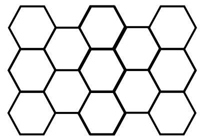
Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27111 для 11-го класса

1. На кафедре Общей физики и ядерного синтеза НИУ «МЭИ» в «Лаборатории наноуглеродных материалов» исследуют экзотические материалы на основе углерода. Один из таких материалов называется графен. Он представляет собой плоский слой атомов углерода, расположенных в вершинах правильных шестиугольников со стороной 0,14 нм. Определите удельную площадь поверхности графена в расчете на массу материала (т.е. какую площадь занимает слой, масса всех атомов в котором равна 1 г).

Решение: Решить задачу можно, определив сначала площадь одного шестиугольника, который образуют 6 атомов. Эта площадь равна площади шести равносторонних треугольников со стороной 0,14 нм. Высота в таком треугольнике равна $\sqrt{(0,14)^2-(0,07)^2}=0,1212$ нм. Тогда площадь шестиугольника



$$S_6=6\cdot\frac{1}{2}\cdot 0,14\cdot 0,1212=0,051\text{нм}^2.$$

Поскольку шестиугольник образован шестью атомами, каждый из которых принадлежит трем шестиугольникам, то данному шестиугольнику «принадлежит» только 1/3 каждого атома. Значит, на один шестиугольник «приходится» 2 атома.

Масса одного атома может быть определена из соотношения $\mu=m_0N_A$, т.е. $m_0=\frac{\mu}{N_A}$.

Значит удельная площадь поверхности графена будет равна

$$\frac{S}{m}=\frac{S}{2m_0}=\frac{S\cdot N_A}{2\mu}=\frac{0,051\cdot 10^{-18}\cdot 6,022\cdot 10^{23}}{2\cdot 12}=1280\ \text{м}^2/\text{г}$$

Ответ: 1280 м^2/г

2. Одноклассники Петя и Катя отдыхают в летнем лагере. Однажды они решили поехать на велосипедную прогулку. Катя попросила Петю накачать обе камеры её велосипеда: «Каждая камера имеет объём V = 20 л, объём камеры моего поршневого насоса составляет V_0 = 0,5 л, я подсчитала, что для необходимых мне двух атмосфер (смотри на манометр, прикреплённый к насосу) тебе необходимо сделать … качаний». Сколько качаний должен сделать Петя? Примите, что до накачки давление в камерах равнялось атмосферному, а процесс накачки считайте изотермическим.

Решение:
Манометр на насосе показывает избыточное давление в камере. Следовательно конечное давление в камере p=3p_0.

$$\begin{cases} p_0V=\nu_0RT \\ 3p_0V=\nu^/RT \end{cases} \rightarrow \ \nu^/=3\nu_0$$

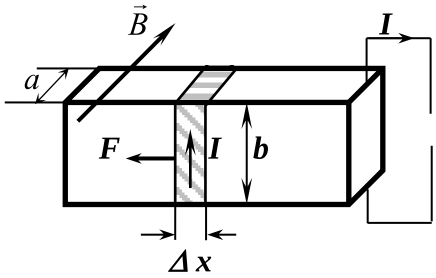
Следовательно, для достижения давления 2p_0 необходимо добавить в камеру в 2 раза больше воздуха, чем в ней было. Число качаний для двух камер

$$N=\ 2\frac{2V}{v}=2\cdot\frac{2\cdot 20}{0,5}=160$$

Ответ: 160 качаний.

3. Один из возможных вариантов работы магниторазрядного насоса можно описать следующим образом. Длинная труба прямоугольного сечения выполнена из двух диэлектрических пластин, расстояние между которыми равно *a,* и двух металлических пластин-электродов, расположенных на расстоянии *b*, и заполнена газом плотностью ρ. Труба помещена в однородное магнитное поле, индукция которого $\vec{B}$ параллельна электродам. Если в каком-то месте трубы между электродами создать газовый разряд, то область разряда будет перемещаться по трубе, вытесняя газ. Определите установившуюся скорость движения разряда в трубе, если сила тока между электродами *I* поддерживается постоянной.

