

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования
--------	---

№ группы

Место проведения

ИЦ50-74

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Климченко
ИМЯ	Валентина
ОТЧЕСТВО	Ильинична

Дата рождения 01.10.2007

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 10 листах

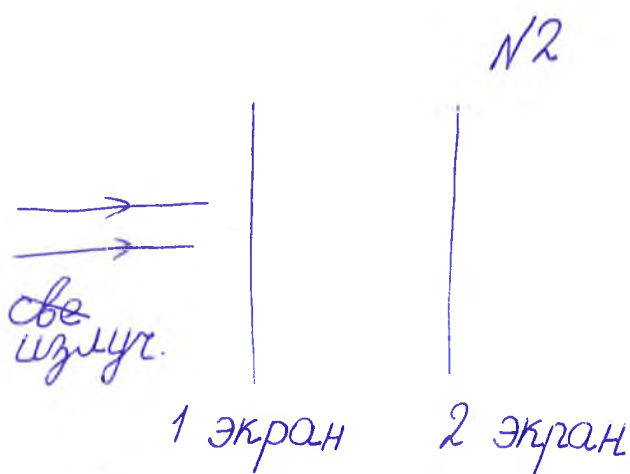
Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



После прохождения через первый экран 21 % всего излучения пропустится и ~~пройдёт~~ попадёт на 2 экран.

Из этих 0,21 всего излучения 21% пройдёт (т.е. $0,21 \cdot 0,21$), а 40% отразится и снова попадёт на 1 экран. ($0,4 \cdot 0,21$). Часть ^{40%} света из излучения, попавшего на 1 экран во второй раз снова отразится и попадёт на 2 экран $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21$ - доля излуч., попавшего на 2 экран после ¹ отраж о 1 экран.

Из него пропустит $0,21 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21$.

Найдём долю излучения пропущенную через 2 экран после n отраже-



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ний 0 1 экран:

$$0,21 \cdot 0,4^{2n} \cdot 0,21$$

Найдём суммарный пропущенный свет:

$$0,21^2 \cdot 1 + 0,21^2 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + 0,21^2 \cdot 0,4^6 + \dots = 0,21^2 (1 + 0,4^2 + 0,4^4 + \dots) =$$

$$= 0,21^2 (1 + 0,16 + 0,16^2 + 0,16^3 + \dots) =$$

↑ геом. прогр.

$$= 0,21^2 \cdot \frac{-1}{0,16 - 1} = \frac{0,21^2}{0,84} = \frac{0,21}{4} =$$

$$= \frac{1}{100} \cdot 5,25 \Rightarrow 5,25\% \text{ излучения будет}$$

пропущенно $\Rightarrow$ не будет пропущено

$$100 - 5,25 = 94,75\%$$

Ответ: 94,75%.

N4

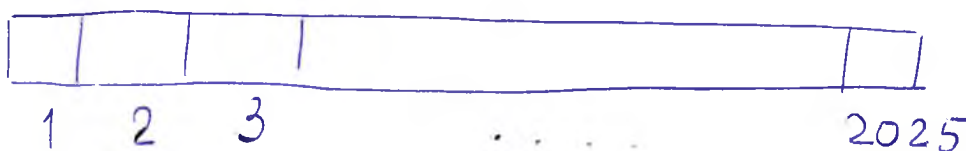


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

За Пусть $f(n)$ - кол-во способов переместиться из на n единичных шагов.

~~Тогда кол-во тура~~

Пронумеруем все клетки:



Пусть тогочун из-но стоит в клетке с номером k , тогда кол-во различных последовательностей ходов.

$$f(2025-k) \cdot f(2024) \cdot f(k-1)$$

$f(2024)$ для всех k одинаковое $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ нужно выбрать k для которого

$$f(2025-k) \cdot f(k-1) - \max$$

Рассмотрим полосу из m клеток.

$$f(m-k) \cdot f(k-1) - \max.$$

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 1$$



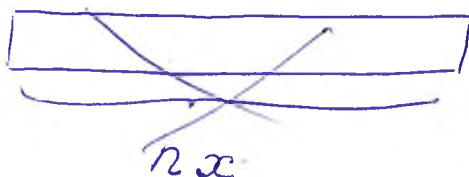
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 3$$

$$f(4) = 5$$

Заметим, что $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$



Мы можем сдвин. на 1 клеточку и
останется $n-1$, а их мы можем преодо-
леть $f(n-1)$ кол-вом способ., а можем на
2и тогда ост. $n-2$ кл. и $f(n-2)$ сп.

При $m=3$:

$$f(3-1) \cdot f(0) = 2$$

$$f(3-2) \cdot f(2-1) = 1 \cdot 1 = 1$$

$$f(3-3) \cdot f(3-1) = 2$$

Максимум при $k=1$ и $k=m$
(заметим, что при $k=1$ и $k=m$, $f(m-k)$
 $f(k-1) = f(m-1) \cdot f(0) = f(0) \cdot f(m-1)$ равн
кол-во траекторий равнос всегда)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

При $m=4$:

$$f(4-1) \cdot f(0) = 3 \cdot 1 = 3$$

$$f(3-1) \cdot f(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$f(2-1) \cdot f(2) = 1 \cdot 2 = 2$$

$$f(1-1) \cdot f(3) = 1 \cdot 3 = 3$$

Максимум снова при $k=1$ и $k=m$.

Будем доказывать, что максимум достигается при $k=1$ и $k=m$ при любых m методом мат. индукции. База $m=3$, $m=4$.

Пусть для $m=p$ верно. Докажем, что верно и для $m=p+1$.

$$f(p) \cdot f(0) > f(l-1) \cdot f(p-l-1)$$

(для $m=p$)

(l -произв. ~~як~~ клетка
крае первой и посл.)

$$f(p-2) \cdot f(0) > f(l-1) \cdot f(p-l-1)$$

(для $m=p-1$)

$$f(p-1) \cdot f(0) + f(p-2) \cdot f(0) > f(l-1) \cdot f(p-l-1) + f(l-1) \cdot f(p-l-1)$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

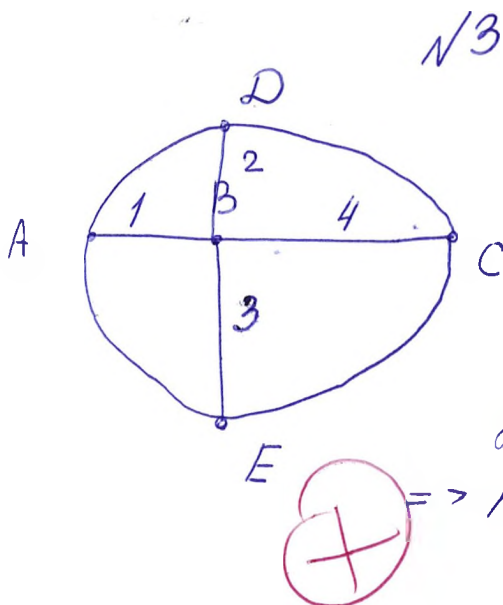
$$f(0) \cdot (f(p-1) + f(p-2)) > f(l-1) \cdot (f(p-l+1) + f(p-l+2))$$

$$f(0) \cdot f(p) > f(l-1) \cdot f(p-l+1)$$

А это и есть ^{исл.}вогравж. для $m=p+1$
(Заметим, что ~~результат~~ симметрич-
ног $\Rightarrow$ можно не проверять $l=p-2$, т.к.
для него кол-во способ. такое же как и
для $l=2$; ~~и $l=p-1$ и не пров. а-но $l=p-1$~~
для $l=2$).

$\Rightarrow$ для $m=2025$ максимум, если мож на-
чинаем в клетке 1 или 2025. $\otimes$

Ответ: клетка 1 и 2025



Такого не может
быть, т.к. по теореме
о пересекающихся хор-
дах: $1 \cdot 4 = 2 \cdot 3$, но $4 \neq 6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ такое невозможно



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N5

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 =$$

$$2024^2 \equiv_{2023^2} 2024^2 - 2023^2 \equiv_{2023^2} 4047$$

$$4047^{1013^2} = (2023^2 + 1)^2 \equiv_{2023^2} 4 \cdot 2023 + 1$$

$$\Delta \quad 2024^{2026} \equiv_{2023^2} 4047^{1013} \equiv_{2023^2} 4047 \cdot (1 + 4 \cdot 2023)^{506}$$

$$(4 \cdot 2023 + 1)^2 \equiv_{2023^2} 1 + 8 \cdot 2023$$

$$2024^{2026} \equiv_{2023^2} 4047 \cdot (1 + 8 \cdot 2023)^{253} \equiv_{2023^2}$$

$$\equiv_{2023^2} 4047 \cdot (1 + 8 \cdot 2023) \cdot (1 + 8 \cdot 16 \cdot 2023)^{126} \equiv_{2023^2}$$

$$\equiv_{2023^2} 4047 \cdot (1 + 8 \cdot 2023) \cdot (1 + 32 \cdot 2023)^{63} \equiv_{2023^2}$$

$$\equiv 4047 \cdot (1 + 8 \cdot 2023) \cdot (1 + 32 \cdot 2023)^{64} \cdot \frac{1}{1 + 32 \cdot 2023} \equiv$$

$$\equiv 4047 \cdot (1 + 8 \cdot 2023) \cdot (1 + 2048 \cdot 2023) \cdot \frac{1}{1 + 32 \cdot 2023} \equiv$$

$$\equiv (1 + 2 \cdot 2023) \cdot (1 + 8 \cdot 2023) \cdot (1 + 2048 \cdot 2023) \cdot \frac{1}{1 + 32 \cdot 2023} \equiv$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$\equiv (2056 \cdot 2023 + (1 + 2058 \cdot 2023)) \frac{1}{1 + 32 \cdot 2023} \equiv$$

$$\equiv_{2023^2} (1 + 35 \cdot 2023) \frac{1}{1 + 32 \cdot 2023}$$

$$\begin{array}{r} 35 \cdot 2023 \\ \times \quad 35 \\ \hline 10115 \\ 6069 \\ \hline 70805 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70806 \\ \times 8095 \\ \hline 2023 \\ \hline \end{array}$$

Заметим, что:

$$\cancel{1 + 35 \cdot 2023 \neq_{2023^2} (1 + 32 \cdot 2023)(4 \cdot 2023 + 3) \quad - 2022}$$

$$\cancel{1 + 35 \cdot 2023 \neq_{2023^2} 96 \cdot 2023 + 4 \cdot 2023 + 3}$$

$$2024 \cdot 2026 = (2023 + 1)(2023 + 3) =$$

$$= 2023^2 + 4 \cdot 2023 + 3$$

$$2024 \cdot 2026 - 2025 \equiv_{2023^2} 4 \cdot 2023 - 2022 =$$

$$= 3 \cdot 2023 + 1$$

$$1 + 35 \cdot 2023 \equiv_{2023^2} \frac{1 + 35 \cdot 2023}{(1 + 32 \cdot 2023)(3 \cdot 2023 + 1)}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$1 + 35 \cdot 2023 \equiv_{2023^2} 1 + 35 \cdot 2023 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2024 \cdot 2026 - 2025$$

$$1 + 35 \cdot 2023 \equiv_{2023^2} (1 + 32 \cdot 2023)(3 \cdot 2023 + 1).$$

$$\Rightarrow 2024 \cdot 2026 - 2025 \equiv_{2023^2} 2024^{2026}$$

$$\Rightarrow (2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 - 2025) : 2023^2$$

Ответ: верно. +

N1

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 20x^2 + 1$$

$$2500x^8 - 1400x^6 + 205x^4 + 9x^2 = 0$$

$$x^2(2500x^6 - 1400x^4 + 205x^2 + 9) = 0$$

$x=0$ не подходит



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$y = x^2$$

$$y(2500y^3 - 1400y^2 + 205y + 9) = 0$$

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1; 1] \Rightarrow y \in [0; 1]$$

$$\text{У уравн. } \underline{2500y^3 - 1400y^2 + 205y + 9 = 0}$$

~~только~~ ~~то~~ нет полож. корн. ?
на проме. $[0; 1]$ $\Rightarrow$ решений нет

Ответ: решений нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF25-13

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Князев
ИМЯ	Павел
ОТЧЕСТВО	Георгиевич

Дата рождения	14.02.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

VF25-13

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$2024 - 2024 \cdot 2026 + 2025$
 Воспользуемся формулой $\sum_{k=0}^n C_k \cdot 2^k = 2^{n+1} - 1$
 $2026 = (2023 + 1) + 2$
 $\sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k = 2^{2027} - 1$
 $2024 \cdot 2026 = \sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k \cdot 2023$
 остаток от деления на 2023^2 будет делится
 $1 + 2026 \cdot 2023$, т.к. $\sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k$ делится
 на 2023^2 где $2026 = 2023 + 3$
 $2026 - 2024 \cdot 2026 + 2025 = \sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k$
 $+ 2026 \cdot 2023 + 1 - (2023 + 1) \cdot (2023 + 3) + 2023 + 2 =$
 $= 2023 \cdot \sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k + 2023^2 + 3 \cdot 2023 - 2023^2 - 4 \cdot 2023 -$
 $- 3 + 2023 + 2 + 1 = 2023^2 \cdot \sum_{k=0}^{2026} C_k \cdot 2^k$
 делится на 2023^2 X



№ 3

ВНИМАНИЕ! Подчеркните только то, что вы считаете своим ответом. В этой колонке место для ответа.

Вспомогательная таблица содержит значения функции $F(n)$ в клетках. В одной из клеток таблица содержит формулу для вычисления $F(n)$ для любого $n \geq 0$: $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, начиная с $n=0$ и далее. Клетку, которую необходимо считать, помечают на рисунке 2. Знаком по индукции докажем, что $F(n) = F_{n+1}$ — n -е число Фибоначчи (будет $n=0$ и $n=1$, проверим по рекуррентности), теперь вернемся к задаче. Пусть начальная таблица имеет вид, показанный на рисунке 2. Обозначим за S -клетку начала (S -переходовый номер слева таблицы). Знаком число способов сделать маршрут $F_{2026-S} \cdot F_{2025-S}$. То есть сначала на $2026-S$ вправо, потом на 2025 влево, потом на $S-1$ вправо. Будем пытаться не зависеть от S . Как нужно максимизировать $F_S \cdot F_{2026-S}$. Докажем, что $F_S \cdot F_{2026-S} \leq F_{2025}$. Для этого рассмотрим индуктивный шаг $F_S \cdot F_{2026-S}$, пусть мы стоим в первой клетке и как нужно переместиться в последнюю. Мы уже знаем как-то способ это сделать $F_{2025} = F_{2025}$ теперь ограничимся путями, которые обязательно пройдут через клетку S . Тогда путей будет $F_S \cdot F_{2026-S}$. Если $S+1 \leq S \leq 2025$, то есть пути не проходящие через клетку S , тогда знаем при $S+1 \leq S \leq 2025$, $F_S \cdot F_{2026-S} < F_{2025}$ при $S=1$ и $S=2025$, $F_S \cdot F_{2026-S} = F_1 \cdot F_{2025} = S_{2025}$. Таким образом, как бы выбрали путь, путей при этом не



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и в разное время

лучей из источника света

лучей, при этом часть лучей падает в область излучения света.



Решение.

1. Первый шаг решения рассмотрим, как световые лучи будут проходить через второй экран. Возникнут интерференция, при которой лучи пройдут через первый экран, а затем начнут интерферировать от первого и второго экранов по x раз. При этом $x \geq 0$, поскольку лучи не могут отражаться. По итогу лучи пройдут через второй экран.

2. Для таких лучей: $0,21$ — прошли через первый экран
 $0,4 \cdot 0,4^x$ — отражались по x раз
 $0,21$ — прошли через второй экран.

3. Вычислим суммарно фото:

$$\sum_{x=0}^{\infty} 0,21 \cdot 0,4^x \cdot 0,4^x \cdot 0,21 = (0,21)^2 \sum_{x=0}^{\infty} (0,16)^x = (0,21)^2 \cdot \frac{1}{1-0,16}$$

$$\cdot \frac{1}{0,84} = 0,21 \cdot \frac{1}{4} = 0,0525 \text{ (это } 5,25\%)$$

4. Следовательно процент лучей, которые не прошли, составят $100\% - 5,25\% = 94,75\%$

Ответ: $94,75\%$ 



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках задачи

$$1. \sqrt{1-8x^2-6x} + \sqrt{1-x^2} = 10x$$

$$\text{Возведем } (3x - \sqrt{1-x^2})^2 = 9x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} + 1 - x^2 = 1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}$$

Получится уравнение равносильно.

$$1. \sqrt{1-x^2} = 10x^2$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = 9x^2 - (1-x^2)$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = |3x - \sqrt{1-x^2}| / |3x + \sqrt{1-x^2}|$$

$$1. \text{ Если } 3x - \sqrt{1-x^2} = 0, \text{ то}$$

$$9x^2 = 1 - x^2 \quad x^2 = \frac{1}{10} \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}, \text{ но подходит только}$$

 $\frac{1}{\sqrt{10}}$. Проверим подстановкой в альтернативную формулировку условия:

$$1 + 101 = 1 - \text{все верно}$$

$$2. \text{ Если } 3x - \sqrt{1-x^2} \neq 0, \text{ то } |3x + \sqrt{1-x^2}| \text{ равно } 1 \text{ или } -1.$$

$$2.1. \text{ Если } 3x + \sqrt{1-x^2} = 1, \text{ то}$$

$$1 - 3x = \sqrt{1-x^2}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 1 - x^2 \quad 10x^2 - 6x = 0 \quad x = 0 \text{ или } x = \frac{3}{5}$$

 $x = \frac{3}{5}$ не подходит, $x = 0$ не подходит в исходном уравнении

$$2.2. \text{ Если } 3x + \sqrt{1-x^2} = -1$$

$$\sqrt{1-x^2} = -1 - 3x \quad 1 - x^2 = 1 + 6x + 9x^2$$

$$10x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = -\frac{3}{5}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и только справа

$x=0$ не подходит в уравнение, проверим $x = -\frac{3}{5}$

$1 + 13x \sqrt{1-x^2} = 10x^2$ - подставим сюда

$$1 + 13 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{13}{5} - \text{все верно}$$

значит верны корни: $-\frac{3}{5}$ и $\frac{\sqrt{10}}{10}$

$$\left| -\frac{3}{5} \right| = \frac{6}{10} > \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Ответ: Если максимальный заряд $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Максимальный по модулю $-\frac{3}{5}$, минимальный $\frac{\sqrt{10}}{10}$

№3

Точка H - точка пересечения хорд.

AB хорда длиной 5, $AE=2$, $EB=3$, CD хорда длиной 5

$$CE=1, ED=4$$

По в-ву 1) пересечения хорд: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$, то есть $x=6$. Это неверно, условие некорректно.

~~Получается отрицательная длина хорды~~



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М8F01	МАОУ Лицей №42 г.Уфа
-------	----------------------

№ группы

Место проведения

Ш82-28

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Комиссарова
ИМЯ	Дарья
ОТЧЕСТВО	Алексеевна

Дата рождения	02.04.2010
---------------	------------

Класс:	8
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 11:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2.

$$\sqrt{5 + 12\sqrt{5 + 4\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}} =$$

Разберем по действиям ①
②
③

$$\textcircled{1} \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{5} + 5} = \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 + \sqrt{5} \\ 1 > 0 \\ \sqrt{5} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + \sqrt{5} > 0 \Rightarrow \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{5 + 4(1 + \sqrt{5})} = \sqrt{5 + 4\sqrt{5} + 4} = \sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{5} > 0 \\ 2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{5} + 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2} = \sqrt{5} + 2$$

$$\textcircled{3} \sqrt{5 + 12(\sqrt{5} + 2)} = \sqrt{5 + 12\sqrt{5} + 24} = \sqrt{9 + 12\sqrt{5} + 20} =$$

$$= \sqrt{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{(3 + 2\sqrt{5})^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > 0 \\ 2\sqrt{5} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} > 0 \Rightarrow \sqrt{(3 + 2\sqrt{5})^2} = 3 + 2\sqrt{5}$$

Значит то большее выражение равно $3 + 2\sqrt{5}$. А это калькулятор может посчитать, т.к. в упрощенном варианте того выражения все один квадратный корень. +
Ответ можно.

