Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

ыю - 50 - 30.

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Осипова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 24 11 2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Обозначим первокурсников буквой „П"; всех мальчиков факультета буквой „М";

„Студенты первого курса" - это и есть первокурсники, т.е тоже буква „П".

Пусть все девочки факультета - это „Д", тогда все студенты факультета Д+М.

Сравним: $\frac{П}{М} \vee \frac{П}{Д+М}$

Т.к в условии несказано про ~~две~~ девочек, то Д≥0.

Т.к числители дробей одинаковые, то больше та, у которой знаменатель меньше, т.е

$$М \le Д+М \Rightarrow \frac{П}{М} \ge \frac{П}{Д+М}$$

Значит $\frac{П}{М} \cdot 100\% \ge \frac{П}{Д+М} \cdot 100\%$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета (в процентном отношении) больше или равно всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

№4

Обозначения:
а - запас Пончика;
в - запас Сиропчика;
х - прожорливость Пончика;
у - прожорливость Сиропчика;

Известно: а + в = 100 (кг)

Для Пончика: $\begin{cases} a = в \\ \frac{a}{x} = \frac{в}{x} = 45 \end{cases}$?

Для Сиропчика: $\begin{cases} a = в \\ \frac{a}{y} = \frac{в}{y} = 20 \end{cases}$?

∓

1) Получаем, если $\begin{cases} a = b \\ a+b=100 \end{cases}$, то

$$\begin{cases} 45x = a \\ 20y = a \\ a = b \\ a+b=100 \end{cases} \quad \begin{cases} 45x = a \\ 20y = a \\ 2a = 100 \end{cases} \quad \begin{cases} 45x = a \\ 20y = a \\ a = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} 45x = 50 \\ 20y = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{50}{45} \\ y = \frac{50}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{10}{9} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

2) Получаем, если $\begin{cases} a \neq b \\ a+b=100 \end{cases}$, то

$$\begin{cases} a+b=100 \\ \frac{a}{x} = \frac{b}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 100-b \\ \frac{9a}{10} = \frac{2b}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 100-b \\ \frac{9a}{2} = 2b \end{cases} \quad \begin{cases} a = 100-b \\ \frac{900-9b}{2} = 2b\,(*) \end{cases}$$

$(*)$ $900 - 9b = 4b$

$900 = 13b$

$b = \frac{900}{13} = 69\frac{3}{13}$

$$\begin{cases} a = 100 - 69\frac{3}{13} \\ b = 69\frac{3}{13} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 30\frac{10}{13} \\ b = 69\frac{3}{13} \end{cases}$$

Ответ: Пончик съел $30\frac{10}{13}$ (кг) варенья; Сиропчик съел $69\frac{3}{13}$ (кг) варенья; $\frac{10}{9}\left(\frac{кг}{ч}\right)$ - прожорливость Пончика; $\frac{5}{2}\left(\frac{кг}{ч}\right)$ - прожорливость Сиропчика.

№5

$\sqrt{2019 + \sqrt{2019 + \ldots + \sqrt{2019}}} \overset{?}{<} 2019$

~~$2019 + \sqrt{2019 + \ldots + \sqrt{2019}} \overset{?}{<} 2019^2 - 2019$~~

~~$\sqrt{2019 + \ldots + \sqrt{2019}} <$~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2015}} \overset{?}{<} 2019^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2020} \overset{?}{<} 2019^2-2019$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2015}}}_{2018\text{ раз}} \overset{?}{<} 2019\cdot 2018$$

$$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} \overset{?}{<} 2019\cdot 2018$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{раз.}} \overset{?}{<} 2019^2\cdot 2018^2-2019$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2015}}}_{2017\text{раз}} \overset{?}{<} 2019\cdot(2019\cdot 2018^2-1)$$

$$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} \overset{?}{<} 2019^2\cdot(2019\cdot 2018^2-1)^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2016\text{раз}} \overset{?}{<} 2019(2015(2018^2\cdot 2019-1)-1)$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2016\text{раз}} \overset{?}{<} 2019(2019^2\cdot 2018^2-2020)$$

$$2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}} \overset{?}{<} 2019^2(2019^2\cdot 2018^2-2020)^2$$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2015\text{ раз}} \overset{?}{<} 2019(\underbrace{\underbrace{2019(\underbrace{2019^2\cdot 2018^2-2020}_{\geqslant 1})^2}_{\geqslant 2019}-1}_{\geqslant 2018})$$

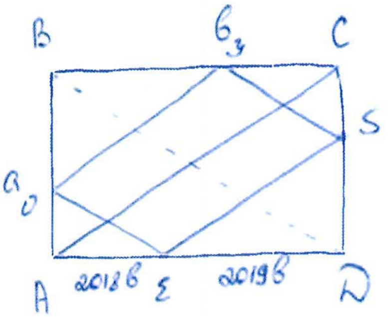
Таким образом, мы можем заметить, что справа всегда есть множитель 2019 и второй множитель больший 2018 или равный, тогда при дальнейшем возведении в квадрать справа будет получаться целое число большее 2019, а слева неравенства в конце действий возведения в квадрат останется $\sqrt{2019}$, что меньше правой части, значит неравенство верно.

+

Ответ: неравенство верно.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



1) Первый проплывает 2AC

Пусть $AB = a$, $BC = в$, тогда

$2AC = 2\sqrt{a^2+в^2}$; $AC = \sqrt{a^2+в^2}$

2) Проведём $\varepsilon S \parallel AC$, $SY \parallel BD$, $YO \parallel AC$; $O\varepsilon \parallel BD$, тогда по т. Фалеса (обобщённой):

$\frac{DS}{SC} = \frac{2019a}{2018a}$; $\frac{C\cancel{B}Y}{YB} = \frac{2018в}{2019в}$; $\frac{BO}{OA} = \frac{2019a}{2018a}$

3) По св-ву диагоналей парал-ма:

$AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2в^2$

$2AC^2 = 2(a^2+в^2)$

$AC^2 = a^2 + в^2$ не очевидно

$a^2+в^2 = a^2+в^2$ ⇒ чтобы путь был наименьшим нужно использовать гипотенузы прям-треугольников, которые отсекаются прямыми, параллельными диагоналям прямоугольника.

4) Из $\triangle SD\varepsilon \sim \triangle CDA$ (по двум углам):

$\frac{S\varepsilon}{AC} = \frac{2019}{4037} \Rightarrow \varepsilon S = \frac{2019AC}{4037}$

±

Из $\triangle CYS \sim \triangle CBD$ (по двум углам):

$\frac{YS}{BD} = \frac{2018}{4037} \Rightarrow YS = \frac{2018BD}{4037}$

5) $OYS\varepsilon$ - парал-м (по опред.):

$2\varepsilon S + 2YS = \frac{2 \cdot 2019AC + 2 \cdot 2018BD}{4037} =$

$= \frac{2AC(2019+2018)}{4037} = 2AC \Rightarrow$ Путь I п. = 2AC
Путь II п. = 2AC
$\frac{2AC}{2AC} = 1$

Ответ: минимальное значение пути равно 1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$(n^2+n+17) \vdots 2019$ при $n \in N$

$(n^2+n+17) \vdots 2019 \Rightarrow n^2+n+17 = 2019q + r$, где r - остаток и $r = 0$

$n^2+n+17 = 2019q$

$n(n+1) = 2019q - 17$

$n^2+n+17-2019q = 0$

$D = 1-4(17-2019q) = 1-68+8076q = 8076q-67$

$$\times\begin{array}{r}\overset{2}{1}7\\ 4\\ \hline 68\end{array} \qquad \times\begin{array}{r}2019\\ 4\\ \hline 8076\end{array}$$

$8076q-67 \geq 0$

$8076q \geq 67$

$q \geq \frac{67}{8076}$

∓

$\begin{cases} n = \frac{-1 \pm \sqrt{8076q-67}}{2} \\ n \in N \end{cases}$ $\qquad n = \frac{1+\sqrt{8076q-67}}{2}$

$\begin{cases} n = 0,5 + \frac{\sqrt{8076q-67}}{2} \\ n \in N \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{\sqrt{8076q-67}}{2} \in \{0,5;\ 1,5;\ 2,5;\ \ldots\} \\ q \in Z \end{cases}$

Если $\frac{\sqrt{8076q-67}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 8076q-67 = 1 \Rightarrow 8076q = 68$, но $q \notin Z \Rightarrow \frac{1}{2}$ - не решение

Если $\frac{\sqrt{8076q-67}}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 8076q-67 = 9 \Rightarrow 8076q = 78 \Rightarrow q \notin Z$, т.е. $\frac{3}{2}$ не решение.

Если $\frac{\sqrt{8076q-67}}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 8076q-67 = 25 \Rightarrow 8076q = 82 \Rightarrow q \notin Z$, т.е $\frac{5}{2}$ не решение.

...,

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Уфа

Место проведения

ZN 91-41

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Осотов

ИМЯ Глеб

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 18.09.2001 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.

Пусть
a – всего мальчиков
x – мальчиков первокурс.
b – всего студентов
y – студентов первокурс.

Дано: $\frac{x}{y} > \frac{a}{b}$.　　Найти: $\frac{y}{a}$? $\frac{y}{b}$

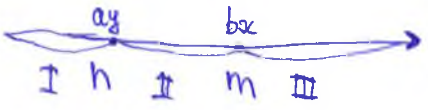
числа a,b,x,y натуральные ⇒ неравенство можно делить и умножать на эти числа.

$\frac{x}{y} > \frac{a}{b} \Rightarrow bx > ay$　　　$\frac{y}{a}$　$\frac{y}{b}$

by　ay

Итак, нужно выяснить, что больше, by или ay.

Пусть: $bx = m$
$ay = h$
$by = q$



где будет by? в области I, II или III?

Рассмотрим все случаи ($q<h$; $q=h$; $h<q<m$; $q=m$; $q>m$)

I $\begin{cases} by<ay \\ by<bx \end{cases} \Rightarrow y<x$, что означает студентов первого курса меньше, чем мальчиков с первого курса. Противоречие.

II $\begin{cases} by>ay \\ by<bx \end{cases} \Rightarrow$ $b>a$ – студентов больше, чем мальчиков
$y<x$ – студентов первого курса меньше мальчиков 1 курса.
Снова противоречие.

III $\begin{cases} by > ay \\ by > bx \end{cases} \Rightarrow$ $b > a$ - студентов > мальчиков
$y > x$ с первого курса > мальчиков 1 курса.

Нет противоречий

Рассмотрим также маловероятные случаи совпадение by с ay, by с bx

$\begin{cases} by > ay \\ by < bx \end{cases}$ $y < x$ - противоречие

$\begin{cases} by = bx \\ by > ay \end{cases}$ $y = x$ - первокурсников ~~больше~~, ~~[illegible]~~ столько же, сколько мальчиков перв.
$b > a$ - студентов больше, чем мальчиков.

Оба подходящих случае указывают, что $b > a \Rightarrow \frac{y}{a} > \frac{y}{b}$.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков больше, чем первокурсников среди всех студентов (Б%).

+

можно короче

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4.

Составим таблицу (в строках время работы в годах, в столбцах № бригады)

	1	2	3	4	Добыто млн тонн↓
I год	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{5}{12}$	10
II год	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	7
III год	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	14
Всего	$\frac{11}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{10}{12}$	31

Составим систему, в которой a - произв. I бригады, b - второй, c - третьей и d - четвёртой.

$$\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 & \text{I} \\ 2a+3b+2c+d=7 & \text{II} \\ 5a+2b+c+4d=14 & \text{III} \end{cases}$$

I+III $9a+3b+3c+9d=24$

I-II-III $-3a-4b-c=-11$

+III $2a-2b+4d=3$

(IV) $a-b+2d=1,5$

III-I $a+b-c-d=4$

+IV

(V) $2a-c+d=5,5$

II -V $3b+3c=1,5$

VI $\boxed{b+c=0,5}$

II+III - 3 VI

$9a+9d=22,5$

$a+d=2,5$

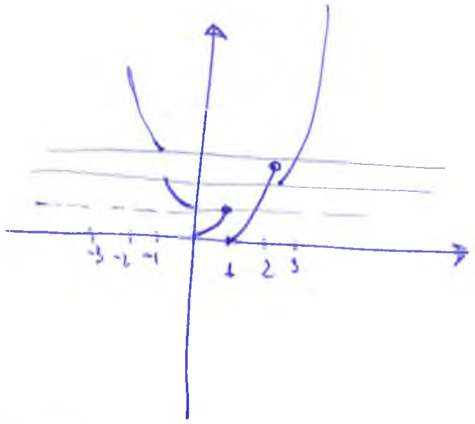
$4a+4b+4c+4d=4(2,5+0,5)=12\overset{\text{млн.}}{\text{т.}}$

Ответ: 12 млн. т. (12 миллионов тонн)

⊕

2.

Представим график функции $x^2-[x]$.



Для любой прямой $y=h$ найдется 2 ~~[illegible]~~ пересечения с графиком $x^2-[x]$ $(h\geq0)$

Итак $x^2-[x]=2019$

Я думаю, что проще всего представить x как $\sqrt{k}$.

Тогда $2019=k-[\sqrt{k}]$

$k_1\approx(45,5)^2$ $\left(\begin{matrix}45^2=2025\\46^2=2116\end{matrix}\right)$ $2025<k_1<2116$

$2019+45=2064$

тогда $\boxed{x_1=\sqrt{2064}}\approx45,5$

$(\sqrt{2064})^2-[\sqrt{2064}]=2064-45=2019$

~~x_2~~

Проверим, $x_2>0$ или $x_2<0$

↓

$44^2=1936\ (<2019)$

$46^2-46=2070\ (>2019)$

+

Значит, $x_2<0$.

Т.к. целая часть отрицательных чисел „округляется в большую сторону,

$x_2=\approx-44.5$

$$\begin{array}{r}2019\\-\ 45\\\hline 1974\end{array}$$

$44<\sqrt{1974}<45$

целая часть $[-\sqrt{1974}]=-45$

$1974-(-45)=2019$

$\Rightarrow \boxed{x_2=-\sqrt{1974}}$

других $x<0$ нет (т.к. $2019-44>44^2$)

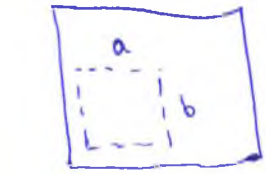
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $\sqrt{2064}$; $-\sqrt{1974}$

3.

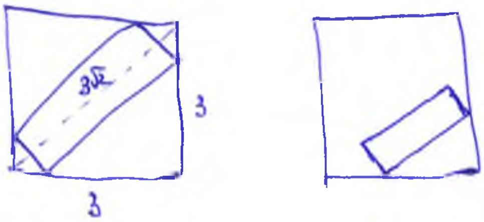
Располагать груз в квадрате можно параллельно сторонам I, или как II.

I



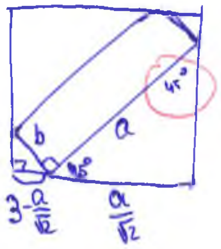
$a \in (0;3]$
$b \in (0;3]$

II



Очевидно, что груз со стороной больше 3 нельзя разместить способом I, но можно способом II.

Для того чтобы уместить груз с максимальными размерами, будем класть его параллельно диагонали, т.к. самый длинный отрезок внутри квадрата это его диагональ.



возможны ли другие углы?

∓

График отсутствует

С помощью теоремы Пифагора выразим сторону b:

$b^2 > 2\left(3-\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2$

$b^2 > 2\left(9-\frac{6}{\sqrt{2}}a+\frac{a^2}{2}\right)$

$b^2 > 18-6\sqrt{2}a+a^2$

$b^2 > (a-3\sqrt{2})^2$

$b > |a-3\sqrt{2}|$

Ответ: для $a \in (0;3]$, $b \in (0;3]$.;

для $a \in (3;3\sqrt{2})$, $b \in (0;|a-3\sqrt{2}|]$.;

груз с $a \geq 3\sqrt{2}$ не поместится в отсек.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ

Место проведения

ФЙ 22-54

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17(01

ФАМИЛИЯ ОТРАЩЕНКО

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО Иванович

Дата рождения 25.09.2002 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Отр

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① Пусть, мальчиков на всем факультете - $\text{М}_{\text{ф}}$, мальчиков на первом курсе - М_1, человек на первом курсе - Л_1, а человек на всем факультете - $\text{Л}_{\text{ф}}$.

Нам дано:

$\frac{\text{М}_1}{\text{Л}_1} > \frac{\text{М}_{\text{ф}}}{\text{Л}_{\text{ф}}}$; т.к., очевидно, ~~то~~ что людей на первом курсе и на факультете больше нуля, то мы можем домножить на $(\text{Л}_1 \cdot \text{Л}_{\text{ф}})$ без изменения знака неравенства:

$\text{М}_1 \text{Л}_{\text{ф}} > \text{М}_{\text{ф}} \cdot \text{Л}_1$; по причине, аналогичной изложенной выше, мы можем ~~доми~~ разделить на $(\text{М}_{\text{ф}} \text{Л}_{\text{ф}})$ без изменения знака неравенства:

$\frac{\text{М}_1}{\text{М}_{\text{ф}}} > \frac{\text{Л}_1}{\text{Л}_{\text{ф}}}$, следовательно, первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета (в процентном соотношении)

Ответ: в процентном соотношении, первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем студентов первого курса среди всех студентов факультета

+

④ Пусть, у Пончика сначала было x (м) варенья, а у Сиропчика - y (м); проглатывать Пончика равна a (м/день), а проглатывать Сиропчика - в (м/день).

Тогда, из дано:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{y}{\text{в}} \quad (1) \\ \frac{x}{\text{в}} = 20 \quad (2) \\ \frac{y}{a} = 45 \quad (3) \\ x + y = 100 \quad (4) \end{cases};$$

Из (3): $y = 45a$;

Из (4): $x = 100 - y = 100 - 45a$;

Из (2): $\text{в} = \frac{x}{20} = \frac{100-45a}{20}$

Подставим все в (1): $\frac{100-45a}{a} = \frac{45a}{\frac{100-45a}{20}}$;

$\frac{100-45a}{a} = \frac{900a}{100-45a}$

$(100-45a)^2 = 900a^2$

$(100-45a)^2-(30a)^2=0$

$(100-75a)(100-15a)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=\frac{100}{75} \\ a=\frac{100}{15} \end{array}\right.$; Для начала, найдем все ~~от~~ неизвестные при $a=\frac{100}{15}$:

$y=45a=45\cdot\frac{100}{15}=300$

$x=100-y=100-300=-200$ – невозможно, т.к. $x>0$ (отрицательного запаса не может быть);

Значит $a=\frac{100}{75}$ – единственное возможное

$y=45a=45\cdot\frac{100}{75}=\frac{3\cdot100}{5}=60$ (кг)

$x=100-y=100-60=40$ (кг)

$b=\frac{x}{20}=\frac{40}{20}=2$ (кг/день)

$a=\frac{100}{75}=\frac{4}{3}$ (кг/день)

⊕

Ответ: у ~~но~~ Пончика было 40 кг варенья и он ел его с прожорливостью ~~+б~~ 1,(3) кг/день (или $\frac{4}{3}$ кг/день) а у Сиропчика было 60 кг и ел он это варенье с прожорливосто~~не~~ю 2 кг/день

② Т.к. $2019=3\cdot673$, то n^2+n+17 должно делиться и

✓ на 3, и на 673 (673 – простое число).

Каждое n, т.к. оно натуральное, может иметь лишь одно из трех возможных остатков:

1) остаток равен 0

2) остаток равен 1

3) остаток равен ~~3~~ 2

+

Рассмотрим каждый из случаев:

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ФИ 22-54

1) если остаток при делении равен нулю, то n можно представить как $3\cdot k$, где $k \in N$; подставим это в данное нам число:

$(3k)^2+3k+17=9k^2+3k+17=9k^2+3k+15+2=3(3k^2+k+5)+2$ – данное число не делится на 3, т.к. число $3(3k^2+k+5)$ делится на 3, а число 2 – нет, значит и все целиком не будет делиться на 3. Тогда такое число не будет делится и на 2019. Значит любое n, кратное трем не подходит

2) если остаток при делении на три равен 1, то такое n можно представить как $3\cdot k+1$, где $k \in N$; подставим это в данное нам число:

$(3k+1)^2+3k+1+17=9k^2+6k+1+3k+18=9k^2+9k+18+1=$
$=3(3k^2+3k+6)+1$. Данное число не делится на 3, т.к. $3(3k^2+3k+6)$ делится, а 1, очевидно, нет. Тогда такое число не будет делится и на 2019. Значит любое n, которое в остатке при делении на 3 дает 1, не подходит

3) если остаток при делении на три равен 2, то такое n можно представить как $3\cdot k+2$, где $k \in N$; подставим это n в данное нам число:

$(3k+2)^2+3k+2+17=9k^2+12k+4+3k+2+17=9k^2+15k+21+2=$
$=3(3k^2+5k+7)+2$. Данное число не делится на 3, т.к. $3(3k^2+5k+7)$ делится, а 2 нет. Тогда такое число не будет делится на 2019. Значит любое n, ~~при~~ которое при делении на 3 дает остаток 2 не подходит.

Т.к., не существует натуральных чисел, которые ~~в~~ при делении на 3 давали бы остаток, который не был бы равен одному из чисел: 0, 2, 1, а для этих

Доп. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ФЙ22-54

Мы доказали, что число n^2+n+17 не делится на 3, а значит не делится на 2019, то не существует такого $n\in N$, при котором число n^2+n+17 делилось бы на 2019. Ответ: не существует такого n

⑤ $\sqrt{\underbrace{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2019}} < 2019$

т.к. обе части положительные, то возведем обе части в квадрат:

$$2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019^2$$

$$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} < 2019\cdot(2019-1)$$

$$\sqrt{\underbrace{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2018\text{ раз}}} < 2019\cdot 2018$$

Возведем еще раз в квадрат:

$$2019+\sqrt{\underbrace{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{ раз}}} < 2019^2\cdot 2018^2$$

$$\sqrt{\underbrace{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{2017\text{ раз}}} < 2019(2019\cdot 2018^2-1)$$

⊕

Мы видим, что при каждом таком возведении в квадрат и переносе одного числа 2019 вправо, число, стоящее вправа растет, т.к. $\frac{2019\cdot 2018}{2019}=2018>1$; $\frac{\cancel{2019}(2019\cdot 2018^2-1)}{\cancel{2019}\cdot 2018}=2019\cdot 2018-\frac{1}{2018}>1$, а число ~~справа~~ слева уменьшается, т.к. уменьшается кол-во „вложенных корней", то в итоге ~~спра~~ слева будет стоять нуль, а справа - положительное число. Т.к., все что мы делали, т.е. возведение в квадрат обе части, которые положительны и переносили число из одной части в другую, то знак неравенства не менялся, и в конце правая часть больше левой, ~~то и в на~~

Лист 04 из 05

то и в начале, число, стоящее справа, было больше числа, стоящего слева, т.е.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019 \text{ раз}} < 2019$$ – верное неравенство

Ответ: неравенство верное

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Калининград
Место проведения

ЮV 46 - 13
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Панкстьянова
ИМЯ Полина
ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 26.02.2004 г.
Класс: 8

Предмет Математика
Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**
Дата выполнения работы: 10.02.2019г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

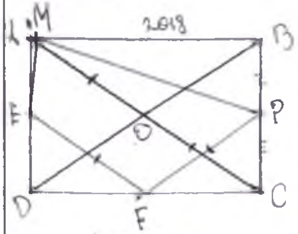
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮV 46 - 13

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано: ABCD - прямоуг., AC = BD - диаг., $\frac{MB}{AB} = \frac{2018}{2019}$

Док-ть: $2AC > MP + PF + FE + EM$.

Док-во: ABCD - прямоуг. => ∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°

~~Δ ACD~~ Пусть по построению AE = ED, DF = FC, CP = PB

Δ ADC

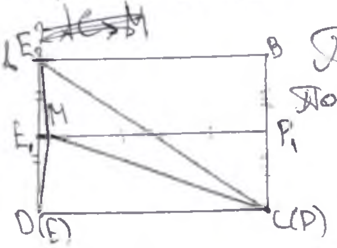
∠D = 90°

AE = ED, DF = FC => EF - средняя линия Δ ADC (по теор. Фалеса) => $EF = \frac{1}{2}AC = AO$

Δ BDC

CF = FD, CP = PB => FP - сред. линия Δ BCD (по теор. Фалеса) => $FP = \frac{1}{2}BD$, AC = BD => $FP = \frac{1}{2}AC = OC$ } =>

=> EF + FP = AC =>



Построим новый ABCD - прямоуг., AC - диаг., EP₁, P₁B = P₁C. Построим MP так, что точка P совпадает с точкой C. BP₁ = P₁C => AE = ED

M ∈ EP₁; ME - E совпадает с D. Построим AM = EM

Получим Δ AMC

AM + MC > AC => AC < MP + EM => 2AC < MP + PF + FE + EM => второй игрок не может выбрать точки так, чтобы его путь был короче, чем у первого.

рассмотрены частн. случаи

∓

Ответ: нет, не может.

№5

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} = 1, \quad x > 1, \ x \text{ - натуральное число}$$

$$1)\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{(x+1)+x}{x(x+1)}$$

$$2)\ \frac{(x+1)+x}{x(x+1)} + \frac{1}{x+2} = \frac{(x+2)(x+1+x) + x(x+1)}{(x+2)(x+1)x} = \frac{(x+2)(2x+1) + (2x+x)}{x^3+3x^2+2x} = \frac{2x^2+8x+2}{x^3+3x^2+2x}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1}, \text{ т.е. } \frac{x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+\dots+(x^2-1)+x^2}{x(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x^2-1)\cdot x^2} = \frac{1}{1} -$$

получаем противоречие => нет таких решений, при которых $x > 1$.

Ответ: нет, уравнение не имеет решение в натуральных числах и при $x > 1$.

От. не обоснован С чем ? с

∓

Лист 1 из 3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$(n^2+n+2) \vdots \nexists\, 2019$

$2019 \vdots 3, \vdots 673$ - число полупростое, $\vdots 1, \vdots 2019$

$(n^2+n+2) \vdots 2019, \vdots 3, \vdots 673, \vdots 1$

$(n^2+n+2) \vdots 3 \Rightarrow n^2+n \not\vdots\, 3 \Rightarrow n \not\vdots\, 3$

$(n^2+n+2) \vdots 673 \Rightarrow n^2+n \not\vdots\, 673 \Rightarrow n \neq 673$

$n \cdot n + n + 2 = n(n+1)+2$

$(n^2+n+2) \vdots 3$, значит $(n^2+n) \vdots 3 = x$ (ост. 1), $(n+1) \not\vdots\, 3$,

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

получаем противоречие $\Rightarrow$ предположение неверно $\Rightarrow (n^2+n+2) \not\vdots\, 2019$

Ответ: нет, не может.

№4

Всего:	100кг в.	
	П.	С.
запас	x кг	(100-x) кг
прожорливость	$\frac{100-x \text{ кг}}{45 \text{ д}}$	$\frac{x \text{ кг}}{20 \text{ д}}$
t (дн.)	$x : \frac{100-x}{45}$	$= $ ~~100~~ $(100-x) : \frac{x}{20}$

Пусть у Пончика (П.) x кг. варенья, тогда у Сиропчика (С) - 100-x кг; П. сказал, что съело бы запас С. за 45 дней, т.е. его прожорливость = $\frac{100-x}{45}$ - в день, а прожорливость С = $\frac{x}{20}$ - в день; П. съест $x \frac{100-x}{45}$, а С. съест $(100-x)\frac{x}{20}$ кг за одинак. кол-во времени.

~~$x \cdot \frac{100-x}{45}$~~

$x \cdot \frac{45}{100-x} = (100-x) \cdot \frac{20}{x}$

$\frac{45x}{100-x} = \frac{2000-20x}{x}$

$45x^2 = (100-x)(200-20x)$

$45x^2 = 20 \cdot (100-x)^2) \mid :20$

$22,5x^2 = (100-x)^2$

$22,5x^2 = 10000 + 200x + x^2$

$22,5x^2 - x^2 - 200x = 10000$

$21,5x^2 - 200x = 10000$

$x(21,5\cancel{x^2}x - 200) = 10000$

$x = \frac{10000}{21,5x-200}$

$x = \frac{10000}{21,5x} - 50$?

$\frac{10000}{21,5x} - x = 50$

$\frac{10000-21,5x}{21,5x} = 50$

$21,5x \cdot 50 = 10000 - 21,5x$

$1065x + 21,5x = 10000$

∓

$1276,5x = 10000$

$x = \frac{10000}{1276,5}$ кг - П.

2) $100 - \frac{10000}{1276,5}$ кг $= \frac{127650-10000}{1276,5}$ ~~кг~~ $=$

$= \frac{117650}{1276,5}$ кг.

Ответ: П. запас $= \frac{10000}{1276,5}$ кг, С. $= \frac{117650}{1276,5}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮV 46 - 13

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Всего: 100 ног, 64 хвоста

Тр. д. - 5 ног, 1 хвост, z

С. л. - ~~х л~~ 4 ноги, x хвостов, y

Пусть все ~~ло~~ головастики - тр.д. ⇒ их $100 : 5 = 20$ (шт.),

$64 - 20 = 44$ (хв) разница ⇒ есть минимум 1 с.л. с 4-мя ногами.

$100 - 4y = 5z$

y - кол-во С.л.

z - кол-во тр.д.

$y=5,\ z=16$

$y=10,\ z=12$

$y=15,\ z=8$

$y=20,\ z=4$

$y \neq 0$ ~~⇒ y должен быть равен~~

$y \vdots 5,\ y < 25$

⇒ возможные значения; проверим:

если $y=5,\ z=16$, то $64-16=48$, $48 \not\vdots 5$

если $y=10,\ z=12$, то $64-12=52$, $52 \not\vdots 10$

если $y=15,\ z=8$, то $64-\overset{8}{\cancel{15}}=56$, $56 \not\vdots 15$

если $y=20,\ z=4$, то $64-4=60$, $\underline{60:20}$ ⇒ С.л. - 20 шт., тр.д. - 4,

$x = \frac{60}{20} = 3$ (хв.) - у Саблезубой лягушки.

Ответ: каждый головастик & саблезубой лягушки имеет 3 хвоста.

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ
Место проведения

УР32-99
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Первушина
ИМЯ Татьяна
ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 01/03/2005 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10/02/19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1

Г.т.д – головастики триасовой дискоглоссы.

Г.с.л – головастики саблезубой лягушки.

	Ноги	Хвосты
Г.т.д.	по 5 ног	по 1 хвосту
Г.с.л	по 4 ноги	? по несколько хвостов. z. $z \in \mathbb{N}$; $z > 1$
	100 ног	64 хвоста

Количество Г.т.д = x ; $x \in \mathbb{N}$

Количество Г.с.л = y ; $y \in \mathbb{N}$

$$5x + 4y = 10$$

$$x = \frac{100-4y}{5} = 20 - 0,8y$$

$$1 \cdot x + y \cdot z = 64$$

$$z = \frac{64-x}{y}$$

+

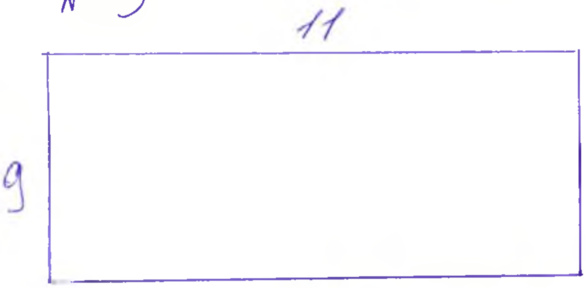
при $y=$	$x=$	Тогда $z = \frac{64-x}{y}$
5	16	$z = \frac{64-16}{5} = \frac{49}{5} = 9,8$ НЕ подходит
10	12	$z = \frac{64-12}{10} = \frac{52}{10} = 5,2$ НЕ подходит
15	8	$z = \frac{64-8}{15} = \frac{56}{15} = 3\frac{11}{15}$ НЕ подходит
20	4	$z = \frac{64-4}{20} = \frac{60}{20} = 3$ подходит
25	0	$z = \frac{64-0}{25} = \frac{64}{25} = 2,56$ НЕ подходит

Проверка: $5 \cdot 4 + 20 \cdot 4 = 100$ ног

$4+3\cdot20=64$ хвоста

Ответ: Г.с.л. имеет 3 хвоста.

№ 3



200 точек

Шпунтик разлиновал прямоугольник и получилось 99 квадратных отсеков.

Пусть в каждом таком квадратном отсеке не больше двух точек ⇒ их не более $2\cdot99=198$

Но всего точек 200. Противоречие с условием

$200-198=2$ ⇒ в каком-то квадратном отсеке будет три или более точки (заклёпки).

Что и требовалось доказать.

+

~~№ 2~~

~~$(n^2+n+2):2019$~~

~~$n \in N$~~

~~n^2+n+2~~

~~$n^2+n+n+1+1-n$~~

~~$n^2+2n+1+1-n$~~

~~n^2~~ ~~$(n+1)^2+1-n$~~

~~$(n+1)^2+1-n+n^2-n^2$~~

~~$(n+1)^2-(n-1)(n+1)-n+n^2$~~

~~$(n+1)(n+1-n+1)-n+n^2$~~

~~$(n+1)\cdot2-n+n^2$~~

№ 2

$(n^2+n+2) \vdots 2019$ $n \in \mathbb{N}$

(n^2+n+2) должно быть равно 2019, для того чтобы n было min.

Не обязательно

$n^2+n+2=2019$

$n^2+n=2017$

$n(n+1)=2017$, но 2017 – это простое число.

Ответ: нет.

№ 4

Отдел	Количество сотрудников	каждый отправит	Каждый получит.
Android	x	7	15
iOS	y	15	9

$$\underbrace{7x+15y}_{\text{всё отправленное}}=\underbrace{15x+9y}_{\text{всё полученное}}$$

$15y-9y=15x-7x$

$6y=8x \Rightarrow y>x \Rightarrow$ в отделе iOS работает больше сотрудников

+

Ответ: в отделе iOS

№ 5

Допустим, что весы врут на n золотников.

(если $n > 0 \Rightarrow$ весы показывают больше чем есть
 если $n < 0 \Rightarrow$ весы показывают меньше чем есть)

Не обяза. целые числа

Показали

1) 6 з.

2) 3 з.

3) 2 з.

~~Наст~~ Найдём n:

$$3+2+2n = 6+n$$
$$n = 6-5$$
$$n = 1$$

Если врут на +1 з., то на самом деле:

1) $6-1=5$
2) $3-1=2$
3) $2-1=1$

} Но $2+1 \neq 5$ НЕ подходит.

Если врут на -1 з., то на самом деле:

1) $6+1=7$
2) $3+1=4$
3) $2+1=3$

} $4+3=7$ Подходит.

⊕

Ответ: 4 золотых и 3 золотых.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Калининград

Место проведения

МН63-42

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ПЕРЕТОКИН

ИМЯ ДМИТРИЙ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 12.11.2002

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

n^2+n+17 и 2019

+

2019 ⋮ 3, тогда проверим кратность суммы n^2+n+17

Составим таблицу остатков при делении на 3 (mod 3)

$17 \equiv 2 \pmod 3$

	n	n^2	n^2+n	n^2+n+17
0	0	0	0	2
1	1	1	2	1
2	2	1	0	2

отсюда получаем, что n^2+n+17 не может делиться на 3, то и не может делиться на 2019, которое делится на 3

Ответ: невозможно

Задача №4 (начало)

Пусть $p_{п}$ – прожорливость Пончика у него было x кг

Пусть $p_{с}$ – прожорливость Сиропчика, у него было y кг, то составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \dfrac{y}{p_{п}}=45 \\ \dfrac{x}{p_{с}}=20 \\ \dfrac{x}{p_{п}}=\dfrac{y}{p_{с}} \quad /:p_{п}p_{с} \end{cases}$$

$$\frac{x}{p_{п}^2 p_{с}}=\frac{y}{p_{п}p_{с}^2}$$

$$\frac{45}{p_{с}^2}=\frac{20}{p_{п}^2}$$

$$20p_{с}^2=45p_{п}^2$$

$4p_{с}^2=\cancel{45}9p_{п}^2$, т.к. $p_{п}$ и $p_{с}>0$, то

$$2p_{с}=3p_{п}$$

$$y=45p_{п}$$

$$x=20p_{с}=20\cdot\frac{3}{2}p_{п}=$$
$$=30p_{п}$$

$$x+y=100$$

$$45p_{п}+30p_{п}=100$$

$$75p_{п}=100$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4 (продолжение)

$3p_п = 4$

$$\begin{cases} p_п = \frac{4}{3} \\ p_c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

+

Ответ: прожорливость Пончика $\frac{4}{3}\frac{кг}{д}$ и у него было 40кг
прожорливость Сиропчика $2\frac{кг}{д}$ и у него было 60кг

Задача №1

Пусть x – мальчиков на I курсе
y – девочек на I курсе
a – мальчиков на факультете
b – девочек на факультете, то из условия получаем, что $\frac{x}{x+y} > \frac{a}{a+b}$ (1), ~~то домножив~~ а нам надо найти отношение $\frac{x}{a}$? $\frac{x+y}{a+b}$, то легко заметить что домножив 1 ~~у~~ неравенство на $\frac{x+y}{a}$, что >0, т.к. $x, y, a, b > 0$, получим $\frac{x}{a} > \frac{x+y}{a+b}$, что и требовалось найти

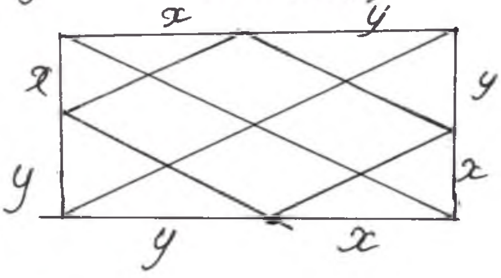
Ответ: больше в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков факультета чем студентов первого курса среди всех студентов факультета

+

Задание №3

1) Минимальный путь может быть только равен 2d, где d – это диагональ, докажем это

2) Наиболее выгодный путь это двигаться параллельно диагоналям,



Пусть начальное отношение сторон $\frac{x}{y}$, то так.как. стороны параллельны диагоналям, то все стороны делятся в таком отношении. Найдём по подобию треугольников весь путь 2 пловца

$$2\cdot\frac{x}{x+y}d + 2\cdot\frac{y}{x+y}d = 2d\left(\frac{x+y}{x+y}\right) = 2d,$$ отсюда

получаем, что короче 2 пути 1 пловца сделать не сможем, то найдём отношения длины большего пути к меньшему:

из одного случая не следует оптимальность

Пусть $x > y$:

$$\frac{\frac{x}{x+y}d}{\frac{y}{x+y}d} = \frac{x}{y}$$, то т.к. нам изначально

дано деления первой стороны, то $\frac{x}{y} = \frac{2019}{2018}$

$\mp$

Ответ: не может сделать короче, отношение $\frac{2019}{2018}$ – чего?

Задача №5

Необходимо доказать, что (или опровергнуть)

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} < 2019$$

Пусть $x_n = \underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019\ldots 2019}}}_{n}$, то Пусть изначальное выражение неверно, то пусть оно равно

$$\sqrt{2019+x_{2018}} \leq 2019$$

$$2019+x_{2018} \leq 2019^2$$

$$x_{2018} = 2019\cdot 2018$$

$$\sqrt{2019+x_{2017}} = 2019\cdot 2018$$

$$2019+x_{2017} = 2019^2\cdot 2018^2$$

$x_{2017} = 2019\cdot 2018^3$, то отсюда можно найти закономерность, что

$x_k = 2019\cdot 2018^{(2018-k)\cdot 2+1}$, отсюда

$x_1 = \sqrt{2019} = 2019\cdot 2018^{2017\cdot 2+1}$, что явно неверно, так как.

+

$\sqrt{2019} < 2019\cdot 2018^{2017\cdot 2+1}$, то ~~выра~~ неравенство

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots\sqrt{2019}}}}_{2019} < 2019$$ – верно

Ответ: верно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО
Место проведения

WS 69-30
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Перов

ИМЯ Виктор

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 05.04.2001

Класс: 11

Предмет математика

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 05 **листах**

Дата выполнения работы: 10 февраля 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Пусть x чел - кол-во студентов на 1-м курсе;
y чел - кол-во студентов на факультете;
a чел - мальчиков на 1-м курсе;
b чел - мальчиков на всём факультете;

По условию: $\frac{a}{x}\cdot100\% > \frac{b}{y}\cdot100\% \Rightarrow \frac{a}{x} > \frac{b}{y}$; (1)

~~Узнать~~ сравнить $\frac{a}{b} \vee \frac{x}{y}$;

Решение: $\frac{a}{b} \vee \frac{x}{y}$ $| \cdot b\cdot y \neq 0$; $b>0; y>0$ - по смыслу)

$ay \vee bx$,

(1): $\frac{a}{x} > \frac{b}{y} \Leftrightarrow ay > xb$ $\Big|$ $\Rightarrow ay > bx \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{x}{y}$;

$x, y \neq 0$; $x>0; y>0$ (по смыслу)

Первокурсники - это мальчики 1-ого курса.

Ответ: больше первокурсников среди мальчиков фак-та, чем студентов 1-ого курса среди всех студентов фак-та.

+

№4. Пусть a, b, c, d - п-ть I, II, III и IV бригады соответственно;
$a, b, c, d > 0$ (по смыслу); $\boxed{\checkmark 30\text{, месяц}}$

I год: $\frac{4}{12}a + \frac{1}{12}b + \frac{2}{12}c + \frac{5}{12}d = 10\cdot\frac{1}{12}$ $| \cdot 12$;

I бригада работала 4 мес.
II - 1 мес
III - 2 мес
IV - 5 месяцев

(1): $4a + b + 2c + 5d =$ ~~[illegible]~~ 10

12 мес = 1 год;
Пусть 1 год возьмём за 1 вр.,
тогда 1 мес = $\frac{1}{12}$ вр.

I бриг - 2 мес
II - 3 мес
III - 2 мес
IV - 1 мес

II год: работали 8 мес $\frac{2}{8}a + \frac{3}{8}b + \frac{2}{8}c + \frac{1}{8}d = 7\cdot\frac{1}{8}$ $| \cdot 8$.

(2): $2a + 3b + 2c + d =$ ~~[illegible]~~ 7

III год работали 1 год $\frac{5}{12}a + \frac{2}{12}b + \frac{1}{12}c + \frac{4}{12}d = 14\cdot\frac{1}{12}$ $| \cdot 12$

(3): $5a + 2b + c + 4d =$ ~~[illegible]~~ 14;

~~[illegible]~~

I - 5 мес
II - 2 мес
III - 1 мес
IV - 4 мес;

$$\begin{cases} 4a + b + 2c + 5d = \cancel{[illegible]}\ 10; & (1) \\ 2a + 3b + 2c + d = \cancel{[illegible]}\ 7 & (2) \\ 5a + 2b + c + 4d = \cancel{[illegible]}\ 14 & (3) \end{cases}$$

~~(1) - 2·(2)~~
~~4a - 2a + b - 6b + 2c - 4c +~~
~~(1) - (2):~~
~~[illegible]~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

к №4, $\begin{cases} 4a+b+2c+5d=10 & (1) \\ 2a+3b+2c+d=7 & (2) \\ 5a+2b+c+4d=14; & (3) \end{cases}$ Нужно найти

$K=4\cdot(a+b+c+d)=?;$

$(1)-(2):\ 2a-2b+4d=3 \Rightarrow 4d=3+2b-2a \ (*)$

~~$(*)\to(3):\ 5a-2a+2b+2b+c+3=14;$~~

~~$3a+4b=11$~~ $(*):\ 2a=3+2b-4d$

$a=\frac{3}{2}+b-2d \ (*)$

~~$(3)-(2):\ 3a-$~~

$2\cdot(2)-(1):$

$0\cdot a+5b+2c-3d=-3; \Rightarrow 2c=3d-3-5b;$

$c=\frac{3}{2}d-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}b; \ (v)$

$(*)\to(3):\ 5\cdot\left(\frac{3}{2}+b-2d\right)+2b+c+4d=14;$

$\frac{15}{2}+5b-10d+2b+c+4d=14;$ 13

~~$9b$~~ $7b-6d+c=14^{12}-\frac{15}{2} \Rightarrow c=\frac{28-15}{2}+6d-7b \ (w)$

$(v)=(w):\ \frac{3}{2}d-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}b=\frac{13}{2}+6d-7b;$ ~~4a~~ $\Rightarrow \ |\cdot 2$

$\Rightarrow 3d-3-5b=13+12d-14b \Rightarrow$

$\Rightarrow 9b=16+9d \Rightarrow b=\frac{16}{9}+d; \ldots \ (\theta)$

~~$(1)+(2)$~~: $4(a+b+c+d)=4\cdot\left(\frac{3}{2}+b-2d+\frac{16}{9}+d+\frac{13}{2}+6d-7b+d\right)=$

$(*);(w)$ и $(\theta)\nearrow$

$=4\cdot\left(8+\frac{16}{9}+\cancel{d-2d}+\frac{16}{9}+d\ \cancel{+6d}+d-7\cdot\frac{16}{9}-\cancel{7d}\right)=$

$=4\cdot(8*-$

$\ldots$

$2\cdot(2):\ 4a+4c+6b+2d=14 \Rightarrow 4a+4c=14-2d-6b$

$(1)+(2):\ 6a+4b+4c+6d=17; \Rightarrow 4b+4c=17-6d-6a;$

$K\le 17;$

~~$K\ge 11$~~

$K\ge 11;$

$K_1=4a+4b+4c+4d=17-2a-2d;$

$K_2=14+2d-2b;$ $3a+4b+c=11$

$(3)-2\cdot(2):\ a-4b-3c+2d=0 \Rightarrow$ ~~d~~ $3c=2d-4b \Rightarrow$

$+5=2a+2d; \to K_3=17-5=12;$ $\Rightarrow c=\frac{2d-4b}{3};$

+

$\boxed{\text{Ответ: } K=12;}$

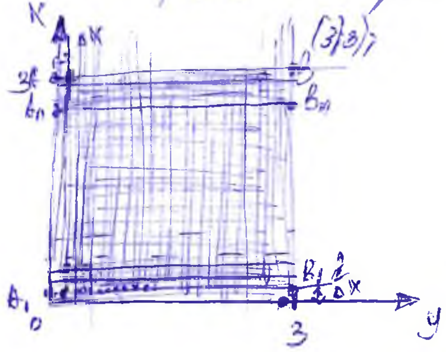
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WS 69-30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3: Нам изначально дано п-во 3×3×h, где h - неограничено;
Рассмотрим квадрат 3×3:



Нам не даны конкретные размеры музыкальных инструментов.

Возьмём какой-нибудь $\Delta x \to 0$:
Рассмотрим на примере груза с одной из сторон равным $3-\Delta x$; а другой - Δx (h - не огранич. пост. на ребро этот оч. плоский инструмент)

Таким образом мы можем полностью вместить музыкальный инструмент в п-ник ABB_1A_1, причём мы можем двигать его вдоль Ox, т.е. A_1B_1 - это прямая, на которой может находится края инструмента. По аналогии мы рассматриваем A_nB_n - т.е. в наш ответ входят всё это множество горизонталей; И т.к. $\Delta x \to 0$, то такие линии образуют очень-очень частую сетку. (сверх тонкое грандиозное пианино, начиненное свинцом, для того, чтобы этот инструмент могло быть назвать тяжёлым музыкальным, ~~[illegible]~~ какая у меня фантазия)

$\Delta x \cdot N = 3$; где N - кол-во таких полосок;

Так же в это множество точек входят края нашего квадрата.

Мы можем двигать наш инструмент на $\Delta x' \to 0$, т.е. задействуя все вертикали и горизонтали, в т. числе края нашего квадрата.

В итоге, мы получаем, что вся площадь квадрата 3×3 - это и есть то великое множество точек, которое могут задавать ~~[illegible]~~ размеры n-ого инструмента. (другие случаи, с повёрнутыми инструментами рассматривать нет смысла).

Именно там — содержательные примеры, расширяющие ответ

—

№2. $x^2 - [x] = 2019;$

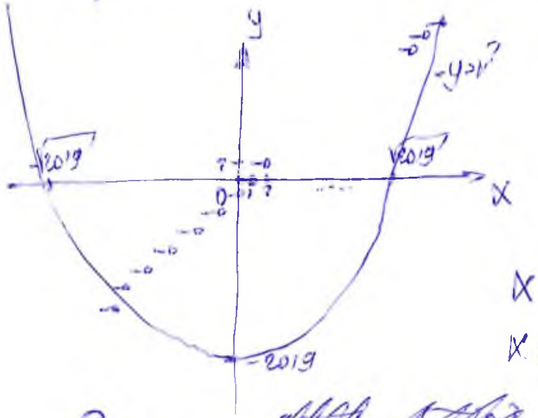
$[x] \in \mathbb{Z}$, $2019 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x^2 \in \mathbb{Z};$ $x^2 = [x] + 2019;$

Заметим, что $44^2 < 2019 < 45^2$

$44^2 < 44 + 2019$ и $45 + 2019 < 45^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow [x] + 2019 \in (44^2; 45^2); \Leftrightarrow x^2 \in (44^2; 45^2)^{(1)} \Rightarrow x \notin \mathbb{Z};$

Построим график ф-ии $y = x^2 - 2019$ и $y = [x]$



У нашего ур-ния $x^2 - [x] = 2019$ есть 2 или более действительных корней;

x – не дробное, $x \notin \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x$ – иррациональное

~~Пусть $x = \pm[a]$~~ ~~$x^2 = a^2$;~~

~~$a \pm [\sqrt{a}] = 2019;$~~ ~~$a \in (44; 45)$;~~

$x^2 \pm [x] = 2019;$ Из (1) $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} x \in (44; 45) \Rightarrow [x] = 44 \\ x \in (-45; -44) \Rightarrow [x] = -44; \end{array}\right.$

негрубые вычисл. ошибк

$x^2 = 2019 \pm 44; \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2063 \\ x^2 = 1975 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2063}; \\ x = \pm\sqrt{1975}; \end{array}\right.$

~~Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2063}; \\ x = \pm\sqrt{1975}; \end{array}\right.$~~

Проверим:

- при $x = +\sqrt{2063}$ $[x] = 44$
  $(\sqrt{2063})^2 = 2019 - 44$ – не подходит
- при $x = -\sqrt{2063}$ $[x] = -44;$
  $2063 = 2019 + 44$ – верно;
- при $x = \sqrt{1975}$ $[x] = 44$
  $1975 = 2019 - 44$ – верно;
- при $x = -\sqrt{1975}$ $[x] = -44$
  $1975 = 2019 + 44$ – не верно

Ответ: $x = \sqrt{1975}; -\sqrt{2063};$

$\pm$

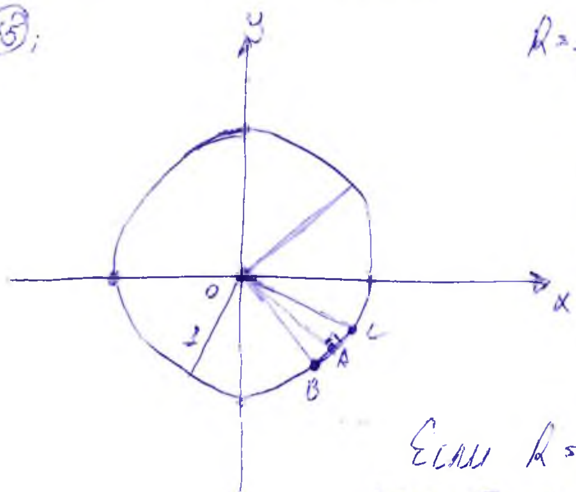
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WS 69-30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5; $R=1$;



$$\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{2018\ „2"} = \rho(O;A);$$

Если $R=1$ и его поделили на 2^{2019} частей, то длина одного единичного отрезка равна $\frac{1}{2^{2019}} = 2^{-2019}$;

BC - хорда, $BC = 2^{-2019}$;

$\triangle OBC$ - р/б $(OB=BC)$ ⇒ OA - высота, она же медиана ⇒

⇒ $AB = \frac{1}{2}\cdot 2^{-2019} = 2^{-2020}$;

1+

$$\rho(OA) = \sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2^{2020}}\right)^2}$$

Нужно доказать, что $\sqrt{1+\left(\frac{1}{2^{2020}}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$

$$1+\frac{1}{2^{4040}} = 2+\underbrace{\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}_{2017\ „2"}$$

$$1+\frac{1}{2^{4040}} \to 1$$

$$\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{2019} \to 2;\ \text{т.к.}:$$

$\frac{1}{2^{4040}} \to 0$ - пренебрежимо мало;

$\bullet\ \sqrt{2}\approx 1{,}4 \ \{ 1<\sqrt{2}<2 \quad |+2$

$3 < 2+\sqrt{2} < 4 \quad |\sqrt{\ }$

$\sqrt{3} < \sqrt{2+\sqrt{2}} < 2 \quad |+2$

$2+\sqrt{3} < 2+\sqrt{2+\sqrt{2}} < 4 \quad |\sqrt{\ }$

$\sqrt{2+\sqrt{3}} < \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} < 2$

Итак, мы получаем

$$\lim 1+\frac{1}{2^{4040}} = \frac{1}{2}\lim\sqrt{2+\sqrt{2}+\ldots\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \rho(O;A) = \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$$

ч.т.д.

