}=45 \\ \frac{a}{y}=20 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=100 \\ \frac{a}{x}=\frac{b}{y} \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=100 \\ \frac{a}{\frac{b}{45}}=\frac{b}{\frac{a}{20}} \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=100 \\ 45a^2=20b^2 \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=100 \\ \left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{4}{9} \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=100 \\ 3a=2b \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} a+1,5a=100 \\ b=1,5a \\ x=\frac{b}{45} \\ y=\frac{a}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=40 \\ b=60 \\ x=\frac{4}{3} \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow$$

+

Ответ: Пончик съел 40 кг варенья с прожорливостью $\frac{4}{3}$ $\frac{кг}{день}$, а Сиропчик 60 кг с прожорл. 2 $\frac{кг}{день}$.

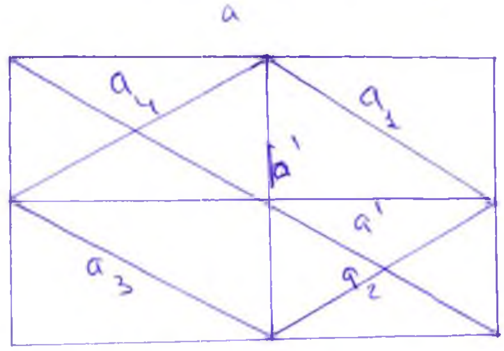
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 25-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3.



$L_1 = 2\sqrt{a^2+b^2}$

$\cancel{L_2}$ Заметим, что сумма a_1 и a_2 путем ограничена только неравенством треугольника, то есть $a_1 + a_2 > b'$

$a_3 + a_4 > b'$; $a_1 + a_4 > a'$; $a_2 + a_3 > a'$ =>

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > 2b' \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > 2a' \end{cases} \quad \begin{cases} L_2 > 2b' \\ L_1 > 2a' \end{cases} \Rightarrow$$ мы

получаем наименьшее ограничение при наименьший b' и a', а минимальные a' и b' – это высоты => $b' = b$; $a' = a$ =>

$$\Rightarrow \begin{cases} L_2 > 2b \\ L_2 > 2a \end{cases}$$ При чем при $a \ll b$ $L_2 \to 2b$, при $b \ll a$ $L_2 \to 2a$

при $a \ll b$ $L_1 \to 2b$; $L_2 \to 2b$ =>

при $b \ll a$ $L_1 \to 2a$; $L_2 \to 2a$.

L_1 $\cancel{и}$ L_2 => все возможные значения L_1 и L_2 лежат в одном промежутке.

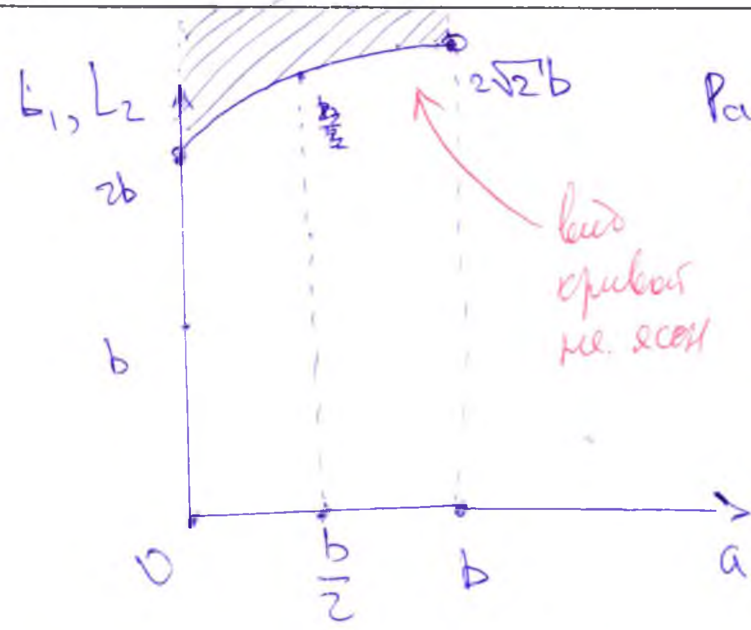
Построим графики для L_1 и L_2.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 25-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Рассмотрим только участок $a<b$. Как мы видим L_1 - это сам график, т.к. L_1 - фиксированная для каждого a и b, а заштрихованная область, включая сам график это L_2. Из графика видно, что L_2 всегда больше либо равно L_1 ⇒

⇒ Ответ: нет, 1, т.к. пути могут быть равны.

1

не доказано (хотя бы примером)

5.

Доказем с помощью индукции:

База:

$\sqrt{2019+\sqrt{2019}}<2019$

$2019+\sqrt{2019}<2019^2$

$\sqrt{2019}<2019\cdot 2018$

$2019<2019^2\cdot 2018^2$ - верно

Шаг: Пусть $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019 \ldots+\sqrt{2019}}}}}_{n}<2019$ - верно.

Проверим для $n+1$:

$\sqrt{\underbrace{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}_{n}+\sqrt{2019}}<2019$

~~Если $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n} < 2019$, тогда возведём~~

~~в квадрат: $2019\cdot 2018 > \underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{n-1}$, Возведём~~

~~в квадрат: $2019^2\cdot 2018^2 - 2019 > \underbrace{\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}_{n-2}$~~

~~$2019(2018^2\cdot 2019-1) > \underbrace{\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}_{n-2}$~~

5.

~~Шаг: $\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt{2}}}}_{n} < 2$~~

~~$2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2}\ldots+\sqrt{2}}}_{n-1} < 4$~~

~~$\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt{2}}}}_{n-1} < 2$~~

База:

$\sqrt{2+\sqrt{2}} < 2$

$2+\sqrt{2} < 4$

$\sqrt{2} < 2$

$2 < 4$ - верно

Шаг: Пусть верно для $k=n$, тогда

$\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt{2}}}}_{n} < 2$ - верно

$k=n+1$

$\sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2}\ldots+\sqrt{2}}}_{n}} < 2$.

$2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2}+\ldots\sqrt{2}}}_{n} < 4$ $\qquad$ $\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\sqrt{2}}} < 2$ - верно $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ мы можем добавить

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5 (продолжение)

корни и равенство останутся верными.

База:

$\sqrt{2+\sqrt{2}}<2$

$2+\sqrt{2}<4$

$\sqrt{2}<2$

$2<4$ – верно

Шаг: Пусть верно для $k=n$

$\sqrt{n+\sqrt{n}}<n$ – верно $\Rightarrow n^4-2n^3+n^2-n>0$.

$k=n+1$

$\sqrt{n+1+\sqrt{n+1}}<n+1$

$n+1+\sqrt{n+1}<n^2+2n+1$

$\sqrt{n+1}<n^2+n$

$n+1<n^4+2n^3+n^2$

$+\begin{cases} n^4+2n^3+n^2-n-1>0 \\ n^4-2n^3+n^2-n>0 \end{cases}$

$2n^4+2n^2-2n-1>0$.

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{n}<2019$.

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{n-1}<2019\cdot 2018$.

...

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{a}<2019\cdot k \Rightarrow$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{\ldots+\sqrt{2019}}}}_{a-1} < 2019\left(2019\cdot k^2-1\right)$$

$2019k^2-1 \overset{?}{\geq} k$, ~~т.к.~~

$2019k^2-k-1 ? 0$

$D = 1+2019\cdot 4 = 8077$ $\quad 89 < \sqrt{D} < 90$

$k = \dfrac{1\pm\sqrt{D}}{4038} \Rightarrow$

$\Rightarrow k \approx \pm\dfrac{1}{44}$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2019k^2-k-1<0\\ -\frac{1}{44}<k<\frac{1}{44}\end{cases}\\ \begin{cases}2019k^2-k-1>0\\ k\leq-\frac{1}{44}\\ k\geq\frac{1}{44}\end{cases}\end{array}\right.$$

На втором действии $k=2018 \Rightarrow$

~~k не уменьшится.~~

на 3 действии k увеличится и после будет только увеличиваться $\Rightarrow$ в итоге мы получим:

$2019 < 2019\cdot k'$, где $k'>1$ по доказ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это верно. ч.т.д.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Калининград.

Место проведения

ОГ 84-46

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Кузинов

ИМЯ Вадим

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 02. 07. 2003

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10. 02. 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОГ 84-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть всего было „x" головастиков пузыковой дискоглоссы и „y" головастиков сахелиуской лягушки. Т.к. головастики пузыковой дискоглоссы имеют по 5 ног, а головастики сахелиуской лягушки по 4 ноги, то исходя из условия $5x+4y=100$.
Т.к. пятиногие головастики имеют по 1 хвосту, то общее кол-во хвостов у них равняется x.
Если каждый головастик сахелиуской лягушки имеет k хвостов, то их общее кол-во будет равняться ky и, исходя из условия $x+ky=64$

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+ky=64 \end{cases}$$

$$-\frac{\begin{matrix}5x+4y=100\\ x+ky=64\end{matrix}}{4x+4y-ky=36}$$

$4(x+y)-ky=36$

$4(x+y) \vdots 4$ и $36 \vdots 4$, значит $ky \vdots 4$

$64 \vdots 4$, $ky \vdots 4$, значит $x \vdots 4$, а $5x \vdots 20$

$100 \vdots 20$, $5x \vdots 20$, значит $4y \vdots 20$ и $y \vdots 5$

$ky \vdots 4$ и $y \vdots 5$, значит $ky \vdots 20$

1) $ky=20$, тогда $x=64-ky=44$, $5x+4y=220+4y=100$ чего быть не может, т.к. $y>0$

2) $ky=40$, тогда $x=64-ky=24$, $5x+4y=120+4y=100$ что быть не может, т.к. $y>0$

3) $ky=60$, тогда $x=64-ky=4$, $5x+4y=20+4y=100$, $y=20$

$$\cancel{\begin{cases} y=20 \\ 5x+80=100 \end{cases}} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=20 \\ 4+20k=64 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=20 \\ k=3 \end{cases}$$

Получим $k=3$

$ky>60$ не может быть, т.к. в этом случае $ky_{min}=80$ и $x<0$, что быть не может.

Ответ: 3.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОГ 84-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Может ли $n^2+n+8 \vdots 2019$, при $n \in N$.

$n^2+n+8 = n(n+1)+8$, $2019 = 3 \cdot 673$

(+)

~~Т.к.~~ Если $n^2+n+8 \vdots 2019 = 3 \cdot 673$, то $n^2+n+8 \vdots 3$.

Рассмотрим таблицу остатков при делении чисел n и $(n+1)$ на 3.

остаток от деления n на 3	0	1	2
остаток от деления $(n+1)$ на 3	1	2	0

Тогда $n(n+1)$ при делении на 3 может давать остатки

$0 \cdot 1 = 0$, $1 \cdot 2 = 2$; $2 \cdot 0 = 2$

8 даёт остаток 2 при делении на 3.

1) если остаток от деления $n(n+1)$ на 3 равен 0, то остаток от деления (n^2+n+8) на 3 равен $0+2=2$ и $n^2+n+8 \not\vdots 2019$

2) если остаток от деления $n(n+1)$ на 3 равен 2, то остаток от деления (n^2+n+8) на 3 равен 1 и $n^2+n+8 \not\vdots 2019$.

Таким образом n^2+n+8 не может делиться на 2019 ни при каком $n \in N$.

Ответ: нет, не может.

№4.

Пусть в кладовой Пончика было запасено x кг ~~конфет~~ варенья, а в кладовой Сиропчика y кг варенья.