N1.

Сначала заметим, что никакой из x_i не равен 0, иначе при умножении с этим нулем получался бы 0, но все выражения равны 2025.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_3 \Rightarrow x_1 = x_3 \\ x_3 \cdot x_4 = x_4 \cdot x_5 \Rightarrow x_3 = x_5 \\ x_5 \cdot x_6 = x_6 \cdot x_7 \Rightarrow x_5 = x_7 \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 = x_3 = x_5 = x_7$$

и так далее аналогично до $x_{23} \cdot x_{24} = x_{24} \cdot x_{25}$, где $x_{23} = x_{25}$ +.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

получим, что все x с четным индексом равны:

$$x_1 = x_3 = x_5 = x_7 = \dots = x_{25}$$

$$x_2 \cdot x_3 = x_3 \cdot x_4 \Rightarrow x_2 = x_4$$

$$x_4 \cdot x_5 = x_5 \cdot x_6 \Rightarrow x_4 = x_6$$

$$\vdots$$

$$x_{22} \cdot x_{23} = x_{23} \cdot x_{24} \Rightarrow x_{22} = x_{24}$$

$$x_2 = x_4 = x_6 = x_8 = \dots = x_{24}$$

Рассмотрим последние равенство:

$$x_{24} x_{25} = x_{25} x_1 \Rightarrow x_{24} = x_1$$

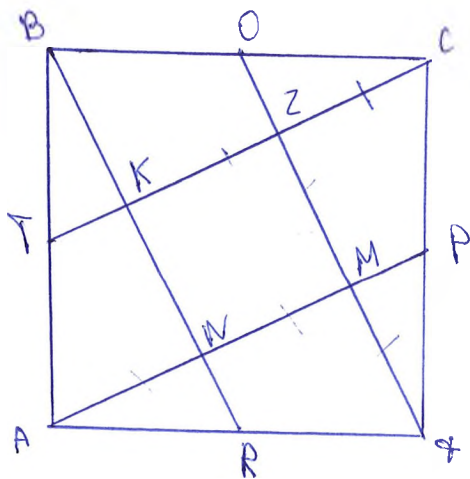
все чет. инд. равны } $\Rightarrow$ вообще все x_i равны
все нечет. инд. равны } (по индукции)

Значит в каждом выражении: $x^2 = 2025$. Значит $x = \pm 45$

Ответ: либо все числа $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_{25} = 45$,

либо

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_{25} = -45.$$



N3.

Дано: ABCD - квадрат

$$BO = OC$$

$$CP = PD$$

$$AR = RD$$

$$AT = TB$$

Доказать: KZMN - квадрат

Найти: $\frac{S_{ABCD}}{S_{KZMN}}$

Р-во:

ABCD - квадрат (по усл) $\Rightarrow$

$$AB = BC = CD = DA,$$

$$AB \parallel CD, BC \parallel AD,$$

$$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$$



из (Продолжение)

$$AB = BC = CA = AX$$

$$BO = OC = \frac{1}{2} BC$$

$$CP = PQ = \frac{1}{2} CB$$

$$QR = AR = \frac{1}{2} AC$$

$$AT = TB = \frac{1}{2} AB$$

$$\Rightarrow BO = OC = CP = PQ = QR = AR = AT = TB$$

$$\cancel{BC \parallel AQ}$$

$$\cancel{AB \parallel CQ}$$

$$BC \parallel AQ \Rightarrow RBOD - \text{паралл.}$$

$$BO = QR \Rightarrow \text{(противоположные стороны равны и паралл.)}$$

$$\Rightarrow KN \parallel ZM$$

$$(KB \parallel OQ)$$

$$AT = CP$$

$$AB \parallel CQ$$

$$\Rightarrow ATCP - \text{паралл.} \Rightarrow KZ \parallel NM$$

$$\text{(противоположные стороны равны и паралл.)} \Rightarrow TC \parallel AR$$

$$\Rightarrow KZMN - \text{паралл.} \Rightarrow \text{(по опр.)}$$

$$\Rightarrow KZ = NM, KN = ZM$$

По теореме Фалеса: 1) $NR \parallel MQ \Rightarrow \frac{AR}{RQ} = \frac{AN}{NM} \Rightarrow AN = NM$

$$AR = RQ$$

2) $KT \parallel AN \Rightarrow \frac{AT}{TB} = \frac{NK}{KB} \Rightarrow NK = KB$

$$AT = TB$$

3) $BK \parallel OZ \Rightarrow \frac{BO}{OC} = \frac{KZ}{ZC} \Rightarrow KZ = ZC$

$$BO = OC$$

4) $ZC \parallel MP \Rightarrow \frac{CP}{PA} = \frac{ZM}{MQ} \Rightarrow ZM = MQ$

$$CP = PQ$$

$$AN = NM$$

$$KZ = ZC$$

$$KZ = NM$$

$$\Rightarrow AN = NM = KZ = ZC \Rightarrow$$

$$KN = ZM$$

$$NK = KB$$

$$ZM = MQ$$

$$\Rightarrow NK = ZM = KB = MQ$$

Рассмотрим $\triangle TBC$ и $\triangle OCB$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = 90^\circ \\ BC = OC \\ \angle ABC = \angle BCO = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BOC = \triangle OCB \Rightarrow \angle C = 90^\circ \Rightarrow$$

(по 2-м пр.)

$$\Rightarrow 4K + 2KZ = 0Z + 2ZM$$

$$\left. \begin{array}{l} B \triangle BCK \quad BO = OC \\ KZ = ZC \end{array} \right\} \Rightarrow OZ - \text{ср. лин.} \Rightarrow OZ = \frac{1}{2} BK \Rightarrow OZ = \frac{1}{2} ZM$$

$$\left. \begin{array}{l} B \triangle ABN \quad AT = TB \\ BK = KN \end{array} \right\} \Rightarrow TK - \text{ср. лин.} \Rightarrow TK = \frac{1}{2} AN \Rightarrow TK = \frac{1}{2} KZ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} KZ + KZ = \frac{1}{2} ZM + 2ZM \Rightarrow 1,5 KZ = 2,5 ZM \Rightarrow KZ = ZM$$

$$\left. \begin{array}{l} KZ = NM \\ KN = ZM \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KZ = ZM = NM = KN \Rightarrow \text{Рассмотрим равенство треугольников получим.}$$

$$\Rightarrow KZMN - \text{квадрат} \Rightarrow \angle NMZ = 90^\circ \Rightarrow \angle AMZ = 90^\circ \quad \angle KNM = 90^\circ$$

Рассмотрим $\triangle AMO$

$$\angle AMO = 90^\circ \Rightarrow MO^2 + AM^2 = AO^2 \Rightarrow MO^2 + (2MN)^2 = AO^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } MO = MN \Rightarrow 5MN^2 = AO^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{\frac{AO^2}{5}} = \frac{AO}{\sqrt{5}}$$

$$S_{ABCO} = AO^2$$

$$S_{KZMN} = \left(\frac{AO}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{AO^2}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{ABCO} = AO^2 \\ S_{KZMN} = \frac{AO^2}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{ABCO}}{S_{KZMN}} = \frac{AO^2}{\frac{AO^2}{5}} = 5$$

$$\text{Ответ: } S_{ABCO} : S_{KZMN} = 5 : 1$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

таблица I.

A	ν	t
5 т.	ν д/мин	$\frac{5}{\nu}$
5 т.	u д/мин	$\frac{5}{u}$

$$\frac{x \cdot \nu}{2} + \frac{x \cdot u}{2} = 10$$

$$x(\nu + u) = 20$$

$$x = \frac{20}{\nu + u} \Rightarrow t_{II} = \frac{20}{\nu + u}$$

$$t_I = \frac{5}{\nu} + \frac{5}{u} = \frac{5u + 5\nu}{\nu u}$$

Сравним: $\frac{5u + 5\nu}{\nu u}$ и $\frac{20}{\nu + u}$

$$(5u + 5\nu)(\nu + u) \text{ и } 20\nu u$$

$$5(\nu + u)^2 \text{ и } 20\nu u$$

$$(\nu + u)^2 \text{ и } 4\nu u$$

$$\nu^2 + 2\nu u + u^2 \text{ и } 4\nu u$$

$$\nu^2 + u^2 \text{ и } 2\nu u$$

1) Если $\nu^2 + u^2 = 2\nu u \Leftrightarrow \nu = u \Rightarrow \nu^2 - 2\nu u + u^2 = 0 \Rightarrow (\nu - u)^2 = 0 \Rightarrow \nu = u$.

Значит, когда скорости равны облученный законит одинаково.

2) Если $2\nu u > \nu^2 + u^2$. Пусть больше на $y \Rightarrow 2\nu u - \nu^2 - u^2 - y = 0$

$$u^2 - 2\nu u + \nu^2 + y = 0$$

$$(u - \nu)^2 = -y$$

Равенство имеет корни только при $y = 0$, т.е. корень ≥ 0 , то тогда возвращаемся к случаю, когда скорости равны. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow t_{II}$ и t_I больше t_I .



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3). Если $v^2 + u^2 > 2vu$. Пусть не у. ⇒

$$\Rightarrow v^2 + u^2 - 2vu - y = 0$$

$$(v-u)^2 = y$$

Это равно при любых возможных v, u, y , которые подходят под уравнение, при равных скоростях $y=0$, значения букв будут закончат одинаково, при разных: $y \neq 0$, значит $t_1 >$ больше t_2

Ответ: Если $v = u$, то буквы закончат одинаково,
Если $v \neq u$, то вторые буквы закончат раньше.
НЧ.

$$|a-b| + |b-c| + |c-d| + |d-v| + |v-a| = 1$$

Значит, что модуль каждой выразим ≥ 0 .

Все эти равенства ⇒ можем их упорядочить: $a \geq b \geq c \geq d \geq v$

$$a-b + b-c + c-d + d-v + a-v = 1$$

$$2a - 2v = 1$$

$$a - v = \frac{1}{2} \Rightarrow a = v + \frac{1}{2}$$

$$v + \frac{1}{2} - b + b - c + c - d + d - v + v + \frac{1}{2} - v = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

Значит, что в таких условиях не важно чему равны v, b, c, d , всегда будет $1=1$. Значит можно так, чтобы их модуль был минимальным, т.е. 0.

Тогда $a = \frac{1}{2}, b=c=d=v=0$. Проверим.

$$|\frac{1}{2} - 0| + |0 - 0| + |0 - 0| + |0 - 0| + |0 - \frac{1}{2}| = \frac{1}{2} + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{2} = 1 \text{ верно}$$

$$\text{Значит } S = |\frac{1}{2}| + |0| + |0| + |0| + |0| = \frac{1}{2}$$

Ответ: $S = 0,5$ (минимум).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F02	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VJ40-29

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Коновалова

ИМЯ _____ Александра

ОТЧЕСТВО _____ Максимовна

Дата рождения _____ 27.10.2011

Класс: _____ 7

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 6 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5.

$$uv = vw = wu = 2025$$

Запишу отдельные равенства:

$$uv = 2025$$

$$vw = 2025$$

$$wu = 2025$$

Выражу u и w из двух выражений:

$$u = \frac{2025}{v} \Rightarrow u = w$$

$$w = \frac{2025}{v}$$

Подставляю в выражение $wu = 2025$ вместо w u , получу, что:

$$uu = 2025 \Rightarrow u^2 = 2025$$

$$u = \pm \sqrt{2025}$$

$$\begin{cases} u = +45 = w \\ u = -45 = w \end{cases}$$

$$u = w$$

Найду v :

$$v = \frac{2025}{u}$$

$$\begin{cases} v = \frac{2025}{45} \\ v = \frac{2025}{-45} \end{cases} \begin{cases} v = 45 \\ v = -45 \end{cases}$$

Замечу, что в каждом из выражений для получения положительного числа надо, чтобы было произведение двух отрица-



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тельных чисел, либо двух положительных, поэтому либо:

$$v = u = w = 45, \text{ либо } v = u = w = -45.$$

$$\text{Ответ: } v = u = w = 45; v = u = w = -45. +$$

№3.

$$|c-a| + |a-t| + |t-c| = 1$$

Для начала запишу кол-во вариантов, чему может быть равно данное выражение:

$-(c-a) - (a-t) - (t-c) = 1$	$-c+a-a+t-t+c=1$	$0=1 \quad \text{X}$
$-(c-a) + (a-t) - (t-c) = 1$	$-c+a+a-t-t+c=1$	$2a-2t=1$
$-(c-a) - (a-t) + (t-c) = 1$	$-c+a-a+t+t-c=1$	$2t-2c=1$
$(c-a) - (a-t) - (t-c) = 1$	$c-a-a+t-t+c=1$	$2c-2a=1$
$(c-a) + (a-t) - (t-c) = 1$	$c-a+a-t-t+c=1$	$2c-2t=1$
$(c-a) - (a-t) + (t-c) = 1$	$c-a-a+t+t-c=1$	$2t-2a=1$
$-(c-a) + (a-t) + (t-c) = 1$	$-c+a+a-t-t+c=1$	$2a-2c=1$
$(c-a) + (a-t) + (t-c) = 1$	$c-a+a-t-t+c=1$	$0=1 \quad \text{X}$

Проверю себя, исходя из комбинаторики: перед каждым из трёх слагаемых я могу поставить 2 варианта — либо +, либо -, тогда всего вар-ов будет $2^3 = 8$.

III. к. а, т и с равноправные, участвуют в аналогичных выражениях, исходя из совокупности, мы можем обобщить, обозначу каждое из них за n, m и k, тогда выйдет, что от значения n значение выражения не зависит, оно может быть любое, тогда т. к. нам нужен модуль n и наименьшее его значение, то это 0, т. к. модуль отрицательных чисел положительный, это уже не оптимальный вариант.

Вернусь к значению выражений из



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

совокупности выше:

$$2k - 2m = 1$$

$$2(k - m) = 1$$

$$k - m = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$k = m + 0,5.$$

Нам надо найти значение выра-
жения $S = |c| + |a| + |t| = |n| + |k| + |m|$.

Подставляю теперь вместо n 0 , а
вместо k $m + 0,5$:

$$S = |0| + |m + 0,5| + |m|$$

Рассмотрю два варианта, когда для опти-
мального $|m + 0,5| = 0$, и когда $|m| = 0$, т.к. если
эти выражения положительные и отрицательные,
то их модуль будет больше нуля.

$$|m| = 0$$

$$\begin{cases} m = 0 \\ -m = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} |m + 0,5| = 0,5 \\ |-m + 0,5| = 0,5 \end{cases}$$

$$|m + 0,5| = 0$$

$$\begin{cases} -m - 0,5 = 0 \\ m + 0,5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} m = -0,5 \\ m = -0,5 \end{cases}$$

Исходя из этого либо:

$$S = 0 + 0,5 + 0, \text{ либо } S = 0 + 0 + 0,5.$$

Значит наименьшее значение данного выра-
жения — это $S = |c| + |a| + |t| = 0,5$

Ответ: $S_{\min} = 0,5$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4.

$$S_1 = 5 \text{ m.}$$

$$v_1 = 90 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{5 \text{ m}}{90 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

$$t_2 = 2 \cdot t_1 = \frac{10 \text{ m}}{90 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

$$v_0 = \frac{S_0}{t_0}$$

$$S_0 = 5 \text{ m} + 5 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

$$t_0 = \frac{5 \text{ m}}{90 \frac{\text{m}}{\text{min}}} + \frac{10 \text{ m}}{90 \frac{\text{m}}{\text{min}}} + \frac{5 \text{ m}}{v_0} = \frac{1 \text{ m}}{6 \frac{\text{m}}{\text{min}}} + \frac{5 \text{ m}}{v_0} =$$
$$= \frac{v_0 \text{ m}}{6 v_0} + \frac{30 \text{ m}}{6 v_0} = \frac{v_0 + 30 \text{ m}}{6 v_0}$$

$$v_0 = \frac{10 \text{ m}}{\frac{v_0 + 30 \text{ m}}{6 v_0}} = 10 \text{ m} \cdot \frac{6 v_0}{v_0 + 30 \text{ m}} = \frac{60 v_0 \text{ m}}{v_0 + 30 \text{ m}}$$

$$v_0 = \frac{60 v_0 \text{ m}}{v_0 + 30 \text{ m}}$$

$$1 = \frac{60 \text{ m}}{v_0 + 30 \text{ m}}$$

$$v_0 + 30 \text{ m} = \frac{60}{1}$$

$$v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$\text{Ответ: } v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

1.

1) Рассмотрим вариант, когда кольцо не сидит на пальце прикусом, тогда оно сидит на средний, не сидит на безым., но если оно сидит на средний, то оно должно сидеть и на безымянном. Противоречие.

Тогда на указ. пальце кольцо сидит.

2) Выясним теперь на счёт безымянного пальца. Если на нём сидит кольцо, то на указательном не сидит. Противоречие.

Значит кольцо не сидит на безымянном пальце.

3) Если кольцо сидит на среднем, то оно не сидит на указательном. Противоречие. На среднем кольцо не сидит.

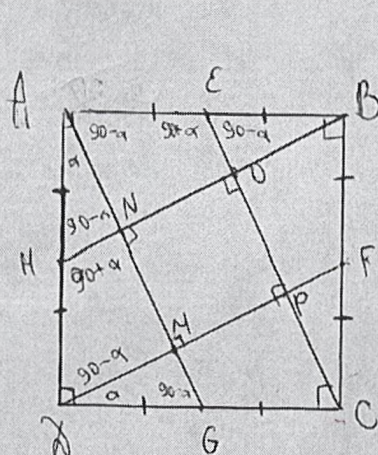
Таким образом, кольцо всегда сидит на указательном пальце и больше ни на каком.

Ответ: кольцо сидит только на указательном пальце.

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



2.

$\triangle ACD$, $\triangle ABH$, $\triangle EBC$ и $\triangle FCA$ равны по 2 сторонам и $\angle$ между ними. На рисунке через α выразим $\angle$, $HB \parallel AF$; $AG \parallel EC$, т.к. односторонние углы в сумме $= 180^\circ$ ($90 + \alpha + (90 - \alpha) = 180^\circ$)

Рассмотрю $\triangle ACH$. $\angle HAG + \angle HGA = 90^\circ \Rightarrow \angle AHG = 90^\circ$.



противоположные

$MNOP$ - паралелограмм (его стороны попарно параллельны)
с $\angle = 90^\circ \Rightarrow MNOP$ - прямоугольник.

$S_{ABCD} = 2025 \text{ см}^2$, т.к. это квадрат, то $AB = CD = BC = AD = \sqrt{2025} = 45 \text{ см}$, значит половинки от сторон - это $\frac{45}{2} = 22,5 \text{ см}$.

