

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12101 для 10 класса

1. Саша и Женя три дня околачивали груши. В первый день они околотили равное количество деревьев, во второй день Саша — на 9 деревьев больше, в третий день — снова поровну, а всего за три дня — 93 дерева. Оказалось, что количества деревьев, околоченных Сашей в первый, второй и третий день, образуют арифметическую последовательность, а Женей — геометрическую. Сколько грушевых деревьев околотили Саша и Женя вместе в каждый из дней?

2. Даны два двузначных числа A и B , причем A кратно B . Обозначим через a_0 и a_1 цифры, стоящие в разрядах единиц и десятков числа A , а через b_0 и b_1 аналогичные цифры B . Докажите, что число $a_1 \cdot b_0 - b_1 \cdot a_0$ также делится на B .

3. Каждый день во время обеденного перерыва студент Горыныч съедает одно и то же количество пирожков с русским духом, затрачивая на это все время от начала перерыва до его окончания. Однажды профессор Баюн задержал студентов, сократив обеденный перерыв на 20 минут. Чтобы успеть пообедать, Горыныч сначала съел $4/5$ своей стандартной порции, увеличив свою прожорливость (скорость поедания) на 20%, а затем оставшуюся часть, увеличив прожорливость в 1,5 раза по сравнению с ежедневной. Таким образом он успел закончить обед к концу перерыва. Сколько времени длится обеденный перерыв в учебном заведении Горыныча?

4. Полукруг максимального размера расположен внутри равнобедренного треугольника так, что его диаметр лежит на основании треугольника.

А) Во сколько раз площадь треугольника больше площади полукруга, если его основание в k раз длиннее боковой стороны?

Б) При каком значении k указанное отношение площадей минимально?

5. Пусть многочлен $P(x) = a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_0$ таков, что $P(1) = P(-1)$, $P(2) = P(-2)$, $P(3) = P(-3)$, $P(4) = P(-4)$, $P(5) = P(-5)$. Докажите, что тогда $P(2022) = P(-2022)$.