Также, пусть производительность Пончика $= x_1$, а производительность Сиропчика $= y_1$. Тогда, исходя из условия составим систему.

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \\ \frac{y}{x_1} = 45 \\ \frac{x}{y_1} = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ xy_1 = yx_1 \\ 45x_1 = y \\ 20y_1 = x \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=100 \\ x=20y_1 \\ y=45x_1 \\ 20y_1^2 = 45x_1^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=100 \\ x=20y_1 \\ y=45x_1 \\ 4y_1^2 = 9x_1^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=100 \\ x=20y_1 \\ y=45x_1 \\ 2y_1 = 3x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{3x_1}{2} \\ x = 20\cdot\frac{3x_1}{2} \\ y=45x_1 \\ x+y=100 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = \frac{3x_1}{2} \\ x = 30x_1 \\ y=45x_1 \\ x+y=100 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = \frac{3x_1}{2} \\ x = 30x_1 \\ y=45x_1 \\ 30x_1+45x_1=100 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = \frac{3x_1}{2} \\ x = 30x_1 \\ y=45x_1 \\ 75x_1=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \\ y_1 = \frac{3\cdot\frac{4}{3}}{2} = 2 \\ x = 30\cdot\frac{4}{3} = 40 \\ y = 45\cdot\frac{4}{3} = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x=40 \\ y=60 \\ x_1=\frac{4}{3} \\ y_1=2 \end{cases}$$

Тогда Пончик съел 40кг варенья с производительностью в $\frac{4}{3}$ кг в день, а Сиропчик съел 60кг варенья с производительностью в 2 кг в день

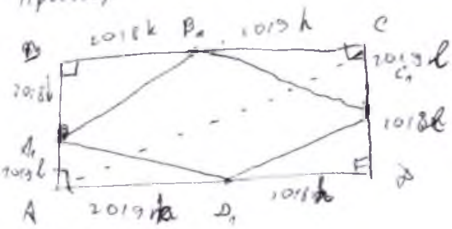
Ответ: Пончик – 40кг варенья, $\frac{4}{3}$ кг/день;
Сиропчик – 60кг варенья, 2кг/день.

+

№3

Минимальное значение отношения длины пути большего к меньшему = 1

Пример



B_1 – положение половины 2го.
Путь первого равен 2AC.
Путь второго равен $B_1A_1 + A_1D_1 + D_1C_1 + C_1B_1$.

$\triangle A_1BB_1 \sim \triangle ABC$ по 2м пропорц. ст. и углу, значит $\frac{A_1B_1}{AC} = \frac{2018k}{(2018+2019)k} = \frac{2018}{4037}$

$\triangle A_1AD_1 \sim \triangle BAD$ по 2 пропорц. сторонам и углу, значит

$\frac{A_1D_1}{BD} = \frac{A_1D_1}{AC} = \frac{2019l}{(2018+2019)l} = \frac{2019}{4037}$. Аналогично рассматривая остальные пары оставшихся подобных $\triangle$ и получим, что $A_1B_1 = C_1D_1 = \frac{2018}{4037}AC$ и $A_1D_1 = B_1C_1 = \frac{2019}{4037}AC$, тогда $A_1B_1 + A_1D_1 + B_1C_1 + C_1D_1 = \frac{8074}{4037}AC = 2AC$

$\frac{2AC}{2AC} = 1$. Второй слону не может выбрать план на другие так, чтобы его путь был меньше пути первого, т.к. делаем так, чтобы лишь точки на примере примера путь при изменении наш второго может только увеличиваться

не обоснованно

Ответ: нет, не может.

№5.

$\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \ldots + \frac{1}{k^2-1} + \frac{1}{k^2} = \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}\right) + \left(\frac{1}{k+1} + \frac{1}{(k-1)(k+1)}\right) + \ldots < 1$.

реш. отсутств.

Ответ: нет, не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ГК ССТ	РГ62-86
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Кузнецов

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Петрович

Дата рождения 27.02.2003 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: АКузнецов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть пятиногих головастиков x, а четырехногих y, тогда, по условию:
а кол-во хвостов у них n

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+yn=64 \end{cases}, \text{где } x,y,n \in N.$$

$$\begin{cases} 5x=100-4y \\ yn=\frac{64-x}{} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{100-4y}{5} \\ n=\frac{64-x}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{100-4y}{5} \\ n=\frac{64-\cancel{100}\,20+\frac{4y}{5}}{y} \end{cases}$$

$$\left\{ n=\frac{44+\frac{4}{5}y}{y}=\frac{4}{5}+\frac{44}{y}=\frac{4y+220}{5y} \quad (1)\right.$$

$$\left.\begin{matrix} 220 \vdots 5 \\ 5y \vdots 5 \ (n\in N) \end{matrix}\right\} \Rightarrow 4y \vdots 5 \Rightarrow y \vdots 5$$

$$\left.\begin{matrix} 5x+4y=100 \\ x,y\in N \end{matrix}\right\} \Rightarrow y\le 25$$

$\Rightarrow$ ~~y ∈~~ y числа 5,10,15,20,25, Подставив в (1) вместо ~~иначе~~ выберем те y, при котором $n \in N$, тогда

$y=20$, а $n=3$

+

Ответ: 3

№4

Пусть в кладовой Пончика занесено x кг, тогда у Сиропчика $100-x$ кг.

	t, дни	варенье, кг	Производительность кг/день
Пончик	$\frac{x}{y}$	x	y
Сиропчик	$\frac{100-x}{2}$	$100-x$	2
Пончик2	45	$100-x$	y
Сиропчик2	20	x	2

Составим и решим уравнение:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} \\ \frac{100-x}{y} = 45 \\ \frac{x}{z} = 20 \end{cases} \qquad \begin{cases} xz = 100y - xy \\ 100 - x = 45y \\ x = 20z \end{cases} \qquad \begin{cases} x(z+y) = 100y \\ x = 100 - 45y \\ x = 20z \end{cases}$$

$$\cancel{20z}\ 20z = 100 - 45y \qquad z = 5 - \frac{45}{20}y$$

$$\begin{cases} z = 5 - 2\frac{1}{4}y \\ x = 100 - 45y \\ (100-45y)(5-2{,}25y+y) = 100y \end{cases}$$

$$500 - 225y + 100y - 225y + 56{,}25y^2 = 100y$$

$$20 - 9y + 4y - 9y + 2{,}25y^2 - 4y = 0$$

$$9y^2 - 72y + 80 = 0$$

$$y = \frac{72 \pm \sqrt{2304}}{18} = \frac{72 \pm \sqrt{4^2 \cdot 12^2}}{18} = \frac{72 \pm 48}{18}$$

$$\left[\begin{array}{l} y = \frac{24}{18} \\ y = \frac{120}{18} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} y = 1\frac{1}{3} \\ y = 6\frac{2}{3} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 1\frac{1}{3} \\ x = 40 \\ z = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6\frac{2}{3} \\ x = -200 \\ z = -10 \end{cases} \end{array}\right.$$

тогда, либо производит. Пончика равна $1\frac{1}{3}$ кг/день, варенье его 40кг, а произв. Сиропчика 3 кг/день, либо произв. Пончика $6\frac{2}{3}$ кг/день, произв. сироп. −10кг/день, но т.к. производительность не может быть меньше 0, то производительность Пончика $1\frac{1}{3}$ кг/день и съел он 40кг, производительность Сиропчика 3кг/день и съел он 60кг.

+

Ответ: $1\frac{1}{3}$ кг/день и 40кг; 3кг/день и 60кг.

№5

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1 \qquad x\geq 2,\ x\in N$

x минимальный $=2$, при x мин: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=1\frac{1}{12}$

$1\frac{1}{12}>1$, при $x>2$

при $x=3$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{3}{8}+\frac{4}{9}+\frac{11}{30}+\frac{1}{7}=\frac{27+32}{72}+\frac{77+30}{210}=$

$=\frac{59}{72}+\frac{107}{210}=\frac{3349}{2520}=1\frac{829}{2520}$

Рассмотрим ряд дробей вида $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2}$:

$x=2$: $\frac{1}{2}+\boxed{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$

$x=3$: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\boxed{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{9}}$

$x=4$: $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{16}$

$x=5$: $\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\ldots+\frac{1}{25}$

Каждый ряд отличается от предыдущего тем, что убирается первый член и прибавляется несколько меньших его.

Разница между ~~каждыми~~ рядами, где $x=k$ и $x=k+1$ будет минимум: $\frac{1}{(k+1)^2}\cdot\left((k+1)^2-k^2\right)-\frac{1}{k}$ (1)

$\frac{(k+1)^2-k^2}{(k+1)^2}-\frac{1}{k}=\frac{2k^2+k-k^2-2k-1}{k(k+1)^2}=\frac{k^2-k-1}{k(k+1)^2}=\frac{(k-0,5)^2-1,25}{k(k+1)^2}$,

а т.к. $k\geq 2$, то $\frac{(k-0,5)^2-1,25}{k(k+1)^2}>0$, следовательно разница между рядами будет больше 0, а следовательно каждый следующий ряд будет больше предыдущего, а т.к. первый ряд и так больше 1, то и все остальные, при $x\to\infty$ будут больше 1, значит уравнение не имеет решения в натуральных числах больших 1. Объяснение формулы (1):

$\frac{1}{(k+1)^2}\cdot\underbrace{\left((k+1)^2-k^2\right)}_{\text{кол. чисел от последнего числа в 1-м ряду до последнего}}-\frac{1}{k}$ → первое число в 1 ряду

↓

последнее число во 2 ряду, которое меньше всех предыдущих.

Ответ: нет

+

№2

~~Ответ~~ Если $n^2+n+8 \vdots 2019$ $n>40$, то $n^2+n \geq 2019$,
тогда n больше чем 40: $40^2+40+8 \not\vdots 2019$,
тогда n можно заменить на одно из чисел: $3k$, $3k+1$, $3k+2$, где $k \geq 1$

$n^2+n+8=n(n+1)+8$ +

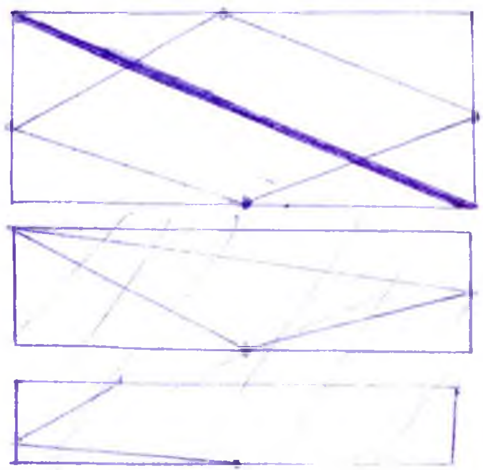
$$\left[\begin{array}{l} 9k^2+3k+8=n^2+n+8 \\ n^2+n+8=9k^2+6k+1+3k+1+8 \\ n^2+n+8=9k^2+12k+4+3k+2+8 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} n^2+n+8=3(3k^2+k)+8 \\ n^2+n+8=3(3k^2+3k)+11 \\ n^2+n+8=3(3k^2+5k)+14 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} n^2+n+8=3(3k^2+k+2)+2 \\ n^2+n+8=3(3k^2+3k+3)+2 \\ n^2+n+8=3(3k^2+5k+4)+2 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ что при любом n, при делении числа n^2+n+8 на 3 будет получаться остаток 2,
а $2019 \vdots 3$, следовательно ни при каком n
n^2+n+8 не может делиться на 2019.
Ответ: не может.

