Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

SA 27-89

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ МИХАЙЛОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 18.01.2005

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Q – энергетические затраты +

$V_{куп}$ – объём купебеки

$V_{1 порц}$ – объём первой порции (когда делим на 2 порц) $0 \le V_{1 порц} \le V_{куп}$, иначе будет 1 порция

(тогда объём второй порции равен $V_{куп} - V_{1 порц}$)

I случай: k – коэффициент пропорциональности.

$Q_I = k\sqrt{V_{куп}}$ (ест целиком)

$Q_I = k\sqrt{V_{куп}}$

II случай (делим на 2 порц):

$Q_{II} = Q_1 + Q_2$

$Q_1 = k\sqrt{V_{1 порц}}$

$Q_2 = k\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}$

$Q_{II} = k\sqrt{V_{1 порц}} + k\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}$

Сравним энергетические затраты

$$k\sqrt{V_{куп}} < k\sqrt{V_{1 порц}} + k\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}} \quad | : k$$

$$\sqrt{V_{куп}} < \sqrt{V_{1 порц}} + \sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}} \quad | ()^2$$

$$V_{куп} < V_{куп} + 2\sqrt{V_{1 порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}} \quad | - V_{куп}$$

$$0 < 2\sqrt{V_{1 порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}$$

Выгоднее съесть купебеку как одну порц.

Вычислим, во сколько максимально раз $Q_{II} > Q_I$ ($\frac{Q_{II}}{Q_I} \to max$)

$$\frac{k\sqrt{V_{1 порц}} + k\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}}{k\sqrt{V_{куп}}} = y$$ – коэффициент, тогда:

$$\frac{V_{куп} + 2\sqrt{V_{1 порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}}{V_{куп}} = y^2$$

$$1 + \frac{2\sqrt{V_{1 порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1 порц}}}{V_{куп}} = y^2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Представим $V_{1\,порц} = x$, тогда

$\sqrt{V_{1\,порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1\,порц}} = \sqrt{x}\sqrt{V_{куп} - x} =$

$= \sqrt{V_{куп}x - x^2}$

$V_{куп}x - x^2$ – квадратный многочлен, он достигает максимума при $x = -\frac{b}{2a}$, где (в дан. случае) $a = -1$, $b = V_{куп}$;

$$x_{max} = -\frac{V_{куп}}{2 \cdot (-1)} = \frac{V_{куп}}{2}$$

т.е. для того, чтобы $\sqrt{V_{1\,порц}}\sqrt{V_{куп} - V_{1\,порц}}$ – max, необходимо $V_{1\,порц} = \frac{V_{куп}}{2}$;

$$1 + \frac{2\sqrt{\frac{V_{куп}}{2}}\sqrt{V_{куп} - \frac{V_{куп}}{2}}}{V_{куп}} = y^2$$

$$1 + \frac{2 \cdot \frac{V_{куп}}{2}}{V_{куп}} = y^2 \Leftrightarrow y^2 = 2, \text{ тогда}$$

$y = \sqrt{2}$, т.е. $\frac{Q_{II}}{Q_I} = \sqrt{2}$ – максимум.

Ответ: для экономии энергии выгоднее съесть купебеку как одну порцию, максимально затраты увеличатся при делении купебяки на две части в $\sqrt{2}$ раз.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА 27-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Пусть, если кто-то не ел корм, т.е. алиби истинно, то его „значение" = И, иначе = Л

Пусть Пончик – П
Сиропчик – С
Авоська – А
Небоська – Н

∓

Перепишем утверждения:

1. Если П=И, то С=И
2. Если П=Л, то $\left[\begin{array}{l} С=Л \\ А=Л \end{array}\right.$
3. $\left[\begin{array}{l} А=Л \\ П=И \\ Н=Л \end{array}\right.$ одно из утв. верно
4. если Н=Л, то $\left[\begin{array}{l} А=Л \\ С=Л \end{array}\right.$

Р-м случай А=Л:
Здесь можно только утверждать, что А=Л, поскольку остальные утверждения не зависят от А.

Р-м случай П=И и Н=Л:
по 1-му утверждению: С=И
по 4-му утверждению: А=Л,
поскольку если Н=Л, то или А=Л
или С=Л, а С=И.

В обоих случаях (гарантированно) можно сказать, что корм ел Авоська

Ответ: Незнайка может гарантированно обвинить в поедании корма Авоську

а других точно нельзя?

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. Преобразуем правую часть уравнения: ±

$$\frac{\lg(2^x+1)-\lg 6}{\lg 5-\lg 10}=\frac{\lg\left(\frac{2^x+1}{6}\right)}{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2^x+1}{6}\right)=$$

$$=-\log_2\left(\frac{2^x+1}{6}\right)=-\log_2(2^x+1)+\log_2(3)+1$$

Для того, чтобы ~~правая~~ уравнение имело решения, необходимо, чтобы правая часть была целой

$-\log_2(2^x+1)+\log_2(3)+1\in\mathbb{Z}$

Это возможно, если $-\log_2(2^x+1)=-\log_2(3)-k, k\in\mathbb{Z}$)

т.е. $2^x+1=3\cdot 2^k, k\in\mathbb{Z}$

$2^x+1=6\cdot 2^{k-1}$

$2^x=6\cdot 2^{k-1}-1$

ОДЗ(~~[illegible]~~): $6\cdot 2^{k-1}-1>0$

$6\cdot 2^{k-1}>1$

$2^k>\frac{1}{3}$

$k>\log_2\left(\frac{1}{3}\right)$

(поск. $k\in\mathbb{Z}$, то:) $(-2<\log_2\left(\frac{1}{3}\right)<-1)$

$k\geq -1$

(или $k-1\geq -2$)

если $k-1\geq 0$, то
$6\cdot 2^{k-1}-1$ можно представить в виде $6\cdot n-1\ (n\in\mathbb{Z})$, которые не делятся на 2, т.е не выполняется условие.

$(6\cdot 2^{k-1}\bmod 2=0,\ 6\cdot 2^{k-1}-1\bmod 2=1)$

$\Leftrightarrow (6\cdot 2^{k-1}\,\vdots\, 2,\quad \Leftrightarrow 6\cdot 2^{k-1}\not\vdots\, 2)$

если $k-1=-1$, то

$2^x=6\cdot\frac{1}{2}-1=2$

$x=1$

если $k-1=-2$, то

$2^x=6\cdot\frac{1}{4}-1=\frac{1}{2}$

$x=-1$

т.е. возможны $x=-1$ и $x=1$, чтобы правая часть ур-я была целой. Проверим эти значения:

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$x=-1$:

$-\log_2\left(\frac{1}{2}+1\right)+\log_2(3)+1=-\cancel{\log_2(3)}-\log_2\left(\frac{1}{2}\right)+\cancel{\log_2(3)}+1=$
$=2$

$\left[\frac{-1}{2022}\right]=-1$, остальные слагаемые равны 0, т.к.

$0=\frac{-1+1}{2022}<\frac{-1+2}{2022}<\ldots<\frac{-1+2021}{2022}<\frac{2022}{2022}=1$

$-1\neq 2$

$x=-1$ не является решением.

$x=1$:

$-\log_2(2+1)+\log_2(3)+1=-\cancel{\log_2(3)}+\cancel{\log_2(3)}+1=1$

$\left[\frac{1+2021}{2022}\right]=1$, остальные слагаемые равны 0,
т.к.

$0<\frac{1}{2022}<\frac{1+1}{2022}<\ldots<\frac{1+2020}{2022}<\frac{1+2021}{2022}=1$

Ответ: $x=1$

3. Пусть две соседние стороны розарев равны a и b, а сторона свинарника — c,

тогда $P_{роз}=2\cdot 2(a+b)=4a+4b$
$S_{роз}=2\cdot ab=2ab$

$S_{свин}=c^2$
$P_{свин}=4c$.

$4c+16=4a+4b$ | $c^2+16=2ab$
$c=a+b-4$ | $c=\sqrt{2ab-16}$

$a+b-4=\sqrt{2ab-16}$

$a^2+b^2+16-8a-8b+\cancel{2ab}=\cancel{2ab}-16$

$a^2-8a+16+b^2-8b+16=0$

$(a-4)^2+(b-4)^2=0$, это возможно при $a=4$ и $b=4$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тогда $C = 4+4-4=4$

Розарий имеет (две соседние) стороны 4 и 4, свинарник тем же имеет сторону 4

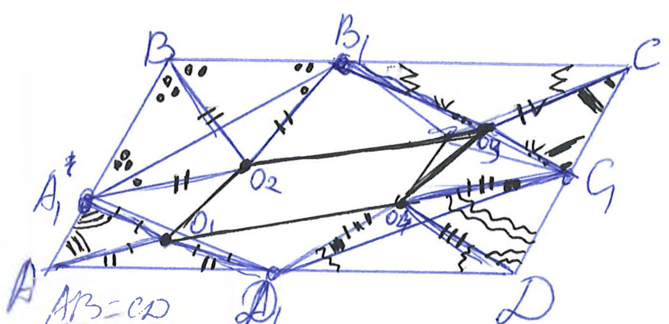
4, 4 | розар

4, | свин

Поскольку стороны у розария равны — он квадрат, но квадрат — частный случай прямоугольника, поэтому розарий остаётся прямоугольником.

