

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М8F01	ВФ МЭИ (Волжский)
-------	-------------------

№ группы

Место проведения

ВМ59-26

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Носков

ИМЯ _____ Александр

ОТЧЕСТВО _____ Сергеевич

Дата рождения _____ 07.03.2010

Класс: _____ 8

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 6 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N1

$$X_1 X_2 = X_2 X_3 = X_3 X_4 = \dots = X_{24} X_{25} = X_{25} X_1 = 2025$$

$$\cancel{X_1} X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots, X_{24}, X_{25} \neq 0 \text{ (м.к. иначе не получится бн 2025)}$$

$$1) X_1 X_2 = X_{25} X_1 \quad | : X_1$$

$$X_2 = X_{25}$$

$$2) X_2 X_3 = X_{15} X_3 = X_{25} X_4 \Rightarrow X_3 = X_1$$

$$3) X_1 X_2 = X_{13} X_4 = X_1 X_4 \Rightarrow X_2 = X_4$$

$$4) X_4 X_5 = X_2 X_5 = X_1 X_2 \Rightarrow X_1 = X_5$$

$$5) X_5 X_6 = X_1 X_6 = X_1 X_2 \Rightarrow X_2 = X_6 \text{ (очевидно, что если продолжить дальше, то получим } X_{25} = X_2 = X_4 = X_6 = \dots = X_{22} = X_{24})}$$

$$6) X_6 X_7 = X_2 X_7 = X_1 X_2 \Rightarrow X_1 = X_7 \text{ (очевидно, что если продолжить дальше, то получим } X_1 = X_3 = X_5 = X_7 = \dots = X_{19} = X_{21} = X_{23})}$$

$$X_{25} = X_{24} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{24} \cdot X_{25} = 2025 \stackrel{(-45)(-45)}{=} 45 \cdot 45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{25} = X_2 = X_4 = X_6 = \dots = X_{22} = X_{24} \stackrel{+}{=} 45$$

$$45 \cdot X_1 = 2025 \Rightarrow X_1 \stackrel{+}{=} 45 = X_3 = X_5 = X_7 = \dots = X_{21} = X_{23} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \dots = X_{23} = X_{24} = X_{25} \stackrel{+}{=} 45$$

Ответ: 45



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

Преобразуем по действиям (какая скобка впереди?):

$$1) \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(a+b)^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{1} + (\sqrt{1})^2} = \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{1})^2} = |\sqrt{5}+\sqrt{1}|$$

$$\begin{cases} a+b=6 \\ ab=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases}$$

$$2) \sqrt{5+4\sqrt{5+2\sqrt{20+4\sqrt{1}}}} = \sqrt{5+2\sqrt{20}+4\sqrt{1}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{4} + (\sqrt{4})^2} = \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{4})^2} = |\sqrt{5}+2|$$

(м.к. иначе подкоренное отрицательное)

$$3) \sqrt{5+12\sqrt{5+2\sqrt{180+24}}} = \sqrt{5+2\sqrt{180}+24}$$

(м.к. иначе подкоренное отрицательное)

$$\begin{cases} ab=180 \\ a+b=29 \end{cases} \Rightarrow 29b-b^2-180=0$$

$$D=29^2-4\cdot 180=841-720=121$$

$$a, b = \frac{-29 \pm 11}{-2} = \begin{cases} 20 \\ 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{5+2\sqrt{180}+24} = \sqrt{20+2\sqrt{20}\cdot\sqrt{9}+\sqrt{9}} = \sqrt{(\sqrt{20}+\sqrt{9})^2} = |\sqrt{20}+\sqrt{9}| = |\sqrt{20}+3| \Rightarrow$$

⇒ да, теперь необходимо лишь извлечь корень из калькулятора и получить ответ.

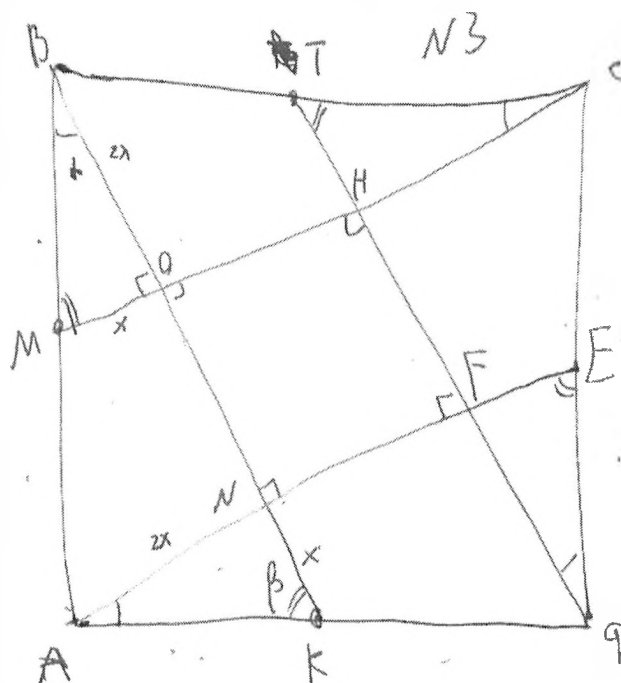
Ответ: да, можно вычислить

$$\begin{array}{r} 8,29 \\ 2,29 \\ 2,61 \\ +58 \\ \hline 841 \\ -720 \\ \hline 121 \end{array}$$

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: $ABCD$ - квадрат

$$BT = TC \quad BM = MA$$

$$CE = ED \quad AK = KD$$

Д-но и найти: $OHFN$ - квадрат

$$\frac{S_{OHFN}}{S_{ABCD}}$$

Д-во:

1) Р-м $\triangle AMK$ и $\triangle TCD$

$$AB = CD$$

$$AK = TC$$

$$\angle BAK = \angle TCD$$

$$\Rightarrow \triangle ABK \cong \triangle TCD \quad (\text{по двум катетам})$$

$$\angle AKB = \angle CTD = \beta \quad \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\angle ABK = \angle TDE = \alpha$$

2) Р-м $\triangle AED$; $\triangle ABK$ и $\triangle BMC$

$$BM = ED = AK \quad BC = AB = AD \quad \Rightarrow \triangle ABK \cong \triangle AED \cong \triangle BMC \quad (\text{по двум катетам})$$

$$\Rightarrow \angle BCM = \angle ABK = \angle ADE = \alpha$$

$$\angle BMC = \angle BKA = \angle DEA = \beta$$

3) Р-м $\triangle ANK$:

$$\angle ANK = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ$$

$$= \angle ONF \quad (\text{вертикальные})$$

4) Р-м $\triangle DFE$:

$$\angle DFE = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ$$

$$= \angle NFN \quad (\text{вертикаль})$$

5) Р-м $\triangle CHT$:

$$\angle CHT = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ = \angle OHF \quad (\text{вертикаль})$$

6) Р-м $\triangle BOM$:

$$\angle BOM = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ$$

$$= \angle HON \quad (\text{вертикаль})$$

$\Rightarrow OHFN$ - прямоугольник

7) Р-м $\triangle ABK$:

$$AB = 2AK \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 2 \quad \tan \beta = 2 \quad \text{и т.д.}$$

8) Р-м $\triangle ANK$

↓ продолжение



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

8) Р-м $\triangle ANK$, $\triangle FEE$, $\triangle MOB$:

$$\operatorname{tg} \beta = 2$$

$$\angle BMO = \angle AKN = \angle DEF = \beta$$

$$BM = AK = DE$$

$$\Rightarrow \triangle BMO \sim \triangle AKN \sim \triangle DEF$$

$$MO = KN = FE = x$$

$$BO = AN = FD = 2x$$

9) Р-м $\triangle ANK$:

$$AK^2 = AN^2 + NK^2 = 5x^2 \quad (\text{по т. Пифагора})$$

$$AK = x\sqrt{5} \Rightarrow AB = AD = 2x\sqrt{5}$$

10) Р-м $\triangle ABK$ и $\triangle ADE$:

$$\triangle ABK \sim \triangle ADE$$

$$BK = AE = AB^2 + AK^2 = 4x^2 \cdot 5 + 5x^2 = 25x^2 \Rightarrow BK = AE = 5x$$

$$\Rightarrow NB = BK - BO - NK = 2x$$

$$NF = AE - AN - FE = 2x$$

$\Rightarrow NFNO$ - квадрат
(прямоугольник с равными
соседними сторонами)

$$S_{NFNO} = 2x \cdot 2x = 4x^2$$

$$S_{ABCD} = (2x\sqrt{5})^2 = 20x^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{NFNO}} = \frac{20x^2}{4x^2} = 5$$

Ответ: 5



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4

- 1) Ни один из модулей $|a-b|, |b-c|$... не больше 1
- 2) S нельзя будет постараться уменьшить отрицательными значениями из-за модулей

⇓
Если две противоположные стороны (чтобы минимизировать S):

- 1) Получить как можно больше модулей $|a|, |b|, |c|, |d|, |v| = 0$
- 2) Получить ~~максимум~~ при $uma = 0$, а z не связывать между собой.
(напрямик a и c или a и d) - какие-то тела

В итоге заметю, что обе стратегии дают одинаковый результат:

Первая стратегия:

$$\begin{array}{ll} a = 0,5 & d = 0 \\ b = 0 & v = 0 \\ c = 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow S = 0,5$$

Вторая стратегия:

$$\begin{array}{ll} a = 0,25 & \\ c = 0,25 & \\ b = 0 & \\ d = 0 & \\ v = 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow S = 0,25 + 0,25 = 0,5$$

Ответ: $0,5 \leq S_{\min}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

Сравним букводедов по их средней производительности (N), т.к. при одинаковой работе (A) тот, кто имеет N больше, ~~сделает~~ затратит меньше времени (t):

x - один метр; v - одна скорость; k - другая скорость

$$t_{\text{ср}1} = \frac{5x}{v} + \frac{5x}{k} = \frac{5x(v+k)}{vk} \Rightarrow N_{\text{ср}1} = \frac{10x - vk}{5x(v+k)} = \frac{2vk}{v+k}$$

$$N_{\text{ср}2} = \frac{\frac{k}{2} + \frac{v}{2}}{t} = \frac{k}{2} + \frac{v}{2} = \frac{k+v}{2}$$

Сравним:

$$\frac{2vk}{v+k} ? \frac{k+v}{2} \quad | \cdot (k+v)$$

$$2vk ? \frac{k^2 + 2vk + v^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$4vk ? k^2 + 2vk + v^2$$

$$0 ? k^2 - 2vk + v^2$$

$$0 ? (k-v)^2$$

$$k \neq v \Rightarrow 0 < (k-v)^2 \Rightarrow N_{\text{ср}1} < N_{\text{ср}2} \Rightarrow \text{Второй справится}$$

Быстрее (+)

Ответ: Второй Букводед.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М9F01	ИГЭУ им. В.И.Ленина (г.Иваново)	ТЕ47-76	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
№ группы	Место проведения	шифр	

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Нуждина
ИМЯ	Екатерина
ОТЧЕСТВО	Евгеньевна

Дата рождения	06.08.2009	Класс:	9
Предмет	Математика	Этап:	Заключительный

Работа выполнена на	4	листах	Дата выполнения работы:	02.03.2025 09:00
			(число, месяц, год)	

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

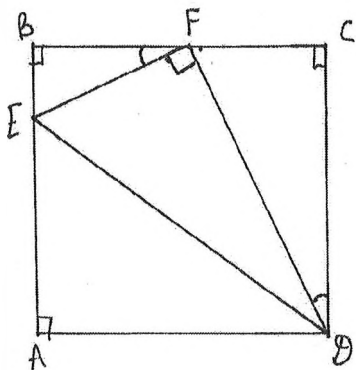
Задача №1

$$\begin{aligned}
 \sqrt{5 + 12 \sqrt{5 + 4 \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}} &= \sqrt{5 + 12 \sqrt{5 + 4 \sqrt{5 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} + 1}}} = \sqrt{5 + 12 \sqrt{5 + 4(\sqrt{5} + 1)^2}} = \\
 &= \sqrt{5 + 12 \sqrt{5 + 4|\sqrt{5} + 1|}} = \sqrt{5 + 12 \sqrt{5 + 4(\sqrt{5} + 1)}} = \sqrt{5 + 12 \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}} = \\
 &= \sqrt{5 + 12 \sqrt{4 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 5}} = \sqrt{5 + 12 \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2}} = \sqrt{5 + 12|2 + \sqrt{5}|} = \sqrt{5 + 12(2 + \sqrt{5})} = \\
 &= \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} = \sqrt{9 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5} + 20} = \sqrt{(3 + 2\sqrt{5})^2} = |3 + 2\sqrt{5}| = 3 + 2\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Значит, для вычисления значения данного выражения достаточно один раз извлечь квадратный корень из пятёрки. Тогда значение выражения можно вычислить на данном калькуляторе.

Ответ: да, можно

Задача №4



Дано: $\triangle DEF$, $ABCD$ - квадрат

$EF = 9$, $FD = 12$, $DE = 15$

Найти: $S(ABCD)$

Решение:

1) В $\triangle DEF$ $DE^2 = EF^2 + DF^2$ ($15^2 = 9^2 + 12^2$ - верно), значит, $\triangle DEF$ прямоугольный по теореме, обратной теореме Пифагора ($\angle F = 90^\circ$)

2) $\angle FDC + \angle DFC = 90^\circ$ по сумме острых углов прямоугольного треугольника

$\angle CFB = \angle CFD + \angle DFE + \angle EFB = 180^\circ$, тогда $\angle CFD + \angle EFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle FDC + \angle DFC = \angle CFD + \angle EFB = 90^\circ$, тогда $\angle FDC = \angle EFB$

3) $\triangle DCF \sim \triangle FBE$

• $\angle DCF = \angle FBE = 90^\circ$

• $\angle FDC = \angle EFB$ по доказанному

Значит, $\triangle DCF \sim \triangle FBE$ по двум углам, тогда $\frac{DC}{FB} = \frac{DF}{FE}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4 (продолжение)

$$\frac{DC}{FB} = \frac{12}{9} \quad \frac{DC}{FB} = \frac{4}{3}$$

$$FB = \frac{3}{4} DC$$

4) $CD = BC$ как стороны квадрата,

$$CD = FB + FC$$

$$CD = \frac{3}{4} CD + FC$$

$$\frac{1}{4} CD = FC$$

5) В $\triangle DCF$ $\angle C = 90^\circ$. По теореме Пифагора

$$CF^2 + CD^2 = DF^2$$

$$\left(\frac{1}{4} CD\right)^2 + CD^2 = 12^2$$

$$\frac{1}{16} CD^2 + CD^2 = 144 \parallel \cdot 16$$

$$17CD^2 = 2304$$

$$CD^2 = \frac{2304}{17} = 135 \frac{9}{17}$$

$$6) S(ABCD) = CD^2 = 135 \frac{9}{17}$$

$$\text{Ответ: } 135 \frac{9}{17}$$

Задача №5

Пусть $x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq \dots \geq x_{100}$, тогда

$$|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + |x_3 - x_4| + \dots + |x_{99} - x_{100}| + |x_{100} - x_1| = x_1 - x_2 + x_2 - x_3 + x_3 - x_4 +$$

$$+ \dots + x_{99} - x_{100} + x_1 - x_{100} = 2x_1 - 2x_{100}$$

$$2x_1 - 2x_{100} = 1$$

$$x_1 - x_{100} = \frac{1}{2}$$

Засты. случай!

Возможен вариант, что $x_2 = x_3 = \dots = x_{99} = x_{100} = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$, тогда

$S = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_{100}| = \frac{1}{2} + 0 + 0 + \dots + 0 = \frac{1}{2}$. Если какое-нибудь из чисел $x_2, x_3, \dots, x_{99}$ не будет равно нулю, то сумма только увеличится, а если по-другому распределить $\frac{1}{2}$ между x_1 и x_{100} , например $x_1 = \frac{1}{4}$, $x_{100} = -\frac{1}{4}$, значение суммы не изменится. Значит, $S = \frac{1}{2}$ — минимальное значение

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1/3

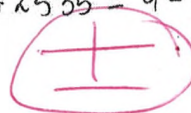
	1	2	3	5	8	13
2535						13
1690						26
845						39
845	520	325	195	130	65	65

Если топотун идёт по периметру доски и не возвращается на уже пройденные или перепрыгнутые клетки, то единственный вариант вернуться в изначальную угловую клетку — пройти весь периметр целиком.

Пусть топотун стоит в левой верхней углу и обходит периметр по часовой стрелке. Тогда, количество вариантов, которыми он может попасть из первой клетки в соседнюю справа равно 1. Количество вариантов, которыми он может попасть из первой клетки в третью слева в верхнем ряду равно двум (из первой сразу прыгает или сначала прыгает на вторую слева, затем на третью). В четвертую слева клетку он может попасть из второй и из третьей клетки, т.е. количество вариантов попадания в четвертую клетку равно сумме вариантов попадания во вторую и в третью клетки, т.е. равно трём. Таким образом, зная ячейки и дальше: количество вариантов попадания в клетку равно сумме вариантов попадания в клетки, из которых можно добраться в данную клетку. Значит, количество вариантов попадания из исходной клетки равно $1690 + 2535 = 4225$.

Ответ: 4225

Поэти. углы!



Задача 1/2

Первый буквоед затратил на поедание первых пяти талов время, равное $\frac{5}{12}$, а на поедание вторых пяти талов — время, равное $\frac{5}{12}$. Значит, на поедание 10 талов у первого буквоеда ушло время, равное $\frac{5}{12} + \frac{5}{12} = 5\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) = 5\left(\frac{2}{12}\right) = 5 \cdot \frac{1}{6}$.

Пусть время, затраченное вторым буквоедом на поедание 10 талов равно t_2 . Тогда, за первую половину времени он съел $\frac{1}{2}t_2 \cdot v$ талов, за вторую — $\frac{1}{2}t_2 \cdot u$ талов. Значит, весь общий талов, съеденный



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 12 (продолжение)

за всё время t_2 равен $\frac{1}{2}t_2v + \frac{1}{2}t_2u = \frac{1}{2}t_2(v+u)$, что по условию равно 10 машинам, тогда

$$\frac{1}{2}t_2(v+u) = 10$$

$$t_2 = \frac{10}{\frac{1}{2}(v+u)} = \frac{20}{v+u} = 20 \cdot \frac{1}{v+u}$$

Осталось сравнить времена, затраченные буксиром на передвижение машин. Для этого составим разность

$$t_1 - t_2 = 5 - \frac{v+u}{vu} - 20 \cdot \frac{1}{v+u} = 5 \left(\frac{v+u}{vu} - \frac{4}{v+u} \right) = 5 \cdot \frac{(v+u)^2 - 4vu}{(v+u)vu} =$$

$$= 5 \cdot \frac{v^2 + 2vu + u^2 - 4vu}{vu(v+u)} = 5 \cdot \frac{v^2 - 2vu + u^2}{vu(v+u)} = \frac{5(v-u)^2}{vu(v+u)}$$

$(v-u)^2 > 0$, значит, $5(v-u)^2 > 0$. П.к. $v > 0$ и $u > 0$, то $vu(v+u) > 0$.
Тогда $\frac{5(v-u)^2}{vu(v+u)} > 0$, т.е. $t_1 > t_2$. Значит, второй буксир справился с задачей быстрее.