Найду $S_{\triangle AGD} + S_{\triangle EBC}$. Их можно сложить в прямоугольник, S которого будет равна

$$22,5 \cdot 45 = 1012,5 \text{ см}^2$$

$$S_{AEGB} = 2025 - 1012,5 = 1012,5 \text{ см}^2.$$

найдена
ее та
площадь



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

IG56-97

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Коряжкин
ИМЯ	Алексей
ОТЧЕСТВО	Сергеевич

Дата рождения	17.02.2008
---------------	------------

Класс:	10
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 3 листах

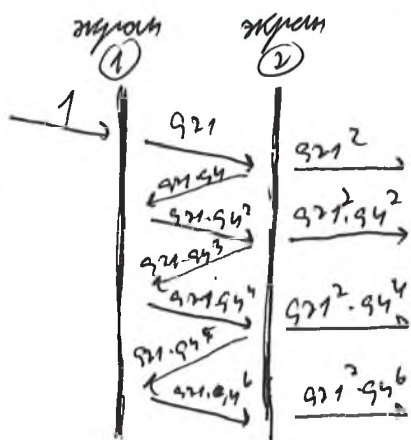
Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N1

Пусть на экране, для упрощения задачи, падает 1 у.е. лучей шаттрово-машин. Через первый проколот только (0,21) лучей (а остальные улетают и не падают на второй экран), потом (0,21²) лучей проходят через второй, а (0,21 · 0,4) отразятся обратно, потом (0,21 · 0,4²) отразятся от первого ко

второму, из них (0,21² · 0,4²) снова пройдут, а (0,21 · 0,4³) снова отразятся и так далее. Итого через второй экран пройдет

$$0,21^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + \dots + 0,21^2 \cdot 0,4^{2k} + \dots =$$

$$= 0,21^2 \cdot (1 + 0,4^2 + 0,4^4 + \dots + 0,4^{2k} + \dots) = 0,21^2 \cdot (1 + 0,16 + 0,16^2 + \dots + 0,16^k + \dots)$$

$1 + 0,16 + 0,16^2 + \dots + 0,16^k + \dots$ — бесконечная убывающая геометрическая прогрессия, её сумму можно найти как $\frac{1}{1 - 0,16} = \frac{1}{0,84}$ (или, что то же самое)

Получим $0,21^2 \cdot \frac{1}{0,84} = \frac{0,21^2}{4} = 0,0525$ — всего 5,25% лучей пройдет через два экрана

Ответ: 5,25%



$$1 - x^2 + \sqrt[3]{8x^3 - 1 - x^2} = 2x$$

$$x^2 + 2x - 1 = \sqrt[3]{(2x)^3 + (2x)^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{1 - x^2} + (2x) \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{1 - x^2}^2 + (1 - x^2)}$$

$$x^2 + 2x - 1 = \sqrt[3]{(2x + \sqrt[3]{1 - x^2})^3}$$

~~Итак, пусть $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет уравнению $x^2 + 2x - 1 = \sqrt[3]{(2x + \sqrt[3]{1 - x^2})^3}$. Тогда $x^2 + 2x - 1 = 2x + \sqrt[3]{1 - x^2}$, откуда $x^2 - 1 = \sqrt[3]{1 - x^2}$. Если $x^2 - 1 = 0$, то $x = \pm 1$. Если $x^2 - 1 \neq 0$, то $x^2 - 1 = \sqrt[3]{1 - x^2}$, откуда $(x^2 - 1)^3 = 1 - x^2$, откуда $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1 = 1 - x^2$, откуда $x^6 - 3x^4 + 4x^2 - 2 = 0$. Пусть $y = x^2$, тогда $y^3 - 3y^2 + 4y - 2 = 0$. Корни этого уравнения: $y = 1$ и $y = 2$. Если $y = 1$, то $x = \pm 1$. Если $y = 2$, то $x = \pm \sqrt{2}$. Проверим, удовлетворяют ли эти значения исходному уравнению. Для $x = 1$: $1 - 1 + \sqrt[3]{8 - 1 - 1} = 1 + \sqrt[3]{6} \neq 2$. Для $x = -1$: $1 - 1 + \sqrt[3]{-8 - 1 - 1} = 1 - \sqrt[3]{10} \neq -2$. Для $x = \sqrt{2}$: $1 - 2 + \sqrt[3]{16 - 1 - 2} = -1 + \sqrt[3]{13} \neq 2\sqrt{2}$. Для $x = -\sqrt{2}$: $1 - 2 + \sqrt[3]{-16 - 1 - 2} = -1 - \sqrt[3]{19} \neq -2\sqrt{2}$. Таким образом, единственными решениями являются $x = 1$ и $x = -1$.~~

как?

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 1 \\ x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{2} \\ x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Наибольшее не меньше $\sqrt{2}$
Наименьшее: 0

Ответ: $|x|_{\max} = \sqrt{2}$
 $|x|_{\min} = 0$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

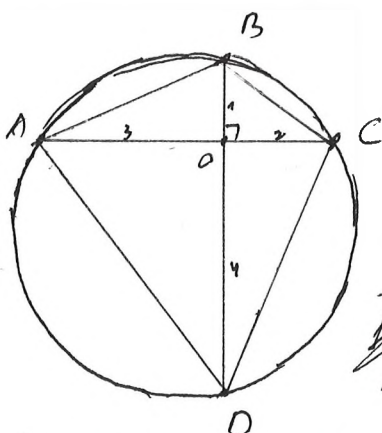
$x^{2025} - 2025x + 2024 = x^{2025} - x - 2024(x-1) = x(x^{2024} - 1) - 2024(x-1) =$
 $= (x-1)(x \cdot (x^{2023} + x^{2022} + \dots + x + 1) - 2024)$

Выражение делится на $(x-1)$ (при $x > 1$) $\oplus$ при $x > 1$
 Докажем, что $(x^{2024} + x^{2023} + \dots + x^2 + x - 2024)$ делится на $(x-1)$:

Число x при делении на $(x-1)$ дает остаток 1, тогда $5239?$
 $(x^{2024} + x^{2023} + \dots + x^2 + x - 2024) \equiv (1^{2024} + 1^{2023} + \dots + 1^2 + 1 - 2024) \equiv 0 \pmod{x-1}$

Выражение в скобках тоже: $(x-1) \Rightarrow$ выражение $x^{2025} - 2025x + 2024 : (x-1)^2$
 при $x > 1$ $\oplus$ при $x > 1$

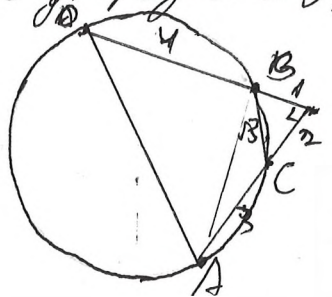
Следует: верно



Заметим, что угловые сектора пересечения $\oplus$
 Две хорды делят окружность на 4 дуги, пересекающиеся в точке O, верно, что $AO \cdot CO = BO \cdot DO$.
 В данной задаче $3 \cdot 2 \neq 4 \cdot 1$ $\oplus$

Нельзя считать, что хорды пересекаются вне круга (?), т.к. $AO \perp BO$ и углы

Иногда предполагают, что хорды пересекаются вне круга (?)



$BC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$; $AD = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$
 $\cos \angle ACB = -\cos \angle BCC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ - косинус углов. По теореме косинусов.

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB} = \sqrt{3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}} = \sqrt{16} = 4$

По теореме синусов для $\triangle ABC$:

$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R$. $\sin \angle ACB = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ACB} = \frac{4}{5}$

$R = \frac{\sqrt{16}}{\frac{4}{5}} = \sqrt{10}$ $S = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$

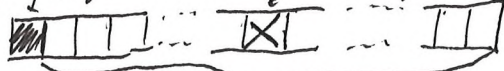
Ели считать, что тоже самое для $\triangle CBD$: $CD = \sqrt{16 + 5 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{29}$; $R = \frac{\sqrt{29} \cdot \sqrt{10}}{2}$
 Данное утверждение неверно, так как неверно.

Поскольку количество вариантов зависит от одного куска, то другого не меняется, но считать и искать не нужно: количество вариантов до края и от другого края до начального количества. Если вы хотите получить 2024 куска, то нужно отрезать 2024 куска и при этом обязательно остановиться в кусках - не поперечной куска, или рассматриваем его форму и не поперечной и в одну сторону по прямой.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

монитор



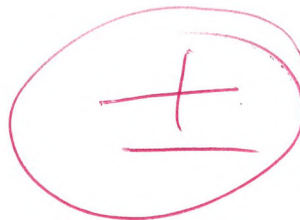
Можно всего K способов пройти 2024 клетки
пусть K . Если «связательная клетка»

стоит не в начале ~~двигательной~~ (перемонитор) или в конце (это
смыслованно там, что сам монитор на полоске стоит у одного
из концов), то существуют ^{способы} ~~способы~~ пройти 2024 клетки и
перемонитор «связательную» $\Rightarrow$ число способов $< K \Rightarrow$
монитор должен стоять ~~только~~ в одном из концов полоски

Ответ: в одном из концов полоски

Даже - ва?

Оу оу оу?



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М9F01	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

ZY61-47

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Крупцов
ИМЯ	Алексей
ОТЧЕСТВО	Романович

Дата рождения	22.03.2010
---------------	------------

Класс:	9
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} \approx 1 \\ & \text{Заметим, что: } \sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{6+255}}} = \\ & = \sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{(1)^2+(55)^2+255}}} = \\ & = \sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{(1+55)^2}}} = \sqrt{5+12\sqrt{5+4|1+55|}} = \\ & = \sqrt{5+12\sqrt{5+4+455}} = \sqrt{5+12\sqrt{9+455}} = \\ & = \sqrt{5+12\sqrt{(2)^2+(55)^2+455}} = \sqrt{5+12\sqrt{(2+55)^2}} = \\ & = \sqrt{5+12|2+55|} = \sqrt{5+24+1255} = \sqrt{29+1255} = \\ & = \sqrt{(255)^2+(3)^2+1255} = \sqrt{(255+3)^2} = |255+3| = \\ & = 255+3. \end{aligned}$$

Таким образом, вычислив значение
выражения: $\sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{6+255}}}$ можно, введя
в калькулятор выражение: $255+3$.

Заметим, что такое выражение калькулятор вычислит сложнее, т.к. кнопка извлечения квадратного корня встречается 1 раз. Тогда можно, пользуясь таким калькулятором, вычислить значение выражения

Ответ: АА



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Пусть кол-во букв в теле: T
 Тогда время, за которое 1-й буквоед
 съел 10 телев: ~~$\frac{10T}{v}$~~ $\frac{5T}{v} + \frac{5T}{u}$

Обозначим время, в которое 2-й буквоед
 съел 10 телев: t . Оно равняется вре-
 мени, в которое 2-й буквоед съел 10
 телев: $10T = t(v+u)$;
 $10T = t(v+u)$; $t = \frac{10T}{v+u}$

Тогда время, за которое 2-й буквоед
 съел 10 телев: $\frac{10T}{v+u} + \frac{10T}{v+u} = \frac{20T}{v+u}$

Сравним время 1-го и 2-го буквоедов:

$$\frac{5T}{v} + \frac{5T}{u} ? \frac{20T}{v+u} \quad | : 5T$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} ? \frac{4}{v+u}$$

$$\frac{v+u}{vu} ? \frac{4}{v+u}$$

$$\frac{(v+u)(v+u)}{(vu)(v+u)} ? \frac{4(vu)}{(vu)(v+u)} \quad | \cdot (vu)(v+u)$$

$$v^2 + 2uv + u^2 ? 4uv$$

$$v^2 - 2uv + u^2 ? 0$$

$$(v-u)^2 ? 0$$

Заметим, что если $v=u$, то буквоеды съели

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано
с той стороны листа, в рамке стрелой

Тогда Δ — отрицательное время, в остальных
случаях быстрее справился 1-й, т.е. в любом
любом случае, отличного от 0 больше 0.

Ответ: при $V=4$ — отрицательно
при $V \neq 4$ — быстрее справился 1-й.

Оценка:

5/5

Сравним $|x_1 - x_2|$ и $|x_1| + |x_2|$

ЛЕТ.

Если среди x_1 и x_2 есть 0 (нуль: это x_1), то:

$$|x_1 - x_2| \neq |x_2|$$

Если x_1 и x_2 — оба, то: $|x_1 - x_2| \leq |x_1| + |x_2|$

$$|x_1 - x_2| \leq x_1 + x_2 \quad (\text{нуль: } x_1 \geq x_2)$$

$$x_1 - x_2 \leq x_1 + x_2 \quad (x_2 - \text{ноль})$$

Если x_1 и x_2 — оба, то: $|x_1 - x_2| \leq |x_1| + |x_2|$

$$|x_1 - x_2| \leq x_1 - x_2 \quad (\text{нуль: } x_1 \geq x_2)$$

$$x_1 - x_2 \leq x_1 - x_2 \quad (x_1 - \text{ноль})$$

Если среди x_1 и x_2 есть ноль и отрицательное (нуль: $x_1 > x_2$),тогда x_1 — ноль, x_2 — отрицательное

$$|x_1 - x_2| \leq |x_1| + |x_2|; \quad x_1 - x_2 \leq x_1 - x_2$$

Тоже верно: ~~$|x_1 - x_2| \leq |x_1| + |x_2|$~~ $|x_1 - x_2| \leq |x_1| + |x_2|$

$$\text{Тоже: } 2S = |x_1| + |x_1| + |x_2| + |x_2| + \dots + |x_{100}| + |x_{100}| =$$

$$= (|x_1| + |x_2|) + (|x_2| + |x_3|) + \dots + (|x_{100}| + |x_1|) \geq$$

$$\geq |x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \dots + |x_{100} - x_1| = 1; \quad 2S \geq 1; \quad S \geq 0,5$$

Пример: при $x_1 = 0,5; x_2 = x_3 = \dots = x_{100} = 0; |0,5 - 0| +$

$$+ |0 - 0| + |0 - 0| + \dots + |0 - 0,5| = 1$$

минимальное значение $S = 0,5$

Ответ: 0,5



ВНИМАНИЕ! Прорезается только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

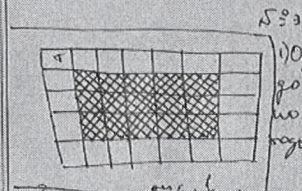


рис. 1

Заметим, что $f(n+2) = f(n+1) + f(n)$, т.е. (см. рис

2), т.е. количество углов может быть из предыдущих

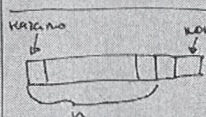


рис. 2

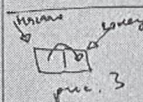


рис. 3

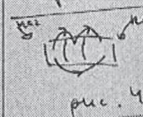


рис. 4

593

1) Обозначим число способов добраться из одной клетки до другой по углам, не используя более 1/2 клетки $f(n)$

2) Заметим, что количество углов может быть из предыдущих

любой или предыдущей клетки

тогда: $f(4) = f(3) + f(2) = 3$ $f(5) = f(4) + f(3) = 3 + 2 = 5$ $f(6) = f(5) + f(4) = 8$ $f(7) = f(6) + f(5) = 13$

2) ИТО: 3 способа идти на север, 3 способа идти на юг, 3 способа идти на восток, 3 способа идти на запад (рис. 4)

3) Заметим, что они только добавятся на боковых клетках. Способы добраться до правой верхней клетки из нижних: $f(2)$
из правой верхней до правой нижней: $f(5)$
из правой нижней до левой нижней: $f(2)$
из левой нижней до левой верхней: $f(5)$
Всего способов пойти ПО ЧАСОВОЙ стрелке:
 $f(2) \cdot f(5) \cdot f(2) \cdot f(5) = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$



ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если танкетка пойдет против часовой стрелки, то танкетки 3 и, у него $f(5) \cdot f(7) \cdot f(5) \cdot f(7) = 4225$ вариантов пути.

1) Тогда всего вариантов пути по периметру и вернуться обратно по периметру и не наступая на уже пройденные клетки: $4225 + 4225 = 8450$

Ответ: 8450

$N=4$

1) Заметим, что треугольник прямоугольный:

$$15^2 = 225 = 81 + 144 = 9^2 + 12^2$$

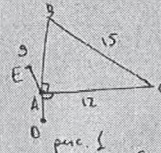


рис. 1

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е.

2) Заметим, что в стороне 9 циркулярный треугольник (рис. 1). Тогда если в стороне AC циркулярный треугольник Δ угол 20° в A, то угол $\angle DAE > 160^\circ$

DE — медиана, т.е. фигура не выпуклая, но невыпуклая, $\angle DAE > 90^\circ$, тогда она не угол

в треугольнике, тогда $\angle DAE = 160^\circ$. (рис. 2)

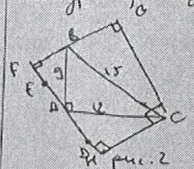


рис. 2

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.

DE — медиана, т.е. DE — медиана, т.е.



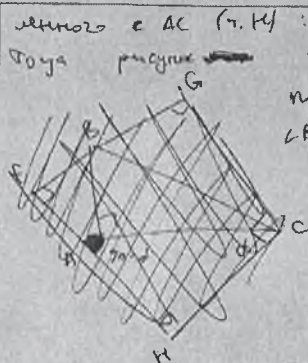
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17591

Шифр, не заполнять!

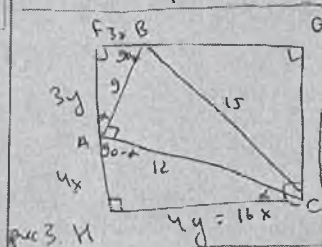
2Y61-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



Вспомогательная точка O: см. рис. 3.
пусть: $\angle ACH = \alpha$; $\angle CAH = 90 - \alpha$
 $\angle BAF = \alpha$; $\angle FBA = 90 - \alpha$

$\triangle AFB \sim \triangle CHA$ (по 2-м уг.
там) $\frac{AH}{FB} = \frac{HC}{AF} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$
 $\angle AH = 4x$; $HC = 3y$
 $FB = 3x$; $AF = 4y$



а) $FGCH$ — квадрат. Тогда:
 $3y + 4x = 4y$
 $y = 4x$
+ Имеем $\triangle ACH$:
 $144 = 16x^2 + 256x^2$

$$272x^2 = 144;$$
$$17x^2 = 9;$$
$$x = \sqrt{\frac{9}{17}}; x = \sqrt{\frac{9}{17}} \text{ (с.к. } x - \text{полож.)}$$

$$\text{Тогда: } S_{HFEC} = 16x \cdot 16x = 256x^2 = \frac{256 \cdot 9}{17} = \frac{2304}{17}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2304}{17}$$



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F02	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

AL24-70

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Крылов
ИМЯ	Роман
ОТЧЕСТВО	Рустамович

Дата рождения	08.08.2008
---------------	------------

Класс:	10
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 7 листах

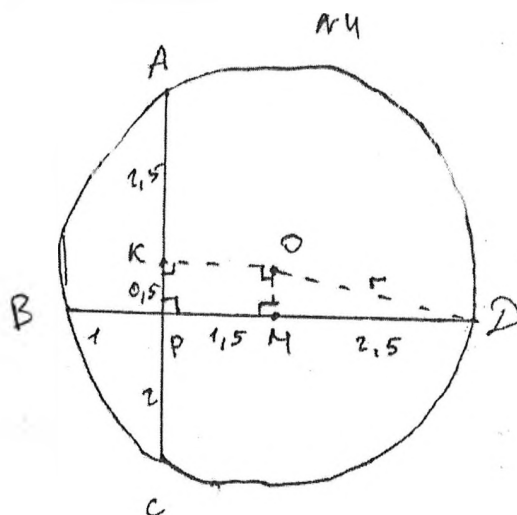
Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



r - радиус ^{круга} ~~окр.~~

не проверяется
реализуемость
условия

Пусть $AP = 3$ см, $PC = 2$ см, $BP = 1$ см, $PD = 4$ см. O - центр ^{круга} ~~окружности~~.