Ответ: стороны розария: 4 и 4
сторона свинарника: 4

4.



O_1-O_4 - центры окр.

$O_1O_2O_3O_4$ - параллелограмм?

$AB=CD$
$AD=BC$

$AO_1=A_1O_1=D_1O_1$ | $\angle O_1D_1A=\angle O_1AD_1$

$BO_2=A_1O_2=B_1O_2$ | $\angle O_1A_1=\angle O_1A_1D_1$

$B_1O_3=CO_3=C_1O_3$ | $\angle O_1AA_1=\angle O_1A_1A$

$DO_4=D_1O_4=C_1O_4$ | ...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

QF 40-98

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Панюшкина

ИМЯ Виола

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 03.07.2007.

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

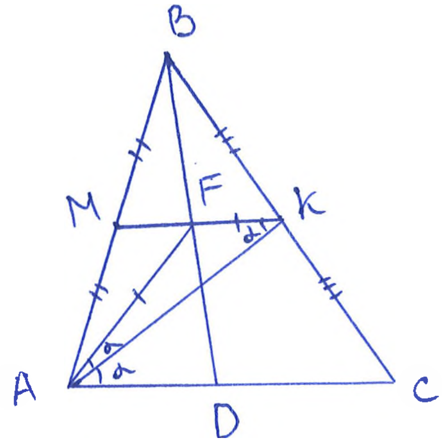
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Дано:
$\triangle ABC$
BD – биссектр. $\angle ABC$
KM – сред. линия
$BD \cap KM = (\cdot) F$
$AF = FK$

Д-ть, что
AK – биссектр. $\angle FAD$



~~Решение:~~ Док-во:

1) Т.к. $AF = FK \Rightarrow \triangle AFK$ – р/б $\Rightarrow \angle FAK = \angle FKA = \alpha$

2) $MK \parallel AC$ (по свойству средней линии)

⇓

$\angle MKA = \angle KAC$ (как накрест лежащие углы при $MK \parallel AC$ и сек. AK)

⇓

$\angle FAK = \angle FKA = \angle MKA = \angle KAC = \alpha$

⇓

AK – биссектриса $\angle FAD$. □

№1. (+)

Если каждый из бойцов наличие по 195 батареек, значит каждый из них принёс сам одинаковое количество батареек.
Пусть x – кол-во батареек, которое принёс 1 боец; y – кол-во батареек, которое принёс командир.
Тогда сумма всех батареек: $10x + y$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 10x + y - y = 200 \\ 10x + y - x = 195 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x = 200 \\ 9x + y = 195 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$x = 20$ (б.)

$9 \cdot 20 + y = 195$

$y + 180 = 195$

$y = 15$ (б.)

Всего:

$10x + y$

$10 \cdot 20 + 15 = 200 + 15 =$

$= 215$ батареек.

Ответ: 215 батареек.

№5 +

Условные обозначения:

$+$ – ел корм

$-$ – не ел корм.

Предположим, что Пончик ел корм. Тогда:

Т	П	С
+	$\pm$	−

такого быть не может, высказывание 1 противоречит высказыванию 3.

$\Downarrow$

Пончик точно не ел корм.

Исходя из утверждения 2, если Пончик корм не ел, значит его точно ел Торопыжка.

Могут быть ситуации:

	Т	П	С
1.	+	−	−
2.	+	−	+

} оба случая подходят (не противоречат высказываниям 1, 2, 3)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QF 40-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ:
можно гарантированно обвинить Торопыжку,
оправдать – Пончика.

№4

$$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=x^{2022}+x-1$$

В левой части уравнения точно будет целое число $\Rightarrow$
$\Rightarrow x^{2022}+x-1$ должно тоже равняться целому числу $\Rightarrow$
$\Rightarrow x$ – целое.

Далее исключаем целые значения промежутка
$(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, так как в том случае
правая часть уравнения будет больше левой:

$$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]<x^{2022}+x-1.$$

Оставшиеся значения: $-1;0;1$.

- Если $x=-1$, тогда

$$\left[\frac{-1}{2022}\right]+\underbrace{\left[\frac{0}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{2020}{2022}\right]}_{0}=1-1-1$$

$-1=1-1-1$

$-1=-1$ ⊕

- Если $x=0$, тогда

$$\underbrace{\left[\frac{0}{2022}\right]+\left[\frac{1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{2021}{2022}\right]}_{0}=0+0-1$$

$0=0+0-1$

$0\neq-1$ ⊖

⊕

- Если $x=1$, тогда

$$\underbrace{\left[\frac{1}{2022}\right]+\left[\frac{2}{2022}\right]+\ldots}_{0}+\left[\frac{2022}{2022}\right]=1+1-1$$

$1=1+1-1$

$1=1$ ⊕

Ответ: $x=\pm1$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Ответ: верно.

Для примера возьмём такой числовой ряд:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ..., 2019, 2020, 2021, ____

Пропуск оставлен для того, чтобы „попытаться" вставить туда такое число, чтобы ни одна разность между любыми числами не была кратна 2021.

~~При числах [2022; 4042] наибольшая разность в данном ряду будет равна 2021.~~

~~При числах [4043; 6063] наибольшая разность в данном~~

Число [2022; 4042] не подходит, так как есть разность, равная 2021.

Число [4043; 6063] не подходит, так как есть разность, равная 4042.

Как мы видим, цикл повторяется, и нужного числа для данного пропуска не существует.

То же самое случается и с другими числовыми рядами.

⇓

Среди любых x целых чисел можно выбрать два, разность которых кратна $x-1$.

(Если, конечно, числа не повторяются).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

АН 64-89

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ПЕРШИН

ИМЯ ЛЕОНИД

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 22.08.2006 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АК 64-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть З - затраты

Пусть $З = \alpha П^3$, где П — порция, α — коэффициент пропорциональности

Пусть x — одна часть порции

Тогда $П - x$ — вторая часть

$З_1 = \alpha П^3$

$З_2 = \alpha (П - x)^3 + \alpha x^3$

$З_2 = \alpha (П^3 - 3П^2 x + 3П x^2 - x^3 + x^3)$

$З_2 = 2П(3x^2 - 3Пx + П^2)$

Минимальные затраты будут при $x = \frac{3П}{6} = \frac{П}{2}$

$З_2 = 2П\left(3\frac{П^2}{4} - 3\frac{П^2}{2} + П^2\right) = 2П \cdot \left(\frac{3П^2}{4} - \frac{6П^2}{4} + \frac{4П^2}{4}\right)$

$З_2 = 2П \cdot \frac{П^2}{4} = 2\frac{П^3}{4}$

При разделении породы максимально уменьшенные ~~поры~~ затраты могут в 4 раза

Ответ: выгоднее разделить, уменьшатся в 4 раза

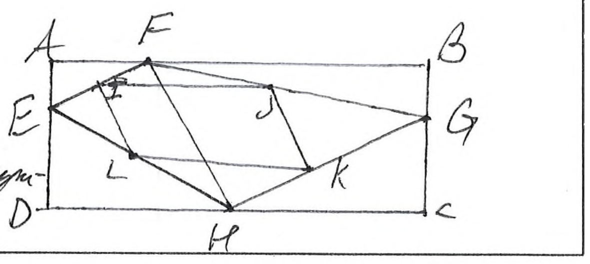
№ 2

Дано:

ABCD − прямоугольник

I, J, K, L − центры описанных окружностей

~~Док., что IJKL − парал~~



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Док., что IJKL - параллелограм

ABCD - ~~пар~~ прямоугольник, значит $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90° \Rightarrow \triangle DEH, \triangle AEF, \triangle FBG, \triangle GCH$ - прямоугольные $\Rightarrow L, I, J, K$ являются центрами гипотенуз EH, EF, FG, GC

Проведем FH

Рассмотрим $\triangle EFH$

IL - средняя линия $\Rightarrow IL = \frac{1}{2} FH$ и $IL \parallel FH$

Рассмотрим $\triangle FHG$

JK - средняя линия $\Rightarrow JK = \frac{1}{2} FH$ и $JK \parallel FH$

$\left.\begin{array}{l} JK \parallel IL \\ JK = IL = \frac{1}{2} FH \end{array}\right\} \Rightarrow IJKL$ - параллелограм

+

чтд

№ 4 +

Преобразуем утверждения в логические уравнения:

$$\begin{cases} \overline{П} \rightarrow \overline{C} = 1 \\ П \rightarrow (C \vee A) = 1 \\ A \vee (\overline{П} \wedge H) = 1 \\ H \rightarrow (A \vee C) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} П + \overline{C} = 1 \\ \overline{П} + C + A = 1 \\ A + \overline{П} \cdot H = 1 \\ \overline{H} + A + C = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} П + \overline{C} = 1 \\ \overline{П} + C + A = 1 \\ (A + \overline{П}) \cdot (A + H) = 1 \\ \overline{H} + A + C = 1 \end{cases}$$