Левая часть стремится к 2.

По т. о двух полицейских; если левый и правый предел равны 2, то наш большой корень стремится к 2)

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения

УФ 24-70

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ ПЕРШИН

ИМЯ ИВАН

ОТЧЕСТВО НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 11/01/2004

Класс: 9 „а"

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 10/02/2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача N 1.

Пусть головастиков пурпурной дженовиасы (Тд) a, ~~саб~~ ч-ков сабмурдных лягушек b; у Тд всего по 1 хвосту, у лягушек по x хвостов. По условию,

$$\begin{cases} 5a+4b=100 \\ a+xb=64 \quad |\cdot 5 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 5a+4b=100 \\ 5a+5xb=320 \end{cases} \updownarrow$$

~~$b(4-5b)=$~~

$b(5x-4)=220$

Поскольку по условию все числа натуральные, то числа x и 5b-4 могут быть равны лишь N делителям 220: 110 и 2, 55 и 4, 22 и 10, 20 и 11. Только при b=20 и 5x-4=11 x=(11+4):5= 3 - целое число, в других случаях x ∉ Z, ⇒, x=3, b=20. Нам нужен только x - то, что мы ищем.

Ответ: 3

+

Задача №2.

Пусть $n^2+n+8 \vdots 2019$, тогда ~~он~~ $n^2+n+8 \vdots 3$ и $n^2+n+8 \vdots 673$ $(2019=3\cdot673)$.

Если $n^2+n+8 \vdots 3$, то и $n^2+n-1 \vdots 3$ $(n^2+n+8-9=n^2+n-1)$.

Если $n=3a$ (a любое N число), то $n^2+n-1=\underset{\vdots 3}{9a^2}+\underset{\vdots 3}{3a}\underset{\not\vdots 3}{-1} \not\vdots 3$

Если $n=3a+1$, то $n^2+n+1=9a^2+6a+1+3a-1=9a^2+9a$ ~~$9a$~~ $\vdots 3$

Если $n=3a+2$, то $n^2+n-1=9a^2+12a+2+3a-1=\underset{\vdots 3}{9a^2}+\underset{\vdots 3}{15a}\underset{\not\vdots 3}{+1} \not\vdots 3$, ⇒

±

$n=3a+1$, ⇒, $n^2+n+8=9a^2+6a+1+3a+8=9a^2+9a+9=9(a^2+a+1) \vdots 673$, ⇒

т.к. 673 простое число, то $a^2+a+1 \vdots 673$, ⇒,

I $a^2+a+1-a\cdot673=0$

$a^2-672a+1=0$

$D=672^2-4$

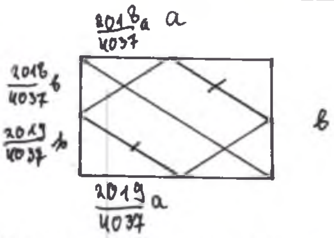
$a^2+a+1-x\cdot673=0$

$D=1+673x-4=673x-3$

Оба дискриминанта не могут иметь целый корень, ⇒, $n^2+n+8 \not\vdots 2019$.

Задача 3

Рассмотрим траекторию движения второго пловца. Если она будет являться правильным параллелограммом, то ↘



её длина будет равняться длинам 2-х диагоналей, т.е. ~~на~~ пути второго пловца

Доказательство: $S_1=2\sqrt{a^2+b^2}$; $S_2 =$ (по свойству пар-ма, $P=2(a+b)$) $= 2\left(\sqrt{\left(\frac{2018}{4037}b\right)^2+\left(\frac{2018}{4037}a\right)^2}+\sqrt{\frac{2019}{4037}b^2+\frac{2019}{4037}a^2}\right) = 2\cdot\left(\frac{2018}{4037}\sqrt{a^2+b^2}+\frac{2019}{4037}\sqrt{a^2+b^2}\right) = 2\cdot 1\sqrt{a^2+b^2}=S_1$.

Если траектория пути 2-го пловца будет иной, то ~~дл~~ её длина будет большей, т.к. иначе к a и b добавятся некоторые значения x, которые при возведении в сумме в квадрат дают дополнительные значение. ⇒, ~~вт~~ путь второго пловца не может быть короче первого, а ⇒ раз $S_1=S_2$, то $\frac{S_1}{S_2}=\frac{S_1}{S_1}=1$.

+ строго не обоснован

Ответ: не может; 1

Задача №1.

Пусть, по условию, скорость поглощения еды Пончика x, Сиропчика y, а одинаковое время - t. Табличка:

	v	t	A
П.	x м/д	$t_д$	$x t_м$ 100 м
С.	y м/д		$y t_м$

Известно, что $\frac{yt}{x}=45$, а $\frac{xt}{y}=20$.

тогда $\frac{\cancel{y}t}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{x}t}{\cancel{y}} = t^2 = 45\cdot 20 = 900$, ⇒, $t=\sqrt{800}= 30$ д.

$\frac{yt}{x} = 45_д$, ⇒, $\frac{y\cdot\cancel{30_д}}{x} = \cancel{45_д}^{1,5}$, ⇒, $y = 1,5x$; По условию, $t(x+y)=100м$ ⇒

$30д\,(x\,м/д + 1,5x\,м/д) = 100м$, ⇒ $x = \frac{100м}{30_д\cdot(1+1,5)} = \frac{100}{30\cdot 2,5} = \frac{\cancel{100}^{4}}{3\cdot\cancel{25}} = \frac{4}{3}$ м/д, $y =$ $= \frac{4}{3}\cdot 1,5 = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} = 2$ м/д, тогда

A_1 ~~tn~~ $= \frac{4}{3}$ м/д $\cdot\ 30_д = 40$ м
$A_2 = 2$м/д $\cdot\ 30$д $= 60$ м. } 100 м.

Ответ: скорость Пончика $\frac{4}{3}$ м/д, v-сть Сиропчика 2 м/д. Пончик сожрал 40 м варенья, Сиропчик - 60 м.

+

Задача № 5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УФ 24-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2}=1$. тогда

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2}=\frac{x^2\cdot(x^2-1)\cdot\ldots\cdot(x+1)+x^2\cdot(x^2-1)\ldots(x+2)x+\ldots+x\cdot(x+1)\cdot\ldots(x^2+1)}{x^2\cdot(x^2-1)\cdot\ldots\cdot x}.$$

всего в исходном равенстве x^2+x+1 дробей, а в числителе новой дроби каждого числа из знаменателей исх. дробей равно $x^2+x+1-1=x^2+x$. Если мы возьмём $\overset{\text{первые}}{}$ x^2+x чисел отдельно, то x^2 сократится. Дальше берём $\overset{\text{первые}}{}$ x^2+x-1 чисел, сократим $x+1$. И так далее, пока не останется $x(x+1)$ в предпоследнем числе числителя и x^2-1 в знаменателе, т.е. $\frac{x^2+x}{x^2-1}$, т.е число, >1, а $\Rightarrow$ (рассматриваем натуральные числа), при $x>1$ решений нет. Это можно показать, что и для $x=2$ $\sum=\frac{13}{12}$, а для $x=3$ $\sum>\frac{13}{12}$, т.к. при возрастании x сумма возрастает.

Ответ: Нет, не имеет.

∓

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

2г 77-45

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Родионович

Дата рождения 29.01.2002 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 21 77-45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Пусть M_1 - кол-во мальчиков на 1-ом курсе; $M_в$ - кол-во мальчиков всего; C_1 - кол-во студентов на 1-ом курсе, а $C_в$ - кол-во студентов всего.

По условию

$\frac{M_1}{C_1} > \frac{M_в}{C_в}$. Домножим обе части на $\frac{C_1}{M_в}$ (это число положительное, поэтому знак не изменится)

$\frac{M_1}{\cancel{C_1}} \cdot \frac{\cancel{C_1}}{M_в} > \frac{\cancel{M_в}}{C_в} \cdot \frac{C_1}{\cancel{M_в}} \Rightarrow \frac{M_1}{M_в} > \frac{C_1}{C_в} \Rightarrow$ первокурсников среди мальчиков больше, чем студентов первого курса среди всех студентов.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета.

+

Задача 2

+

$2019 \equiv 0 \pmod 3$, поэтому, если число $n^2+n+17 \equiv 0$ ~~(mod~~ $\pmod{2019}$, то и $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod 3$. ~~Предположим~~ Рассмотрим всевозможные остатки, которые может давать n при делении на 3.

I. $n \equiv 0 \pmod 3$. Тогда $n^2+n+17 \equiv 0^2+0+2 \equiv 2$ ~~(mod 3)~~ $\not\equiv 0 \pmod 3$

II. $n \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n+17 \equiv 1^2+1+2 \equiv 4 \equiv 1$ ~~(mod~~ $\not\equiv 0 \pmod 3$

III. $n \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n+17 \equiv 2^2+2+2 \equiv 5 \equiv 2 \not\equiv 0 \pmod 3$.

Значит, ни при каких значениях n число n^2+n+17 ~~А~~ не будет делиться на 3, а значит, и на 2019. Значит не существует такого n, что $n^2+n+17 \vdots 2019$.

Ответ: ~~не существует~~. не может делиться.

Лист 1 из 1

Задача 4

Пусть Пончик съел n кг, тогда Сиропчик съел (100-n) кг. Пусть $x \frac{кг}{д(день)}$ - прожорливость Пончика, а $y \frac{кг}{д}$ - Сиропчика. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{n}{x} = \frac{100-n}{y} & \text{(у них ушло одинак. время на поедание своих запасов)} \\ \frac{100-n}{x} = 45 & \text{(фраза ~~Пон~~ Пончика)} \\ \frac{n}{y} = 20 & \text{(фраза Сиропчика)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{n}{x} = \frac{100-n}{y} \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{n}{\frac{100-n}{45}} = \frac{100-n}{\frac{n}{20}} \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{45n}{100-n} = \frac{(100-n)20}{n} \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9n^2 = (100-n)^2 \cdot 4 \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases} \qquad \begin{cases} (3n)^2 - (200-2n)^2 = 0 \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases} \qquad \begin{cases} (5n-200)(n+200) = 0 \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases}$$

+

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} n = 40 \\ n = -200 - \text{невозможно} \end{array} \right. \\ x = \frac{100-n}{45} \\ y = \frac{n}{20} \end{cases} \qquad \begin{cases} n = 40 \text{ кг} \\ x = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} \frac{кг}{д} \\ y = \frac{40}{20} = 2 \frac{кг}{д} \end{cases}$$

$n = 40$ кг $\Rightarrow 100 - 40 = 60$ кг - съел Сиропчик

Ответ: Пончик: 40кг с пр-ю (прожорливостью) $\frac{4}{3} \frac{кг}{д}$; Сиропчик: 60кг с пр-ю $2 \frac{кг}{д}$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5.

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019\text{ раз}} < 2019$$

Докажем данное утверждение ~~по индукции~~:
докажем, ~~что~~ по индукции по n, что

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n\text{ раз}} < 2019$$

База: $n=1$ $\sqrt{2019} < 2019$

$n=2$ $\sqrt{2019+\sqrt{2019}} < \sqrt{2019+2019}$ (из ~~базы~~ $n=1$) $=$

$= \sqrt{2\cdot 2019} < 2019.$

Пусть для $n=k$ наше утв-е верно:

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k\text{ раз}} < 2019$$

Докажем для $n=k+1$

$$\underbrace{\sqrt{2019+\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{k\text{ раз}}}}_{k+1\text{ раз}} < \sqrt{2019+2019} = \sqrt{2\cdot 2019} <$$

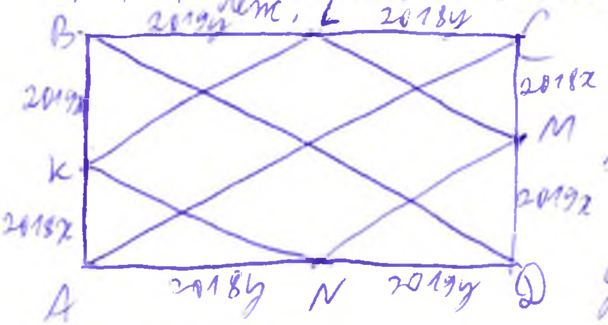
⊕

$< 2019 \Rightarrow$ для $n=k+1$ наше утв-е верно. Значит, наше утв-е верно для $\forall n \in \mathbb{N}$, значит, и наше исходное нер-во верно.

Ответ: верно

Задача 3

Пусть прямоугольник ABCD – карьер. Точки K, L, M, N леж. на AB, BC, CD, DA соотв. – точки по которым плавает 2-ой.



Поскольку диагонали ~~четырехугольника~~ прямоугольника равны, то для удобства будем считать, что он проплыл расстояние BD+AC.

Сначала найдем наименьшее возможное отношение длины большего пути к меньшему. Не меняя общности пусть $\frac{BK}{KA} = \frac{2019}{2018}$ (начальная т. второго.

Наименьшее возможное значение числа $\frac{a}{b}$, где $a, b \in N$, $a \geq b$ – это 1 (т.к. если меньше, то $a<b$. ~~То~~

Пусть $\frac{BL}{LC} = \frac{2019}{2018}$; $\frac{DM}{MC} = \frac{2019}{2018} = \frac{DN}{NA}$. Тогда $\Delta BKL \sim \Delta BAC$ ($\angle B$ – общий; $\frac{BK}{BA} = \frac{BL}{BC} = \frac{2019}{2019+2018} = \frac{2019}{4037}$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{KL}{AC} = \frac{2019}{4037}$. Аналогично, $\frac{NM}{AC} = \frac{2019}{4037}$; $\frac{KN}{BD} = \frac{2018}{4037} = \frac{LM}{BD}$. Тогда $KL+LM+MN+NK = \frac{2019}{4037}(AC+AC) + \frac{2018}{4037}(BD+BD) = \frac{2019}{4037}(AC+BD) + \frac{2018}{4037}(AC+BD) = AC+BD$ ($AC=BD$). То есть $\frac{KL+LM+MN+NK}{BD+AC} = 1$ – наименьшее отношение.

∓

не обосновано

Теперь ответим на первый вопрос задачи.

Докажем, что $KL+LM+MN+NK \geq AC+BD$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ , Г-300

Место проведения

КТ 42-56

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ПЕТРОВ

ИМЯ ТИМУР

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 08 07. 2002

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10. 02. 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КТ 42-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Пусть x - кол-во мальчиков на первом курсе, y - кол-во мальчиков на всем факультете; A - всего первокурсников, B - всего студентов факультета.

Тогда из условия известно, что

$$\frac{x}{A}\cdot 100\% > \frac{y}{B}\cdot 100\%$$

$$① \quad \frac{x}{A} > \frac{y}{B}$$

Необходимо определить знак неравенства $\frac{x}{y} \dots \frac{A}{B}$

Можно преобразовать неравенство ① домножив на A и разделив на y.

$$\frac{x\cdot A}{A\cdot y} > \frac{y\cdot A}{B\cdot y} \Rightarrow \frac{x}{y} > \frac{A}{B}$$ ⊕

Таким образом, получается, что первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

№2

Может ли выполняться $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod{2018}$?

~~Преобразуем: $n^2+n \equiv$~~ Отсюда следует, что 1) $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod 3$

2) $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod{673}$

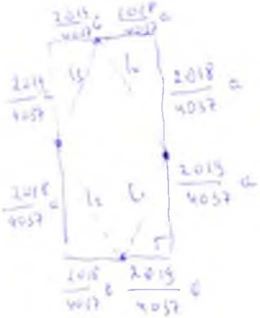
Рассм 1) $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod 3$. Преобразуем, избавившись от 17. $n^2+n \equiv 1 \pmod 3$ Разложим на множители. $n(n+1) \equiv 1 \pmod 3$. Это означает, что + каждый из множителей должен давать один в остатке при делении на 3. Но n и n+1 - это два последовательных натуральных числа ⇒ они не могут давать одинаковые остатки при делении на 3.

Ответ: это невозможно.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть a, b — стороны прямоугольника. Т.к. первый плывет по диагонали дважды, то его путь равен $S_1 = 2\sqrt{a^2+b^2}$



Пусть второй пловец разбивает сторону, к которой он будет плыть в таком же отношении (2018:2015), причем так, чтобы он плыл к такой же части, с которой уплывает (то есть так, чтобы стороны прямоугольного треугольника имели одинаковые отношения к полной своей стороне).

Тогда его путь: $S_1 = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$

$$l_1 = \frac{2015}{4037}\sqrt{a^2+b^2} = l_3$$

$$l_2 = \frac{2018}{4037}\sqrt{a^2+b^2} = l_4$$

$$S_2 = 2l_1 + 2l_2 = 2\cdot\frac{2018+2019}{4037}\sqrt{a^2+b^2} = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

7

Значит, он может проплыть такой же путь, как и первый пловец.

Выбирая другие соотношения сторон, второй пловец будет только увеличивать свой путь, а значит этот путь — минимальный.

Это требует обоснования

Ответ: нет, не может; $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{1} = 1$.

№4 Пусть A — кол-во кг в кладовой у Пончика, а B — кол-во кг в кладовой у Сиропчика; p_1 — прожорливость Пончика, p_2 — прожорливость Сиропчика.

Тогда из условия: ① $A + B = 100$

② $\frac{A}{p_1} = \frac{B}{p_2}$

③ $\frac{B}{p_1} = 45$; ④ $\frac{A}{p_2} = 20$

Из ② выражаем A: $A = \frac{B\cdot p_1}{p_2}$ и подставляем в ④: $\frac{B\cdot p_1}{p_2^2} = 20$, выражаем B: $B = \frac{20p_2^2}{p_1}$ и подставляем в ③: $\frac{20p_2^2}{p_1^2} = 45 \Rightarrow \frac{p_2^2}{p_1^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{2}$. Из ② следует, что $\frac{B}{A} = \frac{3}{2}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Выразим В: $B = \frac{3}{2}A$ и подставим в ①:

$$A + \frac{3}{2}A = 100$$

$$\frac{5}{2}A = 100$$

$$5A = 200$$

$$\underline{A = 40}$$, тогда $B = \frac{3}{2}A = \underline{60}$.

Из ③ и ④ следует, что $p_1 = \frac{B}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$, $p_2 = \frac{A}{20} = \frac{40}{20} = 2$

+

Ответ: в кладовой Ромика – 40кг, его прожорливость $= \frac{4}{3}$ кг/дн, в кладовой Строчика – 60кг, его прожорливость $= 2$ кг/дн.

№5

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019 \text{ раз}} < 2019$$

I. Возводя постепенно в квадрат и перенося целое в правую часть мы получим:

$$0 < 2019(2019(2019(\ldots(2019(2019-1)^2-1)^2\ldots)-1)^2-1)^2-1)$$

Очевидно, что это неравенство верное, т.к. число справа положительное, в виду того, что при раскрытии скобок изнутри число будет только увеличиваться, т.к. каждый раз оно возводится в квадрат и еще умножается на 2019 ?

II. Также можно заметить, чтобы было равенство,

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}} = 2019$ необходимо чтобы подкоренная часть равнялась 2018·2019, т.е. $\underbrace{2019+2019+\ldots+2019}_{2018 \text{ раз}}$, то

в нашем неравенстве при прибавлении 2019 каждый раз извлекается корень. Тогда очевидно, что это число будет меньше чем 2018·2019. => неравенство верно

±

Ответ: да, верно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ио 93-80

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Петрова

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Игоревна

Дата рождения 13.11.2004

Класс: 8В

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИО 93-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Триас. диконы → 5 ног
↘ 1 хвост

Саба. мегушки → 4 ноги
↘ ч хвостов (причем $ч>1$)

Пусть x (триас. дикон) и y (саба. мегуш.) - было всего, тогда всего было бы: (5x+4y) ног у головастиков, по условию это равно 100 ног, тогда, составим уравнение

$5x+4y=100$.

Число, кратное 5, оканчивается или на 0 или на 5. Если оно будет оканчиваться на 5, то количество ног саба. мегушек будет оканч. на 5, но по признаку делимости на 4 количество ног не может оканчиваться на 5, тогда получится нецелое число саба. мегушек. Следовательно, кол-во ног триас. дикон. оканчивается на 0. Всего чисел, оканчивающихся на 0 11 шт.

~~0~~ ~~10~~ 20 ~~30~~ 40 ~~50~~ 60 ~~70~~ 80 ~~90~~ ~~100~~ ⇒ числа 0 и 100 не подходят, так как получится, что каких-нибудь видов головастиков не будет вообще, что противоречит условию

~~100-10=90:4=10 не подходит~~
~~100~~

Надо, чтобы сумма ног триас. дикон. было кратна 20 (4·5). Тогда останутся числа: 20; 40; 60; 80

20 ⇓ ног у тр. дикон.

I) всего было: ④ триас. дикон.
⑳ саба. мегушек.

Если бы было ч хвостов у всех саба. мегушек и x хвостов у всех триас. дикон., то всего было бы (ч+x) хвостов, по условию это число равно 64 хвостам. Составим уравнение:

$ч+x=64$ (x ~~[illegible]~~ тр. д. было, значит $x\cdot1=x$ шт - всего, если всего 20 мегушек, то $20\cdot ч_1=$ ~~[illegible]~~ ч - хвостов всего, где ($ч_1$) - хвосты у каждой мегушки)

$20ч_1+4=64$

$ч_1=3$ хв

⇓

если 20 саб. мег. и 4 тр. диск., то у каждой саб. мег. по 3 хвоста

II) 40 ног у тр. дикон.

⇓

всего было ⑧ триас. дикон.
⑮ ~~[illegible]~~ триас. дикон

Если бы было ч хв. у всех саба. мегушек и x хвостов у всех триас. дикон., то всего было бы (ч+x) хвостов по условию это число = 64 хвостам. Составим уравнение:

$ч+x=64$ (x тр. д. было, значит $x\cdot1=x$ шт - всего, если всего 15 мегушек, то $15\cdot ч_1=$ ~~[illegible]~~ ч - хвостов всего, где $ч_1$ - хв. у каждой мег.)

$15ч_1+8=64$

$15ч_1=56$

$ч_1=\frac{56}{15}$ - нецелое число

⇓

вариант не подходит.

III) 60 ног у тр. дикон.

⇓

всего было: 12 тр. дикон.
10 ~~[illegible]~~ саб. мегуш.

Если бы было ч хвостов у всех саб. мегушек и x хвостов у всех тр. дикон., то всего было бы (ч+x) хвостов, по условию это число равно 64 хвостам. (x тр. д. - всего, значит $x\cdot1=x$ шт - всего; если всего 10 саб. мегушек, то $10\cdot ч_1=ч$ - хвостов всего, где $ч_1$ - хвосты у каждой мегушки)

сост. уравн.

$ч+x=64$

$10ч_1+12=64$

$10ч_1=52$

$ч_1=\frac{52}{10}$ - нец. число

↓

вар. не подходит.

IV) 80 ног у тр. дикон.

⇓

всего было: 16 тр. дикон.
5 саб. мегушек.

Если бы было ч хвостов у всех саб. мегушек и x хвостов у всех ~~саб~~ тр. дикон., то ~~это число~~ всего (x+ч) хвостов, по условию это число = 64 хв. (x тр. д. - всего, значит $x\cdot1=x$ шт ⇒ всего; если всего 5 саб. мег., то $5\cdot ч_1=ч$ ⇒ хвостов всего, где $ч_1$ - хвосты у каждой мегушки.

сост. уравн.

$ч+x=64$

$5ч_1+16=64$

$5ч_1=48$

$ч_1=\frac{48}{5}$ ⇒ нецелое

↓

вариант не под., а значит у каждой саба. мегушки по 3 хвоста.

Ответ: 3 хвоста.

±

Можно короче.

Лист 01 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИО 93-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Б4 Пусть в кладовой Пончика – X кг, тогда в кладовой Сиропчика (100 – X) кг. Тогда прожорливость Пончика = $\left(\frac{100-x}{45}\right)$ $\frac{\text{кг}}{\text{дней}}$, а прожорливость Сиропчика: $\left(\frac{x}{20}\right)$ $\frac{\text{кг}}{\text{день}}$. Время, за которое съест свой запас Пончик составит: $\frac{x}{\frac{100-x}{45}} = \left(\frac{45X}{100-X}\right)$ дней; а время Сиропчика $\frac{100-X}{\frac{X}{20}} = \left(\frac{(100-X)\cdot 20}{X}\right)$ дней. По условию время Пончика и Сиропчика ~~[illegible]~~ одинаково. Составим уравнение:

$$\frac{45X}{100-X} = \frac{20\cdot(100-X)}{X}$$

$$45X^2 - 20\cdot(100-X)^2 = 0$$

$$45X^2 - 20\cdot(X-100)^2 = 0$$

$$45X^2 - 20(X^2 - 200X + 10000) = 0$$

$$45X^2 - 20X^2 + 4000X - 200000 = 0$$

$$25X^2 + 4000X - 200.000 = 0.$$

$$25(X^2 + 160X - 8000) = 0$$

$$X^2 + 160X - 8000 = 0$$

$$D = k^2 - ac = 80^2 + 8000\cdot 1 = 6400 + 8000 = 14400 = 120^2$$

$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D}}{a} = \frac{-80 \pm 120}{1}$; $X_1 = 40$; $X_2 = -200$ → не удовл., т.к. масса не может быть отрицательной;

Из уравнения следует, что:

Запас Пончика = 40 кг => прожорливость Пончика = $\frac{100-40}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ кг/день

Запас Сиропчика = (100 – 40) = 60 кг => прожорливость Сиропчика = $\frac{40}{20} = 2$ кг/день

Ответ: Пончик: 40 кг; $1\frac{1}{3}$ кг/день.
Сиропчик: 60 кг; 2 кг/день.

+

Б2.

$n^2+n+2 = ?$

Число 2019 можно разложить на простые множители:

2019 = 3·673.

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 3 \\ 673 & 673 \\ 1 & \end{array}$$

Попробуем разложить на множители число n^2+n+2.

$n^2+n+2 = ?$

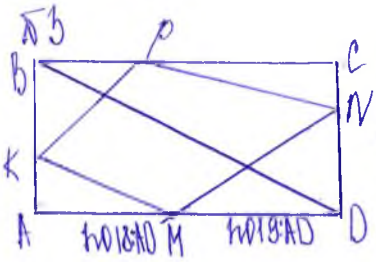
$D = n^2 - 8n^2 = -7n^2$; $D \ge 0$ чтобы n^2+n+2 раскладывалось на множители, надо чтобы $-7n^2 \ge 0$, но такое возможно только если $n^2 \le 0$, $n^2 \ne 0$ по условию, т.к. $n \in N$, а $n^2 \not< 0$ т.к. нет такого числа, которое бы при возведении в квадрат было бы отрицательным. Значит, и n^2+n+2 не разложимо на множители, то есть делится или на 1 или n^2+n+2. Если бы оно было бы кратно числу, вида 2019·k, где k∈N, то и подавно делилось бы на 19. Значит, оно не делится.

Ответ: не делится

–

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



S_1 (расстояние 1 пловца) = 2BD

S_2 (расстояние 2 пловца) = ~~B~~MNPK = P_{MNPK}

Допустим, что 2 пловец может проделать путь, меньший 2BD.

$2BD > P_{MNPK}$

$BD > KM + MN + PN + KP$

~~$2\cdot\sqrt{AD^2+AB^2} > \sqrt{\left(\frac{2018}{AD}\right)^2+(AB-BK)^2}+\sqrt{\left(\frac{2019}{AD}\right)^2+(AB-CN)^2}+$~~

$PN > PC$
$MN > MD$
$KM > AM$
$KP > BP$
} т.к. наклонная больше перпендикуляра

сложим:

$S_{MNPK} > 2BC$
$2BC < 2BD$
} ⇒ $2BC < S_{MNPK}$

$2BC < 2BD$.

?

$\frac{4034}{AD} < BD$

$\frac{4034}{AD} < \sqrt{\frac{4034^2}{AD} - AB^2}$, но это неверно ⇒ нет

∓

Ответ: нет.

№5. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$

~~если пом дробей вида $\frac{1}{x+k}$, где k - натуральное число идут дроби вида $\frac{1}{x^2-k_1}$, где $k_1 \in N$, то значит есть определенная закономерность и после члена:~~

~~$\frac{1}{x^2-k_1} = \frac{1}{x+k}$~~

~~$x^2-k_1 = x+k$~~

~~$x^2-x = k_1+k$~~

~~$x(x-1) = k_1+k$~~

~~$x = k_1+k$~~

~~$\frac{1\cdot(x-1)}{k_1+k}+\frac{1\cdot(x-1)}{k_1+k+x-1}+\frac{x-1}{x\cdot(x-1)}{k_1+k+2x-2}+$~~

~~$\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{x^2}-1+\frac{1}{x^2}=1$~~

~~$\frac{1}{x}(1+1+\frac{1}{2}+\ldots)+\frac{1}{x^2}(\ldots-1-1)=1$~~

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$

Если пом дробей вида: $\frac{1}{x+k}$, где $k \in N$ идет дробь вида $\frac{1}{x^2-m}$; где $m \in N$; то смело можем предположить, что получится так, что дробь:

$\frac{1}{x+L}=\frac{1}{x^2-n}$; где L и $n \in N$.

$x+L=x^2-n$

Попробуем с помощью перебора подобрать такие x, L, n, чтобы выполнялось равенство: $x+L=x^2-n$

Пусть $x=2$. Тогда.

$2+L=4-n$

$2-n=L$

$n=L=1$, но это невозможно, т.к. нам даны и другие члены, не только $\frac{1}{x+1}$ и $\frac{1}{x^2-1}$, попробуем использовать число 3.

$3+L=9-n$

$L=6-n$. Пусть $n=2$, $L=4$, удовлетворяет.

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\underset{\text{совпадает}}{\overset{\text{вычеркнуть}}{\left(\frac{1}{7}\right)}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=1.$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=1$

$\frac{7}{12}+\frac{11}{30}+\frac{15}{56}+\frac{1}{9}=1.$

$\frac{45}{108}+\frac{11}{30}+\frac{15}{56}=1$

$\frac{2250}{3240}+\frac{1188}{3240}$ уже больше 1, но нам подходит, а дальше будет >1 ⇒ след. нет.

Ответ: нет.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Учебный центр МРСК Урала

Место проведения

ЦН89-68

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Подкорытов

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Денисович

Дата рождения 16.02.2004

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Финальный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Дискомосса - 5 ног, 1 хвост

Лягушка - 4 ног, x хвостов

Пусть было a дискомосс и b лягушек.

Тогда $\begin{cases} 5a + 4b = 100 \\ a + xb = 64 \end{cases}$, где x - кол-во хвостов лягушек.

Если a нечетно, то $5a$ оканч. на 5 => $100-5a$ тоже оканч на 5 => => нечетно. Значит, $4b = 100-5a$ - нечетно. Но $4b \vdots 4$ - четно.

Значит, $a \vdots 2$

Если $a \vdots 2$, то $5a \vdots 10 \Rightarrow 4b \vdots 10$

$4b$ может равняться $\{20, 40, 60, 80\}$

Рассмотрим все случаи:

$4b = 20 \Rightarrow 5a = 80$
$b = 5,\ a = 16$
$16 + 5x = 64$
$5x = 48$
$48 \not\vdots 5$ - не подходит.

$4b = 40,\ 5a = 60$
$b = 10,\ a = 12$
$12 + 10x = 64$
$10x = 52$ - не подходит

$4b = 60,\ 5a = 40$
$b = 15,\ a = 8$
$8 + 15x = 64$
$15x = 56$ - не подходит

$4b = 80,\ 5a = 20$
$b = 20,\ a = 4$
$4 + 20x = 64$
$20x = 60$
$x = 3$

Перебрав все случаи, мы получим, что $4b$ может равняться лишь 80 => лягушек 20. Тогда хвостов у них 3

Ответ: у каждой лягушки 3 хвоста.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Пусть S_1 т варенья у Пончика

S_2 т варенья у Сиропчика

V_1 т/день прожорливость пончика

V_2 т/день - прожорл. Сиропчика.

По условию:

$$S_1 + S_2 = 100$$

$$\frac{S_1}{V_1} = \frac{S_2}{V_2} \quad (*)$$

Из первого высл:

$$\frac{S_2}{V_1} = 45$$

Из второго:

$$\frac{S_1}{V_2} = 20$$

Значит, $S_2 = 45V_1$, $S_1 = 20V_2$

+

Вернемся к (*):

$$\frac{20V_2}{V_1} = \frac{45V_1}{V_2}$$

$$20V_2^2 = 45V_1^2$$

Разделим обе части уравнения на 5

$$4V_2^2 = 9V_1^2$$

Извлечём корни:

$$2V_2 = 3V_1$$

$$V_1 = \frac{2}{3}V_2$$

Тогда $S_2 = 45V_1 = \frac{45 \cdot 2}{3}V_2 = 30V_2$. Значит, $\overset{S_1}{20V_2} + \overset{S_2}{30V_2} = 100$

$$50V_2 = 100$$

$$V_2 = 2 \text{ т/день.}$$

Тогда сиропчик имел 60т запасов и съел их за $\frac{60}{2} = 30$ дней

По условию $\frac{S_1}{V_1} = \frac{S_2}{V_2} \Rightarrow \frac{S_1}{V_1} = 30 \Rightarrow \frac{40}{V_1} = 30$, $V_1 = \frac{4}{3}$ т/день

Ответ: у Пончика было 40т варенья и он съел их ~~за~~ со скоростью $\frac{4}{3}$ т/день, а у сиропчика было 60т их и он съел их со скоростью 2 т/д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

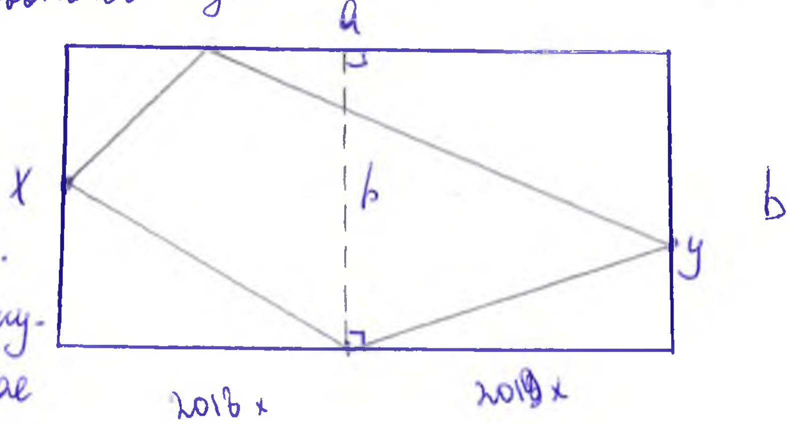
√3

Допустим, что второй пловец может выбрать такие 3 точки.

Рассмотрим его стартовую позицию и сторону прямоугольника, ей противоположную.

~~кратчай~~

кратчайший ~~расстояние~~ путь до противоп. стороны - перпендикуляр (в данном случае расст. b)



Но т.к. нужно посетить еще и соседнюю сторону, то путь до противоположной стороны будет больше b.

Так же нужно вернуться обратно, посетив еще одну грань ⇒ путь обратно тоже больше b ⇒ весь путь (пусть он равен S) больше 2b

Теперь рассмотрим точки X и Y (на чертеже), находящиеся на двух коротких сторонах.

Пусть расстояние между ними = $\rho(X,Y) \geqslant a$ (если они на друг против друга, то $\rho(X,Y) = a$). Но пройденный путь от X до Y больше $\rho(X,Y)$ (по неравенству треуг.) в обе стороны. Значит,

$2b < S < 2$

$2b < 2a < S$. Первый пловец проплыл $L = \sqrt{a^2+b^2}$ метров

$L > a$, но $L < 2a$.

∓

слишком грубые оценки

А т.к. $S > 2a$, то $S > L$

Значит, второй пловец не может выбрать такие 3 точки

№5.

Допустим, что есть такое $x. > 1$, $x \in \mathbb{N}$

Тогда $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$, $\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{3}$, …. $\frac{1}{x^2-1} \leq \frac{1}{3}$, $\frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{4}$

Рассмотрим при $x=2$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4} = \overset{3}{\frac{3}{4}}+\overset{4}{\frac{1}{3}} = \frac{13}{12} > 1.$$

Если $x=3$:

Значение будет $\frac{13}{12} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$.

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}$$

Если $x=n$,

пусть $S(n-1)$ - результат, где $x=n-1$.

Тогда $S(n) = S(n-1) - \frac{1}{n\cancel{4}-1} + \underbrace{\sum_{i=n^2+1}^{(n+1)^2} \frac{1}{i}}$,

пусть это значение $= \cancel{4}\, Z$

При этом $\frac{1}{n-1} < Z$

$$Z = \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \ldots + \frac{1}{(n+1)^2}$$

А значит, значение будет возрастать при всех x.

И всегда будет $> \frac{13}{12} > 1$.

Значит, решений нет.

Ответ: решений нет.

+

№2. ~~k~~

$n^2+n+2=2019k$, $n\in\mathbb{N}$, $k\in\mathbb{Z}$, $k\geqslant 0$

Допустим, что возможно

Значит,

$n(n+1)\underset{2019}{\equiv}2017$

$n(n+1)$ - четно

$2019k$ - четно (т.к. 2 тоже четно)

$n(n+1)=2019(k-1)+2017$

$k-1$ - нечетно

Пусть $l=k-1$

Тогда $2019l$ может оканч. на:

$9\cdot1$ - 9

$9\cdot3$ - 7

$9\cdot5$ - 5

$9\cdot7$ - 3

$9\cdot9$ - 1

$2019l+2017$ может оканч. на:

(0, 2, 4, 6, 8. (1)

$n(n+1)$ может оканч. на:

(0, 2, 6 (при том n ок. на (0, 4, 5, 9), (1, 3, 6, 8), (2, 7) соотв.)

из списка (1) подходят только 0, 2, 6

Это вып. при l ок. на 1, 5, 7

Значит k оканч. на $\underbrace{2, 6, 8}$.

Если $k=\{2,6,8\}$, то равенство не выполняется.

$n^2+n+2=(n+1)^2-(n+1)=$ ~~$(n+1)(n+1-1)=(n+1)n$~~ -

$=(n+1)^2-n+1$

Значит, n - четно. (ибо тогда $(n+1)^2$ - нечетно, $(n+1)^2-n$ - нечетно)

±

до ответа не доведено

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, москва

Место проведения

RR 90-87

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ПОНОМАРЕВ

ИМЯ ДМИТРИЙ

ОТЧЕСТВО ИВАНОВИЧ

Дата рождения 07.05.2002.

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

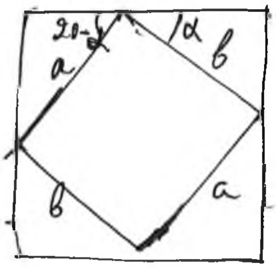
Дата выполнения работы: ______
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача №3

Посмотрим на предмет, помещенный в отсек под неким углом α (α – меньший угол, поэтому он $\in [0; 45]$)



Пусть a, b – стороны прямоуг., $a \geq b$, $b > 0$

Тогда:

$$\begin{cases} a \cdot \cos(90-\alpha) + b\cos(\alpha) \leq 3 \\ a \cdot \cos(\alpha) + b\cos(90-\alpha) \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\sin\alpha + b\cos\alpha \leq 3 \\ a\cos\alpha + b\sin\alpha \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} (a-b)\sin\alpha + b(\cos\alpha + \sin\alpha) \leq 3 \\ (a-b)\cos\alpha + b(\cos\alpha+\sin\alpha) \leq 3 \end{cases}$$

отметим, что т.к. $\alpha \in [0; 45]$ $\cos\alpha \geq \sin\alpha$,

? а $(a-b) \geq 0$. Тогда

$$(a-b)\cos\alpha + b(\cos\alpha+\sin\alpha) \geq (a-b)\sin\alpha + b(\cos\alpha+\sin\alpha)$$

В рез-те останется одно условие:

$$a\cos\alpha + b\sin\alpha \leq 3$$

пусть $k = \frac{a}{b}$, $k \geq 1$

$$kb\cos\alpha + b\sin\alpha \leq 3$$

$$b(k\cos\alpha + \sin\alpha) \leq 3$$

рассмотрим выражение $k\cos\alpha + \sin\alpha$ при заданной k

и найдем в нем точки минимума

$(k\cos\alpha+\sin\alpha)' = \cos\alpha - k\sin\alpha$

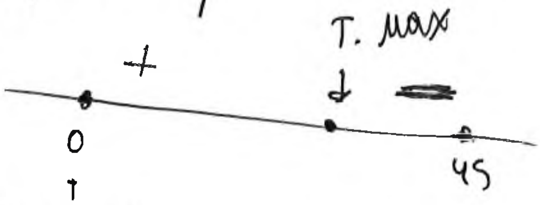
$\alpha \in [0;45]$

при $k=1$

$(k\cos\alpha+\sin\alpha)' = 0$ при $\alpha = 45°$

при $k \geqslant 1$

$(k\cos\alpha+\sin\alpha)' = 0$ при $0° > \alpha > 45°$



$x' = 1 - k\cdot 0 = 1$

Тогда т. мин. будут либо $\alpha = 0°$; либо $\alpha = 45°$

~~$k\cos\alpha + \sin\alpha$ при $\alpha = 0°$~~

при $\alpha = 0°$

~~$k\cdot 1$~~ $k\cos\alpha + \sin\alpha = k$

при $\alpha = 45°$

$k\cos\alpha + \sin\alpha = \frac{k+1}{\sqrt{2}}$

$k \geqslant \frac{k+1}{\sqrt{2}} \to \sqrt{2}k \geqslant k+1$ $\quad k \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

Тогда:

при $k \in [1; \frac{1}{\sqrt{2}+1}]$

$bk \leq 3$

$b\cdot\frac{a}{b} \leq 3$

$a \leq 3$

при $k \in [\frac{1}{\sqrt{2}+1}; +\infty)$

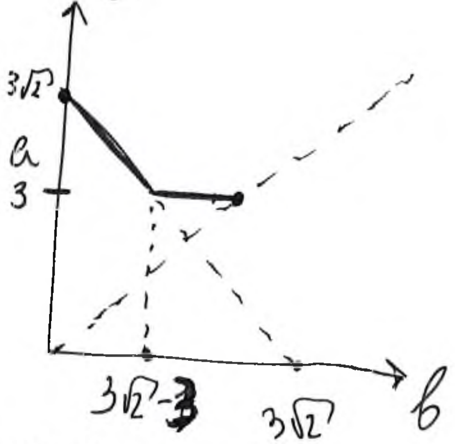
$b\cdot\frac{k+1}{\sqrt{2}} \leq 3$

$b + bk \leq 3\sqrt{2}$

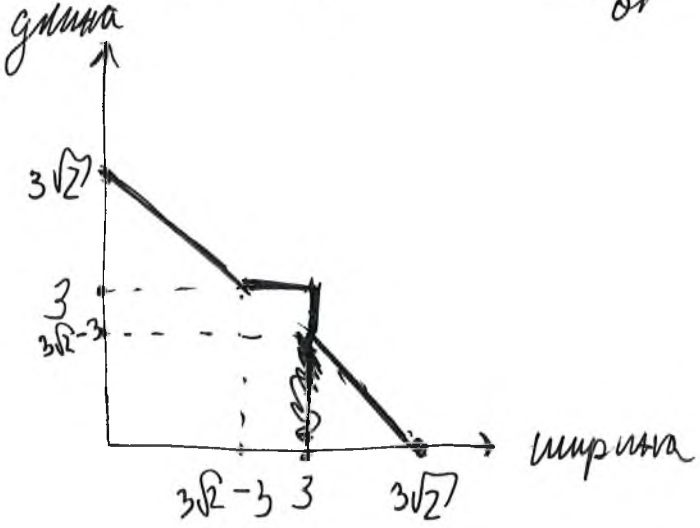
$b + a \leq 3\sqrt{2}$

+

Тогда:



Отметим, что a не обязательно длина, а значит, что чтобы получить график длина - ширина, нужно отразить симметрично график a-в от линии a=в



№1

Обозначим кол-во м на 1курсе за X_1

-||- -||- д на 1курсе за Y_1

-||- -||- ~~ос~~ м не на 1курсе за X_2

-||- -||- д не на 1 курсе за Y_2

условие тогда может быть записано таким образом:

$$\frac{X_1}{X_1+Y_1} > \frac{X_1+X_2}{X_1+X_2+Y_1+Y_2}$$

Отметим, что:

$X_1+Y_1>0$

$X_1+X_2>0$

Тогда:

$$\frac{x_1}{x_1+x_2} > \frac{x_1+y_1}{x_1+x_2+y_1+y_2}$$

т.е. Первокурсников среди всех м ун-та больше, чем ст. 1 курса среди всех студ. ун-та

Ответ: Первокурсников среди всех мальчиков университета больше

+

№4

Пусть ~~б~~ i-тая бригада за 1 месяц добывает x_i угля.

для простоты записи будем записывать ур-е $ax_1+bx_2+cx_3+dx_4 = e$ как: $a\ b\ c\ d | e$

Тогда:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 1 & 2 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 14 \end{array}\right)$$

отметим, что

$$5-4\ \ 2-1\ \ 1-2\ \ 4-5\ |\ 4 \rightarrow$$
$$\rightarrow 1\ \ 1\ \ -1\ \ -1\ |\ 4$$

Тогда

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 1 & 2 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 14 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -2 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 14 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -2 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 11 \end{array}\right) \rightarrow \cancel{\left(\begin{array}{c|cccc} & 2 & -2 & 0 & 4 \\ & -4 & -5 & 0 & 1 \\ & 3 & 4 & 1 & 0 \end{array}\right)}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -2 & 0 & 4 & 3 \\ -4 & -5 & 0 & 1 & -15 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 11 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 18 & 18 & 0 & 0 & 63 \\ -4 & -5 & 0 & 1 & -15 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 11 \end{array}\right)$$

вспомним, что
$11\ -1\ -1\ 14$.
Тогда →

~~9 2 9 9~~ $9x_1+9x_2+9x_3+9x_4 = 63-36 = 27$

тогда

$4x_1+4x_2+4x_3+4x_4 = 12$

а значит, за 4 месяца, бригады, работая вместе, могли бы добыть 12 млн. т. угля

Ответ: 12 млн. т.

$\boxed{+}$

№2

$x^2-[x] = 2019$

$44^2 = 1936$
$45^2 = 2025$
$46^2 = 2116$
$47^2 = 2209$

$x^2 = 2019+[x]$

$x > \sqrt{2019} \Rightarrow [x] \geq 44$

$2019+[x] \geq 2063 \Rightarrow x^2 \geq 2063 \Rightarrow [x] \geq 45$

Отметим, что т.к x^2 на пр-ке $x \in [45;+\infty)$ возрастает ~~быстрее~~ в разы быстрее, чем $[x]$, рассматривать $[x] > 47$ не имеет смысла

Перебор

$[x]=45$ $x^2 = 2019+45 = 2064$

$x^2 = 2064 < 46^2 \Rightarrow$ $[x]$ действительно равен 45.

$x = \sqrt{2064}$ подходит

$[x]=46$: $x^2 = 2067$ $x < 46$ не подходит

$[x]=47$: $x^2 = 2068$ $x < 47$ не подходит

Ответ: $x = \sqrt{2064}$

не рассм. отриц. x

$\boxed{\mp}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ
Место проведения

УР32-46
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Попадьина

ИМЯ Варвара

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 28.10.2005 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

1) Пусть выражение (n^2+n+2) кратно 2019. Но тогда это число кратно и тройке, так как в разложении числа 2019 есть 3.

2) Если (n^2+n+2) при делении на 3 дает остаток равный нулю, то (n^2+n) дает остаток равный единице при делении на тройку (т.к. $3-2=1$)

3) Рассмотрим, какие суммы остатков могут быть.

	n	n^2
остатки при :3	0	0
	1	2
	2	1

$0+0=0$

$1+2=3$ => остаток $=0$

$2+1=3$ => остаток $=0$.

+

Как видим, n^2+n всегда кратно трём. Но тогда выражение (n^2+n+2) не будет кратно тройке, следовательно, и на 2019 оно тоже делиться не будет. Противоречие.

Ответ: нет

№3

1) Так как прямоугольник имеет размеры 9 × 11 см, а 1 квадрат $= 1 \times 1$ см, всего у нас 99 квадратов, ~~где~~ внутри которых поставлено 200 отметин.

2) Воспользуемся методом Дирихле. В нашем случае квадраты это клетки, а отметины – кролики.

1 шаг. Докажем, что найдется „клетка" с 2мя „кроликами". Так как у нас 99 клеток, а отметин 200, то найдется клетка, где две отметины (т.к. 200 больше 99)

⊕

2 шаг. Докажем, что найдется клетка с 3-мя и более отметинами. Пусть это не так и в каж

дой клетке <3 отметин. Тогда в сумме у нас не более $99 \cdot 2 = 198$ отметин. Но так как у нас 200 отметин, то утверждение неверно. Значит, найдется клетка, в которой ≥ 3 отметин (ч.т.д)

№1

1) Пусть у нас x пятиногих головастиков и y - многохвостых. Число хвостов у последних обозначим как a. Составим систему.

$$\boxed{\begin{cases} 5x+4y=100 \\ 1\cdot x + a\cdot y = 64 \end{cases} \Rightarrow} \begin{array}{l} 5x+4y-36=x+ay \\ 4x+4y-36=ay \end{array}$$

$4(x+y-9)=ay \Rightarrow ay \vdots 4$

Но 64 тоже $\vdots 4$. Значит, выражение $64-ay \vdots 4$, а оно равно x. $\Rightarrow x \vdots 4$

2) Попробуем подобрать такое x, кратное 4-ем, чтобы найти натуральные значения остальных переменных.

Если $x=4$, то:

① $5\cdot 4+4y=100$

$y=20$

② $4+a\cdot 20=64$

$a=3$.

+

Значит, у головастиков саблезубой лягушки по 3 хвоста.

Ответ: 3 хвоста.

№5

1) Пусть весы врут, говоря вес, меньший настоящего (если наоборот, то в уравнении получится тот же корень с противоположным знаком). Тогда чтобы узнать настоящий вес объектов, надо

прибавлять „в".

$2+в+3+в=6+в$

$5+2в=6+в$

$1=в$.

+

Значит, весы врут на один золотник. Тогда 1ая часть весит $\overset{3}{2}+1=\overset{4}{3}$ золотника, а 2ая часть весит $2+1=3$ золотника.

Ответ: 4 золотника; 3 золотника.

№4.

1) Пусть в группе разработчиков Android „a" человек, а в группе iOS „b" человек.

$15a-15b=9b-7a$ $a, b < N$

$22a=24b$.