№3



Реш. отсутствует

–

Ответ: нет 2:1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

MS 55-11

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ ЛАНИН

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО ВИТАЛЬЕВИЧ

Дата рождения 21.12.2004

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.18.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Влн

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 45 55-11

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Если Шпунтик разлиновал прямоугольник на квадратные отсечки со стороной 1см, то у него должно было получиться 99 квадратов (11·9), а Винтик отметил 200 точек причём не на линиях квадратов это значит, что будет в каждом квадрате по 2 точки и получится 198 точек, а это значит, что в одном квадрате должно быть 4 точки или в двух по 3 точки.

Ч.т.д.

(+)

№2

$n^2+n+2 \vdots 2019$

$n^2+n \vdots 2017$

Если мы примем за n 45, то

$45^2+45 \vdots 2017$

$2025+45 \vdots 2017$

$2070 \vdots 2017$ — неверно

Если мы примем за n 44, то

$44^2+44 \vdots 2017$

$1936+44 \vdots 2017$

$1980 \vdots 2017$ — неверно, а значит это невозможно

Ответ: ∅

Ч.т.д.

$45 \cdot 45$: 225, 180, 2025

$44 \cdot 44$: 176, 176, 1936

? $n^2+n+2 \vdots 2019$ к

? или $2019 = 3 \cdot 673$

№5

Ошибка может быть нецелой

Если изначально весь порошок весил 6 золотников, а потом Баба Яга убрала какое-то количество порошка и стала 3 золотника то есть она убрала ровно половину (если весы не врут). Потом Кощей взвесил эту убранную половину то есть 3 золотника, а весы показали 2 это значит, что они врут. Если бы они врали на один золотник меньше, то изначально было бы 5 убрав стало бы 2 и взвесив потом 1, а это противоречит тому что изначально было 5 (2+1≠5).

(+)

Лист 01 из 02

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

Если бы они брали на один золотник больше, то изначально было бы 7 убрав стало 4 и взвесив ~~то~~ потом 3, а это верно и не противоречит тому что изначально было 7 (4+3=7). Из этого следует что весы врут на один больше. Значит Баба Яга разделила порошок на 4 золотника и на 3 золотника.

Ответ: Баба Яга разделила порошка на 4 золотника и на 3.

№4

Предположим, что в отделе где разрабатывают мобильные приложения под iOS работает 7 человек, а в отделе где разрабатывают мобильные приложения под Android работает 9 человек. Получается, что 7 сотрудников отдела Android отправили 2 сообщений каждому сотруднику из iOS, а остальные 2 по одному письму каждому. Получается что каждый сотрудник отдела iOS отправил 15 сообщений, а получил 9, а каждый сотрудник отдела Android отправил 7, а получил точно не 15. Если мы увеличим количество сотрудников в отделе Android, то каждый из них будет получать всё меньше и меньше писем чем 15. ~~Значит что~~ это значит, что в отделе iOS должно быть больше сотрудников.

Ответ: в отдел iOS работает больше сотрудников.

(+)

№1

Нам надо брать числа которые делятся на 20 и то есть (20, 40, 60, 80). Если взять 20, то

20 : 5 = 4 - ножки

64 - 4 = 60 - нужно хвостов

100 - 20 = 80 - нужно ножек

80 : 4 = 20 - многохвостых

60 : 20 = 3 - хвоста у каждого головастика саблезубой лягушки.

Проверка:

20(4+3) + 4(5+1) = 164

20 · 7 + 4 · 6 = 164

140 + 24 = 164

164 = 164 - верно

Ответ: у каждого головастик саблезубой лягушки 3 хвоста.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Г-300

Место проведения

КТ 42-38

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Лаптев

ИМЯ Анатолий

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 27.06.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

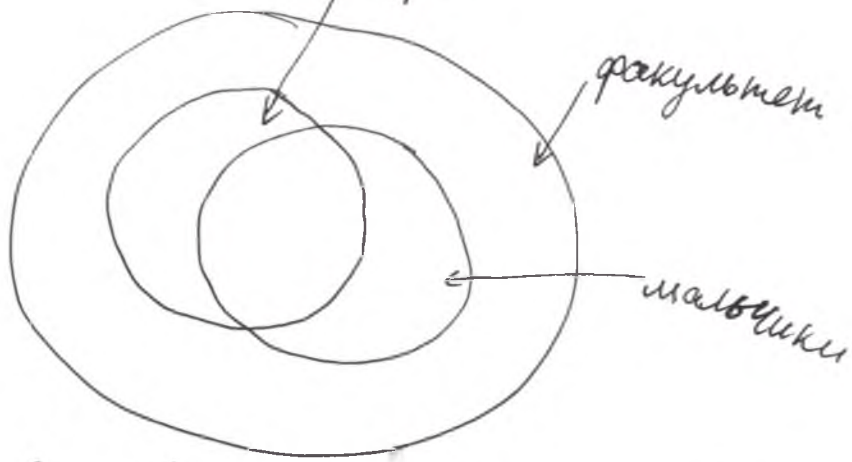
Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 42-38

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1

Изобразим ситуацию на кругах Эйлера



Пусть a - кол-во человек в множестве факультет
b - кол-во человек в множестве мальчики
c - кол-во человек в множестве I курс
d - кол-во мальчиков I курса $(b \cap c)$

Нам дано, что мальчиков на первом курсе больше, чем мальчиков на факультете, т.е. $\frac{d}{c} > \frac{b}{a}$ (1)

Нужно узнать чего больше: первокурсников среди всех мальчиков факультета или всех студентов I курса среди всех студентов факультета, т.е нужно поставить знак в выражении: $\frac{d}{b} \, ? \, \frac{c}{a}$ (2)

преобразуем (1) $\frac{d}{c} - \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{da - bc}{ac} > 0$

преобраз. (2) $\frac{d}{b} - \frac{c}{a} \, ? \, 0 \Rightarrow \frac{da - bc}{ab} \, ? \, 0$

a, b, c и d - кол-во человек, а значит отрицательными быть не могут, значит $(da - bc) > 0 \Rightarrow \frac{da - bc}{ab} > 0$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов I курса среди всех студентов факультета

Задача №2

$n^2+n+17 = n(n+1)+17$, т.е это сумма 17 и произведения двух последовательных натуральных чисел.

Давайте посмотрим на делимость на 3:

$2019 = 3\cdot 673$, это значит, что если число кратно 2019, то оно должно делиться на 3. $17 \underset{3}{\equiv} 2$, теперь посмотрим на произведение. Два послед. числа при дел. на три могут иметь соотв. след. остатки:

1. 0 и 1
2. 1 и 2
3. 2 и 0

В 1. случае при произв. получ. число $\vdots 3$, т.к. один из множ. $\vdots 3$, и тогда $\underbrace{n(n+1)}_{\vdots 3} + \underbrace{17}_{\not\vdots 3} = \underbrace{2019k}_{\vdots 3}$ $(k \in N)$

нев. рав-во

тоже самое в 3. случае, произв. $\vdots 3$, а $17 \not\vdots 3 \Rightarrow$ нев. ра-во

остатки 0 и 1 и 2 и 0 у посл. чисел при дел. на 3 нам не подходят рассмотрим 1 и 2

$\left.\begin{array}{l} n \underset{3}{\equiv} 1 \\ n+1 \underset{3}{\equiv} 2 \end{array}\right\} \Rightarrow n(n+1) \underset{3}{\equiv} 2\cdot 1$

$n(n+1) \underset{3}{\equiv} 2 \Rightarrow n(n+1)+17 \underset{3}{\equiv} 4 \Rightarrow n(n+1)+17 \underset{3}{\equiv} 1$ $\not\vdots 3$

И этот вариант нам тоже не подошёл. Это может означать только одно: (n^2+n+17) никогда при $n \in N$ не будет делиться на 2019, т.к. (n^2+n+17) не делится на 3 при $n \in N$, а ~~2019~~ числа кратные 2019 - делятся

Ответ: мы доказали, ~~что~~ невозможность делимости (n^2+n+17) на 2019

Задача № 4

X кг - запасы Пончика

$(100-X)$ кг - запасы Сиропчика

a кг/д - прожорливость Понч.

b кг/д - прожорливость Сиропч.

• На поед. своих запасов ушло одинаковое время:

$$\frac{x}{a} = \frac{100-x}{b} \quad (1)$$

• Если бы запасы ~~Пончика~~ были как у Сиропчика, он бы справился за 45 дн:

$$\frac{100-x}{a} = 45 \quad (2)$$

• Если бы запасы Сиропчика были как у Пончика, он бы справился за 20 дн:

$$\frac{x}{b} = 20 \quad (3)$$

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \\ (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{100-x}{b} \\ 45a = 100-x \\ \frac{x}{b} = 20 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{100-x}{45} \\ b = \frac{x}{20} \\ \frac{x \cdot 45}{100-x} = \frac{(100-x)20}{x} \quad (4) \end{cases}$$

$$(4) \Rightarrow 45x^2 = 20(10000 - 200x + x^2)$$

$$\Downarrow$$

$$25x^2 + 4000x - 200000 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 + 160x - 8000 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 6400 + 8000 = (120)^2$$

$$\Leftarrow \left[\begin{array}{l} x = 40 \\ x = -200 \text{ - н.к. (т.к запасы отр. быть не могут)} \end{array} \right.$$

$x = 40$

$100 - x = 60$

$a = \frac{4}{3}$

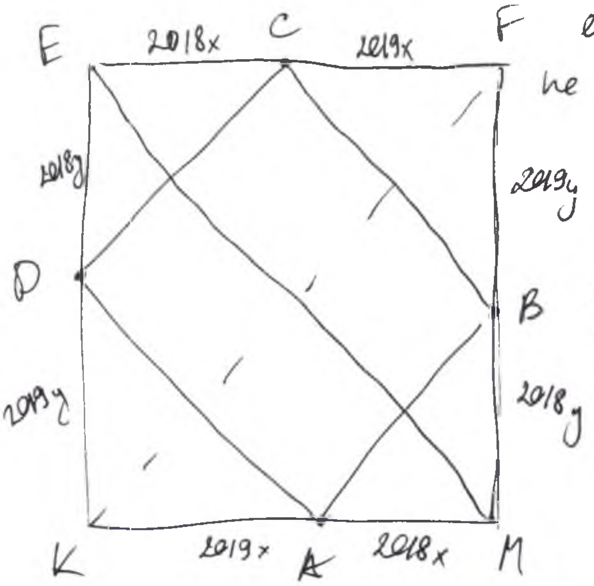
$b = 2$

(+)

Ответ: У Пончика: запасы 40кг
прожорливость $\frac{4}{3}$ кг/д

У Сиропчика: запасы 60кг
прожорливость 2 кг/д

Задача № 3



если второй будет плыть по этому параллелограмму (ABCD), то путь пройденный им будет равен пути второго. Давайте докажем это: 1. $\triangle CFB \sim \triangle EFM$

$$\frac{CF}{EF} = \frac{FB}{FM} \ (\angle CFB \text{ - общ.})$$

$$CB = \frac{EF}{CF} \cdot EM = \frac{2019}{4037} EM$$

2. $\triangle ABM \sim \triangle KFM$

$$\frac{AM}{KM} = \frac{MB}{MF} \ (\angle AMB \text{ - общ.})$$

$$AB = \frac{AM}{KM} \cdot KF = \frac{2018}{4037} KF = \frac{2018}{4037} EM$$

($KF = EM$, т.к. EFMK - прямоугольн.)