Ответ: второй буксир.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

AL53-88

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Овечкина
ИМЯ	Светлана
ОТЧЕСТВО	Павловна

Дата рождения	17.03.2008
---------------	------------

Класс:	10
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

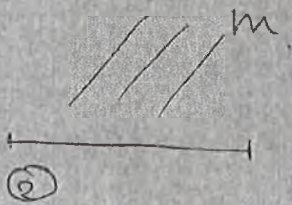
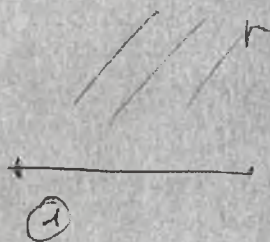
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



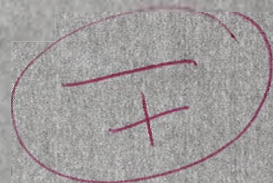
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

Пусть пустими x мучей.
Тогда на первом Эиреи
в. поимно r мучей, а на
второй m мучей.



1 Эиреи пропусимы $0,21 r$ мучей.
2 Эиреи пропусимы $0,21 m$ мучей.
Всего они пропусимы
 $0,21 (r+m) = 0,21 x$ мучей. $\Rightarrow$
не будут пропущены $0,79x$
мучей $\Rightarrow 79\%$.

Ответ: ~~79~~.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N3

$$x^{2025} - 2025x + 2024 \div (x-1)^2 - ?$$

при $x > 1$.

$$(x^{2025} - 1) - 2025(x-1) =$$

$$= (x-1)(x^{2024} + x^{2023} + x^{2022} + \dots + x + 1 - 2025)$$

$\div (x-1)$

$$(x^{2024} + \dots + x + 1 - 2025) \div (x-1) - ?$$

$$(x^{2024} - 1) + (x^{2023} - 1) + \dots + (x-1) + (1-1)$$

$$1) (x^{2n+1} - 1) \div (x-1)$$

$$2) (x^{2n} - 1) = (x^n - 1)(x^n + 1)$$

продолжаем рассуждения, на
множим, до тех пор
пока не будет $(x^n - 1)$ — где

n — нечетное число,

тогда $(x^n - 1) \div (x-1)$ (и.к.)

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)$$

$$3) \text{ Все слагаемые в сумме } (x^{2024} - 1) + \dots + (x-1) \text{ делятся на } (x-1)$$

$$\text{Вся сумма} \div (x-1)$$

$$4) (x^{2025} - 2025x + 2024) \div (x-1)^2$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

$$1-x^2 + \sqrt[3]{8x^3 - 1 - x^2(12\sqrt[3]{1-x^2} - 1)} + \sqrt[3]{6x^3(1+x^4-2x^2)} = 2x$$

$$1) \quad 8x^3 - 12x^2\sqrt[3]{1-x^2} + 8x^3\sqrt[3]{(1-x^2)^2} - (1-x^2) = (2x\sqrt[3]{1-x^2})^3$$

$$2) \quad \frac{(1-x^2 + \sqrt[3]{(2x-1+x^2)^3})}{1-x^2 + \sqrt[3]{(2x-\sqrt[3]{1-x^2})^3}} = 2x$$

$$1-x^2 + 2x - \sqrt[3]{1-x^2} = 2x$$

$$(1-x^2) = \sqrt[3]{(1-x^2)^3}$$



$$1) \quad 1-x^2=0, \quad x^2=1, \quad x=\pm 1$$

$$2) \quad 1-x^2=1, \quad x^2=0, \quad x=0$$

$$3) \quad 1-x^2=-1, \quad x^2=2, \quad x=\pm\sqrt{2}$$

Положительные: 1, $\sqrt{2}$.

Максимальный $\sqrt{2}$ если и ~~минимальный~~ по модулю, но $-\sqrt{2}$.

По модулю минимальный корень 0.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

нб.

П.к. пусть машина состоит из 3-х частей, но одну часть ставим в крайних местах.

Рассмотрим случай, когда машину на 2-ой с конца месте.

$m | n | k | r$ $X |$

① ② ③ ④

2024 2025

от 2024 до 2025 имели 1 способ.
Пусть от 2025-ой до 1-ой имели m способов, до 2-ой n , до 3-ей k , до 4-ой r .

От 1-ой до 2024-ой имели n способов (п.к. $m = n + k$, n — количество способов, k — количество способов, r — количество способов).

Всего способов: $1 + m + n + k$.

Сдвинем X на 2023-ю и т.д.

$m | n | k | r$ $X |$

① ② ③ ④

2023 2024 2025

Способов от 2023 до 2025: 2,
от 2025 до 1: m ,
от 1 до 2023: k .

Всего: $2 + m + k$, но $n > k$;

п.к. $n = k + r$; $r > 2$. $\Rightarrow$

При перемещении имели $\boxtimes$
к середине число способов уменьшается
 $\Rightarrow$ максимум в центре во
2 с конца или начала.

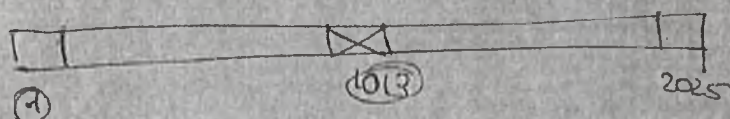


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

Убедимся, что сущий, когда

☒ между m и n находится $n-m$ чисел
в среднем, но способов
всего будет $< m+n+1$.



Способов от 1013-ой до
2025-ой меньше p ,
от 2025-ой до 1-ой m ,
от 1-ой до 1013-ой p .

$$2p + m < m + n + 1.$$

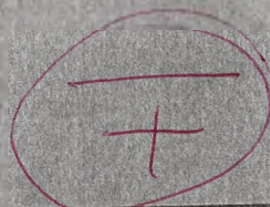
$$\downarrow \quad 2p < n + 1.$$

Рассмотрим, как увеличивается
число способов, добавляя 1 элемент:

1 2 3 5 8 13 и т.д.

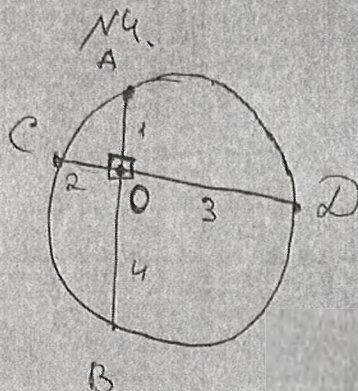
Новая цифра = сумма 2-х
предыдущих $\Rightarrow$ с каждой
шагом число увеличивается $\Rightarrow$
 n будет во много раз
больше, чем $p \Rightarrow 2p < n + 1$.

Ответ: ?





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$AO \cdot OB = CO \cdot OD.$$

$$\text{но } 1 \cdot 4 \neq 2 \cdot 3$$

$$4 \neq 6 \Rightarrow$$

Две хорды

не могут пересекаться в центре, если $AO \cdot OB \neq CO \cdot OD$.

Если бы совпало, то $AO \cdot OB = CO \cdot OD$, но иными бы радиус окружности через теорему синусов для $\triangle AOB$, а через радиус иными бы площадь $\neq \pi R^2$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F02	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

SO55-42

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Огурцов

ИМЯ _____ Матвей

ОТЧЕСТВО _____ Петрович

Дата рождения _____ 20.01.2012

Класс: _____ 6

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 6 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№ 1



Допустим Кузьма — солнышко.
Тогда ответом на его вопрос
будет нет; так как спросить
„является ли Кузьма месяцем?“
можно только ^{почему?} месяцу. А Кузьма —
солнышко. Возникает противо-
речие. Тогда Кузьма — месяц.
Тогда ответ на его вопрос
„нет“; так как ответ на
вопрос „является ли Кузьма
месяцем“ в этом случае „да“.
А такой вопрос можно задать
только солнышку; а Кузьма — месяц.
Потому что больше не возникает
так как Кузьма — месяц и задает
вопрос с ответом; нет!“
ответ: Кузьма — месяц.

Кузьма задает другой вопрос



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Под чертой ^{N2} цифровые буквы:

$$\text{КУТ} + \text{ВОЛ} = \text{ЛЕВ}$$

Допустим $1 > \text{В}$

Запишем:

$$\text{КУТ} + \text{ВОЛ} = \text{ЛЕВ}$$

Допустим

$$11 = 9$$

$$\text{В} = 7$$

Тогда:

$$\text{К} = 2$$

$$\text{Т} = 8$$

Запишем:

$$2 \text{ и } 8 + 709 = 9 \text{ и } 7$$

Осталось перебрать значения

и; 0; е при которых не будет
перехода в разряд сотен.

$$\text{и} = 3$$

$$0 = 1$$

$$\text{е} = 5$$

Ответ:

$$238 + 719 = 957$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Попробуем взять минимальный множитель и возвести его в степень (нч 1) $52 : 2 = 26$

(2^{26}) - это и есть самое большое возмозное произведе-
ние.

Появится вопрос. А если
взять множители побольше
то может быть что-
то получится? Нет!
Почему?

Допустим возьмем самые большие
множители. *а если возьмем
по-другому!*

$$26^2 = 2 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 13 < 2^{26} = 2 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 16 \dots$$

Ответ:

$$52 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \dots + 2$$

$$2 + 2 + 2 = 3 + 3 \quad 26 \text{ раз}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 < 3 \cdot 3$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

~~Рассмотрим~~ Решение 1
Рассмотрим момент окончания
игры. Тогда нельзя. Хотел бы
одну из горсток на две
меньшие; так как в задании
сказано, что за один ход
нужно разбить каждую
горстку на две меньшие.
Тогда все горстки нужно
разбить на две меньшие.
Тогда Минимый король легко
выиграет, он просто на в
первый ход разобьет горстки
так: 1, 6; 7, 10; 1, 12; 1, 7 и т.д.
Тогда Уродливый не сможет разбить кучки с 1 и 6.

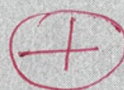
Решение 2.

Познотно в решении 1 я не
правильно понял условие задачи
и за один ход разбивается
одна любая кучка разбивается
на 2 меньших. Тогда для окончания
игры ни одну кучку нельзя будет
разбить на 2 меньших. Это возможно
только если останется 48 кучек по 1.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Тогда заметили, что китайский ход
к общему числу точек прибавляется
1. Точки с самого начала ч.
А нужно для окончания
иногда 48. Это будет выразимо
301 44 хода; а тот, кто
сделает 45 ход проигрывает.
Тогда заметили, что мышиный
король делает нечетные ходы;
а щелкунчик четные; тогда
в зависимости от качества
ходов щелкунчик со 100% шансом
выиграет.





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

НБ
 Сколько способов
 можно вычеркнуть
 2 буквы
 из слова
 «параллельный»?

Так как в этом
 слове нет ^{одинаковых} букв,
 столько же раз
 то можно
 способов:

$$\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$$

т.е. 66
 Так как нам
 не важна ~~эта~~
 очередность
 вычеркивания.
 Мы доказали,
 что вариантов
 здесь = 66.

ответ: у мурзика
 больше вариантов.

Сколько способов
 можно вычеркнуть
 2 буквы +
 из слова
 «параллельный»?

Если не учитывать
 одинаковые согласные
 и гласные, то можно
 сравнительно быстро,
 то вариантов
 тоже 66; но доказано,
 что некоторые
 из них повторяются.

а) параллельный
 параллельный
 — вычеркнутая буква.
 на самом деле
 варианты а и б
 одинаковы так
 как результат
 в них одинаковый.
 мы уже доказали,
 что вариантов здесь
~~66~~ ~~желе~~ ≤ 65

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F04	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF29-29

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Олейников

ИМЯ _____ Захар

ОТЧЕСТВО _____ Сергеевич

Дата рождения _____ 24.04.2007

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 7 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 21

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x - \sqrt{1 - x^2}} = 10x^2$$

$$9x^2 - 6x\sqrt{1 - x^2} + (1 - x^2) = 10x^2 - 1$$

$$(3x - \sqrt{1 - x^2})^2 = 10x^2 - 1$$

$$|3x - \sqrt{1 - x^2}| = \sqrt{10x^2 - 1}$$

а) Если $3x - \sqrt{1 - x^2} \leq 0$

$$3x \leq \sqrt{1 - x^2}$$

при $x \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$ верно

при $x \in [\frac{1}{\sqrt{10}}; 1]$, $9x^2 \leq 1 - x^2$

$$10x^2 - 1 \leq 0$$

Нарис. окруж.

$$\sqrt{1 - x^2} - 3x = 10x^2 - 1$$

$$9x^2 - (1 - x^2) + 3x - \sqrt{1 - x^2} = 0$$

$$(3x - \sqrt{1 - x^2})(13x + \sqrt{1 - x^2}) + 1 = 0$$

$$3x - \sqrt{1 - x^2} = 0 \quad \text{или} \quad 3x + 1 + \sqrt{1 - x^2} = 0$$

$$3x = \sqrt{1 - x^2}, x \geq 0 \quad \sqrt{1 - x^2} = -3x - 1, -3x - 1 \geq 0$$

$$9x^2 = 1 - x^2 \quad 1 - x^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$10x^2 = 1 \quad 10x^2 + 6x = 0$$

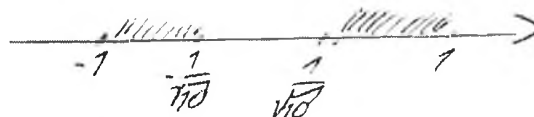
$$x = \frac{1}{\sqrt{10}} \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \quad x(10x + 6) = 0$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \quad x = 0 \quad \text{или} \quad x = -0, \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{10}}]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \in \text{нужно } x \geq 0$$

ОДЗ (ограничения)

$$\begin{cases} 1 - x^2 \geq 0 \\ 10x^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \quad x^2 = 1, x = \pm 1 \\ x^2 - \frac{1}{10} \geq 0 \quad x^2 = \frac{1}{10}, x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 21

$$x = -0,6: |-1,8 - \sqrt{1-0,36}| = 10 \cdot 0,36 - 1$$

$$x = \frac{1}{10}: |\frac{3}{10} - \sqrt{1-\frac{1}{10}}| = 10 \cdot \frac{1}{10} - 1$$

$$0 \Rightarrow \text{верно}$$

С) Если $3x - \sqrt{1-x^2} \geq 0$, то

$$3x \geq \sqrt{1-x^2}$$

$$9x^2 \geq 1-x^2$$

$$10x^2 - 1 \geq 0 - \text{реш.}$$

$$(3x - \sqrt{1-x^2}) = (3x - \sqrt{1-x^2})(3x + \sqrt{1-x^2})$$

$$3x - \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$1 = 3x + \sqrt{1-x^2}$$

$$3x - \sqrt{1-x^2}, x \geq 0$$

$$1 - 3x = \sqrt{1-x^2}, x \leq \frac{1}{3}$$

$$9x^2 = 1-x^2$$

$$1 - 6x + 9x^2 = 1-x^2$$

$$10x^2 = 1$$

$$10x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{10}$$

$$x(10x - 6) = 0$$

$$x = 0 \notin \text{CD}$$

$$x = \frac{-1}{10} \notin (x \geq 0)$$

$$x = 0,6 - \text{не удов.}$$

$$x = \frac{1}{10} \in (-\infty; \frac{1}{3})$$

Ответ: корни $\sqrt{10}$, $\sqrt{10}$

потому что $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$, так и

$$|-0,6| = 0,6, \text{ так } |\frac{1}{\sqrt{10}}| = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 23

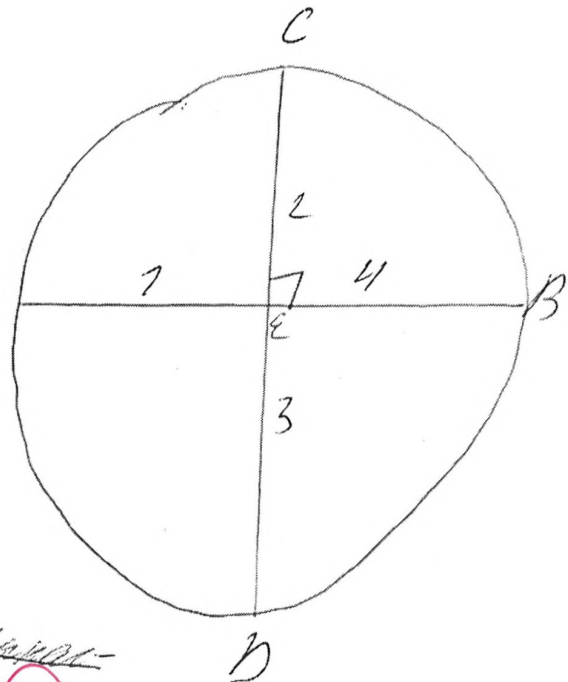
Задача не имеет
решения, так как по
свойству пересекаю-
щихся хорд:

$$AE \cdot EB = CE \cdot ED$$

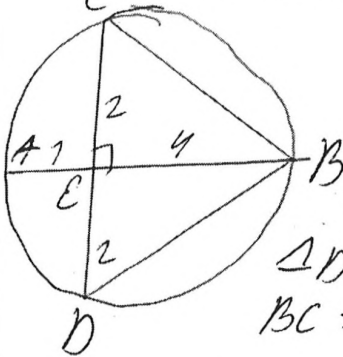
$$1 \cdot 4 = 2 \cdot 3$$

4 = 6 неверно

Т.е. это свойства не выпол-
няются. (+)



Если предположить, что в условии опечатка:
(а хорда делится на отрезки 2 см и 2 см), то
это условие выполняется $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$ $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$



Решение:

$$1) S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

2) Из прямоугольных $\triangle DBE$ и

$\triangle DBE$, по теореме Пифагора:

$$BC = DB = \sqrt{CE^2 + EB^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$3) \text{ По формуле: } R = \frac{abc}{4S} = \frac{CD \cdot CB \cdot DB}{4 \cdot S_{BCD}} =$$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{4 \cdot 8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

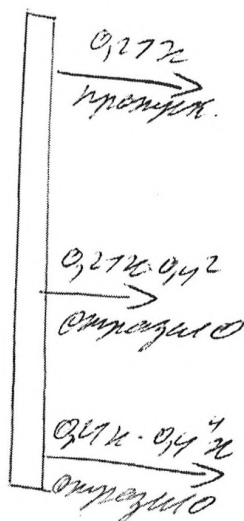
Задача 3

$$4) S_{кр} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{4} \text{ см}^2$$

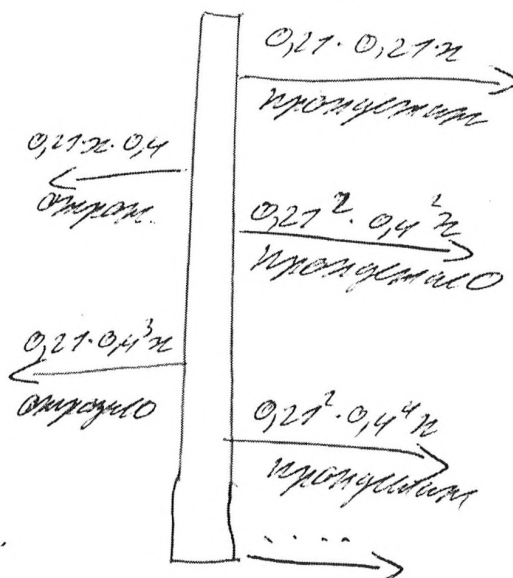
$$\text{Ответ: } S_{кр} = \frac{25}{4} \pi \text{ см}^2$$

Задача 22

17 км/ч



29 км/ч



и так далее...