Решение:



Рассмотрим тонкий слой газа толщиной Δ*x*, расположенный в том месте внутри трубы, в котором создан газовый разряд. Допустим, что ток разряда в этом слое направлен от нижней пластины (электрода) трубы к верхней, как показано на рисунке. Этот слой можно рассматривать как проводник длиной *b*, в котором создан ток силой *I*. Тогда на этот слой газа со стороны магнитного поля начнет действовать сила Ампера в направлении, указанном на рисунке. Величина силы Ампера определится как $F = IBb$.

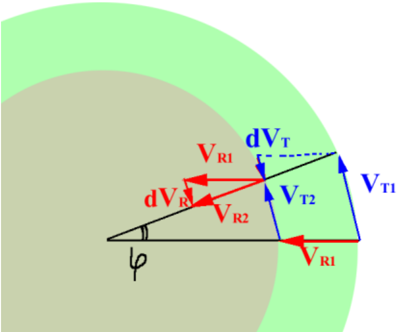
За малый промежуток времени Δ*t* рассматриваемый слой переместится в направлении силы Ампера и изменит свой импульс от 0 до *mv*. Согласно закону изменения импульса $F\Delta t = mv$, где масса слоя $m = \rho ab\Delta x$. Тогда $IBb\Delta t = \rho ab \cdot \Delta x \cdot v$. Поделим обе части уравнения на Δ*t*: $IBb = \rho abv^2$. Отсюда получаем, что $v = \sqrt{\dfrac{IB}{\rho a}}$.

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{IB}{\rho a}}$

4. Енисейский каскад ГЭС имеет суммарную мощность свыше 12,7 гигаватт и вырабатывает за год 45,6 млрд кВт·ч (4,5 % электроэнергии всей страны). Ниже по течению Енисея расположен Казачинский порог. Порог образован скальными выступами и каменистыми грядами, пересекающими русло реки по всей его ширине. Енисей в Казачинском пороге течет практически по прямой на север, ширина его русла сужается до *L*=350 м. Средняя скорость течения в пороге равняется v = 18 км/ч. Найдите, на сколько отличаются уровни воды на левом и правом берегах Енисея в Казачинском пороге. Географические координаты порога: 57°27′57″ с. ш. 93°16′07″ в. д.

Решение.

Рассмотрим движение некоторого бесконечно малого объёма воды, который можно считать материальной точкой. Пусть v - скорость течения относительно поверхности земли. Казачинский порог расположен на широте ψ=57°27′57″ ≈57,5°. Тогда проекция скорости на направление, перпендикулярное оси вращения, будет $v_R = v\cdot\sin\psi$, а проекция на направление, параллельное оси вращения - v_o,. Однако при переходе в инерциальную систему отсчета надо учитывать скорость вращения земли $v_{\tau 1} = \omega R_1$, где ω - угловая скорость земли, R_1 - расстояние до оси вращения. Таким образом, в инерциальной системе отсчета вектор скорости течения $\mathbf{V_1}$ является суммой векторов $\mathbf{V_{R1}} + \mathbf{V_{\tau 1}} + \mathbf{V_o}$,



Через некоторое время dt материальная точка переместится так, что её расстояние до оси вращения будет R_2 , и повернется вместе с землёй на угол $\varphi=\omega dt$,при этом вектор $\mathbf{V_o}$, не изменяется,

Вектор $\mathbf{V_R}$ поворачивается на угол φ (обозначим новый вектор $\mathbf{V_{R2}}$), В результате получатся тангенциальное ускорение $a_{\tau 1}=|d\,\mathbf{V_R}/dt|= v_R\varphi/dt = v_R\omega$

Вектор $\mathbf{V_\tau}$ изменяется по модулю $V_{\tau 2}=\omega R_2$, что также дает тангенциальное ускорение $a_{\tau 2}=|d\,\mathbf{V_\tau}/dt|= (\omega R_2 - \omega R_1)/dt = \omega\,(R_2 - R_1)/dt = \omega v_R$

В результате получатся тангенциальное ускорение $a_\tau=a_{\tau 1}+a_{\tau 2} =2\omega v_R=2\omega\cdot v\cdot\sin\psi$.

Это и есть Кориолисово ускорение.

$\omega=2\pi/T=2\cdot 3{,}14/(24\cdot 60\cdot 60)=7{,}27\cdot 10^{-5}c^{-1}$

v=18 км/ч=5м/с

$a_\tau=2\omega\cdot v\cdot\sin\psi =2\cdot 7{,}27\cdot 10^{-5}\cdot 5\cdot\sin 57{,}5°=7{,}27\cdot 10^{-4}$м/с^2 .