3. ~~Для~~ Для CD аналог. AB

$$CD = \frac{2018}{4037} EM$$

4. для AD аналог. CB

$$AD = \frac{2019}{4037} EM$$

$$AB + BC + CD + AD = \frac{8074}{4034} EM = 2EM = \text{пути I-го}$$

Теперь нам осталось доказать, что меньшего пути быть не может. Рассмотрим например свет. Все мы знаем что луч света отражается под тем же углом что и падает, а поэтому, чтобы пройти как можно меньшее расстояние и потратить как можно меньше энергии, он движется по пути наименьшего сопротивления. Вот и пловец в данном случае плыв по такой траектории повторяет путь луча, а значит этот путь имеет наим. длину и тогда п/п относ. будет равна 1.

эта аналогия требует строгого математич. обоснования

Ответ: нет, меньше нельзя, только столько, min относ. = 1

+

Задача – 5

$$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019$$

$$2019 = \sqrt{4076361} = \sqrt{2019+4074342} = \sqrt{2019+\sqrt{(4074342)^2}} = \ldots$$

если мы будем продолжать преобразов. то поймем, что с каждым шагом порядок последнего подкоренного числа увел. на 3, это значит что 2019 через 2019 почему? шагов никак не получится, а будет число много больше, значит неравенство верно.

Внятного обоснования нет.

Ответ: да, нер-во верно

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ЕГ 90-46

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ ЛАРЕВ

ИМЯ НИКИТА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 25.09.2005

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Лар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) Головастики пушистой дискоглоссы – ГТА
Головастики саблезубой лягушки – ГСЛ

ГТА – 5 ног, 1 хвост

ГСЛ – 4 ноги, несколько хвостов.

Количество ГТА < 20 т.к. 20·5 уже 100 ног.

Если их будет 19, то 19·5 = 95, а остаток 100 − 95 = 5 ног не делится нацело на 4, значит количество ГТА: 16 или 12 или 8 или 4.

Проверяем 1 случай: кол-во ГТА 16.

Тогда 16·5 = 80 ног, 20 ног у всех ГСЛ => кол-во ГСЛ = $\frac{20}{4}$ = 5 ГСЛ, но 16·1 = 16 хвостов

64 − 16 = 48 хвостов у ГСЛ. 48 ⋮̸ 5 => ГТА не 16.

2 случай: ГТА 12

+

Тогда 12·5 = 60 ног, 40 ног у всех ГСЛ => кол-во ГСЛ = $\frac{40}{4}$ = 10 ГСЛ, но 12·1 = 12 хвостов

64 − 12 = 52 хвоста у ГСЛ, 52 ⋮̸ 10 => ГТА не 12.

3 случай: ГТА 8

Тогда 8·5 = 40 ног, 60 ног у всех ГСЛ => кол-во ГСЛ = $\frac{60}{4}$ = 15 ГСЛ, но 8·1 = 8 хвостов

64 − 8 = 56 хвостов у ГСЛ. 56 ⋮̸ 15 => ГТА не 8

4 случай: ГТА 4

Тогда 4·5 = 20 ног, 80 ног у всех ГСЛ => кол-во ГСЛ = $\frac{80}{4}$ = 20 ГСЛ, тогда 4·1 = 4 хвостов

64 − 4 = 60 хвостов у ГСЛ 60 : 20 = 3 хвоста.

Ответ 3 хвоста.

2) $n^2 + n + 2$ ⋮ или ⋮̸ на 2019

n может быть или четным (Ч) или НЕЧЕТНЫМ (Н)

1 случай:

n – четное

n^2 – Ч·Ч = Ч   Ч + Ч + Ч = Ч, а 2019 нечетное => не может

n – четное

2 – четное

2 случай
n - нечетное
$n^2 = H \cdot H = H$
$n = H$
$2 = Ч$

$H + H + Ч = Ч$ $\Rightarrow$, а 2019 нечетное $\Rightarrow$ нет не может

Ответ нет не может

3) Прямоугольник 9 x 11 см

200 точек

Всего отсеков $11 \cdot 9 = 99$ см^2 ~~отсеков~~, один отсек 1 см^2 $\Rightarrow$ 99 отсеков всего.

Метод Дирихле:

В каждый отсек может поместиться по два и останется еще (200 - 198 = 2) 2 точки и т.к. в каждом отсеке по две точки, эти две точки, которые остались добавят +1 в два отсека и будет 3.

4) Android по 7 отправил по 15 получил (A)
iOS по 15 отправил по 9 получил (i)

~~лю~~ работники Android	9	81	135
сообщения	63	567	945
работники iOS	15	135	225
сообщения	225	2025	

$$\begin{array}{r} \times 225 \\ 15 \\ \hline 1125 \\ 2250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

Отталкиваться буду от 9 (Android) и 15 (iOS) человек: $9 \cdot 7 = 63$ сообщения $15 \cdot 15 = 225$ сообщений в начале. Кол-во сообщений A должно делиться на 15, а i на 9 $15 \cdot 9 = 135$ если подставить это число работников к iOS, то $135 \cdot 15 = 2025$ у Android тогда будет $9 \cdot 9 = 81$ работников и $63 \cdot 9 = 567$, а 567 не делится на 15. Тогда наоборот 135 подставить к Android, то ~~135~~ $\times 63 \cdot 15 = 945$ у iOS тогда будет 225 работников и 3375 сообщений и это делится на 9.

Ответ больше работников iOS.

$$\begin{array}{r} \times 135 \\ 15 \\ \hline 675 \\ 1350 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 15 \\ \hline 315 \\ 630 \\ \hline 945 \end{array}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5.

Всего : 6 золотников

1 часть : 3 золотника

2 часть : 2 золотника

Не обязат целая погрешность

Нужно узнать погрешность для этого нужно уравнять две части к общему целому. Если ~~прибав~~ убавить один 6 - 1 = 5, 3 - 1 = 2, 2 - 1 = 1, тогда 5 ≠ 2 + 1. А если прибавить один. 6 + 1 = 7, 3 + 1 = 4, 2 + 1 = 3, тогда 7 = 4 + 3

Ответ точный вес 1 часть - 4 золотника, 2 часть - 3 золотника

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ г. Красноярск

Место проведения

0498-94

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Литау

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 26.12.2003

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 1 листах

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! 0458-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

ГТД - имеет 5 ног и 1 хвост
ГСЛ - имеет 4 ноги и X хвостов

Всего 100 ног и 64 хвоста

Пусть ГТД выловили a штук, а ГСЛ b штук, тогда:

$5a+4b=100$

$1\cdot a+x\cdot b=64$

Рассмотрим первое уравнение

$5a=\underbrace{100-4b}_{:5}$ и $4b=\underbrace{100-5a}_{:4}$

Минимальная b=0, максимальная b=25 т.к. при 30 $30\cdot4=120$, а $120>100$ - не может быть

b=0, 5, 10, 15, 20, 25

a=20, 16, 12, 8, 4, 0 — получим при подстановке b в уравнение

Из перечисленных пар нам подходит только одна (b=20, a=4)

$1\cdot\cancel{4}+X\cdot20=64$

$4+X\cdot20=64$

$\Downarrow$

X=3 хвоста имеет каждая ГСЛ.

Ответ: 3 хвоста

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0458-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пончик Сиропчик Производительность =proизводительность

$A = \frac{S}{t}$ [кг/дней]

1) $\frac{x}{z} = \frac{100-x}{y}$

x - кол-во варенья

y, z - время

2) $\frac{100-x}{z} = 45$ $\frac{x}{y} = 20$

Выразим из 2 уравнений z и y для того, чтобы подставить эти значения в первое уравнение

$z = \frac{100-x}{45}$ $y = \frac{x}{20}$

$$\frac{x}{\frac{100-x}{45}} = \frac{100-x}{\frac{x}{20}}$$

$$\frac{x \cdot 45}{100-x} = \frac{(100-x)\cdot 20}{x}$$

$x \neq 100$

$x \neq 0$

$45x^2 = (100-x)\cdot 20\cdot(100-x)$

$45x^2 = (2000-20x)(100-x)$

$45x^2 = 200000 - 2000x - 2000x + 20x^2$

$45x^2 - 200000 + 4000x - 20x^2 = 0$

$25x^2 - 200000 + 4000x = 0 \quad |:25$

$x^2 - 8000 + 160x = 0$

$D = b^2 - 4ac = (160)^2 - 4\cdot 1\cdot(-8000) = 57600$, $\sqrt{57600} = 240$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-160 \pm 240}{2}$ $x_1 = -200$ $x_2 = 40$

не подходит

$100 - 40 = 60$ кг (С) $A = \frac{40}{20} = 2$ кг/дней

(П) $A = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$ кг/дней

Ответ: 40 кг и 60 кг

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$n^2+n+8 \vdots 2019$

Число 2019 делится на 3 без остатка ⇒ Чтобы n^2+n+8 делилось на 2019, оно должно без остатка делиться на 3

При делении на 3 возможны следующие остатки 0, 1, 2

Рассмотрим n^2+n+8 +

$(3k+0)^2=n$ ост 0

$(3k+1)^2=n$ ост 1

$(3k+2)^2=n$ ост 1

8 при делении на 3 дает остаток 1.

$\underbrace{n^2+n}_{\text{ост } 0 \text{ или } 1}+8=\underbrace{2019\cdot k}_{\text{ост } 0}$

Рассмотрим варианты:

1) $3k+0: 0+0+1=1\neq 0$

2) $3k+1: 1+1+1=3\neq 0$

3) $3k+2: 1+1+1=3\neq 0$

⇓

Т.к часть n^2+n+8 не делится на 3 без остатка, а 2019 делится на 3, то число n^2+n+8 не может делится на 2019.

Ответ: Нет, не может

№5

$S(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$, $x\in N$

Рассмотрим данное уравнение. Возьмем самое маленькое число 1.

$S(1)=\frac{1}{1}=1$, но по условию нам нужно $x>1$

$S(2)=\frac{1}{2}^{6}+\frac{1}{3}^{4}+\frac{1}{4}^{3}=\frac{13}{12}$ $\quad S(2)>S(1)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17191

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0098-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

Докажем, что если будет $x \geq 2$, то это будет ~~больше~~ меньше $\frac{13}{12}$ а следовательно и 1.

~~$S(3) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$~~

$S(3) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$

$S(4) = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{35}{60}$

Мы можем увидеть, что значения уменьшаются => при увеличении x значения уменьшаются и не равны 1

+

ч.т.д

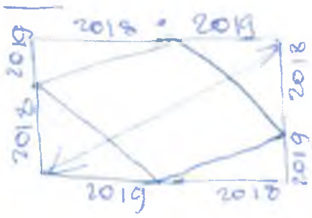
Уравнение не имеет решений в натуральных числах, кроме 1, но единица по условию не подходит, а значит таких решений нет

Ответ: решений нет.