Начислено произведений и прочее:

$$0,21^2 + 0,21 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + \dots \text{ до бесконечности}$$

$$S = \frac{b_1}{1-q} \text{ где } b_1 = 0,21^2 \text{ сумма бесконечной прогрессии}$$

$$= 0,21^2 \cdot \frac{1}{1-0,16} = \frac{0,21^2}{1-0,16} = \frac{0,21 \cdot 0,21}{0,84} = \frac{0,21}{4} = 0,0525$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 22

Количество не пропускаемых лучей:

$$n - 0,0525n = 0,9475n$$

$$\text{или процент: } \frac{0,9475n}{n} \cdot 100\% = 94,75\%$$

Ответ: 94,75% +

Задача 25

Условие: преобразуем число A в форму

$$A = (2023+1)^{2026} - (2023+1)(2023+3) + 2023 + 2 =$$

$$= \text{значения}$$

$$\underline{2023 = a}$$

$$A = (a+1)^{2026} - (a+1)(a+3) + a + 2 =$$

Применяя формулу бинома Ньютона:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^{n-1} \cdot a^{n-1} \cdot b + C_n^{n-2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^2 \cdot a^2 \cdot b^{n-2} +$$

$$+ b^n, \text{ где каждый слагаемый делится на } a^2,$$

$$C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

для $(a+1)^{2026}$, где $b=1, n=2026$

$$(a+1)^{2026} = a^{2026} + C_{2026}^{2025} \cdot a^{2025} \cdot 1 + \dots + C_{2026}^2 \cdot a^2 + 2026 \cdot a + 1 = B$$

тогда это выражение делится на a^2



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$$\begin{aligned}
 A &= B + 2026 \cdot a + 1 - (a^2 + 3a + 1a + 3) + a + 2 = \\
 &= B + \overline{2026}a - a^2 - \underline{4a} - \underline{3} + \underline{a} + \underline{2} = B + 2023 \cdot a - a^2 = \\
 &= B + a^2 - a^2 = B \text{ делится на } a^2
 \end{aligned}$$

Ответ: Верно, число A делится на 2023^2

Задача 24

Обычно, что с одного конца кольца до другого кольца во всех случаях суммируются некие кол-во вариантов. Хотелось бы рассмотреть кол-во вариантов из начальной точки до одного кольца, а потом из другого кольца до начальной точки.

Рассмотрю случаи:

3 кольца:

1	2	3
---	---	---

 из начальной 1903: 1 и 2 (2 варианта)
из начальной 2903: 1, из 1902: 1 (2 варианта)

Тогда очевидно.

5 колец

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

из начальной 1905: 1+1+1+1, 1+2+1, 2+1+1, 1+1+3, 2+2 (5 вариантов)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Из начала 245 и от 1909: $\frac{1+1+1, 2+1, 1+2, 1}{\text{от } 2905 \text{ от } 1902}$

(с бариски)

Из начала 3905 от 1903: $\frac{1+1, 2, 1+1, 2}{\text{от } 3905 \text{ от } 1903}$

(с бариски)

Мы видим, что наибольшее кол-во барис-
киев, когда началось каменное Судж
или в начале каменного в конце каменного.

Отсюда: можно рассмотреть 7 случаев.

а 2025 ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	ВФ МЭИ (Волжский)
-------	-------------------

№ группы

Место проведения

RS46-87

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Орешкин

ИМЯ _____ Александр

ОТЧЕСТВО _____ Михайлович

Дата рождения _____ 28.11.2011

Класс: _____ 6

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 3 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N1



Для начала рассмотрим, а возможно ли существование
вопроса "Является ли я месяцем?" такой вопрос мож-
жет задать месяц или солнышко? а удобства а их соотношу:
(месяц - м.; солнышко - с.) фактически вопрос звучит так:
"Я м.?" Рассмотрим варианты если это сказал с.,
то есть ответ должен быть положительный, то
есть он должен быть м., но он то с. значит противоре-
чие. Рассмотрим вариант если это сказал м., то есть
ответ отрицательный, может он с. но он то м. полу-
чается противоречие, может если он принадлежит к тому-
то людям ни к группе значит это логичное утвержде-
ние, а значит он м. потому что если он сказал
фактически "Принадлежу ли я к людям того мира
которого нет" естественно ~~нет~~ ответ отрицательный.
значит он месяц.
Ответ Да мы можем определить как является физико
он является месяцем.

N3



Следовательно:

- 1) Я могу заметить что чем больше множителем
тем больше произведение кроме ^{если посылать} ~~если~~ все множи-
тели 1.
- 2) Чем больше множитель тем больше получаем произведение
возможные примеры: $52 = 26 + 26$ тогда сложением при умножении
 $52 = 2 + 50$ это при сложении при умножении

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N { продолжение }

числ: $26 \cdot 26 = 676$
числ: $2 \cdot 50 = 100$ почти (в разд. 5.)

почему это будет
МАКСИМАЛЬНОЕ
произведение?

Решение.

Если наш код как можно больше сбалансировать (кроме 1)
это будет 2 повторов, т.е. 26 раз так и если про-
изведение будет равно 2^{26}

Октябрь 21^{го}.

(метен - метанол)
(ис - этилен)

Ny.

(к-к - кривизна) ← НЧ.
 (тис - тислами)
 * тиса которая не делится на 2
 КН 2000

Какой-то человек из Берлина написал письмо на тему "Письмо к Сталину".

найти 6 на поле меньше крестики это (ти 5) и так далее (ти 4; тв 3; ту 2; тб 1). посчитайте все и вы получите с крестиком

Корона, но законный наследник так будет происходить
(каждый четный камень), а если законный
наследник то крылатый король будет каменным (без четных)
шариком победит последне число на еденице, то крылатый король
каменным будет делить.

Оливка войлочная цветет.

N_5

~~Палеогеновые млекопитающие при /красивой и пре-
дугимых сел и парадных, а у Мухоморова и у Мухоморова
и баров будет ввечеру~~



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№5 (+)

Проанализируем слова в слове параллельный вычисления
не повторяющиеся букв, а в интегральный шасси
17 не повторяющихся из букв. Таким образом если мы
завершим в слове параллельный, е"и" (первую)
параллельный, е"и" (вторую) то получим слово
мощнее шасси, а значит уже как минимум на 2 буквы
длиннее. Да такое возможно.
а в слове "интегральный"?

№2

Оценка:

(+)

Из условия мы можем понять что
 $T+A=B$ это будет двух значное число
но понять почему что $K+B=1$, то есть 1 сноска
Числовой как говорят что $B>1$, следовательно, то что $K+B$
значит скорее всего число двух значное а единицу
перешла в другой разряд.

РЕШЕНИЕ:

$$\begin{array}{r} 307 \\ + 184 \\ \hline 491 \end{array} = \begin{array}{l} \text{КИТ} \\ \text{ВОЛ} \\ \text{ЛЕВ} \end{array} \quad \text{как?}$$

Ответ $K=3, И=0, T=7, B=1, O=8, A=4, E=9$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F04	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF29-98

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Орлов
ИМЯ	Емельян
ОТЧЕСТВО	Юрьевич

Дата рождения	12.01.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\text{№1} \quad 1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

Заметим, что $1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = (3x - \sqrt{1-x^2})^2$, тогда исходное уравнение будет выглядеть так:

$$1 + |3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2$$

$$\textcircled{1} \text{ Если } 3x \geq \sqrt{1-x^2} : |3x - \sqrt{1-x^2}| = 3x - \sqrt{1-x^2}$$

$$1 + 3x - \sqrt{1-x^2} = 10x^2$$

$1 + 3x - 10x^2 = \sqrt{1-x^2}$, возведем обе части в квадрат:

$$1 + 9x^2 + 100x^4 - 20x^2 - 60x^3 + 6x = 1 - x^2$$

$$100x^4 - 60x^3 - 10x^2 + 6x = 0$$

$x \neq 0$, т.к. иначе $3x \geq \sqrt{1-x^2}$ не выполняется. Поделим обе части на $2x \neq 0$, получим:

$$50x^3 - 30x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$5x(10x^2 - 1) - 3(10x^2 - 1) = 0$$

$$(10x^2 - 1)(5x - 3) = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{10} \cup x = \frac{3}{5}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \cup x = \frac{3}{5}$$

Проверим корни, подставив в $1 + |3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2$

При $x = \frac{3}{5}$: $1 + \left| \frac{9}{5} - \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \right| = \frac{2 \cdot 9}{5}$

$$1 + \left| \frac{9}{5} - \sqrt{\frac{16}{25}} \right| = \frac{18}{5}$$

$$1 + 1 = \frac{18}{5} - \text{не верно} \Rightarrow x \neq \frac{3}{5}$$

При $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$: $1 + \left| \frac{3}{\sqrt{10}} - \sqrt{1 - \frac{1}{10}} \right| = 1$

$$\left| \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{10}} \right| = 0 - \text{верно} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}} - \text{корень}$$

При $x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$: $1 + \left| -\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{10}} \right| = 1 - \text{не верно} \Rightarrow x \neq -\frac{1}{\sqrt{10}}$ +



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

⑦ Если $3x \leq \sqrt{1-x^2}$: $|3x - \sqrt{1-x^2}| = \sqrt{1-x^2} - 3x$

$$1 + \sqrt{1-x^2} - 3x = 10x^2$$

$$\sqrt{1-x^2} = 10x^2 + 3x - 1, \text{ возведем обе части в квадрат:}$$

$$1-x^2 = 100x^4 + 9x^2 + 1 - 20x^2 - 6x + 60x^3$$

$$100x^4 + 60x^3 - 10x^2 - 6x = 0$$

$x=0$ не является корнем, т.к. при нем $1 + \sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}} \neq 10x^2$
Поделим обе части на $2x \neq 0$:

$$50x^3 + 30x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$5x(10x^2 - 1) + 3(10x^2 - 1) = 0$$

$$(5x+3)(10x^2-1) = 0$$

$$x = -\frac{3}{5} \cup x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$ было проверено вначале ①

Проверим $x = -\frac{3}{5}$, подставив в $1 + |3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2$:

$$1 + \left| -\frac{9}{5} - \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \right| = \frac{2 \cdot 9}{5}$$

$$1 + \left| -\frac{9}{5} - \frac{4}{5} \right| = \frac{18}{5}$$

$$1 + \frac{13}{5} = \frac{18}{5} - \text{верно} \Rightarrow x = -\frac{3}{5} - \text{корень}$$

Получается, что исходное уравнение имеет два корня: $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $x = -\frac{3}{5}$.

Сравним их модули: $\frac{1}{\sqrt{10}} \vee \frac{3}{5}$

$$\frac{1}{10} \vee \frac{9}{25}$$

$$25 \vee 90, \text{ значит } \left| \frac{3}{5} \right| > \left| \frac{1}{\sqrt{10}} \right|$$

Ответ: максимальный по модулю $x = -\frac{3}{5}$ ($|x| = \frac{3}{5}$)
минимальный по модулю $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ($|x| = \frac{1}{\sqrt{10}}$)

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 Заметим, что $(2024)^{2026} = (2023+1)^{2026}$.
Если предположить раскрыть в данном выражении все скобки, то в каждое получившееся слагаемое, кроме двух слагаемых, 2023 будет входить в хотя бы второй степени. Рассмотрим те два слагаемых, в которых 2023 входит в первой и в нулевой степени:

$1 + C_{2026}^1 \cdot 2023$, где C_{2026}^1 — биномиальный коэффициент.
Исходное условие будет выглядеть так:
 $(2023+1)^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$

Посмотрим на это выражение по модулю 2023^2 : Как раньше было показано, во выражении (кроме двух) слагаемых 2023 входит в хотя бы второй степени; значит $(2023+1)^{2026} \equiv 1 + C_{2026}^1 \cdot 2023 \pmod{2023^2}$

Получаем, что:

$$(2023+1)^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 1 + 2026 \cdot 2023 - 2024 \cdot 2026 + 2025 \pmod{2023^2}$$

$$1 + 2026(2023 - 2024) + 2025 = 2026 - 2026 = 0, \text{ значит}$$

$$(2023+1)^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 0 \pmod{2023^2}$$

Значит:

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 0 \pmod{2023^2}$$

Значит:

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \text{ делится на } 2023^2$$

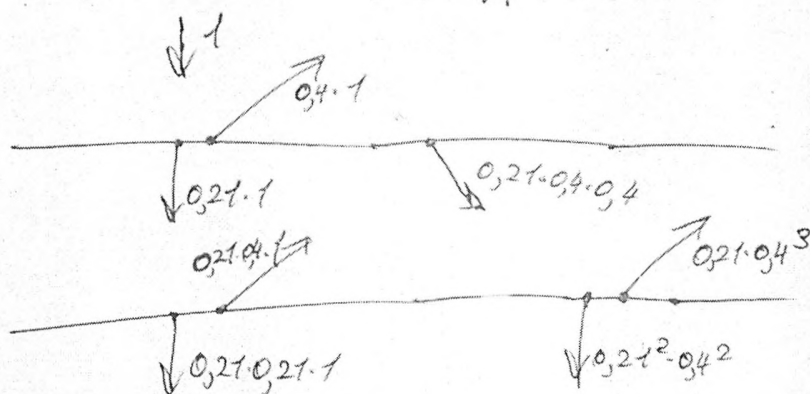
Ответ: да, верно +



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2 ~~С каждого отраженного луча в обратном~~
Заметим, что свет можно получить, сложив кол-во прошедших, сколько было преломлено излучения, и вычитая их из 100%.

Чтобы луч пройти через два экрана, ему в любом случае придется пройти через первый. Пусть изначальное излучение = 1, значит 0,21 прошло через первый экран. Далее этот ~~луч~~ 0,4 этого излучения отражается, а 0,21 проникает сквозь второй экран. Все это изображено на следующей схеме:



Далее, ^{40%} отраженного от второго экрана луча, будет отражен от первого экрана и пойдет в сторону второго экрана.

Получаем бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, где $b_1 = 0,21^2$, $q = 0,4^2 < 1$
 $q = 0,4^2$, т.к. луч должен отразиться сначала от второго экрана, затем от ^{первого} первого,
 $b_1 = 0,21^2$, т.к. все прошедшие ^{через} два экрана лучи должны пройти сначала через первый экран,



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Затем - через второй. Получается, что нужно найти сумму всех членов:

$$S = \frac{61}{1-9} = \frac{(0,21)^2}{1-(0,4)^2} = \frac{21^2}{100^2(1-\frac{16}{100})} = \frac{21^2}{100 \cdot 84} = \frac{21}{100 \cdot 4}$$

Получается, итоговый ответ равен:

$$(100 - \frac{21}{100 \cdot 4} \cdot 100) \% = (\frac{400-21}{4}) \% = \frac{379}{4} \% = 94,75\%$$

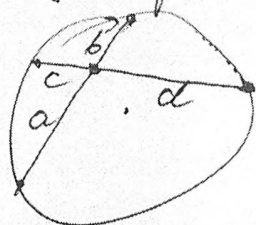
$$\begin{array}{r} 379 \overline{) 14} \\ 36 \\ \hline 19 \\ 16 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 20 \end{array}$$

Ответ: 94,75%



№3

Как известно, для отрезков хорд всегда выполняется следующее равенство: $a \cdot b = c \cdot d$ (в силу подобия ~~треугольников~~)



В условии сказано, что одна хорда делится ^{точкой пересечения} на отрезки 1 см и 4 см, а другая на отрезки 2 см и 3 см. Но $1 \cdot 4 \neq 2 \cdot 3 \Rightarrow$ таких хорд не существует

Ответ: нет решений





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 Докажем, что такими ~~положениями~~ являются крайние клетки полосы:

Очевидно, что монтух всегда проходит 40/8 клеток.

Трижды путь из любого начального положения можно разбить на три этапа:

1. Монтух идет к первому краю полосы
2. Монтух идет от первого края ко второму краю
3. Монтух возвращается от второго края в изначальное положение.

Очевидно, что второй этап одинаков во всех случаях.

Докажем, что точками, удовлетворяющими условию являются ~~все~~ ^{все крайние} точки:

Кол-во способов пути ~~составляет~~ получается как произведение вариантов I этапа, II этапа, III этапа.

Но заметим, что кол-во вариантов всегда одинаково, не имеет порядка разбития, ~~а~~ то есть в вариантах пути из крайних точек содержатся все другие варианты

Ответ: при начальном положении в 1 клетке или 2025 клетке

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М9F01	МЭИ с использованием ВКС
-------	--------------------------

№ группы

Место проведения

ZY61-19

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Орловский
ИМЯ	Евгений
ОТЧЕСТВО	Александрович

Дата рождения	02.11.2009
---------------	------------

Класс:	9
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17501

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

2x61-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1/ Пусть попробуем упростить выражение:

$$\sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}; \quad 6+2\sqrt{5} = 5+2\sqrt{5}+1 = (\sqrt{5}+1)^2, \text{ значит}$$

$$\sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt{5}}}} = \sqrt{5+12\sqrt{5+4(\sqrt{5}+1)}} = \sqrt{5+12\sqrt{9+4\sqrt{5}}};$$

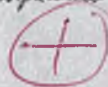
$$9+4\sqrt{5} = 5+4\sqrt{5}+4 = (2+\sqrt{5})^2; \text{ тогда } \sqrt{5+12\sqrt{9+4\sqrt{5}}} = \sqrt{5+12(2+\sqrt{5})} =$$

$$= \sqrt{29+12\sqrt{5}}; \text{ в свою очередь } 29+12\sqrt{5} = 25+12\sqrt{5}+4 =$$

$$(2\sqrt{5}+3)^2, \text{ значит } \sqrt{29+12\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}+3, \text{ таким образом нам}$$

нужно лишь извлечь квадратный корень из единицы, значит с помощью калькулятора мы сможем вычислить значение выражения.