где П - пончик ~~выл~~ ел, С - сиропчик ел, А - авоська ~~ел~~ ел, Н - небоська ел

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АН 64-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Пусть ~~Vx~~ $П=0$

$0+\overline{C}=1$

$\overline{C}=1$

$C=0$

$\cancel{1+0+A=1}$

$$\begin{cases} 1+0+A=1 \\ (A+1)\cdot(A+H)=1 \\ \overline{H}+A+0=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A+H=1 \\ A+\overline{H}=1 \end{cases}$$

Тогда $A=1$, а H может быть и 1, и 0

2) Пусть $C=0$

$$\begin{cases} П+1=1 \\ \overline{П}+0+A=1 \\ (A+\overline{П})(A+H)=1 \\ \overline{H}+A+0=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} A+\overline{П}=1 \\ A+H=1 \\ A+\overline{H}=1 \end{cases} \Rightarrow A=1$$

Тогда $A=1$, а H и $П$ могут быть и 0, и 1

3) Пусть $H=0$

$$\begin{cases} П+\overline{C}=1 \\ \overline{П}+C+A=1 \\ (A+\overline{П})(A+0)=1 \\ 1+A+C=1 \end{cases} \qquad A=1$$

$П+\overline{C}=1$

$П$ и C могут быть и 0, и 1, главное, чтобы $П+\overline{C}=1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) Пусть $A=0$

$$\begin{cases} \overline{П}+\overline{C}=1 \\ \overline{П}+C+0=1 \\ (0+\overline{П})\cdot(0+H)=1 \quad П=0 \quad H=1 \\ \overline{H}+0+C=1 \end{cases}$$

$\begin{cases} \overline{C}=1 \\ C=1 \end{cases}$ противоречие, значит $A\neq 0$, значит в любом случае $A=1$, значит гарантированно можно обвинять Авоську

Ответ: Авоську

№5

А) $f(t)=t$

$F(x,y)=x+y$

1

$f(F(x,y))=f(x+y)=x+y$

$F(f(x),f(y))=F(x,y)=x+y$

Б) $f(F(x,y))=c\cdot F(x,y)+d=c(Ax+By+C)+d=cAx+cBy+$
$+cC+d$

$F(f(x),f(y))=Af(x)+Bf(y)+C=A(cx+d)+B(cy+d)+C$

$\cancel{cAx}+\cancel{cBy}+cC+d=\cancel{Acx}+Ad+\cancel{Bcy}+Bd+C$

$cC+d=Ad+Bd+C$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$C(c-1)=d(A+B-1)$

Да, такая функция существует, но только если выполняется равенство $C(c-1)=d(A+B-1)$

Ответ: да

№3

$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\dots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=x^{2022}-x^{2021}$

При $x<0$ поскольку даже $\left[\frac{2021}{2022}\right]=0$

$\left[\frac{x}{2022}\right]+\dots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]<0$, а $x^{2022}-x^{2021}>0$, значит

$x\geq 0$

$x=0 \Rightarrow \left[\frac{0}{2022}\right]+\dots+\left[\frac{2021}{2022}\right]=0-0$

$0=0$ верно

$x=1 \Rightarrow \left[\frac{1}{2022}\right]+\dots+\left[\frac{2022}{2022}\right]=1-1$

$1=0$ неверно

$x\neq 1$

$\left[\frac{x}{2022}\right]+\dots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]\leq\frac{x}{2022}+\dots+\frac{x+2021}{2022}=x+\frac{\cancel{2022}\cdot\frac{2021}{2}}{\cancel{2022}}=$

$=x+\frac{2021}{2}$

$x^{2022}-x^{2021} \vee x+\frac{2021}{2}$

$x^{2022}-x^{2021}-x \quad \frac{2021}{2}$

$x(x^{2020}(x-1)-1) \quad \frac{2021}{2}$ и возьмём $x>1$

$x-1$ возрастает на $\mathbb{R}$ x^{2020} возрастает на $[0;+\infty)$ и больше нуля на $[0;+\infty)$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$(x-1)x^{2020}$ возрастает на $(1;+\infty)$

$(x-1)x^{2020}-1$ возрастает на $(1;+\infty)$

x больше нуля на $(1;+\infty)$ и там же возрастает

$x((x-1)x^{2020}-1)$ возрастает на $(1;+\infty)$, значит на $(1;+\infty)$ функция будет принимать все значения ровно 1 раз, значит если при $x\in(1;+\infty)$ у уравнения $x(x^{2020}(x-1)-1)=\frac{2021}{2}$ есть корень, то он только один

$x=2$

$2(2^{2020}\cdot(2-1)-1)=\frac{2021}{2}$

$2(2^{2020}\cdot 1-1)=\frac{2021}{2}$

$2(2^{2020}-1)>\frac{2021}{2}$

при $x>2$, $x(x^{2020}(x-1)-1)>2(2^{2020}-1)>\frac{2021}{2}$, значит при $x\geq 2$ нет корней

Значит есть только корень $x=0$

Ответ: 0

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистанционно с использованием ВКС

№ группы — Место проведения

ZI25-55

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ Погадаев

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Максимович

Дата рождения 24.01.2011

Класс: 5

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1

(+)

А (Алдан) — (Б + В) - 100

Б (Бия) — ((Б + В) - 100) + В - 120

В (Витим) — ? КВт

Составим уравнение:

Б = Б + В - 100 + В - 120

0 = 2В - 220

В = 220 : 2

В = 110 — наш ответ (мощность Витима (В))

Ответ: 110 КВт

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11951

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

+

Задача 2

Разложим число „165" на простые множители:

165 | 5
33 | 11
3 | 3
1 |

Надо заметить также, что есть ещё один из простых, но всё равно множитель — „1".

Составим цепочку по возрастанию:

К(квартиры) (на этаже) < П(подъезды) < Э(этажей), расположим числа составленные из множителей в цепочке, соблюдая последовательность (по возрастанию).

$3 < 5 < 11$

$1 < 3 < 55$

$1 < 11 < 15$

$1 < 5 < 33$

Из этих цепочек следует, что общее кол-во [illegible]

может быть равно: 5, 3, 11

Ответ: 3; 5; 11

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

Заметим, что когда из 2-х студентов и 3-х аспирантов профессор заменил 2-х аспирантов на 2-х студентов, то продуктивность увеличилась на 2 дня, а так как одинаковое кол-во аспирантов заменили на одинаковое кол-во студентов и продуктивность увеличилась, из этого следует, что больше пользы от 1-го студента, чем от 1-го аспиранта — наш ответ.

Ответ: от 1-го студента

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 11 +

Предположим, что в 1-ой фразе верна 2-ая часть, тогда на 14-ом этаже живёт Мила, т.к. 1-ая часть 2-ого утверждения неверна, значит верна 2-ая часть, тоже самое происходит и со 3-ей фразой, но при этом происходит противоречие, т.к Мила живёт и на 14-ом, и на 15-ом этажах, а это невозможно. Значит в 1-ой фразе верна 1-ая часть, а не 2-ая. Значит Кира живёт на 11-ом этаже, а на 12-ом этаже Лера не живёт. Значит 1-ая часть 2-ого утверждения неверна, а верна 2 часть, а это значит, что на 14-ом этаже живёт Мила. А это значит, что 2-ая часть 3-его утверждения неверна, а верна 1-ая часть, значит Ника живёт на 12-ом этаже. А т.к на 13-ом этаже никто не живёт по остатку остаётся, что Лера живёт на 15-ом этаже.

Ответ: 11 этаж — Кира; 12 этаж — Ника; 14 этаж — Мила; 15 этаж — Лера.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант:

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-55

±

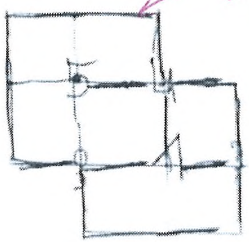
Задача 5 (все проводники 1-2; 1-3 1-4 4-5 разные)

Сразу заметим, что к схеме номер „4" идёт 4 проводника

— проводник

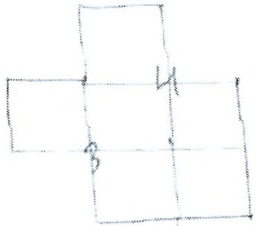
Зарисуем рисунок из 4 клеток, который соблюдает все условия из задачи

лишнее



можно иначе

А если мы будем составлять фигуру из 6 клеток, то лучше всего подойдёт эта фигура.



Но в этой фигуре нет прохода от „3" до „4" схеме
потому что произойдёт наложение. А значит наименьшее
число клеток решётки, содержащее такую схему = 7

Ответ 7 клеток.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M6F01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

KW98-55

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Прохорова

ИМЯ Виктория

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 10.07.2009 Класс: 6

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Прохорова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

(+)

I – первый фиксик (собрал)

II – второй фиксик (собрал)

III – третий фиксик (собрал)

IV – четвёртый фиксик (собрал)

V – пятый фиксик (собрал)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 25 \\
&\mathrm{I} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 30 \\
+\ &\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 45 \\
&\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{V} = 33 \\
&\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} = 27 \\
\hline
&4\cdot\mathrm{I} + 4\cdot\mathrm{II} + 4\cdot\mathrm{III} + 4\cdot\mathrm{IV} + 4\cdot\mathrm{V} = 160
\end{aligned}
$$

$$4\cdot\mathrm{I} + 4\cdot\mathrm{II} + 4\cdot\mathrm{III} + 4\cdot\mathrm{IV} + 4\cdot\mathrm{V} = 160 \mid :4$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 40$$

$\Downarrow$

всего 40 энергосберегающих лампочек собрали все пятеро фиксиков.

