

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

ВАРИАНТ 41101 для 10 класса

Лучше гор могут быть только горки! Русские. Или американские. Или снежные. Так думал инженер Коворкин, летя в пыли на почтовом скором. Первую горку сделаем высотой 5 метров и назовем «Виват, Казбек!». Вторую – высотой 10 метров – назовем «Салют, Арарат!». А третья, самая высокая, 15 метров, пусть называется «Где вы, белые лошадки?». С такими мыслями инженер принялся вычерчивать синусоиды задуманной амплитуды и ужаснулся: сколько же понадобится суперскользящего покрытия для такой конструкции?

Попробуем помочь инженеру Коворкину рассчитать длину пути по проектируемым горкам.

Введем декартову систему координат. Направим ось Ox горизонтально, начало координат совместим с началом первой горки. Будем считать, что горки описываются следующими формулами (все входящие в них величины считаем безразмерными).

При $0 \leq x \leq 1$ трасса идет вдоль линии $y = 5 \sin(2\pi x)$,
при $1 < x \leq 2$ трасса идет вдоль линии $y = 10 \sin(2\pi x)$,
при $2 < x \leq 3$ трасса идет вдоль линии $y = 15 \sin(2\pi x)$.

Начнем с первой горки. Для приближенного расчета длины идущей по ней трассы возьмем некоторое большое число N и на отрезке $[0, 1]$ расставим равномерно расположенные точки $x_i = i/N$ (где $i = 0, \dots, N$), а затем вычислим сумму расстояний между каждой парой точек $(x_i, 5 \sin(2\pi x_i))$ и $(x_{i+1}, 5 \sin(2\pi x_{i+1}))$. Это соответствует замене синусоиды ломаной. С увеличением N длина построенной таким образом ломаной будет приближаться к искомой длине кривой. На других отрезках следует выполнить аналогичные действия.

1. Определите примерную длину пути по первой горке, взяв $N = 5$.
2. Подберите такое значение N_0 , чтобы длины ломаных, составленных из N_0 частей и из $N_0 + 1$ частей, отличались бы не более, чем на 10^{-3} .
3. Повторите действия п. 2. для второй и третьей горок. Найдите суммарную длину всей трассы.
4. Найдите такое значение амплитуды A , при котором длина трассы, проходящей вдоль линии $y = A \sin(2\pi x)$ (при $3 \leq x \leq 4$) будет вдвое длиннее трассы на первой горке (найденной в п. 2).