Ответ: да, совпадает.



№2/ Пусть оба тела обозначим за V, тогда пусть

t_1 - время, которое потратит на погоне 5-ти телом со скоростью v первый дубовод ($t_1 = \frac{5V}{v}$); пусть t_2 - время, которое потратит первый дубовод на погоне 5-ти телом со скоростью u ($t_2 = \frac{5V}{u}$); пусть t_3 время, которое потратит второй дубовод на погоне x телом (их количество не знаем, поэтому обозначим за x) со скоростью v ; заметим, что из условия оно равно времени t_4 - это время, которое потратит второй дубовод на погоне y телом (аналогично обозначим y , причем из условия $x+y=10$) со скоростью u ($t_3 = \frac{xV}{v} = \frac{yV}{u} = t_4$); тогда сравним t_1+t_2 и t_3+t_4

$$t_1+t_2 \geq t_3+t_4$$

$$\frac{5V}{v} + \frac{5V}{u} \geq \frac{xV}{v} + \frac{yV}{u} \quad | : V$$

$$5u+5v \geq xu+yv$$

Или, что верно, можно заметить, что $x+y=10$, тогда пусть $x=5+a$; $y=5-a$, где $a \in [0; +\infty)$

$$5x+5v \geq 5x+u+5v-a, \text{ где}$$

$$0 \geq a, (u-v)$$

Вернемся к равенству

$$\frac{xV}{v} = \frac{yV}{u} \quad \text{если } x=y, \text{ то}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{v}{u} \Rightarrow u=v$$

соответственно $v > u \Rightarrow$

$$u-v < 0$$

$$u-v < 0$$

Лист 01 из 05



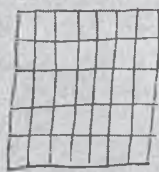
ВНИМАНИЕ! Проверка только то, что записано с этой стороны листа и рядом справа

№2 продолжение

По сути, утверждение « $0 \leq a_1(u-v)$ », зная что a_1 — натуральное число, можно сказать, что $0 \leq a_1(u-v)$. Заметим, что тогда $t_1 + v \leq t_2 + v$, значит быстрее справится второй дуэант. Заметим, что рассуждения аналогичны, если уже, когда $u = v$, то они справятся за один и тот же, если $u \neq v$, то быстрее справится второй дуэант.

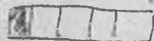
Ответ: 1) $u = v \Rightarrow$ справятся одинаково
2) быстрее справится второй дуэант

№3! У нас есть утка 5x7, рассмотрим угловые клетки;



Если говорить про периметр, то в то же время каждой угловой клетке можно пройти либо по стороне с 5-ю клетками, либо по стороне с 7-ю клетками $\Rightarrow$ рассмотрим произвольную угловую клетку, например сверху. Заметим, что т.к. мы хотим обойти утку по периметру, то мы пройдем 2-муд по стороне с 5-ю клетками и 2-муд по стороне с 7-ю клетками.

1) Сколько вариантов пройти по стороне с 5-ю клетками.

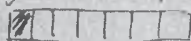


Заметьте, что клетка самая начальная, поэтому, что мы не можем использовать ее.

2) Сколько путей (то есть длины на 4 клетки), т.к. нам нужно пройти 4 клетки. тогда нам нужно 22 факториала путей. 1.) 0 факториала путей: то есть мы пройдем через все клетки $\Rightarrow$ такой вариант (1; 1.2) 1 факториал путей: то есть мы перепрыгиваем одну клетку, прыгали мы и кончили и не кончили: какой вариант (1.3) 3

1.3) 2 факториала путей, аналогично пункту (1.2), но без вариантов, где 2 перепрыгивания стоят подряд: то есть мы прошли на 3 клетки вперед, что необходимо $(3-2)=1$ то есть всего два варианта из 5-ти клеток: $1+3+1=5$ вар

2) Сколько вариантов пройти по стороне с 7-ю клетками. Заметьте, что клетка самая начальная, поэтому, что мы не можем использовать ее. 1.) 0 факториала путей





Олимпиада школьников «Надежда энергетики»
Вариант: 17991

Имя, не заполнять

2Y61-19

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что видите
свой список листа в рамке справа

№3 продолжение
аналогично п.1.1) $\delta \Rightarrow$ такой вариант 1; 2.1) 1 двойной
пути, аналогично п.1.1) $\Rightarrow$ такая же вариантов $C_5^2 = 5$
2.3) 2 двойных пути α ; аналогично п.1.3) $\Rightarrow$ такая же вариантов
 $C_5^2 - 4 = 6$; 2.4) 3 двойных пути; то есть есть из пяти
возможных путей нам нужно выбрать 3 так чтобы
каждый 2 пути не стояли рядом. $\Rightarrow$ такой вариант 1.
То есть все варианты для строки из 4-х чисел =
 $1 + 5 + 6 + 1 = 13$. Также образуем чтобы получить все
варианты победы топоричами нам нужно переписать
 $5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 13$ и умножить на 2, т.к. ~~мы все равно~~
у нас есть 2 варианта куда из каждого пути и от
выбери варианты не забудет ни-бо варианты победы:
 $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 13 = 50 \cdot 169 = 8450$ Ответ: 8450 вариантов.

№5! Докажем, что $S = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_{100}| \geq 0,5$.
Скажем нет, тогда $S < 0,5$, тогда
 $|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \dots + |x_{100} - x_1| = 1 > 2S = 2|x_1| + \dots + 2|x_{100}|$
 $|x_1 - x_2| - (|x_1| + |x_2|) + |x_2 - x_3| - (|x_2| + |x_3|) + |x_3 - x_4| - (|x_3| + |x_4|) + \dots$
 $\dots + |x_{100} - x_1| - (|x_{100}| + |x_1|) > 0$
возьмем некоторые x_i и x_j , где $i \neq j$ и $i, j \in [1, 100]$; докажем, что $|x_i| + |x_j| \geq |x_i - x_j|$
пусть 1) $x_i \geq 0$; $x_j \geq 0$, тогда $x_i + x_j \geq x_i - x_j$
 $2) x_i \geq 0$; $x_j \leq 0$; без пр. доп. $x_i \geq x_j$, докажем
пусть $-x_i - x_j > x_j - x_i$ $x_i - x_j \geq -2x_j \geq 0$; $x_i \leq 0$, докажем
3) $x_i \geq 0$; $x_j \leq 0$; тогда $x_i - x_j \geq x_i + x_j$; $x_i \geq 0$
4) $x_i \leq 0$; $x_j \geq 0$; без пр. доп. $|x_i| \geq |x_j|$, докажем
пусть $x_j - x_i \geq -x_i + x_j$ $0 \geq 0$, докажем.
Таким образом мы доказали для x_i и x_j , аналогично для остальных.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

ZY61-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

доказано №5 продолжение

Аналогично докажем для x_{100} и x_1 , тогда
 $|x_1 - x_2| = (|x_1| + |x_2|) + \dots + |x_{100} - x_1| = (|x_{100}| + |x_1|) \leq 0$, но
 с другой стороны $|x_1 - x_2| \geq 0$, тогда это противоречие
 и S не может быть $< 0,5$; S может быть $0,5$,
 пример:

$$x_1 = 0; x_2 = 0; \dots; x_{99} = 0; x_{100} = 0,5.$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 0; \dots; |x_{99} - x_{100}| = 0; |x_{99} - x_{100}| = 0,5; |x_{100} - x_1| = 0,5,$$

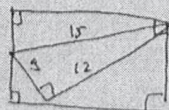
тогда сумма таких модулей $= 1$, и с другой стороны
 $S = (|x_1| + |x_2| + \dots + |x_{100}|) = 0,5$.

Ответ: 0,5.

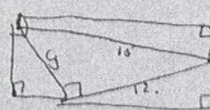


№4 Изначальная баседка Буржуа - прямоугольный
 треугольник со сторонами 9, 12, 15 метров. пойдем, что
 если мы достроим потяг до один новый прямоугольный
 треугольник так, чтобы стороны исходного были катетами нового,
 то в нем же при квадрат начислось не может, т.к. один
 из его углов будет равен $< 90^\circ$, тогда все исходные стороны
 - гипотенузы новых треугольников. Тогда у нас с себя
 2 варианта как построить такой квадрат:

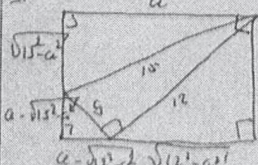
1



2



1



Пусть сторона равна a , тогда

$$a^2 = 36 + \frac{a \sqrt{15^2 - a^2}}{2} + \frac{a \sqrt{15^2 - a^2}}{2} + \frac{a^2 - a \sqrt{15^2 - a^2}}{2}$$

$$= \frac{a \sqrt{15^2 - a^2} + \sqrt{(15^2 - a^2)(a^2 - a^2)}}{2}$$

$$a^2 = \frac{\sqrt{(a^2 - 12^2)(a^2 - 9^2)}}{2} + 36 \quad \text{или с. чр.}$$

Лист 04 из 05



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

2Y61-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

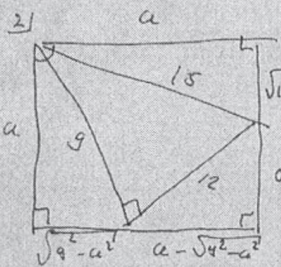
№4 кратчайшим

$$(a^2 - 36)^2 = (a^2 - 12)^2 (a^2 - 15)^2$$

$$a^4 - 72a^2 + 36^2 = a^4 - 15^2 a^2 - (2a^2 + 18)^2$$

$$292a^2 = 82 \cdot 144 \cdot 216$$

$$a = \frac{216 \cdot 144 \cdot 216}{292 \cdot 11} = \frac{16 \cdot 32}{11} = 14 \frac{1152}{11} \text{ м}^2 = S$$



Обозначим сторону квадрата за

$$S = a^2 = 36 + \frac{a \sqrt{15^2 - 9^2}}{2} + \frac{a \sqrt{15^2 - 12^2}}{2}$$

$$a \cdot \sqrt{15^2 - 9^2} + \frac{a \cdot \sqrt{15^2 - 12^2}}{2}$$

$$\frac{(a^2 - 9^2)(a^2 - 15^2)}{2}$$

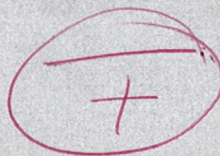
$$(a^2 - 36)^2 = (a^2 - 9^2)(a^2 - 15^2)$$

$$a^4 - 72a^2 + 36^2 = a^4 - 9^2 a^2 - 15^2 a^2 + 15^2 \cdot 36^2$$

$$306a^2 = 99 \cdot 131$$

$$a = \frac{33 \cdot 99 \cdot 131}{306} = \frac{1321}{34} \text{ м}^2$$

$$\text{Ответ: либо } S = \frac{1321}{34} \text{ м}^2 \text{ либо } S = \frac{1152}{11} \text{ м}^2$$



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	МЭИ (Москва)
-------	--------------

№ группы

Место проведения

XR39-91

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Панченко
ИМЯ	Лев
ОТЧЕСТВО	Дмитриевич

Дата рождения	18.12.2012
---------------	------------

Класс:	6
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



N1



Если я спрошу: „Является ли ~~я~~ ~~м~~ ~~я~~ ~~месяцем?~~“, то и мне ответят: „нет“

то я солнышко, но я нехочу быть солнышком, потому что мне ~~ответили~~ ^{ят} нет, а если мне ответят: „да“, то я месяц, но и месяцем я быть не хочу, так как мне ответили да. Значит такой вопрос мы задать не можем, и на вопрос Кузьмы мы ответили нет. Следовательно Кузьма-месяц.

ответ: да, можем.

N2

$$K I T + B O L = L E B$$

$$L = 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

$$B = 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

$$K = 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

$T \neq 0$, потому что „B“ будет равно „L“

„0“ быть не может, потому что при сложении с не „0“ будет переход через десяток

 $\sqrt{2}$

Если „В” — 8

$$\begin{array}{ccccccc} \text{К} & \text{И} & \text{Т} & + & \text{В} & \text{О} & \text{Л} = \text{Л} \text{Е} \text{В} \\ 1 & 9 & & & 8 & 9 & \\ & & & & & & 9 & 8 \end{array}$$

Значит „В” и „К” не „8”

Если „В” — 7

$$\begin{array}{ccccccc} \text{К} & \text{И} & \text{Т} & + & \text{В} & \text{О} & \text{Л} = \text{Л} \text{Е} \text{В} \\ \text{I в. 1} & 9 & 7 & & 8 & & 8 & 7 \\ \text{II в. 2} & 8 & 7 & & 9 & & 9 & 7 \end{array}$$

используем из оставшихся,
но их сумма не

больше 50, так как

„Е + 1” будет равно уже использован-
ным цифрам

$$5 = \underbrace{7 + 4}_{= 2 + 3} = 0 + 5$$

В итоге из вариантов цифра „7” или

„2” были использованы

~~Ответ: К И Т + В О Л = Л Е В~~~~7~~



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

ответы: КИТ + БОЛ = ЛЕВ

709	758	854
159	708	867
129	738	867
739	728	867
208	759	8964
258	709	867
728	719	867
298	719	867

это не все варианты решения
их намного больше)

№3

~~что бы произведение было, как можно
большее надо найти цифру, которая
при умножении на себя давала
наибольший результат, а сумма была на-
именьшей.~~

~~Возьмем цифру~~

~~2 - 2+2~~

~~3 -~~

~~что бы найти цифру число, которое
большее всего подходит под условие
надо взять два числа перемножить
их, и посмотреть сколько и каких
значений получится. Потом перемножить
названные и посмотреть, где произ-
ведение больше, там и так было
подходящее число (см. пример).~~



№3

Пример:

возьмем числа "2" и "3"

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$6 = 3 + 3$$

$$6 = 2 + 2 + 2$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

3-е более подходящее число

возьмем числа "3" и "4"

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 = 3 + 3 + 3 + 3$$

$$12 = 4 + 4 + 4$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 > 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

"3" и "5"

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$15 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$$15 = 5 + 5 + 5$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243 > 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Видим закономерность:

Чем больше число тем оно менее подходящее. Исключение "2" и "3"

Мы выяснили, что "3" самое подходящее число. А теперь надо вывести сколько троек надо, чтобы получить 52.

 $52 : 3 = 17 \text{ (ост } 1)$, то есть вариант, который подойдет больше, это 17 шестидесяти "3" и одна "4"

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3

ответ: все надо представить „52“
в виде суммы шестнадцати преек и
одной четверки.



№7

по

7 преек можно разложить в
строичку и процифровать.

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

Разделить на кучки это проводить
между ними линию. Все можно про-
вести 6 линий, а есть еще раз
разделить на кучки. Также самое с
другими кучками.

Кучи - во
определен
в кучке

сколько раз
можно разделить
на более маленькие
кучки

7	6
11	19
13	12
14	16

В сумме 44 раза можно разделить на
более маленькие кучки.

Король делает 1, 3, 15, 7, ..., 41, 43 ход

Целитничик делает 2, 4, 6, ..., 40, 42, 44 ход

Проигрывает тот кто не может сделать
следующий ход. Последний ходит Целитничик, а
следующий ход не может сделать и король. Значит он проигрывает.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа



N4

Значит он проигрывает.



Ответ: Проигрывает Мышиный Король.

N5

Уточни понять столько слов выписать каждый, надо понять сколько слов можно вычеркнуть буквы. Так как к-во выписанных слов будет равно к-ву способов как можно вычеркнуть буквы. У Барбаса слово из 12 букв.



$$\frac{12 \cdot (12-1)}{2} = 66 \text{ слов выписал Барбас.}$$

У Мурзика слово из 12 букв

$$\frac{12 \cdot (12-1)}{2} = 66 \text{ слов выписал Мурзик}$$

$$66 = 66$$

Значит Мурзик и Барбас выписали одинаковое к-во слов.

Ответ: Нет

равенство количества
букв не даёт
гарантии равенства
количества найденных
слов

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М9F01	МЭИ (Москва)
-------	--------------

№ группы

Место проведения

NE52-89

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Первушина
ИМЯ	Валентина
ОТЧЕСТВО	Михайловна

Дата рождения	06.05.2009
---------------	------------

Класс:	9
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№1
Ответ: можно.

$$\sqrt{5 + 12\sqrt{5} + 4\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{5} + 4\sqrt{(1 + \sqrt{5})^2}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{5} + 4 + 4\sqrt{5}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2}} =$$

$$= \sqrt{5 + 12\sqrt{(2 + \sqrt{5})^2}} =$$

$$= \sqrt{5 + 24 + 12\sqrt{5}} = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} =$$

$$= \sqrt{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2} =$$

$$= \sqrt{(3 + 2\sqrt{5})^2} = 3 + 2\sqrt{5}$$

Далее вычислим $\sqrt{5}$ и получаем
значение искомого данного выражения.
№2 (1)

Пусть объем одного тома = S . $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Избушек потратил $t_1 = \frac{5S}{v} + \frac{5S}{u} = 5S(\frac{1}{v} + \frac{1}{u})$ мин.
Пусть $\underline{H}$ буквоев свел за первую половину X букв.

Применение
к задаче:

Тут $T_k =$

= тогда и только
тогда, когда ...

↑↑↑

+



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Тогда за вторую половину времени
он сбежит $105-x$ букв.

$$\Rightarrow t_2 = \frac{x}{v} + \frac{105-x}{u}$$

причем по условию: $\frac{x}{v} = \frac{105-x}{u} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x = 105 - 4x$$

$$x = \frac{105}{8} \quad \Rightarrow t_2 = 2 \frac{x}{v} = \frac{205}{8}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{205}{8}}{55(\frac{1}{v} + \frac{1}{u})} = \frac{4}{(v+u)(\frac{v+u}{uv})} = \frac{4uv}{(v+u)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} \leq 1, t_2 \leq t_1. \text{ Ответ: } \underline{\text{второй.}}$$

(если $u=v$, то $t_2=t_1$, из чего видно, что одновременно; $t_2=t_1$ тогда $u=v$)

Мы переищем. далее: Пусть погоня
состоит в уловов
клетке А. ~~Продолжим.~~



① Пусть он сбежит
в другую клетку,

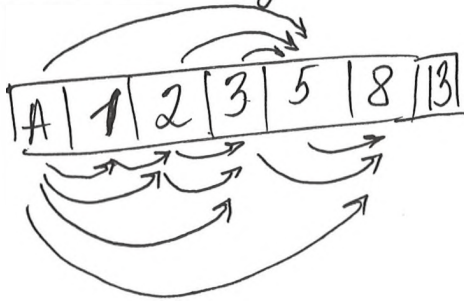
состоящий из 4 клеток. (Важно:
мы не только не знаем ситуацию,
а в целом момент когда момент
окажется в уловов клетке. Он
таже окажется ровно 4 раза, без учета
возвращения в начальную клетку,
поскольку пройдет эту клетку и
5 или 4 клетки. Если нужно будет
вернуться, а для возврата нужно будет
очень в уловов клетке.) ~~Продолжим.~~



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3(2)

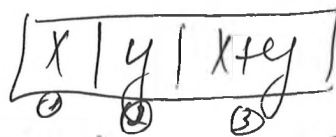
Представим в этой полосе 7 клеток, из которых четыре обязательно должны быть заняты, из А в них.