Ответ: 40 энергосберегающих лампочек.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ KW98-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 2. (начало)

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x+1}{2}\right] = 2x+4$$

При делении на 2 возможны остатки: 0 и 1, рассмотрим эти случаи.

1) Если остаток 0:
возьмём $x = 2n$, где n - целое число

$$\left[\frac{2n}{2}\right] + \left[\frac{2n+1}{2}\right] = 2\cdot 2n + 4$$

остаток 0, тогда целая часть числа $\left[\frac{2n}{2}\right] =$
$= [n]$ это n

$\left[\frac{2n+1}{2}\right] = \left[n+\frac{1}{2}\right]$, тогда наибольшее целое число здесь n.

Тогда получим:

$n+n=2\cdot 2n+4$

$2n=4n+4$

$-2n=4$

$n=-2 \Rightarrow x=-4$

2) Если остаток 1:

Возьмём $x=2n+1$, n – целое число

$$\left[\frac{2n+1}{2}\right]+\left[\frac{2n+1+1}{2}\right]=2(2n+1)+4$$

$\left[\frac{2n+1}{2}\right]=\left[n+\frac{1}{2}\right]$, наибольшая целая часть здесь n

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ KW98-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

$\left[\frac{2n+1+1}{2}\right] = \left[\frac{2n+2}{2}\right] = [n+1]$, наибольшая целая часть здесь $n+1$.

Тогда получим уравнение:

$n+n+1 = 2(2n+1)+4$

$2n+1 = 4n+2+4$

$-2n = 6-1$

$-2n = 5$

$n = -\frac{5}{2}$, это невозможно, т.к. n – целое число

Ответ: $x = -4$

№3 (±)

Минимальное кол-во линий электропередачи 4, если учесть, что и в город, и в поселок идет хотя бы одна линия электропередачи.

Максимальное кол-во линий – 5. ?

Ответ: мин. – 4 линии электропередачи, макс. – 5 линий электропередачи.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Нам известны следующие варианты

Т.	П.	С
не ел	не ел	ел
не ел	ел	ел
не ел	ел	ел

Возникает противоречивая информация с Сиропчиком и Пончиком. Вначале сказано, если Пончик не ел, то Сиропчик ел. Но затем сказано, что если ел Сиропчик, то Пончик тоже ел. А о том, как ел Торопыжка ничего не сказано. Скорее всего, съел он, ведь кто-то должен был съесть этот кулич. Но всё-таки точно не известно, информации недостаточно. +

Ответ: информации недостаточно.

№4. +

1 элемент должен соединяться с 2,3 и 4

2 с 1,5,6

3 с 1,5,6

4 с 1,5

5 с 4,3,2

6 с 2,3

Подберём такую схему, которая имеет минимальное кол-во клеток и соответствует условию

=> мин. кол-во клеток - 6.

Ответ: 6 клеток

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистационно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ZI25-21

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ Птушкин

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 22.03.2010 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2022 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ПИ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Чистовик. Лист 1 из 3.

Задание №1 +

Пусть „Алдан" = А

„Бия" = Б

„Витим" = В.

$А + 100 = Б + В$

$Б + 120 = А + В$

$А + Б + 220 = Б + А + 2В$

$220 = 2В$

$В = 110$

Значит мощность генератора „Витим" 110 кВт

Ответ: 110 кВт

Задание №2 +

165 - это произведение количества квартир на этаж, количество

этажей и количества подъездов.

Если разложить 165 на простые множители, то получится

$165 = 5 \cdot 3 \cdot 11$

~~[illegible]~~ В таком случае где нет единицы только один вариант: 3 - квартиры на этаже, 5 - подъездов, 11 - этажей

Если есть единица, то она может быть только в количестве квартир на этаже. Есть варианты: 1, 11, 15

1, 3, 55

1, 5, 33

Произведения простых чисел в количестве подъездов не может быть, потому что тогда число подъездов будет больше числа этажей. Значит есть 3 варианта: 5, 3, 11 подъездов.

Ответ: 5, 3, 11.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Чистовик. Лист 2 из 3

~~№~~

Задание №3.

Пусть:

аспирант = a

студент = c

+

$(2c+3a)\cdot 7=(4c+a)\cdot 5$

$14c+21a=20c+5a$

$16a=6c$

Поскольку большее число аспирантов приносит столько же пользы сколько меньшее число студентов, то ~~[illegible]~~ от студента больше пользы чем от аспиранта

Ответ: от студента.

Задание №4. +

Если высказывание „на 12-ом Лера" ~~не~~ истинное, то высказывания „на 12-ом Кира" и „на 12-ом Ника" ложные. А высказывания „на 14-ом Мила" и „на 15-ом Мила" истинные. Но тогда Мила живет и на 14-ом и на 15-ом - противоречие.

Значит высказывание „на 12-ом Лера" - ложное.

значит „на 11-ом Кира" - истинное

Значит „на 12-ом Кира" - ложное

значит „на 14-ом Мила" - истинное

Значит „на 15-ом Мила" - ложное.

значит „на 12-ом Ника" - ~~ложное~~ истинное.

Значит Лера на 15-ом.

Ответ: Кира на 11-ом, Ника на 12-ом, Мила на 14-ом, Лера на 15-ом

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-21

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

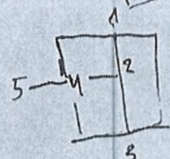
Чистовик. Лист 3 из 3.

Задание №5. ±

4 соединено со всеми, а 5 только с 4. Значит у 4 только такой вариант: -4-. А 1,2,3,4 - все соединены между собой.

В любом случае придётся соединять противоположные.

В наименьшем случае это так . Достраивая получается наименьший вариант:



— здесь использовано 12

это не клетки

Клеток. Ответ: 12.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

GY48-22

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Рожицын

ИМЯ Владислав

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 06.09.2004

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: - (Рожицын)

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 5. + +

Обозначу Пончика за П, Сиропчика за С, Авоську за А и Небоську за Н. Пусть, если кто-то ел корм, то это 1, а если нет, то 0. На основании этого построю „таблицу истинности":

П	С	А	Н	Могло ли так быть (1 - могло, 0 - не могло)
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	0 (противоречит (3))
1	1	0	0	0 (противоречит (3))
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0 (противоречит (2) и (3))
1	0	0	0	
0	1	1	1	0 (противоречит (1))
0	1	1	0	
0	1	0	1	
0	1	0	0	
0	0	1	1	1
0	0	1	0	1
0	0	0	1	0 (противоречит (4))
0	0	0	0	0 (противоречит (3))

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-22

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Теперь выпишу только возможные случаи:

П	С	А	И
1	1	1	1
1	1	1	0
1	0	1	1
1	0	1	0
0	0	1	1
0	0	1	0

Заметим, что во всех случаях А - Авоська ел куль, значит Незнайка может его обвинить в поедании за ночь целого куля собачьего корма.

Ответ: Авоську

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-22

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 2 $\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=\frac{\lg(2^x+1)-\lg(6)}{\lg(5)-\lg(10)}$

→ Преобразуем левую часть: заметим, что при $x=0$ она равна 0, а при увеличении на 1 тоже увеличивается на 1. (Т.к. при $x=0$ каждое из слагаемых ~~меньше~~ равно 0, т.к. $\{x \ldots x+2021\}<2022$, при увеличении на 1 увеличивается количество слагаемых равных 1, а когда все слагаемые равны 1 (при $x=2022$), следующим целым слагаемое $\left[\frac{x+2021}{2022}\right]$ станет 2)

Таким образом, левая часть эквивалентна x.

→ Преобразую правую часть: $\frac{\lg(2^x+1)-\lg 6}{\lg 5-\lg 10}=$

$$=\frac{\lg\frac{2^x+1}{6}}{\lg\frac{5}{10}}=\log_{0.5}\frac{2^x+1}{6}$$

+

→ Получим: $x=\log_{0.5}\frac{2^x+1}{6}$

$$\frac{2^x+1}{6}=\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1^x}{2^x}=\frac{1}{2^x}$$

$$(2^x+1)(2^x)=6$$

$$(2^x)^2+(2^x)-6=0$$

Пусть $t=2^x$, $t>0$, тогда $t^2+t-6=0$

$D=b^2-4ac=1+24=25$, $D>0$, 2к.