N3

—

вывод неверен



Для того, чтобы путь первого плавца оказался длиннее, чем путь второго плавца, нужно, чтобы 2 пловец проплыл хотя бы половину своего пути за время, когда первый плывет до противоположного угла. Диагональ прямоугольника меньше, чем периметр этого же прямоугольника => у второго не получится сделать так, чтобы его путь оказался меньше, т.к. П > 2 диагонали, если он будет плыть по периметру. Ему нужно плыть по периметру получившегося ромба. Тогда он сможет сделать так, чтобы его путь был короче. При значении 1:3

Ответ: да, может

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	МБОУ „СОШ №19"
№ группы	Место проведения

AN 43-98

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Лукин

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 17.05.2003 **Класс:** 9А

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Лукин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть x — кол-во трехсотой дискомоссы,
y — кол-во саблезубой мышиши,
n — кол-во хвостов саблезубой мышиши, тогда

~~$5x+5y$~~ $\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+ny=64 \quad |\cdot 5 \end{cases}$

$n>1$, т.к по условию саблезубая мышиша имеет несколько хвостов

$-\begin{cases} 5x+4y=100 \\ 5x+5ny=320 \end{cases}$

$5ny-4y=220$

$y(5n-4)=220$

$y=\frac{220}{5n-4}$ — целое число, т.к не целое количество саблезубой мышиши быть не может

$220\vdots$ на $1,2,4,5,10,11,20,22,44,55,110,220$.

Пусть $\frac{220}{5n-4}=t$, где t — один из множителей, тогда:

$220=5nt-4t$.

$5nt=220+4t$.

$n<64$, т.к ~~$5x$~~ $x+64y>64$ (т.к $x>0$).

$5nt\vdots5 \Rightarrow 220+4t\vdots5 \Rightarrow$

$220\vdots5 \Rightarrow 4t$ должно делится на 5 $\Rightarrow$

$t\vdots5$.

t может принимать значения: $5,10,20,55$.

$\frac{220}{5n-4}=5$ | $\frac{220}{5n-4}=10$ | $\frac{220}{5n-4}=20$ | $\frac{220}{5n-4}=55$

$220=25n-20$ | $220=50n-40$ | $220=100n-80$ | $220=275n-220$

$25n=240$ | $50n=260$ | $100n=300$ | $275n=440$

n - не целое | n - не целое | $n=3$ | n - не целое

Подставим n в систему и решим ее.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+3y=64 \quad |\cdot 5 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 5x+4y=100 \\ 5x+15y=320 \end{cases}$$

$11y=220$

$y=20$

$x=64-3\cdot 20$

$x=4$

Ответ: Каждый головастый саблезубый мяушник имеет 3 хвоста

+

№4.

	v $\frac{кг}{день}$	t, дней	m, кг
Пончик	$\frac{100-x}{45}$	$\frac{45x}{100-x}$	x
Сирончик	$\frac{x}{20}$	$\frac{(100-x)20}{x}$	$100-x$
Пончик	$\frac{100-x}{45}$	45	$100-x$
Сирончик	$\frac{x}{20}$	20	x

$$\frac{45x}{100-x}=\frac{(100-x)20}{x}$$

$45x^2=20x^2-4000x+200000$

$25x^2+4000x-200\,000=0$

$x^2+160x-8000=0$

$D=160^2-4\cdot1\cdot(-8000)=57600$

$x_1=\frac{-160-240}{2}=-200$ – не подходит по условию (масса всегда положительна)

$x_2=\frac{-160+240}{2}=40$

$m_б П=40$ кг $\qquad v_П=\frac{100-40}{45}=1\frac{1}{3}\ \frac{кг}{день}$

$m_б С=60$ кг $\qquad v_С=\frac{x}{20}=\frac{40}{20}=2\ \frac{кг}{день}$

+

Ответ: $m_бП=40$ кг, $m_бС=60$ кг, $v_П=1\frac{1}{3}\ \frac{кг}{день}$, $v_С=2\ \frac{кг}{день}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AN 43-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

n^2+n+8.

Представим число, которое $\vdots\, 2019$ в виде $2019k$.

Тогда если $n^2+n+8 \,\vdots\, 2019$, то

$n^2+n+8=2019k$

$n^2+n+8=3\cdot 673k \Rightarrow 3\cdot 673k \,\vdots\, 3$, а значит и n^2+n+8 должно $\vdots\, 3$.

+

$n^2+n+8 = n(n+1)+8$.

n и $n+1$ — последовательные числа, их можно представить в виде:

— $3m$ и $3m+1$, тогда

$3m(3m+1)+8=\underbrace{9m^2+3m}_{\vdots\, 3}+\underbrace{8}_{\not\vdots\, 3} \Rightarrow$ все выражение не делится на 3;

— $3m+1$ и $3m+2$, тогда

$(3m+1)(3m+2)+8=\underbrace{9m^2+6m+3m}_{\vdots\, 3}+\underbrace{2+8}_{\not\vdots\, 3} \Rightarrow$

все выражение не делится на 3.

— $3m+2$ и $3(m+1)$, тогда

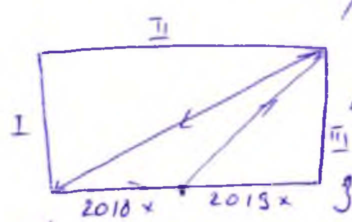
$3(3m+2)(m+1)+8=\underbrace{9m^2+9m+6m+6}_{\vdots\, 3}+\underbrace{8}_{\not\vdots\, 3} \Rightarrow$

все выражение не делится на 3

Т.к. n^2+n+8 ~~никогда не~~ $\not\vdots\, 3$, а $2019 \,\vdots\, 3$,

то n^2+n+8 при любом n $\not\vdots\, 2019$ ■

№3



Если 2-ой попадет до угла противоположной стороны (угол между II и III) он станет касаться сразу сторону II и III. Затем шар по диагонали коснется —

стороны I и попадает на старт. Расстояние ~~от~~ одной диагонали 1 и диагонали 2 равны, но траектория 2 образует треугольник, а 2 стороны $\triangle$ всегда больше 3 ⇒ S - больше

Ответ: не может.

можно короче

Лист 03 из 04

№5

При $x=1$, уравнение принимает вид

$\frac{1}{x}=1 \Rightarrow \frac{1}{1}=1 \Rightarrow 1=1$

При $x=2$:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{13}{12}>1$

При $x=3$:

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{9}=\frac{3349}{2520}>1$

Далее данное число будет увеличиваться $\Rightarrow$ отдаляться от 1 на числовой прямой.

не доказано

Ответ: не имеет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ - Москва

Место проведения

RR 13-24

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Лучинин

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 09.05.2001

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: А Луч

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RR 13-24

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть a - кол-во мальчиков на 1ом курсе, b - кол-во людей на 1ом курсе, c - кол-во мальчиков на факультете, d - кол-во людей на факультете, тогда:

$100\% \cdot \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \cdot 100\% \Leftrightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ $\quad |\cdot bd > 0 \Leftrightarrow ad > bc$ $\quad |:cd$

$(b \neq 0, d \neq 0)$

($c > 0$, т.к. кол-во мальч. на первом курсе больше 0, значит и $c > 0$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$, $\Leftrightarrow \frac{a}{c} \cdot 100\% > \frac{b}{d} \cdot 100\%$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

№2

$x^2 - [x] = 2019$

Уравнение имеет max 2 корня, т.к. max степ. при x равна 2.

Заметим, что x^2 - целое число, т.к $[x]$ и 2019 - целые

$x_1 = \sqrt{2064}$ ~~$45 < x_1 < 46$~~ $2025 < 2064 < 2116 \Rightarrow 45 < \sqrt{2064} < 46 \Leftrightarrow$ почему?

$45 < x_1 < 46$. Значит $2064 - 45 = 2019$, подходит.

$x_2 = -\sqrt{1974}$ $\quad 1936 < 1974 < 2025 \Rightarrow -44 > -\sqrt{1974} > -45 \Leftrightarrow$

$-44 > x_2 > -45$ $\quad 1974 - (-45) = 2019$, подходит

Ответ: $x = -\sqrt{2064}, -\sqrt{1974}$!

нечеткое обоснов-е

±

№4

Пусть a т - кол-во тонн, кот. добывает 1ая бригада за 1 месяц, b т - 2ая, c т - 3ья, d т - 4ая (все за месяц), тогда

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$4a+b+2c+5d=10$
$2a+3b+2c+d=7$
$5a+2b+c+4d=14$

1) $11a+6b+5c+10d=31$ (сумма всех выраж.)

2) $2a+3b+2c+d=7 \Leftrightarrow 4a+6b+4c+2d=14 \Rightarrow$
$4a+6b+4c+2d=5a+2b+c+4d \Leftrightarrow a-4b-3c+2d=0 \Leftrightarrow$
$a+2d=4b+3c$

3) $6a+4b+4c+6d=17$ (сумма 1ого и 2ого условия)
$\Leftrightarrow 6(a+d)+4(b+c)=17$

4) $11a+6b+5c+10d=31 \Leftrightarrow 12(a+d)+2(b+c)=31$ (из 2))

5) $12(a+d)+8(b+c)=34$ (из 3)), то $6(b+c)=3 \rightarrow$ (из 4))
$b+c=0{,}5$

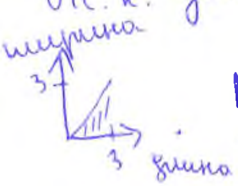
6) $3(a+d)+2(b+c)=8{,}5$ (из 3)), то $9(a+d)=22{,}5 \rightarrow$ (из 4))
$a+d=2{,}5$

7) $4(a+b+c+d)=12$ тонн

(+)

Ответ: 12 тонн угля.

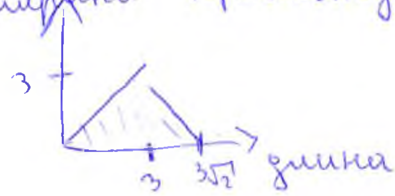
№3.
Т.к. длина $\geq$ ширина, то подходят точки, располож. ~~выше~~ ниже $y=x$



Max длина $< 3\sqrt{2}$ (диагональ). Заметим, что

$y+2x=3\sqrt{2}$ (равнобедр.), то подходят точки ниже графика $y=3\sqrt{2}-x$ на промежутке $3\leq x\leq 3\sqrt{2}$

Получилось



(∓) частный случай

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ЕГ 90-41

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17871

ФАМИЛИЯ Миронов

ИМЯ Григорий

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 03.11.2005

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 $(n^2+n+2) \vdots 2019$

~~$n^2+n+2 = n^2+2n-n+2 = n(n-1)+2(n+1) \dots (n-1)+2(n+1)$~~

$n^2+n+2 = n+2n-n+2 = n(1+2)+1(-n+2) = 3n-n+2 = 2n+2 =$
$= 2(n+1) \vdots 2019$

Чтобы число $\vdots$ 2019, нужно, чтобы один из множ. $\vdots$ 2019, мин. - 2019, тогда n = 1008,5, но n - натуральное => мин. - 4038, тогда n = 2018

Ответ: да ~~может~~, если n = 2018.

№3 В задаче сказано, что Винтик отметил 200 точек на прямоугольнике 9 × 11 см. Шпунтик начертил квадрати 1 см², при том, что не одна точка не лежит на линии.
Значит Винтик ~~нача~~ отметил 200 точек на 9 × 11 = 99 квадратов => в 1 квадрате ~~как~~ не менее 2-ух точек, т.к. 200 : 99 =
= 2 (ост. 2) => на 1-ом кв > 2-ух точек. ч.т.д.

I

не обязат. условие

№5 Если весы показывали на 1 золотник больше, то всего = 5 зол. у Кощея = 1 зол. а у Яги = 2 зол. но
2 + 1 ≠ 5, значит весы показывали не на 1 золотник больше.
Если весы показывали на 2 золотника больше, то всего = 4 зол. у Кощея = 0 зол. а у Яги = 1 зол. но
1 + 0 ≠ 4, значит весы показывали не больше, а меньше.
Если весы показывали на 1 золотник меньше, то всего = 7 зол. у Кощея = 3 зол. а у Яги = 4 зол. Значит
4 зол. + 3 зол. = 7 зол., значит весы показывали на 1 золотник меньше. Тогда у Кощея 3 золотника а у Яги = 4 золотника.
Ответ: у Кощея 3 зол. а у Яги 4 зол.