−

Как видим, a заведомо больше b. Значит, в Android работает большее количество людей

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, г. ВОЛЖСКИЙ

Место проведения

УР32-58

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ ПОПОВ

ИМЯ ЯРОСЛАВ

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 03.10.19

Класс: Х 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Известно, что всего ног 100. Так же известно, что число ног всех дискоглосс кратно 5 (так как у одной дискоглоссы 5 ног), а число ног лягушек кратно 4 (так как у одной лягушки 4 ноги). Заметим, что при этих условиях ноги можно "распределить" только такими вариантами:

лягушки	дискоглоссы
100 ног — 25 особей	0 ног, 0 особей, 0 хвостов
80 ног — 20 особей	20 ног, 4 особи, 4 хвоста
60 ног — 15 особей	40 ног, 8 особей, 8 хвостов
40 ног — 10 особей	60 ног — 12 хвостов
20 ног — 5 особей	80 ног — 16 хвостов.

Пусть x — количество хвостов у лягушки. Тогда у них может быть $25x$, $20x$, $15x$, $10x$ или $5x$ хвостов. Но, зная общее количество хвостов и количество хвостов дискоглосс, мы можем посчитать, сколько хвостов у лягушек и составить уравнения:

$25x = 64$ — x не целое
$20x = 60$ — $x = 3$
$15x = 56$ — x не целое
$10x = 52$ — x не целое
$5x = 48$ — x не целое

Остаётся один возможный вариант, когда у лягушек по 3 хвоста.

+

Ответ: 3 хвоста

№ 3

Докажем по методу от противного.

Пусть не найдётся отсек, в котором есть три заклёпки. Тогда в каждом отсеке не более двух заклёпок. Всего отсеков 9 · 11 = 99. Тогда всего заклёпок не более, чем 99 · 2 = 198. Но известно, что заклёпок 200. Значит, это невозможно. Тогда верно исходное утверждение о том, что найдётся отсек в котором 3 или более заклёпок.

+

№ 4

Пусть в отделе Android работает a человек, а в отделе iOS работает i человек.

Понятно, что количество отправленных сообщений равно количеству полученных. ~~Тогда~~ Составим и решим уравнение:

$7a + 15i = 15a + 9i$

$7a + 6i = 15a$

$6i = 8a$

$i = 1\frac{2}{6}a.$

+

Очевидно, что $i > a$. Тогда в отделе iOS работает больше человек.

Ответ: в отделе iOS

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УР32-58

№5.

Пусть весы показывают на x золотников ~~больше~~ меньше.
Тогда точный вес всего порошка равен $6+x$ золотников, а точный вес частей — $3+x$ и $2+x$. Составим и решим уравнение:

$6+x=3+x+2+x$

$6+x=5+2x$

$x=6-5$

$x=1.$

Тогда весы показывают на 1 золотник ~~больше~~ меньше.
Заметим, что если бы мы предположили, что весы показывают на x золотников больше, то получили бы x равный -1, что означает, что весы показывают на -1 золотник больше, а это то же самое, что на 1 золотник меньше.
Тогда точный вес частей на 1 золотник больше, чем показали весы. То есть их точный вес:

$3+1=4$ золотника

$2+1=3$ золотника.

Ответ: 4 и 3 золотника.

⊕

№2

Поймём, что для того, чтобы n^2+n+2 делилось на 2019, n^2+n должно представляться, как некоторое k, кратное 2019, + 2017. В этом и только

? в этом случае при прибавлении 2, 2017 преобразуется в 2019 и будет кратно 2019.

Тогда с одной стороны $n =$ ~~2017~~ $2019 \cdot q + 2017$ ~~Но~~, но с другой стороны нельзя забывать, что тогда n^2 обязан быть тем самым k, кратным 2019. Но тогда с одной стороны n не кратно 2019, но с другой $n \cdot n$ кратно 2019, а такого не может быть.

Ответ: это невозможно.

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

0498-25

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Прачик

ИМЯ Ксения

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 17.01.2003

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0498-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1

$Г_1$ имеют пять ног и один хвост

$Г_2$ имеют четырех ноги и несколько хвостов (одинаковое кол-во)

Обозначим за x - кол-во пятиногих головастиков, за y - кол-во четвероногих головастиков. Из условия задачи следует, что:

$5x + 4y = 100$. (x, y - целые, неотрицательные числа)

① $x=0$ $y=25$

② $x=4$ $y=20$

③ $x=8$ $y=15$

④ $x=12$ $y=10$

⑤ $x=16$ $y=5$

⑥ $x=20$ $y=0$

$x \vdots 4$ $y \vdots 5$

Т.к из условия задачи известно, что у $Г_1$ - один хвост, а у $Г_2$ - несколько, следовательно должно выполняться

k - число хвостов (целое, неотрицательное)

$x + ky = 64$ => варианты подходящие для первого уравнения должны удовлетворять второе. => $ky = 64 - x$

① и ⑥ не подходят т.к $20 \neq 64$ и $64 \not\vdots 25$.

③ не подходит т.к ~~$ky = 56$~~ $15k = 56$ не имеет целых решений

④ $10k = 52$, K не целое

⑤. $5k = 48$, K не целое

② $x=4$, $y=20$

① $20 + 80 = 100$

② $3 \cdot 20 = 64 - 4$

$K = 3$

(+)

Ответ: 3 хвоста

Задание №2

$n^2 + n + 8 \vdots 2019$

$2019 \vdots 3$ (т.к сумма цифр делится на три)

=> для выполнения условия задачи n^2+n+8 должно делится на 3

Любое число можно предстовить как $\underset{\vdots 3}{3K}$, $\underset{\text{Ост } 1 \text{ от деления на } 3}{3k+1}$, $\underset{\text{ост } 2 \text{ от деления на } 3}{3K+2}$

(+)

① Пусть $n = 3K$

$(3K)^2 + 3k + 8 = \underset{\vdots 3}{9K^2} + \underset{\vdots 3}{3k} + \underset{\text{Ост } 2,\ 3K+2}{8}$

② Пусть $n = 3K+1$

$(3k+1)^2 + 3k+1+8 = \underset{\vdots 3}{9k^2} + \underset{\vdots 3}{6k} + 1 + 3k + 1 + 8 = \underset{\vdots 3}{9k^2} + \underset{\vdots 3}{9k} + \underset{\text{Ост } 1,\ 3k+1}{10}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

③ Пусть $n = 3k+2$

$$(3k+2)^2+3k+2+8 = 9k^2+12k+4+3k+2+8 = \underset{\vdots 3}{9k^2}+\underset{3}{15k}+\underset{\substack{\text{ост } 1\\ 3k+1}}{16} \Rightarrow$$

① случай: n^2+n+8 дает остаток 2
② случай n^2+n+8 дает остаток 1
③ случай n^2+n+8 дает остаток 1
} $2019 \vdots 3 \Rightarrow$

n^2+n+8 не может делится на 2019 ни при каких натуральных n.

Задание 4

Пусть у Пончика на складе было x кг вареньи, тогда у Сиропчико $(100-x)$кг. Обозначим производительност (т.е сколько банок в день) Пончика как p, а Сиропчика за S. (p, S, x – неотрицательны), из формулы $A = pt$:

$$\frac{x}{p} = \frac{100-x}{S}$$
$$t_1 = t_2$$

(т.к известно, что у каждого на поедание своих запасов ушло одинаковое время)

$$\frac{x}{S} = \underset{\text{дней}}{20} \quad \text{и} \quad \frac{100-x}{p} = \underset{\text{дней}}{45}$$

(что известно из второй части задачи)

$$S = \frac{x}{20} \quad \text{и} \quad p = \frac{100-x}{45}$$

Подставим значения S и p в первое уравнение.

$$\frac{45x}{100-x} = \frac{20(100-x)}{x}$$
$$45x^2 = 20(100-x)^2$$
$$45x^2 = 200000 - 4000x + 20x^2$$
$$-25x^2 + 4000x + 200000 = 0$$
$$-x^2 - 160x + 8000 = 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 25600 + 32000 = 57600; \sqrt{D} = 240$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{160 \pm 240}{-2}$$

$x_1 = -200$; $x_2 = 40$кг;
~~кг~~ не удовлетворяет условию

$x = 40$ кг (варенье пончика)
$100 - x = 60$к (варенье сиропчико)

$S = 2 \frac{\text{кг}}{\text{день}}$ $\quad \frac{x}{p} = \frac{100-x}{S}$

$p = \frac{4}{3} \frac{\text{кг}}{\text{день}}$ $\quad \frac{\frac{10}{\cancel{40}} \cdot 3}{\cancel{4}} = \frac{60}{2}$; $30 = 30$

Ответ 40кг, 60кг
$2 \frac{\text{кг}}{\text{день}}$, $\frac{4}{3} \frac{\text{кг}}{\text{день}}$

⊕

Задание 5

При $x = 1$: $\cancel{\frac{1}{x}}\ \frac{1}{1} = 1$

При $x = 2$: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$

Рассмотрим разность между уравнениями при x_0 и при $x+1$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \cdots \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} \cdots \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} \cdots \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \cdots \frac{1}{x^2}\right) =$$

$$= \cancel{\frac{1}{x+1}} + \cancel{\frac{1}{x+2}} + \frac{1}{x+3} \cdots \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x} - \cancel{\frac{1}{x+1}}\ \cancel{\frac{1}{x+2}} \cdot \frac{1}{x^2}.$$

Т.к x^2 отличается от $\underset{x^2+2x+1}{(x+1)^2}$ на $2x+1$ слагаемых =>

$$\underbrace{\cdots \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2}}_{2x+1\ \text{слагаемое}} - \frac{1}{x} \Rightarrow$$ это можно представить

как $\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+2} \cdots \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x}$ ↙ должно быть больше нуля.

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+2} \quad \frac{1}{(x+1)^2-1} + \frac{1}{(x+1)^2} \geq \frac{1}{x}$$, тогда уравнение от $(x+1)$ больше уравнения от x

~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ это ~~выражение~~ неравенство при $x=2$ выполняется => значение уравнение с $x=3$

больше значения уравнения при $x=2$ => при увели-

чении x увеличивается и значение левой части уравнения =>

если при $x=1$ значение уравнение равно 1 => при больших

значениях оно будет превышать 1 => при ~~больших значе~~

при значения x больших единицы уравнение не может

равняться единице.

Ответ: нет. не имеет

$\boxed{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

Й423-56

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ПРОХОРОВА

ИМЯ ЮЛИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 11.07.2001

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 03 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЮПрохорова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙУ23-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 1) Пусть $x_{м1}$ – кол-во мальчиков на 1-ом курсе
$x_{\blacksquare}$ – кол-во человек на 1-ом курсе
$y_м$ – кол-во мальчиков на факультете
y – кол-во ребят на факультете.

2) $\frac{x_{м1}}{x_{\blacksquare}}\cdot 100\%$ – процент мальчиков на 1 курсе

$\frac{y_м}{y}\cdot 100\%$ – процент мальчиков на всем факультете

3) $\frac{x_{м1}}{x_{\blacksquare}}\cdot 100\% > \frac{y_м}{y}\cdot 100\%$ (по условию)

~~II если сравнивать при~~ ~~$\frac{x_{\blacksquare}}{y_м}\cdot 100\% \vee \frac{x}{y}$~~ ~~(если вопрос условие было понять иного неправильно)~~

Тогда

- $\frac{x_{м1}}{x_{\blacksquare}} > \frac{y_м}{y}$
- $\frac{x_{м1}}{y_{м}} > \frac{x_{м}}{y}$
- $\frac{x_{м1}}{y_{м}}\cdot 100\% > \frac{x_{\blacksquare}}{y}\cdot 100\%$, где $\frac{x_{м1}}{y_м}\cdot 100\%$ – процент первокурсников среди всех мальчиков

$\frac{x_{\blacksquare}}{y}\cdot 100\%$ – процент всех студентов первого курса среди всех студентов факультета, значит, процент первок. среди всех мальчиков больше процента первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: % 1-ов среди всех мальчиков фак-та больше % студентов 1-го курса среди всех студ. фак-та. +

№2. $x^2-[x]=2019$. , $[x]$ - целое число, $2019\in Z \longrightarrow x^2$ - целое

- Если $x=\pm\frac{a}{b}$, где $a\in N, b\in Z$, то $x^2=\frac{a^2}{b^2}$ – не целое, значит,

(a и b не имеют общих делителей)

~~$x\in N$~~ $x\in Z$ либо $x=\pm\sqrt{d}$, где $d\in N$.

1) Если $x\in Z$, то $[x]=t$.

~~t^2-t~~ $t^2-t=2019 \longrightarrow t^2-t-2019=0$. $D=1+4\cdot 2019=8077$ – не является квад. какого-либо числа

$t=\frac{1\pm\sqrt{8077}}{2}$ – не является целым,

т.к $\sqrt{8077}\notin Z$. , значит, $x\notin Z$.

2) $x=\pm\sqrt{d}$, где ~~$d\in Z$~~ $d\in N$

$x=\sqrt{2064}$ – корень $2064-45=2019$ – верно.

$x=-\sqrt{1975}$ – корень. $1975+44=2019$ – верно

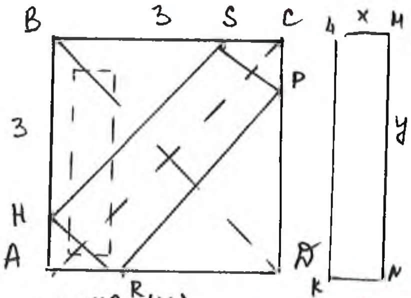
не учтено, что $x<0$

т.к это квадратных трехчлен, то больше двух корней иметь не может.

Ответ: $x = \sqrt{2064}$; ~~$x = \sqrt{1975}$~~

+

№3.



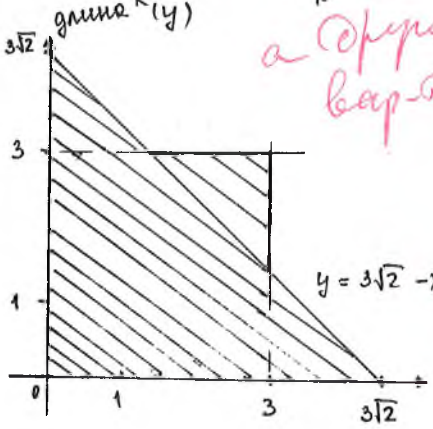
1) Понятно, что в ABCD можно вместить прямоугольник K4MN, если $\begin{cases} x \le 3 \\ y \le 3 \end{cases}$

2) Но, также решением является и вписанный в ABCD прямоугольник, стороны которого параллельны диагоналям квадрата, тогда

$PR \to AC = 3\sqrt{2}$, а $SP = \frac{2CP}{\sqrt{2}} = \frac{(DC-DP)2}{\sqrt{2}} = \left(\frac{3-\frac{PR}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}\right)2 = \left(\frac{3\sqrt{2}-PR}{2}\right)2 = 3\sqrt{2} - PR$, что задает прямую, а решением будут x и y под этой прямой либо удовлетвор системе $\begin{cases} x \le 3 \\ y \le 3 \end{cases}$

а другие вар-ты

+



ГМТ ~~пол~~ плоскости представлено на графике в виде закрашенной фигуры

№4. Пусть x - производительность 1-ой бригады
y - 2-ой
z - 3-ей, d - 4-ой.

I год. т.к 4 : 1 : 2 : 5 и 4 + 1 + 2 + 5 = 12, то 1-ая работала 4 м
2-ая 1 месяц.
3-я - 2
4 - 5.

$4x + y + 2z + 5d = 10$ (1)

II год $2 : 3 : 2 : 1$; $2 + 3 + 2 + 1 = 8$ →

1-ая работала 2 месяца
2-ая 3 мес
3 - 2 мес
4 - 1 мес → $2x + 3y + 2z + d = 7$ (2)

III год. $5 : 2 : 1 : 4$ $5x + 2y + z + 4d = 14$ (3)

$4(x + y + z + d) - ?$

1) сложим (1) и (3)

$4x + 5x + y + 2y + 2z + z + 5d + 4d = 24$

$3(x + d) + (y + z) = 8$ (4)

2) Вычтем из (3) - (2)

$3x - y - z + 3d = 7$ → $3(x + d) - (y + z) = 7$ (5) (прод. л. 3)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Й423-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(продолжение №4)

3) сложим (4) и (5)

$6(x+d)=15$

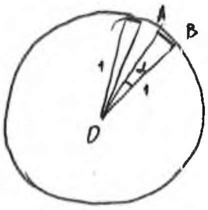
$(x+d)=\frac{5}{2}$, тогда $(y+z)=8-3\cdot\frac{5}{2}=\frac{16-15}{2}=0,5$

4) $4x+4y+4z+4d=4(x+d)+4(y+z)=4\cdot\frac{5}{2}+4\cdot 0,5=12$т. шинт.

Ответ: 12шин. т:

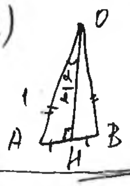
+

№5.



1) $\alpha=\frac{2\pi}{2^{2019}}=\frac{\pi}{2^{2018}}$

2)



$\frac{OH}{AO}=\cos\frac{\alpha}{2}\longrightarrow OH=\cos\frac{\alpha}{2}=\cos\frac{\pi}{2^{2019}}$.

+

3) $2\cdot\cos\frac{\pi}{2^{2019}} \vee \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$

$\cos\frac{\pi}{2^{2019}}=\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{2^{2018}}}{2}}$, т.к $0<\frac{\pi}{2^{2019}}<\frac{\pi}{2}$, то $\cos\frac{\pi}{2^{2019}}>0$.

тогда возведем обе части в квадрат.

$4\left(\frac{1+\cos\frac{\pi}{2^{2018}}}{2}\right)\vee\left(2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2017\text{ двоек}}\right)$

$2+2\cos\frac{\pi}{2^{2018}} \vee 2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$

$2\cos\frac{\pi}{2^{2018}} \vee \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$

(обе части будут положительны ~~всегда~~ т.к $0<\frac{\pi}{2^n}<\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}, n>2$ $\cos\frac{\pi}{2^n}>0$).

. . . . . . – сделаем так 2016 раз.

$2\cdot\cos\frac{\pi}{4}\vee\sqrt{2}$

$\sqrt{2}=\sqrt{2}$, значит,

$2\cos\frac{\pi}{2^{2019}}=\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$ чтд.

$2OH=\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения

RR13-93

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Пушкарёва

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Константиновна

Дата рождения 20.02.2002. **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$x^2 - [x] = 2019$

$x^2 = [x] + 2019$ ~~≥ 0~~

Оценим x^2: $\left[\begin{array}{l} x > \sqrt{2019} \\ x < -\sqrt{2019} \end{array}\right.$ $\left(\begin{array}{l} \sqrt{1936} < \sqrt{2019} < \sqrt{2025} \\ 44 < \sqrt{2019} < 45 \end{array}\right)$

$\Rightarrow$ справедливо, что $\left[\begin{array}{l} x > 44 \\ x < -44 \end{array}\right.$

- Рассмотрим случай, когда $[x] = 44$, $x > 0$

$x^2 = 44 + 2019$ $\quad \sqrt{2025} < \sqrt{2063} < \sqrt{2116}$

$x^2 = 2063$ $\quad 45 < \sqrt{2063} < 46$

$x = +\sqrt{2063}$

~~Для того, чтобы проверить~~, верно ли это, ~~рассмотрим $[x] = -44$~~

~~$x^2 = -44 + 2019$~~

~~$x^2 = 1975$~~

Число не подходит, т.к. не лежит в рамках от 44 до 45

- Рассмотрим случай, когда $[x] = 45$, $x > 0$

$x^2 = 45 + 2019$ $\quad \sqrt{2025} < \sqrt{2064} < \sqrt{2116}$

$x = +\sqrt{2064}$ $\quad 45 < \sqrt{2064} < 46$

~~Для того, чтобы проверить, верно ли это рассмотрим~~

- Рассмотрим $[x] = 46$, $x > 0$

$x^2 = 46 + 2019$

$x = \sqrt{2065} < 46$ $\Rightarrow$ имеется один положительный корень $x = \sqrt{2064}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

• Рассмотрим отрицательные значение [x]

• $[x] = -44$ $\quad -\sqrt{2025} < -\sqrt{1975} < -\sqrt{1936}$

$x^2 = -44+2019$ $\quad -45 < -\sqrt{1975} < -44$

$x^2 = 1975$

$x = -\sqrt{1975}$

Ошибка в том, что не учтена особ. $[x]$ для $x < 0$

• $[x] = -45$ $\quad -\sqrt{2025} < -\sqrt{1974} < -\sqrt{1936}$

~~[illegible]~~

$x^2 = -45+2019$ $\quad -45 < -\sqrt{1974} < -44$

$x^{*} = -\sqrt{1974}$ ∉ $\quad$ => не подх., т.к. $x > [x]$

подходит.

∓

Ответ: $-\sqrt{1975}$; $\sqrt{2064}$

№1. 1 курс: a - кол-во м. на 1-ом курсе

x - кол-во учащихся на 1ом курсе

факультет: b - кол-во м. на факультете

y - кол-во учащихся на факультете

Дано: $\frac{a}{x} > \frac{b}{y}$ $\quad$ Найти: $\frac{a}{b} \vee \frac{x}{y}$

1) Из дано следует $ay > bx$

2) $\frac{a}{b} \vee \frac{x}{y}$ => $ay \vee xb$ => $ay > xb$ (из п. 1) =>

=> $\frac{a}{b} > \frac{x}{y}$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4. $P = const$; $t = 3$ года

№ бригады / кол-во месяцев / № года	№1	№2	№3	№4	A $\frac{\text{млн. тонн}}{\text{год}}$
1 год	4 мес	1 мес	2 мес	5 мес	10
2 год	2 мес	3 мес	2 мес	1 мес	7
3 год	5 мес	2 мес	1 мес	4 мес	14

P_1, P_2, P_3, P_4 − производительность каждой бригады $\left(\frac{\text{млн. тонн}}{\text{мес.}}\right)$

$$A = P \cdot t$$

Найти: $A = (P_1 + P_2 + P_4 + P_5) \cdot 4$

1) Следующие ур-ие имеют вид

$$P_1 t_1 + P_2 t_2 + P_3 t_3 + P_4 t_4 = A$$

$$\begin{cases} 4P_1 + P_2 + 2P_3 + 5P_4 = 10 & (1) \\ 2P_1 + 3P_2 + 2P_3 + P_4 = 7 & (2) \\ 5P_1 + 2P_2 + P_3 + 4P_4 = 14 & (3) \end{cases}$$

2) (1) + (3): $9P_1 + 3P_2 + 3P_3 + 9P_4 = 24 \quad | :3$

$$3P_1 + P_2 + P_3 + 3P_4 = 8$$

$$3(P_1 + P_4) + (P_2 + P_3) = 8 \quad (4)$$

задача не решена (не доведена до конца)

$\pm$

3) (3) − (2): $3P_1 * - P_2 - P_3 + 3P_4 = 7$

$$3(P_1 + P_4) * - (P_2 + P_3) = 7 \quad (5)$$

4) (4) − (5): $2(P_2 + P_3) = 1 \Rightarrow P_2 + P_3 = 0,5 \ \frac{\text{млн. тонн}}{\text{мес.}}$

$\Rightarrow (P_1 + P_4) = \frac{7 + (P_2 + P_3)}{3} = \frac{7 + 0,5}{3} = \frac{7,5}{3} = \overset{2}{3},5 \ \frac{\text{млн. тонн}}{\text{мес.}}$

5) $((P_1+P_2)+(P_3+P_4))\cdot 4 = (3{,}5+0{,}5)\cdot 4 = 4\cdot 4 = 16$

Ответ: 16 млн. тонн;

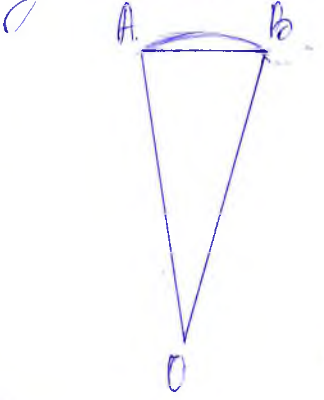
№5. $R=1$

$N=2^{2019}$

Док-ть, что

$$d = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018\text{ двоек}}}{2}$$

1) Рассмотрим одну из получившихся частей, пусть O – центр окр-ти, ◡AB – дуга, окр-ая разделенная



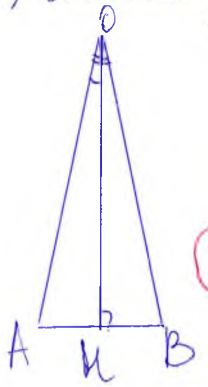
$\angle AOB = \smile AB = \frac{360^\circ}{2^{2019}}$

(т.к. ∠AOB – центр. угол)

2) Рассмотрим ΔAOB – р/б $(AO = OB = R = 1)$

пусть OH – высота ΔAOB

$\Rightarrow OH = d$ (т.к. AB – хорда, O – центр окр-ти)



+

ΔAOB – р/б $\Rightarrow$ OH – высота, медиана, биссектриса $\Rightarrow \angle AOH = \frac{\angle AOB}{2} =$

$= \frac{360^\circ}{2\cdot 2^{2019}} = \frac{360^\circ}{2^{2020}}$

Из ΔAOH – п/у $\Rightarrow \cos\angle AOH = \frac{OH}{AO} \Rightarrow OH =$

$\cos\angle AOH \cdot AO = 1\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}} = \cos\frac{360^\circ}{2^{2020}}$

3) Докажем, что $\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$

$2\cos\frac{360^\circ}{2^{2020}} = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\cos\frac{360^\circ}{2^{2018}} = \cos\frac{90^\circ}{2^{2018}}$

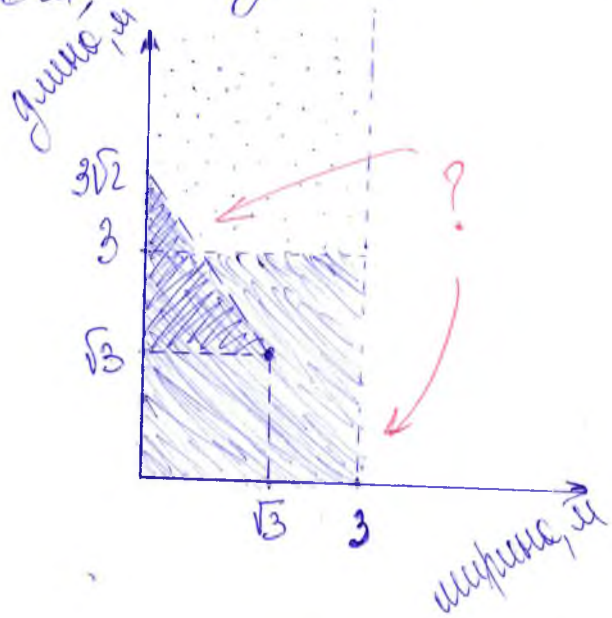
$\cos\frac{90^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1+0}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow 2\cos\frac{90^\circ}{2^{2018}}$? $= \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$ ч.т.д.

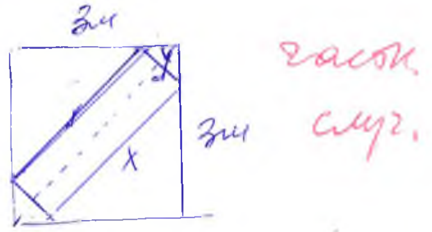
№3. $a_{кв} = 3м$

1) $d_{кв} = 3\sqrt{2}$ м => длина max $= 3\sqrt{2}$, в этом случае ширина → 0.

2) «Если ограничение по высоте отсутствует, то можно поставить груз «на бок» => его ширина$_{max}$ = 3м, а длина → ∞ (на практике это невозможно) (на графике указывать не буду)



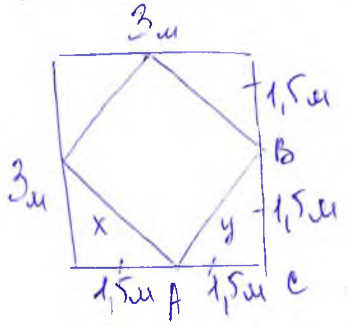
3) Из п. 1 надо рассмотреть, как ~~длина будет~~ ширина будет зависеть от длины



пусть y - ширина
x - длина =>

Чем больше длина, тем меньше ширина, зависимость линейная

В этом случае ~~x_{max} =~~ $y_{max} = x_{max}$



по т. Пифагора в ΔABC-п/у:

$AB = \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}}$ м $= \sqrt{3}$ м

∓

4) Заштрихованная часть на графике - допустимые габариты в пределах разумного, если же длина может быть ∞ из-за отсутствия ограничения по высоте, то дополнительно нужно учесть часть, закрашенную точками.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ - Москва

Место проведения

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

УФ 24-40

шифр

9
Вариант № 170[illegible]1

ФАМИЛИЯ Ремизов

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 01 января 2004

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10 февраля 2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1\] Головастиков триасовой дискоглосса меньше 20 штук (<20), иначе будет не совпадать кол-во ног.

Также, необходимо, чтобы головастиков дискоглосса было число, кратное 4 ($\vdots 4$)

Головастиков дискоглосса может быть:

$$4; 8; 12; 16;$$

Также, необходимо, чтобы:

$100 - 5a \vdots 4$ (где a - число головастиков дискоглосса)

Также, число головастиков дискоглосса <64, иначе кол-во хвостов было бы больше заявленного.

Также, необходимо, чтобы:

$$64 - a \vdots \frac{100 - 5a}{4}$$

По этим условиям подходит только число 4:

Головастики	Триасовая дискоглосса	саблезубая лягушка	Вместе
Количество	4	$80:4 =$ 20	
Кол-во ног	$5 \cdot 4 =$ 20	$100 - 20 =$ 80	100
Кол-во хвостов	4	$64 - 4 =$ 60	64

$60 = 20 \cdot 3$

Ответ: у головастиков саблезубой лягушки 3 хвоста.

2\] Если n-нечетное, то (нечетное)^2 + нечетное + четное $\rightarrow$ нечетное + нечетное + четное $\rightarrow$ четное

+

Если n-четное, то (четное)^2 + четное + четное $\rightarrow$ четное

В обоих случаях получается четное число, поэтому

n^2+n+8 должно равняться $2019 \cdot 2$ или $2019 \cdot 4$ или $2019 \cdot 6$ и т.д.

$n^2+n+8 = 2019 \cdot 2$

$n(n+1) = 4030$, чтобы в конце стоял ноль нужно число с последней цифрой 5 умножить на число с последней цифрой 2, но такие числа не стоят рядом. (n и $n+1$ числа - соседи). Или одно из чисел должно быть кратно 10. Но $4030 : 10 = 403$, а ~~4~~403 не делится

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ни на 9, ни на 11.

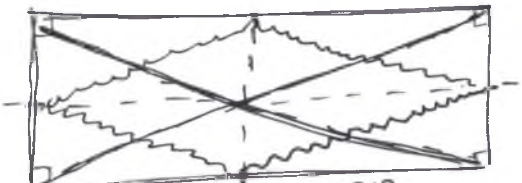
$n^2+n+8=2019\times4$

$n^2+n+8=8076$

$n(n+1)=8068$, чтобы в конце стояла 8, надо число с 2 на конце умножить на число с 4 на конце. Но они стоят не рядом. Или число с 8 на конце умножить на число с 1 на конце, но они не стоят рядом

[redacted] Получается, что $n^2+n+8=2019x$ (где x - чётное) - невозможно

$\boxed{3}$



— путь I пловца (отразим симметрично вторую половину пути)

~ - путь II пловца

Если провести через старт перпендикуляр и через его центр ещё одну прямую параллельную прямой старта, получим 4 прямоугольника в каждом из них пути обоих пловцов будут диагоналями, а значит (по св-ву прямоугольника) они будут равны.

верно ли?

$\boxed{5}$ $x=1$ $\frac{1}{1}=1$ (верно)

$x=2$ $\frac{1}{2}^{\backslash 6}+\frac{1}{3}^{\backslash 4}+\frac{1}{4}^{\backslash 3}=\frac{6+4+3}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$

$x=3$ $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}^{\backslash 9\times8\times5}+\frac{1}{8}^{\backslash 9\times7\times5}+\frac{1}{9}^{\backslash 8\times7\times5}=\frac{280+315+360+420+504+630+840}{2520}=$

$=\frac{3349}{2520}\neq1$

И так с каждым разом разрыв между числителем и знаменателем будет увеличиваться. И единицей никогда не будет.

не доказано

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ УФ 24-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4

Ситуация	I ситуация (реально)			II ситуация (возможно)		
Герой	Кол-во варенья	t съедания	V	Кол-во варенья	t	V
Сиропчик	x	①	$\frac{100-x}{20}$	100 - x	20	$\frac{100-x}{20}$
Пончик	100 - x	②	$\frac{x}{45}$	x	45	$\frac{x}{45}$

① $S = Vt$ $t = x : \frac{100-x}{20} = \frac{x}{1} \cdot \frac{20}{100-x} = \frac{20x}{100-x}$

$t = \frac{S}{V}$

② $(100-x) : \frac{x}{45} = \frac{45(100-x)}{x}$

$\frac{20x}{100-x} = \frac{45(100-x)}{x}$ по условию они съели своё варенье за одинаковое время

$20x^2 = (100-x)^2 \cdot 45$

$20x^2 = (100^2 - 200x + x^2) \cdot 45$

$20x^2 = 450000 - 9000x + 45x^2$

$0 = 450000 - 9000x + 25x^2$ $/ : 25$

$0 = 18000 - 360x + x^2$

$x^2 - 360x + 18000 = 0$

$D = (-180)^2 - 18\,000 = 32\,400 - 18000 = 14400$

$x = \frac{180 \pm 120}{1}$

$\begin{cases} x = 300 \\ 100 - x > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = 60 \\ 100 - x = 100 - 60 = 40 \end{cases}$

(не явл. верным)

$V_1 = \frac{100-60}{20} = \frac{40}{20} = 2$ кг/день

$V_2 = \frac{60}{45} = \frac{12}{9}$ кг/день $= \frac{4}{3}$ кг/день,

Ответ: сиропчик: 60кг (2кг/день)

Пончик: 40кг ~~($\frac{12}{9}$ кг/день)~~ $= \frac{4}{3}$ кг/день

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ
Место проведения

WP59-24
шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ РОМАНОВСКОВ

ИМЯ МАТВЕЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 11.11.2003

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть было зачерпано x дискоглос. и y лягушек: каждая лягушка имеет по z хвостов; сост. систему ур-й:

$$\begin{cases}5x+4y=100\\ x+zy=64 \mid \cdot 5\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+4y=100\\ 5x+5zy=320\end{cases}$$

$5zy-4y=220$

$y(5z-4)=220$; y-нат. число; z-нат. число ⇒ ⇒ $5z-4$ - нат. число.

220 можно разбить на пару нат. мн-лей, где $5z-4$ - нат и z-нат. только 2 способами:

$11\cdot 20$ и $220\cdot 1$, но-т если $5z-4=1$ то $y=220 \Rightarrow x<0$ (по 1 ур-ю) ⇒ ⇒ против-е

+

⇓

$5z-4=11$; $5z=15$

$z=3$ - по 3 хвоста

Ответ: 3.

№2.

n^2+n+8; мин. число, : 2019

при нат. к - 2019;

далее - 2·2019, 3·2019, 4·2019, x·2019

если мы найдем наим. x, то найдем и мин. n; ⊕

$n^2+n+8=2019x$.

$n^2+n-(2019x-8)=0$

$D=1+4(2019x-8)$; чтобы $n \in N$,

$D=y^2$, где y - нек. нат. число

$1+4(2019x-8)=y^2$

$8076x-31=y^2$, но невозможно подобрать такое x которое при умножении на 4·2019 и вычитании из него 31 гр. число гр. число будет давать квадрат нат. числа.

Ответ: невозможно.

№4.

Пусть в кладовой Пончика было x кг, а у Сиропчика – y кг; $x+y=100$; На поедание запасов у каждого ушло t дней

$v_П = \frac{x}{t}$ ⇐ $v_П$ - прожорливость Пончика

$v_С = \frac{y}{t}$ ⇐ $v_С$ - прож-ть Сиропчика

Если $x=y$, то. $t_П = 45$ дн.
$t_С = 20$ дн ⇒

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{t} = \frac{y}{45} \\ \frac{y}{t} = \frac{x}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{45x}{y} \\ t = \frac{20y}{x} \end{cases}$$

$\frac{45x}{y} = \frac{20y}{x}$

$45x^2 = 20y^2 \,|:5$

$9x^2 = 4y^2$ (т.к. x; y [illegible] – [illegible])

$3x = 2y \,|:2$

$y = 1{,}5x \Rightarrow 2{,}5x = 100$

$x = 40$ кг $\Rightarrow y = 60$ кг ⇒

$\Rightarrow v_П = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$ кг/дн; $v_С = \frac{40}{20} = 2 \frac{кг}{дн}$

Ответ: уС-60 кг; уП-40кг
$v_п = \frac{4}{3} \frac{кг}{дн}$
$v_c = 2 \frac{кг}{дн}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W-P59-24

№5.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1;$$

~~т.к. знаменатели последовательно по возрастанию на единицу кол-во слагаемых~~: ~~x^2-x+1~~

~~Все числа можно разбить на пары~~: ~~$\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{x^2+x}{x^3}$~~

Если $x>1; x\in N\Rightarrow$

$\Rightarrow$ для каждого слагаемого будет вып-ться рав-во: $\frac{1}{x+n}=\frac{1}{x+n-1}-\frac{1}{(x+n)(x+n-1)}$

$n\geq 1; n\in N$

$\Downarrow$

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+2)(x+1)}+$$

$$\ldots+\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x^2(x^2-1)}\overset{?}{=}1-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x(x+1)}-\frac{1}{(x+1)(x+2)}-$$

$$\ldots-\frac{1}{x^2(x^2-1)}$$

$$1-\frac{1}{x}=1-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x(x+1)}-\frac{1}{(x+1)(x+2)}\ldots-\frac{1}{(x^2-1)x^2}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\ldots+\frac{1}{(x^2-1)x^2}=\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\ldots$$

$$\ldots\frac{1}{(x^2-1)}=\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\ldots+\frac{1}{(x^2-2)}=\frac{1}{(x+1)(x+3)}+\frac{1}{(x+2)}\frac{1}{x+1}$$

Лист 04 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮфР 59-24

⇓ т.к. $\frac{1}{x} \neq \frac{1}{x+1}$

Прот-е ⇒ $x \notin N$

Ответ: нет, нельзя

разные слагаемые могут давать равные суммы

$\boxed{\mp}$

№3.

Второй может выбрать и на других трех дугах 3 точки, делящие дугу в отношении $\frac{2018}{2019}$, тогда его пройденный путь будет равен пройденному пути первого, но сократить расст-е он не может, т.к. длинный и меньший пути равны ⇒ отн-е=1.

утв. не обосновано $\boxed{-}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Учебный центр МРСК Урала

Место проведения

S098-25

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Рудаков

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 29.08.2001

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

	мальчики	девочки
1 курс	x	y
ост. курсы	z	k

(чел).

По усл: $\frac{x}{x+y}\cdot 100\% > \frac{x+z}{y+k+x+z}\cdot 100\% \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+y}-\frac{x+z}{y+k+x+z}>0 \Leftrightarrow \frac{\cancel{xy}+xk+\cancel{x^2}+\cancel{xz}-\cancel{x^2}-\cancel{xz}-\cancel{xy}-yz}{(x+y)(x+y+z+k)}>0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{xk>yz} \quad [1]$$

Нужно проверить: (сравнить)

$$\frac{x}{x+z}\cdot 100\% \vee \frac{x+y}{x+y+z+k}\cdot 100\%, \text{ или } \frac{x}{x+z} \vee \frac{x+y}{x+y+z+k}$$

$$\frac{x}{x+z}-\frac{x+y}{x+y+z+k}=\frac{x^2+\cancel{xy}+\cancel{xz}+xk-x^2-\cancel{xy}-\cancel{xz}-yz}{(x+y)(x+y+z+k)}=$$

$$=\frac{xk-yz}{(x+y)(x+y+z+k)}>0 \text{ (по [1])} \Rightarrow \frac{x}{x+z}\cdot 100\% > \frac{x+y}{x+y+z+k}\cdot 100\%$$

(~~[illegible]~~ разность >0).

Ответ: Больше первокурсников среди всех мальчиков, чем всех первокурсников среди всех студентов.

+

N2. $x^2-[x]=2019$

(а) Пусть $[x]=x$ ($\Leftrightarrow x\in\mathbb{Z}$). Тогда решим $x^2-x-2019=0$.

$D = 1+4\cdot2019 = 8077$. $90^2=8100$, $89^2=7921 \Rightarrow 8077$ – не квадрат целого $\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{8077}}{2}\notin\mathbb{Z}$ $(1\pm\sqrt{8077}\notin\mathbb{Z};\Rightarrow\frac{1\pm\sqrt{8077}}{2}\notin\mathbb{Z})$.
$(\sqrt{8077}\notin\mathbb{Z})$

То есть целых корней нет.

(б) Каким ещё может быть x? Ir или Q.

Пусть $x\in\mathbb{Q} \Rightarrow x=p/q \Rightarrow x^2=p^2/q^2$. Но: $x^2=2019+[x]$. $2019\in\mathbb{Z}$, $[x]\in\mathbb{Z} \Rightarrow 2019+[x]\in\mathbb{Z}$. $\Rightarrow x^2\in\mathbb{Z}$. Но $p/q\notin\mathbb{Z} \Rightarrow p^2/q^2\notin\mathbb{Z}$ (тогда знамен. бы сократился, поэтому не может быть по опр (Q число $=p/q$ несокр).

Значит, $x\in$ Ir (других чисел в $\mathbb{R}$ нет).

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1(продолж). Но тогда заметим, что $x = a+\sqrt{k}$, $a, k \in \mathbb{Z}$. ($\sqrt{k} \notin \mathbb{Z}$, иначе x ~~это~~ целое)

Если $a \neq 0$, то $x^2 = (a+\sqrt{k})^2 = a^2+2a\sqrt{k}+k$ ← $\notin \mathbb{Z}$, т.к $\sqrt{k} \notin \mathbb{Z}$

Значит, $a=0$.

$x = \sqrt{k}$.

Значит $k = 2019-[\sqrt{k}]$. Рассмотрим k - полные квадраты.

$k = 2025$ ($\sqrt{k}=45$). $k<2025$, т.к $2025 > 2019-[\sqrt{2025}]$.

$k=1936$ ($\sqrt{k}=44$). Тогда при $k \in [1936; 2025)$ $[\sqrt{k}] = 44$. ⇒

⇒ $k = 2019-44$ ⇒ $k=1975$

$k=1849$ ($\sqrt{k}=43$). при $k \in [1849; 1936)$ $[\sqrt{k}] = 43$. ⇒

⇒ $k+[\sqrt{k}] \leqslant 1935+43 = 1978 < 2019$. Значит, для $\sqrt{k} \leqslant 43$ решений

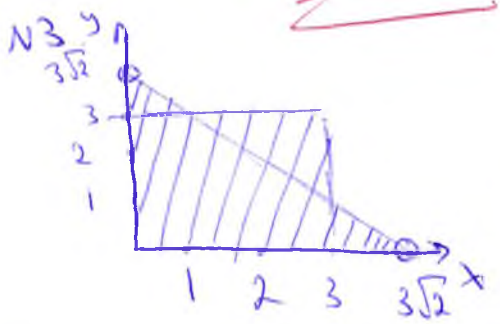
($k \in [1849; 1936)$) не существует ($\nexists$ для $\sqrt{k}=43$ ⇒ для меньших $[\sqrt{k}]$

наиб. знач. $k+[\sqrt{k}] \leqslant 1978$ ⇒ не будет решений)

Итак, рассмотрели все случаи, $x = \sqrt{1975}$.

Ответ: $x = \sqrt{1975} = 5\sqrt{79}$

№3



x - шир, y - длина
(не важно, по факту)

Решение - заштрих. часть:
~~пересечения~~ объедин. квадрат
3x3 слев. ниж. углом в (0;0)
и ~~части~~ множества:

$$\left(\frac{x}{3\sqrt{2}}+\frac{y}{3\sqrt{2}} \leqslant 1 \text{ и } x \ngtr 3\sqrt{2} \text{ и } y \ngtr 3\sqrt{2} \text{ и } x \geqslant 0 \text{ и } y \geqslant 0\right) [1]$$

Почему так?

Квадрат 3x3:

Очевидно, что можно расположить треуг со сторонами || сторонам квадрата, и это любые треуг(x, y) с $\max(x,y) \leqslant 3$. ⇒ квадрат на графике. Однако можно сделать так:

Другие вар-ты ?

BC || KM, KLMN - наш квадрат 3x3.

Тогда если $AC = a$: $CF = a/2$ ($\triangle CMO$: MF - биссектр (квадрат) и медиана, т.к ABCD симм. относ KM (по постр)).

⇒ $CM = \frac{a}{2\sin 40^\circ} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$KM = NM\sqrt{2} = (3-\frac{a}{\sqrt{2}})\sqrt{2} = 3\sqrt{2}-a$.

Тогда при $a \in (0; 3\sqrt{2})$ можно построить такой пример,

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(N3 продолж)
как приведено, и получить $(a; 3\sqrt{2}-a)$ и любые $(x;y)$, где $(x \le a)$ и $(y \le 3\sqrt{2}-a)$ (уменьшение стороны хуже не делает).
$\Rightarrow$ все ещё влезаем.

Все допустимые такие точки дают множество [1].

Других нет, т.к: $\exists$ угол между ст. кв-та и дл. стороной прямоуг $= \alpha$ ($\alpha < 45$, выбираем такой, из 2х сторон квадрата) ?!

$\min(90-\alpha, \alpha) \le 45^\circ$ т.к

Тогда можно повернуть прямоуг так, что $\alpha = 45°$ и 3 точки лежат на стороне квадрата. Тогда 4е лежит только если увеличить площадь (~~з~~ сторону диаг), но этого сделать нельзя $\Rightarrow$ лучшего, чем наши примеры, не получим.

±

Ответ: рисунок в начале, пересечение кв-та 3×3 с у. лев. ниж. ∠ в (0;0) и $\left(\frac{x}{3\sqrt{2}} + \frac{y}{3\sqrt{2}} \le 1, x \ge 0, y \ge 0\right.$
$\left. x \ne 3\sqrt{2}; y \ne 3\sqrt{2}\right)$

N4. Пусть производительности бригад (маш. т/год):

Тогда условие перепишутся в виде:

I = x
II = y
III = z
IV = k.

1 год: $\frac{4x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{2z}{12} + \frac{5k}{12} = 10$

2 год: $\frac{2x}{12} + \frac{3y}{12} + \frac{2z}{12} + \frac{k}{12} = 7$

3 год: $\frac{5x}{12} + \frac{2y}{12} + \frac{z}{12} + \frac{4k}{12} = 14$

$$\begin{cases} 4x+y+2z+5k = 10\cdot12 \\ 2x+3y+2z+k = 7\cdot12 \\ 5x+2y+z+4k = 14\cdot12 \end{cases}$$

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x-y-2z-5k = -10\cdot12 \\ 4x+6y+4z+2k = 14\cdot12 \\ 15x+6y+2z+12k = 14\cdot3\cdot12 \end{cases}$ (сложить все 3)~~

$$\begin{cases} 8x+2y+4z+10k = 20\cdot12 \\ 6x+9y+6z+3k = 21\cdot12 \\ -5x-2y-z-4k = -14\cdot12 \end{cases}$$ сложить все

$9(x+y+z+k) = 12\cdot27$

$x+y+z+k = 36$. [1]

(№4 продолж)

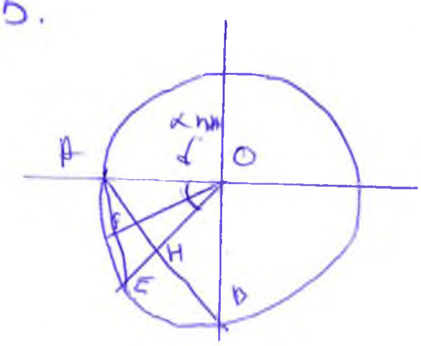
Тогда за 4 месяца в месте добудут: $\frac{4x}{12}+\frac{4y}{12}+\frac{4z}{12}+\frac{4k}{12}=$

$=\frac{x+y+z+k}{3}\overset{[1]}{=}\frac{36}{3}=\underline{12\text{ млн.т}}$

+

Ответ: 12 млн.т.

N5.



+

Обозначение:

α_n — угол (концы), когда разделили на 2^n частей

h_n — длина высоты, (д(O; хорда)) когда разделили на 2^n частей

(Важно, что части равные, а в условии этого нет!)

1. $\alpha_{n+1}=\frac{\alpha_n}{2}$. Действ, мы каждый угол делим на 2 ⇒ в 2 раза больше частей.

2. Отрезок, соед O и хорду ⇒ соединяет O и центр хорды, т.к. △OAB, смежен, равнобедр (AO=OB=1), то и OH ⊥ AB (расстояние от точки до прямой).

На рис: $\cos(\frac{\alpha_n}{2})$ в △AOF $=\frac{OF}{AO}=\frac{OF}{1}=OF$.

OF — бисс. ⇒ т.к. △AOE равнобед.

$\cos\alpha_n$ в △AOH $=\frac{OH}{AO}=\frac{OH}{1}=OH$.

Пусть α_{n-1}. $\cos(x/2)=$ ~~h_n~~

$\cos(x)=h_{n-1}$.

что $h_n=\frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{\dots+\sqrt{2}}}}^{n-1\text{ корней}}}{2}$ [1]

Докажем методом мат. инд.

1. База: $n=2$:

$OH=\sqrt{2}/2$ ⇒ правда ($2-1=1$ корень)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ S0 98-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. Переход: (знаем, что $h_n = \frac{\sqrt{2+\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}{2}$ → n-1 корня для n

Возвращаемся к [1]

$\cos^2(\frac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \Rightarrow h_n^2 = \frac{1+2h_{n-1}}{2}$ ← знаем h_{n-1} по предп. индукц.

$h_n^2 = \frac{1+\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{\dots+\sqrt{2}}}}^{n-2 к.}}{2}$ ← это правда выполняется.

но $\left(\frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}^{(n-1)}}{2}\right)^2 = \frac{2+\overbrace{\sqrt{2+\dots\sqrt{2}}}^{(n-2)}}{4} = \cancel{2}\ h_n^2 \Rightarrow$

⇒ переход доказан

Знания, при $n=2$ (база) верно и переход ОК ⇒

⇒ по ММИ верно $\forall n \underset{\in N}{} \geq 2$ ⇒ верно для $n=2019$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Калининград

Место проведения

FR 38-75

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Рудин

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Русланович

Дата рождения 22.02.2006 **Класс:** 7 Б

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Рудин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ ~~2~~ 5

Пусть x – величина, на которую врут весы, тогда

⊕

1) $3-x+2-x=6-x$

$-x=1$

$x=-1$, (нашли величину, на которую врут весы)

2) тогда часть Бабы яги $=3-(-1)$ золотника $=4$ золотника, а часть Кощея $=2-(-1)=$

$=3$ золотника.

Ответ: 3 и 4 золотника.

№ 3

1) Нахожу S прямоугольника – $9_{см} \cdot 11_{см} = 99_{см}^2 = 99$ отсеков.

2) 200 точек = 2 точки в 100 отсеках = 100о. · 2т, но у нас есть только 99 отсеков, значит:

3) 200 точек = 99о. · 2т. + 2т., то есть 200т. = $\overset{(99о.-1о.)}{98о.}$ · 2т. + 1о. · (2т. + 2т.) или

200 точек = (99о. − 2о.) · 2т. + 2о. · (2т. + 2т. : 2о.).

±

200т. = 98 отсеков с 2 точками + 1 отсек с 4 точками

или

= 97 отсеков с 2 точками + 2 отсека с 3 точками

№ 1

Пусть x – головастики тритоновой дискоглосс, а y – головастики саблезубой лягушки, а z – кол-во хвостов у каждого y, тогда

$5x+4y=100$ и $1x+zy=64$

из $5x+4y=100$ следует, что

$5x$:	20	40	60	80
	+ или	+ или	+ или	+
$4y$:	80	60	40	20
	=	=	=	=
	100	100	100	10,

тогда при:

1) $5x=20$: $y=20$, $x=4$, тогда ~~по~~ $z=(64-4\cdot1):20=3$.