$t_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1-5}{2}=-3$ не удовлетворяет условию $t>0$

$t_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1+5}{2}=\frac{4}{2}=2$

Получим $2^x=2^1$

$x=1$

Ответ: 1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-22

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1 + E – энергия, затрачиваемая при поедании пищи

$V_{кул.}$ – объем целой кулебяки

• Пусть x – часть кулебяки, тогда объем $x \in (0;1)$

одной из частей: $xV_{кул}$, второй: $(1-x)V_{кул}$.

• Затраты на целую кулебяку: $E_{цел.} = k\sqrt{V_{кул.}}$

• Затраты на часть кулебяки:

$E_{части} = k\sqrt{xV_k} + k\sqrt{(1-x)V_k} \overset{=}{+} \sqrt{x}\cdot\sqrt{V_k} + \sqrt{V_k}\cdot\sqrt{1-x} =$

$= \sqrt{V_k}\cdot(\sqrt{x} + \sqrt{1-x})$

$x \in (0;1) \Rightarrow (1-x) \in (0;1)$

$\Rightarrow \sqrt{x} > x$, т.к. $x \in (0;1)$

$\sqrt{1-x} > (1-x)$, т.к. $(1-x) \in (0;1)$

$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{1-x} > x + 1 - x$

$\sqrt{x} + \sqrt{1-x} > 1$ $\Rightarrow$ выгоднее съесть целую

т.к. $E_{\text{части}} > \sqrt{V_к}$.

$E_{\text{части}} > E_{\text{целой}}$

• Максимально при $x = \frac{1}{2}$:

$E_{\text{части}} = \sqrt{\frac{1}{2}V_к} + \sqrt{\frac{1}{2}V_к} = \sqrt{2V_к} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{V_к} = \sqrt{2} \cdot E_{\text{целой}}$

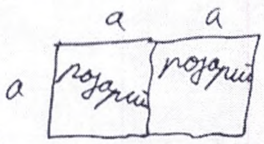
в $\sqrt{2}$ раз больше!

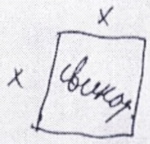
<u>Ответ:</u> выгоднее съесть целую; максимально в $\sqrt{2}$ раз больше энергии тратится при делении на части;

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3 (+)

I. Если можно рассматривать квадрат как частный случай прямоугольника, то:





$P = 8a$ $P = 4x$

$S = 2a^2$ $S = x^2$

Тогда: $\begin{cases} 8a - 16 = 4x \\ 2a^2 - 16 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4 = x \\ 2a - 16 = x^2 \end{cases}$

$2a^2 - 16 = (2a-4)^2$

$2a^2 - 16 = 4a^2 - 16a + 16$

$2a^2 - 16a + 32 = 0$

$a^2 - 8a + 16 = 0$

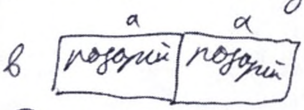
$(a-4)^2 = 0$

$a = 4 \Rightarrow 8 \cdot 4 - 16 = 4x$

$x = 4$

Ответ: могут, длины позорий: 4 и 4
свинарника: 4

II. Если нельзя так рассматривать, то:

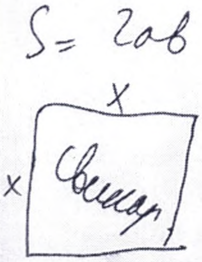


$P = 4(a+b)$

$S = 2ab$

$\Rightarrow \begin{cases} 4(a+b) - 16 = 4x \\ 2ab - 16 = x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} a + b - 4 = x \\ 2ab - 16 = x^2 \end{cases}$



$P = 4x$

$S = x^2$

$2ab - 16 = (a + b - 4)^2$

$2ab - 16 = a^2 + 2ab + b^2 - 8a - 8b + 16$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики» **GY48-22**

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = 0$

$(a^2 - 8a + 16) + (b^2 - 8b + 16) = 0$

$(a-4)^2 + (b-4)^2 = 0$

$a = 4$ и $b = 4$, т.к. квадраты больше или равны нулю, а значит $a-4=0$ и $b-4=0$

$\Rightarrow a = b = 4$ (первый случай)

Ответ: не может, если прямоугольник не может быть квадратом, иначе стороны все по 4.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

MGF01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

KW98-35

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Ручко

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Денисович

Дата рождения 11.03.2009 Класс: 6

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ручко

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ KW98-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1 +

1 фикус – x

2 фикус – y

3 фикус – z

4 фикус – a

5 фикус – b

$y+z+a+b=25$

$x+z+a+b=30$

$x+y+z+b=33$

$x+y+a+b=45$

$x+y+z+a=27$

$4x+4y+4a+4b+4z=160$

$x+y+z+a+b=160:4$

$x+y+z+a+b=40$

Ответ: 40

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! KW98-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\left[-\frac{4}{3}\right]=\left[-1\frac{1}{3}\right]=\left[-2+\frac{2}{3}\right]=-2$$

$$\left[\frac{x}{2}\right]+\left[\frac{x+1}{2}\right]=2x+4$$

1) если x - четное то $x+1$ нечетное

$\frac{x}{2}$ - четное $\Rightarrow \left[\frac{x}{2}\right]=\frac{x}{2}$

$$\left[\frac{x+1}{2}\right]=\left[\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right]=\frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=2x+4$$

$$x=2x+4$$

$$2x-x=-4$$

$$x=-4$$

2) Если x - нечётное, то $x+1$ - чётное.

$$\left[\frac{x+1}{2}\right] = \frac{x+1}{2} \qquad \left[\frac{x}{2}\right] = \left[\frac{x-1+1}{2}\right] = \frac{x-1}{2}$$

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{2} = 2x+4 \Rightarrow x = 2x+4 \Rightarrow \underline{\underline{x=-4}}$$

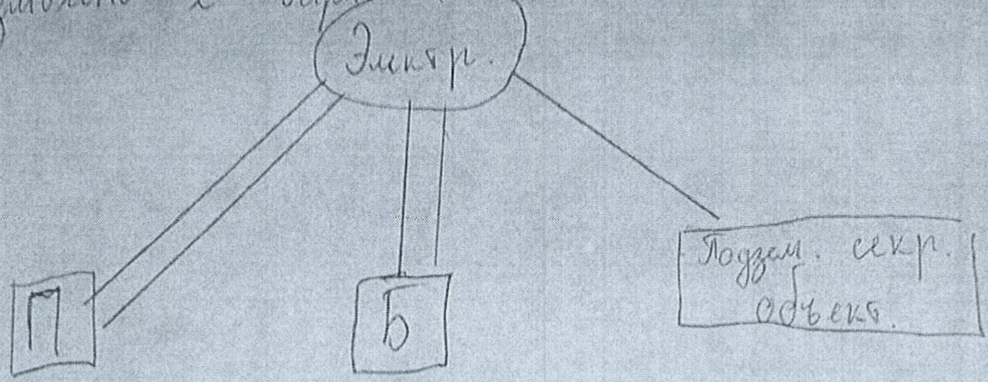
Ответ: -4.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

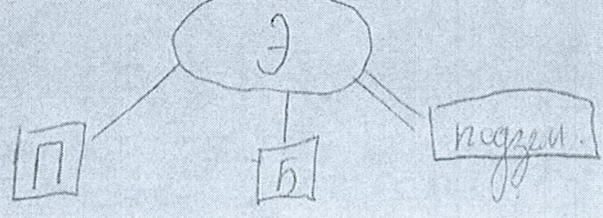
±

Возможно 2 варианта



На подземн. секр. объект хотя бы одна =>
3 линии, что не в П будут в Б и Подземн. секр. объект.
и линии, что не в Б будут в П и подземн. секр. объект.
Всего 6 линий

2)



Всего н линии ?

Ответ: минимальное 4 линий
максимальное 5 линий

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

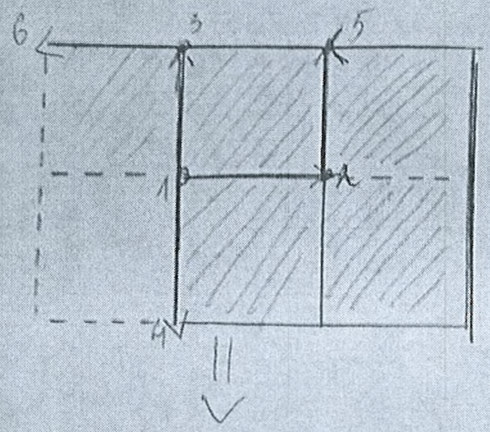
Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ KW98-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

+



5 клеток

Ответ: 5 клеток

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ KW98-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

3 корма

Торопыжка	Пончик	Сиропчик
если не ел =>	не ел	ел
не ел	⇐ если ел =>	ел
не ел	⇐ ел ⇐	если ел

1) если ел пончик, то Торопыжка не ел => Пончик не ел
Противоречие

2) если ел Сиропчик, то Пончик не ел
противоречие

Значит методом исключения ел Торопыжка

Ответ: Торопыжка

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Место проведения	шифр	
МЭИ	ЛА 27 - 77	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ХОМУТОВ

ИМЯ ЮРИЙ

ОТЧЕСТВО КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 27.05.2004 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2022 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хом

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Из условия следует, что затраченная на еду энергия вычисляется по формуле: $E(V)=k\cdot\sqrt{V}$, где k - некоторое число.