±

№4
Найдём общее кол-во отправленных сообщений, тоесть НОК (15; 9; 7) = 315 (шт) - сообщений. Так как в Android, каждый получил по 15, значит в Android $\frac{315}{15} = 21$ сотрудник (разработчик)
Так как в iOS, каждый получил по 9, значит в iOS $\frac{315}{9} = 35$ сотрудников (разработчиков).
$21 < 35 \Rightarrow$ Android < iOS
Ответ: в iOS работает больше сотрудников (разработчиков)

№1 Пусть сотрудник парка взял 1 лягушку, тогда $100 - 4 = 96 : 5 =$ = НЕЦЕЛ. ЧИСЛО.
Чтобы 100 - (кол-во лягуш) ⋮ 5, нужно чтобы лягушек было 0; 5; 10; 15; 20 или 25.
Если он взял 0 лягуш., тогда он взял 20 диск. $20 \cdot 1 \neq 64$.
Если он взял 5 лягуш, тогда он взял 16 диск. $(64-16):5 \neq$ цел. число
Если он взял 10 лягуш, тогда он взял 12 диск. $(64-12):10 \neq$ цел. число
Если он взял 15 лягуш, тогда он взял 8 диск $(64-8):15 \neq$ цел. число
Если он взял 20 лягуш. тогда он взял 4 диск. $(64-4):20 = 3$, значит у ~~диск~~ лягуш. 3 хвоста.
Ответ: у головастиков саблезубой лягушки 3 хвоста.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ	1Z 48-25
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ МИРОШНИЧЕНКО

ИМЯ ИВАН

ОТЧЕСТВО МАКСИМОВИЧ

Дата рождения 12.08.06 **Класс:** 6

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мир

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 12 48-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Ответ: сумма нечётных чисел от 1 до 2019 больше чем сумма чётных чисел от 2 до 2018.

Решение: В этом номере решение можно получить с помощью перебора. Нужно подставить числа: от 1 до 11, от 2 до 10. из этого не следует ответ

~~1; 3; 5; 6;~~

$$\boxed{\begin{gathered}1;3;5;7;9;11 = 36\\ 2;4;6;8;10 = 30\end{gathered}}$$

∓

№3

~~Решение:~~

Ответ: если разделить прямоугольник с 20 отверстиями на 4 части то (не зависимо от их расположения) хотябы, одна будет часть в которой есть 3 или более отверстий.

Решение: Если разделить 20 на 9 части получится 2,222, но так как ~~части~~ в одной части может быть только целые отверстия ~~то в одной одной отверстие будет~~ в одной части будет 3 отверстия. не строго

±

Лист 01 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 12 48:25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Ответ: в отделе Android сотрудников больше.

Решение: Если в 2 отделах было равное кол. людей, то информация была бы такая: Каждый сотрудник iOS печатал по 15 смс ~~Andr~~ к сотруднику Android, тот в свою очередь, отсылал обратно по 9 сообщений.

Но так как сотрудник Android ~~принимает~~ посылает 7 смс, а iOS получает 9, значит для сотрудника iOS посылают 2 сотрудника Android. Эта схема работает при всех вариантах. То есть если сотрудник Android ~~посылает~~ посылает 5 ~~ев~~ смс к сотруднику Android, а 2 смс к сотруднику iOS, то всё равно для сотрудника iOS должны ~~на про~~ будут посылать 2 человека.

?

?

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 12 48-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Решение: В этой задаче есть 2 способа решения.

1. ~~способ~~ решения

Если Баба Яга убирала порошок до 3 золотника, а осталось 2 золотника, значит ~~Баба~~ обманули изначальную массу.

Ответ: Весы должны были показать 5 золотников.

±

не следует из предыдущего

2. ~~Способ~~ решение.

Если изначально вес был 6 золотников, а осталось 2 золотника, значит ~~Весы~~ весы врут, и из 4 золотников делают 3

№1

~~Ответ~~

~~Нужная формула~~

Нужная формула под цифрой 1

— это это значит??

—

$x \nabla x = -2019$

$|x^2| = -2019$

Ответ: $|x^2| = -2019$

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ГК СЕТ

Место проведения

K089-64

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ МОРОЗОВА

ИМЯ СВЕТЛАНА

ОТЧЕСТВО МАКСИМОВНА

Дата рождения 16.06.2005

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3

$S_{прям.} = 9 \times 11 см = 99 см^2$ => ~~прям~~ прям-ик содержит 99 кв. со стороной 1 см.

200 : 99 = 2 (ост. 2) => обязательно найдётся отсек, где будет 3 или более точек

+

Задача №5

Обозначим x, как кол-во золотников, которое прибавляет весы.

Примечание: если x - отриц. число, то весы показывают меньший, чем настоящий, вес.

Составим уравнение и решим его:

$(2+x)+(3+x) = 6+x$

+

$5+2x = 6+x$

$2x - x = 6-5$

$x = 1$ (золотник)

Тогда:

I часть весит: 3+x = 3+1 = 4 золотника

II часть = 2+x = 2+1 = 3 золотника.

Ответ: 4 золотника, 3 золотника.

Задача №1

Всего головастиков от (100:5=20) 20 до (100:4=25) 25 шт. Найдём кол-во головаст. двух видов так, чтобы общее кол-во ног совпадало

1. Если всего 20 головаст. => у каждого по 5 ног и всего 20 хв. !!! с усл.

2. Если 21 головаст. => 16 шт. по 5 ног и 5 - по 4. => хвостов для 4-ёх ланых остаётся 64-16 = 48

48 ⋮̸ 5 => 21 г. не подходит, т.к. у каждого целое кол-во хвостов.

3. Если 22г. => 12шт. по 5лап и 10 по 4 лапы => хвостов для 4-ехлапых остаётся 64 − 12 = 52.

52 ⁄ 10 => 22г. не подходит (объяснение аналогично п.2)

4. Если 23г. => 8шт по 5лап и 15 − по 4 => хв. для 4-ёхлапых остается 64 − 8 = 56

56 ⁄ 15 => 23г. не подходит (объяснение аналогично п.2 (п.3))

5. Если 24г. => 4шт по 5лап и 20 − по 4 => хвостов для 4-ёхлапых остаётся 64 − 4 = 60 ~~шт~~

60 : 20 => 24г. подходит => у каждого головастика сабмесдубой лягушки − ~~80~~ 60 : 20 = 3 хвоста.

6. Если 25г => 25шт. по 4лапы => 64хв − для 4-ёхлапых :

64 ⁄ 25 => 25г. − не подходит (объясн. аналог. п.2 (п.3 и п.4))

Ответ: 3 хвоста.

+

Задача №4

Составим таблицу, где x − кол-во работников Android-отдела, а y − кол-во работников iOS-отдела;

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

	Отправили	Получали
Android	$x \cdot 7$	$x \cdot 15$
iOS	$y \cdot 15$	$y \cdot 9$

Так как отправляли сообщ. только между работниками своего и чужого отдела $\Rightarrow$ сумма полученных сообщений = сумме отправленных. Составим и решим уравнение:

$7x + 15y = 15x + 9y$

$15y - 9y = 15x - 7x$

$6y = 8x$

$\Downarrow$

$y > x$

$\Downarrow$

В отделе iOS работает больше человек

Ответ: в отделе iOS.

⊕

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Город Калининград

Место проведения

ОГ 84-31

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ МОСКАЛЕНКО

ИМЯ ТИМОФЕЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 24.03.2004

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Тmg

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

$2019 = 673 \cdot 3 \Rightarrow n^2+n+8$ должно $\vdots\, 3$

Рассмотрим 3 случая:

1) $n \vdots 3$;

$$\left.\begin{aligned} n^2 &\equiv 0 \pmod 3 \\ n &\equiv 0 \pmod 3 \\ 8 &\equiv 2 \pmod 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow n^2+n+8 \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow \not\vdots\, 3$$ получаем противоречие

(+)

2) $n \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow n^2 \equiv 1^2 \equiv 1 \pmod 3$ (малая теор. Ферма)

$8 \equiv 2 \pmod 3$

$n^2+n+8 \equiv 1+1+2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \not\vdots\, 3$

3) $n \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow n^2 \equiv 2^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod 3$

$8 \equiv 2 \pmod 3$

$n^2+n+8 \equiv 1+2+2 \equiv 5 \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow \not\vdots\, 3$

Тем самым мы выяснили, что при любом n выражение n^2+n+8 не будет делиться на 3, а значит и на 2019

№4

	v, кг/д	t, д	m, кг
П	x	T	xT
С	y	T	yT
П	x	45	yT
С	y	20	xT

$xT + yT = 100$

x – прожорливость Пончика

y – прожорливость Сиропчика

T – Время поедания своих запасов.

$$\frac{yT}{x} = 45 \ (1) \text{ и } \frac{xT}{y} = 20 \ (2) \text{ и } xT + yT = 100 \ (3)$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

перемножим (1) и (2)

$T^2 = 45 \cdot 20$

$T = \pm 30$

$T = 30$ (т.к. время не может быть < 0)

подставим в (1) и (3)

$\begin{cases} \frac{y}{x} \cdot 30 = 45 \\ x + y = \frac{10}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x = 2y \\ x+y = \frac{10}{3} \quad | \cdot 3 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x = 2y \\ 3x + 3y = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$

$xT = \frac{4}{3} \cdot 30 = 40$

$yT = 2 \cdot 30 = 60$

Ответ: Пончик – $1\frac{1}{3}$ кг/д ; 40 кг

Сиропчик 2 кг/д ; 60 кг

+

№1

n – ноги

x – хвосты y – количество хвостов у саблезубой лягушки

a – количество пойманных трехасовой (?) диксоглоссы

в – количество пойманных соблезубой лягушки

$a(5n + 1 \cdot x) + в(4n + y \cdot x) = 100n + 64x$

$5a \cdot n + 4в \cdot n + a \cdot x + вy \cdot x = 100n + 64x$

$\begin{cases} 5a \cdot n + 4в \cdot n = 100n \\ a \cdot x + в \cdot y \cdot x = 64x \end{cases}$ $\begin{cases} 5a + 4в = 100 \ (1) \\ a + y \cdot в = 64 \quad | \cdot 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 5a + 4в = 100 \\ 5a + 5yв = 64 \cdot 5 \end{cases} \Big| -$

$(5y - 4)в = 320 - 100$

$(5y-4)в = 220$

$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ОГ 84-31

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Из уравнения 1 заметим, что $4b < 100$

$b < 25$ (т.к $a>0$, $b>0$)

Так как $220 \vdots b$

$$\left[\begin{array}{ll} b=22; & 5y-4=10 \Leftrightarrow 5y=14 - \text{неверно (т.к } y \in N) \\ b=20; & 5y-4=11 \Leftrightarrow 5y=15;\ y=3 \\ b=11; & 5y-4=20 \Leftrightarrow 5y=24 - \text{неверно} \\ b=10; & 5y-4=22 \Leftrightarrow 5y=26 - \text{неверно} \\ b=5; & 5y-4=44 \Leftrightarrow 5y=48 - \text{неверно} \\ b=4; & 5y-4=55 \Leftrightarrow 5y=59 - \text{неверно} \\ b=2; & 5y-4=110 \Leftrightarrow 5y=114 - \text{неверно} \\ b=1; & 5y-4=220 \Leftrightarrow 5y=224 - \text{неверно} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} a+y\cdot b=64 \\ y=3 \\ b=20 \end{cases} \qquad a=64-60=4$$

⊕

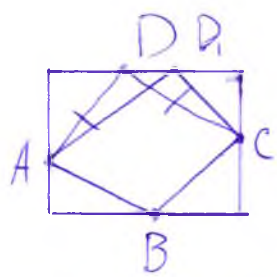
(1): $5a+4b=100$

$5\cdot4+4\cdot20=100$

верно $\Rightarrow y=3$

Ответ: 3

№3



Предположим, что у нас даны 3 фикс. точки при которых P-минимальный (A, B, C)

Предположим, что точка D, такая, что $AD=DC$ - делает P-минимальным.