2) $5x=40$: $y=15$, $x=8$, тогда $z=(64-8\cdot1):15=$ ~~11,2~~ $\frac{56}{15}=3\frac{11}{15}$.

3) $5x=60$: $y=10$, $x=12$, тогда $z=(64-12\cdot1):10=5{,}2$

4) $5x=80$: $y=5$, $x=16$, тогда $z=(64-16\cdot1):5=9{,}6$

Хвостов может быть только целое количество, =>

Ответ: у головастика саблезубой лягушки 3 хвоста.

⊕

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Посмотрю, что бы было, если бы в этих отделах было одинаково кол-во человек, тогда посчитаю сколько бы получали сообщений люди из Android:

Пусть x – кол-во сообщений, отправленных одним человеком из Android в iOS, тогда:

$x = 7$

$9 - 7 = 2$ (кол-во сообщений из iOS одним человеком своему отделу, далее y)

$15 - 2 = 13$ (кол-во сообщений из iOS в Android одним человеком, далее z)

$7 - 7 = 0$ (кол-во сообщ. из Android 1 чел. своему отделу, далее b)

$13 + 0 = 13$ (кол-во получаемых сообщ. из Android 1 чел., далее w)

$x = 1$

$9 - 1 = 8$ (y)

$15 - 8 = 7$ (z)

~~7+6~~

$7 - 1 = 6$ (b)

$7 + 6 = 13$ (w)

$x = 3$

$9 - 3 = 6$ (y)

$15 - 6 = 9$ (z)

$7 - 3 = 4$ (b)

$9 + 4 = 13$ (w)

$x = 5$

$9 - 5 = 4$ (y)

$15 - 4 = 11$ (z)

$7 - 5 = 2$ (z)

$11 + 2 = 13$ (w)

Итак, и в любом случае $= 13$, $15 \overset{>}{\neq} 13$, следовательно в iOS ~~людей~~-отделе людей больше, т.к. в Android при уравнивании стали получать меньше.

Ответ: разработчиков в iOS отделе больше.

+

№2

1) $n^2+n+2 = 2019+x$ (x – число кратное 2019) $= n\cdot(n+1) = 2017+x$ или

$n^2+n\overset{\text{или}}{+}2 = x-2019$ $\qquad$ $n\cdot\overset{\text{или}}{(n+1)} = x-2021$

2017 – простое число, значит этот вариант отметаем.

Все варианты умножения 2019 на нечётное число и прибавления 2-ух отметаются – не делятся на 2 последовательных числа.

Ответ: невозможно, т.к. любые числа производимые ~~эти~~ этими способами не делятся на 2 последовательных числа.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300

Место проведения

КТ 25-48

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ САВЕЛЬЕВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 14.06.2002

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 10 **листах**

Дата выполнения работы: 10 .02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сав

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

При решении будет использоваться арифметика остатков.

Докажем, что число n^2+n+17 не делится на 3 ни при каких натуральных n.

Рассмотрим 3 случая:

I. Если $n \vdots 3$, то $n^2 \vdots 3$.

$n^2 \vdots 3$, $n \vdots 3 \Rightarrow (n^2+n) \vdots 3$

$(n^2+n) \vdots 3$, $17 \not\vdots 3 \Rightarrow n^2+n+17 \not\vdots 3$

Иначе говоря:

$n^2+n+17 \equiv 17 \equiv 2 \pmod 3$

$\Rightarrow (n^2+n+17) \not\vdots 3$

II. Если $n \equiv 1 \pmod 3$

$n^2+n+17 \equiv 1+1+17 \pmod 3$

$n^2+n+17 \equiv 1+1+17 \equiv 19 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow (n^2+n+17) \not\vdots 3$

III. Если $n \equiv 2 \pmod 3$

$n^2+n+17 \equiv 4+2+17 \equiv 23 \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow (n^2+n+17) \not\vdots 3$

+

Т.о. n^2+n+17 не делится на 3 ни при каких натуральных n.

Это надо было в начале написать

Число 2019 делится на 3, т.к. сумма его цифр делится на 3.

Допустим число n^2+n+17 делится на 2019 при некотором натуральном n.

Тогда, т.к. $2019\vdots 3$ и $(n^2+n+17)\vdots 2019$, то $(n^2+n+17)\vdots 3$

Но мы ранее доказали, что n^2+n+17 не делится на 3 ни при каких натуральных n. Противоречие.

$\Rightarrow$ число (n^2+n+17) не делится на 2019 ни при каких натуральных n.

Ответ: не может.

№4

Пусть $S_\text{п}$ — запасы ~~Понч~~ Пончика в кг,

$S_\text{с}$ — запасы Сиропчика в кг.

$V_\text{п}$ — прожорливость Пончика в $\frac{\text{кг}}{\text{сут}}$.

$V_\text{с}$ — прожорливость Сиропчика в $\frac{\text{кг}}{\text{сут}}$.

$$\frac{S_\text{п}}{V_\text{п}}=\frac{S_\text{с}}{V_\text{с}} \qquad \frac{S_\text{с}}{V_\text{п}}=45 \qquad \frac{S_\text{п}}{V_\text{с}}=20$$

$$S_\text{с}+S_\text{п}=100$$

$$S_\text{с}=100-S_\text{п} \Rightarrow \frac{100-S_\text{п}}{V_\text{п}}=45$$

$$S_\text{п}=20V_\text{с} \Rightarrow 100-20V_\text{с}=45V_\text{п} \Rightarrow 20-4V_\text{с}=9V_\text{п}$$

$$V_\text{п}=\frac{20-4V_\text{с}}{9}$$

$$S_c = 100 - S_п = 100 - 20V_c$$

$$\frac{20V_c}{\frac{20-4V_c}{9}} = \frac{100-20V_c}{V_c}$$

$$\frac{9V_c}{20-4V_c} = \frac{5-V_c}{V_c}$$

$$9V_c^2 = (20-4V_c)(5-V_c)$$

$$9V_c^2 = 4(5-V_c)(5-V_c)$$

~~$9c_c^2$~~

$$9V_c^2 = 4(5-V_c)^2$$

$$9V_c^2 - 4(5-V_c)^2 = 0$$

$$9V_c^2 - 2^2(5-V_c)^2 = 0$$

$$(3V_c)^2 - 2^2(5-V_c)^2 = 0$$

$$(3V_c)^2 - (10-2V_c)^2 = 0$$

$$(3V_c + 10 - 2V_c)(3V_c - 10 + 2V_c) = 0$$

$$(V_c+10)(5V_c-10) = 0$$

$$(V_c+10)(V_c-2) = 0$$

$\left[\begin{array}{l} V_c = -10 < 0 \\ V_c = 2 \end{array}\right.$ н.п. т.к. прожорливость не бывает отрицательной

$\Rightarrow V_c = 2$

$$V_П = \frac{20-4V_c}{9} = \frac{20-8}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$S_П = 20V_c = 20\cdot 2 = 40$$

⊕

$$S_c = 100 - S_П = 60$$

Ответ: Пончик съел 40 кг, Сиропчик 60кг, прожорливость пончика $\frac{4}{3}\frac{кг}{сут}$, прож. Сиропчика $2\frac{кг}{сут}$.

№1

~~Ошибка в условии: на всех курсах вместе не может быть мальчиков меньше, чем на одном только первом курсе.~~

Пусть m – число мальчиков на 1 курсе, M – число мальчиков на остальных курсах, g – число девочек на первом курсе, G – число девочек на остальных курсах

Дано: $\frac{m}{m+g} > \frac{m+M}{m+M+g+G}$

Решение: $\frac{m}{m+g} > \frac{m+M}{m+M+g+G} \ \Big| \cdot \frac{m+g}{m+M} > 0$

$$\frac{m}{m+M} > \frac{m+g}{m+M+g+G}$$

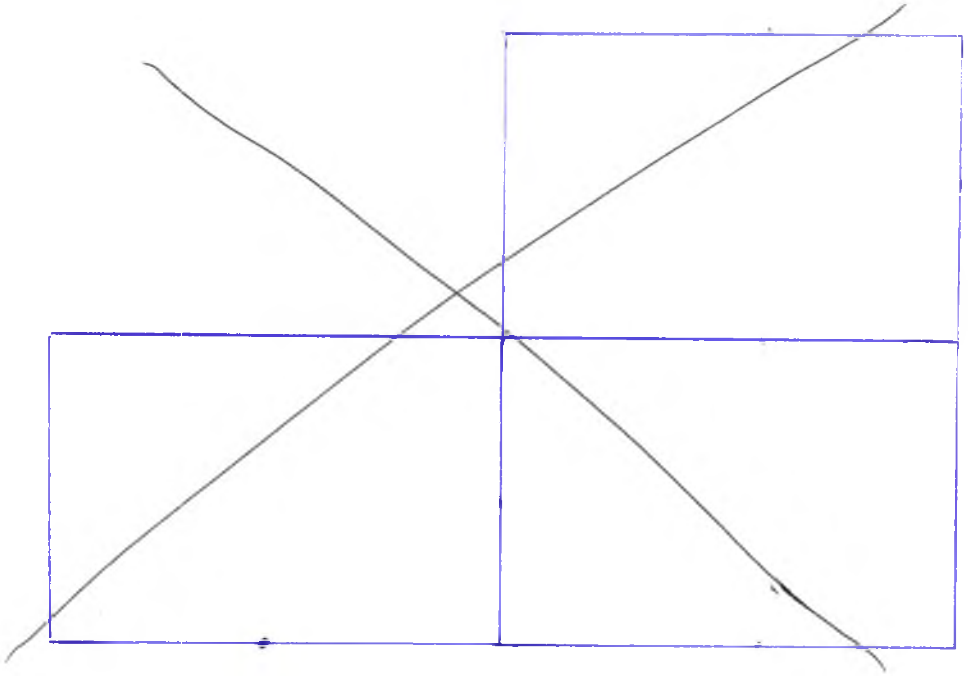
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Ответ: в процентном отношении~~

Ответ: ~~первокурсников сред~~ в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

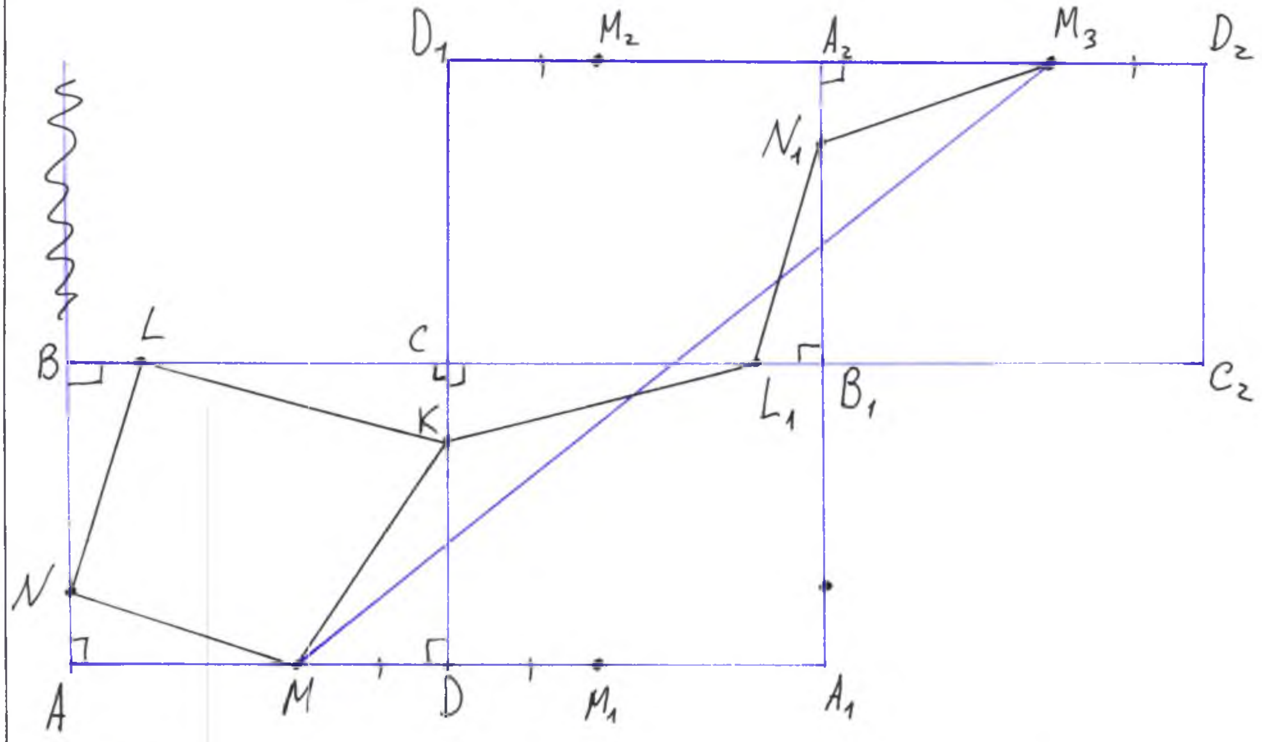
~~№3~~

⊕



№3

Обозначим четырёхугольник, в котором плавают пловцы ABCD



Пусть второй пловец начинает плыть из точки M на стороне AD.

Построим на стороне CD пр-угольника ABCD во внешнюю сторону ~~четырехугольник~~ прямоугольник DCB_1A_1, так, что $DA_1 = AD$.

Построим на стороне CB_1 пр-угольника DCB_1A_1 во внешнюю сторону прямоугольник $CD_1A_2B_1$ так, что $D_1C = CD$.

Построим на стороне A_2B_1 пр-угольника $CD_1A_2B_1$ во внешнюю сторону прямоугольник $A_2D_2C_2B_1$ так что $CB_1 = B_1C_2$.

Построим на стороне DA_1 □DCB_1A_1 точку M_1 так, что $MD = M_1D$.

Построим на стороне D_1A_2 точку M_2 так, что $M_2D_1 = MD$.

Построим на стороне A_2D_2 точку M_3 так, что $M_3D_2 = MD$

$BA = CD$, $CD = B_1A_1$, $A_2B_1 = D_1C$, $A_2B_1 = D_2C_2$, $BC = AD$, $CB_1 = DA_1$, $CB_1 = D_1A_2$, $B_1C_2 = A_2D_2$, как противоположные стороны ~~четыре~~ прямоугольника.

~~Пусть на стороне CD пловец посетил~~

Пусть сторону CD пловец посетил в некоторой точке K, сторону BC — в точке L, BA — в точке N. Тогда путь ~~не~~ второго пловца будет равен периметру ~~чет-го~~ четырёхугольника $NLKM$.

Построим на стороне CB_1 □DCB_1A_1 точку L_1 так, что $CL = CL_1$.

Построим на стороне A_2B_1 □$CD_1A_2B_1$ точку N_1 так, что $BN = B_1N_1$.

По т. Пифагора:

$LK^2=LC^2+CK^2$

$L_1K^2=L_1C^2+CK^2=LC^2+CK^2=LK^2 \Rightarrow L_1K=LK$

$DA_1=DA$ (по построению)

$CB_1=DA_1$, $CB=DA$, $DA_1=DA \Rightarrow CB_1=DA_1=DA=CB \Rightarrow CB_1=CB$

$CB_1=CB \Rightarrow CB_1-LC=CB-LC \Rightarrow CB_1-LC_1=CB-LC \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{L_1B_1=LB}$

$BN=B_1N_1$ (по построению)

$LN^2=BL^2+BN^2$

$L_1N_1^2=L_1B_1^2+B_1N_1^2=LB^2+BN^2=LN^2 \Rightarrow \underline{L_1N_1=LN}$

$D_1C=CD$ (по построению)

$AB=CD$, $D_1C=A_2B_1$, как противоположные стороны ~~те~~ прямоугольника

$AB=CD$, $CD=D_1C$, $D_1C=A_2B_1 \Rightarrow AB=CD=D_1C=A_2B_1$

$\Rightarrow AB=A_2B_1$

$BN=B_1N_1$ (по построению)

$AB-BN=A_2B_1-B_1N_1$

$\underline{AN=A_2N_1}$ $AN=A_2N_1$

$AD = DA_1$, $CB_1 = B_1C_2$ (по построению)

$DA_1 = CB_1$, ~~$CB_1 = D_1A_2$~~ $C_2B_1 = A_2D_2$, как противоположные стороны четырёхугольника.

$AD = DA_1$, $DA_1 = CB_1$, $CB_1 = B_1C_2$, $B_1C_2 = A_2D_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = DA_1 = CB_1 = B_1C_2 = A_2D_2 \Rightarrow A_2D_2 = AD$

$M_3D_2 = MD$, по построению.

$A_2D_2 - M_3D_2 = DA - MD$

$A_2M_3 = AM$

$NM^2 = AN^2 + AM^2$

$N_1M_3^2 = A_2N_1^2 + A_2M_3^2 = AN^2 + AM^2 = NM^2 \Rightarrow N_1M_3 = NM$

Итак, $LK = L_1K$, $LN = L_1N_1$, $NM = N_1M_3$

Т.о. $MK + KL_1 + L_1N_1 + N_1M_3 = MK + KL + LN + NM$

Т.о. периметр четырёхугольника $NLKM$ равен длине ломаной $MKL_1N_1M_3$.

В то же время, длина ломаной $MKL_1N_1M_3$ не может быть меньше отрезка MM_3 и равна его длине тогда и только тогда, когда точки K, L_1, N_1 лежат на прямой MM_3.

$MK + KL_1 + L_1N_1 + N_1M_3 \geq MM_3$

$MK + KL + LN + NM \geq MM_3$

~~Т.о.~~

~~Т.к~~

$DA_1 \parallel B_1C$, $B_1C \parallel D_1A_2 \Rightarrow AD \parallel D_1A_2 \Rightarrow AD \parallel A_2D_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AM \parallel A_2M_3$

Т.к. $AM \parallel A_2M_3$, $AM = A_2M_3 \Rightarrow$ четырёхугольник AA_2M_3M — параллелограмм. $\Rightarrow AA_2 = MM_3$

$AA_2^2 = (AD+DA_1)^2 + (A_1B_1 + B_1A_2)^2 = (2AD)^2 + (2A_1B_1)^2$

$AA_2^2 = (2AD)^2 + (2AB)^2 = 4(AD^2 + AB^2) = 4BD^2$

$AA_2 = 2BD \Rightarrow MM_3 = 2BD$ ⊕

$2BD$ — это ~~минимальный воз~~ путь первого пловца, MM_3 — путь второго минимальный возможный пловца.

Таким образом, минимальный возможный путь второго пловца равен пути первого пловца. $\Rightarrow$ путь второго пловца не может быть меньше пути первого пловца, но может быть равным ему.

Ответ: ~~путь второго~~ а) нет, путь второго пловца не может быть короче, ~~пути~~ чем у первого.

б) 1, т.е. пути могут быть равны.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

MS 55-81

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Салов

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 30.08.2005 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2. **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Салов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MS 55-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Решение:

1) обозначим кол-во Триасовых дискоглосс за x, а саблезубых лягушек за y.

2) 100 ног = 5x + 4y

3) так как 100 : 5; 5x : 5, то 4y : 5 (т.к 4 ⋰ 5).

4) x должен быть равен либо 4, ~~либо 9~~ ~~, т.к~~ либо 8, либо 12, либо 16 т.к 100 : 20 ; 4y : 20 (т.к. y : 5) => 5x : 20

5) но также x должен оканчивать либо на 4 либо на 9 т.к 1хв. · x + ?хвостов · y = 64, а y : 5

6) из 4 и 5 следует, что x = 4 т.к. только 4 подходит и по 5-му пункту и по 6-му.

7) если x = 4, то 4 × 5 = 20 ног => y = 80 : 4 = 20

(+)

8) из 7 следует, что y = 20 => 64 − 4 (4 это x) = 60

9) 60 : 20 = 3 => хвостов у головастика саблезубой лягушки 3

Ответ: 3

№2

$n^2 + n + 2 = 2019$

$n^2 + n = 2017$

$n(n+1) = 2017.$

Теперь попробуем найти 2 последовательных числа, чтобы $n \cdot (n+1) = 2017$. Пробуем:

+

1) $44 \cdot 45 = x$, где x оканчивается на 0, а не на 7.

2) $45 \cdot 45 = y$, где $y = 2025$, т.е > 2017

3) $44 \cdot 44 = z$, где $z = 1936$, т.е < 2017.

Если $2017 > 44^2$, но $< 45^2$ => 2017 либо $= 44 \cdot 45$ (но это не подходит, см. пункт №1), либо невозможно. Значит, это невозможно => $n^2 + n + 2 \not\vdots\, 2019$.

Ответ: невозможно

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

1) Сначала подсчитаем кол-во отсеков:

$9 \times 11 = 99$ отсеков.

2) Допустим, что в каждом отсеке не более 2 точек. Тогда максимум точек $= 99 \cdot 2 - 198$ точек. Но их 200. ⇒ хотя бы в одном отсеке будет 3 и более точек.

+

ч.т.д.

№4

Допустим, разработчики Android отдела отправили только себе. тогда они получили $15_A - 7_A = 8_A$ сообщений (где A - колво разработчиков). Тогда Разработчики IOS отдела отправили им $15_i - 9_i = 6_i$ (где i - кол-во разработчиков)

$8_A = 6_i \Rightarrow i = \frac{4}{3}A \Rightarrow i > a$

±

Ответ: больше работает в отделе IOS.

№5.

1) допустим, весы точны. но 2зол + 3зол ≠ 6зол. Невозможно

2) допустим, ~~недовес~~ перевес 1 золотник ⇒ 1зол + 2зол ≠ 5зол. невозможно

3) допустим, недовес 1 золотник ⇒ 3зол + 4зол = 7зол. ⇒

вес Кощеевой части = 3зол., а бабы-Яги – 4зол.

Ответ: 3золотника; 4 золотника.

±

целое число

ошибка?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Учебный центр МРСК Урала

Место проведения

ГФ49-12

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Самков

ИМЯ Мирон

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 05.12.2002

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть на первом курсе a_1 мальчиков и b_1 первокурсников всего. Пусть на факультете a_0 мальчиков и b_0 всех студентов. Тогда по условию:

$$\frac{a_1}{b_1} > \frac{a_0}{b_0} \qquad (1)$$

Из условия следует, что нужно сравнить следующие величины:

$\frac{a_1}{a_0}$ — кол-во первокурсников среди всех мальчиков факультета в процентном соотношении, и

$\frac{b_1}{b_0}$ — кол-во студентов первого курса среди всех студентов факультета в процентном соотношении.

~~Разделим~~ Умножив обе части неравенства (1) на $\frac{b_1}{a_0}$, получаем: $\frac{a_1}{a_0} > \frac{b_1}{b_0}$ (знак не изменился, так как $b_1 > 0$; $a_0 > 0$.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета.

(+)

№2

Нет, так как если такое n существует, +
то $n^2+n+17=2019k$, где $k \in N \Rightarrow n^2+n=2019k-17$
$2019k-17 \equiv 1 \pmod 3$. Если $n \equiv 1 \pmod 3$, то
$n^2+n \equiv 1+1 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n \equiv 2 \pmod 3$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если ~~n~~ $n \equiv 2 \pmod 3$, то $n^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow n^2 + n \equiv 1+2 \equiv 3 \pmod 3$.

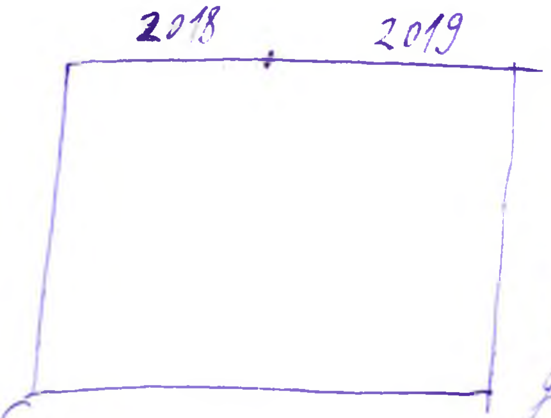
Если $n \vdots 3$, то $n^2+n \vdots 3$.

Следовательно, ни при каких n выражение n^2+n не даёт остаток 1 при делении на $3 \Rightarrow$
$\Rightarrow n^2+n+17$ не может делиться на 3.

$2019 \vdots 3 \Rightarrow n^2+n+17$ не делится на 2019.

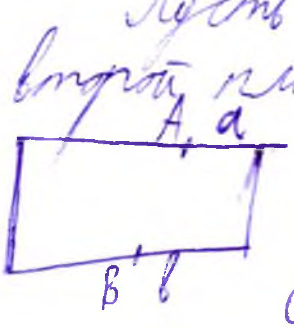
Ответ: нет.

№3.



Для удобства возьмём длину ~~сторон~~ берега, от которого стартует второй пловец, за 4037 (для других длины все длины в решении просто будут умножаться на одно и то же число, ответ не изменится).

Пусть нам известно, в каких точках второй пловец коснётся противоположных берегов.



Рассмотрим один из 2 оставшихся берегов. Найдём оптимальную точку C на этом берегу, то есть такую, при которой $|AC| + |BC|$ минимально. (A и B мы отметили на рисунке выше). Пусть расстояния от A и B до этого берега равны a и b соответственно. Пусть длина берега равна l, и он делится в отношении $c : l-c$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда $|AC|+|BC|=f(c)=\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+(l-c)^2}$

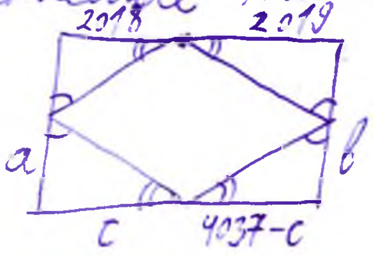
$f(c)$ достигает максимального значения, когда $f'(c)=0$

$$f'(c)=\frac{1}{2\sqrt{a^2+c^2}}\cdot 2c+\frac{1}{2\sqrt{b^2+(l-c)^2}}\cdot(2c-2l)=$$

$$=\frac{c\sqrt{b^2+(l-c)^2}+(c-l)\sqrt{a^2+c^2}}{\sqrt{a^2+c^2}\cdot\sqrt{b^2+(l-c)^2}}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2(b^2+(l-c)^2)=(c-l)^2(a^2+c^2)\Rightarrow b^2c^2=(l-c)^2\cdot a^2$$

$\Rightarrow bc=a(l-c)\Rightarrow\frac{b}{l-c}=\frac{a}{c}\Rightarrow$ прямоугольные треугольники, отсекаемые точками встречи с берегами, подобны:



Запишем отношения ~~сторон~~ катетов:

$$\frac{2019}{l-b}\underset{(2)}{=}\frac{4037-c}{b}\underset{(3)}{=}\frac{c}{a}\underset{(4)}{=}\frac{2018}{l-a}$$

Отсюда: $c=\frac{4037a}{a+b}$ (из (3)) (5).

$$\frac{2019}{l-b}=\frac{2018}{l-a}\Rightarrow b=\frac{2019a-l}{2018}$$

Из (4): $(l-a)c=2018a\Rightarrow c=\frac{2018a}{l-a}=\frac{4037a}{a+b}$ (из (5))

$$\Rightarrow l-a=\frac{4037a-l}{4037}\Rightarrow a=\frac{4038}{8074}l=\frac{2019}{4037}l\Rightarrow c=\frac{2018\cdot\frac{4038}{8074}l}{l-\frac{4038}{8074}l}$$

$=2019.$

Посчитаем длину гипотенузы одного треугольника и умножим её на сумму всех катетов, соответствующих этому при подобии ~~таким~~ разделим / затем на сам катет, таким образом найдём сумму всех гипотенуз, то есть путь второго пловца:

$$S_2 = \sqrt{\left(\frac{2019}{4037}l\right)^2 + 2019^2} \cdot \frac{2\cdot(2019+2018)}{2019} =$$

$$= \sqrt{\frac{l^2+4037^2}{4037^2}} \cdot 2\cdot 4037 = 2\sqrt{l^2+4037^2}$$ —

~~Это~~ — это и есть минимальный путь второго пловца (если длины ~~[illegible]~~ катетов не удовлетворяют системе, то хотя бы 2 треугольника будут не подобны, и мы можем сдвинуть точку касания одного берега, уменьшив суммарную длину).

~~В~~ Путь первого пловца равен ~~а~~ удвоенной диагонали прямоугольника, то есть:

$$S_1 = 2\sqrt{l^2+4037^2} = S_2$$ ⇒ второй пловец не может так выбрать 3 точки, и ~~[illegible]~~ минимальное отношение большего пути к меньшему равно 1.

можно рассчитать существенно проще

Ответ: нет, не может; минимальное отношение равно 1.

+

№4.

Пусть Пончик ест $x\ \frac{кг}{день}$, Сиропчик — $y\ \frac{кг}{день}$. Пусть у Пончика запас был равен a кг, у Сиропчика — b кг. Тогда из условия имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a}{x} = \frac{b}{y}, \text{ т.к. запасы кончились через одинаковое время} \quad (1)\\ a+b=100 \quad (2)\\ \frac{b}{x}=45 \quad (3)\\ \frac{a}{y}=20 \quad (4)\end{cases}$$

Это система из 4 линейных уравнений с 4 неизвестными. Решим её:

$b=45x$; $a=20y$ (из (3) и (4))

$ay=bx$ (из (1)) $\Rightarrow 20y^2=45x^2 \Rightarrow 4y^2=9x^2 \Rightarrow 2y=3x \Rightarrow$
$\Rightarrow y=1,5x$.

$a+b=100 \Rightarrow 20y+45x=100 \Rightarrow 30x+45x=100 \Rightarrow$
$\Rightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow b=60$; $y=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}=2 \Rightarrow a=40$ ⊕

Ответ: Пончик — 40 кг со скоростью $\frac{4}{3}\frac{кг}{день}$, Сиропчик — 60 кг со скоростью $2\frac{кг}{день}$.

№5.

~~Будем~~ ~~Будем~~ Проделаем 2019 раз следующую операцию: возвести в квадрат обе части неравенства и вычесть 2019 из обеих частей.

Тогда данное ~~данное~~ неравенство ~~в условии соответствует следую~~ равносильно следующему:

$0 < (((2019^2-2019)^2-2019)^2-2019)^2-\ldots)-2019.$

Рассмотрим какую-то i-ую операцию из этих 2019. Пусть ~~в ней мы~~ её мы совершаем с каким-то числом x_1 полученным ~~из~~ предыду-

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~щих опе~~

щими операциями (или ~~x~~ $x=2019$, если это первая операция).

~~При данной операции число в~~

Число после операции будет ~~меньше,~~ не больше, чем число x, если

$x^2-2019\leq x$, то есть $x^2-x-2019\leq 0$.

$$x_0=\frac{1\pm\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}\Rightarrow \frac{1-\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}\leq x\leq \frac{1+\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2},$$

т.к. старший коэффициент положительный.

~~Изн~~ Сначала (до первой операции) $x=2019$.

$2019>\frac{1+\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}$, так как $(2\cdot 2019-1)^2>1+4\cdot 2019$, так как $4\cdot 2019^2-8\cdot 2019>0$, т.к. $4\cdot 2019-8>0$.

Следовательно, в конце операции число x увеличится $\Rightarrow$ оно в конце операции будет больше ~~2019>~~ $\frac{1+\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}$ $\Rightarrow$ ~~оно~~ в следующей операции оно снова увеличится $\Rightarrow$ число x ~~никог~~ всегда будет больше, чем $\frac{1+\sqrt{1+4\cdot 2019}}{2}$, т.к. ~~т~~ оно всегда будет увеличиваться $\Rightarrow$ оно будет больше 0, ~~в~~ в том числе и после 2019-ой операции $\Rightarrow$ неравенство верно.

Ответ: да.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

WP59-38

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Севастьянов

ИМЯ Семён

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 23.09.2003

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 8 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Пусть сотрудник поймал t пятиногих головастика, и z многохвостых головастика и у них по x хвостов, тогда из условия

$$\begin{cases}5t+4z=100\\ t+zx=64\end{cases}$$

$$5t+4z=100$$

$$5t\,\vdots\,5\ ;\ 100\,\vdots\,5$$

$$\Downarrow$$

$4z\,\vdots\,5 \Rightarrow z\,\vdots\,5$. Пусть $z=5k$, тогда

$$t+5kx=64$$

$t=-5kx+64=5(12-kx)+4$, в то же время

$$5t+4z=100$$

$$\Downarrow$$

$$0\leq 5t\leq 100$$

$$0\leq t\leq 20$$

И при этом t даёт остаток 4 при делении на 5, т.к. $t=5(12-kx)+4$

Значит t может равняться 4, 9, 14, 19.

Заметим что $5t+4z=100$

$$100\,\vdots\,4\ ;\ 4z\,\vdots\,4$$

$$\Downarrow$$

$$5t\,\vdots\,4 \Rightarrow t\,\vdots\,4$$

Значит из чисел 4, 9, 14, 19 t может равняться только 4, т.к. оно $\vdots\,4$. То есть $t=4$

Значит

$$\begin{cases}5\cdot 4+4z=100\\ 4+zx=64\end{cases}$$

$$20+4z=100$$

$$z=20$$

$$\Downarrow$$

$$4+20x=64$$ +

$$x=3$$

Ответ: 3

№2

Ответ: не может ±

Докажем, что число $n^2+n+8 \not\vdots\, 3$

1 случай Пусть ~~$n \not\vdots\, 3$ тогда~~ $n=3k+1$, тогда

$$n^2+n+8=(3k+1)^2+3k+1+8=9k^2+6k+3k+10=3(3k^2+3k+3)+1 \not\vdots\, 3$$

2 случай Пусть $n=3k+2$, тогда

$$n^2+n+8=(3k+2)^2+(3k+2)+8=9k^2+12k+3k+14=3(3k^2+5k+4)+2 \not\vdots\, 3$$

3 случай Пусть $n=3k$, тогда

$$n^2+n+8=9k^2+3k+8=3(3k^2+k+2)+2 \not\vdots\, 3$$

То есть n^2+n+8 никогда и не кратно 3, значит и не кратно $3\cdot 673=2019$ ч.т.д.

№4

Пусть в кладовой ~~тон~~ Пончика x кг., тогда в кладовой Сиропчика 100-x кг. Пусть они съели варенье за m дней, тогда прожорливость Пончика $\frac{x}{m}$ кг/д, Сиропчика $\frac{100-x}{m}$ кг/д. Значит из условия

$$\begin{cases} \dfrac{100-x}{\frac{x}{m}} = 45 \\ \dfrac{x}{\frac{100-x}{m}} = 20 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

Значит $\begin{cases} \dfrac{100-x}{x} = \dfrac{45}{m} \\ \dfrac{x}{100-x} = \dfrac{20}{m} \end{cases}$

То есть ~~m~~ перемножим два равенства

$$1 = \frac{45\cdot 20}{m^2}$$

$$m^2 = (2\cdot 3\cdot 5)^2 = 30^2$$

$$m = 30 \quad (\text{т.к. } m \geq 0)$$

тогда $\frac{100-x}{x} = \frac{45}{30}$

$100 = 2{,}5x$ и $\frac{40}{100-40} = \frac{20}{30}$ верно

$x = 40$

То есть Пончик съел 40кг. с прожорливостью $\frac{40}{30}$ кг/день $= \frac{4}{3}$ кг/д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WP59-38

А Сиропчик 60 кг с прожорливостью $\frac{60}{30}$ ~~а~~ $\frac{кг}{g} = 2\frac{кг}{g}$

Ответ: Пончик 40 кг. с прожорливостью $\frac{4}{3}$ кг/g

Сиропчик 60 кг. с прожорливостью 2 кг/g

+

№5

Ответ: нет

Д-во

Лемма: $\frac{1}{t-x} + \frac{1}{t+x} \geqslant 2\cdot\frac{1}{t}$

при $t > x > 0$

Д-во $\frac{1}{(t-x)} + \frac{1}{t+x} \overset{?}{\geqslant} \frac{2}{t}$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{2t}{t^2-x^2} \overset{?}{\geqslant} \frac{2}{t}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{2t}{t^2-x^2} \overset{?}{\geqslant} \frac{2t}{t^2}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{1}{t^2-x^2} \geqslant \frac{1}{t^2}$$

верно

∓

Докажем, что $\frac{1}{x} + \ldots + \frac{1}{x^2} > 1$

при $x \in N$ и $x > 1$

Заметим что

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \ldots + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+1} + \ldots + \left(\frac{1}{\frac{x(x+1)}{2}-1}\right) + \left(\frac{1}{\frac{x(x+1)}{2}+1}\right) +$$

$$+\frac{1}{\frac{x(x+1}{2}} \geqslant \cancel{2\cdot\frac{1}{\frac{x(x+1)}{2}}}\ 2\cdot\frac{1}{\frac{x(x+1)}{2}}\cdot\frac{(x^2-x)}{2} + \frac{1}{\frac{x(x+1)}{2}} =$$

из Леммы

$$= (x^2-x+1)\cdot\frac{2}{x(x+1)} \overset{?}{>} 1$$

$$\Updownarrow$$

$$2x^2-2x+2 > x^2+x$$

$$\Updownarrow$$

$$x^2-3x+2>0$$

$$\Updownarrow$$

$$(x-2)(x-1)>0$$

верно при $x>2$,

то есть при $x>2$ $x\in N$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}\dots+\frac{1}{x^2}>1$$

и равенство

$\frac{1}{x}+\dots+\frac{1}{x^2}=1$ невозможно, а при

$x=2$ равенство

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\dots+\frac{1}{x^2}=1$$

~~равно~~ Явл выглядит так

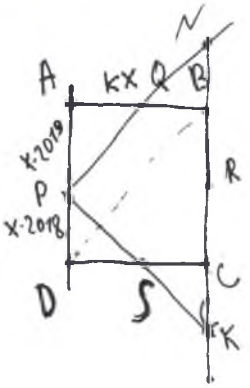
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\overset{?}{=}1$$

$$\frac{6+4+3}{12}\overset{?}{=}1$$

$\frac{13}{12}\overset{?}{=}1$ что неверно,

То есть ~~н~~ для любого $x>1$ $x\in N$ равенство

$\frac{1}{x}+\dots+\frac{1}{x^2}=1$ неверно ч.т.д.



Ответ: 1, ~~Нет~~ не может

№3

~~Ш~~ Обозначим за A,B,C,D ~~вершины~~ вершины углов бассейна.

Пусть $AD=(2019+2018)x$ и второй стартует со стороны AD. Пусть также $AB=kx$ тогда ~~вто~~ первый проплывает $2\sqrt{(kx)^2+((2018+2019)x)^2}$.

Пусть также второй стартует из точки P. и выбирает на сторонах AB, BC, CD точки Q, R, S соответственно.

~~Когда Случай 1 первый плывёт по маршруту PQRSAP. когда Тогда надо D т~~ Заметим, что отношение ~~тих~~ ~~их~~ наиб. пути к наим. пути ≥ 1, что, очевидно, то есть для этой части задачи достаточно привести пример при котором пути равны.

Надо доказать неравенство

А именно точку R мы берём такую, что $BR=DP=2018x$ и $CR=AP=2019x$, ~~А так~~ Точку Q мы берём следующим образом. Пусть точка N, такая точка на прямой BC, что $BN=BR=DP=2018x$. Тогда Q, будет точкой пересечения PN и AB. Аналогично определаем точку S. ~~Тогда~~ заметим, что $\triangle QBR = \triangle QBN$ по двум катетам, а значит

$QR+QP = PQ+QN = PN$

Пусть ~~H~~ PH высота опущенная из P на BC тогда $AP = BH = 2019x$ и $AB = PH = kx$, т.к. PHBA прямоуг., то

то есть $PN = \sqrt{PH^2+HN^2} = \sqrt{(kx)^2+((2019+2018)x)^2} = AC$,

значит $PQ+QR = AC$, аналогично

$PS+SR = AC$, то есть если 2-ой пловец плывет по маршруту PQRSP, то он проплывёт $2AC$, также как и 1-ый, ведь диагонали равны. то есть отношение макс к ~~и ми~~ минимальному равное 1 достигается при этом.

Докажем теперь что второй всегда проплывёт не меньше первого. ~~Пусть о~~ Не умоляя общности можно считать, что он плывёт либо по маршруту PQRSP, или RRQSP (остальные аналогичны этим)

1 случай пусть сторона ~~AB~~ AB делится точкой Q так ~~как~~ mx и $x(k-m)$. BC как tx и $(2019+2018-t)x$ и ~~BA~~ CD, как nx и ~~m~~ $x(k-n)$

Заметим что ~~тогда~~ $PQ+QR+RS+SP = \sqrt{(2019x)^2+(mx)^2} + \sqrt{(x(k-m))^2+(tx)^2} + {} + \sqrt{((2019+2018-t)x)^2+(nx)^2} + \sqrt{(x(k-n))^2+(2018x)^2} >$,

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WP59-38

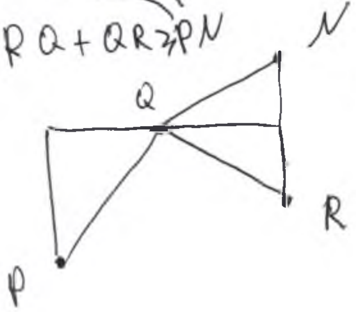
надо смотреть наоборот!!!

$$\geqslant \sqrt{(kx)^2+(2tx)^2} + \sqrt{(kx)^2+\cancel{2}((2019+2018-t)x)^2} \geqslant$$

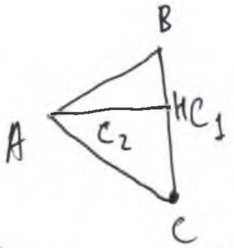
$$\geqslant 2\sqrt{(kx)^2+((2018+2019)x)^2} = 2AC$$

общеизвестно что если дан Δ с основанием $= C_1$ и высотой $= C_2$ то сумма боковых сторон минимальна, когда он равнобедренный

рис.1 $RQ+QR \geqslant PN$



и аналогично $PS+SR$



$AB+BC$ минимально, когда $BH = HC$.

±

обоснование скрыто в первом рис.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

WS 69-42

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ СЕМЕНОВА

ИМЯ ДАРЬЯ

ОТЧЕСТВО АНАТОЛЬЕВНА

Дата рождения 09.12.2000

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

①. Пусть на I курсе учатся:

а - мальчиков и a_1 - девочек

на факультете учатся:

в - мальчиков и b_1 - девочек

по условию: $\frac{a}{a+a_1} > \frac{b}{b+b_1}$ т.к. $(a+b)>0$ и $(b+b_1)>0$, тогда $a(b+b_1)-b(a+a_1)>0$

$$\frac{a(b+b_1)-b(a+a_1)}{(a+a_1)(b+b_1)}>0$$

$\frac{a}{b} \vee \frac{a+a_1}{b+b_1}$ т.к. $b>0$, $(b+b_1)>0$,

тогда $a(b+b_1)-b(a+a_1)>0 \Rightarrow$

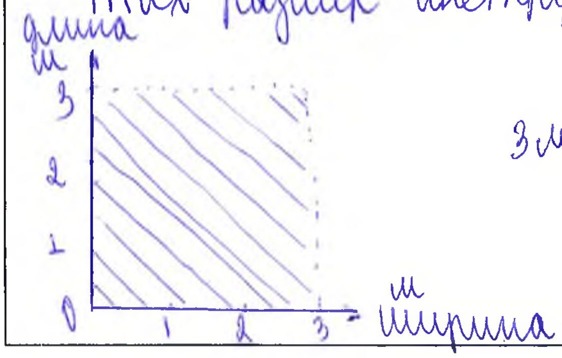
$\frac{a}{b}-\frac{a+a_1}{b+b_1} \vee 0$ $\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+a_1}{b+b_1}$

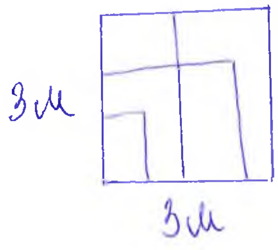
$$\frac{a(b+b_1)-b(a+a_1)}{b(b+b_1)} \vee 0$$

+

Ответ: больше первокурсников среди всех мальчиков факультета, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета

③. 1) инструмент можно расположить перпендикулярно одной из сторон кабины, тогда max размер инструмента будет равен 3 x 3





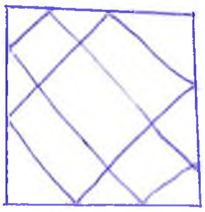
- Возможное расположение инструмента

2) также инструмент можно располагать по диагонали кабины (длина диагонали = $3\sqrt{2}$)

длина $< 3\sqrt{2}$

ширина $< 3\sqrt{2}$

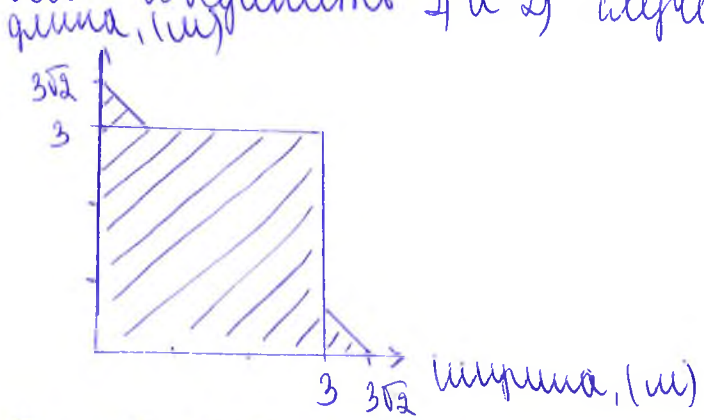
Спорные вар-ты



Возможны расположения инструмента

при длине $= 1,5\sqrt{2}$, ширина $= 1,5\sqrt{2}$

Если объединить 1) и 2) случаи, то получим



∓

② . $x^2 - [x] = 2019$

по услов. $[x] \in Z$, $2019 \in Z$) $\Rightarrow x^2 \in Z \Rightarrow x \in Z$, значит нужно

$x^2 - x - 2019 = 0$ - решить в целых числах

логич. ошибка!

$D = 1 + 2019 \cdot 4 = 8077$ - не является квадратом целого числа,

$D = 1 + 9 \cdot 7 \cdot 39$

значит x - также является не целым числом, что противоречит услов. $\Rightarrow x \in \varnothing$

Ответ: нет решений

—

④ пусть a, b, c, d - производительность для каждой бригады, тогда

$$\text{I: }\begin{cases} 4a + b + 2c + 5d = 10 & \text{I} \\ 2a + 3b + 2c + 1d = 7 & \text{II} \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 & \text{III} \end{cases}$$

(I) + (III) $9a + 3b + 3c + 9d = 24$

$3a + b + c + 3d = 8$

$+(\text{II})\ +\ 2a + 3b + 2c + d = 7$

$5a + 4b + 3c + 4d = 15$

$-\text{III}\ -\ 5a + 2b + c + 4d = 14$

$2b + 2c = 1$

(I) + (II): $6a + 4b + 4c + 6d = 17$

$3a + 2b + 2c + 3d = 8{,}5$

$2(3a + 3d) + 2 = 8{,}5 \cdot 2$

$6a + 6d = 15$

$2a + 2d = 5$

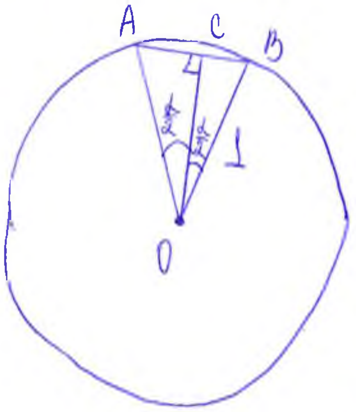
+

$2a + 2b + 2d + 2c = 5 + 1$

$4a + 4b + 4d + 4c = 12$ - четыре месяца работали все бригады

Ответ: 12 млн т.

5.



1) $\angle AOB = \alpha$; $\alpha = \frac{360}{2^{2019}}$; $\frac{\alpha}{2} = \frac{360}{2^{2020}}$

+

2) Рассм $\triangle OCB$: $OB = 1$; $OC = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$,

$\angle OCB = 90^\circ$; $\angle COB = \frac{\alpha}{2} = \frac{360}{2^{2020}} = \frac{\pi}{2^{2019}}$

$\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{1}$ - нужно доказать

3) $\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\beta}{2}}$, тогда

$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $4 = 2\,2^1$

$\cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$; $8 = 2\cdot 2^2$

$\cos\frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$; $16 = 2\cdot 2^3$

и т.д есть закономерность, поэтому:

$\cos\frac{\pi}{2\cdot 2^n} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$ - n штук $\Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{2\cdot 2^{2018}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$ - 2018 штук ▨

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ. г. Красноярск

Место проведения

0498-50

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Сёмушкина

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Ивановна

Дата рождения 28. 11. 2002

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10. 02. 19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Вариант: 17091 **ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ!** ⇨ 0498-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

① головастики 100 ног 64 хвоста

- триасовый диплодок 5 ног 1 хвост
- саблезубая лягушка 4 ноги X хвостов

Составим мат. модель, где a - количество триасовых диплодоков, а b - количество саблезубых лягушек.

$$5a+4b=100$$

заметим, что $a \vdots 4$, а $b \vdots 5$, т.к

$$\underbrace{5a}_{\vdots 5} = \underbrace{100}_{5} - 4b \quad \nearrow \text{тоже } 5$$

$$\underbrace{4b}_{4} = \underbrace{100}_{4} - \underbrace{5a}_{} \quad \nearrow \text{тоже } \vdots 4$$

из условия выше составим таблицу возможных значений a и b (касательно количества ног)

	1	2	3	4	5	6
b	0	5	10	15	20	25
a	20	16	12	8	4	0

Однако не все значения подходят под возможное количество хвостов.

1. 20 хвостов ≠ 64 (нет)
2. 64 − 16 = 48, $48 \not\vdots 5$ (нет)
3. $52 \not\vdots 10$ (нет)
4. $56 \not\vdots 5$ (нет)
5. $\frac{60}{20} = 3$ хвоста имеет каждый головастик саблезубой лягушки
6. 60/25 (нет)

Ответ: 3 хвоста.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

② $n^2+n+8 \vdots 2019$

знак делимости на 2019 можем заменить на $=2019a$, где a - целый коэффициент

(при умножении какого-либо числа на 2019, вся правая часть всё равно будет делиться на 2019)

2019 кратно 3, рассмотрим обе части выражения относительно делимости на 3

$$n^2+n+8=2019a$$

⊕

- $n=3k$

$(3k)^2+3k+8=$

$=\underline{9k^2}+\underline{3k}+\underline{8}$ ②

делятся остаток 2

- $n=3k+1$

$(3k+1)^2+3k+1+8=$

$=\underline{9k^2}+\underline{6k}+1+\underline{3k}+1+8$ ①

от 10 остаток 1

- $n=3k+2$

$(3k+2)^2+3k+2+8=$

$=\underline{9k^2}+\underline{12k}+4+\underline{3k}+2+8$ ②

14, остаток 2

$2019 \vdots 3$, то есть остаток ⓪, в левой части таких остатков нет

⇓

решений нет

Ответ: нет, не может.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

④ Пусть x – запасы Пончика, тогда $(100-x)$ – запасы Сиропчика, y – прожорливость Пончика, z – Сиропчика.

Пончик   Сиропчик

1) $\frac{x}{y} = \frac{100-x}{z}$ т.к. одинаковое время, за которое они поедают свои запасы

2) $\frac{100-x}{y} = 45$ Пончик съедает запас Сиропчика за 45 дней

3) $\frac{x}{z} = 20$ Сиропчик съедает запас Пончика за 20 дней

Выразим и подставим

$y = \frac{100-x}{45}$, $z = \frac{x}{20}$

$$\frac{45x}{100-x} = \frac{20(100-x)}{x}$$

$45x^2 = 20(100-x)^2$

$9x^2 = 4(100-x)^2$

$9x^2 = 4(10000-200x+x^2)$

$9x^2 = 40000-800x+4x^2$

$5x^2+800x-40000=0$

$x^2+160x-8000=0$

$D = b^2-4ac = 160^2+4\cdot 8000 =$
$= 25600+32000 = 57600 = 240^2$

$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a} = \frac{-160\pm 240}{2}$; $x_1=-200$;
не подходит

$x_2 = 40$ – ~~[illegible]~~ запасы Пончика

$y = \frac{100-40}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$ – прожорливость Пончика

$z = \frac{40}{20} = 2$ – прожорливость Сиропчика
кг варенья/день

$100-40=60$ кг запасы Сиропчика

Ответ: Пончик – 40 кг.
$\frac{4}{3}$ кг. в день

Сиропчик – 60 кг
2 кг. в день.