Если съесть всю порцию объёмом V, то затраты энергии будут равны $k\cdot\sqrt{V}$. ①

Если разделить эту порцию на две порции (для дальнейших расчётов удобно разделить их на $a\cdot V$ и $(1-a)\cdot V$, где $0\leq a\leq 1$).

Тогда итоговая энергия, затраченная на поедание этих двух порций будет равна: $E_{общ.}=E(a\cdot V)+E((1-a)\cdot V)=$
$=k\cdot\sqrt{aV}+k\cdot\sqrt{(1-a)\cdot V}=k\sqrt{V}\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{1-a})$. ②

Сравним это число с $k\cdot\sqrt{V}$, найдя отношение ② к ①:

$\frac{k\cdot\sqrt{V}\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{1-a})}{k\cdot\sqrt{V}}=\sqrt{a}+\sqrt{1-a}$. Обозначим полученное значение как $f(a)$ и ~~найдём~~ исследуем данную функцию:

$f(a)=\sqrt{a}+\sqrt{1-a}$, то $f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}-\frac{1}{2\sqrt{1-a}}$. $D(f)=[0;1]$ - по условию, а $D(f')=(0;1)$, т.к. ~~т.к. только при $a\in(0;1)$ будет: $a>0$ и $1-a>0$~~.

$a>0$ и $1-a>0$
$\Leftrightarrow a<1$

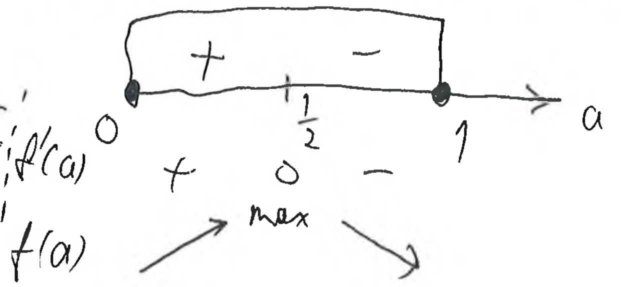
Критические точки для $f(a)$ найдём из уравнения: $f'(a)=0$.

$\frac{1}{2\sqrt{a}}-\frac{1}{2\sqrt{1-a}}=0$, то $\frac{1}{2\sqrt{a}}=\frac{1}{2\sqrt{1-a}}$, то $\sqrt{a}=\sqrt{1-a}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow a=1-a$, $\Rightarrow a=\frac{1}{2}$.

$f'(\frac{1}{5})=\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{5}}}-\frac{1}{2\sqrt{\frac{4}{5}}}>0$, т.к. $\sqrt{\frac{1}{5}}<\sqrt{\frac{4}{5}}$

$f'(\frac{4}{5})=\frac{1}{2\sqrt{\frac{4}{5}}}-\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{5}}}=-f'(\frac{1}{5})<0$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжение)

Так, минимальное значение $f(a)$ принимает при $a=0$ или $a=1$ (~~...~~ в случае, если порцию не делить вовсе).

Максимальное значение $f(a)$ равно $f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}=2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Напомню, что $f(a)$ — отношение энергии, затраченной на создание двух отдельных порций к энергии, затр. на 1 порцию.

Ответ: выгоднее не делить порцию; затраты при делении увеличатся максимум в $\sqrt{2}$ раз

+

№2. +

$$\sum_{i=0}^{2021}\left[\frac{x+i}{2022}\right]=\frac{\lg(2^x+1)-\lg(6)}{\lg(5)-\lg(10)} \quad *$$

Исследуем левую и правую часть уравнения при целых x:

1) Заметим, что при $x=0$: $\sum\limits_{i=0}^{2021}\left[\frac{x+i}{2022}\right]=\sum\limits_{i=0}\left[\frac{i}{2022}\right]=$

$=\left[\frac{0}{2022}\right]+\left[\frac{1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{2021}{2022}\right]=0=x$

~~Найдём~~ обозначив выражение в левой части уравнения как $f(x)$, найдём $f(x+1)$:

$$f(x+1)=\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\left[\frac{x+1+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+1+2021}{2022}\right]=\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\left[\frac{x+2}{2022}\right]+$$
$$+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]+1,$$ т.к. по определению $[a]$: $[a+1]=[a]+1$.

Тогда $f(x+1)=f(x)+1$, или $f(x)=f(x+1)-1$.

Используя метод математической индукции для $x\in N_0$ и для $x\in \mathbb{Z}^-\cup\{0\}$ можно доказать, что $\forall x\in\mathbb{Z}: f(x)=x$.

В самом деле, если при $x\in N_0$ $f(x)=x$, то для $x+1$: $f(x+1)=$ $=f(x)+1=x+1$. Для $x\in\mathbb{Z}^-\cup\{0\}$: если $f(x)=x$, то $f(x-1)=f(x)-1=x-1$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

2) $\frac{\lg(2^x+1)-\lg(6)}{\lg(5)-\lg(10)}=\frac{\lg\left(\frac{2^x+1}{6}\right)}{\lg\left(\frac{5}{10}\right)}=\lg_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2^x+1}{6}\right)=$

$=\lg_2\left(\frac{6}{2^x+1}\right).$

3) Если $x=0$, то ур-е имеет вид:

$0=\lg_2\left(\frac{6}{2^0+1}\right)$ – ложно, значит $x\neq0$.

Если $x=1$, то: $1=\lg_2\left(\frac{6}{2^1+1}\right)$

$1=\lg_2(2)$ – истинно, значит есть корень $x=1$.

Заметим, что ур-е $x=\lg_2\left(\frac{6}{2^x+1}\right)$ имеет единственный целый корень, ведь если $x_1>x_2$ и $x_1,x_2\in\mathbb{Z}$, то:

$2^{x_1}+1>2^{x_2}+1$; то $\frac{6}{2^{x_1}+1}<\frac{6}{2^{x_2}+1}$ и $\lg_2\left(\frac{6}{2^{x_1}+1}\right)<\lg_2\left(\frac{6}{2^{x_2}+1}\right)$.

Т.к. $x=g(x)$, где $g(x)=\lg_2\left(\frac{6}{2^x+1}\right)$ – убывающая функция, а x – возрастающая, значит $x=g(x)$ может иметь только 1 корень.

Ответ: 1.

№3. Предположим, что есть два одинаковых розария с длинами сторон a и b и свинарник со стороной c.

По условию:

$2\cdot(2a+2b)>4\cdot c$ на 16 м и $2\cdot ab>c^2$ на 16 м^2, или:

$\begin{cases}4(a+b)=4c+16 \ |:4\\ 2ab=c^2+16.\end{cases}$ Решим данную систему:

$\begin{cases}a+b=c+4,\\ \cancel{2ab=(a+b)^2+16}\ 2ab=(a+b-4)^2+16;\end{cases}\Rightarrow$

$\Rightarrow\begin{cases}a+b=c+4,\\ \cancel{2ab}=a^2+b^2+16+\cancel{2ab}-8a-8b+16;\end{cases}$ $\begin{cases}a+b=c+4,\\ a^2-8a+16+b^2-8b+16=0;\end{cases}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА 27-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} a+b=c+4, \\ (a-4)^2+(b-4)^2=0; \text{①} \end{cases} \begin{cases} a+b=c+4, \\ a=4, \\ b=4; \end{cases} \begin{cases} c=4, \\ a=4, \\ b=4. \end{cases}$$

так как $(a-4)^2 \geq 0$ и $(b-4)^2 \geq 0$, то из ур-я ① следует, что $a-4=0$ и $b-4=0$

Проверим полученные данные:

$2\cdot(2\cdot4+2\cdot4)=32=P_{розариев}$

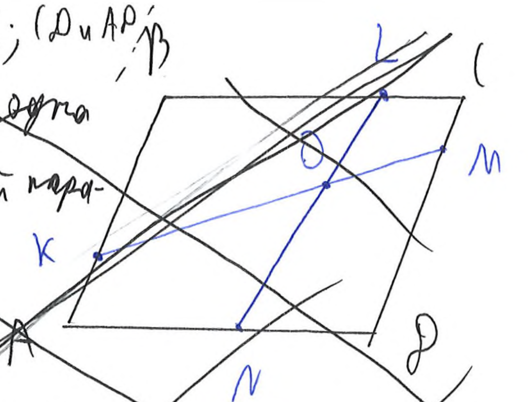
$4\cdot4=16=P_{свинарника}=P_{розариев}-16$. – верно

$2\cdot(a\cdot b)=2\cdot16=32=S_p$

$c^2=16=S_{св.}=S_p-16$ – верно.

Ответ: длина стороны ~~розария~~ свинарника – 4 м; длины сторон розария: 4 м и 4 м.

№4. Выберем на сторонах AB; BC; CD и AD; B точки K; L; M и N соотв., чтобы ни одна из точек не совпадала с вершиной параллелограмма и обозначим точку пересечения как O.