Опустим перпендикуляры OM ~~на~~ и OK на BD и AC соответственно. Т.к. O - центр ^{круга} ~~окружности~~, то перпендикуляры будут делить хорды пополам $\Rightarrow BM = MD = \frac{BP + PD}{2} = 2,5$ см

$$AK = KC = \frac{AP + PC}{2} = 2,5 \text{ см}$$

$KP = AP - AK = 0,5$ см. Заметим что $OKPM$ - ~~четырёхугольник~~ прямоугольник, т.к. $\angle K$ и $\angle M$ его углы прямые $\Rightarrow KP = OM = 0,5$ см

Рассмотрим прямоугольный $\triangle OMD$: $OM = 0,5$ см, $MD = 2,5$ см. ~~Тогда~~ $OD = r$ см. По т. Пифагора:

$$OD = \sqrt{MD^2 + OM^2} = \sqrt{6,5} \text{ см}$$

$$\text{Площадь круга: } \pi r^2 = 6,5\pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } 6,5\pi \text{ см}^2$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим что $x=1$ является корнем $x^{2025} - 2025x + 2024$
 $+2024 = 1^{2025} - 2025 \cdot 1 + 2024 = 0$.

Значит по Т. Безу: $x^{2025} - 2025x + 2024 =$

$$= (x-1) Q(x) \quad (+)$$

Заметим что $Q(x) = (x^{2024} + x^{2023} + \dots + x - 2024)$

Проверим это раскрыв скобки:

$$\begin{aligned} (x-1) (x^{2024} + x^{2023} + \dots + x - 2024) &= \\ = x^{2025} - x^{2024} + x^{2024} - x^{2023} + \dots - x^2 + x^2 - x - 2024x + 2024 &= \\ x^{2025} - 2025x + 2024 & \text{ — верно} \end{aligned}$$

Тогда для того чтобы $x^{2025} - 2025x + 2024$ делилось на $(x-1)^2$, надо чтобы $Q(x)$ делилось на $(x-1)$ (следует из Т. Безу), а поскольку по ранее доказанному $x^{2025} - 2025x + 2024 = (x-1) Q(x)$

Проверим делится ли $Q(x)$ на $(x-1)$, для этого по Т. Безу достаточно проверить делится ли $x=1$, корнем $Q(x)$. Подставим:

$$1^{2024} + 1^{2023} + 1^{2022} + \dots + 1 - 2024$$

Тут всего 2024 единицы, поскольку каждое слагаемое единичное

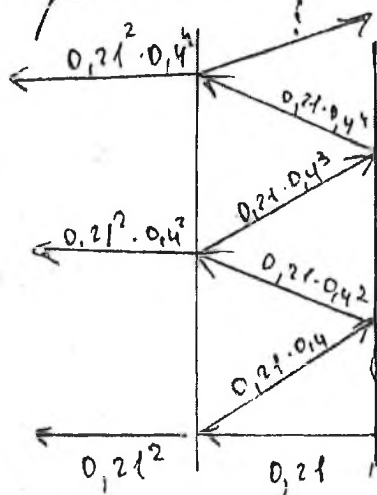


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

это единица в ^{Троичном} ~~степени~~ от 1 до 2024.
 Подумав: что при $x=1$ $Q(x) = 2024 - 2024 = 0$
 А значит $Q(x)$ делится на $(x-1)$ а значит
 $x^{2025} - 2025x + 2024$ делится на
 $(x-1)^2$. ~~ч.з.~~
 Ответ: верно.



Изобразим схематично процесс у
 условия:



~~Заметим что путь отражающийся между зеркалами имеет координаты: $0,21 \cdot 0,4$; $0,21 \cdot 0,4^2$~~

Заметим что путь ~~отражающийся~~ ^{зеркалами} уменьшает свой координат на $0,4$ после каждого ~~отражения~~ ^{отражения} до нуля. Т.к. путь второй ~~отражения~~ ^{отражения} пропорционален второй точке пути, то они будут ~~пропорциональны~~ ^{пропорциональны} координатам концов начального будет уменьшаться на $0,4^2$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. в первый транш прощупывается только 0,21 от суммы, который через него прощупывают поочередно сред. коэффициенты:

$$0,21 \cdot 0,21 = 0,21^2$$

$$0,21 \cdot 0,21 \cdot 0,4^2 = 0,21^2 \cdot 0,4^2$$

$$0,21 \cdot 0,21 \cdot 0,4^4 = 0,21^2 \cdot 0,4^4$$

$$0,21 \cdot 0,21 \cdot 0,4^6 = 0,21^2 \cdot 0,4^6$$

⋮

Заметим, что сумма ~~то~~ суммы ~~то~~ сред. коэффициентов ~~то~~ суммы бесконечно убывающей геом. прогрессии.

$$S = \frac{b}{1-q} = \frac{0,21^2}{1-(0,4)^2} = \frac{0,0441}{0,84} = \frac{0,0021}{0,04} = \frac{21}{400}$$

Мы получили проценты процентных сумм, ~~чтобы~~ чтобы получить процент на проценты: $1 - \frac{21}{400} = \frac{379}{400} = 94,75\%$

Ответ: 94,75%





N 2

$$1-x^2 + \sqrt{8x^3 - 1 - x^2} / (2\sqrt[3]{1-x^2} - 1) + 6x\sqrt[3]{1+x^4 - 2x^2} = 2x$$

$$1-x^2 + \sqrt[3]{(2x - \sqrt[3]{1-x^2})^3} = 2x$$

$$1-x^2 + 2x - \sqrt[3]{1-x^2} = 2x$$

$$\sqrt[3]{x^2-1} = x^2-1$$

$$x^2-1 = (x^2-1)^3 = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$$

$$x^6 - 3x^4 + 2x^2 = 0$$

$$x^2(x^4 - 3x^2 + 2) = 0$$

$x=0$ не подходит, пусть теперь $x \neq 0$, поделим
на $x^2 \neq 0$

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 3t + 2 = 0$

По В. Виета: $t_1 + t_2 = 3 \Rightarrow t_1 = 1; t_2 = 2$
 $t_1 t_2 = 2$

Сделаем обратную замену

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

Итого корни: $0; \pm 1; \pm \sqrt{2}$ $\Rightarrow$ мин по модулю = 0
макс по модулю = $\sqrt{2}$

Ответ: корни ~~есть~~ ^{имеются} положительные среди них
есть, мин = 0, макс = $\sqrt{2}$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



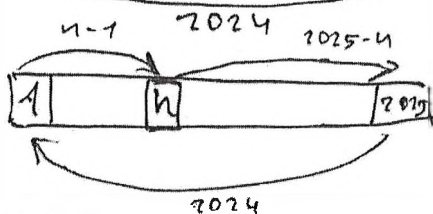
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим что независимо от начального положения токотун пройдёт ровно
 $2024 \cdot 2 = 5048$
 ~~$2025 \cdot 2 = 5050$~~ метров.

Пример. Пусть токотун находится сразу под клеткой с номером n (нуль будем считать номер клетки слева направо от начала). Рассмотрим случай когда токотун выехал вправо. Всего:



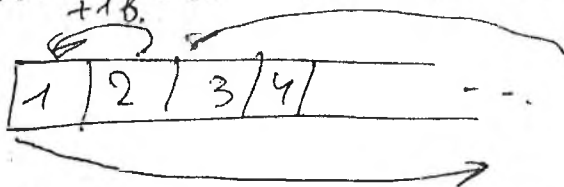
- 1 см вправо. Всего:
 $2025 - n + n - 1 + 2024 = 5048$



- 2 см. вправо. Всего:

$$2025 - n + n - 1 + 2024 = 5048$$

Докажем что токотун должен стоять в правильных клетках чтобы макс. ~~свое~~ кол-во вариантов. Если токотун стоит во второй клетке и раньше найдёт первую. Тогда посмотрим как изменилось кол-во вариантов по сравнению с тем, если бы он стоял в первой:



из 2 в 1 + 1 в. ~~то~~ из 1 в 2025, не уменьшится.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

у 2025 в 2, как минимум
2 варианта на убрании. ~~3-60-2~~
Аналогично ~~то~~ для вариантов ??



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М9F01	БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования
-------	---

№ группы

Место проведения

ОЯ65-40

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Кузнецова
ИМЯ	Екатерина
ОТЧЕСТВО	Андреевна

Дата рождения	13.07.2009
---------------	------------

Класс:	9
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

$$\sqrt{5 + 12\sqrt{5 + 4\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}} = \sqrt{5 + 12\sqrt{5 + 4\sqrt{1 + 2\sqrt{5} + 5}}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{5 + 4\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}}} = \sqrt{5 + 12\sqrt{5 + 4(\sqrt{5} + 1)}} = \sqrt{5 + 12\sqrt{5} + 24} =$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2}$$

$$= \cancel{\sqrt{(\sqrt{5})^2}} \quad \text{---}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{20})^2 + 2 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{9} + (\sqrt{9})^2} = \sqrt{(\sqrt{20} + \sqrt{9})^2} = \sqrt{20} + \sqrt{9} =$$

$$= 2\sqrt{5} + 3$$



Т.е. одним вычислением корня на калькуляторе находим $\sqrt{5}$. И становится известно значение выражения

Ответ: можно.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2.

Первый буквоед съел 5 томов со скоростью v и ещё пять томов со скоростью u .

$$\text{Т.е. } v_{1\text{ср.}} = \frac{10}{\frac{10}{2v} + \frac{10}{2u}} = \frac{10}{\frac{u+v}{uv}} = \frac{10uv}{u+v} = \frac{2uv}{u+v}$$

Второй за первую половину времени ел со скоростью v и ещё половину времени со скоростью u .

$$\text{Т.е. } v_{2\text{ср.}} = \frac{ut + vt}{2t} = \frac{u+v}{2}$$

Если $v_{1\text{ср.}} > v_{2\text{ср.}}$, то быстрее съел первый;
если $v_{2\text{ср.}} > v_{1\text{ср.}}$, то быстрее съел второй.

$$v_{1\text{ср.}} > v_{2\text{ср.}}$$

$$\frac{2uv}{u+v} > \frac{u+v}{2}$$

$$4uv > (u+v)^2$$

$$4uv > u^2 + 2uv + v^2$$

$$0 > u^2 - 2uv + v^2$$

$$0 > (u-v)^2$$

$$0 \leq (u-v)^2$$

$$\text{Т.е. } v_{1\text{ср.}} \leq v_{2\text{ср.}}$$

И если $u \neq v$, то $v_{2\text{ср.}} > v_{1\text{ср.}}$. Значит, второй буквоед справился быстрее первого.

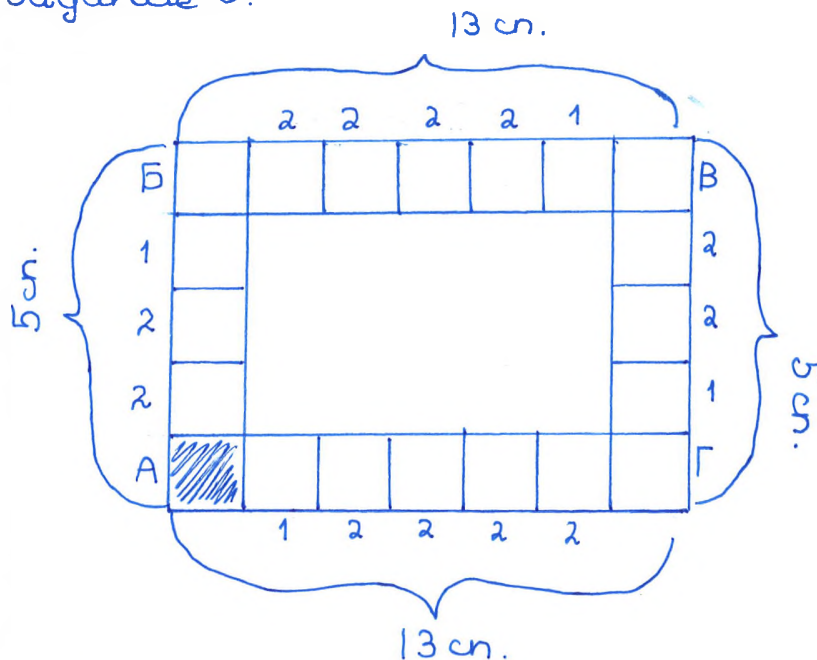
Ответ: второй.





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 3.



Пусть клетка, которая закрашена, - это начальная клетка, и в неё нужно будет вернуться.

Из неё можно пойти по часовой стрелке и против часовой. Кол-во способов пройти по периметру против часовой стрелке равно кол-ву способов пройти по часовой стрелке.

Посчитаем кол-во способов пройти по периметру по часовой стрелке:

• полосу из 5 клеток можно пройти пятью способами:

1 2

1 2 3

1 2 3

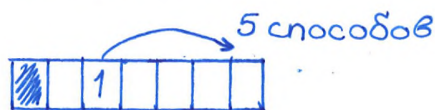
1 2 3

1 2 3 4

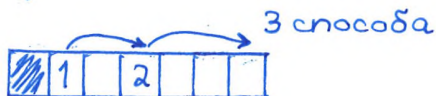

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 3 (продолжение)

• полосу из семи клеток можно пройти за 13 способов:



+



Итого 13 способов

+



Т.е. из клетки А в клетку Б можно попасть за 5 способов; из клетки Б в клетку В - 13 способов; из клетки В в клетку Г - 5 способов; из клетки Г в клетку А - 13 способов. Значит, всего способов пройти по периметру по часовой стрелке $5^2 \cdot 13^2$.

А т.к. есть ещё способы против часовой стрелки, то всего их:

$$2 \cdot 5^2 \cdot 13^2 = 50 \cdot 169 = 8450$$

Ответ: 8450 способов





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4

Беседка будет прямоугольным треугольником
с катетами 9 и 12 и гипотенузой 15
по обратной теореме Пифагора:

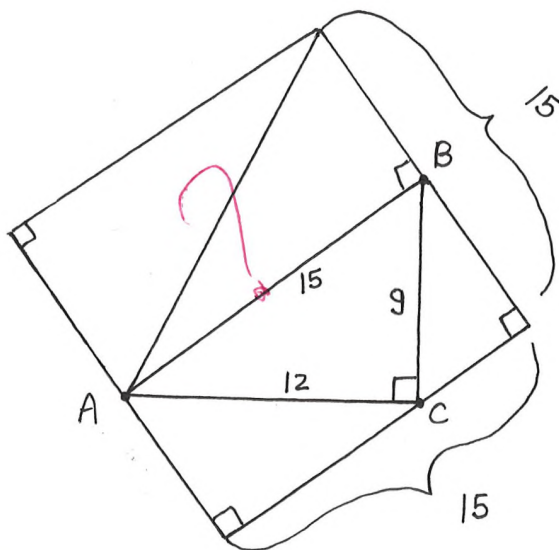
$$9^2 + 12^2 = 15^2$$

$$81 + 144 = 225$$

$$225 = 225$$

И.е. сторона квадрата будет равна большей
стороне Δ -ка. Значит, $a = 15$.

Пример:



ΔABC - это беседка

Тогда площадь застройки квадрата будет
 $15^2 = 225$.

Ответ: 225





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5.

$$|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \dots + |x_{99} - x_{100}| + |x_{100} - x_1| = 1$$

Раскроем модули ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$ и $\geq 1; \leq 100$):

$$2x_a + 2x_b + \dots - 2x_c - 2x_d = 1$$

$$x_a + x_b + \dots - x_c - x_d = 0,5$$

$$x_a + x_b = x_c + x_d + \dots + 0,5$$

Т.е.

$$S = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_{100}| = 2(|x_c| + \dots + |x_d|) + 0,5. \text{ Зна-}$$

чит, $S \geq 0,5$

т.к. наименьшее значение удвоенной суммы модулей будет равно 0.

В сумму вместо $|x_a| + |x_b| + \dots$ подставим $|x_c| + |x_d| + \dots + 0,5$. Это будет верно, если числа $x_a, x_b, x_c, x_d \geq 0$, если они будут < 0 , то сумма будет $\geq 0,5$. Например:

$$0,5 + 0 = 5 + (-5) + 0,5$$

Но

$$|0,5| + |0| \neq |5| + |-5| + 0,5$$

$$0,5 < 10,5. \text{ ? Значит, } S \geq 0,5, \text{ т.к. } |x_a| + |x_b| - |x_c| - |x_d| - \dots + \dots \geq 0,5 \text{ в данном случае.}$$

И.е. наименьшее значение, которое может принимать сумма - это 0,5.

Ответ: 0,5



Пример?

Достигнуто?



