

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 17661 для 6-го класса

Решить задачу – это не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. В стране Спросилии жители умеют общаться с помощью одних только вопросов. Они задают друг другу вопросы, на которые можно ответить лишь «да» или «нет». Поэтому жителей страны делят на два типа – на «солнышек» и «месяцев»: солнышки задают вопросы, правильный ответ на которые будет «да», а месяцы задают вопросы, правильный ответ на которые будет «нет». Например, житель-солнышко может спросить: «Является ли Москва столицей России?», но он не может спросить, является ли столицей России Париж. Мы встретили местного жителя Кузьму Вопроскина, и он спросил нас: «Принадлежу ли я к людям того типа, которые могли бы спросить, являюсь ли я месяцем?» Можем ли мы определить, к какому типу жителей относится Кузьма? Или ничего определённого по поводу его типа сказать нельзя?

Решение. Да, Кузьма может задать такой вопрос, но для этого он должен относиться к месяцам. Легко видеть, что ни один житель Спросилии не может спросить, относится ли он к месяцам (рассмотрите это противоречие самостоятельно). И когда Кузьма спрашивает, принадлежит ли он к людям, которые могли бы спросить, является ли он месяцем, правильным ответом будет «нет». Следовательно, Вопроскин – месяц.

2. Решите ребус:

КИТ+ВОЛ=ЛЕВ

В данном ребусе буквы нужно заменить цифрами. Все одинаковые буквы заменяются одинаковыми цифрами, все отличные друг от друга цифры заменяются отличными друг от друга буквами.

Решение. Для удобства лучше представить выражение в виде записи в столбик:

```
КИТ
+
ВОЛ
-----
ЛЕВ
```

Если заменить все одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы – отличными друг от друга цифрами, задача имеет решение:

```
832
+
109
-----
941
```

3. Мудрая сова решает задачу: представить число 52 в виде суммы нескольких целых положительных чисел так, чтобы их произведение стало максимальным. Как она это сделает?

Решение. $52=2+2+3+3+\dots+3$. Троек здесь 16. Но мы должны показать, что наш вариант является наилучшим, то есть что любой другой вариант можно улучшить.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

Если среди слагаемых есть число $n > 3$, то, написав вместо него $(n-2)+2$, мы не уменьшаем произведение, поскольку $2(n-2) \geq n$, $n > 3$. Поэтому самый лучший вариант ищем только среди тех, где каждое слагаемое не больше тройки. Если среди слагаемых есть единицы, то мы можем написать вместо них их сумму (единиц вместо $1+1+1\dots$), а если единица всего одна, то можно добавить её к какому-либо слагаемому (написать $(n+1)$ вместо суммы чисел $n+1$, и при этом сумма остаётся прежней, а произведение увеличится). В обоих случаях мы имеем дело с увеличением произведения.

Разберем оставшийся случай, когда среди слагаемых есть и двойки, и тройки. Если двоек больше двух, то мы можем поменять три двойки на две тройки, и произведение увеличится, так как $3 \cdot 3 > 2 \cdot 2 \cdot 2$. Отсюда видим, что двоек должно быть не более двух, и остальными цифрами в сумме, соответственно, будут тройки. Получаем представление 52, указанное в начале нашего решения.

4. Щелкунчик и Мышиный король решили сразиться в игре. У них есть четыре горстки орехов по 7, 11, 13 и 17 орехов в каждой. За один ход разрешается разбить каждую горстку на две меньшие. Проигрывает тот, кто не сможет сделать следующий ход. Кто победит в игре, если первым ходит Мышиный король?

Решение. Игра продолжается, пока в каждой из горсток не будет только один орех. За каждый ход количество горсточек увеличивается на одну. Всего ходов будет: $7+11+13+17-4=44$. Количество ходов в игре чётно, значит, последний ход всегда будет делать второй игрок. Значит, победит Щелкунчик.

5. Кот Барбос и пёс Мурзик затеяли игру. Они выписывают все слова (совсем не обязательно осмысленные), образованные с помощью вычеркивания ровно двух букв из своих исходных слов. У Барбоса исходное слово – это «параллельный», а у Мурзика – «интегральный». Может ли у кого-то из них получиться больше слов, чем у его друга? Объясните свой ответ.

Решение. В обоих исходных словах одинаковое количество букв – 12. Однако в слове «интегральный» при вычеркивании двух букв мы каждый раз получаем новые слова, а в слове «параллельный» мы можем вычеркнуть пары букв ЛЕ и ЕЛ, но получить в обоих случаях одно и то же оставшееся слово – «параллельный». Аналогично в этом же слове, вычеркивая как пару АР, так и РА, получаем слово «параллельный». Следовательно, пёс Мурзик может составить больше слов.