Полоса
Пусть ~~в~~ ^{покажем} ~~в~~ ^в клетку



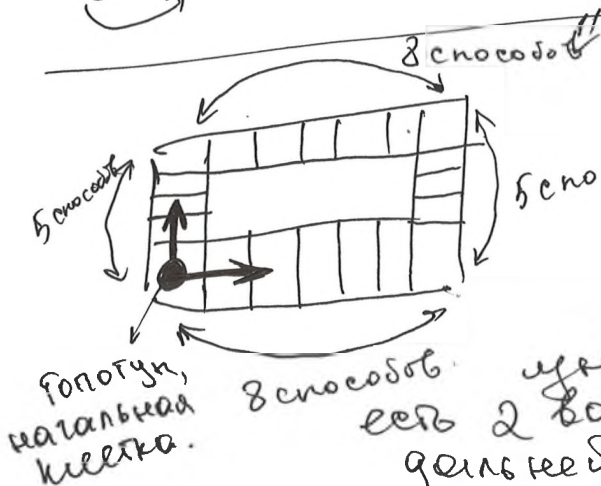
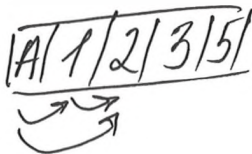
↓



так ~~в~~ ^в клетку ③ можно положить ~~два~~ ^{два} способа: $1+1$ (1) = X способ
или $1+2$ (2) = Y способ
⇒ добраться в ③ клетку: X+Y способ

Если ^(и движется по ней) топуги окажется в полосе из 7 клеток, то попасть в другой конец этой полосы = 13 способ.

А если в условной клетке попасть из 5 клеток, ^(и движется по ней) то = 5 способ.



Значит всего искомых способов

$$2(5 \cdot 2 + 13 \cdot 2) =$$

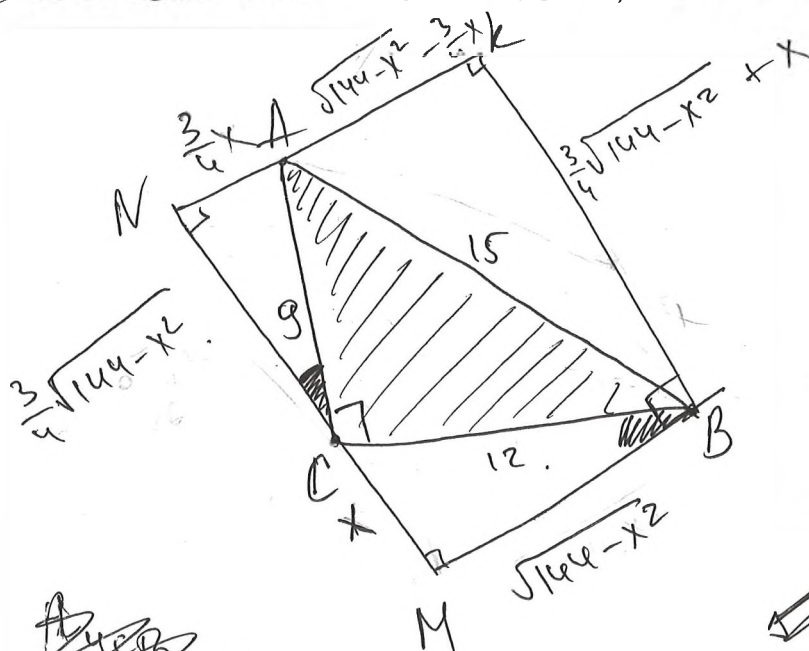
$$2(10 + 26) = 2 \cdot 36 = 72$$

узнаем на два, т.к. изначально у топуги есть 2 варианта выбора направления дальнейшего пути. Ответ: ~~72~~ 72



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Решим $9^2 + 12^2 = 15^2$ по теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике с катетами 9 и 12 и гипотенузой 15.



Пусть $\angle CBM = \alpha \Rightarrow$
 $\angle BCM = 90 - \alpha$.
 (сумм. угл. в $\triangle BCM$)
 $\angle NCA = 180 - 90 - (90 - \alpha) = \alpha$.

$$\sin \alpha = \frac{CM}{12} = \frac{AN}{9}$$

$$AN = \frac{3}{4} CM. \text{ Пусть } CM = x \Rightarrow AN = \frac{3}{4} x$$

$$\cos \alpha = \frac{BM}{12} = \frac{CN}{9} \Rightarrow CN = \frac{3}{4} BM = \frac{3}{4} (12 - x) = \frac{3}{4} (12^2 - x^2) = \frac{3}{4} \sqrt{144 - x^2}$$

По т. Пифагора для $\triangle CMB$.

$$BM^2 = BC^2 - CM^2 \Rightarrow BM = \sqrt{12^2 - x^2} = \sqrt{144 - x^2}$$

$$BN = NM = NC + CM = \frac{3}{4} \sqrt{144 - x^2} + x$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N 412)

Решение:

$$225 = \left(\sqrt{144 - x^2} - \frac{3}{4}x \right)^2 + \left(\frac{3}{4}\sqrt{144 - x^2} + x \right)^2$$

$$144 - x^2 + \frac{9}{16}x^2 - \frac{3}{2}x \cdot \sqrt{144 - x^2} + 81 - \frac{9}{16}x^2 + x + \frac{3}{2}x \sqrt{144 - x^2} =$$

$$= 225$$

$$144 - x^2 + \frac{9}{16}x^2 + 81 - \frac{9}{16}x^2 + x^2 =$$

$$= 225 + \frac{9}{16}x^2 - \frac{9}{16}x^2$$

Пк по условию MNB - квадрат, то
 $NM = MB = \frac{3}{4}\sqrt{144 - x^2} + x = \sqrt{144 - x^2}$

$$x = \frac{1}{4}\sqrt{144 - x^2}$$

$$4x = \sqrt{144 - x^2}$$

$$16x^2 = 144 - x^2$$

$$17x^2 = 144$$

$$x^2 = \frac{144}{17}$$

$MB^2 = 144 - x^2 = \frac{16 \cdot 144}{17} =$

$\Rightarrow S_{MNB} = MN \cdot MB = \frac{1}{2} \cdot \frac{144}{17} = 135 \frac{9}{17}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{144}{17} = 135 \frac{9}{17}$$

Ответ: $135 \frac{9}{17}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

н 5 (1)

$|x_i - x_j| = |x_j - x_i|$. Это позволяет упорядочить числа: $x_1 \geq x_2 \geq x_3 \dots \geq x_{100}$ (т.е. $x_i \geq x_j$ тогда и только тогда, когда $i < j$)

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{99} |x_i - x_{i+1}| + |x_{100} - x_1| =$$

$$= \sum_{i=1}^{99} x_i - x_{i+1} + x_1 - x_{100} =$$

$$= 2x_1 - 2x_{100} = 1$$

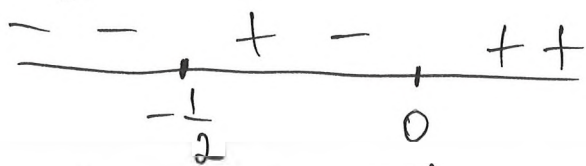
$$x_1 - x_{100} = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + x_{100}$$

$$S = \sum_{i=1}^{100} |x_i| \geq |x_1| + |x_{100}| = \left| \frac{1}{2} + x_{100} \right| + |x_{100}|$$

Докажем, что $\left| \frac{1}{2} + x_{100} \right| + |x_{100}| \geq \frac{1}{2}$

$$\left| \frac{1}{2} + x_{100} \right| + |x_{100}| \stackrel{(?)}{\geq} \frac{1}{2}$$



1) $x \leq -\frac{1}{2}$: $-\frac{1}{2} - x_{100} - x_{100} =$

$$\frac{1}{2} + 2x_{100} \stackrel{(?)}{\leq} -\frac{1}{2}, \text{ что верно, т.к. } x \leq -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} + 2x_{100} \leq \frac{1}{2} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \right) \text{ тогда}$$

2) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 0$: $\frac{1}{2} + x_{100} - x_{100} = \frac{1}{2}$,
 $\frac{1}{2}$ удовл. н-ву: $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$, т.к. $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N5(2)

$$3) x \geq 0: \frac{1}{2} + x_{100} + x_{100} \stackrel{(?)}{\geq} \frac{1}{2}$$

$$2x_{100} \stackrel{(?)}{\geq} 0$$

$$x_{100} \stackrel{(?)}{\geq} 0, \text{ что верно. ч.ч.}$$

Итак: мы доказали, что $S = \sum_{i=1}^{100} |x_i| \geq \frac{1}{2}$.

② Приведу пример на $S = \frac{1}{2}$:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \dots = x_{99} = \cancel{x_{100}} = 0$$

$$x_{100} = -\frac{1}{2}$$

$$0 + \frac{1}{2} \neq 1$$

Тогда $x_i \geq x_j$ тогда ~~так~~ $i < j$,

$$\sum_{i=1}^{99} |x_i - x_{i+1}| \neq |x_{100} - x_1| =$$

$$= |x_{99} - x_{100}| + |x_{100} - x_1| =$$

$$= |-x_{100}| + |x_{100}| = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

⇒ данный пример корректен.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Пример не верен.

(±)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF25-18

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Повжик
ИМЯ	Егор
ОТЧЕСТВО	Родионович

Дата рождения	09.08.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 6 листах

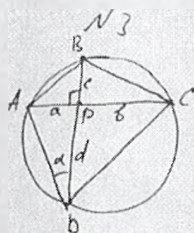
Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$AC \perp BD = P$$

$$AP=a, PC=b, BP=c, DP=d$$

Пусть $\angle ADB = \alpha$. $AD = \sqrt{a^2 + d^2}$. $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}}$

$AB = \sqrt{a^2 + c^2}$. По теор. синусов $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + d^2}}{2a}$$

Тогда площадь круга $S = \pi R^2 = \pi \frac{(a^2 + c^2)(a^2 + d^2)}{4a^2}$

Данные, приведенные в условии некорректны, т.к. если т. P делит хорду на отрезки 1, 4 и 2, 3, то степень точки P отн. кр-ти с одной стороны равна $1 \cdot 4 = 4$, а с другой стороны равна $2 \cdot 3 = 6$, чего быть не может. ✓

Ответ: если ~~хорда~~ хорда делится на отрезки, длины которых a, b и c, d , то $S = \pi \frac{(a^2 + c^2)(a^2 + d^2)}{4a^2}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

Пусть $2023 = a$, тогда $2024^{2026} = (a+1)^{2026}$. По формуле бинома Ньютона получим:

$$(a+1)^{2026} = C_{2026}^0 a^{2026} + C_{2026}^1 a^{2025} + \dots + C_{2026}^{2014} a^2 + C_{2026}^{2015} a + C_{2026}^{2016}.$$

$$\text{Тогда } (a+1)^{2026} \equiv C_{2026}^{2015} a + C_{2026}^{2016} \equiv 2026a + 1 \pmod{a^2}.$$

$$\text{т.е. } 2024^{2026} \equiv 2026 \cdot 2023 + 1 \pmod{2023^2}.$$

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 2026 \cdot 2023 + 1 - 2023^2 \pmod{2023^2}.$$

$$- 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv -2026 + 1 + 2025 \equiv 0 \pmod{2023^2}.$$

Значит, $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$ делится на 2023^2 .

Ответ: да



ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Для определенности будем считать, что топотун скатано идет в правый конец (иначе ситуация зеркальная). Посмотрим на его перемещение, если он стоит в закрашенной клетке



Как-во способов для топотуна пройти всю полосу полностью слева направо всегда одинаковое, поэтому выкинем его из рассмотрения. Будем рассматривать кол-во способов пройти по всей полосе, посетив обязательно определенную клетку (исходную.)



Пронумеруем клетки слева направо $1, 2, \dots, 2025$.

Найдем для каждой клетки i число a_i , которое равно кол-ву способов топотуну добраться до этой клетки стартовав с 1 и двигаясь слева направо. Очевидно, что $a_1 = 1, a_2 = 2$. В клетку i топотун мог попасть из клеток $i-1$ или $i-2$, тогда $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$ (для $i > 2$). Т.е. получается, что пос-ть $a_1, a_2, \dots, a_{2025}$ — простая числа Фибоначчи. Если изначально топотун стоял в клетке i , то способов пройти полосу, как показано (*), будет $a_i + a_{2025-(i-1)} = a_i + a_{2026-i}$.

Пусть у нас есть оптимальный вариант (т.е. с макс. кол-вом способов) для клетки с номером i , где способов $a_i + a_{2026-i}$. Пусть, для определенности $a_i \leq a_{2026-i}$ (иначе все будет аналогично). Тогда попробуем уменьшить i .



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Для $i-1$ способов будет уже:

$a_{i-1} + a_{j+1} = a_{i-1} + a_j + a_{j+1}$, т.к. $a_i \leq a_j$, то $a_{i-1} \leq a_{j+1}$,
тогда $a_i < a_{i-1} + a_{j+1}$, т.е. $a_{i-1} + a_{j+1} > a_i + a_j$, а мы
предполагаем, что для клетки i способов макси-
мальное кол-во. (Если будет $a_i \geq a_j$, будем сдвигать
клетку вправо и кол-во способов также увеличится).

Значит, сдвигая клетку к ближайшей нулю прато
мы всегда увеличиваем кол-во способов, а значит
максимум способов будет в клетках 1 и 2025
(в этих клетках поровну способов очевидно).

Ответ: крайние клетки полосы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

Из всех падающих лучей, через первый встречившийся лучу на пути экран, пройдет только 21% лучей. Через второй экран будет пропущено 21% от прошедших через первый, т.е. $\frac{21^2}{100} \% = 4,41\%$. Получается, что пропущено будет 4,41% сканируемых лучей. Тогда не будет пропущено $100\% - 4,41\% = 95,59\%$

Ответ: 95,59%

неостранные!



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$t = x^2$$

N1.

$$1 + \sqrt{1+8t} - 6\sqrt{t}\sqrt{1-t} = 10t, \text{ если } x > 0$$

$$\sqrt{1+8t} - 6\sqrt{t-t^2} = 10t - 1$$

$$1+8t-6\sqrt{t-t^2} = 100t^2-20t+1$$

$$t \geq 0,1$$

$$4t-3\sqrt{t-t^2} = 50t^2-10t$$

При $t=0,1$ обе части ур-ия равны $-0,5$. Т.е. $t=0,1$ подходит. Тогда подходит для исходного ур-ия

$x = \sqrt{0,1}$, т.е. данное ур-ие имеет по крайней мере корни.

$$1 + \sqrt{1+0,8} - 6\sqrt{0,1}\sqrt{1-0,1} \neq 10$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М5F01	СФУ (Физико-математическая школа СФУ)
-------	---------------------------------------

№ группы

Место проведения

ЭБ30-92

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Погребная
ИМЯ	Элина
ОТЧЕСТВО	Сергеевна

Дата рождения	22.08.2013
---------------	------------

Класс:	5
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~1.

Кто был в гостях	Каким он был в очереди) сколько он находился у кота в гостях					
Иван-Царевич	1) 8 мин	1) 8 мин	2) 11 мин	3) 15 мин	3) 15 мин	2) 12 мин
Крошечка Хаврошечка	2) 11 мин	3) 15 мин	1) 3 мин	1) 3 мин	2) 7 мин	3) 15 мин
Василиса Премудрая	3) 15 мин	2) 12 мин	3) 15 мин	2) 7 мин	1) 4 мин	1) 4 мин
*	34 мин	35 мин	29 мин	25 мин	26 мин	31 мин

* - сколько времени находились в гостях вместе.

Минимальное кол-во времени которое они могли быть в гостях у кота 25 минут, значит:

Ответ: первой нужно рассказать Крошечке Хаврошечке, второй Василисе Премудрой, а третьему Ивану-Царевичу.

~2.

$$\text{КИТ} + \text{ВОЛ} = \text{ЛЕВ} \quad \leftarrow \text{Ответ.}$$

$$109 + 627 = 736$$

как?

~4.

(К - Кира, А - Анфиса)

Если К ^{правильный} ответ на её вопрос должен быть "Нет", тогда среди них не должно быть месяцев, но если правильный ответ "Нет", то К должна быть ~~месяцем~~, значит такого быть не может.

Если К солнышко и правильный ответ на её вопрос должен быть "Да", тогда среди них ~~есть~~ ^{хотя бы} 1 месяц. Если правильный ответ на вопрос К "Да", то она не может быть ~~месяцем~~, значит ~~месяц~~ это А.

Ответ: Кира - житель-солнышко, Анфиса - житель-месяц

~5.

Ответ: Нет, не может.

Потому что в обоих словах 12 букв. В любых двух местах может не быть буквы и на любом месте может стоять любая из оставшихся 10 букв. Например возьмём: ~~и н т е г р а л~~ и ~~и н т е г р а л~~. На каждом месте может стоять любая из 10 оставшихся букв. ~~10 10 10 10 10 10 10 10 10 10~~, перемножим это чтобы найти кол-во вариантов слов.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Потому что в обоих словах 12 букв, а 2 буквы могут быть зачёркнуты в любом месте. Вариантов в каких местах ~~могут~~ ^М могут быть зачёркнуты 2 буквы — 70. Значит из каждого слова может быть можно составить ещё 70 слов. Повторю ответ! *почему одинаково?*

Ответ: Нет, не может.

нз.

Ответ: победит Мышиный король.

Как можно объяснить ответ я не знаю, поэтому расскажу ^{своих} 2^х хода игры, потому что у меня в обоих ^{взял} выиграл Мышиный король.

(МК — Мышиный король, Ш — щелкунчик) (на число над ходом игрока — из какого сундука)

1 ход игры

Ш: $58 - 58 = 0$; МК: $42 - 42 = 0$; МК победил.

а вдруг есть вариант, в котором выигрывает Щелкунчик?