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F04	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF29-42

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Лебедев

ИМЯ _____ Георгий

ОТЧЕСТВО _____ Максимович

Дата рождения _____ 04.01.2009

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 7 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$1 + \sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2$$

$$1 + |3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2$$

$$0.93: 1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} \geq 0$$

$$(3x - \sqrt{1-x^2})^2 \geq 0$$

x - любой

Задача 2

Давайте найдем кол-во лучей, которые пройдут через 2 экрана

Пусть лучей 1000 000 x

Тогда через первый экран пройдет только 210 000 x лучей

Тогда через II экран пройдет 44100 x лучей, а отразится 84000 x лучей, остальные поглотятся

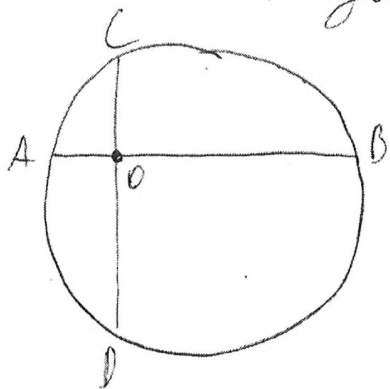
$$\frac{44100x}{1000000x} = 0,0441 \Rightarrow 4,41\%$$

Ответ: 4,41%



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3



1) хорды: AB, CD

2) $AB \cap CD = O$

3) Посчитаем степень точки O

С одной стороны это $AO \cdot OB$

С другой стороны это $CO \cdot OD \Rightarrow AO \cdot OB = CO \cdot OD$

4) По усл. ЗОО: $AO=1, OB=4, CO=2, OD=3$

5) $AO \cdot OB = 4$

6) $CO \cdot OD = 6$

$4 \neq 6 \Rightarrow$ такого круга
не существует

~~не существует~~

Ответ: ~~с~~ такого круга не существует





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$$\begin{aligned}
 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 &= 2024^{2026} - (2025^2 - 1) + 2025 = \\
 &= 2024^{2026} - 2025^2 + 2025 + 1 = \\
 &= 2024^{2026} - 1 - 2025^2 + 2025 + 1 + 1 = \\
 &= (2024 - 1)(2024^{2025} + 2024^{2024} + \dots + 2024 + 1) - 2025^2 + 2025 + 2 = \\
 &= 2023(2024^{2025} + 2024^{2024} + \dots + 2024 + 1) - 4098598
 \end{aligned}$$

Поделим на 2023

$$2024^{2025} + 2024^{2024} + \dots + 2024 + 1 - 2026$$

$$\begin{array}{l}
 2024 \equiv 1 \pmod{2023} \\
 2026 \equiv 3 \pmod{2023}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 1^{2025} + 1^{2024} + \dots + 1 + 1 - 3 \equiv 2026 - 3 \equiv \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{здесь } 2026 \text{ единиц}} \equiv 2023 \equiv 0 \pmod{2023}
 \end{array}$$

после деления на 2023
выражение делится на 2023 ⇒

исходное выражение делится на 2023²

Ответ: да



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 7

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$1 + \sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2$$

$$1 + |3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2$$

$$\text{И при } x \geq \frac{1}{\sqrt{10}} \quad 3x - \sqrt{1-x^2} \geq 0$$

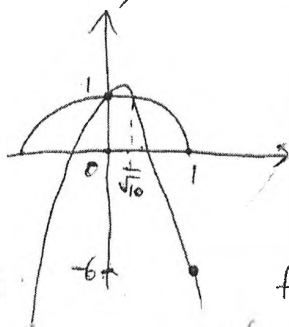
$$\begin{cases} 1 + 3x - \sqrt{1-x^2} = 10x^2 \\ x \geq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10x^2 + 3x + 1 = \sqrt{1-x^2} \\ x \geq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

Заметим, что $x=0$ - корень
и $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ - корень

Нарисуем графики сполна без учета оцр. на x

$f(x) = -10x^2 + 3x + 1$ - парабола; $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ - полуокр.
с вершиной в $0, \frac{3}{20}$ и $f(0)=1$ с центром $(0; 0)$
и радиусом 1



$f(0)=1$
 $f(0.3) > f(0) \Rightarrow$ парабола 2 раза пересекает полуокр.
 $f(1) = -6$ 1 раз в точке $(0; 1)$ - не подходит
т.к. $x \geq \frac{1}{\sqrt{10}}$; 2-ой раз в точке
 $(\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{3}{\sqrt{10}})$

$f(-1) = -6 \Rightarrow$ парабола и полуокр. пересекаются не более, чем, в двух точках и их мы нашли. Уточню: из этого следует 1 корень = $\frac{1}{\sqrt{10}}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\text{II при } x \leq \frac{1}{\sqrt{10}} \quad 3x - \sqrt{1-x^2} \leq 0$$

$$\begin{cases} 1 - 3x + \sqrt{1-x^2} = 10x^2 \\ x \leq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} = 10x^2 + 3x - 1 \\ x \leq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

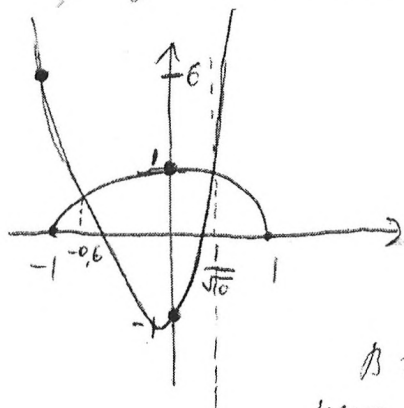
Заметим, что $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ — корень
и $x = -0,6$ — корень

$f(x) = 10x^2 + 3x - 1$ — парабола; $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ — полуокр.

$$f(0) = -1$$

$$f(-1) = 6$$

Нарисуем сначала без учета $x \leq \frac{1}{\sqrt{10}}$ и радиуса 1



П.к. вершина параболы

$$-\frac{3}{20} < 0, \text{ то пересечение}$$

параболы и полуокр. будет левее, чем точка $(-\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{3}{\sqrt{10}})$

В этом случае 2 корня, но один из них такой же как в 1 случае — $\frac{1}{\sqrt{10}}$

Получается исходное ур-ие имеет 2 корня один из которых $\frac{1}{\sqrt{10}}$, а другой ~~выше по модулю~~ ~~по отрицательный~~ $-0,6$

Ответ: это ур-ие имеет 2 корня один из которых положительн. Максимальный по модулю корень ~~1/sqrt(10)~~ $-0,6$ минимальный по модулю корень $\frac{1}{\sqrt{10}}$



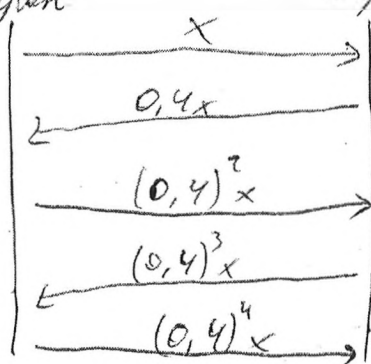
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

Заметим, что после отражения лучей от второго экрана они могут отразиться от первого экрана и вернуться обратно. Очев., что у лучей такое так не делают мы легко посчитаем

Будем считать кол-во лучей, в пролетах, прошедших через 1 экран и прошедших через 2

Пусть 1 экран пропущит x лучей
2 экран



$$0,21x$$

$$0,21 \cdot (0,4)^2 x$$

$$0,21 \cdot (0,4)^4 x$$

Очев., что лучи идут прогрессией с первым членом $0,21x$ и знаменателем $(0,4)^2 = 0,16$

Сумма беск. геом. прогрессии $\frac{b}{1-q} = \frac{0,21x}{0,84} = \frac{x}{4}$

⇒ Если x лучей прошли через экран, то спустя время через 2 экран пройдет ровно 25% этих лучей



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть изн. было 1000 у лучей
Через II и I экран прошли 210 у лучей
остальные либо отразились в никуду либо
поглотились. По доказанному ранее
через II экран пройдет 52,5 у

$$\frac{52,5 \text{ у}}{1000 \text{ у}} = 0,0525 \Rightarrow 5,25 \% \text{ лучей}$$

будет пропущено $\Rightarrow 100 - 5,25 = 94,75 \% \text{ лучей}$
не будет пропущено

Ответ: 94,75 %

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F03	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF23-82

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Лесников
ИМЯ	Юрий
ОТЧЕСТВО	Алексеевич

Дата рождения	05.07.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№21

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2; \quad \text{ОДЗ: } 1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x \in [-1; 1].$$

$$\sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2 - 1;$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2 - 1;$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| \stackrel{\text{на ОДЗ}}{=} (3x)^2 - (\sqrt{1-x^2})^2;$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = (3x - \sqrt{1-x^2})(3x + \sqrt{1-x^2}); \quad (*)$$

Рассмотрим несколько случаев:

1) $3x - \sqrt{1-x^2} > 0$: $|3x - \sqrt{1-x^2}| = 3x - \sqrt{1-x^2}$. Тогда разделив обе части р-ва (*) на $(3x - \sqrt{1-x^2}) \neq 0$, получим: $3x + \sqrt{1-x^2} = 1$; $\sqrt{1-x^2} = 1 - 3x \stackrel{\text{на ОДЗ}}{\Leftrightarrow}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 = (1-3x)^2 \\ 1-3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 = 9x^2 - 6x + 1 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 10x^2 - 6x = 0 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ или } \frac{3}{5} \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \text{ П.к. } \frac{3}{5} > \frac{1}{3} \text{ нет, а при } x=0 \text{ выра-}$$

жение $3x - \sqrt{1-x^2}$ отрицательно, поэтому в данном случае решений нет.

2) $3x - \sqrt{1-x^2} < 0$: $|3x - \sqrt{1-x^2}| = \sqrt{1-x^2} - 3x$. Тогда разделив обе части р-ва (*) на $(3x - \sqrt{1-x^2}) \neq 0$, получим: $3x + \sqrt{1-x^2} = -1$. Легко видеть, что у полученного уравнения при $x \geq 0$ решений нет. Взяв $x < 0$ выведем противоречие.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N°1 (продолжение):

~~2) $3x - \sqrt{1-x^2} = 0$~~ Если $x < 0$ и $x \in [-1; 1]$:

$$\sqrt{1-x^2} = -1-3x \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} 1-x^2 = (3x+1)^2 \\ -1-3x \geq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 10x^2 + 6x = 0 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{3}{5} \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{3}{5} \quad \text{ИЛИ}$$

При данном значении x выражение $3x - \sqrt{1-x^2} < 0$, что удовлетворяет условию. Значит $x = -\frac{3}{5}$ — корень.

3) $3x - \sqrt{1-x^2} = 0$; $3x = \sqrt{1-x^2} \quad \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 = 1-x^2 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 10x^2 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Легко видеть, что данное значение

x также является корнем. Итого, уравнение имеет два решения: $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $x = -\frac{3}{5}$. П.к.

$|\frac{3}{5}| > |\frac{1}{\sqrt{10}}|$, то $x = -\frac{3}{5}$ — макс. по модулю, а $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ — мин по модулю. Ответ: макс по модулю: $-\frac{3}{5}$, мин по модулю: $\frac{1}{\sqrt{10}}$; корни есть и среди них есть положительные.

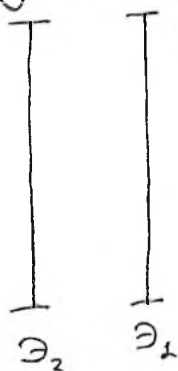
+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№2:

Пусть изначально было x сканирующих
лучей. Пусть также первый экран — $\mathcal{E}_1$, а второй — $\mathcal{E}_2$



(В начальный момент времени лучи попадают
на $\mathcal{E}_1$). Ясно, что через $\mathcal{E}_1$
пройдёт $0,21x$ сканирующих лучей
(отражённые не попадают на $\mathcal{E}_2$). Устояв-
шихся лучей $0,21; 0,21x$ лучей сразу

пройдут через $\mathcal{E}_2$, а $0,4 \cdot 0,21x$ отразятся от $\mathcal{E}_2$
и попадут на $\mathcal{E}_1$ от которого, в свою очередь, отраж-
но на $\mathcal{E}_2$ отразится $(0,4)^2 \cdot 0,21x$ (лучи вновь
пройдут через $\mathcal{E}_2$ равно $(0,4)^2 \cdot (0,21)^2 \cdot x$ лучей).

Будем называть итерацией промежуток вре-
мени, за который в очередной раз лучи дважды
отразятся сначала от $\mathcal{E}_2$, а затем от $\mathcal{E}_1$, и про-
двигаться их пройдёт через $\mathcal{E}_2$. Легко показать
способом метода мат. индукции по количеству
итераций n , что к концу n -ой итерации через $\mathcal{E}_2$
пройдёт $(0,4)^{2(n-1)} \cdot (0,21)^2 x$ лучей ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

Тогда для прошедших лучей через $\mathcal{E}_2$ опреде-
ляется суммой $(0,21)^2 x + (0,4)^2 \cdot (0,21)^2 x + \dots + (0,4)^{2k} \cdot (0,21)^2 x \dots$
Эта сумма является суммой беск. убывающей геом. прог-
рессии с первым членом $(0,21)^2 x$ и знаменателем $(0,4)^2$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение):

$$\text{Пока } (0,21)^2 x + \dots + (0,4)^{2k} (0,21)^2 x + \dots = \frac{(0,21)^2 x}{1 - (0,4)^2} =$$

$$= \frac{21}{16 \cdot 25} x. \text{ Значит для сумм, которая не бу-}$$

$$\text{дет пропущена составляет: } x - \frac{21x}{16 \cdot 25} = \frac{379}{400} x.$$

Пока процентски пропущен сумм, который не
будет пропущен составляет $\frac{379}{400} \cdot 100\% =$
 $= 94,75\%.$ Ответ: 94,75. (4)

№5: Рассмотрим следующее

$$2024^{2026} \cdot 2024^{2026} = (2023+1)^{2026} =$$

$$= \sum_{k=0}^{2026} C_{2026}^k \cdot 2023^k \cdot 1^{2026-k}. \text{ Последнее}$$

равенство справедливо по формуле Ньютона.

$$\text{Пока: } 2024^{2026} = \sum_{k=0}^{2026} C_{2026}^k \cdot 2023^k =$$

$$= 1 + 2023 \cdot C_{2026}^1 + 2023^2 \cdot C_{2026}^2 + \dots + 2023^{2026} \cdot C_{2026}^{2026}.$$

Заметим, что ~~каждое~~ ^{каждое} слагаемое суммы, кроме ~~первых~~ ^{первых} двух, делится на 2023^2 . Значит:

$$2024^{2026} = 1 + 2023 \cdot C_{2026}^1 + 2023^2 \cdot C_{2026}^2 + \dots + 2023^{2026} \cdot C_{2026}^{2026} \equiv$$

$$\equiv_{2023^2} 1 + 2023 \cdot C_{2026}^1 \equiv_{2023^2} 1 + 2023 \cdot 2026. \text{ Пока:}$$



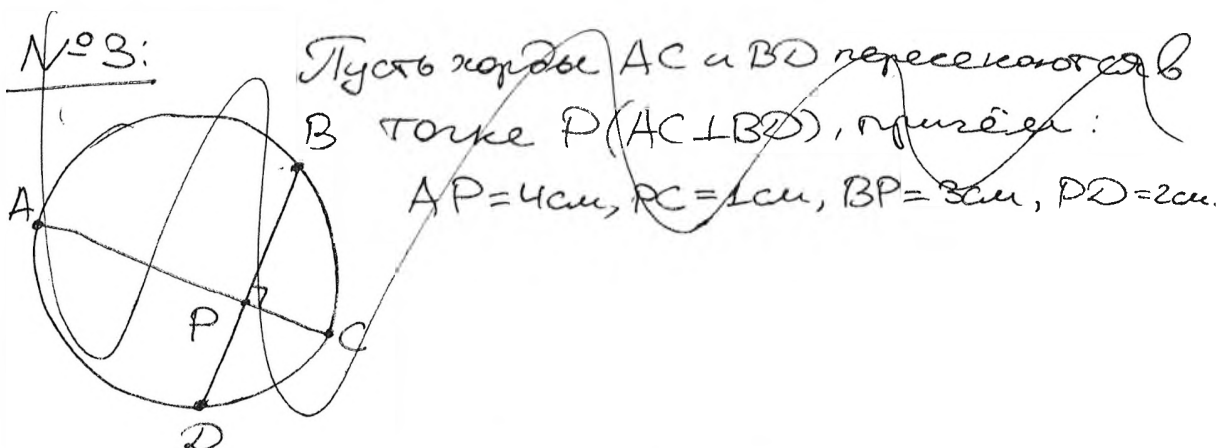
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение):

$$\begin{aligned}
 & 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2} 1 + 2023 \cdot 2026 - \\
 & - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2} 1 - 2026 + 2025 \\
 & \equiv_{2023^2} 0. \text{ Это означает, что число } 2024^{2026} - \\
 & - 2024 \cdot 2026 + 2025 \text{ делится на } 2023^2.
 \end{aligned}$$

Ответ: верно.

№3:



№3:

Вывод: Т.к. точка пересечения двух хорд лежит внутри круга (аналогично хорды не могли бы делиться на отрезки), то справедливо утверждение: если хорды AC и BD в окружности пересекаются в точке P, то выполняется: $AP \cdot PC = BP \cdot PD$ (произведения отрезков пересекающихся хорд в окружности равны). Но тогда подставляя константы, данные в условии задачи, получим, что $1 \cdot 4 = 2 \cdot 3$, что неверно. Значит такой конфигурации не существует. Ответ: **б.**


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа


№4: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \dots \dots \begin{array}{|c|} \hline 2025 \\ \hline \end{array}$; Пропустируем клетки

полоски от 1 до 2025 справа налево. Пусть тампунк стоит в клетке с номером n . Тогда справа от него $(2025 - n)$ клеток, а слева $-(n - 1)$ клеток. Поиском списка ко-во последовательностей и подов, при которых тампунк идёт из n -ой в 0-ую клетку, затем из 2025 в 1-ую и наконец идёт из 1 в n -ую.

Пусть на пути из n -ой в 0-ую клетку тампунк сделал α_1 перемещений на 1 клетку и β_1 перемещений на 2 клетки. Тогда: $2025 - n = \alpha_1 + 2\beta_1$, $\alpha_1, \beta_1 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Из того рав-ва следует, что $2025 - n - \alpha_1 \div 2$ и $2025 - n \geq \alpha_1$. При чётном n равно при $\frac{2026 - n}{2}$

значения α_1 , удовлетв. $2025 - n \geq \alpha_1$, $2025 - n - \alpha_1$ будет кратно 2. Значит ко-во послед подов из n -ой в 0-ую клетку при чётном n равно $\frac{2026 - n}{2}$

(далее n - чётно). Пусть теперь на пути из 2025 в 1-ую клетку тампунк сделал α_2 перемещений на 1 клетку и β_2 перемещений на 2 клетки. Тогда: $\alpha_2, \beta_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

$\alpha_2 + 2\beta_2 = 2024$. По аналогии, равно при 1012 значения α_2 , удовлетв. $2024 - \alpha_2 \geq 0$, значение

$2024 - \alpha_2$ кратно 2, а число ко-во послед в данном случае равно 1012. Пусть теперь на пути из 1 в n -ую клетку тампунк сделал α_3 перемещений в 1-ую



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение): α, β_3 перемещений в 2 клетки.

Тогда $\alpha_3 + 2\beta_2 = n-1 \Rightarrow \begin{cases} n-1-\alpha_3 : 2 \\ n-1 \geq \alpha_3 \end{cases}$ По условию,

всему четному n , равно $\frac{n}{2}$ значений α_3 удов.

$n-1 \geq \alpha_3$, выражение $n-1-\alpha_3$ кратно 2. Значит в
этом случае кол-во последовательностей
равно $\frac{n}{2}$. Итого, общее кол-во послед.

$\frac{n+6-n}{2} \cdot \text{ок. } \frac{n}{2}$ и ответ не задан.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	МЭИ (Москва)
-------	--------------

№ группы

Место проведения

QW28-65

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Литярина
ИМЯ	Анна
ОТЧЕСТВО	Вячеславовна

Дата рождения	10.03.2013
---------------	------------

Класс:	5
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



Если Кира принадлежит к месяцам, то ответ будет "нет"
противоречит условию
и Кира с Анрисой — солнышки, что невозможно. Значит, Кира — солнышко. Тогда ответ будет "да", и Анриса — месяц.

√2 ⊕
как?

+ КИТ	+ 713
ВОЛ	249
ЛЕВ	962

√3 ⊕ а другие варианты?

Существует 3 варианта того, что взял Щелкунчик:
если он взял все орехи из одной кучки,
оставил 1 орех в одной из кучек,
и оставил 2 или больше орехов в одной кучке.

- 1) Мышиному королю достаточно взять все орехи из 2 кучки;
- 2) если Мышиный король оставит 1 орех в другой кучке, то Щелкунчик возьмет 1 орех из оставшихся, и М.К. заберет последний;
- 3) если М.К. будет копировать действия Щелкунчика со второй кучкой (Щелкунчик убирает из одной кучки, М.К. ~~убирает~~ ^{оставляет} столько же из другой), он победит

- 1) М.К. победит
- 2) М.К. победит
- 3) М.К. победит

Вывод — победит Мышиный Король

√5 ⊕
Если одинаковые слова полученные разными способами (например, "параллельный" и "параллельный") считаются за одно, тогда да, может, ведь у Мурзика *почему?* нет в исходном слове таких неоднозначных сочетаний. Если



Нет, то не может быть, ведь у каждого из них полученное "слово" это набор рандомных 10 букв из этого слова.

№1 (+)

Время ожидания				
Порядок	И	К	В	Сумма
ИКВ	8	11	15	34
ИВК	8	15	12	35
КИВ	11	3	15	29
КВИ	15	3	7	25
ВИК	12	15	4	31
ВКИ	15	7	4	26

Сумма "Крошечка-Василиса-Иван" — наименьшая.