Сдвинем точку D в точку D_1, так что $DD_1 \approx 0$

Лист 03 из 05

По неравенству тр-ка

$DC + DD_1 > D_1C$

$AD + DD_1 > AD_1$

$AD + DC + 2DD_1 > D_1C + AD_1$

$AD + DC > D_1C + AD_1 \Rightarrow$ ~~D~~ – середина стороны прямоугольника

~~⇒ ABCD – ремб~~

~~$AD = \sqrt{\left(\frac{2018x}{2019}\right)^2 + \left(\frac{2019y}{2018}\right)^2}$~~

рассм. частн. случай (3 п фикир)

x – одна сторона

y – другая

$P_2 = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2018x}{2019}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2019x}{2018}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2}$

Сравнение не доведено до конца

$P_1 = 2\sqrt{x^2 + y^2}$

$\ominus$

$\sqrt{x^2+y^2} \quad \sqrt{\left(\frac{2018}{2019}\right)^2 x^2 + \frac{y^2}{4}} + \sqrt{\left(\frac{2019}{2018}\right)^2 y^2 + \frac{y^2}{4}}$

$x^2 + y^2 \quad \left(\left(\frac{2018}{2019}\right)^2 + \left(\frac{2019}{2018}\right)^2\right)x^2 + \frac{y^2}{2} + 2\sqrt{x^4 + \frac{y^4}{16} + \left(\frac{2019^2}{2018^2} + \frac{2018^2}{2019^2}\right)\frac{x^2y^2}{4}}$

Ответ: не может; $\sqrt{x^2+y^2}$ ___ $\sqrt{\left(\frac{2019}{4037}\right)^2 x^2 + \frac{2018^2}{4037^2}y^2} + \sqrt{\frac{2018^2}{4037^2}x^2 + \frac{2019^2}{4037^2}y^2}$

№ 5

Ответ: нет

Решение:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\cancel{\frac{1}{x^2-x^2}}+\cancel{\frac{x}{x^2-x^2}}$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}+\frac{1}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}+\ldots\frac{1}{(x-\sqrt{x^2-x-1})(x+\sqrt{x^2-x-1})}+$$

$$+\frac{1}{(x-\sqrt{x^2-x})(x+\sqrt{x^2-x})}=1$$

По середине будет число $\frac{1}{n}$, где n - взаимо просто с каждым знаменателем кроме себя. $x^2>n\geq\frac{x^2+x}{2}$

почему? надо обосновать

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2-1}+\ldots+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n-1}+\ldots+\frac{1}{x}=\frac{n-1}{n}$$

Приведя левую часть к общему знаменателю в нём не будет множителя n и справа и слева в числителе и знаменателе будут целые числа ⇒ равенство не выполнится (n точно найдётся т.к. $x>1$)

при $x=2$ $n=3$

при $x=3$ $n=7$

при $x=7$ $n=31$. дальше простых чисел будет становиться больше

$\mp$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения

XK 91-51

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ МОЧАЛОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 04.07.2001

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мог

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Пусть мальчиков на первом курсе – n, мальчиков на всём факультете – m, студентов первого курса – x, всего студентов на факультете – y.

Тогда по условию $\frac{n}{x} > \frac{m}{y}$. Нужно сравнить $\frac{n}{m}$ и $\frac{x}{y}$.

~~Если~~ $n, m, x, y > 0$ $\quad \frac{n}{m} \vee \frac{x}{y}$; $\quad \cancel{\frac{n}{xm} \vee \frac{1}{y}}$

$\frac{n}{x} > \frac{m}{y}$; $\quad \frac{n}{xm} > \frac{1}{y}$; $\quad \frac{n}{m} > \frac{x}{y}$ => первокурсников, среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета

+

2. $x^2 - [x] = 2019$

$x = [x] + \{x\}$

Рассмотрим случай, когда $\{x\} = 0$ ~~и $\{x\}$ почти равно 1.~~

1) $x^2 - x - 2019 = 0$ $\qquad$ ~~2) $x^2 - ($~~

$D = 1 + 4 \cdot 2019 = 8077$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{8077}}{2}$

x – нецелый => $\{x\} \neq 0$

$[x] = x - \{x\}$

$x^2 + (x - \{x\}) = 2019$

$x^2 - x + \{x\} - 2019 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 2019 - 4\{x\} = 8077 - 4\{x\}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{8077 - 4\{x\}}}{2}$, $\quad x_1 = \frac{1 + \sqrt{8077 - 4\{x\}}}{2}$, $\quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{8077 - 4\{x\}}}{2}$

$0 < \{x\} < 1$ => $\sqrt{8073} < \sqrt{8077 - 4\{x\}} < \sqrt{8077}$

$89^2 = 7921$, $90^2 = 8100$ => $89 < \sqrt{8077 - 4\{x\}} < 90$

Тогда $45 < x_1 < 45{,}5$, $\quad -44{,}5 < x_2 < -44$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ХК 91-51

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит $[x_1]=45$, $[x_2]=-45$

$x_1^2-45=2019$

$x_1^2=2064$

$x_1=\pm\sqrt{2064}$, но т.к. $[x_1]=45$, то $x_1=-\sqrt{2064}$ - не подходит

$x_2^2+45=2019$

$x_2^2=2019-45$

$x_2^2=1974$

$x_2=\pm\sqrt{1974}$, но т.к. $[x_2]=-45$, то $x_2=\sqrt{1974}$ - не подходит

Получим $x=\sqrt{2064}$ или $x=-\sqrt{1974}$

Ответ: $\sqrt{2064}$; $-\sqrt{1974}$. +

4. Пусть производительности бригад - v_1, v_2, v_3, v_4.

$\underbrace{\overset{\text{I год}}{4:1:2:5}}_{12\text{ месяцев}}$, $\underbrace{\overset{\text{II год}}{2:3:2:1}}_{8\text{ мес.}}$, $\underbrace{\overset{\text{III год}}{5:2:1:4}}_{12\text{ мес.}}$ Тогда

$$\begin{cases} 4v_1+v_2+2v_3+5v_4=10 & (1)\\ 2v_1+3v_2+2v_3+v_4=7 & (2)\\ 5v_1+2v_2+v_3+4v_4=14 & (3)\end{cases}$$

Нужно найти: $4(v_1+v_2+v_3+v_4)=?$

(2)+(3)-(1):

$$\begin{array}{r} -\,7v_1+5v_2+3v_3+5v_4=21\\ 4v_1+v_2+2v_3+5v_4=10\\ \hline 3v_1+4v_2+v_3=11 \end{array}$$

$\Rightarrow v_3=11-3v_1-4v_2$ (4)

Подставим (4) в (3): $5v_1+2v_2+11-3v_1-4v_2+4v_4=14$

$2v_1-2v_2+4v_4=3$; $v_1=v_2-2v_4+1{,}5$ (5)

$v_3=11-3v_2+6v_4-4{,}5=6{,}5-7v_2+6v_4$ (6)

(5) и (6) в (1) $4v_2-8v_4+6+v_2+13-14v_2+12v_4+5v_4=10$

$-9v_2+9v_4=-9$; $v_2-v_4=1$; $v_2=v_4+1$

Тогда $v_1=v_4+1-2v_4+1{,}5=2{,}5-v_4$

$v_3=6{,}5-7v_4+6v_4-7=-v_4-0{,}5$

Подставим 3 последних выражения в искомое:

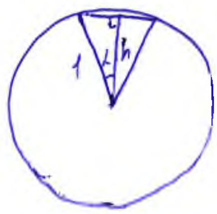
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$4(2{,}5-\cancel{v_4}+\cancel{v_4}+1-0{,}5-\cancel{v_4}+\cancel{v_4}) = 4\cdot 3 = \underline{12}$

Ответ: 12 млн. т.

+

5.



Назовём расстоянием от центра окружности до хорды h. Если поделить окружность на 2^{2019} частей, то $2\angle = \frac{2\pi}{2^{2019}}$, $\angle = \frac{\pi}{2^{2019}}$

Тогда $h = 1\cdot\cos\angle = \cos\frac{\pi}{2^{2019}}$.

±

Значит нужно доказать, что $\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = \frac{1}{2}\sqrt{\underbrace{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}_{2018 \text{ двоек}}}$

При $\cancel{\cos}\ \frac{\angle}{2} \le 90° = \frac{\pi}{2}$. $\cos\frac{\angle}{2} \ge 0$.

$\cos^2\frac{\angle}{2} = \frac{1+\cos\angle}{2}$; $\cos\frac{\angle}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\frac{\angle}{2}}{2}}$, $\cos\frac{\angle}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\angle}{2}}$

$\cos\frac{\angle}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\angle}{2}}}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+2\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\angle}{2}}}$

$\cos\frac{\angle}{8} = \cos\frac{\angle}{2^3} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2+2\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\angle}{2}}}}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+2\underbrace{\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\cos\angle}{2}}}_{\cos\frac{\angle}{2}}}}$

?

Уже видно, что $\cos\frac{\angle}{2^n} = \frac{1}{2}\sqrt{\underbrace{2+\sqrt{2+\ldots}}_{n \text{ двоек}}+2\cos\frac{\angle}{2}}$

все, это видно, нужно строго доказать

Для нашего случая $\angle = \pi$, $n = 2019$

$\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = \frac{1}{2}\sqrt{\underbrace{2+\sqrt{2+\ldots+2}}_{2019 \text{ двоек}}\cos\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\underbrace{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}_{2018 \text{ двоек}}}$, т.к. $\cos\frac{\pi}{2} = 0$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Душанбе

Место проведения

ЮА 63-87

шифр

← **Не заполнять**

Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Муроззода

ИМЯ Мухаммад

ОТЧЕСТВО

Дата рождения 18.07.2001

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10/02/2019

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть мальчиков на I курсе x чел., а девочек на I курсе y чел., тогда всего студентов на I курсе x+y чел.