+

⑤ $$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

если $x=1$, то $\frac{1}{1}=1$, но это не подходит под условие, т.к $x>1$.

если $x=2$, то $\frac{1}{2}^{6}+\frac{1}{3}^{4}+\frac{1}{4}^{3}=\frac{13}{12}$ $\frac{13}{12}>1$.

тогда давайте докажем, что при любых $x>1$ выражение так же будет больше одного.

$$S(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}\dots\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$S(x+1)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}\dots\frac{1}{(x+1)^2}=1$$

$$S(x+1)-S(x)=\underbrace{\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{x^2+2}\dots\frac{1}{(x+1)^2}}-\frac{1}{x}$$

всего у нас $2x+1$ слагаемых
(т.к $(x+1)^2=x^2+\underline{2x+1}$)

очевидно, что $S(x+1)-S(x)>0$.

$$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{x^2+2}+\frac{1}{x^2+3}\dots\frac{1}{(x+1)^2}>\frac{2x+1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x}>0$$

$$\frac{2x+1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x}=\frac{x(2x+1)-(x+1)^2}{x(x+1)^2}=\frac{2x^2+x-x^2-2x-1}{x(x+1)^2}=$$

$$=\frac{x^2+x-1}{x(x+1)^2}$$

продолжение на следующем листе

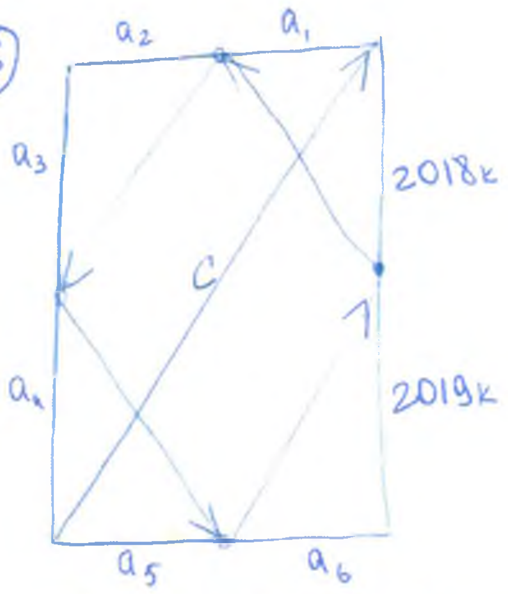
⑤ продолжение

$\frac{x^2+x-1}{x(x+1)^2}$, $x^2+x-1\geq 0$
$x(x+1)^2 \geq 0$

при малых $x>1$, итоговое выражение будет больше 1

Ответ: Нет, не имеет.

③



первый проплывает по диагонали прямоугольника, второй начинает с точки, делящей сторону, обозначим 4037к (может поделиться так как сказано в условии), а потом выбирая произвольные точки на оставшихся 3-ех сторонах, возвращается на изначальную.

$c = \sqrt{(a_1+a_2)^2+(a_3+a_4)^2}$ - путь первого
или $\sqrt{(2018к+2019к)^2+(a_5+a_6)^2}$,

±

путь второго произволен, но неизменный по длине, т.к если он выберет от одной стороны до другой путь длиннее, тогда до третьей будет короче и наоборот всё пропорционально, длина пути будет одинакова.

минимальное отношение длин большего пути и меньшему $=\frac{1}{4}$

анализ пути второго не произведен

Ответ: нет, не может; $\frac{1}{4}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО	WS 69-68	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ СИДУКОВ

ИМЯ ВИТАЛИЙ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 15.10.2001 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1/ На первом курсе учится x мальчиков, y девочек

x+y – кол-во студентов 1ого курса

Всего на курсе a мальч и b девочек

Тогда, по условию задачи: a+b – кол-во студентов на фак-те

$$\frac{x}{x+y} > \frac{a}{a+b}$$

Опр-ть:

первокурсники – студенты первого курса

$$\frac{x}{a} \vee \frac{x+y}{a+b};$$

все мальчики фак-та – студенты факультета

$$\frac{x}{a} \vee \frac{x+y}{a+b} \Big| \begin{matrix} \cdot a \\ : x+y \end{matrix}$$ т.к a, x+y > 0

$$\frac{x}{x+y} \vee \frac{a}{a+b}$$

по условию $\frac{x}{x+y} > \frac{a}{a+b}$

↙

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше ~~чем~~ всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

2/ $x^2 - [x] = 2019$

$\left.\begin{matrix}[x] \in z \\ 2019 \in z\end{matrix}\right) \Rightarrow x^2 \in z \Rightarrow x \in z \Rightarrow$ можно переписать уравнение: $[x] = x$

логич. ошибка

$x^2 - x = 2019$

$x^2 - x - 2019 = 0$

$D = 1 + 2019 \cdot 4 = 4077 = 9 \cdot 453 = 9 \cdot 3 \cdot 151$ – не явл-ся корнем целого числа

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) продолжение

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{453}}{2} \notin \mathbb{Z}$ => ур-е не имеет целых реш =>

=> нет решений.

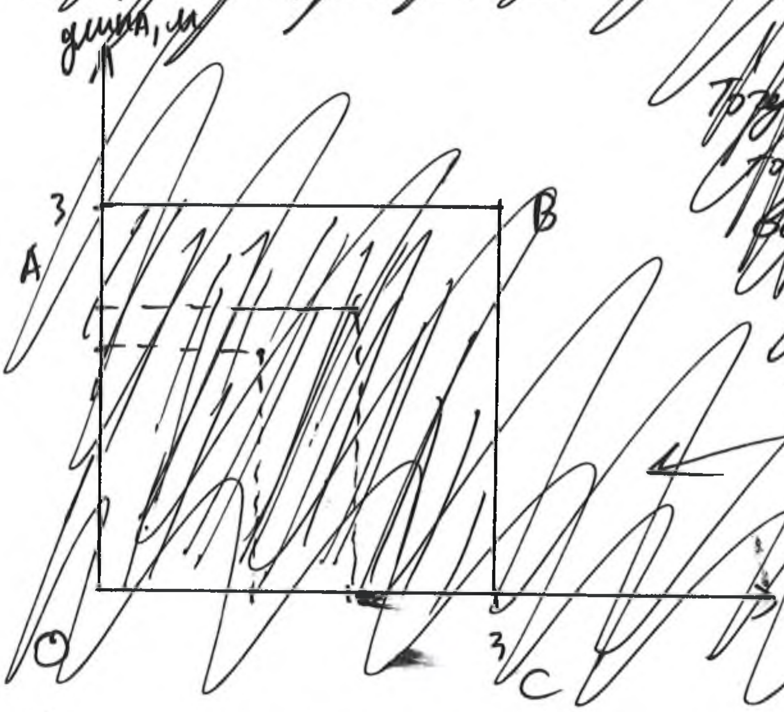
Ответ: нет решений.

—

~~3) max длина = 3 => длина ∈ [0; 3]~~

~~max ширина = 3 => ширина ∈ [0; 3]~~

~~Построим множество точек:~~



~~Ответ: Точками множества будет являться вся площадь квадрата OABC, кроме отрезков OA и OC (рис.)~~

4) a – производительность 1 бригады в млн тонн/месяц

b – 2-й бригады –"–

c – 3-й бригады –"–

d – 4-й бригады –"–

Усл-е задачи: $4(a+b+c+d) = ?$

$$\begin{cases} 4a + b + 2c + 5d = 10; & (1) \\ 2a + 3b + 2c + d = 7; & (2) \\ 5a + 2b + c + 4d = 14; & (3) \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4/ продолжение

(1)+(3): $9a + 3b + 3c + 9d = 24$

$3a + b + c + 3d = 8$ (4)

(4)+(2):

$$\begin{array}{r} 3a+b+c+3d=8 \\ +\; 2a+3b+2c+d=7 \\ \hline 5a+4b+3c+4d=15 \end{array}$$ (5)

(5)-(3):

$$\begin{array}{r} 5a+4b+3c+4d=15 \\ -\; 5a+2b+c+4d=14 \\ \hline 2b+2c=1 \end{array}$$

$2b+2c=1$ (6)

(1)+(2):

$$\begin{array}{r} 4a+b+2c+5d=10 \\ +\; 2a+3b+2c+d=7 \\ \hline 6a+2(2b+2c)+6d=17 \end{array}$$

подставим (6):

$2+6a+6d=17$ −

$6a+6d=15$

$2a+2d=5$

+

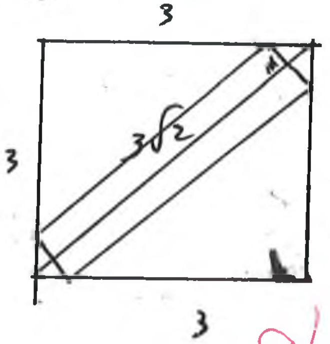
$4a+4b+4c+4d = 2(2a+2b+2c+2d) = 2(5+1) = 12$ (млн т.)

Ответ: 12 млн тонн

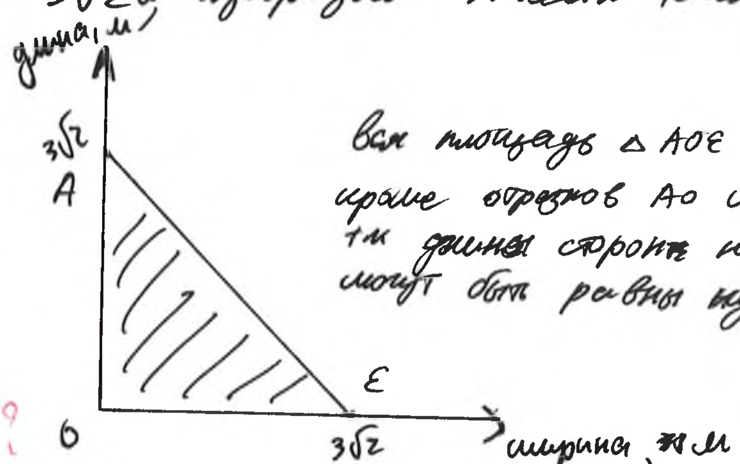
3|

почему?

1) max длина и ширина будут, если разместить ~~инс~~ инструмент по диаг. квадрата => max длина = max ширина = = диаг. кв. со ст. 3 = 3√2 м. изобразим множество точек:

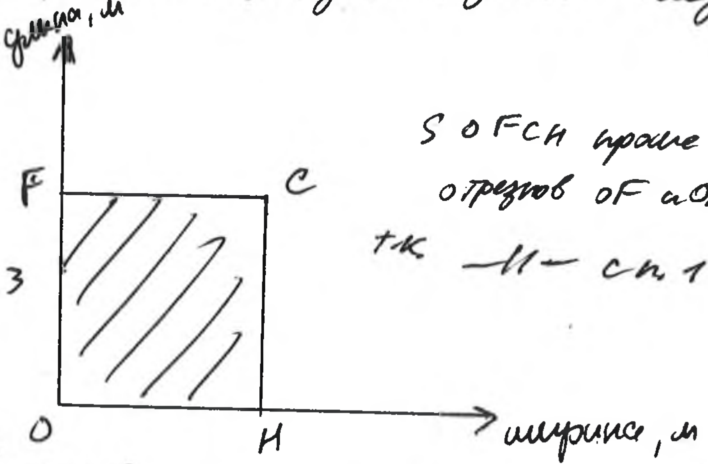


другие вар-ты?



Вся площадь △ AOE кроме отрезков AO и OE, т.к. длины стороны не могут быть равны нулю

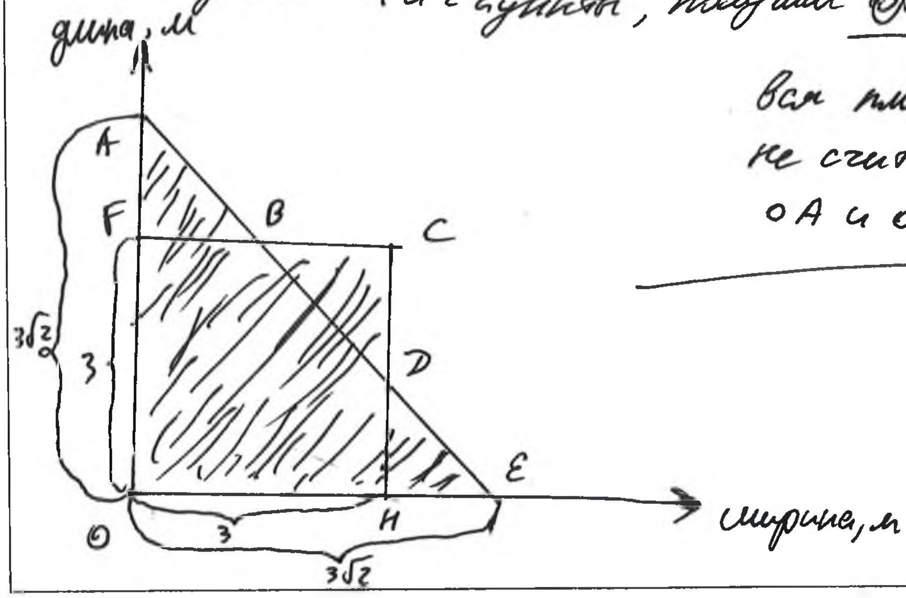
2) Если разместить инструменты не по диаг. то max длина и max ширина = 3, тогда получим следующее множество точек:



S OFCH кроме отрезков OF и OH, т.к. —//— см 1

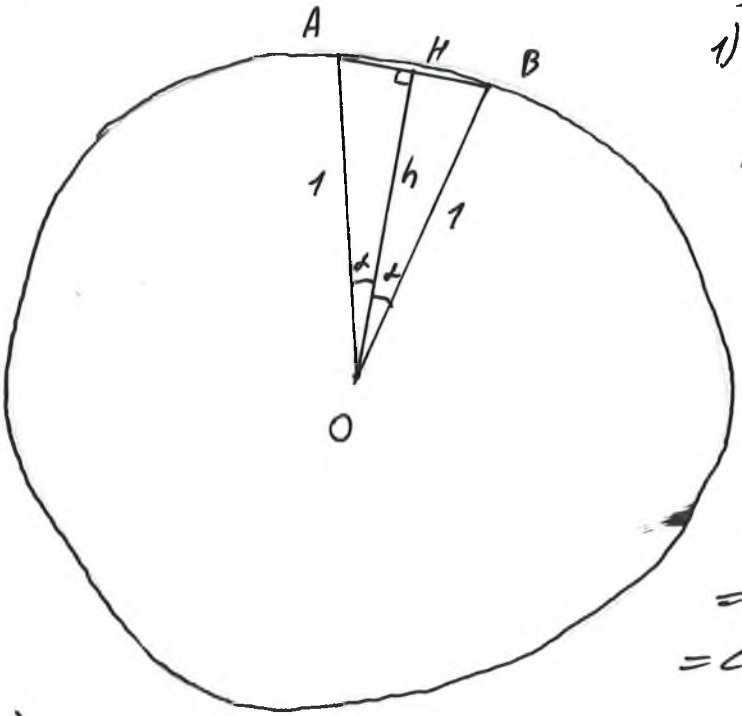
∓

3) Объединив 1 и 2 пункты, получим Ответ:



Вся площадь OABCDE, не считая отрезков OA и OE.

5] N7.1



Решение:

1) ~~[illegible]~~ угол 1 такой части центральный равен $2\alpha = \frac{2\pi}{2^{2019}}$

2) Пусть ~~a~~ AOB - 1 такая часть, тогда AB - хорда, опустим высоту OH на хорду AB, тогда т.к AB = BO = = R = 1 => △ABO - р/б => => OH - выс/бис => $\angle AOH = = \angle HOB = \frac{2\alpha}{2} = \alpha = \frac{2\pi}{2^{2019}\cdot 2} = = \frac{\pi}{2^{2019}}$ ⊕

3) $\cos\alpha = \frac{OH}{AO} = \frac{h}{R} = \frac{h}{1} = h$ - расстояние от центра окр-ти до хорды, стягивающей 1 такую часть;

$h = \cos\frac{\pi}{2^{2019}}$

Все cosы углов от $\frac{\pi}{4}$ до α >0 ~~[illegible]~~

4) $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos\frac{\pi}{8} = \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos\frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2}{4}+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$$

Заметим закономерность: $\cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$, где в числителе ~~n~~ n-1 двоек;

тогда $\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$ ← 2018 двоек в числителе

$h =$ ровно половина от $\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018\ \text{двоек}}$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ
Место проведения

УУ 77-96
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Сильников
ИМЯ Антон
ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 01.07.2004 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть x - кол-во пятиногих, $x \in N$,
y - кол-во многохвостых, $y \in N$,
a - кол-во хвостов у многохвостых, $a \in N$, $a > 1$

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+a\cdot y=64 \end{cases} \begin{vmatrix} \cdot 1 \\ \cdot(-5) \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5x+4y=100 \\ -5x-5ay=-320 \end{cases} \Big| + \Rightarrow 5ay-4y=220$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{y(5a-4)=220}$$

Т.к. $y \in N$ и $a \in N$, ~~так~~ и $a>1$, то
$220 = 4\cdot55 = 22\cdot10 = 2\cdot110 = 11\cdot20 = 5\cdot44 = 1\cdot220$

Рассмотрим все возможные варианты:

1) а) $\begin{cases} y=4 \\ 5a-4=55 \end{cases} \Rightarrow a=11{,}8 \notin N$ б) $\begin{cases} y=55 \\ 5a-4=4 \end{cases} \Rightarrow a=1{,}6 \in N$

2) а) $\begin{cases} y=22 \\ 5a-4=10 \end{cases} \Rightarrow a=2{,}8 \notin N$ б) $\begin{cases} y=10 \\ 5a-4=22 \end{cases} \Rightarrow \underline{a=5{,}2 \notin N}$

3) а) $\begin{cases} y=2 \\ 5a-4=110 \end{cases} \Rightarrow a=22{,}8 \notin N$ б) $\begin{cases} y=110 \\ 5a-4=2 \end{cases} \Rightarrow a=1{,}2 \notin N$

4) а) $\begin{cases} y=11 \\ 5a-4=20 \end{cases} \Rightarrow a=4{,}8 \notin N$ б) $\begin{cases} y=20 \\ 5a-4=11 \end{cases} \Rightarrow \underline{a=3 \in N}$

5) а) $\begin{cases} y=5 \\ 5a-4=44 \end{cases} \Rightarrow a=9{,}6 \notin N$ б) $\begin{cases} y=44 \\ 5a-4=5 \end{cases} \Rightarrow a=1{,}8 \notin N$

6) а) $\begin{cases} y=1 \\ 5a-4=220 \end{cases} \Rightarrow a=44{,}8 \in N$ б) $\begin{cases} y=220 \\ \cancel{a=2}\,5a-4=1 \end{cases} \Rightarrow a=1$, Но $a>1$, => <u>неверно.</u>

Подошёл лишь один вариант, где $\underline{a=3}$, $y=20$.

~~Проверка:~~ Подстановка:

$\begin{cases} 5x+4\cdot20=100 \\ x+3\cdot20=64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=4 \end{cases}$ <u>Верно!</u>

Ответ: 3 хвоста.

+

№2.

Пусть $n^2+n+2 \vdots 2019$, Тогда

$n^2+n+2 \equiv 2019 (mod. 2019)$

$n(n+1)+2 \equiv 2019 (mod. 2019)$

$n(n+1) \equiv 2017 (mod. 2019)$

Т.к. 2017 - простое число, то

$\begin{cases} n=1 \\ n+1=2017 \end{cases}$ или $\begin{cases} n=2017 \\ n+1=1 \end{cases}$

Но!

Если $n=1$, то $n+1=2 \neq 2017$

Если $n=2017$, то $n+1=2018 \neq 1$

$\Downarrow$

Таких n не существует

Ответ: невозможно.

+

№ 4.

Пусть в кладовой пончика – x т,

в кладовой сиропчика – y кг,

изначально затрачено дней каждым – a,

Скорость пончика – V_n,

Скорость сиропчика – V_c.

I. $\begin{cases} x+y=100 \\ V_n=\frac{x}{a} \\ V_c=\frac{y}{a} \\ V_n=\frac{y}{45} \\ V_c=\frac{x}{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=100 \\ V_n=\frac{x}{a} \\ V_c=\frac{y}{a} \\ 45=\frac{y}{V_n} \\ 20=\frac{x}{V_c} \end{cases}$

II. $\begin{cases} 45=\frac{y}{V_n} \\ V_n=\frac{x}{a} \end{cases} \Rightarrow 45=\frac{ay}{x}$

$\begin{cases} 20=\frac{x}{V_c} \\ V_c=\frac{y}{a} \end{cases} \Rightarrow 20=\frac{ax}{y}$

$\begin{cases} 45=\frac{ay}{x} & \cdot 4 \\ 20=\frac{ax}{y} & \cdot 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 180=4\frac{ay}{x} \\ 180=9\frac{ax}{y} \end{cases}$

$4\frac{ay}{x}^{\backslash xy}=9\frac{ax}{y}^{\backslash xy}$

$4\underline{a}y^2=9\underline{a}x^2$

$4y^2=9x^2$

$4y^2-9x^2=0$

$(2y)^2-(3x)^2=0$

$(2y-3x)(2y+3x)=0$

$\Downarrow$

$2y=3x$ (1) или $2y=-3x$ (2)

Из (2) следует, что $y=-1{,}5x \Rightarrow$ либо $y=0$ и $x=0$, тогда $x+y\neq 100$, либо $y<0$, либо $x<0$

Но всё это противоречит условию, значит верно только (1).

III. $\begin{cases} x+y=100 \\ 2y=3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=100 \\ y=1{,}5x \end{cases}$

$$\Downarrow$$

$$x+1{,}5x=100$$

$$x=\frac{100}{2{,}5}$$

$$\underline{x=40}$$

$$y=100-x=60$$

$$\underline{y=60}$$

$$\begin{cases} x=40 \\ y=60 \end{cases}$$

IV. $V_п=\frac{y}{45}$

$$V_п=\cancel{y}\,\frac{60}{45}=\underline{1\frac{1}{3}}\left(\frac{т}{день}\right)$$

$$V_с=\frac{x}{20}$$

$$V_с=\frac{40}{20}=\underline{2}\left(\frac{т}{день}\right)$$

Ответ: 40 т со скоростью $1\frac{1}{3}$ т/день;
60 т со скоростью 2 т/день.

+

№5.

Это не доказано

Чем больше становится x, тем ~~меньше~~ больше получается сумма. Т.к. $x>1$, а при $x=1$ сумма равна 1, то мы всегда будем получать ответ больше единицы.

в общ-виде не решено ⊖

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ

Место проведения

РН 60-36

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ СОЛОХИНА

ИМЯ ЕВГЕНИЯ

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 26.05.2004

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РН 60 - 36

№1

	n головаст.	n ног		n хвостов	
тр. гол.	x	$x \cdot 5$	$\}$ 100	$x \cdot 1$	$\}$ 64
сабл. гол.	y	$y \cdot 4$		$y \cdot \boxed{z}$	

пусть сотрудник поймал только тр. гол. $\Rightarrow$ их всего бы было $100 : 5 = 20$ штук $\Rightarrow$ тогда хвостов всего бы было $20 \cdot 1 = 20$, но сотрудник поймал 64 хвоста $\Rightarrow 64 - 20 = 44$ – столько хвостов было у сабл. гол. ~~такое кол-во хвостов точно было, но может быть~~ (хвостов у них не меньше 44) но если $y \cdot z = 44 \Rightarrow 20$ хвостов у тр. гол $\Rightarrow x = 20 \Rightarrow x \cdot 5 = 100 \Rightarrow y = 0$, чего быть не может $\Rightarrow y \cdot z$ (n хвостов у сабл. гол) > 44, а $x < 20 \Rightarrow x_{\text{макс}} = 19$, но $19 \cdot 5 \not\vdots\, 2 \Rightarrow$ останется нечетн. кол-во ног у сабл. гол. $\Rightarrow x \vdots 2 \Rightarrow x_{\text{макс}} = 18$, но т.к. $100 \vdots 4$, $y \cdot 4 \vdots 4 \Rightarrow x \cdot 5 \vdots 4 \Rightarrow x \vdots 4 \Rightarrow x_{\text{макс}} = 16$

если $x = 16 \Rightarrow x \cdot 5 = 80 \Rightarrow y = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow y \cdot z = 64 - 16 = 48 \Rightarrow z = \frac{48}{5} \notin N$,

если $x = 12 \Rightarrow x \cdot 5 = 60 \Rightarrow y = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow z = \frac{64-12}{10} = \frac{42}{10} \notin N$)

если $x = 8 \Rightarrow x \cdot 5 = 40 \Rightarrow y = \frac{60}{4} = 15 \Rightarrow z = \frac{64-8}{15} = \frac{56}{15} \notin N$)

во всех вышеперечисленных примерах число хвостов дробное, чего быть не может $\Rightarrow$ остаётся лишь $x = 4 \Rightarrow x \cdot 5 = 20 \Rightarrow y = \frac{80}{4} = 20 \Rightarrow z = \frac{64-4}{20} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow$ 3 хвоста имеет головастик саблезубой лягушки

Ответ: 3 хвоста, но м. короче!

№4

	Производительность (кг/день)	Время (дни)	Итого (кг)	
Пом. –	$\frac{x}{t}$	t	x	$\}$ 100
Шрот. –	$\frac{y}{t}$	t	y	
Пом. –	$\frac{x}{t} = \frac{y}{45}$	45	y	$\}$ 100
Шрот. –	$\frac{y}{t} = \frac{x}{20}$	20	x	

продолжение на след. месте

Лист 01 из 03

№1 (продолжение)

$\frac{x}{t}=\frac{y}{45}$ – производительность Пончика

+

$\frac{y}{t}=\frac{x}{20}$ – производительность Сиропчика

разделим уравнения друг на друга, чтобы сократить t

$$\frac{x}{t}:\frac{y}{t}=\frac{y}{45}:\frac{x}{20} \quad - \quad \frac{x}{\cancel{t}}\cdot\frac{\cancel{t}}{y}=\frac{y}{45}\cdot\frac{20}{x} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{20y}{45x}\Rightarrow$$

$$\frac{x}{y}=\frac{4y}{9x} \Rightarrow 9x^2=4y^2 \Rightarrow (3x)^2=(2y)^2 \Rightarrow 3x=2y \ (x,y\in N)$$

$\Rightarrow y=1{,}5x \Rightarrow$ т.к. $x+y=100 \Rightarrow x+1{,}5x=100 \Rightarrow 2{,}5x=100 \Rightarrow$

$x=\frac{100}{2{,}5}=\frac{1000}{25}=40_м \Rightarrow y=60_м \Rightarrow$ производительность Пончика $=$

$=\frac{60}{45}=\cancel{4}\,\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ м/день, а производительность Сиропчика $=\frac{40}{20}=2$м/день

Ответ: пр-ть П. – $1\frac{1}{3}$м/день, пр-ть С – 2м/день,
запас П – 40м, а запас С. – 60м

№2

$n^2+n+2 \vdots 2019$ – ? $n\in N$

$n^2+n+2=\cancel{n^2+n+1+1=}=n^2+2n+1+n-2n+1=(n+1)^2+1-n=$

$=(n+1)^2-(n-1)$

Если $n \not\vdots 2$, то $(n+1)\vdots 2 \Rightarrow (n+1)^2 \vdots 2$ и $(n-1)\vdots 2 \Rightarrow$ зн. выраж. $\vdots 2$

Если $n\vdots 2 \Rightarrow n^2 \vdots 2 \Rightarrow$ зн. выраж. $\vdots 2 \Rightarrow$ значение выражения всегда будет делиться на $2 \Rightarrow n^2+n+2=2\cdot x\cdot 2019$ (если такое возможно) миним. значение n – когда $x=1 \Rightarrow$ $n^2+n+2=2\cdot 2019 \Rightarrow n^2+n+2-2\cdot 2019=0$, тогда $D=16143 \Rightarrow$ $\sqrt{D}\notin R \Rightarrow n\notin R$ – не может такого быть ($\sqrt{D}\notin R$, т.к. квадрат целого числа (в данном случае – натурального) не может оканч. на 3 ($1^2=1, 2^2=4, 3^2=9 \ldots 9^2=81$)).

Рассмотрим далее квадратное приведённое уравнение

$n^2+n+2-2x\cdot 2019=0$ Продолжение на след. листе

№2 (продолжение)

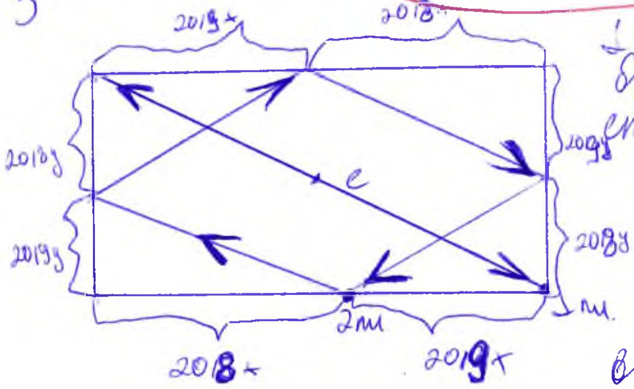
По теореме Виета, в приведённом квадратном уравнении вида $y+by+c=0$, $y_1+y_2=-b$, а $y_1\cdot y_2=c \Rightarrow n_1+n_2=-b \Rightarrow$ $n_1+n_2=-1 \Rightarrow n_1=-(n_2+1) \Rightarrow n_2=-(n_1+1) \Rightarrow$ мы можем заменить свободный член c произведением n_1 и n_2 $(=-(n_1+1)) \Rightarrow$

$n^2+n+2+n_1\cdot(-(n_1+1))=0 \Rightarrow$ [redacted] $n^2+n+2-n_1(n_1+1)=0$

$n_1^2+n_1+2-(n_1)^2-n_1=0 \Rightarrow 2=0$, но $2\neq 0 \Rightarrow$ такое уравнение корней не имеет $\Rightarrow n^2+n+2 \neq 2x\cdot 2019 \Rightarrow n^2+n+2$ не делится на 2019 ч.т.д.

Ответ: это невозможно +

№3



1 пловец проплывет $S=2c$ — будто четырёхугольник со стороной $\frac{1}{2}c$

а 2 пловцу нужно плыть по четырёхугольнику с углами по 90° (перпендикуляры всегда короче наклонной — тогда второй пловец будет плыть по перпендикулярам к линиям своего пути (

), но тогда путь 2 пловца всё равно будет длиннее пути 1 пл., каким бы способом 2 пловец ни плыл, его путь будет длиннее

∓ возможно ли такое?

№5

~~x(x+1)(x-1)(x+2)~~

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\dots+\frac{1}{(x-1)(x+1)}+\frac{1}{x^2}=1$$

$$\frac{\{x(x+1)(x-1)(x+2)\dots+x^2(x-1)(x+2)+x^2(x+1)(x-1)\dots+x^2(x+2)\dots+(x+1)(x-1)(x+2)\}}{x^2(x+1)(x+2)(x-1)}=1$$

$$\{\dots\}=1\cdot x^2(x+1)(x+2)(x-1)\dots$$

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

СЧ23-81

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Степанов

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 24.08.2001

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сте

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Пусть на первом курсе всего x человек, а на всем факультете y, процент мальчиков на 1 курсе: n %, ~~тогда~~ а процент мальчиков на всем факультете: m, тогда: если $n' = \frac{100+n}{100} = 1 + \frac{n}{100}$; $m' = \frac{100+m}{100} = 1 + \frac{m}{100}$, то

$n' > m'$.

Тогд: процент первокурсников среди всех мальчиков на факультете:

~~ва~~ $\frac{n'x}{m'y} \cdot 100\%$

А процент студентов первого курса, среди студентов факультета, равен:

$\frac{x}{y} \cdot 100\%$, поскольку $n' > m'$, то $\frac{n'}{m'} > 1$, следовательно

$$\frac{n'x}{m'y} \cdot 100\% > \frac{y}{y} \cdot 100\%,$$ т.к.

$$\frac{n'x}{m'y} \cdot 100\% \cdot \frac{y}{100X} > \frac{n'x}{m'y} \cdot 100\% \cdot \frac{y}{100x}$$

$\frac{n'}{m'} > 1$, ~~следов~~ т.е. в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем первокурсников среди всех студентов факультета.

±

Можно короче

Ответ: мальчиков 1 курса среди всех мальчиков факультета

№2 Рассмотрим данное уравнение: $x^2 - [x] = 2019$, поскольку $[x]$ - целое число, то x^2 - тоже целое, т.к. $x^2 = 2019 + [x]$. т.е. в таком случае

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

x- тоже целое число, тогда мы имеем право изменить уравнение, без влияния на решение следующим образом: $x^2-x-2019=0$. решим это квадратное уравнение: $D=1+2019\cdot 4=8077$, но

лог. ошибка!

$8077=41\cdot 197$, т.е. 8077 не является квадратом какого-то числа, тогда

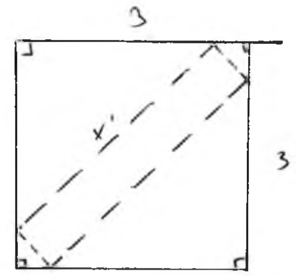
$$x_{1;2}=\frac{1\pm\sqrt{8077}}{2}$$, но $x=\frac{1+\sqrt{8077}}{2}$ и

$$x=\frac{-\sqrt{8077}+1}{2}$$ не являются целыми числами,

следовательно данное уравнение корней не имеет.

Ответ: решений (корней) нет.

№ 3 Рассмотрим кузов данной автомашины:



Очевидно, что если стороны инструмента не превосходят 3, то мы без труда поместим такой инструмент в кузов, т.е. если $(x;y)$ - это координата точки, где x - длина, y ширина, то условию задачи удовлетворит любая точка $(x;y)$, где $\begin{cases}0<x\leq 3\\0<y\leq 3\end{cases}$.

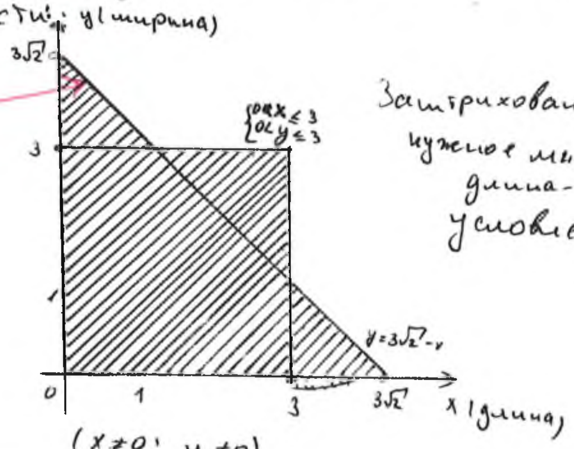
но если одна из сторон инструмента больше 3: во-первых она в любом случае не может не может быть равной или превосходить длину диагонали кузова: $3\sqrt{2}$. Пусть в таком случае длина инструмента x', тогда сторона треугольника, в котором длина инструмента гипотенуза - $\frac{x'\sqrt{2}}{2}$, ~~длина~~ длина

? катета ~~сторон~~ треугольника в котором гипотенуза - ширина равна $3-\frac{x'\sqrt{2}}{2}$, в таком случае ширина равна: $3\sqrt{2}-x'$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Следовательно в кабину также можно поместить груз с длиной-шириной $(x;y)$, гд $\begin{cases} 0<x<\\ 0<y<\end{cases}$ $y \leq 3\sqrt{2}-x$.

Теперь изобразим множество точек $(x;y)$ на координатной плоскости:



строгое обосн. отсутств.

Заштрихованная область и есть нужное множество значений длина-ширина, требуемое условием задачи. $(x\neq;y\neq 0)$

$(x\neq 0;\ y\neq 0)$

∓

№ 4 Пусть 1 бригада добывает x млн тонн угля в месяц, вторая бригада – y, третья – z; четвертая – l, тогда из условия задачи (соотношения времени работы и кол-во добытого угля) следует:

$$\begin{cases} ①\ 4x+y+2z+5l=10 \\ ②\ 2x+3y+2z+l=7 \\ ③\ 5x+2y+z+4l=14 \end{cases}$$

(первый год: время работы: 4:1:2:5 кол-во угля: 10 млн. т.)

(второй год: время работы: 2:3:2:1 кол-во угля: 7 тонн млн.)

(третий год: время работы: 2:5:1:4 кол-во угля: 14 млн. т.)

Во второй год бригада работала 8 месяцев.

Из ② и ③ уравнений следует:

$$7(5x+2y+z+4l)-3(2x+3y+2z+l)=7\cdot 14-7\cdot 3$$

$$29x+5y+z+25l=77$$, тогда из ① уравнения получим: $-5(4x+y+2z+5l)+29x+5y+z+25l=77-5\cdot 10$

$$x-z=3 \quad \text{или} \quad z=x-3$$

Пусть общая скорость работы бригад за месяц равна: $S=x+y+z+l$, тогд:

$$\begin{cases} ①\ S+3x+z+4l=10 \\ ②\ S+x+2y+z=7 \\ ③\ S+4x+y+3l=14 \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда: сложим два первых уравнения и вычтем третье, получим:

$S+y+2z+l=3$, но $z=x-3$, тогда

$S+y+z+l+x-3=3$, т.е.

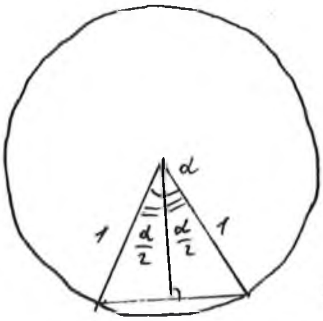
$2S=6$

$S=3$, значит работая вместе и месяца бригады добыли бы ~~x~~ $4S=12$ млн. т. угля

Ответ: 12 млн. т.

+

№5 Окружность разделили на 2^{2019} равных секторов, т.е.:



$\angle\alpha=\frac{360}{2^{2019}}$, т.е.

$\angle\frac{\alpha}{2}=\frac{360}{2^{2020}}$, тогда если радиус окружности равен 1, то расстояние от центра окружности до хорды равно косинусу угла ~~α/5~~ $\frac{\alpha}{2}$, т.е.

h (расстояние) $=\cos\frac{360}{2^{2020}}=\frac{45}{2^{2017}}$

±

Формула половинного угла ~~равна~~:

$\cos\alpha=\sqrt{\frac{\cos2\alpha+1}{2}}$, т.е. нам нужно найти косинус „половинного угла 45° 2017-ого порядка", т.е.

$$\cos\frac{45}{2}=\sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}{2}}=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+2}{4}}=\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2},$$

$$\cos\frac{45}{4}=\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}}{2}$$, ~~т.е~~

$$\cos\frac{45}{8}=\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}+2}}{2}$$ и т.д. , т.е.

$$\cos\frac{45}{2^n} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}}_{n+1 \text{ двоек}}}{2}$$, где $n+1$ - кол-во двоек.

Следовательно

$$\cos\frac{45}{2^{2017}} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}}_{2018 \text{ двоек}}}{2}$$, т.е. половина

от $\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}}_{2018 \text{ двоек}}$, и значит и расстояние

от центра окружности до хорды стягивающей одну у 2^{2019} частей также равно половине

$\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}}}_{2018 \text{ двоек}}$ что и требовалось

доказать.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Москва

Место проведения

RR90-21

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Степанов

ИМЯ Степан

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 22.04.2002. **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Степанов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

x_1 - кол-во мальчиков на 1-м курсе
y_1 - кол-во девочек на 1-м курсе
x_2 - кол-во мальчиков на всём факультете
y_2 - кол-во девочек на всём факультете

По условию:

$$\frac{x_1}{x_1+y_1} > \frac{x_2}{x_2+y_2}$$

Нам нужно сравнить:

$$\frac{x_1+y_1}{x_2+y_2} \quad \text{и} \quad \frac{x_1}{x_2}$$

$x_1, x_2, y_1, y_2 > 0 \Rightarrow x_1+y_1 > 0$ и $x_2+y_2>0$, тогда:

$$\frac{x_1}{x_1+y_1} > \frac{x_2}{x_2+y_2} \quad / : x_2 / \cdot (x_1+y_1)$$

$$\frac{x_1}{x_2} > \frac{x_1+y_1}{x_2+y_2}$$ – первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета.

№2.

$x^2-[x]=2019$ +

2019 и $[x]$ - целые числа, тогда и их сумма - целое число.

$[x]+2019=x^2$ - $x^2 \in Z \Rightarrow x \in Z$.

Тогда уравнение принимает вид:

$x^2-x-2019=0$ $\not\Leftrightarrow$ исходному

$D=1+4\cdot2019=8077$

$x_{12}=\frac{1\pm\sqrt{8077}}{2} \notin Z$ – т.к. 8077 не является квадратом целого числа.

Т.о. уравнение $x^2-x-2019=0$ не имеет целых корней, тогда и уравнение $x^2-[x]=2019$ решений не имеет.

Лог. Ошибка,

Ответ: решений нет.

$\boxed{-}$

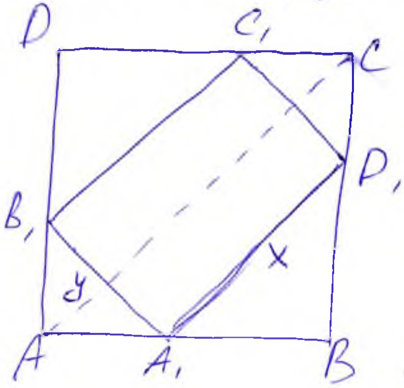
№3.

x - длина

y - ширина

$x_{max} = y_{max} = 3\sqrt{2}$ - т.к. это длина диагонали квадрата 3×3.

Если инструмент располагают по диагонали:



$$A_1B = BD_1 = x\cdot\sin 45^\circ = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$AA_1 = AB_1 = 3 - A_1B = 3 - \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$y = B_1A_1 = \left(3 - \frac{x\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - x$$

Здесь $x = A_1D_1 \parallel AC$; $y = A_1B_1 \perp AC$, т.к. тогда для заданного x величина y максимальна.

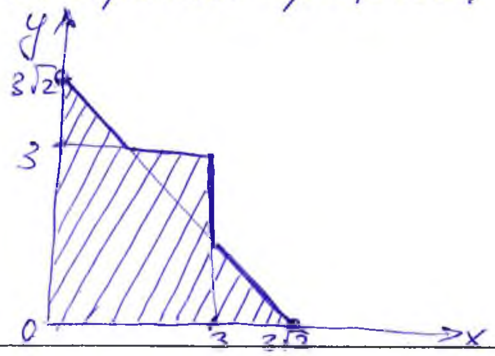
$y_{max} = 3\sqrt{2} - x$

Не обосновано

Заметим, что так же условию удовлетворяют точки, лежащие в области $\begin{cases} x \le 3 \\ y \le 3 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ - т.к. в таком случае инструмент имеет ширину и длину меньшую, чем стороны кузова, и влезет так, что его стороны будут параллельны соответствующим стенкам кузова.

Построим график:

$\boxed{\pm}$



№4.

$2+3+2+1=8$

$5+2+1+4=12$ – т.е. 1 часть равна 1 мес. работы.

a – производство 1-й бригады за мес. работы; b – 2-й; c – 3-й; d – 4-й;

$$\begin{cases}4a+b+2c+5d=10 \quad (1)\\ 2a+3b+2c+d=7 \quad (2)\\ 5a+2b+c+4d=14 \ (3)\end{cases} \Rightarrow c=14-5a-2b-4d$$

$4(a+b+c+d)-?$

Вычтем из (1) (2):

$4a+b+2c+5d-2a-3b-2c-d=10-7$

$2a-2b+4d=3$ (4)

Из (1):

$b=10-4a-5d-\overset{2}{\boxed{28}}+10a+4b+8d$

$-18+6a+3b+3d=0$

$2a+b+d=3$ (5) $\cdot 6$ ошибка

Приравняем к (4):

$2a+b+d=2a-2b+4d$

$3b=3d$

$b=d$

Подставим в (5):

$2a+2b=3$

$a=1,5-b$

$c=14-5a-2b-4b=14-5a-6b=14-7,5+5b-6b=6,5-b$

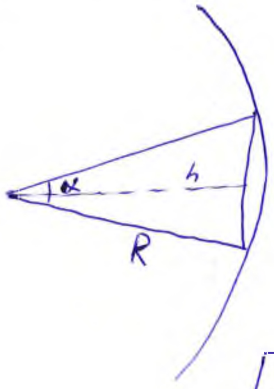
$4(a+b+c+d)=4(1,5-b+b+6,5-b+b)=4\cdot 8=32$ (млн. т.)

Ответ: 32 млн. т.

I

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.



$$\alpha = \frac{360^\circ}{2^{2019}} = \frac{2\pi}{2^{2019}}$$

$$R = 1$$

$$h = R \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 1 \cdot \cos\frac{2\pi}{2^{2020}} = \cos\frac{\pi}{2^{2019}}$$

∓

$$\sqrt{\underbrace{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}_{2018\text{ двоек}}} = \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{4}}}} =$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2(1+\cos\frac{\pi}{4})}}} = \sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+2\cos\frac{\pi}{8}}} = \ldots = 2\cos\frac{\pi}{2^{2019}} = 2h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$$ – это и требовалось док-ть.

Ответ: доказано.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

0498-64

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Сверков

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 27.01.2003

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0458-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$n^2+n+8 \vdots 2019$?

~~Посмотрим~~ 1) $2019 = 3\cdot 673 \Leftrightarrow$ если $n^2+n+8 \vdots 2019 \Leftrightarrow n^2+n+8 \vdots 3$

2) Посмотрим на остатки при делении ~~n~~ на 3:

~~[illegible]~~ $n \underset{3}{\equiv} 0$ или $n \underset{3}{\equiv} 1$ или $n \underset{3}{\equiv} 2$ (имеет 3 остатка при делении на 3: 0, 1, 2)

~~[illegible]~~ $n^2 \underset{3}{\equiv} 0$ или $n^2 \underset{3}{\equiv} 1$ или $n^2 \underset{3}{\equiv} 4 \underset{3}{\equiv} 1$ (имеет 2 остатка при делении на 3: 0, 1)

+

$8 \underset{3}{\equiv} 2$ – 8 при делении на 3 имеет остаток 2

а) Представим, что $n \underset{3}{\equiv} 0$:

$n^2+n+8 \underset{3}{\equiv} 0+0+2 \underset{3}{\equiv} 2$ – не делится, т.к. остаток 2

б) Представим, что $n \underset{3}{\equiv} 1$:

$n^2+n+8 \underset{3}{\equiv} 1+1+2 \underset{3}{\equiv} 4 \underset{3}{\equiv} 1$ – не делится, т.к. остаток 1

~~[illegible]~~

в) Представим, что $n \underset{3}{\equiv} 2$:

$n^2+n+8 \underset{3}{\equiv} 1+2+2 \underset{3}{\equiv} 5 \underset{3}{\equiv} 2$ – не делится, т.к. остаток 2

Значит $n^2+n+8 \not\vdots\, 3 \Rightarrow n^2+n+8 \not\vdots\, 2019$

Справка:

$a \underset{n}{\equiv} b$, если a и b при делении на n имеют одинаковые остатки.

№1

Т.Д. – их в воде было d $\Rightarrow$ ног у них 5d; т.к. у всех нормальные 1 хвост, то хвостов у них было $d\cdot 1$

С.Л. – их в воде было t $\Rightarrow$ хвостов у них kt, где k – хвостов у одной С.Л.; т.к. у всех многохвостовых 4 ноги, то ног у них было 4t

НАУЧНАЯ СПРАВКА.
Т.Д. – ТРИАСОВЫЙ ДИСКОГЛОСС
С.Л. – САБЛЕЗУБАЯ ЛЯГУШКА

Всего ног: $100 = 5d + 4t$

Всего хвостов: $64 = d + kt \mid \cdot 5$; где $d, t, k \in N$

$$-\begin{cases}100 = 5d+4t\\ 320 = 5d+5kt\end{cases} \Leftrightarrow \{220 = 5kt-4t \Leftrightarrow \boxed{220 = t(5k-4)}$$

t – первый делитель
(5k−4) – второй делитель

$$\begin{array}{r|l} 220 & 2\\ 110 & 2\\ 55 & 5\\ 11 & 11\\ 1 & \end{array} \Rightarrow 220 = 2^2\cdot 5\cdot 11$$

Отсюда: ~~$k = \frac{d+4}{5}$~~ $5k-4 = b$, где b – один из делителей 220.

$5k = 4+b \Rightarrow$ Подходит такой делитель, который удовлетворяет равенству: $4+b \vdots 5 \Leftrightarrow 4+b \underset{5}{\equiv} 0 \Leftrightarrow b \underset{5}{\equiv} -4 \Leftrightarrow b \underset{5}{\equiv} 1$

Все делители вида 5n не подходят, т.к. $5n \underset{5}{\equiv} 0 \underset{5}{\not\equiv} 1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим все оставшиеся остатки не делящиеся на 5:

$2 \underset{5}{\not\equiv} 1$

$11 \underset{5}{\equiv} 1$ - подходит только этот вариант (2)

$22 \underset{5}{\not\equiv} 1$

$4 \underset{5}{\not\equiv} 1$

$44 \underset{5}{\not\equiv} 1$

$1 \underset{5}{\equiv} 1$ - и этот (1)

~~5k= 5k=~~

(1) • Если $5k-4=1 \Leftrightarrow 5k=5 \Leftrightarrow k=1$, но по условию задачи $k>1$, т. к. С.Л. имеет несколько хвостов

(2) • Если $5k-4=11 \Leftrightarrow 5k=15 \Leftrightarrow \boxed{k=3}$

Проверим

$$\begin{matrix} 100 = 5d+4t \\ 64 = d+3t \end{matrix} \Leftrightarrow 220 = 15t-4t \Leftrightarrow t=20 \Rightarrow d=4$$

Всё сходится $100 = 5\cdot4+4\cdot20$

$64 = 4+3\cdot20$

+

Ответ: 3 хвоста

№4

x – запас Пончика

y – запас Сиропчика

v_x - ~~кротерство~~ прожорливость Пончика

v_y - ~~прожорность~~ прожорливость Сиропчика

$\frac{x}{v_x} = \frac{y}{v_y}$ - по условию задачи - время одинаково

$x + y = 100$ кг

$\frac{y}{v_x} = 45$ дней – по условию задачи

$\frac{x}{v_y} = 20$ дней - по условию задачи

$$\begin{matrix} y = 45 v_x \\ x = 20 v_y \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{v_x} = \frac{y}{v_y} \end{cases} \Leftrightarrow x \cdot v_y = y \cdot v_x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20 v_y^2 = 45 v_x^2 \Leftrightarrow 4v_y^2 = 9v_x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2v_y = 3v_x \text{ (т.к. } v_y \text{ и } v_x > 0) \Leftrightarrow v_y = \frac{3v_x}{2}$$

Если $x = 20 v_y \Leftrightarrow x = 30 v_x$

$100 = 30 v_x + 45 v_x$

$75 v_x = 100$

$v_x = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} = \boxed{1\frac{1}{3}\text{ кг/день}}$

$x = 20 \cdot 2 = \boxed{40\text{ кг}}$

$v_y = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = \boxed{2\text{ кг/день}}$

$y = 45 \cdot \frac{4}{3} = \boxed{60\text{ кг}}$

+

Ответ; Пончик: 40кг и $1\frac{1}{3}$ кг/день; Сиропчик: 60кг и 2кг/ден

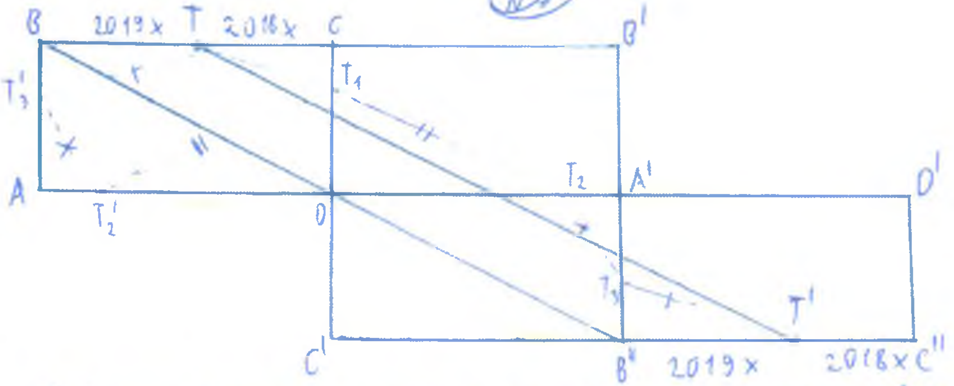
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0498-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№8



1) ~~Соединим~~ Построим 4 квадрата и соединим их, как показано выше и отметим точку T'.