2 ход игры

Ш: $42 - 2 = 40$; МК: $40 - 1 = 39$; Ш: $58 - 8 = 50$; МК: $50 - 10 = 40$; Ш: $39 - 9 = 30$; МК: $40 - 10 = 30$; Ш: $30 - 2 = 28$; МК: $30 - 10 = 20$; Ш: $28 - 1 = 27$; МК: $27 - 1 = 26$; Ш: $20 - 9 = 11$; МК: $20 - 8 = 12$; Ш: $11 - 4 = 7$; МК: $7 - 1 = 6$; Ш: $12 - 1 = 11$; МК: $11 - 1 = 10$; Ш: $6 - 1 = 5$; МК: $10 - 5 = 5$; Ш: $5 - 1 = 4$; МК: $5 - 2 = 3$; Ш: $4 - 2 = 2$; МК: $3 - 1 = 2$; Ш: $2 - 1 = 1$; МК: $2 - 1 = 1$; Ш: $1 - 1 = 0$; МК: $1 - 1 = 0$; МК победил.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

ВА39-44

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Поляков
ИМЯ	Виталий
ОТЧЕСТВО	Сергеевич

Дата рождения	04.11.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

✓1

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$\sqrt{8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} + 1 - x^2} = 10x^2 - 1$$

$$\sqrt{(3x - \sqrt{1-x^2})^2} = 10x^2 - 1$$

$$|3x - \sqrt{1-x^2}| = 10x^2 - 1,$$

$$3x - \sqrt{1-x^2} = 10x^2 - 1, (1)$$

$$3x - \sqrt{1-x^2} = 1 - 10x^2, (2)$$

$$10x^2 - 1 \geq 0; (3)$$

$$(1) \begin{cases} 3x - \sqrt{1-x^2} = 10x^2 - 1 \\ -10x^2 + 3x + 1 = \sqrt{1-x^2} \\ (10x^2 - 3x + 1)^2 = 1 - x^2 \\ -10x^2 + 3x + 1 \geq 0; \end{cases}$$

$$100x^4 - 60x^3 - 10x^2 + 6x = 0;$$

$$-10(x + \frac{1}{5})(x - \frac{1}{2}) \geq 0,$$

$$10x^3(10x - 6) - x(10x - 6) = 0,$$

$$x \in [-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}];$$

$$x(10x^2 - 1)(10x - 6) = 0,$$

$$x \in [-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}];$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ x = \frac{3}{5}, \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \in [-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\sqrt{10}} &\nless \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} &\nless \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{\sqrt{10}}{5} &\nless \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{10}} &\nless \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &\nless \sqrt{10} \end{aligned}$$

Верн. к системе:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = -\frac{3}{5} \\ 10x^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\left| \frac{1}{\sqrt{10}} \right| \vee \left| -\frac{3}{5} \right|$$

$$\frac{1}{\sqrt{10}} \nless \frac{3}{5}$$

$$5 \nless 3\sqrt{10}$$

$$\sqrt{25} \nless \sqrt{30}$$

Ответ: корни урав. $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $x = -\frac{3}{5}$,
среди них есть положительн. $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$.
Макс. по модулю $x = -\frac{3}{5}$,
Мин. по модулю $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

$$(3) 10x^2 - 1 \geq 0,$$

$$x^2 \geq \frac{1}{10}$$

$$x \geq \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$x \leq -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$(2) 3x - \sqrt{1-x^2} = 1 - 10x^2,$$

$$10x^2 + 3x - 1 = \sqrt{1-x^2},$$

$$(10x^2 + 3x - 1)^2 = 1 - x^2,$$

$$10x^2 + 3x - 1 \geq 0;$$

$$100x^4 + 60x^3 - 10x^2 - 6x = 0,$$

$$10(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{5}) \geq 0;$$

$$10x^3(10x + 6) - x(10x + 6) = 0,$$

$$10(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{5}) \geq 0;$$

$$x(10x^2 - 1)(10x + 6) = 0,$$

$$x \in [-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{5}; +\infty)$$

$$x = 0$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

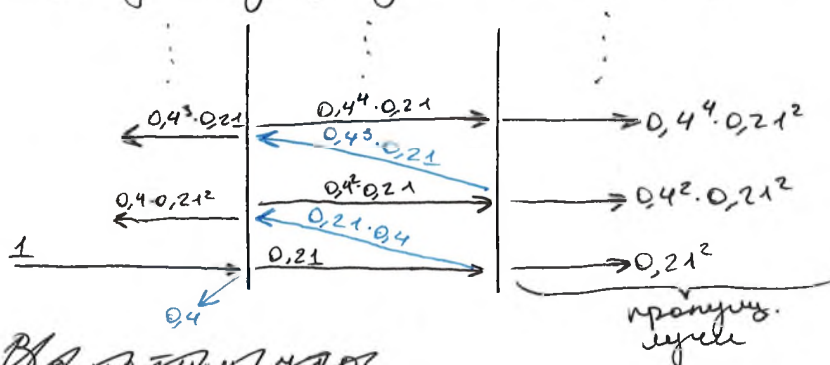
$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{5}; +\infty)$$

$$\begin{cases} x = -\frac{3}{5}, \\ x = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Пусть всего экранов — 1.
Тогда изображение происходящее на рисунке



~~Вывести что~~

Найдем процент пропущенных лучей и выведем из общ. кол-ва. Заметим, что каждый пропущенный луч имеет процент пропущенных через экраны равный $0,4^n \cdot 0,21^2$, где n — кол-во экранов, а $0,21^2$ в этом произв. получается из-за того, что каждый пропущенный луч сначала прошел через 1-ый экран, а потом через 2-ой. (* n — четное, т.к. чтобы луч был пропущен, он должен выйти с "правой" стороны, т.е. либо не экран, либо экран чет. кол-во раз ($n=2; 4; 6; 8; \dots$))

Т.о. надо найти

$$1 - (0,21^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + 0,21^2 \cdot 0,4^6 + \dots) =$$

$$= 1 - 0,21^2 (1 + 0,4^2 + 0,4^4 + 0,4^6 + \dots) =$$

беск. убыв. геом. пр-ва,
ее сумма $\frac{1}{1-0,4^2}$

$$= 1 - 0,21^2 \cdot \frac{1}{1-0,16} = 1 - 0,21^2 \cdot \frac{100}{84} = 1 - \frac{21}{100} \cdot \frac{21}{100} \cdot \frac{100}{84} =$$

$$= 1 - \frac{21}{400} = 1 - \frac{21/4}{100} = 1 - \frac{5,25}{100} = \frac{100-5,25}{100} = \frac{94,75}{100}$$

Т.е. не будет пропущено 94,75% лучей

Ответ: 94,75% (4)



✓5

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \stackrel{?}{=} 2023^2$$

Рассмотрим отдельно каждое слагаемое

$$1) 2024^{2026} = (2024^2)^{1013} = ((2023+1)^2)^{1013} = (2023^2 + 2 \cdot 2023 + 1)^{1013}$$

$$\cancel{2023^2 + 2023} (2023^2 + 2 \cdot 2023 + 1)^{1013} \equiv_{2023^2} (2 \cdot 2023 + 1)^{1013}$$

Вывод Пусть $x = 2 \cdot 2023$, тогда в выраж. $(x+1)^{1013}$ после раскрытия скобок все члены, кроме послед. двух, будут содержать x хотя бы в 2 степ., т.е. x^2 , а значит и на 2023^2 . А последние 2 члена равны $1013x+1$ (коэф. 1013 перед x очев. из теор. Паскаля).

$$\text{Т.е. } \cancel{2 \cdot 2023} (2 \cdot 2023 + 1)^{1013} \equiv_{2023^2} 1013 \cdot 2 \cdot 2023 + 1 \equiv_{2023^2} 2026 \cdot 2023 + 1$$

$$2) 2024 \cdot 2026 = (2025-1)(2025+1) = 2025^2 - 1 = (2023+2)^2 - 1 = 2023^2 + 4 \cdot 2023 + 4 - 1$$

$$2023^2 + 4 \cdot 2023 + 3 \equiv_{2023^2} 4 \cdot 2023 + 3$$

$$3) 2025 \equiv_{2023^2} 2025$$

Итого

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2} 2026 \cdot 2023 + 1 - 4 \cdot 2023 - 3 + 2025$$

$$2026 \cdot 2023 + 1 - 4 \cdot 2023 - 3 + 2025 \equiv_{2023^2} 2026 \cdot 2023 - 4 \cdot 2023 + 2023 \equiv_{2023^2}$$

$$\equiv_{2023^2} 2023(2026 - 4 + 1) \equiv_{2023^2} 2023^2 \equiv_{2023^2} 0 \Rightarrow \text{иск. числ. } : 2023^2$$

Ответ: Да, верно.

Дано: ω -окр., AC, BD - хорды, $AC \perp BD$, $AC \cap BD = O$, $AO = 1$, $OC = 4$, $BO = 2$, $OD = 3$ Найти: S_{ω} - ?

Решение.

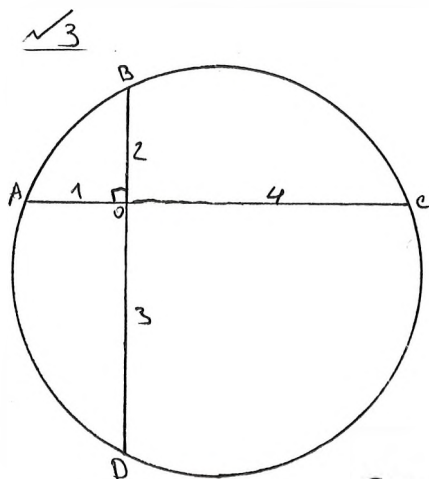
1. По св-ву пересек. хорд:

$$AO \cdot OC = BO \cdot OD$$

$$1 \cdot 4 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 3$$

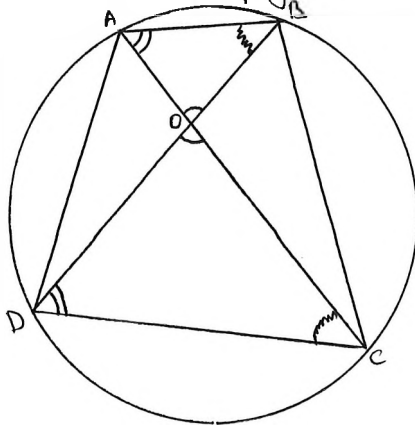
противоречие!!!

Это св-во хорд явл. общепринятым фактом

2. условие задачи сам. противореч. $\Rightarrow$ решить задачу невозможно



Для убедительности своих слов приведу док-во
св-ва хорд.



Дано: ω - окр-ть, AC и BD - хорды,

$$AC \cap BD = O$$

$$\text{Д-ть: } AO \cdot OC = BO \cdot OD$$

Док-во:

1. $\angle AOB = \angle BOC$ как верт.

2. Четырехуг. $ABCD$ впис. в $\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по св-ву впис. четырехуг.

$$\angle CDB = \angle CAB \text{ (т.к. опир. на } \widehat{BC})$$

$$\angle ACD = \angle ABD \text{ (т.к. опир. на } \widehat{AD})$$

3. $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ по 3 углам

из подоб. $\frac{AO}{DO} = \frac{OB}{OC} \Rightarrow AO \cdot OC = DO \cdot OB$ н.т.д. ⊕

Т.о. условие задачи некорректно и её невозможно решить.

✓4

Переформулир. задачу не указывая общности.

Рассмотрим ~~путь~~ полосу длиной 4049

в которой надо обяз. пройти через 2025-ю клетку

т.о. кол-во способов добраться до ~~2025-й~~ 2025

клетки до 4049 фиксир. и неизм. где надо

рассматр. как полосу

Значит ищем как клет. среди первых 2025

Точнее надо пройти из клетки n в 2025-ю,

затем обратно из 2025-ой в 1-ую и затем из 1-ой в n .

Его путь выйдет так:



Т.е. на втором этапе при любом

n кол-во способов будет неизм.

Значит нам достаточно искать

макс. кол-во спос. добраться

из 1-ой в n -ю и перемножить с

кол-вом спос. из n -ой в 2025-ю.

Поскольку мы ~~то~~ можем двигаться лишь на +1

и на +2, то на первом этапе кол-во спос.

задается рекуррентно ф-лой $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ при

начальных $a_1 = a_2 = 1$ ($a_2 = 1$, т.к. в 2-ую клет. можно сд. спос. попасть из 1-ой)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

На 2-ом этапе формула

На 2-ом этапе тоже ф-ла $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$,
но изнач. нач. явл. $a_n = a_{n+1} = 1$

Т.е. на каждом этапе число спос. явл.
числом Фибоначчи, т.к. получ. из суммы двух
предыдущ. при первом нач. числах 1 и 1.

Переформулируем задачу

$n = ?$, $f_n \cdot f_{2025-n+1} = \max$, где f_i - число Фиб. с номером i
 $n \leq 2025$
поиск макс. значения, т.к. клетка n
участ. в обоих этапах

$f_n \cdot f_{2025-n}$ будет совп. при

$n=1$ и $n=2025$
 $n=2$ и $n=2024$
 $n=3$ и $n=2023$

$\vdots$
 $n=1012$ и $n=1014$

Значит, при $n=1013$ достиг. макс. ст-ти по
к-ого все симметрично.

Если рассм. на меньших знач., то макс.
дост. при $n=1$.

Индукция $f_n \cdot f_{k-n}$ по k

База: $k=3$, очев. что при $n=1$ макс.
шаг: $k=i$: $f_n \cdot f_{i-n}$ - верно

Переход $k=i+1$ $f_n \cdot f_{i-n+1}$ - верно т.к.

$f_{i-n+1} > f_{i-n}$, а $f_n = 1$

т.е. д.

?

Ответ: при начале в 1-ой клетке

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	МЭИ с использованием ВКС
--------	--------------------------

№ группы

Место проведения

VF36-32

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Понеделько

ИМЯ _____ Никита

ОТЧЕСТВО _____ Александрович

Дата рождения _____ 18.08.2007

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 8 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

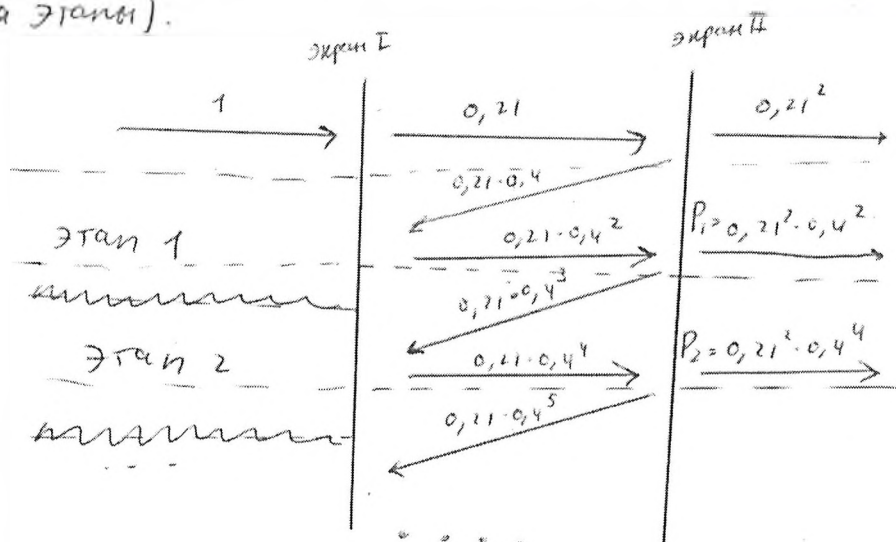
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

1) Обозначим полное контактное излучение 39 единиц.

Представим, что процесс происходит не мгновенно (разделим
мгновенно на этапы).



Докажем, что величина прошедшего света экраном II на
этапе II $P_{II} = 0,21 \cdot 0,4^{27}$ по индукции.

База: для этапа 1 $P_i = 0,21^2, 0,4^2$ - верно.

Предположим: $P_n = 0,21^2 \cdot 0,4^n$ где $\forall n \leq k$

Перенос: $P_{K-1} = 0,21^2 \cdot 0,4^{2K}$ по предположению индукции.

Тогда экран II отражает на ~~этом~~ ~~этапе~~ ~~к-м~~ ~~этапе~~
следующим этапе $0,21 \cdot 0,4^{2k+1} \Rightarrow$ экран I отражает
на ~~этом~~ ~~к-м~~ ~~этапе~~ $0,21 \cdot 0,4^{2(k+1)} \Rightarrow$ экран II
пропускает на ~~к-м~~ ~~этапе~~ $P_k = 0,21^2 \cdot 0,4^{2(k+1)}$

Тогда всего пропускается первых экранов $0,21^2 + S$, где
~~Всего~~ $S = P_1 + P_2 + \dots = 0,21^2 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + 0,21^2 \cdot 0,4^6 + \dots$ ~~всего~~

~~Умножив прогрессию~~ $Tong\ a_{0,21^2} S =$
 $= 0,21^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^2 + 0,21^2 \cdot 0,4^4 + 0,21^2 \cdot 0,4^6 + \dots$ — сумма геометрической прогрессии.

$$3_{\text{max}} \sigma_{212}^2 S = 0,21^2 \cdot \frac{1}{1-0,4^2} = \frac{0,21^2}{1-0,4^2} = \frac{21^2}{10^4-40^2} = \frac{441}{8400} \text{ p.}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение).