то есть

1. Крошечка-Хаврошечка
2. Василиса Премудрая
3. Иван-Царевич

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF25-21

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Лубенец

ИМЯ _____ Илья

ОТЧЕСТВО _____ Александрович

Дата рождения _____ 11.01.2008

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 3 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

1 Экран: отражение: 40%
 преломление: 21%
 поглощение: 39%

2 Экран: отражение: 40% от 21% = 8,4%
 преломление: 21% от 21% = 4,41%
 поглощение: 39% от 21% = 8,19%

мощность облучения не было преломлено $40 + 39 + 8,4 + 8,19 = 95,59\%$ лучей

Ответ: 95,59% лучей **и преломлено!**

Задача 1

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2 - 1$$

$$\text{Введем в уравнение ОДЗ: } 10x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \geq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 20x^2 + 1$$

$$3x\sqrt{1-x^2} = 14x^2 - 50x^4, \text{ введем в уравнение при } \begin{cases} 14x^2 - 50x^4 \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$9x^2 - 9x^4 = 196x^2 - 1400x^6 + 2500x^8; x^2 = t$$

$$t(2500t^3 - 1400t^2 + 9t - 9) = 0$$

$$t=0 \text{ не уга. ОДЗ}$$

$$2500t^3 - 1400t^2 + 9t - 9 = 0$$

$$2500t^3 - 1400t^2 + 205t - 9 = 0$$

$$(t - \frac{36}{100})(2500t^2 - 500t + 25) = 0$$

по теореме Виета

$$t = \frac{36}{100}, x = \pm 0,6, 0,6 \text{ не уга. ОДЗ (2 \neq 3,6)}; 0,6 \text{ не уга. ОДЗ (2 \neq 3,6)}$$

$$2500t^2 - 500t + 25 = 0 : 25$$

$$100t^2 - 20t + 1 = 0$$

$$(10t - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 10t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{10}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}, x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \text{ не уга. ОДЗ, } x = \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ уга. ОДЗ } \oplus$$

$$\text{получаем } x = \frac{1}{\sqrt{10}}; x = -0,6$$

$$|-0,6| > |\frac{1}{\sqrt{10}}|, \text{ положительный } x = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Ответ: максимальный по модулю $x = -0,6$ минимальный по модулю $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

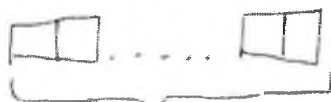
$$\text{получим } \begin{cases} \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{50}} \leq x \leq \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{50}} \\ x \leq \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \geq \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

получим

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{50}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{1}{\sqrt{10}} \leq x \leq \frac{\sqrt{14}}{50} \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4



2025

общее кол-во вариантов дойти до конца, т.е. при нахождении монеты в середине, у него есть 2 пути: влево и вправо

Рассмотрим пример для 5 клеток, чтобы выделить структуру.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

; пусть он стоит в клетке

3

, тогда

1) в

5

 2 способа

2) из

5

 в

1

 4 способа (54321, 531, 54321, 5321)

3) из

1

 в

3

 2 способа

учитывая, что на первом этапе мог пойти в

3

, то $2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ способа

• пусть стоит в клетке

2

 (одинаково с

4

)

1) из

2

 в

5

 3 способа (2345, 245, 235)

2) из

5

 в

1

 4 способа

3) из

1

 в

2

 1 способ

учитывая, что на первом этапе мог пойти в

1

, то $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24$ способа

• пусть стоит в

1

 (одинаково с

5

)

1) из

1

 в

5

 4 способа

2) из

5

 в

1

 4 способа

3) из

1

 в

1

 1 способ

итого всего $4 \cdot 4 = 16$ способов

следовательно для клетки из 5 клеток начальное положение в середине даёт наибольшее число путей

Обобщая на 2025 клеток в силу инварианта положение в клетке 1013 — самое выгодное — наибольшее кол-во вариантов

Ответ: 1013



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 = A (?) : 2023^2$$

• $2024^{2026} = (2023+1)^{2026}$, разложим $\text{mod } 2023^2$, при разложении у нас 2023^2 будут составлять почти все члены (которые $\equiv 0 \text{ mod } 2023^2$) кроме: $1 + 2023 \cdot 2026$ как получили?

$$\begin{aligned} 2024 \cdot 2026 &= (2023+1)(2023+3) = 2023^2 + 4 \cdot 2023 + 3 \equiv 4 \cdot 2023 + 3 \pmod{2023^2} \end{aligned}$$

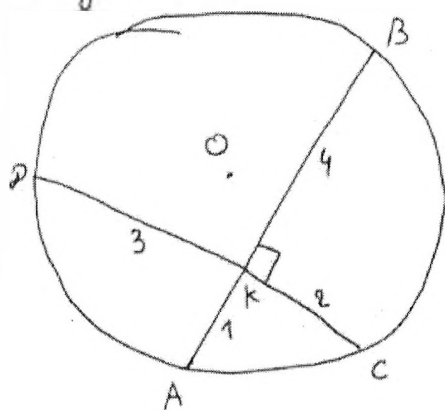
$$\begin{aligned} A &\equiv (1 + 2026 \cdot 2023) - (4 \cdot 2023 + 3) + 2025 = (1 - 3 + 2025) + 2023 \cdot (2026 - 4) \\ &\equiv 2023 + 2023 \cdot 2022 = 2023^2 \equiv 0 \pmod{2023^2} \end{aligned}$$

т.е. $A \equiv 0 \pmod{2023^2}$, ч.т.д.

4.5 ±

Ответ: да, верно

Задача 3



по св-ву перпендикулярных хорд

$$AK \cdot KC = BK \cdot KD$$

$$1 \cdot 4 = 3 \cdot 2$$

$$4 \neq 6 \quad ?! \quad \textcircled{4}$$

вывод?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М7F01	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VJ77-19

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Малютин
ИМЯ	Максим
ОТЧЕСТВО	Дмитриевич

Дата рождения	29.04.2011
---------------	------------

Класс:	7
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N1

Допустим кольцо село на средний палец, тогда оно
сядет на безымянный и не сядет на указательный,
но по условию если оно не сядет на указательный,
то оно не сядет на безымянный, что противоре-
чит условию.

Допустим кольцо село на безымянный, тогда оно
село и на средний палец и не село на указа-
тельный, случай пришел к предположению, та-
кого быть не может.

Аналогично если кольцо изначально не сядет
на указательный.

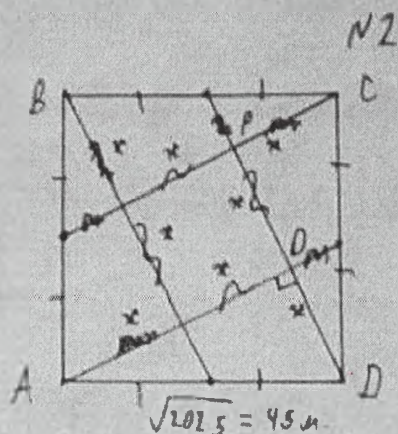
Если же кольцо ~~не~~ сядет на указатель-
ный, то возможно оно не сядет ни на сред-
ний, ни на безымянный и тогда все условия
выполнены, значит ответ: указательный.

Ответ: Указательный

возможно?



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$, как смежные

$\angle AOB = 90^\circ$ (углы квадрата)

1. $\angle AOD = 180 - 90 = 90^\circ \Rightarrow \triangle AOD$ - прямоугольный, значит:

$$AO^2 + OD^2 = AD^2$$

$$(2x)^2 + x^2 = AD^2$$

$$4x^2 + x^2 = 2025$$

$$5x^2 = 2025$$

$$x^2 = 405 \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ: 405 м^2



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N 4

Куст в огни таме 90х букв, тогда в 5: 450х.

(Нег) Буквоед съест их за $450х : 90 = 5х$ минут, а
после будет $5х \cdot 2 = 10х$ минут отдыхать.

Значит время потраченное: $10х + 5х = 15х$, значит

средняя скорость: $\frac{450х}{15х} = 30$

Ответ: 30

N 5

$$\begin{cases} UV = 2025, \\ VW = 2025, \\ WI = 2025; \end{cases}$$

$$\begin{cases} W = \pm 45, \\ V = \pm 45, \\ U = \pm 45; \end{cases}$$

$$\begin{cases} UV = VW, \\ VW = 2025, \\ WI = 2025; \end{cases}$$

Ответ: 1. $W = V = U = -45$
2. $W = V = U = 45$

$$\begin{cases} U = W, \\ WI = VW, \\ WI = 2025; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = W, \\ U = V, \\ WI = 2025; \end{cases}$$

$$U = W = V$$

$$\begin{cases} U = W, \\ U = V, \\ U^2 = 2025; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = W, \\ U = V, \\ U = \pm 45; \end{cases}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	ВФ МЭИ (Волжский)
-------	-------------------

№ группы

Место проведения

RS46-23

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Мартынова
ИМЯ	Варвара
ОТЧЕСТВО	Алексеевна

Дата рождения	13.06.2012
---------------	------------

Класс:	6
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Рассмотрим 2 варианта.



1) Пусть он солнышко.

Тогда ответ на вопрос, является ли он месяцем будет "нет", то есть ответ месяца. Так как он не принадлежит к месяцам, ответ на весь вопрос будет "нет".

Противоречие, так как "нет" это ответ месяца.

2) Пусть он месяц.

Тогда ответ на вопрос, является ли он месяцем будет "да", то есть ответ солнышка. Так как он не солнышко, верный ответ на весь вопрос будет "нет", то есть ответ месяца. Всё сходится.

Значит, мы сможем определить тип Кудзны.

Ответ: может, он месяц.

№5.



Заметим, что в слове Барбоса рядом стоят две одинаковые буквы "и". Это значит, если мы вычеркнем одну из этих букв и ещё одну моду (кроме второй и), а после вторую букву и и эту же моду, то получим одинаковые слова. Поэтому, у Барбоса слов будет меньше, а у Мурзика больше.

Ответ: может, у Мурзика.

а в слове "интегральный" нет одинаковых пар букв!

№4. Заметим, что каждый ход кучек становится в 2 раза больше.

Зная эту информацию, мы сможем найти количество ходов.

4 → 8 → 16 → 32



Далее должно образоваться 64 кучки, но так как орехов всего 48, то 16 кучек (то есть 64-48) уже содержат в себе только 1 орех.

Тогда в других кучках находится вообще столько 32 ореха.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. в каждой из этих кучек минимум 2 ореха, то они как раз ровно по 2 распределятся между кучками. Тогда своим ходом щелкунчик разбивает их на 2 и получает 48 кучек по одному ореху.

Тогда Мышиный король не сможет сделать ход, и проигрывает, а щелкунчик выигрывает.

Но! если имелось в виду, что проигрывает тот, кто не сможет разбить каждую кучку на меньшие (~~кучки~~) то есть если хотя бы одну не сможет, то это уже проигрыш), то проигрывает щелкунчик, а выигрывает Мышиный король.

Вот тебе запиши щелкунчик, т.к. более вероятно, что имелось в виду первое.



линейная трактовка

Ответ: щелкунчик.

№2.

Запишем ряды в столбик:

$$\begin{array}{r} \text{КИТ} \\ + \text{ВОЛ} \\ \hline \text{ЛЕВ} \end{array}$$

$$T + L = B$$

$$K + B = L$$

↓

$$K + B = B - T$$

↓

$$B - B = K - T$$

$$K - T = 0$$

Противоречие, т.к. К и Т разные цифры. Это значит, что в К+В произошёл перенос разряда.

$$K + B + 1 = L = B - T$$

↓

$$K + B + 1 = B - T$$

↓

$$T + 1 = K$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$K+B+1=A$$

↓

$$T+1+B+1=A$$

$$T+B+2=A$$

↓

$$T+1=B$$

$$T+B+2+T=B$$

$$2T+B+2=B$$

это значит, что

$2T+2$ оканчивается

на 0, но так как это цифры,

то на 0 оканчивается только 10.

↙

$$2T+2=10$$

$$T=4$$

$$K=T+1$$

$$K=5$$

Далее можно привести несколько примеров, но я приведу один:

$$K+T+B+A=12B$$

$$584+319=903$$

№3.

Число 52 можно представить как $(5 \cdot 10) + 2$

То есть 5 десятков или 10 пятёрок + 2.

В сумме это одинаково, а вот 10 пятёрок в произведении гораздо больше, чем пять десятков.

Тогда совет можно сделать так: $5^{10} \cdot 2$

почему это будет МАКСИМАЛЬНОЕ

произведение?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

BA44-50

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Миляр
ИМЯ	Александр
ОТЧЕСТВО	Александрович

Дата рождения	02.02.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N5.

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 = (2023+1)^{2026} - (2023+1)(2023+3) + 2025 =$$

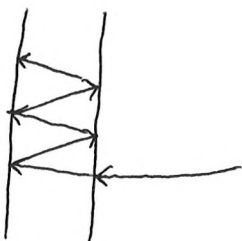
$$= \underbrace{(2023+1)(2023+1) \dots (2023+1)}_{2026} - 2023^2 - 2023 \cdot 4 - 3 + 2025$$

$$2023 + 7)^{2026} = 2023^{2026} \cdot C_{2026}^0 + 2023^{2025} \cdot C_{2026}^1 + 2023^{2024} \cdot C_{2026}^2 + \dots + 2023^2 \cdot C_{2026}^{2024} + 2023 \cdot C_{2026}^{2025} + 2023^0 \cdot C_{2026}^{2026} \quad | \text{ m.k.}$$

$(2023+1)^{2026} = 2023^{2026} \cdot C_{2026}^{2026} + 2023^{2025} \cdot C_{2026}^{2025} + \dots + 2023^2 \cdot C_{2026}^2 + 2023^1 \cdot C_{2026}^1 + 2023^0 \cdot C_{2026}^0$ (т.к. мы выбирали 1 коэф., в ко-
 тором выбрали число 2023). Три слагаемых на 2023^2 остаток
 по модулю всего числа равен остатку последних 2-х
 слагаемых $(2023 \cdot C_{2026}^1 + 1)$. ~~т.к. $\Rightarrow$ делимость по модулю~~
 $\Rightarrow$ изначальное число имеет тот же остаток на 2023^2 , что
 и число: $2023 \cdot 2026 + 1 - 2023^2 - 2023 \cdot 4 + 2025 - 3 = 2023 \cdot 2022 - 2023^2 + 2023 =$
 $= 2023^2 - 2023^2 = 0 \Rightarrow$ ~~т.к. $\Rightarrow$~~ изначальное число тоже
 делится на 2023^2
 Ответ: да, делится.

Ответ: да, даётся.

N2



Процент лучей, не прошедших через экран, равен 100% минус процент лучей, прошедших через экран.

Экран неоскоружива, чтобы луч прошел через 1-й экран, а через 2-й он может либо сразу пройти, либо отразиться ~~туда~~ назад итд. как-нибудь от 2-х экранов пройти через 2-й экран.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Вероятность того, что он пройдет через 1-й экран равна ~~0,27~~ 0,27, через 2-й тоже 0,27. Сумма вероятностей, что он отскочит 2, 4, 6 и т.д. раз равна: $0,4^2 + 0,4^4 + \dots + 0,4^n$ $n \rightarrow +\infty$.

$\Rightarrow 0,4^2 + 0,4^4 + \dots + 0,4^n$ - аск. убыв. геом. прогрессия, где $b_1 = 0,4^2$; $q = 0,4^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,4^2}{1-0,4^2} = \frac{0,16}{0,84} = \frac{16}{84} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ вероятность, что луч пройдет, равен: $0,27(0,27 + 0,27 \cdot \frac{16}{84})$

$$= 0,27^2 (1 + \frac{16}{84}) = 0,27^2 \cdot \frac{100}{84} = 0,27^2 \cdot \frac{25}{21} = 0,27 \cdot 0,25 = 0,0525 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ вероятность, что луч не пройдет равен: $100\% (1 - 0,0525) =$

$$= 100\% \cdot 0,9475 = \underline{94,75\%}$$

Ответ: ~~94,75%~~ 94,75%

N 7

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$\sqrt{1-x^2} - 6x\sqrt{1-x^2} + 9x^2 = 10x^2 - 1$$

$$|\sqrt{1-x^2} - 3x| = 10x^2 - 1; \text{ замена } x = \sin t; t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \text{ (м.к. } \cos t \geq 0 \text{ при } t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}])$$

$$|\cos t - 3 \sin t| = 10 \sin^2 t - 1$$

$$9 \sin^2 t - \cos^2 t - 3 \sin t - \cos t = 0$$

$$(3 \sin t - \cos t)(3 \sin t + \cos t) - 3 \sin t - \cos t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3 \sin t - \cos t)(3 \sin t + \cos t - 1) = 0 \\ 3 \sin t - \cos t \geq 0 \\ 3 \sin t - \cos t < 0 \\ (3 \sin t - \cos t)(3 \sin t + \cos t + 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \sqrt{10} \sin(t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}) = 1 \\ 3 \sin t \geq \cos t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \sin t < \cos t \\ \sqrt{10} \sin(t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin t = \cos t \\ 3 \sin t + \cos t = 1 \\ 3 \sin t \geq \cos t \\ 3 \sin t < \cos t \\ 3 \sin t + \cos t = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} + 2\pi k \\ t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} = \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 3 \sin t < \cos t \\ t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} = \arcsin \frac{-1}{\sqrt{10}} + 2\pi k \\ t + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} = \pi - \arcsin \frac{-1}{\sqrt{10}} + 2\pi k; \end{cases}$$



$$L \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} t = \frac{1}{3}; \\ t = \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} + 2\sqrt{10}k; \\ t = \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} + 2\sqrt{10}k; \\ 3 \sin t \geq \cos t \\ 3 \sin t < \cos t \end{cases}$$

$\Rightarrow \text{м.р. } \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} < \frac{\pi}{2},$
 $\text{но } \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} > \frac{\pi}{2}, \text{ а м.р. } t \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}], \text{ то равенство не достигнимо}$
 $\Rightarrow \text{м.р. } \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} > \frac{\pi}{2}, \text{ а } t \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \text{ то равенство не достигнимо}$

$$L \Rightarrow \begin{cases} \sin t = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin t = \sin(\arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}) \\ \sin t = \sin(\pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}) \\ 3 \sin t \geq \cos t \\ 3 \sin t < \cos t \end{cases}$$

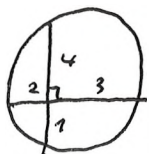
$$L \Rightarrow \begin{cases} \sin t = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin t = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin t = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{2}{5} \\ 3 \sin t \geq \cos t \\ 3 \sin t < \cos t \end{cases}$$

$$L \Rightarrow \begin{cases} \sin t = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin t = 0 \Rightarrow \text{не подходит м.р. если } \sin t = 0 \Rightarrow \cos t = \pm 1 \Rightarrow \sin t < \cos t \\ \sin t = \frac{3}{5} \\ 3 \sin t \geq \cos t \\ 3 \sin t < \cos t \\ \sin t = -\frac{3}{5} \\ \text{не расс.} \end{cases}$$

$L \Rightarrow \begin{cases} \sin t = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \sin t = \frac{3}{5} \\ \sin t = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = \frac{3}{5} \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = -\frac{3}{5} \\ x = -0,6 \end{cases}$

Ответ: $-0,6; \frac{1}{\sqrt{10}}$

№3.



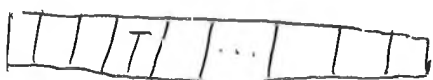
Две произвольные отрезков, на которые точка деления хорд делит хорды равны $\Rightarrow 2 \cdot 3 = 4 \cdot 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6 = 4$ - противоречие, значит такого круга не существует.

Ответ: нет решений





N 4.



Т.е. к-во способов пройти из 1 конца в другой от
 начальной топотуны не зависит, то ~~когда~~ ^{когда} надо найти
^{приведение} к-во способов пройти топотуну в один конец и другой.