2) BB'' – длина, которую проплывает первый пловец

3) Как видим $TT_1T_2T_3T' = TT_1T_2'T_3'T$ => Путь от T до T' – это путь, который проплывает второй пловец

4) Самый короткий путь – это расстояние от T до T'.

5) $TT_1 = BB''$, т.к. $BT \parallel B''T'$ и $BT = B''T'$ => $BTT'B''$ – параллелограмм => $BB'' = TT'$

~~на~~ второго пловца, его путь будет равен

Это значит, что при минимальном пути ~~не~~ короче первого

пути первого => его путь никогда не будет ~~минимальным~~ при T_1T минимальным, т.е. равном

6) $\frac{T_1T}{BB''}$, т.к. $T_1T \geq BB''$. $\frac{T_1T}{BB''}$ будет минимальным при

отношение длины большего пути к меньшему

BB''. $\frac{BB''}{BB''} = 1$

минимальное значение – 1:1.

Ответ: нет; отношение может иметь минимальное значение – 1:1.

(+)

№5

$1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \quad + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} \quad x$

(−)

решение до конца не доведено

$x = 1 + \frac{x+1-1}{x+1} + \quad x^2 - 1 - x + 1 + 1 \quad + \frac{x^2 - x^2 - x}{x^2}$

$x - 1$

$x = 1 + 1 - \frac{1}{x+1} + \quad + 1 - \frac{x^2-1+x}{x^2-1} + 1 - \frac{x^2-x}{x^2}$ - всего $1 - x^2 - x + 1$

$x = x(x-1) + 1 = \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+1} - \frac{x^2-1-x}{x^2-1} - \frac{x^2-x}{x^2}$; $x - x(x-1) = x(1-x+1) = x(2-x) = 1-$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

0Ю 50-66

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Судаков

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 25.06.2002 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 04 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

пусть на 1-м курсе x мальчиков, а всего мальчиков на факультете y, и пусть на 1-м курсе a студентов, а на всём факультете b студентов, тогда в доу. соотношении мальчиков на первом курсе $\frac{x}{a}\cdot 100\%$, а на всём курсе $\frac{y}{b}\cdot 100\%$, зн. по условию $\frac{x}{a} > \frac{y}{b} \;\Big|\cdot ab$

$xb > ya \;|: by$

$\frac{x}{y} > \frac{a}{b}$, т.е. $\frac{x}{y}\cdot 100\% > \frac{a}{b}\cdot 100\%$, зн. в доу. соотн. первокурсников среди мальчиков больше, чем первокурсников среди всех студентов курса.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

⊕

№2

пусть $n^2+n+17 \vdots 2019$, а $2019 = 673\cdot 3$, т.е.

$n^2+n+17 \vdots 3$, тогда представим его в виде $3k$, где $k \in N$

$n^2+n+17 = 3k$

~~$n^2+n+17-3k=0$; $k\in N$; $n\in N$~~

~~$D = 1-68+12k = 12k-67 \geq 0$~~ ~~$D\geq 0$~~

+

$n^2+n = 3k-17$, зн. $n^2+n+17 \equiv 0 \pmod 3$, а $n^2+n = 3k-17$ даёт остаток 1 при делении на 3

$\Big(n(n+1) \equiv 1 \pmod 3$, т.к. $3k-17 = 3(k-5)-2 = \underbrace{3(k-6)}_{\vdots 3}\underbrace{+1}_{\text{ост.}} \Big)$

$n(n+1) \equiv 1 \pmod 3$, зн. ~~$n(n+1)$~~ ни n, ни $n+1$ не дел. на 3

$n \not\vdots 3$ и $n+1 \not\vdots 3$, это возможно лишь в том случае, когда $n \equiv 1 \pmod 3$, а $(n+1) \equiv 2 \pmod 3$, иначе либо $n \vdots 3$, либо $(n+1) \vdots 3$

тогда ~~$n = 3m+1$, а $= 3m+2$ и $n(n+1) = 3m+$~~

$n = 3m+1$, а $n+1 = 3m+2$, тогда $n(n+1) = (3m+1)(3m+2) =$

$$= 9m^2+3m+6m+2 = \underbrace{3(3m^2+3m)}_{\vdots 3} + \underbrace{2}_{\text{ост.}}$$

т.о., $n(n+1) \equiv 1 \pmod 3$

и $n(n+1) \equiv 2 \pmod 3$

противоречие, зн. n^2+n+17 не может $\vdots 3$ => не может $\vdots 2019$ при $n \in N$

Ответ: Нет., не может.

№4

пусть в кладовой Пончика П кг варенья, а в кладовой Сиропчика С кг варенья; скорость поедания Пончиком (прожорливость) варенья равна $v_П$ кг/день, а у Сиропчика v_C кг/день. тогда по условию

$$\boxed{\begin{matrix} П + C = 100 & \frac{C}{v_П} = 45 \\ \frac{П}{v_П} = \frac{C}{v_C} & \frac{П}{v_C} = 20 \end{matrix}}$$

$\frac{C\cdot 4}{v_П} = 180$ и $\frac{9П}{v_C} = 180$, зн. $\frac{4C}{v_П} = \frac{9П}{v_C} \Big| : v_C$

$$\frac{4C}{v_П \cdot v_C} = \frac{9П}{v_C^2}$$

$\frac{C}{v_C} = \frac{П}{v_П}$, зн $\frac{4П}{v_П^2} = \frac{9П}{v_C^2} \Big| : П$

$$4v_C^2 = 9v_П^2$$

$$2v_C = 3v_П$$

$v_C = 1,5v_П$ => $\frac{П}{v_П} = \frac{C}{1,5v_П}$, зн. $C = 1,5П$, т.к.

[illegible]

Ответ:

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$С = 1,5П$ и $П + С = 100 \Rightarrow П = 40$, $С = 60$

$v_с = \frac{П}{20} = 2$; $v_П = \frac{v_с}{1,5} = 1\frac{1}{3}$

+

Ответ: Пончик съел 40кг с прожорливостью $1\frac{1}{3}$ кг/день, а Сиропчик съел 60кг с прожорливостью 2кг/день.

№5

Возведём нерав-во в квадрат и вычтем 2019 из обеих частей, получим $\underbrace{\sqrt{2019 + \sqrt{2019 \ldots + \sqrt{2019}}}}_{2018\ раз} \overset{?}{<} 2019(2019-1)$

(т.к. обе части > 0, то действий равносильны и верность нерав-ва не изменна)

Будем проделывать эту операцию ещё 2018 раз. В итоге получим $0 \overset{?}{<} \underbrace{2019(2019(\ldots 2019(2019-1)^2-1)^2-1)^2 \ldots)^2-1)}_{2019\ скобок}$

(пусть это число справа равно a ↗)

докажем, что [illegible] при проведении каждой такой операции число справа увеличивается.

Введём последовательность y_n, где $y_1 = 2019$, а $y_n = (y_{n-1})^2 - \overset{2019}{a}$ $(n \in N)$

[illegible] 1. $y_2 = 2019^2 - 2019 = 2019 \cdot 2018 > 2019 = y_1$

$y_3 = 2019^2 \cdot 2018^2 - 2019 = 2019(\underbrace{2019 \cdot 2018^2 - 1}_{\overset{\vee}{2019 \cdot 2018}}) > y_2$

пусть доказали, что $y_k > y_{k-1}$ до некоторого $k \in N$.

$y_{k+1} - y_k = y_k^2 - \overset{2019}{a} - y_k = y_k(y_k - 1) - 2019$

$y_k > y_{k-1} > \ldots > y_1 = 2019$, т.е. $y_k > 2019$

+

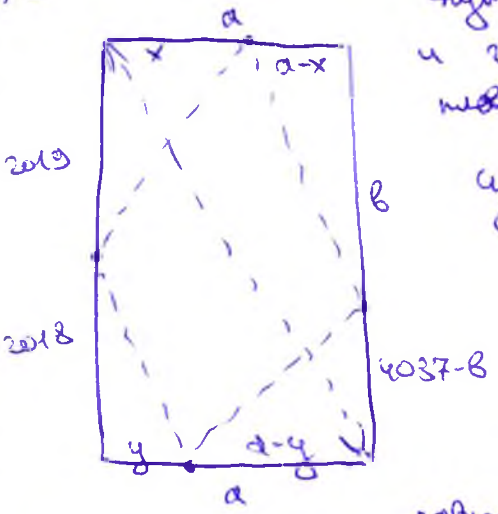
$y_k(y_k-1) - 2019 > 2019 \cdot 2018 - 2019 = 2019 \cdot 2017 > 0$, т.е. $y_{k+1} > y_k$

по методу мат. индукции послед. y_n – возрастающая, зн.

[illegible] $y_{2020} > y_1$, т.е. $a > 2019 > 0 \Rightarrow 0 < a$, [illegible] зн. и $\sqrt{2019 + \sqrt{2019 + \ldots \sqrt{2019}}} < 2019$, т.е. рав-во верно

Ответ: да, верно.

№3



~~путь~~ если прямоуг. имеет стороны a единиц и 2019 + 2018 = 4037 единиц, то путь 1-го пловца равен $2\sqrt{4037^2+a^2}$

Сумма квадратов 2 диаг. равна сумме квадратов сторон прямоуг-ка; а сумма квадратов отрезков, которые проплывает второй пловец равна

$(y^2+2018^2)+(x^2+2019^2)+((a-x)^2+b^2)+$
$+((4037-b)^2+(a-y)^2)=2\cdot4037^2+2a^2$ также

равна сумме квадратов сторон прямоуг-ка.

Тогда пусть эти отрезки равны a_1, a_2, a_3 и a_4, а диагональ равна k

Получаем: $a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2=2k^2$

сравним $a_1+a_2+a_3+a_4$ и $2k$

$(a_1+a_2+a_3+a_4)^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+2a_1a_2+2a_1a_3+\ldots+2a_3a_4>$
$>a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2=2k^2$

зн. $a_1+a_2+a_3+a_4>\sqrt{2}k$

$a_1^2+a_2^2\geqslant 2a_1a_2$ — равенство невозможно?

$a_2^2+a_3^2\geqslant 2a_2a_3$

⋮

зн. $a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^3\geqslant(2a_1a_2+2a_1a_3+\ldots+2a_3a_4)\frac{1}{3}$

зн. квадрат выражения $(a_1+a_2+a_3+a_4)$ тем меньше, чем больше отлич. друг от друга a_1, a_2, a_3 и a_4

но $a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2\leqslant 2a_1a_2+\ldots+2a_3a_4$, зн.

$(a_1+a_2+a_3+a_4)^2\geqslant(2k)^2=4k^2$, т.е. $a_1+a_2+a_3+a_4\geqslant 2k$, но не может быть меньше

Ответ: нет, не ~~[illegible]~~ может.

∓

отношение не найдено.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ. г. Красноярск

Место проведения

10W73-01

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Супрунец

ИМЯ Вадим

ОТЧЕСТВО Васильевич

Дата рождения 14.03.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

пусть $n^2+n+17 \vdots 2019$, т.к $2019 \vdots 3 \Rightarrow n^2+n+17 \vdots 3$, т.к $17 \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow$ т.к $n^2+n+17 \; 3 \Rightarrow n^2+n \equiv 1 \pmod 3$

Рассмотрим все возможные остатки при делении n на 3:

1) $n=3k \Rightarrow 9k^2+3k \equiv 0 \pmod 3$ - не подходит

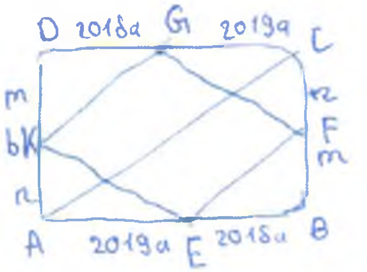
2) $n=3k+1 \Rightarrow 9k^2+6k+1+3k+1 = 9k^2+9k+2 \equiv 2 \pmod 3$ - не подходит

3) $n=3k+2 \Rightarrow 9k^2+12k+4+3k+2 = 9k^2+15k+6 \equiv 0 \pmod 3$ - не подходит

⇓

n^2+n никогда не дает остатка 1 при делении на 3. Противоречие $\Rightarrow n^2+n+17 \not\vdots 2019$, т.к $n^2+n+17 \not\vdots 3$

№ 3



ABCD - прямоугольный карьер

пусть 2AC - путь 1 поезда, а KEFG - путь 2 поезда.

Путь KEFG - параллелограмм $\Rightarrow$ $GF = KE$ и $KG = EF$. $\Rightarrow DG = 2018a$ и $GC = 2019a$

$KA = CF = n$ и $FB = DK = m$

$\Rightarrow KEFG = 2\sqrt{2019^2a^2+n^2} + 2\sqrt{2018a^2+m^2}$ и

$2AC = 2\sqrt{4037a^2+b^2}$, где $b=n+m$

$b^2 = m^2+n^2+2mn$ и $4037^2a^2 = 2018^2a^2+2019^2a^2+2\cdot2018\cdot2019a^2$. Возведем оба пути в квадрат и получим, что

$KEFG = \underline{4\cdot2019^2a^2} + \underline{4n^2} + \underline{4\cdot2018^2a^2} + \underline{4m^2} + 8\sqrt{(2019^2a^2+n^2)(2018^2a^2+m^2)}$

$2AC = \underline{4\cdot2018^2a^2+4\cdot2019^2a^2} + \underline{4m^2} + \underline{4n^2} + 8mn + 2018\cdot2019\cdot8a^2$ уберем общие части и получим

$8\sqrt{(2019^2a^2+n^2)(2018^2a^2+m^2)}$ и $8mn+2018\cdot2019\cdot8\cdot a^2$, т.к $a,m,n>0$ то возведем обе части в квадрат

$\underline{64\cdot2019^2\cdot2018^2a^4} + \underline{64}\cdot2019^2\underline{a}^2m^2 + 2018^2\underline{a}^2n^2\cdot\underline{64} + \underline{64m^2n^2}$ и

$\underline{64m^2n^2} + \underline{128}\cdot2018^2\cdot2019^2\underline{a}^2 + \underline{2018^2\cdot2019^2\cdot64\cdot a^4}$

Заметим, что $\Rightarrow$ имеем $2\cdot2018^2\cdot2019^2$ и $2018^2n^2+2019^2m^2$ при достаточно маленьких m и n $(m=1, n=2)$ $2\cdot2018^2\cdot2019^2 > 2018^2n^2+2019^2m^2$ и $2AC > KEFG$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14 101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10W73-91

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.е $2AC > KEFG$ при всех $n < 2019$ и $m < 2018$, т.к при $n = 2019$ и $m = 2018$

$2AC = KEFG$, т.к $2 \cdot 2018^2 \cdot 2019^2 = 2018^2 2019^2 + 2018^2 \cdot 2019^2$ точки если одна из сторон прямоугольника < 4037 => он может выбрать (другая, которая не делится в отношении 2018 к 2019)

№4 у №3 есть продолжение на 4 листе

Пусть x - кг запасов у Пончика, а y - кг запасов у Сиропчика, z - $\frac{кг}{д}$ - прожорливость Пончика, а t - $\frac{кг}{д}$ - прожорливость Сиропчика, тогда имеем:

$$\begin{cases} x + y = 100 \ ④ \\ \frac{y}{z} = 45 \ ③ \\ \frac{x}{t} = 20 \ ② \\ \frac{x}{z} = \frac{y}{t} \ ① \end{cases}$$

① → $xt = yz$

из ② следует, что $20t = x$

и из ③ понятно, что $y = 45z$ =>

подставляя в ① находим:

$45z^2 = 20t^2$ и т.к $z = \frac{y}{45}$, то в ①

$$\frac{20t}{\frac{y}{45}} = \frac{y}{t} \Rightarrow \frac{900t}{y} = \frac{y}{t} \Rightarrow$$

$900t^2 = y^2$, т.к $y > 0$ и $t > 0$ =>

$30t = y$ в ③ $\frac{30t}{z} = 45$ =>

=> $45z = 30t$, т.к $20t = x \Rightarrow t = \frac{x}{20}$

и $\frac{30x}{20} = 45z \Rightarrow x = \frac{900}{30} z = 30z$

т.к $y = 45z \Rightarrow x + y = 75z$

$75z = 100$

$z = \frac{100}{75} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 40 \Rightarrow$

$y = 100 - x = 60$ и $t = \frac{x}{20} = 2$

+

Ответ: $x = 40$кг, $y = 60$кг, $t = 2 \frac{кг}{д}$, $z = \frac{4}{3} \frac{кг}{д}$

Лист 02 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10W73-91

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

докажем по мат. индукции, что

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n} < 2019$$

база индукции: $\sqrt{2019} < 2019$ при $n=1$

пусть при k неравенство верно $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{K} < 2019$

докажем, что оно верно при k+1, пусть $\underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}_{K} = S$, тогда $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{k+1} = \sqrt{2019+S}$, т.к $S < 2019 \Rightarrow 2019+S < 4038$, а т.к $\sqrt{4038} < 64 \Rightarrow \sqrt{2019+S} < 2019$, ч.т.д $\Rightarrow \underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{n} < 2019$, а поэтому при $n=2019$ $\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} < 2019$

+

Ответ: неравенство верно.

№1

Пусть x - мальчики на 1 курсе, $x+z$ - мальчики на всем факультете, y - девочки на 1 курсе и $y+m$ - девочки на всем факультете, тогда по условию:

$$\frac{x}{x+y} > \frac{x+z}{x+y+z+m} \quad \Big| \cdot (x+y)(x+y+z+m), \text{т.к } x,y,z,m>0$$

$$x^2+xy+xz+xm > (x+z)(x+y)$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{xy}+\cancel{xz}+xm > \cancel{x^2}+\cancel{xy}+\cancel{zx}+zy$$

$$xm > zy$$

нужно выяснить, что больше $\frac{x+y}{x+y+z+m}$ или $\frac{x}{x+z}$. приведем к общему знаменателю $\frac{(x+y)(x+z)}{(x+y+z+m)(x+z)}$ и $\frac{x(x+y+z+m)}{(x+y+z+m)(x+z)}$ сравним числители, т.к $(x+y)(x+z) = \underline{x^2}+\underline{\underline{xz}}+\underline{yx}+yz$ и $x(x+y+z+m) = \underline{x^2}+\underline{\underline{xy}}+\underline{\underline{xz}}+xm \Rightarrow x^2+xz+yx+yz < x^2+xy+xz+xm$, т.к $yz < xm$, а остальные части одинаковые $\Rightarrow \frac{x+y}{x+y+z+m} < \frac{x}{x+z} \Rightarrow$ первокурсников

Лист 03 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1CW73-91

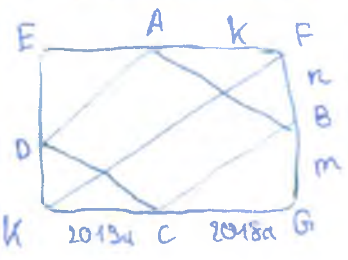
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

среди всех мальчиков факультета > чем студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

№3

Продолжение:



пусть FB=n, AF=k, BG=m, CG=2018a, KC=2019a.

Если AB > BC и m=n

сдвинем, точку B на l единицу ~~вверх~~ а остальные точки не будем менять местами =>

$AB = \sqrt{k^2+n^2}$, $CB = \sqrt{m^2+2018^2a^2}$, после сдвига точки B на l единицу к точке F, то получим, что $AB=\sqrt{k^2+(n-l)^2}$ и $CB = \sqrt{(m+l)^2+2018^2a^2}$

т.к все числа > 0, то возведем каждое в квадрат, получим, что:

$k^2+n^2 > m^2+2018^2a^2$, пусть $k^2+n^2=S$ и $m^2+2018^2a^2=P$, тогда после сдвига сравним AB^2 и CB^2

$k^2+n^2-2nl+\underline{l^2}$ и $m^2+2ml+\underline{l^2}+2018^2a^2$

$S-2nl$ и $P+2ml$ (убрали l^2)

но т.к (самого начала $n=m$ =>

$2nl=2ml$, но ~~сумма~~ AB^2+CB^2 до сдвига ~~но~~ уменьшилась на $2l^2$ сумма AB^2+CB^2 после сдвига, т.к

$k^2+n^2+m^2+2018^2a^2 = k^2+n^2+m^2+2018^2a^2-2nl+2ml+2l^2$ (т.к $2nl=2ml$) => сумма AB^2+CB^2, после сдвига B изменилась (увеличилась) на $2l^2$ (т.е на 2 квадрата длины сдвига точки B) аналогично происходит со всеми остальными точками, т.е при сдвиге точек периметр ABCD будет увеличиваться, т.к если точку сдвинуть в другую сторону на l, то сумма останется такой же => периметр ABCD при n=m будет только увеличиваться при сдвиге точек. (так можно делать относительно всех 4 треугольников)

±

какое получено отношение было?

Лист 04 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения	Учебный центр МРСК Урала
шифр	ЦН89-55

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Суставов

ИМЯ Данил

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 01. 12. 2003 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Финальный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть сотрудник парка зачерпнул x головастиков трясовой дискоглоссы, y головастиков саблезубой лягушки, у головастика саблезубой ~~лл~~ лягушки n хвостов. Числа x, y, n – целые неотрицательные.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 100 \\ x + ny = 64 \end{cases}$$

~~$5x \geq 0 \Rightarrow 4$~~

$5x+4y = 100$

$0 \leq 5x$

$5x+4y \leq 100+5x$

$4y \leq 100$

$y \leq 25$

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+ny=64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=64-ny \\ 5x+4y=100 \end{cases}$$

$5(64-ny)+4y = 100$

$320 - 5ny + 4y = 100$

$5ny - 4y = 220$

$y(5n-4) = 220$

$5n-4 \equiv_5 -4 \equiv_5 1$

$\left.\begin{array}{l} y \text{ и } (5n-4) - \text{целые неотрицательные} \\ y(5n-4) > 0 \end{array}\right| \Rightarrow y \text{ и } (5n-4) - \text{натуральные}$

Разложим число 220 на два натуральных множителя всеми способами:

$220 = 1\cdot 220 = 2\cdot 110 = 4\cdot 55 = 5\cdot 44 = 10\cdot 22 = 11\cdot 20$

Так как $5n-4 \equiv_5 1$ и $y \leq 25$, то подходит один вариант:

$y = 20$, $5n-4 = 11$

$5n = 15$

$n=3$

+

Ответ: 3.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$n^2+n+2=n(n+1)+2$

Натуральное число при делении на 3 может давать остатки 0, 1, 2.

~~Если $n \underset{3}{\equiv} 0$, то $n(n+1)+2 \underset{3}{\equiv} 0(0+1)+2=2$.~~

Если $n \underset{3}{\equiv} 0$, то $n(n+1) \underset{3}{\equiv} 0(n+1)=0$, $n(n+1)+2 \underset{3}{\equiv} 0+2=2$.

Если $n \underset{3}{\equiv} 1$, то $n+1 \underset{3}{\equiv} 1+1=2$, $n(n+1) \underset{3}{\equiv} 1\cdot 2=2$, $n(n+1)+2 \underset{3}{\equiv} 2+2=4 \underset{3}{\equiv} 1$

Если $n \underset{3}{\equiv} 2$, то $n+1 \underset{3}{\equiv} 2+1=3 \underset{3}{\equiv} 0$, $n(n+1) \underset{3}{\equiv} 2\cdot 0=0$, $n(n+1)+2 \underset{3}{\equiv} 0+2=2$.

Следовательно число (n^2+n+2) не делится нацело на 3 ни ~~не~~ при каких натуральных n.

$2019 ⋮ 3$

Если $(n^2+n+2) ⋮ 2019$, то $n^2+n+2=2019k$, где k – целое.

$2019 ⋮ 3 \Longrightarrow 2019k ⋮ 3$

Получили, что левая часть равенства не кратна 3, а правая часть равенства кратна 3, но такого быть не может, поэтому (n^2+n+2) не делится на 2019 ни при каких натуральных n.

№4. Пусть Пончик съел x кг варенья, Сиропчик съел $(100-x)$ кг варенья, Пончик съедает a кг варенья в день, Сиропчик съедает в кг варенья в день.

$$\begin{cases} 45a=100-x \\ 20\text{в}=x \\ \dfrac{x}{a}=\dfrac{100-x}{\text{в}} \end{cases} \qquad \begin{cases} 45a=100-20\text{в} \\ 20\text{в}=x \\ \dfrac{20\text{в}}{a}=\dfrac{100-20\text{в}}{\text{в}} \end{cases} \qquad a=\frac{100-20\text{в}}{45}$$

$$\frac{20\text{в}}{\dfrac{100-20\text{в}}{45}}=\frac{100-20\text{в}}{\text{в}}$$

$$\frac{900\text{в}}{100-20\text{в}}=\frac{100-20\text{в}}{\text{в}}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$900в^2 = (100-20в)^2$

$(30в)^2 = (100-20в)^2$

$x < 100 \Rightarrow 20в < 100 \Rightarrow 100 - 20в > 0$

$\sqrt{(30в)^2} = \sqrt{(100-20в)^2}$

$30в = 100 - 20в$

$50в = 100$

$в = 2$

~~$x = 20в = 20$~~

$x = 20в \Rightarrow x = 40$

$100 - x = 100 - 40 = 60$

~~$a=$~~ ~~$100-20$~~ $a = \frac{100-x}{45} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

+

Ответ: Пончик съел 40 кг варенья, съедая $1\frac{1}{3}$ кг варенья в день; Сиропчик съел 60 кг варенья, съедая 2 кг варенья в день.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. КАЛИНИНГРАД

Место проведения

ЮV 46-92

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17087

ФАМИЛИЯ СЫТКИН

ИМЯ АРТЁМ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 12.01.2005

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 03 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Пусть у нас выловали x головастиков дискоглоссы, а y головастиков - лягушки собьезубой, а z - кол-во хвостов у каждого ~~Твог~~ из головастиков второго типа происхождения.
Тогда получаем вот такую систему уравнений:

$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x+zy=64 \end{cases} \Rightarrow x \vdots 4 \; (x=4n), \; y \vdots 5 \; (y=5m) \Rightarrow 20n+20m=100$

$n+m=5$

Т.к. x и y - целые и неотрицательные, то и n, и m - тоже целые и неотрицательные => Есть 6 случаев:

1) $n=0, m=5$
2) $n=1, m=4$
3) $n=2, m=3$
4) $n=3, m=2$
5) $n=4, m=1$
6) $n=5, m=0$

Разберём все:

1) $\left.\begin{matrix} n=0 \Rightarrow x=0 \\ m=5 \Rightarrow y=25 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot0+4\cdot25=100 \\ 1\cdot0+25z=64 \end{cases} \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$, т.к. $64 \not\vdots 25$

2) $\left.\begin{matrix} n=1 \Rightarrow x=4 \\ m=4 \Rightarrow y=20 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot4+4\cdot20=100 \\ 4+20z=64 \end{cases} \Rightarrow z=3$

3) $\left.\begin{matrix} n=2 \Rightarrow x=8 \\ m=3 \Rightarrow y=15 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot8+4\cdot15=100 \\ 8+15z=64 \end{cases} \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$, т.к. $56 \not\vdots 15$

4) $\left.\begin{matrix} n=3 \Rightarrow x=12 \\ m=2 \Rightarrow y=10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot12+4\cdot10=100 \\ 12+10z=64 \end{cases} \Rightarrow z \notin \mathbb{Z}$, т.к. $52 \not\vdots 10$

5) $\left.\begin{matrix} n=4 \Rightarrow x=16 \\ m=1 \Rightarrow y=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot16+4\cdot5=100 \\ 16+5z=64 \end{cases} \Rightarrow z \in \mathbb{Z}$, т.к. $48 \not\vdots 5$

6) $\left.\begin{matrix} n=5 \Rightarrow x=20 \\ m=0 \Rightarrow y=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 5\cdot20+4\cdot0=100 \\ 20+0z\neq64 \end{cases} \Rightarrow$ противоречие, т.к. $20\neq64$

~~Т.к.~~ Мы перебрали всевозможные случаи, и нашли один ответ: z=3.

Ответ: по 3 хвоста

+

Задача №2

Предположим, что такое n существует. Тогда:

$n^2+n+2 \underset{2019}{\equiv} 0 \Rightarrow n^2+n \underset{2019}{\equiv} 2017 \Rightarrow$

$n^2+n+ \Rightarrow n^2+n = 2019k+2017$

Теперь, распишем табличку остатков натуральных чисел по модулю 3:

n	n^2
0	0
1	1
2	1

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} n^2+n \underset{3}{\equiv} 0 \\ n^2+n \underset{3}{\equiv} 2 \end{array}\right.$

Также, имеем: $2019k+2017 \underset{3}{\equiv} 0\cdot k+2016+1 \underset{3}{\equiv} 1$

$\Rightarrow$ Противоречие, т.к. равные числа должны давать один и тот же остаток по модулю 3, а здесь всегда дают разный $\Rightarrow$ Такого n не существует.

+

Ответ: не существует.

Задача №4.

Пусть: x_1 – запасы Пончика (кг)

x_2 – запасы Сиропчика (кг)

V_1 – Скорость поедания запасов Пончиком (кг/день)

V_2 – Скорость поедания запасов Сиропчиком (кг/день)

Тогда имеем систему уравнений:

+

$$\begin{cases} \frac{x_1}{V_1} = \frac{x_2}{V_2} \\ \frac{x_2}{V_1} = 45 \\ \frac{x_1}{V_2} = 20 \\ x_1+x_2 = 100 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 45V_1,\ x_1 = 20V_2 \Rightarrow \frac{20V_2}{V_1} = \frac{45V_1}{V_2}$$

$20V_2^2 = 45V_1^2$

$4V_2^2 = 9V_1^2$, т.к. $9V_1^2 > 0$, $4V_2^2 > 0$, то

$2V_2 = 3V_1$

$V_1 = \frac{2}{3}V_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{x_2}{\frac{2}{3}V_2} = 45 \Rightarrow x_2 = 30V_2 \\ \frac{x_1}{V_2} = 20 \Rightarrow x_1 = 20V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1+x_2 = 30V_2+20V_2 = 50V_2 = 100 \Rightarrow V_2 = 2^{кг/ден}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_2 = \frac{2}{3}V_2 = \frac{4}{3}\ кг/день \\ x_1 = 20V_2 = 40\ кг \\ x_2 = 30V_2 = 60\ кг \end{cases}$$

Ответ: Пончик - 40кг; $\frac{4}{3}$ кг/день; Сиропчик - 60кг; 2 кг/день

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЮV 46-92

Задача №5.

Проверим для ближайших натуральных чисел:

$x=2 \Rightarrow S=\frac{13}{12}$

$x=3 \Rightarrow S=\frac{3349}{2520}$

И т.д. ...

Это не доказано

Заметим, что сумма будет постоянно увеличиваться при больших значениях x $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Единицей она ~~потом точно~~ равна не будет $\Rightarrow$

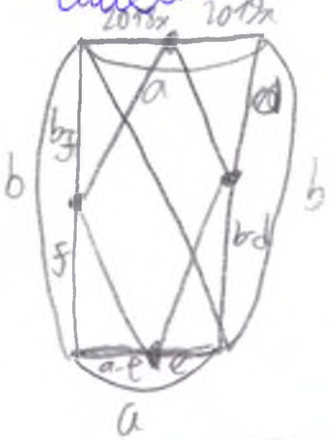
$\Rightarrow$ Решений кроме 1 не существует.

$\mp$

Ответ: нет, не существует.

Задача №3.

Предположим, что такие три точки существуют. Тогда имеем:



$$2\cdot\sqrt{a^2+b^2} > \sqrt{(2019x)^2+d^2}+\sqrt{(b-d)^2+e^2}+\sqrt{(a-e)^2+f^2}+$$
$$+\sqrt{(b-f)^2+(2018x)^2}$$

Преобразуем это ~~выражение:~~ неравенство

$$4a^2+4b^2 > (\sqrt{(2019x)^2+d^2}+\sqrt{(b-d)^2+e^2}+\sqrt{(a-e)^2+f^2}+$$
$$+\sqrt{(b-f)^2+(2018x)^2})^2$$

—

До итога не доведено

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ

Место проведения

QQ24-29

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Тимофеев

ИМЯ Филипп

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 09 08 2001

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QQ24-29

№ 1.

Пусть:

Мальчиков на I курсе – a.

Мальчиков на факультете – b

Всего людей на I курсе – c

Всего людей на факультете – d

, Тогда, из условие:

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$$

необходимо найти, что больше $\frac{a}{b}$ или $\frac{c}{d}$

$\cancel{\frac{a \cdot d}{b}}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c}$ или $\frac{c}{d} \cdot \frac{1}{c}$; $\frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} \cdot b$ или $\frac{c}{d} \cdot \frac{1}{c} \cdot b$

$\frac{a}{c}$ или $\frac{b}{d}$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ (по условию). $\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

+

№2

$x^2 - [x] = 2019$;

$44^2 = 1936$;

$45^2 = 2025$)

$x \in [44^2, 45^2 - 1]$; $[x] = 44$.

$x \in [45^2, 46^2 - 1]$, $[x] = 45$;

$2019 + 45 = 2064$;

$2019 - 44 = 1975$;

$$(\sqrt{2064})^2 - [\sqrt{2064}] = 2019$$

$$(-\sqrt{1975})^2 - [-\sqrt{1975}] = 2019.$$

∓

$x_1 = \sqrt{2064}$

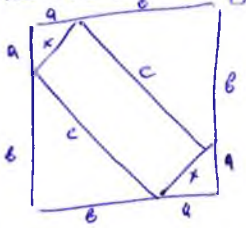
$x_2 = -\sqrt{1975}$

Ответ: ~~x~~ $-\sqrt{1975}$, $\sqrt{2064}$ – корни уравнение.

№3

Рассмотрим ситуацию, когда стороны прямоугольника параллельны сторонам отсека, множество точек будет представлять собой квадрат со стороной 3, левый нижний угол которого в начале координат.

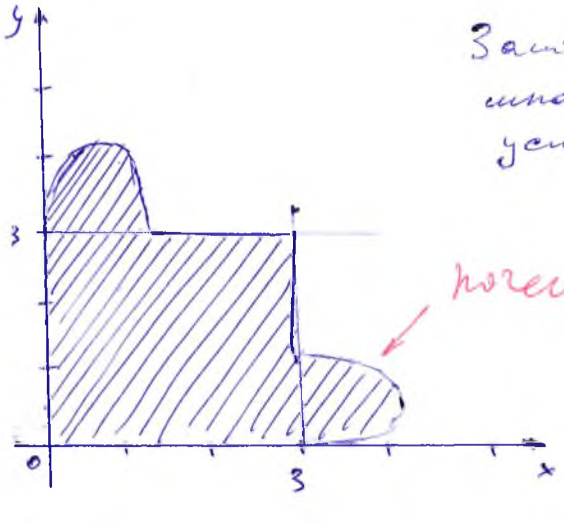
Если рассмотреть случаи, когда прямоугольники расположен по диагонали:



найдём зависимость c от x:

$a^2 + a^2 = x^2$; $a = \frac{x}{\sqrt{2}}$; $b = 3 - a = 3 - \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - x}{\sqrt{2}}$

$c = \sqrt{\frac{13 - 6\sqrt{2}x + x^2}{2}}$; $c = f(x) = \sqrt{\frac{13 - 6\sqrt{2}x + x^2}{2}}$



Заштрихованная область – множество подходящих по условию точек.

почему?

∓

№4

$4a + b + 2c + 5d = 10$
$2a + 3b + 2c + d = 7$
$5a + 2b + c + 4d = 14$

$a - b + 2d = \frac{3}{2}$
$8a + b + 7d = 21$
$a + c + 2d = 2$

$\underline{d = 2{,}5 - a}$
$\underline{c = a - 3}$

$a - b + 2(2{,}5 - a) = \frac{3}{2}$
$a - b + 5 - 2a = \frac{3}{2}$
$2a - 2b + 10 - 4a = 3$
$-2a - 2b = -7$
$a + b = 3{,}5 \Rightarrow \underline{b = 3{,}5 - a}$

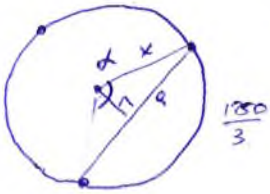
По условию, необходимо найти значение $4(a+b+c+d)$:

$4(a+b+c+d) = 4(a + 3{,}5 - a + a - 3 + 2{,}5 - a) =$
$= 4(3{,}5 + 2{,}5 - 3) = 4 \cdot 3 = 12$ млн. т.

Ответ: 12 млн. т.

+

№5



$a = x \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$\ell = x \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$; x ~~ℓ~~ - радиус (по усл. ~~x~~ = 1)

$\ell = x\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$; $\ell = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$\alpha = \frac{180}{2^{2019}}$ $\ell = \cos\left(\frac{180}{2^{2019}}\right)$

Такой косинус (по аналогии с косинусом 45) будет раскладываться на:

4

$\ell = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots \sqrt{2}}}}{2}$, где в числителе будет 2018 двоек.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

RR 13-45

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Толстобров

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 12.07.2001

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RR-13-45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть M_1 – кол-во мальчиков на первом курсе; M – кол-во мальчиков на всём факультете; X_1 – кол-во студентов первого курса; X – кол-во всех студентов факультета.

Из условий задачи: $\left.\begin{matrix} \frac{M_1}{X_1} > \frac{M}{X} \\ X, X_1 \in N \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} M_1 X > M X_1 \\ M, X \in N \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{M_1}{M} > \frac{X_1}{X}$

$\frac{M_1}{M} > \frac{X_1}{X}$ => В процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков больше, чем всех студентов первого курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше. +

№2

1) при $x \in [0;44)$: $\left.\begin{matrix} x^2 \in [0;1936) \\ [x] \geq 0 \Rightarrow -[x] \leq 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^2 - [x] < 1936 \Rightarrow x^2 - [x] \neq 2019$

2) при $x \in [44;45)$: $\left.\begin{matrix} x^2 \in [1936;2025) \\ [x] = 44 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^2 - [x] < 2019;\ x \in \varnothing$

3) при $x \in [45;46)$: $\left.\begin{matrix} x^2 \in [2025;2116) \\ [x] = 45 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^2 - [x] \in [1980;2071)$

$x^2 - [x] = x^2 - 45 = 2019 \Rightarrow x^2 = 2019 + 45 = 2064 \Rightarrow x = \sqrt{2064}$

4) при $x \geq 46$: $x^2 \geq 2116$; На данном промежутке x^2 возрастает намного сильнее, чем $[x]$, поэтому ~~$x^2 - [x] >$~~ $x^2 - [x] > 2019$ (так, для $x \in [46;47)$: $x^2 - [x] \geq 2071$, для $x \in [47;48)$: $x^2 - [x] \geq 2162$ и т.д.; при ~~[illegible]~~ увеличении x на 1, $[x]$ увеличивается на 1, но x^2 увеличивается более, чем на 1, соответственно $x^2 - [x]$ увеличивается).

$x \in \varnothing$

Лист 01 из 03

5) при $x \in [-44; 0)$: $\left.\begin{array}{l} x^2 \leqslant 1936 \\ -[x] \leqslant 44 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - [x] \leqslant 1980$; $x \in \varnothing$

6) при $x \in [-45; -44)$: $\left.\begin{array}{l} x^2 \in (1936; 2025] \\ -[x] = 45 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - [x] \in (1981; 2070]$; $x^2 - [x] = x^2 + 45 = 2019 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = 2019 - 45 = 1974 \Rightarrow x = -\sqrt{1974}$

7) при $x \in [-46; -45)$: $x^2 - [x] = x^2 + 46 = 2019 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2 = 1973 \\ x^2 > 2025 \end{array}\right\} \Rightarrow x \in \varnothing$

8) при $x < -46$: $\left.\begin{array}{l} x^2 > 2116 \\ -[x] > 47 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - [x] > 2019$; $x \in \varnothing$

Ответ: $\sqrt{2064}$; $-\sqrt{1974}$.

+

№4

Обозначим как a, b, c, d производительность (миллионы том в месяц) соответственно первой, второй, третьей и четвёртой бригад

Тогда получаем систему

$$\begin{cases} 4a + b + 2c + 5d = 10 & \text{(первый год)} \\ 2a + 3b + 2c + d = 7 & \text{(второй год)} \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 & \text{(третий год)} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4a + b + 2c + 5d = 10 \\ 2a + 3b + 2c + d = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow 2a - 2b + 4d = 3 \Rightarrow a - b + 2d = 1{,}5$$

$$\left.\begin{array}{l} 2a + 3b + 2c + d = 7 \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 7a + 5b + 3c + 5d = 21 \\ 4a + b + 2c + 5d = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow 3a + 4b + c = 11$$

$$2a + 3b + 2c + d = 7 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4a + 6b + 4c + 2d = 14 \\ 4a + b + 2c + 5d = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow 5b + 2c - 3d = 4$$

$$\left.\begin{array}{l} 4a + b + 2c + 5d = 10 \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 9a + 3b + 3c + 9d = 24 \\ 2a + 3b + 2c + d = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow 7a + c + 8d = 17$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} a-b+2d=1{,}5 \Rightarrow a=1{,}5+b-2d \\ 3a+4b+c=11 \\ 5b+2c-3d=4 \Rightarrow c=2+1{,}5d-2{,}5b \\ 7a+c+8d=17 \end{cases}$$

$7a+c+8d=10{,}5+7b-14d+2+1{,}5d-2{,}5b+8d=4{,}5b-4{,}5d+$

$+12{,}5=17 \Rightarrow b-d=1 \Rightarrow b=d+1$

$$\begin{cases} a-b+2d=a+d+1=1{,}5 \Rightarrow a=2{,}5-d \\ 3a+4b+c=11 \\ 5b+2c-3d=5d+5+2c-3d=4 \Rightarrow c=-0{,}5-d \\ 7a+c+8d=17 \end{cases}$$

$a+b+c+d=2{,}5-d+d+1-0{,}5-d+d=3$

$4(a+b+c+d)=4\cdot3=12$ – искомое кол-во угля

(т.к. $a+b+c+d$ – производительность 4 бригад вместе взятых)

Ответ: 12 млн. т.

+

N5

$\angle ABC=\alpha$; $AB=BC=1$ (радиусы)

$AC=a \Rightarrow d^2=1+1-2\cos\alpha=2(1-\cos\alpha)$

$h^2=BC^2-MC^2=1-\frac{a^2}{4}=1-\frac{1-\cos\alpha}{2}=1-\sin^2 0{,}5\alpha=\cos^2 0{,}5\alpha$

$h=\cos 0{,}5\alpha$ (т.к. $h>0$)

±

$\alpha=\frac{360^\circ}{2^{2019}} \Rightarrow 0{,}5\alpha=\frac{90^\circ}{2^{2018}} \Rightarrow h=\cos\frac{90^\circ}{2^{2018}}$

$\cos\left(\frac{90^\circ}{2^1}\right)=\cos45^\circ=\frac{\sqrt2}{2}$ — 1 двойка

$\cos\left(\frac{90^\circ}{2^2}\right)=\sqrt{\frac{\cos45^\circ+1}{2}}=\sqrt{\frac{\frac{\sqrt2}{2}+1}{2}}=\sqrt{\frac{\sqrt2+2}{4}}=\frac{\sqrt{\sqrt2+2}}{2}$

[. . .]

$\cos\left(\frac{90^\circ}{2^n}\right)=\sqrt{\frac{\cos\left(\frac{90^\circ}{2^{n-1}}\right)+1}{2}}=\frac{\sqrt{[n-1 \text{ двойка}]+2}}{2}$? $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в числе $\cos\left(\frac{90^\circ}{2^n}\right)$ — n двоек $\Rightarrow$

$\Rightarrow h=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt2}}}{2}$ — где 2^{2018} двоек в числителе

ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ (Б-300)

Место проведения

RR 90-69

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Трегулова

ИМЯ Вероника

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 03.10.2001

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2 $x^2-[x]=2019$

$x^2=[x]+2019$

В правой части равенства оба слагаемые являются целыми. Значит x^2 – тоже целое, откуда следует, что x – целое

Тогда: $x=[x]$, x- целое

логич. ошибка

$x^2-x-2019=0$

$D=1+2019\cdot 4=8077$

$$x_1=\frac{1+\sqrt{8077}}{2}$$

$$x_2=\frac{1-\sqrt{8077}}{2}$$

Оба корня не являются целыми, следовательно уравнение не имеет решения.

Ответ: решения нет.

—

№1 Пусть x_1 - число мальчиков на первом курсе

x_2 - число девочек на первом курсе

y_1 - число мальчиков на всех остальных курсах, кроме первого

y_2 - число девочек на всех остальных курсах, кроме первого

По условию задачи:

$$\frac{x_1}{x_1+x_2}>\frac{x_1+y_1}{x_1+y_1+x_2+y_2}$$

Надо сравнить числа:

$$\frac{x_1}{x_1+y_1} \text{ и } \frac{x_1+x_2}{x_1+y_1+x_2+y_2}$$

Из условия получим:

$x_1(x_1+y_1+x_2+y_2)-(x_1+y_1)(x_1+x_2)>0$

Откуда: $x_1y_2>y_1x_2$ (получили, раскрыв скобки)

Нам нужно сравнить с нулём: $x_1(x_1+y_1+x_2+y_2)-(x_1+x_2)(x_1+y_1)\vee 0$

(знаменатели в обоих случаях положительные и на знак не влияют)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$x_1y_2 - x_2y_1 \vee 0$

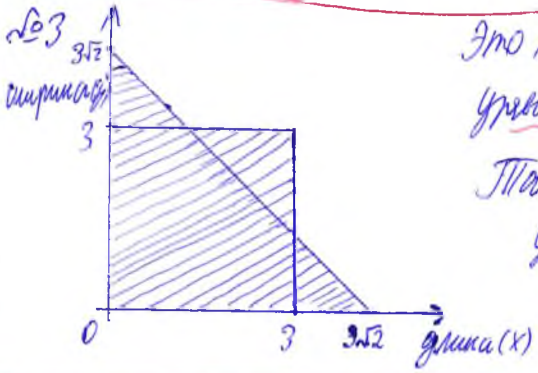
Из условия мы решили получили: $x_1y_2 - x_2y_1 > 0$

Это значит, что в процентном отношении первокурсников среди всех мальчиков факультета больше.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета.

можно короче.

№3



Это множество точек, находящихся под прямой, заданной уравнением $y=3\sqrt{2}-x$ $(x>0, y>0)$

откуда она взялась?

Также туда входят все точки с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими ~~в~~ условию $x<3$, $y<3$

∓

№4 Пусть p_1, p_2, p_3, p_4 – производительности 1, 2, 3, 4-ой бригад соответственно

По условию задачи:

$$\begin{cases} 4p_1+p_2+2p_3+5p_4=10 & (1)\\ 2p_1+3p_2+2p_3+p_4=7 & (2)\\ 5p_1+2p_2+p_3+4p_4=14 & (3)\end{cases}$$

Найти: $(p_1+p_2+p_3+p_4)\cdot 4$

Складывая (1) и (3), получаем:

$$9p_1+3p_2+3p_3+9p_4=24$$

$$3(p_1+p_4)+(p_2+p_3)=8 \quad (4) \quad \Rightarrow p_2+p_3=8-3(p_1+p_4)$$

Вычитая из (3) уравнение (2), получаем:

$$3p_1-p_2-p_3+3p_4=7$$

$$3(p_1+p_4)-(p_2+p_3)=7 \quad (5)$$

Складывая (4) и (5), получаем:

$$6(p_1+p_4)=15$$

$$p_1+p_4=2,5$$

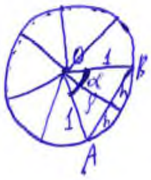
Искомое:

$(p_1+p_2+p_3+p_4)\cdot 4 = (8-3(p_1+p_4)+p_1+p_4)\cdot 4 = (8-2(p_1+p_4))\cdot 4 = (8-2\cdot 2{,}5)\cdot 4 = 12$

+

Ответ: 12 млн.т.

№5



Т.к. Окружность поделена на 2^{2019} частей, то $\alpha = \frac{2\pi}{2^{2019}}$
(т.к. α - острый, то $\cos\alpha > 0$)

~~[illegible]~~ По теореме косинусов в $\triangle AOB$:

$4h^2 = 1+1-2\cos 2\alpha = 2(1-\cos\alpha)$

По теореме Пифагора:

$h^2+\rho^2 = 1$

Искомое расстояние $\rho = \sqrt{1-h^2} = \sqrt{1-\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \cos\frac{\alpha}{2}$

Следовательно, нам требуется найти $\cos\left(\frac{2\pi}{2^{2019}\cdot 2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2^{2019}}\right)$

Воспользуемся формулой $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2} \Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ (~~[illegible]~~ т.к. α - острый, то $\frac{\alpha}{n}$, где $n>0$, n-целое, - тоже острый, значит $\cos\frac{\alpha}{n} > 0$)

±

$\cos\frac{\pi}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{2^3} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{2^2}}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{2^4} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{2^5} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}{2}$

…

$\cos\frac{\pi}{2^n} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}{2}$, где в числителе $(n-1)$ двойки

То есть в данном случае $\rho = \cos\left(\frac{\pi}{2^{2019}}\right) = \frac{\overbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}^{2018 \text{ двоек}}}{2}$, ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ г. Красноярск

Место проведения

ЮW73-28

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Фомин

ИМЯ Георгий

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 30.06.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ГФом

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

m_1 - кол-во мальчиков на 1 курсе
S_1 - кол-во студентов на 1 курсе
m - кол-во мальчиков на всем факультете
S - все студенты на всем факультете

$\frac{m_1}{S_1} > \frac{m}{S}$ - по усл. $\qquad \frac{m_1}{m_*} \ ? \ \frac{S_1}{S}$

$$\frac{m_1}{S_1} > \frac{m}{S} \Big| \cdot \frac{1}{m}$$

$$\frac{m_1}{S_1 \cdot m} > \frac{1}{S} \Big| \cdot S_1$$

+

$$\frac{m_1}{m} > \frac{S_1}{S}$$

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета больше, чем студентов первого курса среди всех студентов факультета

№2.

Если $n^2+n+17 \vdots 2019$, а $2019 = 3 \cdot 673$, то $n^2+n+17 \vdots 3$ (чтобы сумма чисел делилась на некое число, сумма остатков этих чисел при делении на некое число должна быть кратна некому числу)

$17 \bmod 3 = 2 \Rightarrow n^2+n+2 \vdots 3 \Rightarrow (n^2+n) \bmod 3 = 1$

+

При делении n на 3 может быть 3 остатка: 0, 1, 2; а при делении n^2 на 3 могут быть следующие остатки (остаток $(n^2:3)$ равен остатку $((\text{ост}(n:3))^2:3)$: 0 (это $\overset{\text{ост от}}{0^2:3}$), 1 (это $\overset{\text{ост от}}{1^2:3}$) и еще раз 1 (т.к. $2^2:3 = 1$ (ост. 1))

Рассмотрим все три случая:

I. $n \bmod 3 = 0 \Rightarrow n^2 \bmod 3 = 0$, этот случай нам не подходит, т.к. сумма остатков равна 0, а она должна быть равна 1.

