

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 17111 для 11 класса

1. Госпожа Такаято решила сесть на диету и из каждых десяти дней делать четыре голодных и шесть обжорных. Сколькими разными способами она может распределить такие дни, чтобы у нее не было более двух голодных дней подряд (в рамках одной десятидневки)?

**Ответ:** 161.

2. На каждой из двух прямолинейных линий электропередач установлены обслуживающие подстанции. На линии А – через каждые  $m$  км, на линии В – через каждые  $q$  км. Если занумеровать их подряд вдоль каждой линии, то расстояния между подстанциями  $A_1$  и  $B_1$  равно  $15\sqrt{2}$  км, между  $A_3$  и  $B_3$  равно  $5\sqrt{34}$  км, между  $A_4$  и  $B_4$  равно  $15\sqrt{10}$  км. Определите, параллельны ли данные линии? Если да, то найдите расстояние между ними. Если нет, то найдите расстояние от подстанции  $A_1$  до точки их пересечения.

**Ответ:** линии параллельны, расстояние между ними равно 15 км.

3. Запись числа  $A$  заканчивается цифрой 3. Если же последнюю цифру переставить в начало, то получится число, на 27 больше  $A$ . Найдите  $A$ , если известно, что оно делится на 99, или докажите, что такого числа не существует.

**Ответ:** не существует.

4. В круговой сектор радиуса  $R$  с центральным углом  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq \pi/2$ ) вписаны две окружности (обе касаются радиусов-сторон сектора, друг друга внешним образом, а большая касается окружности сектора). Какую наибольшую долю может составлять расстояние между центрами вписанных окружностей от величины  $R$  и при каком значении  $\alpha$  это достигается?

**Ответ:**  $2(3\sqrt{2} - 4)$  при  $\alpha = \pi/2$ .

5. Коэффициенты многочлена степени  $n > 2024$

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

взятые в том же порядке (начиная со старшей степени), образуют геометрическую прогрессию со знаменателем  $q$  ( $q \neq 0, \pm 1$ ).

Выясните, может ли  $P_n(x)$  иметь только один корень.

Если может, укажите минимальную степень (из диапазона выше), при которой это возможно, и выразите корень через  $a_0$  и  $q$ . Если нет, укажите минимально возможное количество корней при любом  $n > 2024$ .

**Ответ:** может,  $n_{\min} = 2025$ ,  $x_0 = -q$ .