Рассмотрим ломаную OLCMO: по построению $LC\neq0$ и $CM\neq0$. Так как K и M – по одну сторону от BC, то отрезки KM и BC не имеют общих точек, значит $LO\neq0$. Аналогично и $OM\neq0$. Так же исходя из этого: $O\notin CD$ и $O\notin BC$, значит данная замкнутая ломанная – четырёхугольник. (Это было получено из того, что $L\neq C$ и $M\neq C$)

Аналогично получается, что и BLOK, и KONA, и OMDN – четырёхугольники. Значит точки L, M, N и K ~~должны совпадать~~ не могут ~~лежать~~ не совпадать с вершинами ▱ABCD.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АЯ 27-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

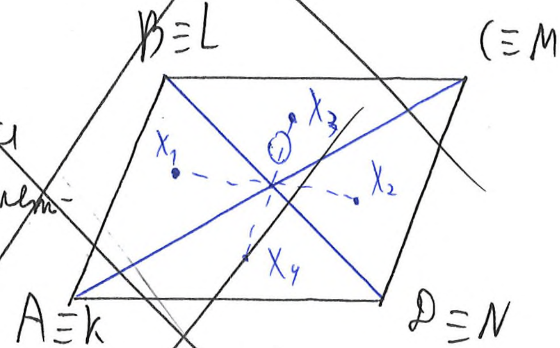
Исходя из доказанного, можно получить два положения точек K, L, M и N: 1) $K \equiv A$, $L \equiv B$, $M \equiv C$ и $N \equiv D$

2) $K \equiv B$, $L \equiv C$, $M \equiv D$ и $N \equiv A$

Данные случаи аналогичны, поэтому рассмотрим только первый:

по свойству параллелограмма:

т. O – общая середина AC и BD. Эта же точка будет являться центром симметрии для ▱$ABCD$.



Рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle CDO$:

центры описанных около них окружностей: X_1 и X_2 соотв.

~~так как~~ Отразим $\triangle ABO$ симметрично относительно т. O:

$O \to O$; $A \to C$ и $B \to D$, значит $\triangle ABO \to \triangle CDO$.

Из этого следует, что и $X_1 \to X_2$ при центральной симметрии. Значит: $O \in X_1X_2$ и $OX_1 = OX_2$.

Аналогично ~~мы~~ доказывается, что при симметрии относительно точки O $\triangle BOC \to \triangle DOA$, а значит $X_3 \to X_4$ – центры окружностей, описанных около $\triangle BOC$ и $\triangle DOA$ соответственно. Значит O – середина X_3X_4.

Рассмотрим ▱$X_1X_3X_2X_4$: $X_1X_2 \cap X_3X_4 = O$ и O – общая середина для X_1X_2 и X_3X_4 по доказанному. Значит ▱$X_1X_3X_2X_4$ – параллелограм, что и требовалось доказать.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА-27-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

+

№5. Введём обозначения: П – Пончик; С – Сиропчик; А – Авоська; Н – Небоська; ~~В – виновен; Н – не невиновен~~.

~~Так ка~~ Чтобы понять, кто гарантированно может быть виновен, нужно ~~доказать~~ выяснить, может ли кто-либо быть невиновен.

Например, если А невиновен, то по условию ③: П невиновен и Н виновен

По условию 4 видно, что либо А виновен, что ложно по предположению, либо виновен С. Значит С должен быть виновен. С другой стороны, П невиновен, а значит по условию ① невиновен и С. Получили противоречие, доказывающее, что Авоська виновен.

2) Используя данное утверждение, получим, что всегда будут выполнены условия ②, ③ и ④.
③ верно, так как показания „Авоська ел корм" - истинно.
② и ④ так же верны, ведь если П или Н не ели корм, то противоречий в условиях не возникает. Если П или Н - ели корм, то ② и ④ или ④ (в зависимости от того, кто виновен) - выполнены, ведь А ел корм.

Это означает, что Пончик, Сиропчик и Небоська могут быть как виновниками, так невиновными.

Ответ: Незнайка может обвинить только Авоську.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

АН 64-59

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Шиловский

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО ЭДУАРДОВИЧ

Дата рождения 10.05.2005

Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть весь объём стаканчика мороженного $(x+y)$, а на его энергет. затраты во время еды уходят p. Тогда объём двух порций это x и y, а затраты энергии k. Составим пропорцию.

$$\cancel{x+y)}\ \frac{p}{k}=\frac{(x+y)^3}{x^3+y^3} \qquad (x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3>x^3+y^3$$

Следовательно $\frac{(x+y)^3}{x^3+y^3}>1$. Значит $\frac{p}{k}>1$ $p>k$. Тогда выгоднее съесть 2 порции, для экономии энерг. запаса.

+

$$\frac{(x+y)^3}{x^3+y^3}=\frac{x^3+3x^2y+3y^2x+y^3}{x^3+y^3}=1+\frac{3xy\cdot(x+y)}{(x+y)\cdot(x^2-xy+y^2)}=$$

$=1+\frac{3xy}{x^2-xy+y^2}$. Чтобы это было максимальное, нужно, чтобы $xy>x^2-xy+y^2$.

$x^2-2xy+y^2<0$

$(x-y)^2<0$, такого быть не может, так как квадрат выражения всегда больше, либо равен 0.

Тогда $xy=x^2-xy+y^2$. $(x-y)^2=0$ $x=y$. То есть мы должны разделить на 2 равных объёма. ~~Подставим вместо „y"~~ сделаем замену.

$$\frac{(x+x)^3}{x^3+x^3}=\frac{8x^3}{2x^3}=4$$

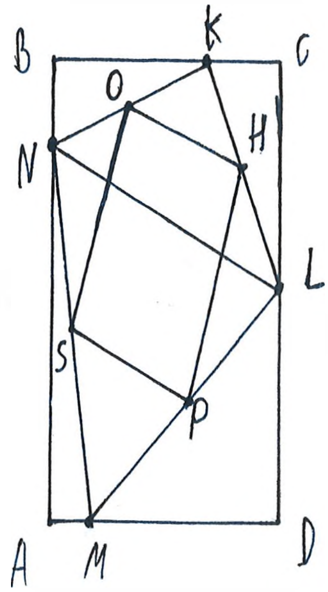
Ответ: Выгоднее для экономии энергии съесть 2 порциями. Максимум изменения в 4 раза меньше энергии затратится на 2 порции, если они равны.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Дано: прямоугольник ABCD.
$K \in BC$, $L \in CD$, $M \in AD$, $N \in AB$,
O, H, P и S – центры описанных окр-тей у Δ-ов BNK, KCL, LDM, MAN соответственно.

Д-ть: OHPS – ||-амм.



+

Решение:

1) В прямоуг. Δ-ке центр описанной окр-ти лежит на середине гипотенузы, поэтому т. O, H, P и S – середины отрезков NK, KL, LM, MN соответственно, так как ΔBNK, ΔKCL, ΔLDM и ΔMAN – прямоуг (~~св-во прям. Δ-ка~~ опр. прямоугольника, опр. прям. Δ-ка)

2) Проведём NL и рассмотрим ΔNKL и ΔNML:

ΔNKL: OH является средней линией ΔNKL (п.1, опр. средней линии). Тогда, $OH \parallel NL$ и $OH = \frac{1}{2} NL$ (св-во средней линии)

ΔNML: SP – является средней линией ΔNML (п.1, опр. средней линии). Тогда, $SP \parallel NL$ и $SP = \frac{1}{2} NL$ (св-во средней линии)

3) $SP \parallel NL$, $OH \parallel NL$ $\Rightarrow$ $SP \parallel OH$ (п.2)
$SP = \frac{1}{2} NL = OH$ (п.2) $\Rightarrow$

4) OHSP – ||-амм (призн. ||-амма, п.3)

~~Ответ:~~ ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АН 64-59

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 +

Рассмотрим два случая в п. 3. Когда верно 1 утверждение и когда верно 2.

1сл: Пусть верно утверждение „Пончик не ел, но при этом ел корм Небоська".

Тогда из (1) Сиропчик тоже не ел, но в (4), если Небоська ел, то ел либо Авоська, либо Сиропчик, но в данном случае это Авоська, потому что у Сиропчика алиби.

Значит в 1сл. ели Авоська и Небоська.

2сл: Пусть верно утверждение „Авоська ел корм". Тогда Авоська ел, а другие неизвестно. ~~То ут~~ Это утверждение в (2) никак не пересекается с другими.

д-ть.

Третьего случая, когда обе фразы ~~ве~~ в (3) верны нет, так как в случае получилось что верны оба ~~утв~~ утверждения.

Получаем, что точно ел Авоська

Ответ: Авоська

№5

А) Пример пары рассеянных собеседников.

$F(x;y) = 2x+2y$

$\cancel{t(x) = 2x}$

$f(t) = 2t$

$f(F(x,y)) = 2\cdot(2x+2y) = 4x+4y$

$F(f(x),f(y)) = 4x+4y$.