II. $n \bmod 3 = 1 \Rightarrow n^2 \bmod 3 = 1$, этот случай нам тоже не подходит, т.к. сумма остатков равна 2, а не 1.

III. $n \bmod 3 = 2 \Rightarrow n^2 \bmod 3 = 1$, т.к. сумма остатков равна $3 \Rightarrow$ ост. $= 0$, а должен быть равен 1.

$$\Downarrow$$

$n^2+n+17 \not\vdots\ 2019$ #

$\sqrt{4}$

Пусть x кг варенья запасено у Сиропчика, тогда у Пончика запасено $(100-x)$ кг варенья.

Пусть z - прожорливость Сиропчика, а y - прожорливость Пончика.

Исходя из условий данных в задаче составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = 45 \Rightarrow y = \dfrac{x}{45} \\ \dfrac{100-x}{z} = 20 \Rightarrow 100-x = 20z \Rightarrow z = \dfrac{100-x}{20} \\ \dfrac{100-x}{y} = \dfrac{x}{z} \end{cases}$$

Произведем замену и получим:

$$\frac{(100-x)45}{x} = \frac{20x}{100-x}$$

$$45(100-x)(100-x) = 20x^2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$450000-4500x-4500x+45x^2=20x^2$

$25x^2-9000x+450000=0 \;|:25$

$x^2-360x+18000=0$

$D=b^2-4ac$

$D=129600-72000=57600, \sqrt{57600}=240$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a} \quad x_{1,2}=\frac{360\pm240}{2}$

$x_1=60 \quad x_2=300$ – не удвл. усл., т.к. $100-x>0$

1) $x=60 \Rightarrow 60$ кг варенья запасено у Сиропчика

2) $x=60 \Rightarrow 100-x=100-60=40$ (кг) варенья запасено у Пончика.

+

3) $y=\frac{x}{45} \Rightarrow y=\frac{60}{45}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ – прожорливость Пончика

4) $z=\frac{100-x}{20} \Rightarrow z=\frac{100-60}{20}=2$ – прожорливость Сиропчика

Ответ: 60 кг варенья запасено у Сиропчика, 2 кг варенья в день прожорливость Сиропчика; 40 кг варенья запасено у Пончика, $1\frac{1}{3}$ кг/день прожорливость Пончика.

$\sqrt{5}$

$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+..+\sqrt{2019}}}}_{2019\text{ раз}} < 2019$ – док-ть

2019 раз (обозначим кол-во раз за n)

Решим методом мат индукции

1) Пусть $n=1$

$\sqrt{2019}<2019$ – верно

2) Пусть при $n=k$ выражение тоже верно

$\sqrt{2019+\sqrt{2019+...+\sqrt{2019}}} < 2019$

Пусть $2019+...+\sqrt{2019}=S$, тогда

$\sqrt{2019+\sqrt{S}}<2019 \Rightarrow 2019+\sqrt{S}<2019^2 \Rightarrow \sqrt{S}<2019^2-2019$,

но и $S<2019^2-2019$

3) Пусть $n=k+1$

$\sqrt{2019+\sqrt{S+\sqrt{2019}}}<2019$

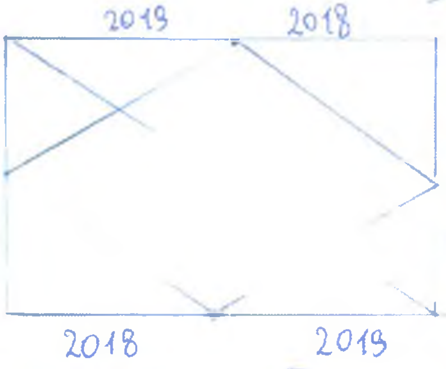
$2019+\sqrt{S+\sqrt{2019}}<2019^2$

$\sqrt{S+\sqrt{2019}}<2019^2-2019$, но т.к. $S<2019^2-2019 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ это тоже верно $\Rightarrow$ при $n=2019$ данное выражение тоже будет истинным #

+

~~$\sqrt{4}$~~ ~~[illegible]~~ $\sqrt{3}$.



Минимальное значение может быть равно 1, когда своими точками второй плавец делит две равные стороны (каждую делит) на две равные части, а третью сторону делит в отношении 2019 : 2018 (эта сторона равна по длине той стороне с которой второй плавец начинает)

обоснование отсутствует полностью

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ	Ь II61 - 37
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ХАМИДУЛЛИН

ИМЯ БУЛАТ

ОТЧЕСТВО РИНАТОВИЧ

Дата рождения 26.12.2001 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть мальчиков на 1-ом курсе было a, всего первокурсников – b, мальчиков на факультете x, всего студентов y, тогда по условию $\frac{a}{b} > \frac{x}{y}$.

Отношение мальчиков первокурсников к общему числу мальчиков равно $\frac{a}{x}$, отношение студентов первокурсников к общему числу студентов равно $\frac{b}{y}$. Т.к. $\frac{a}{b} > \frac{x}{y}$, то $ay > bx \Rightarrow \frac{a}{x} > \frac{b}{y}$ т.к. числа $a, b, x, y > 0$

+

Ответ: ~~мальч~~ первокурсников среди всех мальчиков больше.

№2.

Предположим, что такое n существует, тогда $n^2+n+17 \vdots 2019$. Т.к. $2019 = 3 \cdot 673$, то $n^2+n+17 \vdots 3$.

Если число $A = n^2+n+17 \vdots 3$, то $4A \vdots 3$, следовательно $4n^2+4n+68 \vdots 3 \Rightarrow ((2n+1)^2+67) \vdots 3$. Т.к. $67 \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 3)$, то ~~$(2n+1)^2 = 2$~~ $(2n+1)^2$ должно быть сравнимо с двойкой по модулю 3, но квадраты натуральных чисел ~~да~~ могут давать остатки 0 либо 1 при делении на 3, следовательно $4A \not\vdots 3$. Противоречие, значит таких n не существует.

№3.

Пусть x и y – стороны прямоугольника. Рассмотрим маршрут 2-го пловца (рис. 1). ~~Пусть на координатной плоскости точка O~~ На координатной плоскости отметим точки $O(0;0)$; $A(x_1;y_1)$; $B((x_1+x_2);(y_1+y_2))$ $C((x_1+x_2+x_3);(y_1+y_2+y_3))$ $D((x_1+x_2+x_3+x_4);(y_1+y_2+y_3+y_4))$

т.к. $x_1+x_2+x_3+x_4 = 2x$ и $y_1+y_2+y_3+y_4 = 2y$, то 1-ый пловец проплыл путь равный OD, а второй

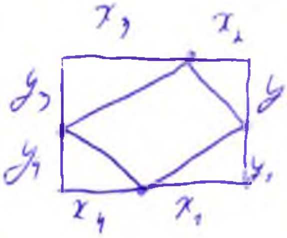
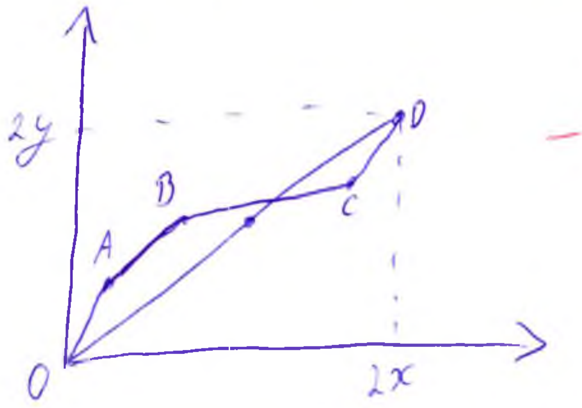


рис. 1.

прошлый путь равны $OA+AB+BC+CD$.



— как поставлены т. A, B, C, не пояснено

±

Т.к. кратчайший путь между двумя точками — отрезок (по неравенству треугольника), что соответствует движению 1-го пловца, то $OA+AB+BC+CD \geq OD$, следовательно второй не мог выбрать точки так, чтобы его путь был короче, чем у 1-го.

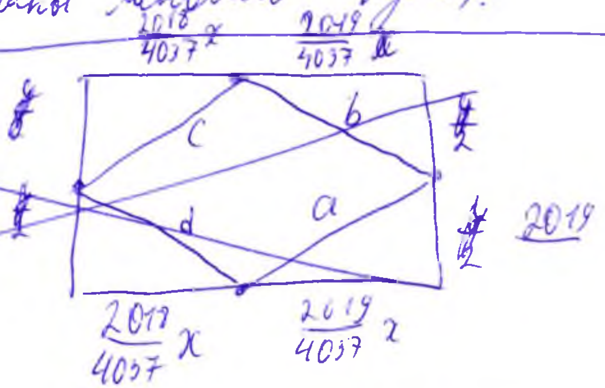
Минимальное значение отношения длин большей к длине меньшей равно 1 (меньше быть не может, т.к. длина большего пути не меньше длины меньшего пути).

~~Пример:~~

~~В этом примере~~

~~$a+c=b+d=k$, где~~

~~k — длина диагонали~~

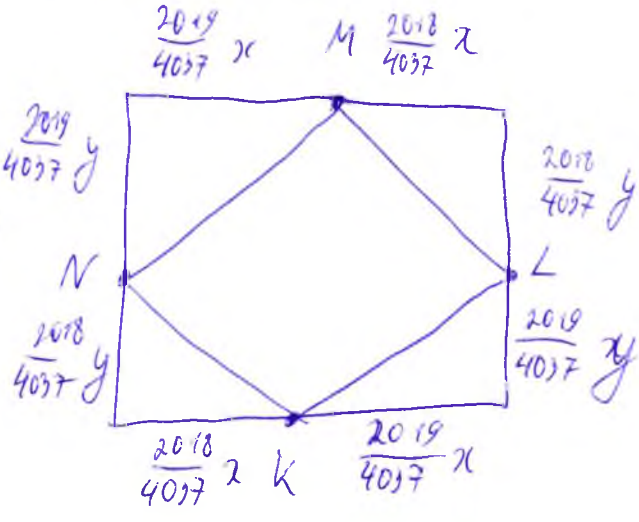


Пример: В этом примере

$KL+MN=LM+NK=$

$=\frac{2019}{4037}\sqrt{x^2+y^2}+\frac{2018}{4037}\sqrt{x^2+y^2}=$

$=\sqrt{x^2+y^2}$ равна длине диагонали



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ b1I61-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Пусть у Пончика было p кг, у Сиропчика – S кг; производительность Пончика – k_1, Сиропчика – k_2, тогда

1) $p+S=100$

2) $\frac{p}{k_1}=\frac{S}{k_2} \Rightarrow \frac{p}{S}=\frac{k_1}{k_2}$

3) $\frac{S}{k_1}=45 \Rightarrow S=45k_1$

4) $\frac{p}{k_2}=20 \Rightarrow p=20k_2$.

5) Из 2); 3); 4) следует, что $\frac{p}{S}=\frac{20k_2}{45k_1}=\frac{4k_2}{9k_1}=\frac{k_1}{k_2}$

$4k_2^2=9k_1^2$. Т.к. $k_1, k_2>0$, то $2k_2=3k_1$ $\frac{k_1}{k_2}=\frac{2}{3}$,

тогда $\frac{p}{S}=\frac{2}{3} \Rightarrow p=\frac{2}{3}S$

$p+S=\frac{2}{3}S+S=\frac{5}{3}S=100$

$S=60$ кг

+

$p=100-60=40$ кг

$k_1=\frac{S}{45 \text{ дней}}=\frac{60 \text{ кг}}{45 \text{ дней}}=\frac{4}{3}\frac{\text{кг}}{\text{день}}$

$k_2=\frac{p}{20 \text{ дней}}=\frac{40 \text{ кг}}{20 \text{ дней}}=2\frac{\text{кг}}{\text{день}}$.

№5.

Заметим, что если $x>y>0$, то $\sqrt{x}>\sqrt{y}$; а также $2019+i\cdot 2019<(i+1)^2 2019^2$, т.к. $2019^2>2019$, $(i+1)^2 \geq i+1$ $0\leq i\leq 2018$

тогда $\sqrt{2019+i\cdot 2019}<(i+1)2019$ тогда

это необосновано

±

$$\underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{\ldots+\sqrt{2019}}}}_{2019} < \underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{2019+2019}}}}_{2018} \boxed{<} \underbrace{\sqrt{2019+\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019+2\cdot 2019}}}}_{2017} <$$

$$\boxed{< \ldots <} \underbrace{\sqrt{2019+\ldots+\sqrt{2019+i\cdot 2019}}}_{2019-i \text{ РАЗ}} \boxed{< \ldots <} \sqrt{2019+2018\cdot 2019}=2019.$$

Неравенство верно. Ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

УЧУ 77-39

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Хвастунов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 27.06.2004 **Класс:** 8

Предмет математике **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

Число 2019 кратно 3. Тогда если n^2+n+2 не кратно 3, то и оно не делится на 2019

Посмотрим на остатки от деления чисел на 3

I вариант

$n \equiv 0 (mod\ 3) \Rightarrow n^2 \equiv 0 (mod\ 3)$

$2 \equiv 2 (mod\ 3)$

$n^2+n+2 \equiv 2 (mod\ 3)$

Не подходит

II вариант

$n \equiv 1 (mod\ 3) \Rightarrow n^2 \equiv 1 (mod\ 3)$

$2 \equiv 2 (mod\ 3)$

$n^2+n+2 \equiv 1 (mod\ 3)$

Не подходи

III вариант

$n \equiv 2 (mod\ 3) \Rightarrow n^2 \equiv 1 (mod\ 3)$

$2 \equiv 2 (mod\ 3)$

$n^2+n+2 \equiv 2 (mod\ 3)$

Не подходи

Ответ: Не делится

+

~~№5~~

~~$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} +$~~

№1

Кол-во триасовой фискогнасии — y, Кол-во саблезубой лягушки z, хватов у лягушки x

Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} 5y+4z=100 \\ y+xz=64 \end{cases}$$

Подберем возможные значения для y и z

I. $5y=20$ $4z=80$
$y=4$ $z=20$

II $5y=40$ $4z=60$
$y=8$ $z=15$

III $5y=60$ $4z=40$
$y=12$ $z=10$

IV $5y=80$ $4z=20$
$y=16$ $z=5$

Подставим значения во второе уравнение

I $4+x20=64$
$x=3$

II $8+15x=64$
x - нецелое

III $12+10x=64$
x - не целое

IV $16+5x=64$
x - не целое

Ответ: 3

+

№4

Пусть a - запас Пончика, c - запас Сиропчика, b прожорливость Пончика, d прожорливость Сиропчика. Тогда

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\frac{c}{b}=45$ $a+c=100$ кг

$\frac{a}{d}=20$ $a=20d$ $c=45b$

$\frac{20d}{b}=\frac{45b}{d} \Rightarrow 45b^2=20d^2 \Rightarrow 9b^2=4d^2$

$(3b)^2=(2d)^2$

$3b=2d$

Значит ~~Пончик~~ Сиропчик ест в полтора раза быстрее а значит и его запасов в 1,5 раза больше, тогда у ~~Пончика~~ Сиропчик 60кг, а у ~~Сиропчика~~ Пончик 40кг.

$b = \frac{60}{45}$ кг/д $= \frac{4}{3}$ кг/д $= 1\frac{1}{3}$ кг/д

$d = \frac{40}{20}$ кг/д $= 2$ кг/д

Ответ: 40кг $1\frac{1}{3}$кг/д; 60кг 2кг/д

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Уфа
Место проведения

ЕМ 46-93
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Чихладзе

ИМЯ Ирма

ОТЧЕСТВО Георгиевна

Дата рождения 18.05.2004

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

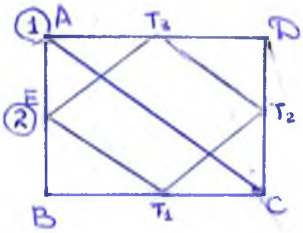
№ 2

Число n^2+n+2 может делиться на 2019 при каких-либо натуральных n, потому что $n^2+n+2=(n+2)(n-1)$, а $2019=3\cdot673$, или $2019=1\cdot2019$. Чтобы $(n+2)(n-1)$ делилось на 2019, нужно чтобы либо 1 из множителей был равен 2019, либо чтобы их произведение давало 2019. Произведение $(n+2)(n-1)$ дать 2019 не сможет (т.к. разница между значениями множителей слишком велика, что получить невозможно) => один из множителей будет равен 2019. Наименьшее значение n будет равно $2019-2=2017$.

Ответ: минимальное $n=2017$.

−

№ 3



Чтобы 2-й пловец выбрал точку на 1-м из 3-х берегов, нужно найти для этого минимальное расстояние так, чтобы и дальше оно оставалось минимальным.

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle EBT_1$. Т.к. отношение

Какая связь подобия и пути ?

$\frac{AB}{EB}=\frac{(2018+2019)\cancel{x}}{2018\cancel{x}}=\frac{4037}{2018}$, то чтобы $\triangle ABC\sim\triangle EBT_1$, нужно чтобы $\frac{BC}{BT_1}=\frac{4037}{2018}$, тогда и $\frac{AC}{ET_1}=\frac{4037}{2018}=2\frac{1}{2018}$. (отношение путей).

Рассмотрим следующий $\triangle T_1CT_2$ и $\triangle ABC$. Они также будут подобны лишь в том случае, когда $\frac{CD}{CT_2}=\frac{4037}{2019}=1\frac{2018}{2019}$, тогда $\frac{AC}{T_1T_2}=1\frac{2018}{2019}$. Тогда получается, что путь 2-ого до 1-й точки на 1 меньше половины пути 1-ого до противоположного берега, а путь 2-го от 1-й до 2-й точки на 1 больше половины пути 1-ого до противоположного берега => сумма путей от начала и до 1-й точки, от 1-й точки до 2-й (у первого) будет равна пути до противоположного берега 2-ого. Значит, 3-я точка будет находиться так, что $\frac{DT_3}{T_3A}=\frac{2019}{2018}$, т.е. $\triangle BET_1=\triangle T_2DT_3$, а $\triangle AET_3=\triangle T_1CT_2$, а значит, что и обратный путь первого будет равен сумме путей $T_2T_3+T_3E$

второго => весь путь 1-ого будет равен всему пути 2-ого при наименьшем пути 2ого => 2-й пловец не сможет выбрать точки.

Ответ: не может.

+

№ 4

Пусть x_1 - кол-во варенья в запасах Пончика; x_2 - кол-во варенья в запасах Сиропчика. (x_1 и x_2 измеряются в кг.) Тогда $П_1$ - прожорливость Пончика (в кг/день), а $П_2$ - прожорливость Сиропчика (в кг/день). Значит

$$\begin{cases} x_1+x_2=100 \\ \frac{x_1}{П_1}=\frac{x_2}{П_2} \\ \frac{x_2}{П_1}=45 \\ \frac{x_1}{П_2}=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=45П_1 \\ x_1=20П_2 \\ \frac{x_1}{П_1}=\frac{x_2}{П_2} \\ x_1+x_2=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20П_2+45П_1=100 \quad |:5 \\ x_1\cdot П_2=x_2\cdot П_1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

+

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4П_2+9П_1=\cancel{100}\ 20 \\ 20П_2^2=45П_1^2 \quad |:5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4П_2+9П_1=\cancel{100}\ 20 \\ 2П_2=3П_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} П_1=\frac{2П_2}{3} \\ 4\cdot П_2+\overset{3}{\cancel{9}}\cdot\frac{2П_2}{\cancel{3}_1}=\cancel{100}\ 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$4П_2+6П_2=20$

$10П_2=20$

$П_2=2$ кг/день $\qquad x_2=45\cdot\frac{4}{3}=60$ кг

$П_1=\frac{4}{3}$ кг/день $\qquad x_1=20\cdot 2=40$ кг

Ответ: у Пончика было 40 кг, его прожорливость = $\frac{4}{3}$ кг/день у Сиропчика было 60 кг, его прожорливость = 2 кг/день.

№ 5

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\ldots+\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1$. Сумма левой части уравнения будет равна $S_{x^2}^{1}=\frac{x^2(x^2-1)}{2}$, так как если сложить ~~$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\ldots+\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2-1}+\ldots+\frac{1}{x}\right)$~~, $\begin{matrix} x+(x+1)+(x+2)+\ldots+x^2 \\ +\ x^2+(x^2-1)+(x^2-2)+\ldots+x \end{matrix} = x^2(x^2-1)$, а т.к. мы посчитали все 2 раза, то нужно разделить на 2. т.е.

$$\frac{1}{S_{x^2}} = \frac{x^2(x^2+1)}{2}, \text{ а т.к. } S_{x^2}=1, \text{ то } \frac{x^2(x^2+1)}{2} = 1$$

$x^2(x^2+1)=2.$

Так как $x \in N$, то значит

$\left.\begin{matrix} x^2=1 \\ x^2+1=2 \end{matrix}\right\}$ (т.к. $1 \cdot 2 = 2$)

Значит $x^2=1$, то $\frac{x_1=1}{x_2=-1}$ - если $x_1=1$, то x_1 не больше единицы. => не имеет.

Ответ: не имеет.

+

№1.

	Пятиногие	Многохвостые	Σ
хвост	1	x	64
Ноги	5	4.	100
Количест	a	b	$a+b$

← неверно, логич. ошибка!

$5a+4b=100$ - общее количество ног. Так. как $100=2^2 \cdot 5^2$, то есть 2 варианта:

1) $25 \cdot 4 = 100$, где $a=5$; $b=1$.

2) $20 \cdot 5 = 100$, где $a=1$; $b=5$.

Если допустить 2-й вариант, то тогда кол-во хвостов у 5-ти многохвостых $= 64-1=63$, что не может быть, т.к. $b, a \in N$. Если допустить 1-й вариант, то тогда у 1-го многохвостого $64-5=59$ хвостов, что может быть.

Ответ: каждый головастик саблезубой лягушки имеет 59 хвостов.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ	09 53 - 32	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Шакирова

ИМЯ Зиля

ОТЧЕСТВО Инсафовна

Дата рождения 30.03.2005 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: З. Шак

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. ∃ трицасовы – X
саблезубые – y

тогда у Т – $5X$ ног
у С – $4y$ ног

зная, что всего ног 100

с.у

$5X+4y=100$

$4y=100-5X$

правая сторона делится на 5, значит и левая должна делится

∃ $y=20$

при $y=20$

$4\cdot20=100-5X$

$100-5X=80$

$5X=20$

$X=4$

трицасовых 4
саблезубых 20

⇓

след. уравнение

∃ X – хвосты у саблезуб.

тогда С – $20X$

зная, что всего хвостов 64, а у Трицас. по 1 хвосту с.у

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$4+20x=64$

$20x=64-4$

$20x=60$

$x=3$

у саблез. хвостов 3

Ответ: по 3 хвоста.

Проверка

Т – 4 по 1 хвос. и 5 ног

С – 20 по 3 хвос. и 4 ног.

хвостов – $4\cdot1+20\cdot3=64$ ✓

ног – $4\cdot5+20\cdot4=100$ ✓

+

№3.

$S_{▭}=a\cdot b$

$S_{▭}=9\cdot11=99$

⇓

квадратных отжеков стороно 1 см

$S_{□}=a\cdot a$

$S_{□}=1\cdot1$ ⇒ 99 квад

мы знаем, что отметили 200 точек и не задели линии, значит все точки внутри этих квадратиков.

1) если в квадратах по 1 точке, то точек будет 99, а надо 200

2) если в квадратах по 2 точки, то точек будет 188, а надо 200

+

⇓

200 – 188 = 2 точки остаётся, значит либо в 1 квадрате будет 4 точки, либо в двух квадратах по 3 точки

ч.т.д.

№5.

1) Если весы показывали на 1 золотник ~~больше~~ меньше, то

вместо 6 зол. было 7 зол.
вместо 3 зол. было 4 зол.
вместо 2 зол. было 3 зол.

$\boxed{7 = 4 + 3}$

2) Если весы показывали на 1 золотник ~~меньше~~ больше, то

вместо 6 зол. было 5 зол.
вместо 3 зол. было 2 зол.
вместо 2 зол. было 1 зол.

$5 \neq 2 + 1$

+

3) Если весы показывали на 2 золотника ~~меньше~~ больше, то

вместо 6 зол. было 4
вместо 3 зол. было 1
вместо 2 зол. было 0

$4 \neq 1 + 0$

4) Если весы показывали на 2 золотника ~~больше~~ меньше, то

вместо 6 зол. было 8
вместо 3 зол. было 5
вместо 2 зол. было 4

$8 \neq 5 + 4$

~~[illegible]~~ а больше 3 мы не можем, т.к мин. 2 золотника

⇓

~~Ответ~~:

весы ~~ошибали~~ показывали на 1 золотник меньше. т.к

Ответ: 1 часть – 4
2 часть – 3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Можно предположить, что сотрудников из отдела iOS больше, т.к они получили меньше сообщений от сотрудников Android, значит сотрудников Android меньше. Android сотрудники получили много смс от iOS, т.к сами они отправили только 7.

Ответ: сотрудников отдела iOS больше ⊕

№2.

$n^2+n+2 \not\vdots\ 2019$

Т.к. если n^2+n+2 будет делиться на 2019, оно ~~может~~ будет равно 2019, 4038, 6055 и т.д. проверим, может ли он делиться на эти числа

$n^2+n+2=2019$
$n^3+2=2019$
$n^3=2017$
нет такого n

$n^2+n+2=4038$
$n^3+2=4038$
$n^3=4036$
нет такого n, ∓
т.к. послед. цифра 6 => последняя цифра числа n должен быть 6 ($6\cdot6\cdot6=21\textcircled{6}$)
$16\cdot16\cdot16=4096$
по такому принципу все остальные числа проверяем

$n^3\neq6053$ нет такого n

$n^3=8072$ нет такого n

$n^3=10091$ нет тако n

$n^3=12110$ нет такого n

Ответ: не может делиться на 2019

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МБОУ „СОШ №19"

Место проведения

UU 51-62

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Шашкин

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Вадимович

Дата рождения 24.02.2002 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 51 -62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть x – мальчиков на I курсе

a – студентов на I курсе

y – мальчиков на всём факультете

b – студентов на всём факультете

Тогда:

$\frac{x}{a} > \frac{y}{b}$

Сравнить: $\frac{a}{y} \dots \frac{a}{b}$

1) т.к. x, a, y, b – кол-во человек, то $\{x, a, y, b\} \ni N$

2) $\frac{a}{y} \dots \frac{a}{b}$ можно обе части разделить на a, т.к. $a > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{y} \dots \frac{1}{b}$

3) $y \neq b$, т.к. студенты на всём фак-е = мальчики + девочки.

если $y = b$, то $\frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{a} > 1$, что не может быть, т.к. мальчиков на I курсе не может быть больше всех первокурсников $\Rightarrow$

$\Rightarrow y < b \Rightarrow \frac{1}{y} > \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{a}{y} > \frac{a}{b}$ ч.т.д. (+)

№2.

1) чтобы число делилось на 2019, нужно, чтобы он делилось на 3. ✓

Тогда n^2+n+17 должно делится на 3 без остатка $\Rightarrow$

$\Rightarrow n^2+n+17 = \underline{17+1} + 3k$

$n^2+n-1 = 3k$

пусть $n^2+n-1=3k$ верное равенство, тогда

$$3(k+1)=(n+1)^2+(n+1)-1$$

∓

$$3k+3=n^2+2n+1+n+1-1$$

$$n^2+n-1+3=n^2+3n+1$$

$$n+2=3n+1$$

$$2n=1$$

$n=\frac{1}{2}$ равенство неверное, т.к. по условию дано, что $n\in N$

$\Downarrow$

n^2+n+17 не делится на 3 без остатка

$\Downarrow$

n^2+n+17 не делится на 2019 ч.т.д.

№4.

Пусть x – запасы Сиропчика

y – запасы Пончика

z – время, за которое коротышки съели свои запасы.

Тогда по условиям задачи составим систему ур-й:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ z\cdot\frac{x}{45}=y & |\cdot 45 \\ z\cdot\frac{y}{20}=x & |\cdot 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} zx=45y \\ zy=20x \end{cases}$$ т.к. $\{z,x,y\}>0$, то можно разделить 1 уравнение на 2 | $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{zx}{zy}=\frac{45y}{20x}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{9}{4}\frac{y}{x}$$

$4x^2 = 9y^2$, т.к. $\{x; y\} > 0$, то обе части уравнения можно возвести под корень $\Big) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x = 3y$

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ x + y = 100 \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ 2x + 2y = 200 \end{cases}$$

$5y = 200$

$$\begin{cases} y = 40 \\ x + y = 100 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$x = 60$ кг ; $y = 40$ кг

$\frac{60 \text{ кг}}{45 \text{ дней}} = \frac{4}{3}$ кг/день

$\frac{40 \text{ кг}}{20 \text{ дней}} = 2$ кг/день

+

Ответ: Пончик съест 40 кг, с прожорливостью $\frac{4}{3}$ кг/день
Сиропчик съест 60 кг с прожорливостью 2 кг/день

№5

$\sqrt{2019 + \sqrt{2019 \ldots + \sqrt{2019}}} < 2019$

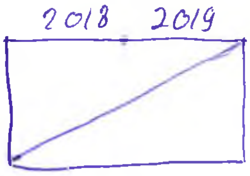
1) $2019 = \sqrt{2019 \cdot 2019} = \sqrt{2019 \cdot \sqrt{2019 \cdot 2019}}$ и так далее до 2019 раз $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2019 = \sqrt{\underbrace{2019 \cdot \sqrt{2019 \ldots \cdot \sqrt{2019 \cdot 2019}}}_{2019 \text{ раз}}} \Rightarrow 2019 > \sqrt{2019 + \sqrt{2019 \ldots + \sqrt{2019}}}$

+

т.к. при умножении на натуральное число получаем больше, чем при сложении

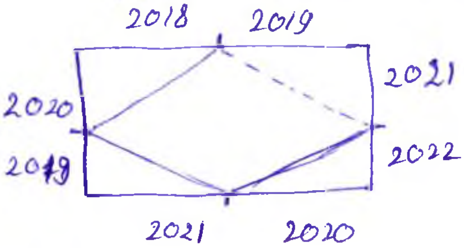
№3



Чтобы второй пловец проплыл быстрее первого, нужно, чтобы его путь был меньше =>

=> расстояние от двух соседних точек на берегах было всегда меньше средней линии треугольника, в котором есть ~~вын~~ диагональ прямоугольника

Такое расстояние можно сделать только 3 раза, а последнее будет больше средней линии.

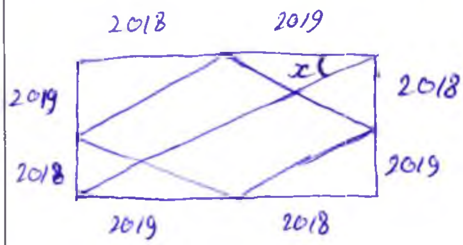


заштрихованное расстояние будет больше средней линии

вывод неверен

II пловец не может построить путь, короче чем у I-го.

Но если он построит путь так:



то его путь будет равен пути I-го:

$S_1 =$ путь I-го

$S_2 =$ путь II-го

почему нельзя меньше?

$\mp$

$$S_1 = 2 \cdot \frac{4037}{\cos x}$$

$$S_2 = 2 \cdot \frac{2018}{\cos x} + 2 \cdot 2019 / \cos x$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2 \cdot 4037 \cdot \cos x}{\cos x \cdot 2(2018+2019)} = 1$$

Ответ: нет, не может; $\frac{S_1}{S_2} = 1$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г КАЛИНИНГРАД

Место проведения

ЮV 46-93

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ ШИБАЕВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 29.10.2004

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Пусть пятиногих было х штук, а многохвостных у.
Пусть у каждого многохвостного головастика по К хвостов.
По условию задачи:

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ 1\cdot x+ky=64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+4y=100 \\ x=64-ky \end{cases}$$

$$\begin{cases} 320-5ky+4y=100 \\ x=64-ky \end{cases}$$

$$\begin{cases} 220=y(5k-4) \\ x=64-ky. \end{cases}$$

т.к. у - натуральное ⇒ $5k-4$ тоже $\in N$.

Рассмотрим все натуральные делители 220:
1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 24, 55, 110, 220.

$5k-4\equiv 1 \pmod 5$, т.к. $5k-4$ - делитель 220, то рассмотрим все делители 220, остаток которых при делении на 5 = 1

$1\equiv 1 \pmod 5$

$11\equiv 1 \pmod 5$

Если $5k-4=1 \Rightarrow k=1 \Rightarrow 220=y\cdot 1 \Rightarrow y=220$. Но если $y=220$, то $220\cdot 4>100 \Rightarrow k\neq 1$.

Если $5k-4=11 \Rightarrow k=3. \Rightarrow y=\frac{220}{11}=20.$

$x=64-20\cdot 3=4$

$5\cdot 4+4\cdot 2=100$ - все верно ⇒ $k=3$.

Ответ: по 3 хвоста.

+

Задача №2.

Предположим, что число $n^2+n+2 \vdots 2019$.

$2019 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow$

$n^2+n+2 \equiv 0 \Rightarrow n^2+n \equiv 1 \pmod 3$, т.е. n^2+n должно давать остаток 1 при делении на 3.

Рассмотрим таблицу остатков на 3:

ост. n	n^2	сумма
0	0	0
1	1	2
2	1	$3 \equiv 0$

, как мы видим, при сложении n^2+n не получается ни в каком случае число, дающее остаток 1, при делении на 3 $\Rightarrow n^2+n+2 \not\vdots\, 3 \Rightarrow n^2+n+2 \not\vdots\, 2019$.

+

Ответ: нет, не может.

Задача №4.

Пусть у Пончика было x кг. варенья и он ел его со скоростью $v_x \frac{кг}{день}$, а у Сиропчика было y кг и скорость $v_y \frac{кг}{день}$.

По условию:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{x}{v_x} = \frac{y}{v_y} \\ \frac{x}{v_y} = 20 \Rightarrow v_y = \frac{x}{20} \\ \frac{y}{v_x} = 45 \Rightarrow v_x = \frac{y}{45} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{x \cdot 45}{y} = \frac{y \cdot 20}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 4y^2 = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x=2y \end{cases}$$

$$-\begin{cases} y=100-x \\ y=1{,}5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2{,}5x=100 \\ x=40кг. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ x=40кг \end{cases} \Rightarrow y = 60кг.$$

+

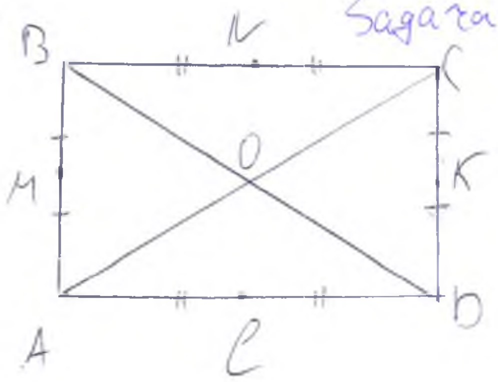
$\frac{40кг}{v_y} = 20_{дней} \Rightarrow V_y = 2\frac{кг}{день}$

$\frac{60кг}{v_x} = 45_{дней} \Rightarrow V_x = \frac{4}{3}\frac{кг}{день}$

Ответ: у Пончика было 40кг и прожорливость $\frac{4}{3}\frac{кг}{день}$, а у Сиропчика было 60кг и прожорливость $2\frac{кг}{день}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3



BN=NC, CK=KD, DL=LA, AM=MB

$MN+NK+KL+LM=BD+AC=2AC$, т.к

MN- средняя линия △ABC, => $MN=\frac{1}{2}AC$

KL-средняя линия △ACD => $KL=\frac{1}{2}AC$

аналогично $NK=\frac{1}{2}BD=ML$.

„Закрепим" точку L, и начнем двигать K по CD. Если K начнем двигать к C, то KL увеличется на x, NK уменьшится на x и если K начнем двигать к D, то KL уменьшится на x, NK увеличится на x. и т.д. т.е. если мы какой либо отрезок уменьшаем или (увеличиваем) на x ед, то все другие отрезки в сумме либо увеличатся либо (уменьшатся) на x. т.е. их суммарная длина не изменится. В нашем случае мы немного сдвинули точку L, но по доказанному суммарная длина всех отрезков не изменится => вторая мошка проползет столько же сколько и первая, но не больше

это неверно

∓

Ответ нет, не сможет.

Задача №5

Предположим, что решение есть, тогда:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\dots\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2}=1 \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x^2-1)(x^2)=$$

$$=(x+1)(x+2)\dots(x^2-1)(x^2)+x\cdot(x+2)(x+3)\dots(x^2-1)\cdot(x^2)+x(x+1)(x+3)\dots(x^2-1)(x^2)\dots$$

$\dots(x)(x+1)(x+2)\dots(x^2-1)$. Это неверно => решений нет.

Не обосновано

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Калининград

Место проведения

αМ39-01

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Шнейдерис

ИМЯ Герардас

ОТЧЕСТВО Герардович

Дата рождения 2005. 05 июня

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2018
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

В квадрате 9 на 11 см который Шпунтик разминовал будет 99 маленьких квадратиков. 200 : 99 = 2 (остаток 2)

⇓

даже если Винтик расположит Iые 198 заклёпок максимально равномерно, то в каждом маленьком квадратике будет 2 заклёпки. А ему нужно будет поставить ещё 2 заклёпки.

(+)

⇓

Ответ: обязательно будет отсек на котором 3 и более заклёпок.

№5

Пусть то насколько ошибаются весы = x (x может быть отрицательным). Мы знаем что настоящий вес 2 частей на которые поделили в сумме даёт настоящий вес всего порошка. ⇒ можно сделать уравнение

(+)

$6 + x = (3 + x) + (2 + x)$

$6 + x = 3 + x + 2 + x$

$6 + x = 5 + 2x$

$-x + 2x = 5 - 6$

$+x = -1$

~~x=I~~

весы ~~прибавляют~~ отнимают 1 золотник ⇒ от настоящего веса.

⇓

настоящий вес Iой части = 3 + 1 = 4 золотника

настоящий вес IIой части = 2 + 1 = 3 золотника

Ответ: настоящий вес частей 4 и 3 золотника

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

чтобы узнать сколько хвостов у одного головастика саблезубой лягушки (далее ГСЛ). Нужно ~~узн~~ на общее количество хвостов ГСЛ поделить на количество ГСЛ. ~~Атк~~ чтобы узнать количество хвостов ГСЛ нужно из общего количества хвостов (64) вычесть количество хвостов головастико триасовой диногмоси (далее ГТД).

А для этого нужно знать количество ГТД ⇒

⇒ нужно узнать сколько ГСЛ и сколько ГТД.

Мы знаем сколько ног у 1 ГСЛ и 1 ГТД, из этого будем исходить. Всего ног 100. ~~Если~~ ~~обо~~ Можно сделать уравнение: $5 \cdot ГТД + 4 \cdot ГСЛ = 100$.

Так как $5 \cdot ГТД$ в любом случае заканчивается на 5 или 0, то чтобы дополнить его до 100 $4 \cdot ГСЛ$ тоже должно заканчиваться на 5 или 0 ⇒ ~~для~~ $(4 \cdot ГСЛ) \vdots 5$

~~Будет~~ Есть несколько вариантов:

I ГСЛ 5 ГТД 16 $(16 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 80 + 20 = 100)$

II ГСЛ 10 ГТД 12 $(12 \cdot 5 + 10 \cdot 4 = 60 + 40 = 100)$

III ГСЛ 15 ГТД 8 $(8 \cdot 5 + 15 \cdot 4 = 40 + 60 = 100)$

IV ГСЛ 20 ГТД 4 $(4 \cdot 5 + 20 \cdot 4 = 20 + 80 = 100)$

Теперь нужно проверить

Iый: так как ГТД 16 то и хвостов у них 16. ⇒ у ГСЛ хвостов всего $= 64 - 16 = 48$. Но 48 не делится на 5 ⇒ Iый вариант не подходит.

Для следующих вариантов сделаем формулу аналогичную этой. ~~[illegible]~~ $64 - (ГТД \cdot 1) = x$; если $x \vdots ГСЛ$ вариант правильный ($x \not\vdots ГСЛ$ вариант неправильный)

II ой вариант:

64 − (12·1) = 52 ; 52 на 10 не делится ⇒ II ой не подходит

III ий вариант: 64 − (8·1) = 56 ; 56 % 15 ⇒ III ий не подходит

IV ый вариант: 64 − (4·1) = 60 ; 60 $\vdots$ 20 ⇒ IV вариант подходит

⇓

ГСЛ 20 ГТВ и верно ⇒ т.к. у ГСЛ 60 хвостов, а ГСЛ 20 ⇒

⇒ 60 у 1 ГСЛ 3 хвоста (60 : 20 = 3)

⇓

+

Ответ: у головастика саблезубой лягушки 3 хвоста

№ 2

$\vdots$ значит делится   % значит не делится

Чтобы $(n^2+n+2) \vdots 2019$

Надо чтобы: $n^2 \vdots 2019$ и $(n+2) \vdots 2019$

или

$(n^2+n+2) \vdots 2019$ | $n^2 \% 2019$ и $(n+2) \% 2019$

Рассмотрим Iый случай

Чтобы $n^2 \vdots 2019$

Нужно чтобы ~~n~~ $n \vdots 2019$ или $n^2 \vdots 2019$ (но $n \% 2019$)

Рассмотрим I.Iый случай

Если $n \vdots 2019$ то $n^2 \vdots 2019$ НО $n+2 \% 2019$ (2019+2=2021 % 2019)

Рассмотрим I.IIой случай

Если $n^2 \vdots 2019$ (но $n \% 2019$) почему?

то такое n лишь одно. Попытаемся его найти:

Возьмём 40. $40^2 = 40 \cdot 40 = 800 \Rightarrow n > 40$. Возьмём 50. $50^2 = 50 \cdot 50 =$

$= 2500 \Rightarrow 40 < n < 50$. Возьмём 45. $45^2 = 45 \cdot 45 = 2025 \Rightarrow$ ~~44~~ $40 < n < 45$

Возьмём ближайшее к 45, 44. $44^2 = 44 \cdot 44 = 1936 \Rightarrow$ n - несуществует

⇓

Iый случай ($n^2 \vdots 2019$ и $n+2 \vdots 2019$) не подходет

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим IIой случай

Если $n^2+n+2 \vdots 2019$ ($n^2 \not\vdots 2019$ и $(n+2) \not\vdots 2019$), то есть

~~е~~ два случая

$n^2+n+2=2019$ или $n^2+n+2 \neq 2019$ и $n^2+n+2 \vdots 2019$

Рассмотрим 2.Iый случай

Если $n^2+n+2=2019$ то $n^2+n=2017$ ~~[illegible]~~ $\Rightarrow n^2<2017$

Но $45^2=45\cdot45=2025 \Rightarrow n<45$; $44^2=44\cdot44=1936 \Rightarrow n<=44$

~~Так~~ Если $n=44$, то $44^2+44+2=2019=1936+46=1982\neq2019 \Rightarrow$

$\Rightarrow n\neq44 \Rightarrow n^2+n+2\neq2019 \Rightarrow$ случай II.I не подходит

Остается только случай

$n^2+n+2 \vdots 2019$ ($n^2 \not\vdots 2019$; $(n+2) \not\vdots 2019$; $n^2+n+2 \neq 2014$)

Можно ещё сказать что $n \not\vdots 2019$ так как, если $n \vdots 2019$ то $n^2 \vdots 2019$, но $(n+2) \not\vdots 2019 \Rightarrow n^2+n+2 \not\vdots 2019$.

И то что $(n^2+n) \not\vdots 2019$ так как если $(n^2+n) \vdots 2019$, то $(n^2+n+2) \not\vdots 2019$

Также $n^2+n+2 \vdots 673$ так как $2019 \vdots 673$

К тому же $n^2+n+2 \vdots 3$ так как $2019 \vdots 3$

$(n^2+n+2) \not\vdots n$

[illegible]

[illegible] $n^2+n+2 \vdots 2019$ только если $n+2 \vdots 3$

так как $n+2 \vdots 3$ то и $n^2+2 \vdots 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow n^2+n+1 \vdots 3 \Rightarrow n^2+n+2 \not\vdots 3 \Rightarrow n^2+n+2 \not\vdots 2019$

Ответ: нет такого n чтобы $n^2+n+2 \vdots 2019$

± рассуждения не полны

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-300

Место проведения

КТ 42-34

шифр

← **Не заполнять**

Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ШТУбА

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 10.02.2002

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.2019

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Штуба

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

① Пусть

x – мальчики на первом курсе

y – люди с первого курса

z – мальчики на всем факультете

t – весь факультет

Тогда по условию:

$\frac{x}{y} > \frac{z}{t}$, а нужно ~~доказать~~ сравнить $\frac{x}{z} \nabla \frac{y}{t}$.

$$\Updownarrow$$

$$\frac{x}{y} \nabla \frac{z}{t} \Rightarrow$$

по условию

+

=> Первокурсников среди всех мальчиков факультета больше

② Если число делится на 2019, то оно делится и на 3 и на 673.

Пусть а) $n \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n+17 \equiv 0+0+2 = 2 \pmod 3$, т.е не делится на 3.

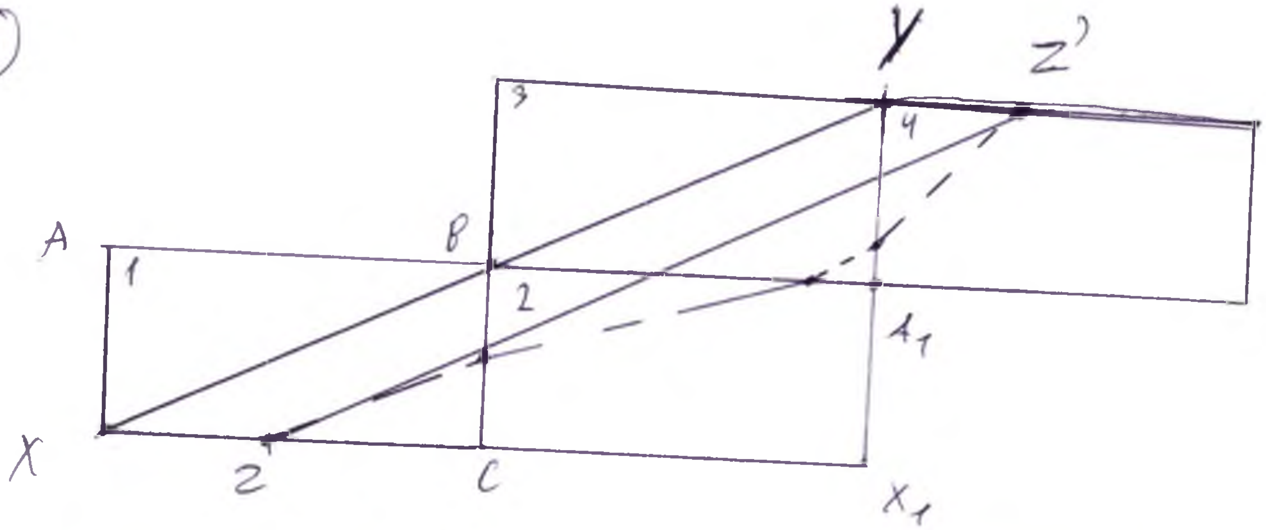
+

б) $n \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n+17 \equiv 1+1+2 = 1 \pmod 3$, т.е не делится на 3

в) $n \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow n^2+n+17 \equiv 1+2+2 = 2 \pmod 3$, т.е не делится на 3 =>

② Продолжение: => из а) б) и в) =>
n^2+n+17 не делится на 3 при любом натуральном n => оно не делится на 2019.

③



Пусть $XABC$ – исходный карьер, тогда отразим его сначала относительно BC, ~~пот~~ потом BA_1, потом XA_1.
Тогда весь путь первого – XY, а

~~[illegible]~~

Z – точка старта второго, Z' – точка, куда он приплывает. Заметим, что тогда ломанная проходящая через отрезки BC, BA_1, YA_1 с концами в точках Z и Z' – путь второго пловца. Очевидно, что он достигает минимальной длины, когда ZZ' – отрезок.

③ Продолжение: Тогда нужно сравнить XY и ZZ'. Заметим, что $XZ \parallel YZ'$ в силу отражений и что $XZ = YZ'$ по тем же соображениям => $XYZ'Z$ - параллелограмм => $XY =$ ~~[illegible]~~ ZZ' => ~~[illegible]~~ минимальный путь второго равен длине пути первого => Второй не ~~С~~может выбрать путь короче первого и минимальное отношение большего пути к меньшему равно 1.

+

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

④ Пусть x кг - кладовая Пончика

y кг - кладовая Сиропчика

X кг/д - ~~[illegible]~~ прожорливость Пончика

Y кг/д - прожорливость Сиропчика

По условию: $x + y = 100$ кг. $\frac{x}{X} = \frac{y}{Y}$

$\frac{x}{Y} = 20$ д $\quad \frac{y}{X} = 45$ д.

а) $x = 20 \cdot Y$ кг; $y = 45 \cdot X$ кг =>

$\Rightarrow \frac{x}{\cancel{X}} = \frac{y}{Y} \Leftrightarrow 45X^2 = 20Y^2 \Leftrightarrow 2Y = 3X \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{y}{\cancel{X}} = 20 \Leftrightarrow \frac{x}{X} = 30$ д.

б) $\frac{x}{X} = \frac{y}{Y} = 30 \Rightarrow \frac{x+y}{X+Y} = \frac{x}{X} = 30 \Rightarrow$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

④ Продолжение: $\Rightarrow X + Y = \frac{x+y}{30} = \frac{100}{30}$,

$Y = \frac{3}{2}X \Rightarrow X = \frac{4}{3}$ кг/д, $Y = 2$ кг/д $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40$ кг, $y = 60$ кг. +

Ответ: $x = 40$ кг, $X = \frac{4}{3}$ кг/д, $y = 60$ кг, $Y = 2$ кг/д.

⑤ Заметим, что

$$\sqrt{2019+\sqrt{2019+\sqrt{\ldots+\sqrt{2019}}}} <$$

$$< \sqrt{2019+2019+\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}}} <$$

$$< \sqrt{2019+2019+2019+\sqrt{2019+\sqrt{\ldots}}} <$$

$$< \ldots < \sqrt{\underbrace{2019+2019+\ldots+2019}_{2019\text{ раз}}} <$$

$$< \sqrt{2019^2} = 2019 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ неравенство верно. +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

Й488-36

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ШУМАРИН

ИМЯ ВАЛЕРИЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 31.01.2002. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

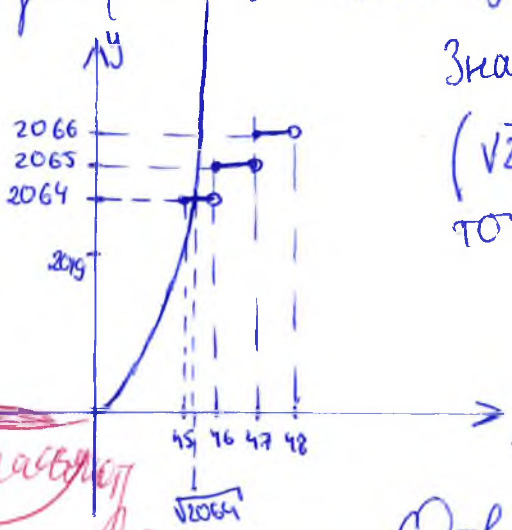
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ СЧ88-36

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если $[x]=46$, т.е. $x^2 \in [2136; 2208]$, то $x^2=2019+46=$ $=2065$ Но $2065 \notin [2136; 2208]$.

Заметим, что когда $2019+[x]$ увеличивается на 1 x^2 пробегает более 50 значений. Т.е. функция $y=x^2$ возрастает быстрее, чем $y=2019+[x]$

На графике это выглядит так:



не раскрыт

Значит, при $[x] \geq 45$, точка $(\sqrt{2064}; 2064)$ - единственная точка пересечения

Значит, $x=\sqrt{2064}$ - единственное решение

Ответ: $\sqrt{2064}=x$.

∓

Не только!

№4.