Заметим, что это - число комбинаций от к-ва клеток
 до другого края (т.е. ~~было~~ к-во способов попасть в клетку
 более дальнюю от топотуны равно ^{сумме} к-ва способов
 пройти до клетки на 1 и на 2 клетки к топотуну) =>

надо найти ~~максимум~~ $P \in N$, при котором достигается
 максимум у $\varphi(n) \cdot d(2024 - n)$ (2024 клеток минус 1 у
 топотуны)

4??



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
 с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

BA44-46

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Миронов
ИМЯ	Руслан
ОТЧЕСТВО	Александрович

Дата рождения	15.02.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$N \equiv 1$ ОДЗ: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$
 $1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2} \geq 0$

$$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2 \quad 10x^2-1 \geq 0$$

ЗАМЕТИМ ЧТО ~~если~~ $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

это корни ур-ния

действительно: $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$:

~~х=1~~

$$1+\sqrt{1+\frac{8}{10}-\frac{6}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}} = 1 \text{ - истина}$$

~~$$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$$~~

значит корни есть. Есть положительные и корень. В силу ~~ОДЗ~~ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ мин.
 по модулю корень

$$1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)-6x\sqrt{1-x^2}+9x^2=(3x-\sqrt{1-x^2})^2$$

тогда при $x \in [\frac{1}{\sqrt{10}}; +\infty)$ выражение в скобках положительное, вост.
 случаях - отрицательное.

Итак наше ур-ние приняло такой вид:

$$1+|3x-\sqrt{1-x^2}|=10x^2 \quad |3x-\sqrt{1-x^2}|=9x^2+x^2-1$$

пусть $3x=a$ тогда перепишем как:
 $\sqrt{1-x^2}=b \quad |a-b|=a^2-b^2$

пусть $a \geq b$ $(a-b)(1-a-b)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b & 3x=\sqrt{1-x^2} & 9x^2=1-x^2 & x=\pm \frac{1}{\sqrt{10}} \\ a+b=1 & \sqrt{1-x^2}=1-3x & 1-x^2=1-6x+9x^2; & \frac{1}{3} \geq x \end{cases}$

пусть $a \leq b$ $(a-b)(-1-a-b)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \rightarrow x=\pm \frac{1}{\sqrt{10}} \\ a+b=-1 & \sqrt{1-x^2}=-1-3x & 1-x^2=1+6x+9x^2; & x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$
 $x=0 \quad x=\frac{3}{5} \quad x=-\frac{3}{5}$

Итак, потенциальные корни: $0; \pm \frac{1}{\sqrt{10}}; \pm \frac{3}{5}$

0 не подходит в начальное; $\frac{1}{\sqrt{10}}$ подходит, уже проверили, очевидно
 что $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ не подходит тк меняется лишь знак при $6x\sqrt{1-x^2}$ и равенство не будет.
 проверим $x=\pm \frac{3}{5}$

$$1+\sqrt{1+8 \cdot \frac{9}{25}-6 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5}}=10 \cdot \frac{9}{25}=\frac{18}{5} \quad \frac{13}{5}=\sqrt{\frac{97}{25}+\frac{126}{25}}$$

корни: $\frac{1}{\sqrt{10}}; -\frac{3}{5}$

$97-72=25$ - равенство
 нет $97+72=169$
 равенство есть.

Ответ: корни есть и есть положительные. $-\frac{3}{5}$ - максимальные
 по модулю а $\frac{1}{\sqrt{10}}$ - минимальные по модулю

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

 $N \approx 2$

~~Посчитаем сколько будет пропущено излучения:~~

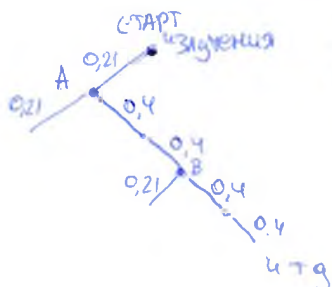
~~$(0,21)^2$ - сразу произойдет переход в экстремум~~

$0,21 \cdot 0,4^2 \cdot 0,21$ - после ~~двух~~^{пары} отражений на границе экранов

~~$0,21^2(0,4^2+0,21)^2$ — не две пары выражений~~
и т.д.

~~$$u_{Toto} = (0,21)^2 + 0,21 \cdot 0,4^2 + 0,21 \cdot (0,4^2 \cdot 0,21) + \dots = (0,21)^2 + 0,$$~~

рассмотрим цепочку событий которые приводят к протектыве веревки излучения:



Заметим, что ситуации А и В
идентичны. Пусть P - вероятность ~~перейти~~
от скакунца к мысли В, то же А

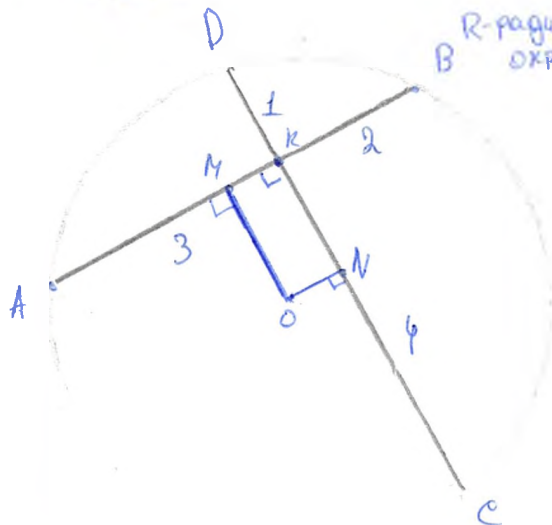
$$AP = 0,4^2 P + 0,21$$

$P = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$ тогда суммарная вероятность

облучаться: $0,21 \cdot \frac{1}{4} = \frac{21}{400}$

Torga ne gājiet go rēnobe

Orbet: ~~379~~ 94.75%

$$N \equiv 3$$


радиус
окружности.

пусть O - центр. окр. K - пересеч. АВ и СД
т.к. диаметр $\perp$ хорде делит ее
пополам тогда $AM = 2,5 \rightarrow MK = 0,5$
аналогично $KN = 1,5 = MO$ т.к. MKN -
прямоугольный по построению.

Тогда ΔOMA прим. угл. с $AN = \frac{5}{2}$ и AN

$$MO = \frac{3}{2} \quad \text{Por lo tanto } AO = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2} = R$$

$$S_{xpyz} = \pi R^2 = \frac{\pi \cdot 34}{16} = \frac{117\pi}{8} \text{ cm}^2$$

Однако для пересекающихся

хорошо существует Теорема: $AK \cdot KB = DK \cdot KC$ в нашем случае это бы значило $b=4$ — противоречие и площадь его — ноль. Ответ: 0 см^2 $\odot$ Значит такого круга не существует



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№4 не уходяя обшукости будем считать, что топотун движется

вправо. Если это не так, то можем отразить полосу. Очевидно что кол-во доступных топотуну ходов не изменится относительно соотв. клеток. Также заметим что у топотунов из клетки n и $2026-n$ одно кол-во ходов так что можно рассмотреть половину. Пусть правую. У каждого топотуна кол-во вар пройти от края до края равно.

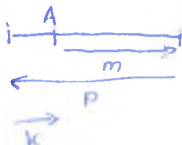


по усл. вне зависимости от положения Топотун пройдет $2026 \cdot 2 = 4048$ шагов.

~~Рассмотрим расположение топотуна в соседних клетках А и В~~

~~Если А делает 1 шаг то далее до определенного момента ему доступны все ходы В. Однако по концу она окажется на одной из двух клеток: А-2 или А-1. Если она встала на А-2 и сделала 2 шага то у топотуна В есть лишь одна возможность - сделать 1 шаг. В противном случае совпадает. Если она встала на А-1 и сделала 1 шаг, то дальше у В только 1 возможность сделать 1 шаг. В противном случае совпадает. Однако у В может сложиться ситуация, что у В не хватает шагов, где кол-во вар. больше в А, однако это только в случае если А выходит на 1 шаг в первый ход, если он попал в В. Очевидно что эти вар больше не известны у А больше ходов чем у В. Аналогично рассуждая приходим к тому, что макс кол-во шагов у топотуна не в шагах в клетке 1.~~

~~Иногда было так же ставить~~ пусть вариантов идти от края до края p тогда кол-во способов $1 - p^2$ у остальных $p \cdot k \cdot m$ где k и m маленькие кусочки и очев. что вариантов пройти маленькие кусочки меньше чем 1 большой в силу скорости роста вариантов, т.к. p это все варианты k и если бы 1 катилась А то и все варианты, однако конечно это не все, так как варианты не-ре-м-но-то-ют-ся и потому $p^2 > p \cdot k \cdot m$ и у первого или в силу симметрии последнего больше всего вариантов пройти путь.



Ответ: находясь в первой или последней клетках



№5

$$2024^{2026} = (2024^2)^{1013} = (2023^2 + 2 \cdot 2023 + 1)^{1013}$$

$(2023^2 + 2 \cdot 2023 + 1)^{1013}$ после разложения раскрытия скобок по $\text{mod } 2023$ останется только $2 \cdot 2023 \cdot 1013 + 1$ тк сократится все где есть либо хотя бы одно первое слагаемое либо хотя бы два вторых. Спосособ выбрать из 1013 скобок 1 раз второе слагаемое и остальные третьи — 1013 6 еще можно выбрать только третье слагаемое 1 раз

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 2026 \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 = 2026(2023 - 2024) + 2025 + 1 = 0$$

значит $\overset{2023^2}{2026}$ делится число $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$ на 2023^2

Ответ: верно.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	МЭИ (Москва)
-------	--------------

№ группы

Место проведения

XR39-50

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Михайлов
ИМЯ	Иван
ОТЧЕСТВО	Владимирович

Дата рождения	29.06.2012
---------------	------------

Класс:	6
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



n1.



да, может. (Кузьма-месяц)
Предположим, что Кузьма-самый. Тогда ответ на его вопрос - да, и он может спросить про себя, является ли он месяцем. П.н. Кузьма-самый, то на вопрос про месяц ответ должен быть "да". Противо-речие.

Значит Кузьма-месяц, и он не может задать этот вопрос. Также, если бы он задавал этот вопрос, то ответ на него был бы "нет" и П.н. Кузьма не был бы месяцем.

n2

$$109 + 425 = 534$$

Заметим, что $A > B$, $T + A \geq 10$, $A + O + 1 = E$, а $K + T = 10$ (если нет переноса через сотню, т.е. $K + B = 1$)

$A > B$, поэтому что $K + B \leq A$, $K \neq 0$.

$T + A \geq 10$, поэтому что $\tilde{B} < \tilde{A}$ (смотрим на единицы), а $\tilde{T} + \tilde{A} = \tilde{B} \Rightarrow$ переход через десяток

$A + O + 1 = E$ из-за перехода через дес.

$$K + T = 10, \text{ поэтому } \begin{cases} K + B = A \\ T + A = 10 + B \end{cases} \Rightarrow K + T + B + A = A + B + 10 \Rightarrow K + T = 10$$



осталось найти решение, удовлетворяющее условию.

$$K = 1; T = 9.$$

$$A = 0; O = 2; E = 3$$

$$B = 4; A = 5.$$

n3

226

(или 4)

На примере меньшего числа видно, что разбивание на "2" дает произв. макс. малыми:

$$9 = 2, 2, 2, 3; 24$$

$$9 = 2, 2, 5; 20$$

$$9 = 4, 2, 3; 24$$

$$9 = 3, 3, 3; 27$$

$$\text{ответ: } 7 \cdot 6^7$$

Полом. произв. ищутся, если сгруппир. числа или как-то при близательности равны:

$$9 = 3 + 3 + 3$$

$$3^3 = 27$$

$$27 \cdot 24$$

$$\text{итог}$$

$$9 = 2 + 2 + 2 + 3; \frac{2^3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 5} = 24$$



$$\sqrt{52} \approx 7.1 \Rightarrow 7-8 \text{ чисел; } \text{и. цифра} \approx 7.6$$

$$7 \text{ чисел: } 7^4 \cdot 8^3$$

$$8 \text{ чисел: } 7 \cdot 6^7$$



Каждый ход кол-во кучек увеличивается на 1. Изначально их 4, а в конце - 48 $\Rightarrow$ всего будет 44 хода, последний принадлежит Цыгунынку (44:2, а Цыгунынку достались чётные ходы)

N 5



У Мурзика - больше.

У Барбоса, если вычеркнуть первую "л" и другую букву, или если вычеркнуть вторую "л" и ту же букву, то останется слово из тех же букв. У Мурзика такого нет $\Rightarrow$ каждая где буквы (вычеркнутые) будут давать примеры уникальных слов.

У Барбоса есть ещё ситуация, когда слова повторяются, но у него и без этого этой ситуации больше слов, чем у Мурзика

N 3

$$3^{16} \cdot 2^2$$

для 9-иакс произв. - 27, для 4-и, для 5-23 для 6-и, и т.д.
наиб. произв. - это $3^n \cdot 2^m$, где $m=0,1,2$ (если число не 3);

Предположим, что число n мы разделим на слагаемые ≥ 3 , но каждое слагаемое ≥ 3 можно разбить на $3^a \cdot 2^b$, получая не меньший результат ($4=2^2 \cdot 3^0$, а 5, например, $3^1 \cdot 2^1$).

почему?





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



15

2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F05	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF37-10

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Мишуров
ИМЯ	Антон
ОТЧЕСТВО	Сергеевич

Дата рождения	10.08.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

$$A = 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$$

Заметим, что $2024^{2026} = (2023+1)^{2026}$

$$\equiv 2026 \cdot 2023 \cdot 1^2 + 1^3 \pmod{2023^2}$$

(из формулы бинома)

$$A \equiv 2026 \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 =$$

$$= 2026(-1) + 1 - 2025 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \equiv 0 \pmod{2023^2} \Rightarrow A \cdot 2023^2 \quad \text{f}$$

Ответ: Да, геометрическая

$$\begin{array}{c|c|c} S_0 & S_1 & S_2 \\ \hline S_0 & S_1 & S_2 \\ \hline S_{n-1} & S_n & S_{n+1} \end{array}$$

Последовательность "Умеренность" S_0 $t = 0,4$ - проц. $r = 0,21$ - адр.

$$S_1 = S_0 t$$

$$S_2 = S_1 r = S_0 t \cdot r$$

$$S_3 = S_2 r = S_0 t \cdot r^2 \Rightarrow S_n = S_0 t \cdot r^{n-1}$$

"Умеренность" на бумаге:

$$S = S_0 t + S_0 t r + S_0 t r^2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} S_0 t r^{n-1}$$

$$S_{n+1} = S_n t$$

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} S_0 t \cdot r^{n-1} - \text{сумма геометрич. прогр.}$$

прогр.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$S = \frac{S_0 t^2}{1-r} = \text{проникнувший свет}$$

$$S' = S_0 - S - \text{не проникнувший свет}$$

$$S' = S_0 - \frac{S_0 t^2}{1-r} = S_0 \left(1 - \frac{t^2}{1-r}\right)$$

$$\frac{S'}{S} = 1 - \frac{t^2}{1-r} = 1 - \frac{0.4^2}{1-0.2} \approx 80\%$$

Ответ: 80%

Планировка коридора имеет форму, как по теореме о пересечении. Когда произведение отрезков на которые разделили площадь пересеч. должно быть равно, но $1.4 \neq 2.3$

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$\begin{cases} 1 - x^2 \geq 0 \\ 10x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \quad x^2 \in \left[\frac{1}{10}, 1\right]$$

$$\sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2 - 1$$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 20x^2 + 1$$

$$100x^4 - 28x^2 + 6x\sqrt{1-x^2} = 0$$

$$50x^4 - 14x^2 + 3x\sqrt{1-x^2} = 0 \quad (2)$$

$x = 0$ - нулев. корень. больше



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



проз. 11

$$3(1-x^2) = (14x - 50x^3)^2 \pm x^2(14 - 50x^2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9(1-x^2) = 2500x^6 - 1900x^4 + 196x^2$$

$$2500x^6 - 1900x^4 + 205x^2 - 9 = 0$$

Пусть $x^2 = t$

$$2500t^3 - 1900t^2 + 205t - 9 = 0 \quad (1)$$

Представим в виде уравнение

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$1 + \sqrt{1 + \frac{3}{10} - \frac{6}{5\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{10}{10}} =$$

$$= \sqrt{\frac{18}{10} - \frac{18}{10}} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ корень} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ множители (1) делим на $(t - \frac{1}{10})$

$$2500t^3 - 1900t^2 + 205t - 9 = (t - \frac{1}{10})(2500t^2 -$$

$$- 1950t + 90)$$

$$(t - \frac{1}{10})(250t^2 - 195t + 9) = 0$$

$$(t - \frac{1}{10})^2 (t - \frac{9}{25}) = 0$$

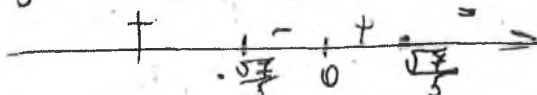
$$\left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{10} \\ t_2 = \frac{9}{25} \end{array} \right] \Rightarrow \text{Возм. корни } x: \left\{ \frac{1}{\sqrt{10}}; \pm 0,6 \right\}$$

Из уравн. (2):

$$14x - 50x^3 \geq 0$$

$$x \left(\frac{7}{25} - x^2 \right) \geq 0$$

$$x \left(\frac{7}{25} + x \right) \left(\frac{\sqrt{7}}{5} - x \right) \geq 0$$





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с двух сторон листа в рамке справа

Сущ. ^{по} $x \in [-\frac{\sqrt{7}}{5}, -\frac{1}{\sqrt{10}}] \cup [\frac{\sqrt{7}}{3}; +\infty] \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \{-0,6; \frac{1}{\sqrt{10}}\}$$

$$(\frac{1}{\sqrt{10}})^2 = 0,1$$

меньше по
модулю

$$(-0,6)^2 = 0,36$$

больше по
модулю

Ответ: $x = \{-0,6; \frac{1}{\sqrt{10}}\}$

Введем обознач. $d(x)$ - кол-во
способов монотонно пройти
еще x клеток, тогда $d(0)=1$,
 $d(1)=1, d(2)=2, d(3)=3, d(4)=5$.

Заметим, что $d(x) = d(x-1) + d(x-2)$,
тогда очев., что это правило
Риббоначи.

Первые монотонные пути в клетке
 x , тогда кол-во способов
 $F(x-1) + F(2024) + F(2025-x)$

Надо найти максимум данного
выражения при $1 \leq x \leq 2025$
Док., что $F(x-1) + F(2025-x) \leq F(0) +$
 $+ F(2024)$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

зрел. №4

Самым сильным игроком по моему
суждению в первой половине
матча, потому что $F(n-1) + F(2025-n) <$
 $< F(2012) + F(2013) \Rightarrow F(2014) < F(2024)$,
что $n=1$. Итого $F(n-1) < F(2025-n)$,
поэтому

$F(2024) < F(2024) + F(0)$, нерав. доказ.

Поэтому максимум в $n=1$ и $n=2025$,
т.е. максимум стоит в самом
начале или самом конце
матча.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF36-85

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Мясникова
ИМЯ	Софья
ОТЧЕСТВО	Кирилловна

Дата рождения	05.09.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

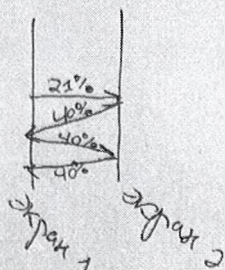
Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№ 2



Дано:

отражение 40%

поглощение 39%

пропуск 21%

- 1) Во время 1 прохождения через оба экрана проходит $0,21 \cdot 0,21 = 0,0441$ лучей
 - 2) ~~Далее~~ $0,21 \cdot 0,4$ лучей возвращаются к 1 экрану, $0,21 \cdot 0,4 \cdot 0,4$ возвращаются ко 2 экрану и пропускаются во 2 раз.
 - 3) $0,21 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21$ возвращаются ко 2 экрану и пропускаются в 3 раз.
- и т.д.

