

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 17551 для 5-го класса

Решить задачу – это не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. На конкурсе «Лучший гном» вручают награды в разных номинациях. Всего у жюри 29 наград. Докажите, что из семи гномов найдутся два гнома, которые получили одинаковое количество призов от жюри (оба также могут получить и ни одного приза).

Решение. Основная сложность задачи заключается в том, что предлагается доказать неверное утверждение (мы часто сталкиваемся с чем-то подобным в реальной жизни). Если применить один из стандартных приемов – рассуждение от противного, то легко построить контрпример. Пусть первый гном получил 1 приз, второй – 2, третий – 3 и так далее. Тогда всего будет получено $1+2+3+4+5+6+7 = 28$ призов. Остается еще один. Отдадим его седьмому гному. Тогда последний (седьмой) гном получит 8 призов, и все семеро будут иметь их разное количество. Ложность приведенного в условии утверждения доказана.

2. Петух Петя и гусь Гриша играют в игру. Перед ними лежат пять горстков зерна: в первой – 5 зёрен, во второй – 7, в третьей – 10, в четвертой – 14, в пятой – 16. За один ход можно разделить только одну из пяти горсточек на две поменьше. Проигрывает тот, кто в свой ход уже не сможет разделить ни одной горстки. Петя ходит первым. Кто победит в игре и почему?

Решение. В самом начале у нас 5 горстков зерна, а в конце должно стать $5+7+10+14+16=52$ горстки. Так как за время одного хода количество горсточек увеличивается только на одну, то надо сделать 47 ходов, и последний ход сделает первый игрок. Значит, победит Петя.

3. На соревновании «Волшебные старты» команды из эльфов и фей ловили бабочек; каждая команда состоит из одного эльфа и одной феи. Выяснилось, что в каждой паре эльф поймал либо в 3 раза больше бабочек, чем фея, либо в 3 раза меньше. Могло ли общее число пойманных бабочек равняться 2025?

Решение. Так как эльф поймал либо в 3 раза больше, либо в 3 раза меньше, чем фея, то вместе количество пойманных в одной паре бабочек равно $n+3n=4n$. Таким образом, общая сумма бабочек должна быть кратна четырем. Но 2025 на 4 не делится, следовательно, число пойманных бабочек не может быть 2025.

4. На межпланетный турнир искусств прилетели представители планет Колошмака, Чупабряка, Земля, Хрюкозаня и Мармагулия. Каждый участник талантлив в своем жанре. Вот их реплики, но в каждой из них верно только одно из двух высказываний:

Колошмак: Я рисую, а хрюкозанец поёт.

Чупабряк: Поёт землянин, а я танцую.

Землянин: Рисую здесь я, а чупабряк пишет стихи.

Хрюкозанец: Я пою, а мармагулец дрессирует животных.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

Мармагулец: *Колошмак танцует, а я и правда дрессирую.*

Кто же чем занимается на этих пяти планетах?

Решение. В качестве одного из вариантов решения можно предложить пойти с конца и рассмотреть последние две реплики. Предположим, что мармагулец дрессирует. Тогда колошмак не танцор, а хрюкозанец не певец. Тогда в высказывании колошмака неверно, что хрюкозанец поёт, но верно то, что колошмак рисует. Отсюда в высказывании землянина неверно, что он рисует, но верно, что чупабряк пишет стихи. Тогда из реплики чупабряка видно, что землянин поёт, а сам чупабряк не танцует.

Делаем вывод, что колошмак рисует, чупабряк пишет стихи, землянин поёт, хрюкозанец танцует, мармагулец дрессирует животных. Противоречий не выявлено.

5. Индеец Зоркий Орёл сделал для потомков хитрый шифр. Каждой цифре (не числу!) в нём соответствует своя особая буква. Одна и та же буква не может соответствовать двум цифрам одновременно. В наши дни археологи установили, что сумма всех цифр в данных словах равна следующим числам:

ВЕС – 5, СОМ – 21, МОСТ – 26, СТО – 17, СТОЛ – 23.

Какое число соответствует слову МОЛОТ? (Суммировать его цифры не нужно, необходимо просто составить число из цифр, соответствующих буквам).

Решение. Посмотрим на слово ВЕС. Сумма цифр, соответствующая слову, может распределиться так: $2+3+0$ или $4+1+0$. Из слова СОМ мы можем заключить, что максимальная сумма цифр, соответствующая буквам О и М, должна быть не больше, чем $21-4=17$, и максимально возможные цифры для этого – 8 и 9. Если бы буква С была равна 3, то «сумма» $O+M$ была бы равна 18. Для этого и О, и М соответствовала бы одна и та же цифра 9, а этого быть по условию не может. Остальные комбинации тоже дают неподходящие результаты: при $S=2$ $O+M=19$, а суммой двух цифр число 19 уже не выразить, аналогично не выразить суммой двух цифр числа 20 и 21 при $S=1$ и $S=0$ соответственно. Отсюда $S=4$, и $O+M=17$. Далее посмотрим на слово МОСТ. Мы знаем, что $M+O=17$, $S=4$, тогда $T=26-17-4=5$. Тогда мы вычислим букву О из слова СТО: так как $S+T=4+5=9$, то $O=17-9=8$. Отсюда для слова СТОЛ буква Л= $23-S-T-O=23-4-5-8=6$. Буква М= $17-O=9$. Теперь мы можем составить из найденных цифр слово МОЛОТ: 98685.