Всего пропущено $\frac{441}{8400}$ излучение $\Rightarrow$ не пропущено

$$1 - \frac{441}{8400} = \frac{8400 - 441}{8400} = \frac{7959}{8400} = \frac{379}{400} = 0,9475.$$

0,9475 это 94,75 процента от единицы $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ не будет пропущено 94,75 %

Ответ: 94,75 %

(4)

№1

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2$$

$$\sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2 - 1 \Rightarrow 10x^2 - 1 \geq 0, \text{ возведем в квадрат:}$$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 20x^2 + 1$$

$$6x\sqrt{1-x^2} = -100x^4 + 28x^2.$$

Рассмотрим $x=0$: $1 + \sqrt{1+8 \cdot 0 - 6 \cdot 0 \cdot \sqrt{1-0}} = 2 \neq 10 \cdot 0 \Rightarrow$ рассмотрим $x \neq 0$

$$6\sqrt{1-x^2} = -100x^3 + 28x \Rightarrow 28x - 100x^3 \geq 0 \quad (7x - 25x^3 \geq 0)$$

Возведем в квадрат: получим на 2:

$$3\sqrt{1-x^2} = -50x^3 + 14x, \text{ возведем в квадрат:}$$

$$9(1-x^2) = 2500x^6 - 1400x^4 + 196x^2$$

$$0 = 2500x^6 - 1400x^4 + 205x^2 - 9$$

Пусть $t = 5x^2$ ($t \in [0; 5]$, т.к. $x \in [-1; 1]$)

$$0 = 20t^3 - 56t^2 + 41t - 9$$

$$0 = (t - \frac{1}{2})(20t^2 - 46t + 18) \quad | : 2$$

$$0 = (t - \frac{1}{2})(10t^2 - 23t + 9) \quad "$$

$$0 = (t - \frac{1}{2})(t - \frac{1}{2})(t - 1,8)$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжение)

$$0 = \left(+ - \frac{1}{2}\right)^2 (+ - 1,8) = \rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x^2 = \frac{1}{2} & (1) \\ 5x^2 = 1,8 & (2) \end{cases}$$

$$1) 5x^2 = \frac{1}{2}, \quad x^2 = 0,1 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{10}}{10} \\ x = -\frac{\sqrt{10}}{10} \end{cases} \quad \text{в обоих случаях } x^2 = 0,1$$

подставим в ур-е: $1 + \sqrt{1 + 0,8 - 6x \sqrt{1 - 0,1}} = 3$

$$\sqrt{1,8 - 6x \sqrt{0,9}} = 0$$

$$\sqrt{1,8 - 6x \frac{1,8}{\sqrt{10}}} = 0$$

при $x = \frac{\sqrt{10}}{10}$: $-x \frac{1,8}{\sqrt{10}} = -\frac{1,8}{10} = -0,18 \Rightarrow \sqrt{1,8 - 1,8} = 0$,

подходит и удовлетворяет, при $x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

$$-x \frac{1,8}{\sqrt{10}} = 1,8 \Rightarrow \sqrt{1,8 + 1,8} \neq 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$2) 5x^2 = 1,8 \Rightarrow x^2 = 0,36 \Rightarrow x = \begin{cases} 0,6 \\ -0,6 \end{cases}$$

подставим в исходное ур-е: $1 + \sqrt{3,88 - 6x \sqrt{0,64}} = 3,6$ (при $x = 0,6$ или $x = -0,6$)

$$\sqrt{3,88 - 4,8x} = 2,6 \Rightarrow 0$$

$$3,88 - 4,8x = 6,76$$

$$-4,8x = 2,88 \Rightarrow x = -0,6$$

только не подходит

$$2,6 = \sqrt{6,76} \Rightarrow \text{при } x = 0,6$$

$$\sqrt{3,88 - 4,8 \cdot 0,6} < \sqrt{3,88} < \sqrt{6,76} \Rightarrow 0,6 \text{ не подходит}$$

при $x = -0,6$: $\sqrt{3,88 + 4,8 \cdot 0,6} = \sqrt{3,88 + 2,88} = \sqrt{6,76} \Rightarrow \text{подходит}$

Значит корни исходного ур-я это $\left\{-0,6; \frac{\sqrt{10}}{10}\right\}$.

$$\frac{\sqrt{10}}{10} > 0 \Rightarrow \text{есть корень положительный}; \quad |-0,6| = \frac{6}{10} > \frac{\sqrt{10}}{10} = \left|\frac{\sqrt{10}}{10}\right|$$

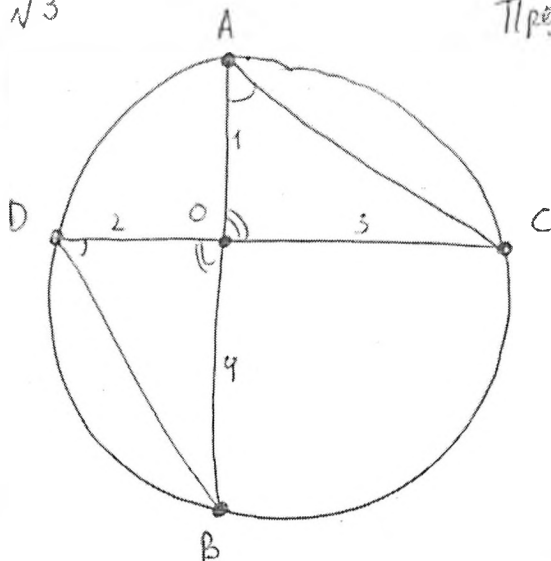
$$(6^2 = 36 > 10 = (\sqrt{10})^2) \Rightarrow \text{больший по модулю это } -0,6, \text{ меньший } \rightarrow \text{это } \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Ответ: имеет: $\left\{-0,6; \frac{\sqrt{10}}{10}\right\}$; $\frac{\sqrt{10}}{10} > 0$; так модуль $y = 0,6$, мин модуль $y = \frac{\sqrt{10}}{10}$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Предположим, что ситуация в задаче возможна.

Пусть точка пер-я хорд - точка O. Первая хорда - отрезок AB, причем $AO = 1$, $BO = 4$.

Вторая хорда - отрезок CD, причем $CO = 3$, $DO = 2$.

Четырехугольник ACBD вписанный $\Rightarrow \angle BDC = \angle BAC$.

$\angle DOB = \angle AOC$ как вертикальные. $\Rightarrow \triangle AOC \sim \triangle DOB$
по 2-м углам $\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{DO}{BO}$, т.е. $\frac{1}{3} = \frac{2}{4} !?$

Противоречие $\Rightarrow$ ситуация, описанная в задаче, невозможна.

Ответ: $\emptyset$, ситуация, описанная в условии, невозможна.





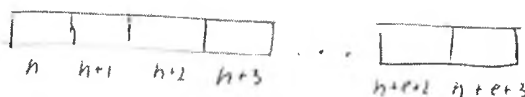
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4

Пронумеруем клетки:



обозначим за A_k - число возможных путей той же длины, которыми топотун может добраться улит, а F_k - число способов добраться по прямой в 1-ю сторону из k -й одной клетки в другую, если разность номеров клеток n - k .

Рассмотрим F_{k+3} :

НУЖНО топотун идет слева направо. Тогда:

а) либо первый ход он прыгнул на 1-ю клетку и осталось F_{k+2} способа добраться

б) либо первый ход прыгнул на 2-ю клетку и осталось F_{k+1} способа добраться.

$$\Rightarrow F_{k+3} = F_{k+1} + F_{k+2} > F_{k+2} \quad (\text{ясно, что } F_i > 0 \text{ при } i > 0)$$

Рассмотрим случаи номера клетки: 1, 2025, или не эти.

1) Пусть $k \in [2; 2024]$. Тогда топотун мог сначала пойти налево, или сначала направо $\Rightarrow$

$$\Rightarrow A_k = \underbrace{(F_{k-1} + F_{2024} + F_{2025-k})}_{\text{1-й вариант}} + \underbrace{(F_{2025-k} + F_{2024} + F_{k-1})}_{\text{2-й вариант}}$$

$$= 2(F_{k-1} + F_{2024} + F_{2025-k})$$

Заметим, что $A_k = A_{2026-k}$ (они симметричны (клетки)) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~можно~~ рассмотрим только $k \in [2; 1013]$, noting that

$$A_k = A_{2026-k}.$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

$$[m, n] \in [2; 1013]$$

Рассмотрим 2 разные сетки m и n , причем $m > n$.

Докажем, что $A_m < A_n$.

$$A_m < A_n.$$

$$2(F_{m-1} + F_{2024} + F_{2025-m}) < 2(F_{n-1} + F_{2024} + F_{2025-n})$$

$$F_{m-1} + F_{2025-m} < F_{n-1} + F_{2025-n}$$

$$F_{m-1} + F_{2025-m} < F_{n-1} + F_{2024-n} + F_{2023-n}$$

$$m \leq 1013 \Rightarrow 2m \leq 2026 \Rightarrow m-1 \leq 2025-m,$$

$$\text{Но } m \neq n, m, n \in [2; 1013] \Rightarrow m \leq 1012 \Rightarrow 2m \leq 2024 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m-1 \leq 2025-m, \text{ при этом } m > n \Rightarrow 2025-m < 2024-n,$$

$$m-1 \leq 2025-m \leq 2023-n$$

$$\Rightarrow n \leq 1012, 2024-n \geq 1012, 2025-m \leq 1012 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{2024-n} \geq F_{2025-m}. (1)$$

Докажем, что $F_{m-1} < F_{n-1} + F_{2023-n}$.

$$\text{если } n \leq 1011, \text{ то } F_{2023-n} \geq 1012 \geq m-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{2023-n} > F_{m-1}. \text{ если } n \geq 1012, \text{ то } n=1012, \text{ т.к.}$$

$$n < m \leq 1013. \Rightarrow$$

$$F_{2023-n} + F_{n-1} = 2F_{1011}.$$

$$\text{если } m \leq 1012, \text{ то } F_{m-1} \leq F_{1011} < 2F_{1011} = F_{2023-n} + F_{n-1},$$

$$\text{если } m=1013, \text{ то } F_{m-1} = F_{1012} = F_{1011} + F_{1010} =$$

$$= F_{1011} + (F_{1011} - F_{1009}) < 2F_{1011} = F_{2023-n} + F_{n-1}. \text{ Значит}$$

$$\text{при } m > n; m, n \in [2; 1013] \quad A_m < A_n \Rightarrow$$

We To go to



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение 2)

$\Rightarrow$ 43 клетки $\{2, 2024\}$ максимальное число способов в
расширенных клетках $2, 2024$.

2) Пусть $k = 1$ или $k = 2025$ ($A_1 = A_{2025}$). Заметим, что
вариант всего 1 (по максимальному направлению) — от
соседней границы, затем назад $\Rightarrow$

$$\Rightarrow A_1 = A_{2025} = 2 F_{2024} < 2(F_{2024} + F_{k-1} + F_{2025-k})$$

при $k \neq 1, k \neq 2025 \Rightarrow A_1, A_{2025} < A_k$ при $k \neq 1, 2025$.

Значит наибольшее число способов у топотуна
будет, если он находится в клетке 2 или 2024.

Ответ: в клетке №2 или клетке №2024.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

Обозначим число из условия за A .

$$A = 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025.$$

1) Рассмотрим число 2024^{2026} :

$$2024^{2026} = (2023+1)^{2026} = \underbrace{(2023+1)(2023+1)\dots(2023+1)}_{2026}.$$

Возьмем $x = 2023$. Тогда $2024^{2026} = (x+1)^{2026}$,Рассмотрим это как многочлен от x . Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые. Все слагаемые будут иметь вид $C_{2026}^n \cdot x^n$ (по формуле Ньютона).Значит все слагаемые с $n \geq 2$ делятся на 2023^2 , т.к. $x = 2023$. Тогда, если вынести за скобки 2023^2 для всех таких слагаемых, получим: $2024^{2026} = 2023^2 \cdot K + C_{2026}^1 \cdot x + C_{2026}^0 \cdot 1 =$

$$= 2023^2 \cdot K + 2026x + 1 = 2023^2 \cdot K + 2026 \cdot 2023 + 1 =$$

$$= 2023^2 \cdot K + (2023+3) \cdot 2023 + 1 = 2023^2 \cdot K + 2023^2 + 3 \cdot 2023 + 1 =$$

$$= 2023^2(K+1) + 3 \cdot 2023 + 1 \quad (K \in \mathbb{Z}), \text{ т.е.}$$

$$2024^{2026} = 2023^2(K+1) + 3 \cdot 2023 + 1, \text{ значит } 2024^{2026} \equiv 3 \cdot 2023 + 1 \pmod{2023^2}$$

$$\text{Тогда } A \equiv 3 \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 \pmod{2023^2}, \text{ при этом}$$

$$2024 \cdot 2026 = (2023+1)(2023+3) = 2023^2 + 4 \cdot 2023 + 3 \equiv 4 \cdot 2023 + 3 \pmod{2023^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \equiv 3 \cdot 2023 + 1 - 4 \cdot 2023 - 3 + 2025 \pmod{2023^2} = -2023 + 1 - 3 + 2025 = 0,$$

$$A \equiv 0 \pmod{2023^2} \Rightarrow A : 2023^2 \Rightarrow \text{га, верно.}$$

Ответ: га.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	МЭИ (Москва)
-------	--------------

№ группы

Место проведения

XR39-40

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Ребик
ИМЯ	Глеб
ОТЧЕСТВО	Алексеевич

Дата рождения	01.02.2013
---------------	------------

Класс:	6
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



N1

Вопросник

Если Кузьма был бы солнышком, его народ спросил бы: «Является ли Кузьма Вопросник-месецедем?» то и любой ^{бы} ответил: «да» что должно являться правдой, хотя Кузьма Вопросник является солнышком, а не месецем, значит Кузьма Вопросник не солнышко поскольку тогда условия задачи ~~намажутся~~ он и месецу тоже, что не может быть.

Если Кузьма был бы месецем, его народ спросил бы: «Является ли Кузьма Вопросник-е меседем», поскольку у него народ месецев мы ответим «нет», значит Кузьма солнышко, хотя Кузьма меседе-Кузьма Вопросник не меседе, поскольку тогда он и солнышко тоже, что не может быть.

Кузьма Вопросник не может быть ни месецем, ни солнышком, значит на его вопрос можно ответить только «нет», это значит что он меседе.

Ответ: ~~да~~ то есть да мы можем определить его тип. Его тип меседе.

N2

$$\begin{array}{r} KUT \\ + BOA \\ \hline AEB \end{array}$$

$$KUT = AEB - BOA$$

$$KUT = A \cdot 100 + E \cdot 10 + B - B \cdot 100 - O \cdot 10 - A$$

$$KUT = 99(1-B) + 10(E-O) - A$$

$$T=1$$

$$K=9 \Rightarrow B=0$$

$$\begin{array}{r} 9 \ 3 \ 1 \\ + 0 \ 4 \ 9 \\ \hline 9 \ 8 \ 0 \end{array}$$

И и О - любые цифры
но $I+O < 10$
(допустим $I=4, O=3$)

$$\begin{array}{r} KUT \\ + BOA \\ \hline AEB \end{array}$$

$$T=4$$

$$K=6 \Rightarrow B=0$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 4 \\ + 3 \ 2 \ 9 \\ \hline 9 \ 8 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 4 \\ + 3 \ 2 \ 9 \\ \hline 9 \ 8 \ 3 \end{array}$$

Ответ: $K=6, I=4, T=4, B=0, O=2, E=8$

$K+B < 10$ поскольку все их сумма будет равна 10 или больше 10 то получится перенос знака

$T+A > 10$ поскольку 1 может быть больше 9, а в сумме они дают 10

$$\begin{array}{r} KUT \\ + BOA \\ \hline AEB \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 5 \ 4 \\ \hline 4 \ 8 \ 1 \end{array}$$

$$T+A=10+B$$

$$K+B=1$$

$$T+K+B=10+B$$

$$T+K=10$$

Варианты

$$\begin{array}{l} 1+9=10 \\ 2+8=10 \\ 3+7=10 \\ 4+6=10 \\ 5+5=10 \\ 6+4=10 \\ 7+3=10 \\ 8+2=10 \\ 9+1=10 \\ 10+0=10 \end{array}$$



N2

Если $T+A < K+B < 10$ поскольку их сумма будет равна 10 или больше 10, то получится четырёхзначное число, хотя у нас три знака.

Если $T+A > 10$ поскольку A почти больше B (или равно B), а в сумме $1+T$ они получают в единицах B .

$$\begin{array}{r} KUT \\ + BOL \\ \hline 1EB \end{array}$$

$$\begin{array}{l} T+A=10+B \\ K+B=1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} T+K+B=10+B$$

$$T+K=10$$

возьмём варианты

$$T=2$$

поскольку их сумма < 10
 $K=8$ ($B=1$ или $B=0$)
 (возьмём $B=1$)

$$\begin{array}{r} 8 \ 3 \ 2 \\ + 1 \ 4 \ 9 \\ \hline 9 \ 8 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} KUT \\ + BOL \\ \hline 1EB \end{array}$$

варианты:

$$T=4, K=6$$

$$T=1, K=9$$

$$T=2, K=8$$

$$T=3, K=7$$

$$T=4, K=6$$

$$T=6, K=4$$

$$T=7, K=3$$

$$T=8, K=2$$

$$T=9, K=1$$

↑
 тут И и О

любые цифры

(пусть $И=3, О=4$)сумма которых < 9

(крае 8, 1, 9, 2)

↑
 (эти цифры были уже использованы в ребусе.)

поскольку если их сумма будет 9 и больше то к сумме добавится 1 и больше (составит 10) но в этом варианте ребуса 9, то получится четырёхзначное число, что не может быть.

Ответ: $832+149=981$

N5

Допустим всё указанное получается n вариантов.

У Барбаса 2 "1" стоят рядом а это значит что 10 вариантов будут повторяться (допустим есть 11 и 12 в слове, когда мы уберём 11 и 12 это будет тоже самое если мы уберём 12 и 11.)

П П ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ

Это значит что у Барбаса n-10 вариантов, а у Мурзика n вариантов.

$n > n-10$ (мы убрали 10 вариантов, потому что краё двух 1 в слове параллельный есть 10 букв)

Ответ: да, у Мурзика получится больше слов.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Сначала посмотрим через сколько ходов получимся разбить:

7-6 ходов

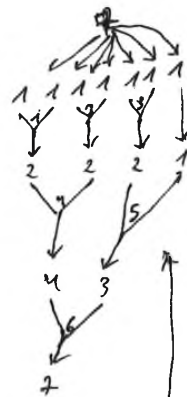


11-10 ходов

13-12 ходов

17-16 ходов

всего - 44 хода показаны





N3

$$52 = 26 + 26$$

$$82 = 14 + 14 + 14$$

$$14 \cdot 14 \cdot 14 = 2744$$

$$26 \cdot 26 = 676$$

$$2744 > 676$$

Можно заметить что произведение меньших чисел или сумма, но ^{большая} в количестве больше произведений ^{большая} из сумм или чисел, но меньших в количестве.

Из этого вывода эти выводы можно вывести.

$$2^{26} = 4^{13} = 8 \cdot 16 \cdot 4 = 64 \cdot 4 = 4096 \cdot 4$$

Разделим 52 на 26 двоек (мы взяли двойки, потому что произведение 1 и двоек точно меньше.)

Ответ: она может разделить на 2 и ^{на 2} степени являющаяся степенью двойки.

почему это будет
МАКСИМАЛЬНОЕ процверение?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

ВА39-30

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Руденко

ИМЯ _____ Алиса

ОТЧЕСТВО _____ Станиславовна

Дата рождения _____ 28.08.2007

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 5 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны, листа в рамке справа

25. Будем доказывать, что $2024^{2026} + 2025 \equiv 2024 \cdot 2026$
(Знаешь $a \equiv b$ означает что число a и число b сравнимы по модулю k)

$$2024^2 \equiv (2023+1)^2 \equiv 2023^2 + 2 \cdot 2023 + 1 \equiv 2 \cdot 2023 + 1$$

$$2024^{2026} \equiv (2024^2)^{1013} \equiv (2 \cdot 2023 + 1)^{1013}$$

$$(2 \cdot 2023 + 1)^{1013} = \sum_{k=0}^{1013} C_{1013}^k (2 \cdot 2023)^k \cdot 1^{1013-k} \text{ - формула Ньютона}$$

Тогда для $k \geq 2$ соответствующее слагаемое будет кратно 2023^2 . Тогда:

$$(2 \cdot 2023 + 1)^{1013} \equiv C_{1013}^0 \cdot 1 + C_{1013}^1 \cdot 2 \cdot 2023 \equiv 1 + 1013 \cdot 2 \cdot 2023 \equiv 1 + 2026 \cdot 2023$$

Вернемся к исходному равенству:

$$2024^{2026} + 2025 \equiv 1 + 2026 \cdot 2023 \equiv 2024 \cdot 2026$$

$$1 + 2025 \equiv 2026(2024 - 2023) \equiv 2026 \text{ - верно } \Rightarrow$$

$$2024^{2026} + 2025 \equiv 2024 \cdot 2026 \Rightarrow 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv 0$$

$\Rightarrow 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 : 2023^2$ - то есть вопрос, заданный в условии верен.