Пусть мальчиков на факультете a чел, а девочек в чел, тогда всего студентов на факультете a+в, то ест. ~~Неравенства~~

$$\frac{x}{x+y} > \frac{a}{a+в}$$ (1) а) первокурсников среди всех мальчиков факультета => $\frac{x}{a}$

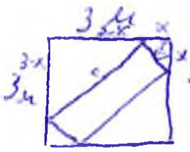
б) Всех студентов первого курса среди всех студентов факультета => $\frac{x+y}{a+в}$, тогда $\frac{x}{a}$ $\frac{x+y}{a+в}$ =>

$\frac{x}{x+y} > \frac{a}{a+в}$, тогда $\frac{x}{a} > \frac{x+y}{a+в}$ +

Ответ: первокурсников (мальчиков) среди всех мальчиков фак > всех студ. I курса среди всех студентов факультета

* Замечание: В вопросе задачи упомянуты первокурсники, но не упомянуто что это только мальчики либо все студенты

№3



т.к груз можно располагать в любом виде, а самым оптимальным (по ёмкости) явл. диагональное расположение, то найдём чему может равн. максим. параметры такого груза.

max. не обоснован

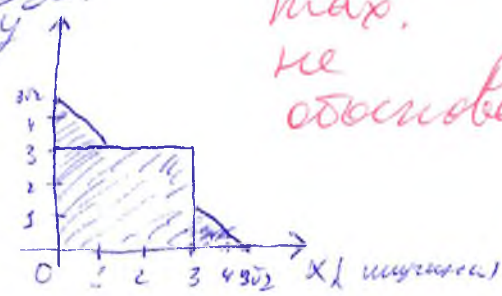
$$\begin{cases} 2x^2 = в^2 \\ 2(3-x)^2 = a^2 \end{cases}$$

a+в = 3√2

Значит шир + длина < 3√2

$$\begin{cases} x = \frac{в}{\sqrt{2}} \\ 3-x = \frac{a}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

7



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$x^2-[x]=2019$; т.к $[x]=x-\{x\}$, то $x^2-x+\{x\}=2019$

$\{x\}=2019-x^2+x$, т.к $0\{x\}<1$, то $0\}2019-x^2+x>0$

а) $2019-x^2+x>0$; $x^2-x-2019<0$; $x\in\left(\frac{1-\sqrt{8077}}{2};\frac{1+\sqrt{8077}}{2}\right)$

б) $2019-x^2+x<1$; $x^2-x-2018>0$; $x\in\left(-\infty;\frac{1-\sqrt{8072}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{8072}}{2};+\infty\right)$

Откуда след. что $x\in\left(\frac{1-\sqrt{8077}}{2};\frac{1-\sqrt{8072}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{8072}}{2};\frac{1+\sqrt{8077}}{2}\right)$

Т.к x - не целое и даже не рациональное (т.к ~~дробь~~ - целое+ числ)

то x - иррациональное число.

Переберём все числа в промежутке иррациональные

и найдём что $x=\sqrt{2064}$. проверка: $2064-45=2019$

Ответ: $x=\sqrt{2064}$

∓ Отриц. числа не рассм.

№4

Пусть ϑ_1 - скорость I, ϑ_2 - II, ϑ_3 - III, ϑ_4 - IV, тогда

$$\begin{cases}4\vartheta_1+\vartheta_2+2\vartheta_3+5\vartheta_4=10\\ 2\vartheta_1+3\vartheta_2+2\vartheta_3+\vartheta_4=7\\ 5\vartheta_1+2\vartheta_2+\vartheta_3+4\vartheta_4=14\end{cases}$$

1) прибавим 1 и 3 уравн.

(1) $9\vartheta_1+3\vartheta_2+3\vartheta_3+9\vartheta_4=24$ |:3

2) прибавим 1 и 2 уравн.

(2) $6\vartheta_1+4\vartheta_2+4\vartheta_3+6\vartheta_4=17$

$$\begin{cases}3\vartheta_1+3\vartheta_4=8-\vartheta_2-\vartheta_3\\ 6\cdot(\vartheta_1+\vartheta_4)=17-4\cdot(\vartheta_2+\vartheta_3)\end{cases}$$

$16-2\vartheta_2-2\vartheta_3=17-4\vartheta_2-4\vartheta_3$

$2\vartheta_2+2\vartheta_3=1$; $\vartheta_2+\vartheta_3=0{,}5$; $3(\vartheta_1+\vartheta_4)=7{,}5$; $\vartheta_1+\vartheta_4=2{,}5$

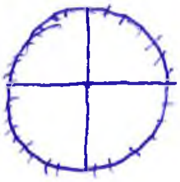
Значит за 4 месяца $4\vartheta_1+4\vartheta_2+4\vartheta_3+4\vartheta_4=12$

Ответ: 12 млн.т угля

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5



-2^{2019} частей

$\alpha = \frac{360}{2^{2019}}$

Пусть хорда $- Z$

$Z^2 = 2\left(1-\cos\frac{360^\circ}{2^{2019}}\right)$

Значит искомое расстояние $(x) = \sqrt{1-\frac{Z^2}{4}} =$

$= \sqrt{1-\frac{1-\cos\frac{360^\circ}{2^{2019}}}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \cos\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{360^\circ}{2^{2020}} \approx 1$

7

$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}} = x$

Если бы двоек было ~~∞~~, тогда $x^2 = 2+x$; $x=2$,

но т.к $2018 < \infty$, то $x<2$, а т.к $\frac{x}{2} < 1$

$\lim\limits_{\log(2)\to\infty} \frac{x}{2} = 1$;

$\lim\left(\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}}\right) = 1$

ч.т.д

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЦРИО

Место проведения

Эл 69-64

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Николаев

ИМЯ Глеб

ОТЧЕСТВО Витальевич

Дата рождения 17.04.2003.

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть сотрудник поймал a головастиков триасовой дискоглоссы и b головастиков саблезубой лягушки, у каждого из которых по x хвостов. составим уравнения

$$\begin{cases} a \cdot 5 + b \cdot 4 = 100 & \text{кол-во ног} \\ a + bx = 64 & \text{кол-во голов} \end{cases}$$

! Нетрудно заметить, что $a \neq 0$; $b \neq 0$; $x \neq 0$, ведь тогда не будет выполняться одно из равенств.

$a = 64 - bx$

$(64 - bx)5 + 4b = 100$

$-5bx + 4b = 100 - 320$

$b(5x - 4) = 220$

$b = \frac{220}{5x-4}$; заметим, что числа $a, b, x \in \mathbb{N}$, значит $5x-4$ тоже ~~кратно~~ $\in \mathbb{N}$ и при этом $\frac{220}{b} = \ldots 6$ или $\ldots 1$ ведь только тогда $5x-4$ и x будут натуральными

$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$, найдём все делители, которые заканчиваются на 6 или 1

$5x - 4 = \{11\}$ ~~если $5x-4=4$, то $x \notin \mathbb{N}$, а~~ ~~если $5x$~~ такой делитель только один

пусть $5x - 4 = 11$ тогда $x = 3$; $b = \frac{220}{11} = 20$

$a = 64 - 20 \cdot 3 = 4$ (Все числа натуральные)

Проверка

$4 \cdot 5 + 20 \cdot 4 = 100$

$4 + 3 \cdot 20 = 64$. — верно

Также покажем, что нет других вариантов, ведь b всегда $= \frac{220}{5x-4}$; $5x-4$ не может принимать других значений и мы получим только один ответ.

Ответ: 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЛ 69-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 Если $n^2+n+8 \vdots 2019$ то $n^2+n+8-2019k=0$

~~$n^2+n = n(n+1) = 2\frac{n(n+1)}{2} = 2(1+2+3+\ldots+n)$.~~

~~если $-8+2019k = 2(1+2+3+\ldots+n)$ то:~~

~~• k - чётно~~

~~• $k>0$, т.к. $n \in N$~~

~~$k = \{+8; +4; +6; \ldots\}$~~

Пусть это возможно.

мы знаем:

$2019k = 3\cdot 673\cdot k \Rightarrow n^2+n+8 = 3\cdot 673\cdot k$ (+)

$n^2+n+8 \vdots 3 \Rightarrow$ ~~$n = 3a+1$ $a \in N$~~

~~$n^2+n+8 = 9a^2+6a+1+3a+1+8=$~~

рассм. варианты $a \in N$

$n=3a$	$n=3a+1$	$n=3a+2$
$n^2+n+8=9a^2+3a+8$	$n^2+n+8=9a^2+9a+10$	$9a^2+4+6a+3a+2+8=$ $=9a^2+9a+14$
$n^2+n+8=3(3a^2+a+2)+2$	$n^2+n+8=3(3a^2+3a+3)+1$	$n^2+n+8=3(3a^2+3a+4)+2$
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
n^2+n+8 не делится на 3	n^2+n+8 не делится на 3	n^2+n+8 не делится на 3

Получается, что ни при каких условиях n^2+n+8 не делится на 3, а значит и не делится на 2019, значит ~~так~~ предположение не верно. $n^2+n+8 \vdots 2019$

Ответ: нет не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЛ 69-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 Пусть x кг – кол-во варенья у Пончика

$100-x$ кг – кол-во варенья у Сиропчика

$y \frac{кг}{день}$ – прожорливость Пончика

$z \frac{кг}{день}$ – прожорливость Сиропчика

Составим уравнения.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{100-x}{z} \quad (1) \\ \frac{x}{z} = 20; \ \frac{100-x}{y} = 45 \end{cases}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$z = \frac{x}{20} \ (2) \qquad y = \frac{100-x}{45} \ (3)$$

(2) и (3) в (1)

$$\frac{x \cdot 45}{100-x} = \frac{(100-x)\,20}{x}$$

$$45x^2 = (100-x)^2\, 20$$

~~$65x^2 = 10000 \cdot 20$~~

~~$x^2 = 400$~~

~~$x = 20$ (кг)~~

~~тогда $y = \frac{100-20}{45} = \frac{80}{45} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9} \left(\frac{кг}{день}\right)$~~

~~$z = \frac{20}{20} = 1 \frac{кг}{день}$~~

$$45x^2 = (x^2 - 200x + 10000)\,20$$

$$25x^2 = -4000x + 200000$$

$$x^2 + 160x - 8000 = 0$$

$D_1 = 6400 + 8000 = 14400 = 120^2 \quad x > 0$

$x = -80 + 120 = 40 \quad \Rightarrow 100 - x = 60$

тогда $z = \frac{40}{20} = 2 \left(\frac{кг}{день}\right)$

$y = \frac{100-40}{45} = \frac{60}{45} = 1\frac{1}{3} \left(\frac{кг}{день}\right)$

Ответ: Пончик съел 40 кг с прожорл. $1\frac{1}{3} \frac{кг}{день}$

Сиропчик съел 60 кг с прожорл $2 \frac{кг}{день}$ +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЛ 69-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\dots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

~~будем переносить большее слагаемое вправо~~

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{(x^2-1)}+\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x}$$

$$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\dots+\frac{1}{x^2}=\frac{(x-1)(x+1)-x^2}{x^2+x}=\frac{x^2-x-1}{x^2+x}=1-\frac{2x+1}{x^2+x}$$

$$\cancel{\underbrace{\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\dots+\frac{1}{x^2}}_{>0}=\underbrace{\frac{-1}{x^2\cdot x}}_{<0}}$$

~~Такое невозможно т.е. слева не более 1 слагаемого, а это возможно только для $x=1$ если $x>1$ то слева будет~~

$$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{x^2}$$

$f(x)$ — монотонная в 1-ой четверти ⇒

⇒ $f(x)\cap y=1=\{1$ точке$\}$ — при $x=1$ ⇒

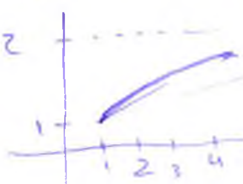
⇒ при других x $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{x^2}\neq 0$

$f(1)=1$

$f(2)=\frac{13}{12}$

$f(3)=1\frac{1}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}$

$f(4)=1\frac{1}{4\cdot5\cdot6\cdot\ldots\cdot16}$ и т.д.



Ответ: невозможно

не доказано, что возрастает