разность h уровней воды между левым и правым берегами определяется по равенству давлений $\rho gh= \rho a_\tau L$,

$h= a_\tau L/g = 7{,}27\cdot 10^{-4}\cdot 350/10=25{,}4$мм

Ответ: 25,4 мм.

5. Одним из перспективных направлений в разработке современных гоночных электромобилей является шестифазная система питания. В отличие от традиционных схем, она обеспечивает более равномерное тяговое усилие, снижает пульсации и позволяет уменьшить нагрузку на инвертор.

Рассмотрим шестифазную систему питания: на каждый из шести проводов поданы потенциалы, заданные как: $U_n = 100\sin(\omega t + n\varphi_0)$, где n = 1,2,3,4,5,6 - номер провода, $\omega = 200\pi$, $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{3}$. Все потенциалы измеряются относительно седьмого провода (нейтрали). Проведем опыт с трансформатором, у которого две электрически изолированные обмотки намотаны в одну сторону на один сердечник, а вторичная обмотка имеет в k = 3 раза больше витков, чем первичная. Начало первичной обмотки подключим к проводу 1, а конец - к проводу 3. Начало вторичной обмотки соединим с проводом 4, а конец - с проводом 2 через вольтметр. Определите показания вольтметра.

Решение:

Обычный трансформатор, обмотки которого намотаны в одну сторону имеет ЭДС вторичной обмотки смещенную на 180 градусов относительно напряжения подаваемого на первичную обмотку.

Проще всего показать это следующим образом: изменение общего магнитного потока создает в каждом витке обеих обмоток (намотанных в одну сторону) одинаковую ЭДС, по закону Фарадея-Максвелла. Поскольку число витков во вторичной обмотке в k раз больше, то и ЭДС во вторичной обмотке будет в k раз больше, чем в первичной. Но, применяя к первичной обмотке закон Ома, видим (пренебрегая сопротивлением первичной обмотки, т.к. трансформатор идеальный), что эта ЭДС должна в любой момент компенсировать внешнее напряжение, то есть быть к нему в противофазе.

В любом случае, необходимо какое-то доказательство того, что идеальный трансформатор дает фазу на выходе вторичной обмотки, смещенную на π относительно напряжения на входе.

Рассмотрим случай, когда на первичную обмотку трансформатора подали 1 и 3 фазы (как сказано в условии).

Воспользуемся соотношением $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ и запишем напряжение на первичной обмотке:

$$U_3-U_1=100\sin(\omega t+\pi)-100\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)=200\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=200\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{3}\right)=$$

$$=-100\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)$$

Аналогично запишем напряжение на вторичной обмотке:

$$U_2-U_4=100\sin\left(\omega t+\frac{2\pi}{3}\right)-100\sin\left(\omega t+\frac{4\pi}{3}\right)=200\cos(\omega t+\pi)\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-200\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t+\pi)=$$

$$=100\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right).$$

Если бы на первичную обмотку не подавалось напряжение, то вольтметр показал бы действующее значение напряжения U_2-U_4. Но, поскольку, первичная обмотка подключена, то к результату U_2-U_4 добавится ЭДС, равная $-k(U_3-U_1)$.

Таким образом, вольтметр будет измерять напряжение

$$U_V=U_2-U_4-k(U_3-U_1)=100\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)-3\left[-100\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)\right]=$$

$=100\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)+300\sqrt{3}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)$. Фактически мы должны найти модуль суммы двух векторов.

Модуль этой величины удобнее всего определить по теореме косинусов:

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\left(\widehat{a,b}\right)}$$

Тогда амплитуда напряжения на вольтметре будет равна

$$U_{V\max}=\sqrt{100^2\cdot 3+300^2\cdot 3+2\cdot 100\cdot 300\cdot 3\cos\frac{\pi}{3}}=100\sqrt{39}.$$

Показания вольтметра будут равны действующему значению, которое в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитуды:

$$U_V=\frac{U_{V\max}}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{39}}{\sqrt{2}}=100\sqrt{19,5}=441,6\ \text{В}.$$

Ответ: 441,6 В.