Пусть x – производительность 1; y – производительность 2, z – производительность 3, k – производительность 4. Тогда по условию:

$$\begin{cases} 4x+y+2z+5k=10 & (1) \\ 2x+3y+2z+k=7 & (2) \\ 5x+2y+z+4k=14 & (3) \end{cases}$$

Мы ищем $4x+4y+4z+4k=?$

Сложив (1) и (2) получим: $6x+4y+4z+6k=17$. (4)

Сложив (1) и (3) получим: ~~8~~$9x+3y+3z+9k=24$. (5)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть на 1 курсе x мальчиков и y девочек, а вовсем университете k мальчиков и m девочек.

Тогда по условию $\frac{x}{x+y} > \frac{k}{k+m}$

А нам надо сравнить числа $\frac{x}{k}$ и $\frac{x+y}{k+m}$

$\frac{x}{k} \vee \frac{x+y}{k+m}$ Число $k>0$, значит, можем умножить обе части на него:

$x \vee \frac{k(x+y)}{k+m}$ Число $(x+y)>0$, значит, на нио можно поделить обед части:

$\frac{x}{x+y} \vee \frac{k}{k+m}$. По условию $\frac{x}{x+y} > \frac{k}{k+m}$, значит, и $\frac{x}{k} > \frac{x+y}{k+m}$

Ответ: ~~число~~ доля первокурсников среди мальчиков больше ~~числа~~ доли студентов 1 курса среди всех студентов.

+

№2.

$x^2 - [x] = 2019$

$x^2 = 2019 + [x]$ $[x] > 0 \Rightarrow x^2 > 2019$.

Т.к. $x^2 > 2019$, т.е. $x > \sqrt{2019}$, то $[x] > 44$.

Итак, если $[x] = 45$, то $x^2 = 2064$, т.е. $x = \sqrt{2064}$

$[2064] = 45$, значит, $x = \sqrt{2064}$ - решение.

Система примет вид: $\begin{cases} (1) \\ (4) \\ (5). \end{cases}$

Вычтем из (5) (4): $3x-y-z+3k=7.$ (6).

Вычтем из (4) (6): $3x+5y+5z+3k=10$ (7).

Сложим (7) и (4): $9x+9y+9z+9k=27.$

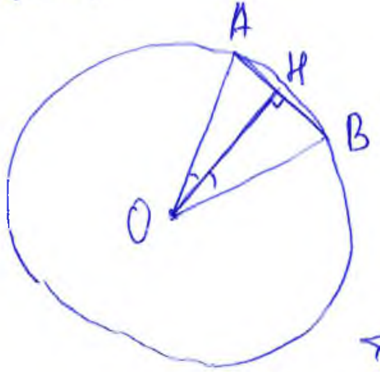
Значит, $x+y+z+k=3$

Тогда $4x+4y+4z+4k=12.$

+

Ответ: 12 млн. т. угля добыли бы за 4 месяца все 4 бригады, работая вместе.

№5.



$\angle AOB = \frac{360^\circ}{2^{2019}}$ по условию.

Т.к. $\triangle AOB$ - равнобедренный, то OH - высота и биссектриса.

Тогда $\angle HOB = \frac{360^\circ}{2^{2020}} = \frac{1}{2}\angle AOB.$

Тогда из $\triangle HOB$: $OH = OB \cdot \cos HOB.$

±

$$OH = \rho(O; AB) = 1 \cdot \cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2020}}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{1+\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2019}}\right)}{2}} = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{\frac{1+\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2018}}\right)}{2}}}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+2\cdot\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2018}}\right)}}}{2} = m$$

~~Пусть верно, что $\frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{\text{к корней}}{}+2\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2020-k}}\right)}{2} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{\text{k+1 корень}}{}+2\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2019-k}}\right)}{2}$, $k\in \mathbb{Z}$.~~

$$\frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{\text{к корней}}{}+2\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2020-k}}\right)}{2} =$$

$$= \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}}_{\text{к корней}}{}+2\sqrt{\frac{1+\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2019-k}}\right)}{2}}}{2} =$$

$$= \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{\text{k+1 корень}}{}+2\cancel{2}\cos\left(\frac{360^\circ}{2^{2019-k}}\right)}{2} \text{ при } k\in N$$

Значит, наше число m при таких преобразованиях (мат. индукция) перейдёт в вид:

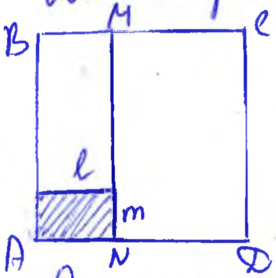
$$m = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{\text{2018 двоек}}{}+\cos 90^\circ}{2} = \frac{\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{2018}}{2}$$

подробности?

чтд.

№3.

Если инструмент длины l, ширины m, причём и $l \leq 1,5$м и $m \leq 1,5$ м, то все точки отсека могут задавать параметры инструмента. Почему:



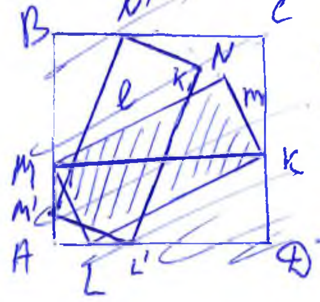
Поставим его как на рисунке. Тогда подвинем его вверх до упора. Т.к. $m \leq 1,5$м, то все точки ABMN пройдутся границей. Далее для каждого его положение в этом прямоугольнике будем двигать его до упора вправо. Опять же $l \leq 1,5$м. Тогда все точки пройдутся. Таким образом покроем весь квадрат

Рассмотрим отдельно случай, когда $m = l = 3$м. тогда ГМТ этих точек - граница квадрата ABCD

Рассмотрим когда, например $l > 3$м. Очевидно, что тогда $m < 3$м, иначе $S_{инстр.} = lm \geq 9 > S(ABCD)$, т.с. он не поместится.

Так же он не поместится строго вертикально или горизонтально

Расположим его так, чтобы еще больше его наклонить было нельзя (как на рисунке ~~2~~ 3).



~~Двигая точки M и L на сторонах AB и AD мы можем немного поворачивать инструмент.~~

~~До состояния M, L, K, N, симметричного относительно AC.~~

рис. 2.

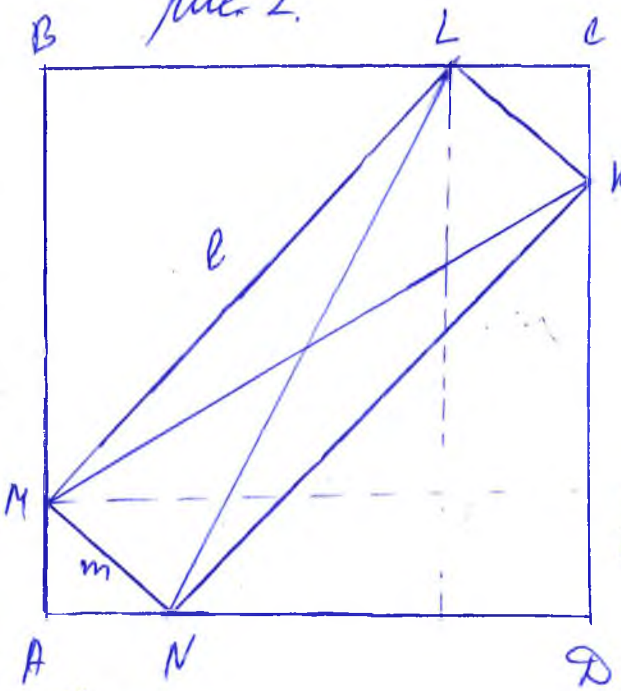
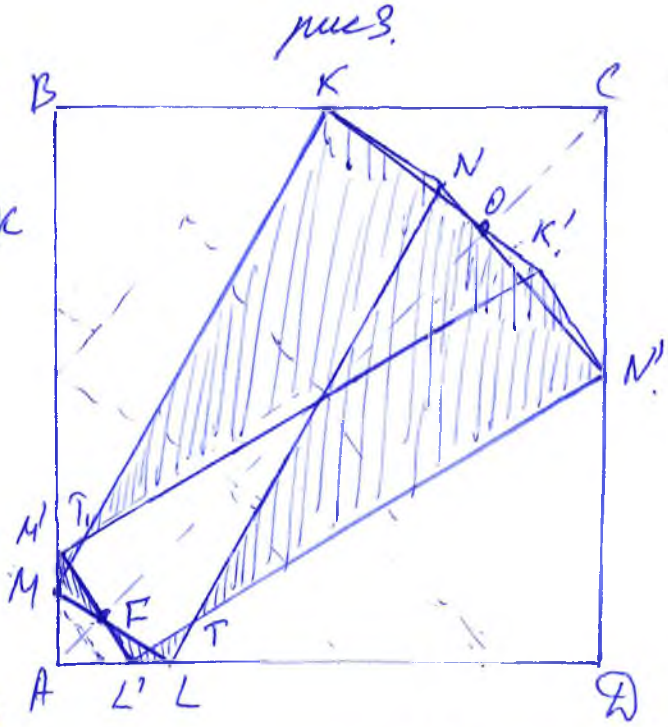


рис. 3.

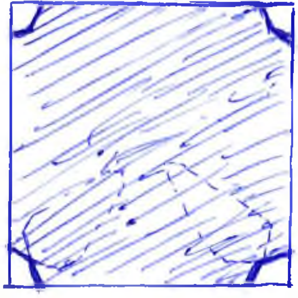


Держа точки M и L на AB и AD можем покрутить MLNK до $M_1L_1N_1K_1$, симметричный ему относительно AC.

Т.к. M и L двигаются по прямой, то и K и N движутся по прямой. Тогда граница обходит полностью $\triangle MM_1F$, $\triangle LL_1F$, $\triangle N'K'O$, $\triangle KNO$; $\triangle LL_1T$; $\triangle MFM_1$; $\triangle KT_1K_1$ и $\triangle NTN'$.

Так же тоже самое происходит при повороте на 90°. Тогда получим симметричную фигуру. Но мы можем в положениях между MLNK и $M_1L_1N_1K_1$ двигать инструмент перпендикулярно M_iL_i и тогда все внутренние проблески закрасятся оставив только рис 4):

рис. 4.



их можно подсчитать. MN наклонена к AD на угол α, т.ч. $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{m^2+l^2}} \Rightarrow$ ~~К А~~ $AM = \frac{1}{2}(3 - MK \cdot \sin\alpha) =$
$= \frac{1}{2}\left(3 - \sqrt{m^2+l^2} \cdot \sqrt{\frac{m^2+l^2-9}{m^2+l^2}}\right) = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{m^2+l^2-9})$.

Отметив таким образом инструмент получим точку Г.

И в последнем случае, когда $1,5 < l \leq 3$, а $m > 1,5$

Там происходит все то же самое, но мы еще можем как в первом случае положить горизонтально и вертикально. Тогда уже заполнятся опять все точки.

до итоговых max. размеров не доведено

F

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

мю 50-77

шифр

← **Не заполнять**

Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ЩЕРБАКОВА

ИМЯ ВИКТОРИЯ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 20.12.2002

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 10.02.19

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть M_{1K} - количество мальчиков на первом курсе
$1K$ - кол-во всех студентов первого курса (и мальчиков и девочек)
M - кол-во мальчиков на всём факультете
Φ - кол-во всех студентов на факультете (и мальчиков и девочек).

Тогда из условия ясно:

$$\frac{M_{1K}}{1K} > \frac{M}{\Phi} \quad (1)$$

Тогда найдём ответ на вопрос, поставленный в задаче: $\frac{M_{1K}}{M} \vee \frac{1K}{\Phi}$ (2)

$$(1):\ \frac{M_{1K}}{1K} > \frac{M}{\Phi}$$

$$\frac{M_{1K}}{1K} - \frac{M}{\Phi} > 0$$

$$\frac{M_{1K}\cdot\Phi - M\cdot 1K}{1K\cdot\Phi} > 0 \quad \Big\| \cdot (1K\cdot\Phi) > 0$$

$$M_{1K}\cdot\Phi - 1K\cdot M > 0 \quad (*)$$

Теперь преобразуем (2)

$$(2):\ \frac{M_1K}{M} \vee \frac{1K}{\Phi}$$

; Для того, чтобы сравнить, вычтем из одного другое, чтобы если получилось выражение >0, то первое больше, иначе второе больше:

$$\frac{M_1K}{M} - \frac{1K}{\Phi} = \frac{\overbrace{M_{1K}\cdot\Phi - 1K\cdot M}^{(*)\ >0}}{\underbrace{M\cdot\Phi}_{>0}} > 0, \text{ т.е. } \frac{M_1K}{M} > \frac{1K}{\Phi}$$

+

Ответ: в процентном соотношении первокурсников среди всех мальчиков факультета больше чем всех студентов 1 курса среди студентов факультета

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

n^2+n+17, $n \in N$, делится ли на 2019?

Заметим, что $2019 \vdots 3$, тогда если $(n^2+n+17) \vdots 2019 \Rightarrow$
$\Rightarrow (n^2+n+17) \vdots 3$.

Рассмотрим выражение n^2+n+17

$17 \underset{3}{\equiv} 2$ тогда чтобы $(n^2+n+17) \vdots 3$

обязательно нужно чтобы $(n^2+n) \underset{3}{\equiv} 1$

Также заметим, что $n^2+n = n(n+1)$ ← произведение 2-ух последоват. чисел

А произведение 2-ух натуральных чисел. последовательных чисел ~~(к тому же ещё и натурал~~ при делении на 3 даёт остатки только 0 и 2

(легко убедиться на любом примере: $1 \cdot 2 \underset{3}{\equiv} 2$ или $2 \cdot 3 = 6 \underset{3}{\equiv} 0$)

Т.е $(n^2+n) \underset{3}{\equiv} \left[\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right.$, т.е. $(n^2+n) \underset{3}{\not\equiv} 1$;

Таким образом получаем, что

$(n^2+n+17) \underset{3}{\not\equiv} 0$, т.е. т.к. $2019 \underset{3}{\equiv} 0$, то

$(n^2+n+17) \not\vdots\ 2019$

Ответ: число (n^2+n+17) не делится на 2019 ни при каких $n \in N$

↓ решение следующих задач.

№4

Пусть П - количество кг варенья в кладовой у Пончика, а С - кол-во кг. варенья - у Сиропчика, тогда по условию $\boxed{П+С=100кг}$ (4)

Также по условию заметим, что если бы

$П = С \rightarrow \frac{С}{υ_п} = 45$, где $υ_п$ - прожорливость Пончика,

А также, если бы $С=П \rightarrow \frac{П}{υ_с} = 20$, где $υ_с$ - прожорливость Сиропчика

$\left(υ_п / υ_с = \frac{\text{кол-во пончиков}}{\text{1 день}} \right)$

$$\begin{cases} \frac{С}{υ_п} = 45 \\ \frac{П}{υ_с} = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} С = 45 \cdot υ_п \\ П = 20 \cdot υ_с \end{cases} \quad (*)$$

Также из условия ясно, что $\boxed{\frac{П}{υ_п} = \frac{С}{υ_с}}$ (3), тогда подставим в это выражение выраженные П и С из (*), получим:

$$\frac{20 \cdot υ_с}{υ_п} = \frac{45 \cdot υ_п}{υ_с}$$

$$20 υ_с^2 = 45 \cdot υ_п^2$$

$$\frac{υ_с^2}{υ_п^2} = \frac{45}{20}$$

$$\frac{υ_с}{υ_п} = \sqrt{\frac{45}{20}}$$

$$\frac{υ_с}{υ_п} = \frac{3\cancel{\sqrt5}}{2\cancel{\sqrt5}} \quad (***)$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(***) продолжение 4-ой задачи:

$\frac{\upsilon_c}{\upsilon_п} = \frac{3}{2}$, тогда из (3) выражения:

$$\frac{П}{\upsilon_п} = \frac{С}{\upsilon_c} \Rightarrow \frac{\upsilon_c}{\upsilon_п} = \frac{С}{П} = \frac{3}{2}$$

Пусть x - коэф. пропорциональности, тогда С = 3x, а П = 2x, тогда подставляя в (4) получим:

$2x+3x=100$

$5x=100$

$x=20 \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} С = 60 \text{ кг} \\ П = 40 \text{ кг} \end{matrix}}$

Теперь найдём прожорливость Пончика и Сиропчика:

① $45 = \frac{С}{\upsilon_п} \rightarrow \upsilon_п = \frac{С}{45} = \frac{60}{45}^{(:15} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \frac{\text{кг варенья}}{\text{в 1 день}}$

② $20 = \frac{П}{\upsilon_c} \rightarrow \upsilon_c = \frac{П}{20} = \frac{40}{20} = 2 \frac{\text{кг варенья}}{\text{в 1 день}}$.

Проверка: $\frac{40}{\frac{4}{3}} \overset{?}{=} \frac{60}{2} \rightarrow 10 \cdot 3 \overset{?}{=} 30$

$30 = 30$ верно.

Ответ: Пончик съел 40 кг варенья и его прожорливость равна $1\frac{1}{3} \frac{\text{кг варенья}}{\text{в 1 день}}$, а Сиропчик съел 60 кг варенья и его прожорливость равна $2 \frac{\text{кг варенья}}{\text{в день}}$.

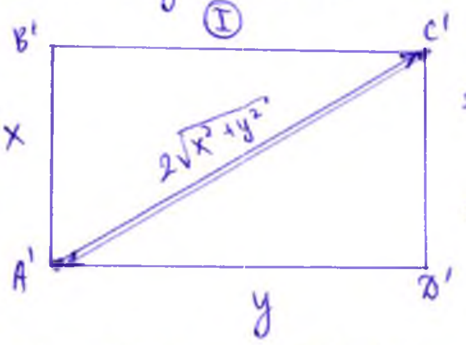
+

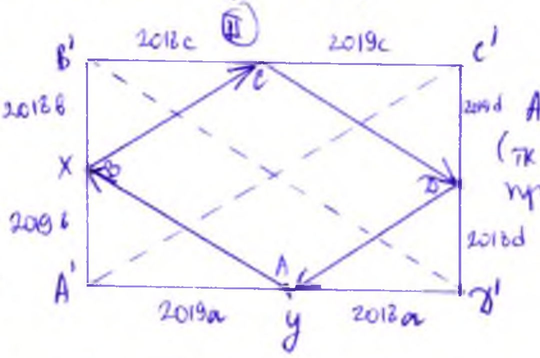
№3.

На второй вопрос про отношение длина большего пути к меньшему можно сразу ответить, что если $S_б = S_м$, то $\frac{S_б}{S_м} = 1$, меньше 1 отношение не может быть тогда.

продолжение 3-ей задачи.

Очевидно, что путь 1-ого пловца может быть равен пути второго пловца. Пример:





A'C' = B'D' (тк A'B'C'D' - прямоугольник)

Пусть карьер A'B'C'D' ⟶ A'D' = y ; A'B` = x , тогда $S_I = 2\sqrt{x^2+y^2}$

Пусть $\sqrt{x^2+y^2} = A'C' = e$, тогда если II пловец будет плыть каждый раз по параллельной прямой к B'D' или A'C'! т.е его путь будет таким AB ∥ B'D' ⟶ BC ∥ A'C' → CD ∥ B'D' → → DA (DA ∥ A'C' из подобных △AD'D ~~≅~~ ∾ △A'D'C')

Тогда Пусть A делит A,D, в отношении 2018 : 2019 считая от D' Тогда. из пар подобных треугольников △AA'B ∾ △D'A'B'

$AB = \frac{2019}{4037}B'D' = \frac{2019}{4037}e$, Аналогично из других пар подобных треугольников $BC = \frac{2018}{4037}e$; $CD = \frac{2019}{4037}e$; $AD = \frac{2018}{4037}e$

Тогда получим: $AB + BC + CD + AD = \frac{2019}{4037}e + \frac{2018}{4037}e + \frac{2019}{4037}e + \frac{2018}{4037}e =$

$= 2e \cdot \frac{2019}{4037} + 2e \cdot \frac{2018}{4037} = 2e\left(\frac{2019}{4037} + \frac{2018}{4037}\right) = 2e\underbrace{\left(\frac{2019+2018}{4037}\right)}_{1} = 2e$, т.е

$AB + BC + CD + AD = A'C' + C'A' = 2e$, т.е

Мы доказали возможность соотношения $\frac{S_Б}{S_M} = 1$

~~Скорее всего~~ Также второй пловец не может выбрать такие 3 точки, чтобы его путь был короче первого пловца т.е чтобы он был меньше 2e, потому что тк т A фиксированная и мы в нее должны вернуться, а сумма расстояний всё равно будет возвращаться через стороны прямоугольника A'B'C'D', которые не изменны т.е

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

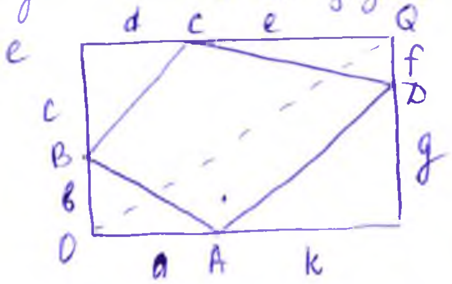
Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 6110 50-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

продолжение 3-ей задачи:

т.е



$AB + BC + CD + AD = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} +$
$+ \sqrt{e^2+f^2} + \sqrt{g^2+k^2}$

И такая сумма будет наименьшей если ~~[illegible] $e^2 = f^2$~~

не обосновано

$a^2 = k^2 = e^2 = d^2$; $b^2 = c^2 = f^2 + g^2$ или
$a^2 = e^2$, $d^2 = k^2$; $b^2 = f^2$; $c^2 = g^2$ (т.е наш случай для $\frac{S_5}{S_m}$).

В любом другом случае $AB + BC + CD + AD > 2\sqrt{(a+k)^2 + (f+g)^2}$

Т.е второй пловец не сможет выбрать три точки так, чтобы его путь был короче I пловца, и минимальное отношение длины большего пути к меньшему равно 1

∓

Ответ: нет ; $\frac{S_Б}{S_М} = 1$.

№5

$$\sqrt{2019 + \sqrt{2019 + \sqrt{2019 + \ldots + \sqrt{2019}}}} \overset{?}{<} 2019$$
$\underbrace{}_{2019 \text{ раз}}$

Пусть $2019 = a$, тогда

$$\underbrace{\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \ldots \sqrt{a}}}}}_{a \text{ раз}} \vee a$$

Т.к обе части ~~через~~ положительны, то можем возвести в квадрат:

$$a + \underbrace{\sqrt{a + \sqrt{a + \ldots + \sqrt{a}}}}_{(a-1) \text{ раз}} \vee a^2 \quad \| - a$$

$$\underbrace{\sqrt{a + \sqrt{a + \ldots + \sqrt{a}}}}_{(a-1) \text{ раз}} \vee a(a-1)$$

Аналогично будем возводить в квадрат ещё $(a-1)$ раз. Получим:

$$a \vee a^2(a(a(a(a \ldots a(a-1)^2 - 1)^2 - 1) - 1 \ldots - 1) - 1) - 1)^2$$

+

$$0 \vee a(a(a(a(a(a \ldots a(a-1)^2 - 1)^2 - 1 \ldots - 1) - 1) - 1)^2 - 1)$$

Л.ч $= 0$ только при $a = 0$, а т.к $a > 0$ то и л.ч > 0 т.к вычитание 1 на каждом этапе не значительно, т.е $0 <$ л.ч, т.е $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \ldots + \sqrt{a}}}} < a$, т.е неравенство верно. Ответ: (да,) верно.

Лист 06 из 06

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г.Красноярск

Место проведения

Sc95-38

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 1711

ФАМИЛИЯ Щукин

ИМЯ Игорь

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 05.08.2001

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 7 **листах**

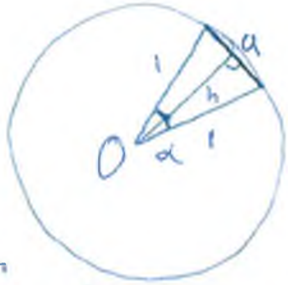
Дата выполнения работы: 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

√5.

$$\alpha = \frac{2\pi}{2^{2019}}$$



$$a = \sqrt{2(1-\cos\alpha)}$$ | по теореме косинусов

$$h = \sqrt{1-\left(\frac{a^2}{4}\right)} = \sqrt{1-\frac{1-\cos\frac{2\pi}{2^{2019}}}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{2\pi}{2^{2019}}}{2}} =$$

⊕

$$= \frac{\sqrt{2+2\cos\frac{2\pi}{2^{2019}}}}{2} = \frac{\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{2018}}}}{2}$$

Заметим, что

~~$$2\cos\frac{\pi}{2^n} = 2\sqrt{\frac{1+\cos\frac{2\pi}{2^n}}{2}} = \sqrt{2\left(1+\cos\frac{\pi}{2^{n-1}}\right)} = \sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{n-1}}}$$, где n∈N~~

~~Т.е.~~

~~$$2\cos\frac{\pi}{2^n} = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}_{n-1\ \text{двойка}}$$, т.к. $\cos\frac{\pi}{2^{n-1}} = 0$ при n=2~~

Докажем ~~что~~ методом мат. индукции, что

$$(1)\ 2\cos\frac{\pi}{2^n} = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}_{n-1\ \text{двойка}}, \quad n \geq 2,\ n\in N$$

~~Метода~~

Базис: ~~Если~~ ~~k~~ n = 2: $2\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$

Если k = n+1: $2\cos\frac{\pi}{\cancel{4}2^k} = 2\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{2^{k-1}}}{2}} = \sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{k-1}}}$

Т.е. ~~[illegible]~~ количество двоек в корне увеличивается на 1 при увеличении степени двойки на 1, т.е. (1) справедливо, т.к. в базисе

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

выполняется соотношение.

$$h = \frac{\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{2018}}}}{2} = \sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}_{2017\text{ двоек}}}\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}}_{2018\text{ двоек}}\cdot\frac{1}{2}$$

Утверждение, указанное в условии, доказано.

II.

Пусть X_{m_I} - мальчиков на I курсе, y_I - людей на I курсе; X_m - мальчиков на всём факультете, y - человек на всём факультете, тогда известно, что

(1) $\frac{X_{m_I}}{y_I} > \frac{X_m}{y}$ (понятно, что $X_{m_I} \geqslant 0$, $X_m \geqslant 0$, $y_I > 0$, $y > 0$)

Нужно сравнить

$$\frac{X_{m_I}}{X_m} \qquad \frac{y_I}{y}$$

Тогда (из (1))

$$\frac{X_{m_I}}{y_I \cdot X_m} > \frac{1}{y}$$

$$\frac{X_{m_I}}{X_m} > \frac{\ }{y}\,y_I$$

Значит

~~$\frac{X_{мI}}{y X_м} > X_м$~~ $\frac{X_{мI}}{X_м} > \frac{y_I}{y}$.

Т.е. в процентном соотношении больше первокурсников среди всех мальчиков факультета, чем всех студентов I курса среди всех студентов факультета.

Ответ: первокурсников среди всех мальчиков факультета. +

№2.

$x^2-[x]=2019$ (1)

$[x]=x^2-2019$

~~Изобразим графики~~ Заметим, что [illegible] наименьшее положительное x, при котором $x^2-2019 \geq 0$ это 45

Т.к. $45^2-2019 \geq 0$ $44^2-2019 \leq 0$

$2025-2019 \geq 0$ $1936-2019 \leq 0$

Пусть $f(x)=x^2-2019$, тогда

$f(45)=6$

$f(46)=46^2-2019=2116-2019=97$

Пусть $g(x)=[x]$, тогда

$g(x_1)=45$, для $45 \leq x_1 < 46$

Т.е. пересечение произойдёт на отрезке $x \in [45;46)$ при $f(x)=45$, тогда

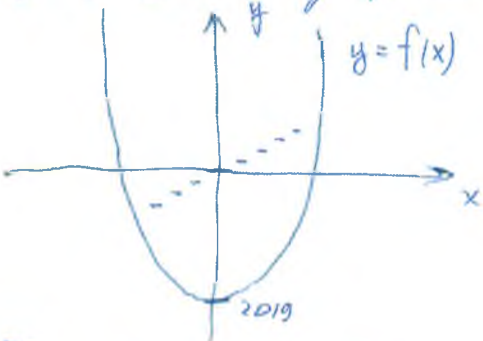
$x^2-2019=45$

$x^2=2064$

$x=\pm 4\sqrt{129}$

Т.к. пересечение происходит при $x>0$, то одно из решений (1) $x = 4\sqrt{129}$

Изобразим графики $y=f(x)$ и $y=g(x)$



(2) Т.е. должно быть еще одно решение, но при $x<0$

Заметим, что

$$f(-45)=f(45)=6$$

$$f(-44) = 1936-2019=-83$$

Тогда пересечение графиков функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$ произойдёт ~~при~~ при $x\in[-45;-44]$ и при $y=-44$, тогда

$$x^2-2019=-44$$

$$x^2=1975$$

$$x=\pm5\sqrt{79}$$

Т.к. $x<0$ (из (2)), то еще одно решение (1) $x=-5\sqrt{79}$.

уравнение (1) имеет два решения: $x=4\sqrt{129}$

$x=-5\sqrt{79}$

Ответ: $-5\sqrt{79}$; $4\sqrt{129}$.

∓

№4.

для 1 года: $t_1 : t_2 : t_3 : t_4 = 4:1:2:5 =$ (t_i - время работы i-ой бригады)

$= 4T_1 : T_1 : 2T_1 : 5T_1$ (T_1 - коэф. пропорциональн.)

$4T_1 + T_1 + 2T_1 + 5T_1 = 1$ (год)

$T_1 = \frac{1}{12}$

Если x_i - производительность i-ой бригады за год, то

$4T_1x_1 + T_1x_2 + 2T_1x_3 + 5T_1x_4 = 10$

$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{12}x_2 + \frac{1}{6}x_3 + \frac{5}{12}x_4 = 10$

$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 10 \cdot 12$

для 2 года: (аналогично)

$t_1 : t_2 : t_3 : t_4 = 2:3:2:1 = 2T_2 : 3T_2 : 2T_2 : T_2$

$2T_2 + 3T_2 + 2T_2 + T_2 = \frac{2}{3}$ (года)

$T_2 = \frac{1}{12}$

$2T_2x_1 + 3T_2x_2 + 2T_2x_3 + T_2x_4 = 7$

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \cdot 12$

для 3 года: (аналогично)

$t_1 : t_2 : t_3 : t_4 = 5:2:1:4 = 5T_3 : 2T_3 : T_3 : 4T_3$

$5T_3 + 2T_3 + T_3 + 4T_3 = 1$ (года)

$T_3 = \frac{1}{12}$

$5T_3x_1 + 2T_3x_2 + T_3x_3 + 4T_3x_4 = 14$

$5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 14 \cdot 12$

Тогда получается система

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 10 \cdot 12 \,\Big|\cdot \frac{2}{9} \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \cdot 12 \,\Big|\cdot \frac{1}{3} \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 14 \cdot 12 \,\Big|\cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \end{cases} \Bigg\downarrow + \Bigg|$$

$\left(4\cdot\frac{2}{9}+2\cdot\frac{1}{3}-5\cdot\frac{1}{9}\right)x_1+\left(\frac{2}{9}+3\cdot\frac{1}{3}-2\cdot\frac{1}{9}\right)x_2+\left(2\cdot\frac{2}{9}+2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{9}\right)x_3+\left(5\cdot\frac{2}{9}+\frac{1}{3}-4\cdot\frac{1}{9}\right)x_4=\frac{10\cdot12\cdot2}{9}+\frac{7\cdot12}{3}-\frac{14\cdot12}{9}$

$$x_1+x_2+x_3+x_4=\frac{80}{3}+\frac{84}{3}-\frac{56}{3}$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4=36$$

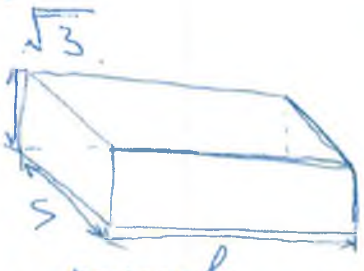
Тогда 4 бригады за 4 месяца, работая вместе произведут (4 месяца $=\frac{1}{3}$ года)

$$\frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3+x_4)=12$$

Ответ: 12.

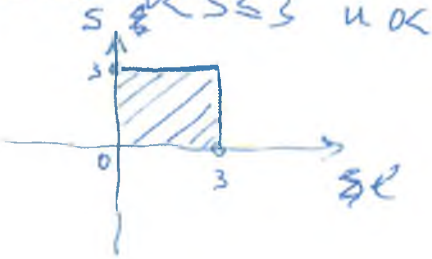
+

l - длина
s - ширина
h - высота

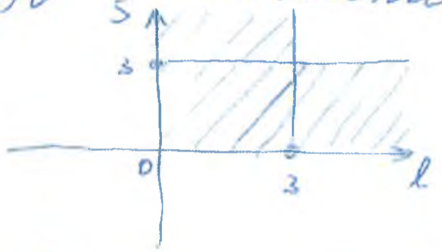


Будем задавать положение груза плоскостью, которой поставим груз на пол как длины сторон, лежащих в той плоскости, например, (sl); (sh).

Тогда, если $h>3$, то груз можно поставить только в положение (sl) и при условии $0<s\le3$ и $0<l\le3$



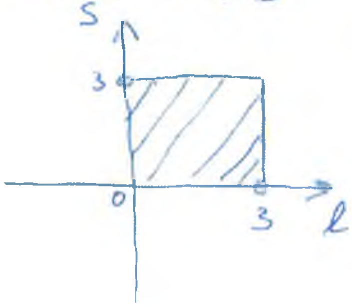
А, если $0<h\le3$, тогда ~~[illegible]~~, если $0<S\le3$ и $0<l\le3$ можно будет поставить груз в положение $(s\,l)$, если $0<S\le3$, а $l>3$, то можнопоставить в положение (sh), а, если $0<l\le3$, а $S>3$, то можно поставить груз в положение (lh), тогда



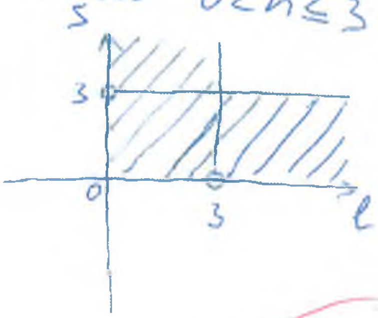
Неверно учтен третий размер.

Тогда множество точек, задающих положение груза, ~~[illegible]~~ (~~[illegible]~~ точки не лежат на осях

Если $h>3$



Если $0<h\le3$



разобраны только частные случаи

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

SY73-59

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Юрова

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 16.05.2001. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N1.

Пусть на первом курсе m мальчиков и d девочек, а на всём факультете M мальчиков и D девочек. Тогда, исходя из условия:

$$\frac{m}{m+d} > \frac{M}{M+D} \quad (1)$$

(т.к. на 1 курсе всего m+d учеников, а на факультете M+D). Количество учеников может быть только целым положительным (или равным нулю) числом. Для всех положительных чисел, если $a > в$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{в}$.

Применив это условие к неравенству (1), получим

$$\frac{m+d}{m} < \frac{M+D}{M}$$ Разделим почленно

$$1+\frac{d}{m} < 1+\frac{D}{M} \Rightarrow \frac{d}{m} < \frac{D}{M} \quad (2)$$

Нам необходимо узнать, какое из чисел больше, первокурсников среди мальчиков факультета (~~$\frac{m+d}{M}$~~ ~~или~~ $\left(\frac{m}{M}\right)$) или всех студентов 1 курса среди всех студентов факультета $\left(\frac{m+d}{M+D}\right)$

Рассмотрим неравенство (2): $\frac{d}{m} < \frac{D}{M}$.

Т.к. числа m, M, d и D положительны или равны 0 (а m и M точно не равны 0, т.к. по условию они есть), то знак не поменяется, если мы домножим обе части неравенства на mM

$$\frac{d}{m}\cdot mM < \frac{D}{M}\cdot mM \rightarrow dM < Dm \quad (3)$$

Прибавим же к неравенству (3) с обеих сторон число mM

$$dM + mM < Dm + mM$$

$$M(d+m) < m(D+M) \quad (4)$$

Т.к. числа M и D+M положительные, можно разделить на них обе части неравенства (4) и знак не поменяется

$$\frac{M(d+m)}{M(D+M)} < \frac{m(D+M)}{M(D+M)}$$ – сократим выражение.

$$\frac{d+m}{D+M} < \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{m}{M} > \frac{m+d}{M+D}$$ ⇒ первокурсников среди мальчиков факультета больше.

Ответ: первокурсников среди мальчиков факультета больше.

±

Можно короче

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SY73-59

$x^2 - [x] = 2019$ №2.

Для любого x, $x = [x] + \{x\}$, где $[x]$ – целая часть, $\{x\}$ - дробная часть, и $0 \leq \{x\} < 1$

Допустим, что x – ~~не~~ целое. Тогда $\{x\} = 0$. и $x = [x]$.

Тогда:

$x^2 - x = 2019$

$x(x-1) = 2019$. Но из двух последовательных $x-1$ и x одно число обязательно будет чётным $\Rightarrow$ произведение чётное и не может быть равно 2019 $\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ x – не целое.

$x^2 - [x] = 2019$.

$[x]$ – целое число, 2019 – целое число $\Rightarrow$ x^2 – тоже должно быть целым числом. Это может быть единственном случаем, когда x - является корнем какого-либо целого числа. Тогда

$x^2 = 2019 + [x]$

$([x] + \{x\})^2 = 2019 + [x]$

Рассмотрим квадраты целых чисел, близкие к 2019 (и больше его, т.к. $[x] > 0$)

$44^2 = 1936$ (< 2019) - не подходит

$45^2 = 2025$ (> 2019)

$46^2 = 2116$ (> 2019)

При этом $2019 + 45 = 2064$, $2019 + 46 = 2065$ и т.д.

Чтобы уравнение выполнялось, необходимо, чтобы:

$([x] + \{x\})^2 = 2019 + [x] \Rightarrow [x] + \{x\} = \sqrt{2019 + [x]}$

$\Rightarrow$ чтобы корень из $2019 + [x]$ был примерно равен самому числу $[x]$ (с остатком)

~~$\sqrt{46}$~~ Для всех чисел от 2025 включая до 2116 не включая, $\sqrt{a} = 45$, где a - данное число.

При этом $2019 + 45 = 2064$ (входит в данный диапазон)

Для чисел от 2116, до 47^2 $\sqrt{a} = 46$, $2019 + 46 = 2065$ (уже не входит в диапазон)

$\Rightarrow$ подходит число $\sqrt{2019+45} =$ ~~$\sqrt{46}$~~ $\sqrt{2064}$.

Проверка:

$(\sqrt{2064})^2 - [\sqrt{2064}] = 2064 - 45 = 2019 \Rightarrow x = \sqrt{2064}$.

Ответ: $x = \sqrt{2064}$

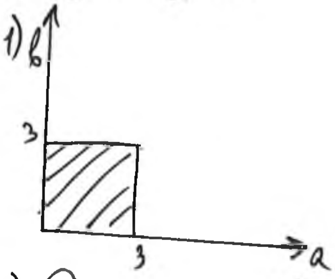
$\mp$

Есть и отриц. корень

№3.

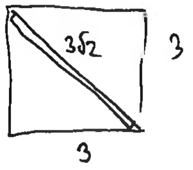
Пусть длина пианино – a, а ширина – b.

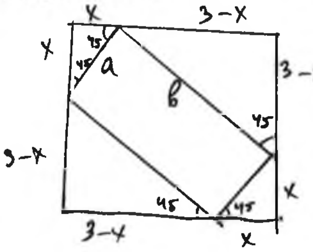
1)



Обозначим на графике квадрат 3×3, т.к. любую длину или ширину размером меньше или равно 3 в этом квадрате можно расположить.

2) Диагональ квадрата 3×3 равна $3\sqrt{2}$, что уже больше 3-x. При этом, если, например, длина будет $\approx 3\sqrt{2}$, а ширина будет близиться к 0, то можно поставить пианино по диагонали:





Рассмотрим, как можно расположить пианино a×b под углом 45° к диагонали.

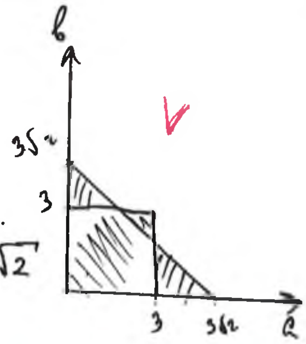
Пусть отсекает от стороны кусок x, тогда оставшаяся часть – 3-x

Тогда, по теореме Пифагора:

$$\begin{cases} a^2 = 2x^2 \\ b^2 = 2(3-x)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = x\sqrt{2} \\ b = (3-x)\sqrt{2}. \end{cases}$$

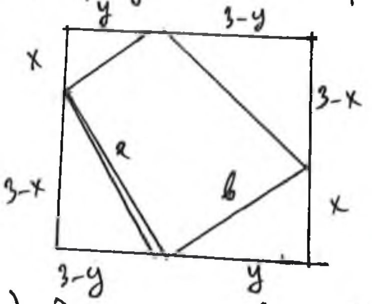
Сложим эти 2 числа: $a + b = x\sqrt{2} + (3-x)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ На график нужно нанести прямую $a + b = 3\sqrt{2}$



✓

3) Когда пианино расположено не под углом 45°:

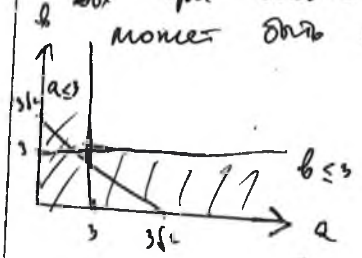


$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ (3-x)^2 + (3-y)^2 = b^2 \end{cases}$$

как видим??

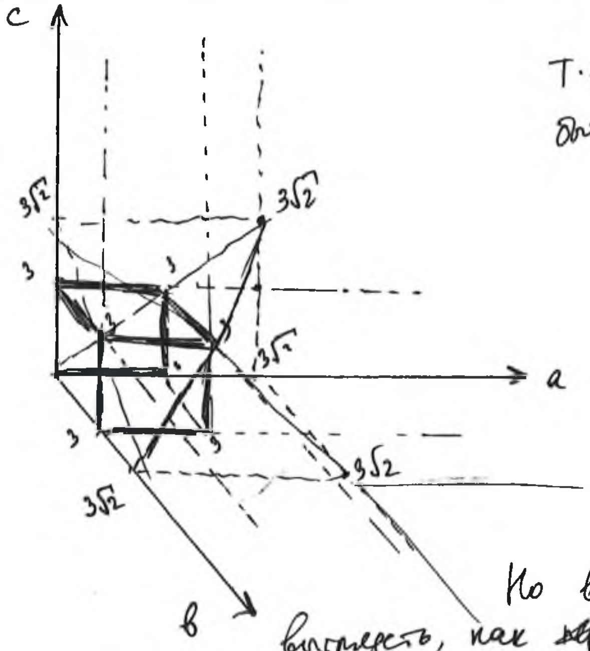
Видим, что наибольшего значения достигает при $x = y$ или при $(x = 3-y ; y = 3-x)$
$\Rightarrow$ входит в случай (2)

4) Если учитывать, что пианино можно перевернуть, так что его высота окажется на месте длины или ширины, ~~то при~~ при высоте ≤ 3, и длине или ширине ≤ 3, другая сторона может быть любой:



5) При длине (или ширине) равной $3\sqrt{2}$ и бесконечно малой высоте, другая сторона тоже может быть любой $\Rightarrow$ наносим на график неравенства $b \leq 3\sqrt{2}$ и $a \leq 3\sqrt{2}$.

Тогда, в 3-х мерном пространстве график будет выглядеть примерно так:



c<3

Т.е. при ~~[illegible]~~, у нас могут быть $a \to 3\sqrt{2}$ и $в \to 3\sqrt{2}$ (т.е. ставим одно по диагонали, а другое по высоте)

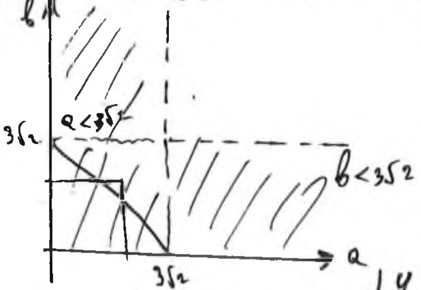
А при $C \to 0$, могут быть a (или $в$) $\to 3\sqrt{2}$, и $в$ (или a) $\to \infty$

Самую длинную сторону ставим как высоту, а ту, которая $\approx 3\sqrt{2}$ – по диагонали.

Но в пределах на $(a;в)$ график будет выглядеть, как ~~через~~ объединение неравенств $a < 3\sqrt{2}$ и $в < 3\sqrt{2}$ (но не равно, т.к. $C \neq 0$)

Неверно учтён третий размер

Ответ:



+

№ 4.

Пусть производительность первой бригады – a, второй – $в$, третьей – c, четвёртой – d.

При этом $A = N \cdot t$, где A – работа, t – время, N – производительность.

В первый год: $4+1+2+5 = 12$ частей (как и месяцев) $\Rightarrow$ каждая бригада работала столько месяцев, сколько у неё частей в пропорции.

Во второй год: $2+3+2+1 = 8$ (частей) – и 8 месяцев во 2-й год

В третий год: $5+2+1+$ ~~##~~ $4 = 12$ частей (и месяцев) $\Rightarrow$

в каждый из годов каждая ~~бригады~~ бригада работала столько месяцев (по очереди) сколько у неё частей в пропорциях.

Если все будут работать 4 месяца вместе, то.

$N = N_1 + N_2 + N_3 + \ldots + N_n$ – общая производительность складывается

$\Rightarrow$ В таком случае нужно найти $(a+в+c+d) \cdot 4$.

По условию нам даны пропорции, из которых можно составить 3 уравнения. (каждая бригада работает столько месяцев, сколько частей в её пропорции). Тогда:

$$\begin{cases} 4a + b + 2c + 5d = 10 \quad (1)\ (1\text{ год}) \\ 2a + 3b + 2c + d = 7 \quad (2)\ (2\text{ год}) \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 \quad (3)\ (3\text{ год}) \end{cases}$$

Сложим (1) и (2), получив уравнение (4). И вычтем из (1) - (2), получив уравнение (5)

$$\begin{cases} 6a + 4b + 4c + 6d = 17 \quad (4) \\ 2a - 2b + 4d = 3 \quad (5) \\ 5a + 2b + c + 4d = 14 \quad (3). \end{cases}$$

Сложим (1) и (3), получив (6).

$$9a + 3b + 3c + 9d = 24. \quad (6)$$

Разделим на 3, получив (7)

$$3a + b + c + 3d = 8. \quad (7)$$

Сложим уравнение (4) и (7), получив уравнение (8)

$$9a + 5b + 5c + 9d = 25 \quad (8)$$

Вычтем из уравнения (8) уравнение (6), получив (9)

$$2b + 2c = 1 \quad (9).$$

Прибавим уравнение (9) к уравнению (4)

$$6a + 6b + 6c + 6d = 18.$$

$$a + b + c + d = 3.$$

Тогда, за 4 месяца: $4(a + b + c + d) = 4 \cdot 3 = 12$ млн. тонн.

+

Ответ: 12 млн. тонн.

№5.

Дано: окружность на 2^{2019} частей.

O - центр. $R = 1$

OH - расстояние от центра до хорды.

Доказать: $OH = \frac{\sqrt{2 + \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2}..\sqrt{2}}}_{2018\text{ раз}}}}{2}$

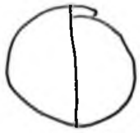
Решение: Если разделим на 2019 частей, то надо провести 2^{2018} ~~хорд~~ прямых, разделяющих на равные части.

Рассмотрим случаи, для 2^n, начиная от $n = 1, 2, 3$ и т.д.

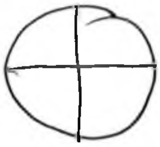
~~n - кол-во прямых~~

n - кол-во частей.

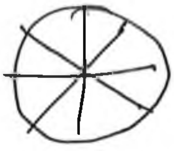
1) $n = 1$, 2 части



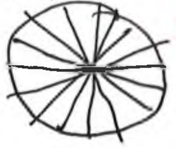
2) $n = 2$, $2^2 = 4$ части



3) $n = 3$, $2^3 = 8$



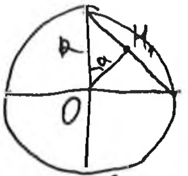
4) $n = 4$, $2^4 = 16$ частей.



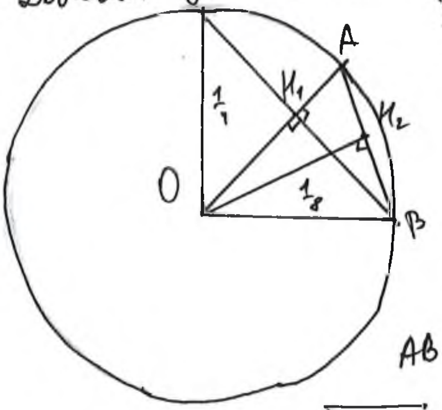
+

Когда 4 части:

$R=1,\ \alpha=45^\circ \Rightarrow OH_1=\frac{\sqrt2}{2}\ (1\cdot\sin45)$



Добавим деление на 8 частей:



Заметим, что OH_1 – это и есть прямая, которая делит $\frac14$ часть пополам на две $\frac18$ части

AB – хорде $\frac18$ части.

Тогда $AH_2=H_2B \Rightarrow H_2$ – середина AB.

$OA=R=1.\ OH_1=\frac{\sqrt2}{2}$ (из предыдущего).

Тогда: $AH_1=1-\frac{\sqrt2}{2}=\frac{2-\sqrt2}{2}$.

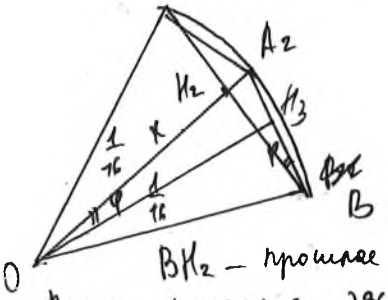
Заметим, что $\triangle ABH_1$ – прямоугольный $\Rightarrow$

$$AB=\sqrt{(AH_1)^2+(BH_1)^2}=\sqrt{\left(\frac{2-\sqrt2}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2}=\sqrt{2-\sqrt2}$$

$$AH_2=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$$

$$OH_2=\sqrt{AO^2-AH_2^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{4-2+\sqrt2}{4}}=\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{2}}$$

Продолжим деление на 16 частей:



$OA_2=R=1.$

$OH_2=\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{2}}$

~~AH~~ $OH_3=\sqrt{R^2-A_2H_3^2}=\sqrt{1-A_2H_3^2}$

$A_2H_3=\sqrt{(A_2H_2)^2+(BH)^2}$

BH_2 – прошлая величина.

Пусть прошлое расстояние было x. Тогда $OH_2=x$.

$A_2H_2=1-x.\ A_2H_3=\sqrt{}$

$$BH_2=\frac{\sqrt{1-(1-x)^2}}{2}=\sqrt{\frac{1-1+x^2+2x}{2}}=\sqrt{\frac{x^2+2x}{2}}\ *$$

$\angle A_2OH_2=\angle A_2BH_2=\varphi$

$\cdot\ \mathrm{tg}\,\varphi=$ ~~$\sqrt{\frac{x^2+2x}{2}}$~~ ; ~~$\frac{BH_2}{2}$~~ ; $\frac{BH_3}{OH_3}=\frac{A_2H_2}{BH_2}$

$$\mathrm{tg}\,\varphi=\sqrt{\frac{x^2+2x}{2}}:OH_3=\cancel{\frac{1-x}{\sqrt{(1)^2-(1-x)}}}\ \frac{1-x}{\sqrt{x^2+2x-(1-x)^2}}\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ каждый раз $x=\sqrt{\frac{2+\sqrt{x}}{2}}$.

Если x начинается, как при 8 частях $\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{2}}$, то по методу математической индукции

$$x=\frac{\sqrt{2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt2\,..\,\sqrt2}}_{n-1\text{ раз}}}}{2}.$$