Образуется бесконечная геом. прогрессия, где $b_1 = 0,0441$, $q = 0,4^2$

По формуле суммы ∞ геом. прогрессии находим % пропущенных лучей:

$$S_{\infty} = \frac{0,0441}{1 - 0,16} = \frac{0,0441}{0,84} \approx 0,0525 (5,25\%)$$

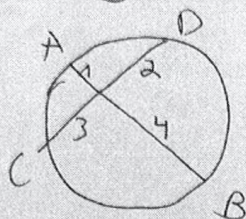
Тогда % все пропущенных — $100\% - 5,25\% = 94,75\%$

Ответ: (94,75)

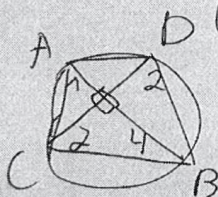


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

В условии задачи ошибка!По свойству хорд
должно выполняться
равенство $1 \cdot 4 = 2 \cdot 3$

Решим задачу при условии,
что первая хорда делится
на отрезки 1 см и 4 см, а другая
на отрезки 2 см и 2 см:



Тогда

$$DB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$AB^2 = AD^2 + DB^2$$



Δ ADB — прямоугольный,
вписан в окружность

$$R = \frac{AB}{2} = 2,5$$

$$S = \pi R^2 = 2,5^2 \pi = (6,25 \pi)$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 5

Пусть ~~2023~~ $a = 2023$

Используем разложение по биному Ньютона

$$1) (a+1)^{\binom{a+3}{a^2}} \equiv 1 + (a+3)a$$

$$1 + a^2 + 3a \equiv \frac{3a+1}{a^2}$$

$$2) -(a+1)(a+3) = -a^2 - 4a - 3$$

$$-a^2 - 4a - 3 \equiv \frac{-4a-3}{a^2}$$

$$3) a+2 \equiv \frac{a+2}{a^2}$$

~~10~~

$$3a+1 - 4a-3 + a+2 \equiv 0$$

Ответ. $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$
принимал на 2023^2



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$1 + \sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2$$

ОДЗ:

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

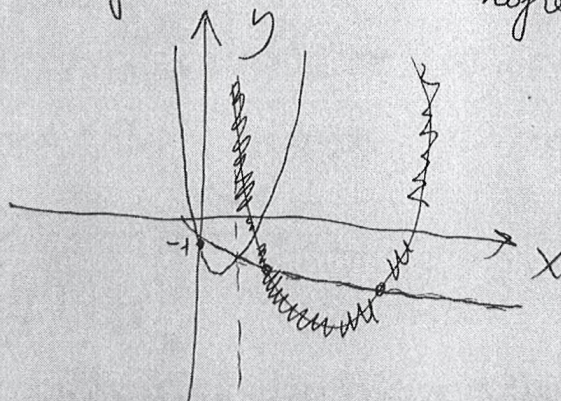
$$10x^2 - 1 \geq 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt{10}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$10x^2 - 1 = 3x - \sqrt{1-x^2}$$

$$10x^2 - 3x - 1 = -\sqrt{1-x^2}$$

парабола корень



Парабола и график корня может иметь максимум 2 корня.

Угадываем корни $x=0$ и

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ (удовлетворяет ур.)}$$

Ответ. минимальный = 0 $1 + \sqrt{1} \neq 0$
 максимальный = $\frac{1}{\sqrt{10}}$ $\text{повером корень "3/5"}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 4

Пусть x -кат. клетка

Тогда:

1) Для 1 этапа $2024-x$ — расстояние, которое нужно пройти, а количество путей равно числу Фибоначчи от $2025-x$. ~~the same~~

~~пути~~

2) Для 2 этапа ~~2024~~ ~~пути~~ ~~пути~~
расстояние: ~~2024~~

кол-во путей: число Фибоначчи от 2025

3) Для 3 этапа

расстояние равно x

кол-во путей: число Фибоначчи от $x+1$

Общее кол-во путей равно

$f(2025-x) \cdot f(x+1) \cdot f(2025)$, где

$f(n)$ — функция Фибоначчи.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4 (продолжение)

 $f(2025)$ ее вычисл на рез.Произведение $f(a) \cdot f(b)$ максимум,
когда $a=b$

⇓

$$x + 1 = 2025 - x$$

~~$$2x = 2024$$~~

$$2x = 2024$$

~~$$x = 1012$$~~

$$x = 1012$$

Ответ. 1012

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М5F01	КГЭУ (г. Казань)
-------	------------------

№ группы

Место проведения

VT33-22

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Насыбуллин

ИМЯ _____ Карим

ОТЧЕСТВО _____ Рузэлевич

Дата рождения _____ 28.05.2013

Класс: _____ 5

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 5 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1

Если первой рассказать сказку для Ивана-царевича первой, то ^{три} два персонажа пробудут в доме ^{хотя бы} ~~даже~~ 8 мин, но если рассказать первую сказку для Василисы Прекрасной или для Хрошечки Хаврошечки, то первый персонаж уйдёт через 4 или даже через 3 мин!

То есть, чтобы коту Батону „избавиться“ от одного из персонажей как можно раньше, коту надо сперва прочитать самую короткую сказку — это сказка для Хаврошечки.

Тогда, через 3 мин, первый персонаж покинет дом кота. Если теперь рассказать сказку Ивану-царевича, то сам Иван пробудет в постях 11 мин, а Василиса — 15 мин. Но если рассказать сказку для Василисы Прекрасной, то она ^{то} будет в доме кота только 7 мин, а 15 мин в доме будет находиться Иван.

Так кот Батон избавится от второго персонажа быстрее.

И наконец, методом исключения, он прочитает сказку Ивану-царевича.

Ответ: I — Хаврошечка, II — Василиса, III — Иван.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2.

$$KUT + BDL = AEB$$

$$763 + 219 = 982$$

как?

Ответ: $763 + 219 = 982$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

Щелкунчик может легко обеспечить себе победу.

1. Сначала Щелкунчик берет из II шкатулки 16 орехов, таким образом, уравнив количество орехов в двух шкатулках.

2. Затем Мышиный король заберет некое количество орехов из одной из шкатулок.

3. Щелкунчик в точности повторяет ход Мышиного короля, но в другой шкатулке.

4. Шаги 2 и 3 повторяются, пока в одной из шкатулок не закончатся орехи. Так как орехи закончились в одной шкатулке, значит, это был ход Мышиного короля, ведь после хода Щелкунчика орехов бы не осталось в обеих шкатулках.

5. Щелкунчик забирает оставшиеся орехи из второй шкатулки.

6. Орехи кончились, Мышиный король не может ходить, значит, он проиграл.

Ответ: Щелкунчик победит.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Предположим, что Жира - месяц.

Тогда ответ на её вопрос - нет, но это противоречие, ведь месяцев нет, а Жира - месяц.

Значит, Жира - солнышко.

Получается, ответ на вопрос - да, значит месяц среди них есть, но Жира - солнышко, значит месяц - Анориса.

Ответ. Жира - солнышко, Анориса - месяц



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

У Мурзика может получиться больше слов, так как в слове «параллельный» мы видим два интересных сочетания букв - «ар» и «лл».

В них мы замечаем один интересный признак - между двумя одинаковыми буквами находится меньше двух других букв.

Это значит, что если в этом слове вычеркнуть одну из букв «л» в сочетании «лл» то и какую либо другую букву, и если мы введем одной из букв «л» в сочетание, то два слова ~~совпадут~~ получившихся слова совпадут (и будут засчитаны за одно)!

В сочетании «ар» принцип слегка отличается, ведь между двумя «а» находится буква «р». Если мы зачеркнем одну из «а» в сочетании и «р», и если мы зачеркнем вместо первой «а» вторую, слова тоже совпадут, и будут засчитаны за одно и то же.

В слове «интегральный» такого явления не наблюдается

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F04	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF29-97

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Нестерова

ИМЯ _____ Виолетта

ОТЧЕСТВО _____ Романовна

Дата рождения _____ 18.06.2007

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 5 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\textcircled{1} \quad 1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$\sqrt{9x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} + (1-x^2)} = 10x^2 - 1$$

$$\sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2 - 1$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2 - 1$$

1 случай:

$$3x - \sqrt{1-x^2} \leq 0$$

$$\sqrt{1-x^2} \geq 3x$$

Учитывая $x \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$ - верно.

Учитывая $x \in [\frac{1}{\sqrt{10}}; 1]$: $9x^2 \leq 1-x^2$;

$$10x^2 \leq 1$$

$10x^2 - 1 \leq 0$
не подходит по ОДЗ

$$\Rightarrow \sqrt{1-x^2} - 3x = 10x^2 - 1$$

$$9x^2 - (1-x^2) + 3x - \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$(3x - \sqrt{1-x^2})(3x + \sqrt{1-x^2}) + (3x - \sqrt{1-x^2}) = 0; (3x - \sqrt{1-x^2})(1 + 3x + \sqrt{1-x^2}) = 0$$

$$3x - \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$3x = \sqrt{1-x^2}, x \in [0; +\infty]$$

$$9x^2 = 1-x^2$$

$$1 = 10x^2$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}} \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$$

2 случай:

$$3x - \sqrt{1-x^2} \geq 0$$

$$9x^2 \geq 1-x^2$$

$10x^2 - 1 \geq 0$ - подходит по ОДЗ

$$(3x - \sqrt{1-x^2}) = (3x - \sqrt{1-x^2})(3x + \sqrt{1-x^2}); (3x - \sqrt{1-x^2})(1 - 3x + \sqrt{1-x^2}) = 0$$

$$3x - \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$3x = \sqrt{1-x^2}, x \geq 0$$

$$1 - 3x - \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$1 - 3x = \sqrt{1-x^2}, x \leq \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} 9x^2 = 1-x^2 \\ 1 - 6x + 9x^2 = 1-x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{1}{10} \\ x(10x+6) = 0 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ 10x^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 \leq 1$$

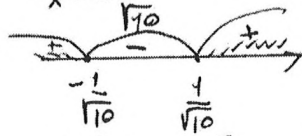
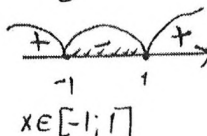
$$x = 1$$

$$x = -1$$

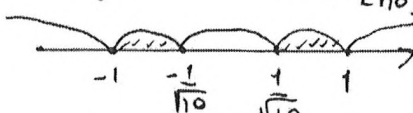
$$x^2 = \frac{1}{10}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$



Объединяю $x \in [-1; 1]$ и $x \in [-\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{1}{\sqrt{10}}]$



$$x \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{10}}; 1]$$

$$3x + \sqrt{1-x^2} + 1 = 0$$

$$3x + 1 = -\sqrt{1-x^2}; \sqrt{1-x^2} = 3x + 1$$

$$1-x^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$10x^2 + 6x = 0$$

$$x(10x+6) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -\frac{6}{10} = -0.6$$

$$10x+6=0$$

$$x = -\frac{6}{10} = -0.6$$

$-0.6 \notin [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \in [0; +\infty)$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}} \in (-\infty; \frac{1}{3})$$

$$x=0 \notin \text{ОФЗ}$$

$$x=0,6 \notin (-\infty; \frac{1}{3})$$

Ответ: уравнение имеет корни, среди них есть положительный ($x = \frac{1}{\sqrt{10}}$); максимальный по модулю среди всех корней $= |-0,6| = 0,6$; минимальный по модулю среди всех корней $= |-\frac{1}{\sqrt{10}}| = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

② 1 экран:

пропускает $0,21x \rightarrow$ отражает $0,21x \cdot 0,4 \rightarrow$ отражает $0,21x \cdot 0,4^2 \rightarrow$ отражает $0,21x \cdot 0,4^3 \rightarrow \dots$

2 экран:

пропускает $0,21 \cdot 0,21x \rightarrow$ пропускает $0,21^2x \cdot 0,4^2 \rightarrow$
 $\rightarrow$ пропускает $0,21^3x \cdot 0,4^4 \rightarrow \dots$

Три сложения кол-ва лучей, которые пропускали, получаем бесконечную прогрессию: $0,21^2x + 0,21^2x \cdot 0,4^2 + 0,21^3x \cdot 0,4^4 + \dots$
 Бесконечная сумма бесконечной прогрессии: $S = \frac{b_1}{1-q}$, $b_1=1$, $q=0,4^2$

$$\text{Так: } 0,21^2x \cdot \frac{1}{1-0,4^2} = \frac{0,21^2x}{1-0,16} = \frac{0,21^2x}{0,84} = \frac{0,21x}{4} = \frac{0,21}{4}x = 0,0525x$$

Так, кол-во лучей, которые не пропускали: $x - 0,0525x = 0,9475x$

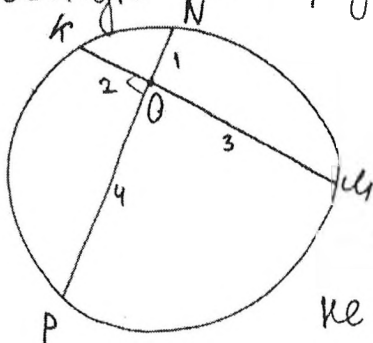
Выразим в процентах: $0,9475x = 94,75\%$

Ответ: 94,75.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

- ③ Предполагая, что в условии задачи есть опечатка. Обоснуйте своё предположение:



$$KO \cdot OM = NO \cdot OP$$

$$2 \cdot 3 = 1 \cdot 4$$

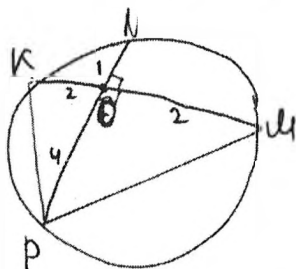
$$6 = 4 - \text{неверно}$$

св-во
пересекающихся
хорд

Но есть данные из условия задачи не удовлетворяют свойству пересекающихся хорд. **A**

Рассмотрю условие задачи, где одна хорда делится на отрезки 1 см и 4 см, а другая делится на отрезки 2 см и 2 см. Тогда задача имела бы решение, так как свойство пересекающихся хорд выполнялось бы: $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$; $4 = 4$ - верно.

Решу задачу с преобразованным условием:



$$S_{\triangle POK} = \frac{1}{2} MK \cdot PO = \frac{1}{2} \cdot (2+2) \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

$\triangle MPO$, $\triangle KPO$ - прямоугольные $\Rightarrow$ по т.

Гипотенуза: $PM = \sqrt{MO^2 + OP^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \text{ см} = KP$.

Формула
вычисления
радиуса
круга

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{MK \cdot MP \cdot PK}{4 \cdot S_{\triangle POK}} = \frac{4 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{4 \cdot 8} = \frac{20}{8}$$

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{20}{8}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{4} \text{ см}^2$$

Ответ: $\frac{25\pi}{4} \text{ см}^2$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

④ Рассмотрим кол-во вариантов от начальной точки до одного конца, после - из другого конца до начальной.

Возьмем в рассмотрение 3 клетки:

1	2	3
---	---	---

из начальной:

из 1 до 3	1+1; 2 - 2 варианта
из 2 до 3	из 1 до 2; 1 - 2 варианта

Кол-во вариантов из 1 до 3 и из 2 до 3 - одинаковое.

Рассмотрим 5 клеток:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

из начальной:

из 1 до 5	1+1+1+1; 1+2+1; 2+1+1; 1+1+2; 2+2 - 5 вариантов
из 2 до 5 и от 1 до 2	1+1+1; 2+1; 1+2; 1 - 4 варианта
из 3 до 5 и от 1 до 3	1+1; 2; 1+1; 2 - 4 варианта

Учитывая то, что от одного конца полосы до другого будет одно и то же кол-во вариантов, и рассматривая случаи с 3-ми и 5-ю клетками, сделаем вывод, что количество вариантов будет при начальном положении в начале или в конце полосы. 2025?

Ответ: в начале или в конце полосы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$⑤ \text{ Пусть } 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 = X$$

$$X = (2023+1)^{2026} - (2023+1)(2023+3) + 2023+2 = X$$

Заменяю во всём выражении число 2023 на p :

$$X = (p+1)^{2026} - (p+1)(p+3) + p+2$$

По формуле бинома Ньютона:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^{n-1} \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + C_n^{n-2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^2 \cdot a^2 \cdot b^{n-2} + C_n^1 \cdot a \cdot b^{n-1} + b^n$$

$$C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{(n-1)! \cdot n}{1 \cdot (n-1)!} = n$$

$$(p+1)^{2026} = p^{2026} + C_{2026}^{2025} \cdot p^{2025} \cdot 1 + \dots + C_{2026}^2 \cdot p^2 \cdot 2026 \cdot p + 1 = y$$

$$X = y + 2026p + 1 - (p^2 + 3p + 1p + 3) + p + 2 = y + 2026p - p^2 - 4p - 3 + p + 2 = 13 + \frac{2023}{p} \cdot p - p^2 = y + p^2 - p^2 \Rightarrow y \text{ делится на } p \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ число $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$ делится на 2023^2

Ответ: Верно.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М5F01	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

КУ41-96

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Нирман

ИМЯ _____ Артур

ОТЧЕСТВО _____ Алексеевич

Дата рождения _____ 29.07.2013

Класс: _____ 5

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 3 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

почему это будет минимальное время?

- 1) Для минимизации времени нужно чтобы персонажи уходили как можно раньше. Раньше всех может уйти Крошечка Хаврошечка, если покидает первой. Когда она войдет, среди оставшихся ~~останется~~ Василиса Премудрая выйдет быстрее, так что она следующая. В конце остается только Иван-царевич. Значит для начала Крошечка Хаврошечка уходит, потом Василиса Премудрая, а в конце Иван-царевич.
- 2) Все буквы кроме в и л встречаются по одному разу. Допустим что $\text{В}=5$, а $\text{Л}=6$. Тогда, если $\text{К} \geq 2$, то в числе ЛЕВ минимум 7 сотен, а должно быть 6. Значит $\text{К}=1$. При представлении б к цифре П получается число, оканчивающееся на 5, значит $\text{П}=9$. Остались цифры И , О и Е . Для них есть много вариантов, и 7 из них это $\text{И}=0$, $\text{О}=3$, $\text{Е}=4$. Получилось $709 + 536 = 645$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) Если они обе солнышки, то ответ нет, хотя Кира солнышко и должно быть да.



Если они обе месяцы, то ответ да, хотя Кира месяц и должно быть нет.

Если Кира месяц, а Анариса солнышко, то ответ да, хотя Кира месяц и должно быть нет.

Если Кира солнышко, а Анариса месяц, то ответ да, и противоречий нет.

Значит Кира солнышко, а Анариса месяц.

5) Длина слова тут не имеет значения, так как у обоих она 12.

Если в слово есть повторяющиеся буквы, то ~~можно~~ можно вычеркнуть одинаковый набор букв несколькими способами (например в слове «ара» можно вычеркнуть «а» и «р» двумя способами), что может привести к увеличению



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



вариантов слова после вычёрки-
вания. В слове Мурзика буквы
не повторяются. У Барбоса
можно получить слово
«капельный» звука способам
что уменьшает количество
его слов. Значит у Мурзика
больше слов.