±

Б) $F(x,y) = Ax+By+C$, $f(x) = cx+d$

$f(F(x,y)) = c\cdot(Ax+By+C)+d = A\cdot(cx+d)+B\cdot(cy+d)+C = F(f(x),f(y))$

$cAx+cBy+Cc+d = Acx+Ad+Bcy+Bd+C$

$Cc+d = Ad+Bd+C$

$d\cdot(A+B-1) = C\cdot(c-1)$

d и $(c-1)$ — любые числа. Поэтому чтобы выполнялось равенство C и $(A+B-1)$ должны быть равны 0.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АН 64-59

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

$A+B-1=0 \quad C=0$

$A+B=1 \quad C=0$

Такая функция $F(x,y)$ существует, например вида $0{,}3x+0{,}7y+0$.

Ответ: существует.

№3.

Рассмотрим $x\geq 2$ (если нужно найти целоч. решения значит $x\in\mathbb{Z}$, значит рассмотр. только целые x)

При $x=2$ левая часть равна 2, а правая 2^{2021}. Очевидно, что $2<2^{2021}$. ?

Заметим, что с $x=2$, добавляя по 1, левая часть будет увеличиваться лишь на 1

То есть при $x\geq 2$, левая часть равна x, а правая $x\cdot(x^{2021}-x^{2020})$, очевидно $x<x\cdot(x^{2021}-x^{2020})$ при $x\geq 2$. ??

Рассмотрим $x=1$. Левая часть равна 1, а правая 0. Не подходит

Рассмотрим $x=0$. Левая часть равна 0, как и правая равна 0. Подходит

Рассмотрим $x=-1$. Левая часть равна 0, правая равна 2. Не подходит.

Рассмотрим $x\leq-2$. левая часть будет всегда меньше либо равна 0, а у правой x^{2022} всегда полож. при $x\leq-2$, а x^{2021} — всегда отриц. при $x\leq-2$.

Тогда $x^{2022}-x^{2021}$ всегда полож. при $x\leq-2$. Значит левая и правая часть никогда не будут равны при $x\leq-2$

Ответ: $x=0$.

−1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

PL90-79

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Широкова

ИМЯ Арина

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 15.02.2007 Класс: 8

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 12.3.2022
(число, месяц, год)

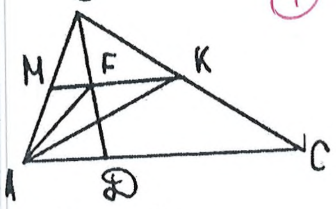
Подпись участника олимпиады: Шир

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 2

(+)



Дано:
△ABC
MK - средняя линия △ABC
BD - биссектриса
AF = FK
Доказать, что AK - биссектриса ∠FAD

Док-во

1) Рассм. △AFK
AF = FK => △AFK - равнобедренний, где ∠FAK = ∠FKA

2) MK - средняя линия △ABC => MK ∥ AC (средняя линия ∥ основанию в △)
∠FKA = ∠KAC (накрест леж. при параллельних прямих MK и AC, секущей AK)

3) ∠FKA = ∠FAK
∠FKA = ∠KAC } ∠FAK = ∠KAC => AK - биссектриса ∠FAD ~~∠FAC~~
ч.т.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1 (+)

Пусть x -кол-во батареек, которое принес командир
$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}$ -кол-во батареек, которое принес, каждый боец.

По условию задачи:

(1) $y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}=200$

(2) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9=195$

(3) $x+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_{10}+y_9=195$

(4) $x+y_1+y_2+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}=195$

(5) $x+y_1+y_2+y_3+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}=195$

(6) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}=195$

(7) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_7+y_8+y_9+y_{10}=195$

(8) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_8+y_9+y_{10}=195$

(9) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_9+y_{10}=195$

(10) $x+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_{10}=195$

(11) $x+y_1+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}=195$

Из уравнения (1) вычем
Из уравнения (1) вычем уравнение (2) и получим $y_{10}-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (3) и получим $y_1-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (4) и получим $y_3-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (5) и получим $y_4-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (6) и получим $y_5-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (7) и получим $y_6-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (8) и получим $y_7-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (9) и получим $y_8-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (10) и получим $y_9-x=5$
Из уравнения (1) вычем уравнение (11) и получим $y_2-x=5$

Выразим x:

$x=y_{10}-5$ $\quad x=y_5-5$ $\quad x=y_{10}-5$
$x=y_1-5$ $\quad x=y_6-5$ $\quad x=y_2-5$
$x=y_3-5$ $\quad x=y_7-5$
$x=y_4-5$ $\quad x=y_8-5$

продолжение на 3 стр

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-79

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 1 (продолжение)

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_1 - 5 \end{cases}$$
$y_1 - 5 = y_{10} - 5$
$y_1 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_3 - 5 \end{cases}$$
$y_3 - 5 = y_{10} - 5$
$y_3 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_4 - 5 \end{cases}$$
$y_4 - 5 = y_{10} - 5$
$y_4 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_5 - 5 \end{cases}$$
$y_5 - 5 = y_{10} - 5$
$y_5 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_6 - 5 \end{cases}$$
$y_6 - 5 = y_{10} - 5$
$y_6 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_7 - 5 \end{cases}$$
$y_7 - 5 = y_{10} - 5$
$y_7 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_8 - 5 \end{cases}$$
$y_8 - 5 = y_{10} - 5$
$y_8 = y_{10}$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_9 - 5 \end{cases}$$
$y_{10} - 5 = y_9 - 5$
$y_{10} = y_9$

$$\begin{cases} x = y_{10} - 5 \\ x = y_2 - 5 \end{cases}$$
$y_2 - 5 = y_{10} - 5$
$y_2 = y_{10}$

$$\left.\begin{array}{l} y_{10} = y_1 \\ y_{10} = y_3 \\ y_{10} = y_4 \\ y_{10} = y_5 \\ y_{10} = y_6 \\ y_{10} = y_7 \\ y_{10} = y_8 \\ y_{10} = y_9 \\ y_{10} = y_2 \end{array}\right\}$$

$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = y_6 = y_7 = y_8 = y_9 = y_{10} = y$

$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10} = 200$

$10y = 200$

$y = 20$

$x = y_{10} - 5 = y - 5 = 20 - 5 = 15$

$10y + x = 200 + 15 = 215$

очень долго

Ответ: 215 батареек

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 5. (+)

Предположим, что ел корм Пончик.
По утверждению (1), Сиропчик не ел корм, тогда по утверждению (3) если Сиропчик не ел корм, то Пончик тоже его не ~~ел~~ ел, а по предположению Пончик ел => противоречие.
Тогда Пончик не ел корм и по утверждению (2) Торопыжка ~~должен~~ ел корм, иначе противоречие утверждению.

	Торопыжка	Пончик	Сиропчик
ел	√	X	?
не ел	X	√	?

По утверждения Сиропчик мог есть корм, а и мог не есть. Если Сиропчик не ел корм, тогда соблюдается утверждение (3), а если Сиропчик ел корм, тогда противоречия в утверждениях нет.

Ответ: Торопыжка ел; Пончик не ел, Сиропчика гарантированно обвинить или оправдать нельзя.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №4

$$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=x^{2022}+x-1$$

~~1011~~

$$1011\left(\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]\right)=x^{2022}+x-1$$

Если x - четное число, то $x^{2022}+x-1=Ч+Ч-1=Ч-1=Н$

Если x - нечетное число, то $x^{2022}+x-1=Н+Н-1=Ч-1=Н$,

то есть выражение $(x^{2022}+x-1)\not\vdots\, 2$, значит

$\left[\frac{x}{2022}\right]=m$ $\qquad x^{2022}+x-1\ \vdots\ 1011$

$\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=m+1$

~~Заметим, если $x>1$, тогда~~

~~$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\right.$ $x^{2022}+x-1$ будет больше левой части~~

$$\left[\frac{x}{2022}\right]+\left[\frac{x+1}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=x^{2022}+x-1$$

Если $x=1$, то уравнение будет существовать

$\left[\frac{x}{2022}\right], \left[\frac{x+1}{2022}\right] \ldots \left[\frac{x+2020}{2022}\right]=0$

$\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=\left[\frac{1+2021}{2022}\right]=1$

$0+0+\ldots+0+1=1^{2022}+1-1=1$

Если $x=-1$, то уравнение тоже будет существовать

$\left[\frac{x}{2022}\right]=\frac{-1}{2022}=-1$

$\left[\frac{x+1}{2022}\right], \ldots \left[\frac{x+2021}{2022}\right]=0$

$-1+0\ldots0=(-1)^{2022}-1-1=-1$

Заметим, что ~~ат~~ левая часть будет иметь максимальный вид $1011\left[\frac{x}{2022}+\frac{x+2021}{2022}\right]$, продолжение на 6 стр

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №4 (продолжение)
Правая часть $x^{2022}+x-1$ если $x=1$ или $x=-1$, будет в несколько раз больше

Ответ: $x=1$; $x=-1$

+

Задание №3
Остатки при делении на 2021:
0, 1, 2 ... 2020.
Чисел у нас 2022, а остатков 2021
По принципу Дирихле остатки - это клетки, ~~кролики~~ числа - это кролики, у нас найдутся, как минимум два числа с одинаковым остатком => при вычитание остатки убираются и разность делится на 2021.

Ответ: верно.

+