Ответ: да, верно.

21. $\sqrt{1-x^2}$ - имеет смысл $\Rightarrow |x| \leq 1$

$$\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2-1 \Rightarrow 10x^2-1 \geq 0 \quad |x| \geq \frac{1}{10}$$

$$1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 20x^2 + 1$$

$$-6x\sqrt{1-x^2} = 100x^4 - 28x^2$$

$$6x\sqrt{1-x^2} = 28x^2 - 100x^4 \quad | : x, x \neq 0 \text{ т.к. } |x| \geq \frac{1}{10}$$

$$6\sqrt{1-x^2} = x(28-100x^2) \quad (^2, x(28-100x^2) \geq 0$$

$$36(1-x^2) = x^2(784-5600x^2-10000x^4)$$

$$10000x^6 - 5600x^4 + 820x^2 - 36 = 0 \quad | : 4$$

$$2500x^6 - 1400x^4 + 205x^2 - 9 = 0$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$\text{№2. } \text{крог. } t = x^2$$

$$2500t^3 - 1400t^2 + 205t - 9 = 0$$

$$(t - \frac{1}{10})(2500t^2 - 1150t + 90) = 0$$

$$2500t^2 - 1150t + 90 = 0$$

$$250t^2 - 115t + 9 = 0$$

$$D = 13225 - 900 = 4225 = 65^2$$

$$t_{1,2} = \frac{115 \pm 65}{500} \quad t_1 = \frac{180}{500} = \frac{18}{50} = 0,36$$

$$t_2 = \frac{50}{500} = \frac{1}{10}$$

$$t = x^2 = 0,36 \quad x = \pm 0,6$$

$$t = \frac{1}{10} = x^2 \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Проверка: $x = -0,6$: $1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 0,36 + 6 \cdot 0,6} \sqrt{1 - 0,36} = 1 + \sqrt{1 + 2,88 + 3,6} \sqrt{0,64} =$
 $1 + \sqrt{3,88 + 3,6 \cdot 0,8} = 1 + \sqrt{3,88 + 2,88} = 1 + \sqrt{6,76} = 1 + 2,6 = 3,6 = 10 \cdot 0,36$ - верно

$x = 0,6$: $1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 0,36 - 6 \cdot 0,6} \sqrt{1 - 0,36} = 1 + \sqrt{3,88 - 2,88} = 1 + 1 = 2 = 10 \cdot 0,2$ - не верно

$x = +\frac{1}{\sqrt{10}}$: $1 + \sqrt{1 + \frac{8}{10} - \frac{6}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{10}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{10} - \frac{6}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{8}{10} - \frac{18}{10}} = 1 + 0 =$
 $1 = 10 \cdot \frac{1}{10}$ - верно.

$x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$: $1 + \sqrt{1 + \frac{8}{10} + \frac{6}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{26}{10}} = 10 \cdot \frac{1}{10} = 1$ - не верно.

Получили корни $x = -0,6$ и $x = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, то есть, отбросив
на первый вопрос, корни есть и среди них есть
положительный.

$$0,6 \vee \frac{\sqrt{10}}{10} \quad 1 \cdot 10$$

$$6 \vee \sqrt{10}$$

$6 > \sqrt{10}$, то есть $|-0,6| > |\frac{\sqrt{10}}{10}| \Rightarrow$ максимальный по
модулю корень это $x = -0,6$, минимальный по
модулю - $x = \frac{\sqrt{10}}{10}$

+



14. $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ — посл-ть Фибоначчи где $F(1)=1, F(2)=2$.
 Решим задачу (кол-во способов переместиться) когда монотоник должен переместиться
 на n клеток, двигаясь только в одном направлении.
 Для $n=1$ кол-во способов равно 1 (только на 1)
 $n=2$ кол-во способов равно 2 (один прыжок на 2 или два на 1)
 будем доказывать что для некоторого n кол-во способов
 равно $F(n)$. Действительно, если монотоник сделал
 последний прыжок на 1 то кол-во способов равно
 $F(n-1)$, а если на 2 то $F(n-2)$. Тогда $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$
 что удовлетворяет ранее написанному.
~~15~~ Пусть $k \in \mathbb{N}$ $k \leq 2024$. Тогда кол-во способов
 монотоник переместиться в один край доски а потом
 в другой равно: $F(2024) \cdot F(k) + F(2024-k) \cdot F(2024)$, т.к.
 он может переместиться на k клеток (кол-во клеток до
 одного края доски) а потом до другого края он
 перемещается на 2024 клеток то есть $F(2024)$ способам.
 Или он может сначала переместиться до другого
 края, до которого $2024-k$ клеток, $F(2024-k)$ способами, и
 потом до следующего края.
 Хотим найти ~~то~~ максимальное значение $F(2024)F(k) +$
 $F(2024)F(2024-k) = F(2024)(F(k) + F(2024-k))$ т.к. $F(2024) = \text{const}$
 то будем максимизировать $(F(k) + F(2024-k))$
 Пусть, не умаляя общности, $k \geq 2024-k$. ($k \geq \frac{2024}{2}$)
 Хотим доказать что $F(k) + F(2024-k) \geq F(k-1) + F(2024-k+1)$
 $F(k-1) + F(k-2) + F(2024-k) \geq F(k-1) + F(2024-k) + F(2024-k-1)$
 $F(k-2) \geq F(2024-k-1)$
 $k-2 \geq 2024-k-1$ — верно для всех k , кроме $k=1012$ (т.к. $k \geq 1012$)
 при $k=1012$ $F(1012) + F(1012) \vee F(1013) + F(1011)$
 $F(1012) + F(1012) \vee F(1012) + F(1011) + F(1012)$
 $F(1012) + F(1012) \vee F(1011) + F(1011)$
 $F(1010) < F(1011)$ — это и хотим доказать

?



№4. Продолжение: Получим что $F(k) + F(2024 - k) \geq F(k-1) + F(2024 - k + 1)$ то есть макс знач. $F(k) + F(2024 - k)$ достигается при $k = 2024$. То есть когда монотонно стоит на крайних клетке полосы.

Ответ: когда ок стоит на одной из крайних клеток.

№3. Пусть хорды - AB и CD . По усл. AB и CD пересекаются.

Пусть $AB \cap CD = T, O$

По т.о. пересекающихся хорд:

$$AO \cdot OB = CO \cdot OD$$

Пусть, не угадали общности, AB точкой пересечения с CD делится на отрезки 1 и 4 см, а CD делится на 2 и 3 см.

Тогда: $AO \cdot OB = 1 \cdot 4 = 4$

$$CO \cdot OD = 2 \cdot 3 = 6$$

$$AO \cdot OB \neq CO \cdot OD$$

противоречие $\Rightarrow$ условие задачи некорректно, и таких хорд не существует.

№2. Посчитаем какой процент людей будет пропущен после первого экрана будет пропущено 21% людей. После второго 21% от 21% то есть, если кол-во людей это 1, то после 2 экранов будет пропущено $(\frac{21}{100})^2$ людей. Тогда не будет пропущено $1 - (\frac{21}{100})^2 =$

$$\frac{9559}{10000} = 95,59\%$$

Ответ: 95,59%

№2. Пусть экраны с номерами 1 и 2. Изначально направление на экран 1. Пусть всего людей 1. Тогда после того как люди выбирают экраны с 1 экраном между 1 и 2 экраном будет 0,25 людей (т.е. экран их пропустил). Будем считать процент людей который будет пропущен через два экрана.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№2. После 2 взаимодействия с экраном $0,21 \cdot 0,21$ мячей
будет пропущено через 2 экрана, а $0,4 \cdot 0,21$ отрезится
от экрана 2. Потом после 3 в-ий с экраном
 $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21$ отрезится от 1 экрана. Далее после 4 в-ий
с экраном $(0,4)^3 \cdot 0,21$ отрезится от 2 экрана, а $(0,4 \cdot 0,21)^2$
пропустится через 2 экрана. Посчитаем сколько мячей
пропускается через 2 экрана на $2n$ шаге, где $n \in \mathbb{N}$
Хотим док-ть что это число равно $(0,21)^2 \cdot (0,4)^{2(n-1)}$
Действительно, на 2 шаге это число было равно $(0,21)^2$
Пусть для некоторого n докажем, что верно для $n+1$.
На $2n$ шаге ~~от~~ пропустилось $(0,21)^2 (0,4)^{2(n-1)}$ мячей, ~~тогда~~
тогда отрезилось от 2 экрана $(0,21) \cdot (0,4)^{2n-1}$ мячей.
от первого экрана отрезилось $(0,21) \cdot 0,4^{2n}$ мячей и
на $2n+2$ шаге пропустилось $0,21 \cdot (0,21) \cdot 0,4^{2n} = 0,21^2 \cdot 0,4^{2n}$
- доказано. Тогда всего мячей пропустится через 2 экрана:
 $0,21^2 (1 + 0,4^2 + 0,4^4 + \dots) = 0,21^2 \cdot \frac{1}{0,6} = 0,21^2 \cdot \frac{10}{6} = \frac{21^2 \cdot 10}{100 \cdot 600} = \frac{49 \cdot 3}{2000} = 0,0735$
То есть 7,35% мячей. Тогда не пропустились $1 - 7,35\%$
 $100 - 7,35 = 92,65\%$ мячей
Ответ: 92,65%.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	ИГЭУ им. В.И.Ленина (г.Иваново)
-------	------------------------------------

№ группы

Место проведения

LL83-37

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Рыбкин
ИМЯ	Михаил
ОТЧЕСТВО	Евгеньевич

Дата рождения	18.08.2012
---------------	------------

Класс:	6
--------	---

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Допустим, тип, который может спросить
„являются ли я месяцы“ — это „солнышко“, тогда
на этот вопрос отвечающий ответит „нет“,
значит, такого не может быть. *пока не*

Если „месяц“ задаст этот вопрос, то на
него ответ „да“, чего не может быть.

Значит, такого типа нет, и Вопросник
к нему не относится, значит, на его вопрос
ответ „нет“, и Кузьма „месяц“.
Ответ: Кузьма „месяц“.

№2.

П.к. при сложении 3-х значного числа
с 3-х значным получается 3-х значное число,
перехода нет, и цифры „к“ и „в“ в сумме не
должны превышать 9. Значит, цифра „в“ не
превышает 9. Но „в“ не превышает 8, если $„к“ + „в“ \neq 10$
 $\neq „к“ + „0“ \geq 10$ или $„к“ + „0“ \geq 9$ и $„т“ + „1“ \geq 10$.
Для цифры „к“ те же условия, что и для „в“, но
при $„к“ + „в“ < 10$ и $„к“ + „0“ < 10$ и $„т“ + „0“ < 10$ или
 $„к“ + „в“ < 9$. Пример:

$$\begin{array}{r} \text{к и т} \\ + \text{в о л} \\ \hline \text{л е в} \end{array} ; \begin{array}{r} \overset{1}{3} \overset{1}{4} \overset{1}{6} \\ + 125 \\ \hline 501 \end{array}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.



Чем меньше число, тем больше раз оно делится в числе 52. Самое маленькое число натуральное, при умножении которого на само себя даёт больший результат — два.

$$52 = 2 \cdot 26 = \underbrace{2+2+2+2+\dots+2}_{26 \text{ раз}}; \quad \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{26 \text{ раз}} = 2^{26} = 67\,108\,864$$

$$52 = 4 \cdot 13 = \underbrace{4+4+4+\dots+4}_{13 \text{ раз}}; \quad \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 4}_{13 \text{ раз}} = 4^{13}, \text{ но}$$

$$2^{26} \neq 4^{13} = 8^6 \cdot 4 = 16^3 \cdot 4 \neq$$

$$2^{26} > \text{всех вариантов (кроме } 4^{13} \text{ и } 8^6 \cdot 4, 16^3 \cdot 4)$$

$$\text{Ответ: } 52 = \underbrace{2+2+2+2+\dots+2}_{26 \text{ раз}} = \underbrace{4+4+4+\dots+4}_{13 \text{ раз}} \quad 52 =$$

$$= 8+8+8+8+8+8+4 = 16+16+16+4 = 26 \cdot 2$$

№4 (начало).

почему это будет
МАКСИМАЛЬНОЕ количество?

Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Это случится тогда, когда все кучки будут разложены на кучки по одному ореху в каждой. Чтобы разложить кучки по одному ореху, для первой кучки надо 6 ходов, для второй 10 ходов, для третьей 12 ходов и для четвёртой 16 ходов (т.к. последний ход будет кучка с двумя орехами разделить на кучки по одному, и последний орех разложить на одну кучку не требуется). В сумме будет $6+10+12+16=44$ ходов — чётное количество, первый ходит Мышиный король, значит, последний ход Ёжикунчика, и



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение).

Мышиный король проиграет.

Ответ: победит Мышкунчик.

№5.

У исходных слов одинаковое кол-во букв,
и если бы не было ~~одного~~ условия, у них
было бы одинаковое кол-во слов (132). Это условие,
находящееся в исходном слове Барбоса „парал-
лельный“ — ~~повтор букв подряд~~ ^{не только} параллельный =
= ~~параллельный~~. Значит, у него будет на 11
слов меньше. (при условии, что слова состоят из ~~малых~~ ^{малых} букв)

Ответ: может (у Мурзика).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М10F01	БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования
--------	---

№ группы

Место проведения

ТЯ59-90

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Сабина

ИМЯ _____ Полина

ОТЧЕСТВО _____ Евгеньевна

Дата рождения _____ 25.04.2008

Класс: _____ 10

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 4 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sqrt[3]{1-x^2} + \sqrt[3]{8x^3 - 1 - x^2(12\sqrt[3]{1-x^2} - 1)} + 6x\sqrt[3]{1+x^2-2x^2} = 2x$$

$$1-x^2 + \sqrt[3]{(2x)^3 - 12x^2\sqrt[3]{1-x^2} + 6x\sqrt[3]{(1-x^2)^2} - 1 + x^2} = 2x$$

$$1-x^2 + \sqrt[3]{(2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \sqrt[3]{1-x^2} + 3 \cdot 2x \cdot \sqrt[3]{(1-x^2)^2} - \sqrt[3]{(1-x^2)^3}} = 2x$$

$$1-x^2 + \sqrt[3]{\left(2x - \sqrt[3]{1-x^2}\right)^3} = 2x$$

$$1-x^2 + 2x - \sqrt[3]{1-x^2} = 2x$$

$$\sqrt[3]{(1-x^2)^3} - \sqrt[3]{1-x^2} = 0$$

$$\sqrt[3]{(1-x^2)} \left(\sqrt[3]{(1-x^2)^2} - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ 1-x^2 = 1 \\ 1-x^2 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ: уравнение имеет корни $x = \{-\sqrt{2}; -1; 0; 1; \sqrt{2}\}$

из них положительные $x = 0; x = 1; x = \sqrt{2}$

максимальное по модулю $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$

минимальное по модулю $x = 0$

№1 пусть x - кол-во всех людей.

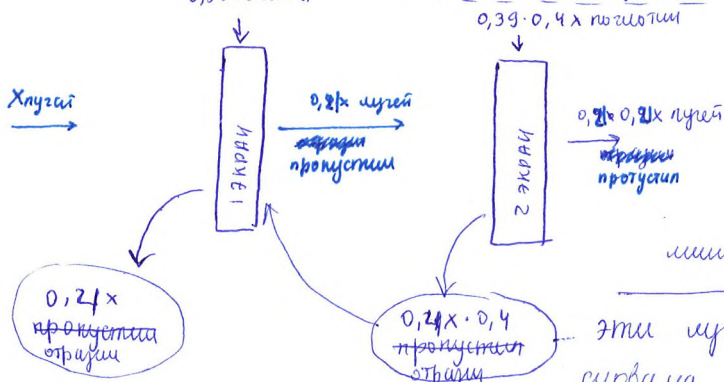
Через один экран: $0,4x$ - отражает
 $0,21x$ - пропускает

$0,39$ поглотит

$0,39x$ - поглотит

$0,39 \cdot 0,4x$ поглотит

Люди



слова отразили пропущенное
люди: $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21 \cdot 0,21x =$

$$= 0,16 \cdot 0,0441x =$$

$$= 0,007056x$$

люди будут в бесконечном
цикле, поэтому мы можем считать
лишь приближенное значение не пропущенное
людей.

Эти люди отражаются и попадают
снова на первый экран, т.е. они не
пропущены



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

√1 продолжение) пропуск: $0,4x + 0,21 \cdot 0,21x = 0,4x + 0,0441x = 0,4441x$

не пропуск: $1 - 0,4441x = 0,5559x$

в процентном соотношении = $\frac{0,5559x}{x} \cdot 100\% = 55,59\%$
 после повторившегося чина: $55,59\% - 7,11\% = 48,48\%$

Ответ: ~~55,59%~~ 48,48%

следующие числа
 произведений суживаются
 больше прожитой жизни,
 поэтому мы не считаем

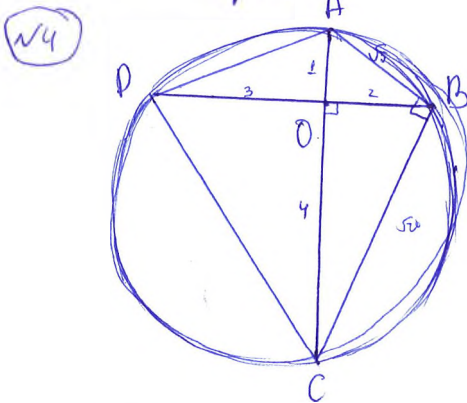
√3 $X^{2025} - 2025x + 2024 : (x-1)^2$ при $\forall x > 1, x \in \mathbb{N} - ?$

$$\begin{aligned} X^{2025} - 2025x + 2024 &= X^{2025} - 1 - 2025x + 2025 = (X^{2025} - 1) - (2025x - 2025) = \\ &= (x-1) (X^{2024} + X^{2023} + \dots + X + 1) - 2025(x-1) = (x-1) (X^{2024} + X^{2023} + \dots + X^2 + X - 2024) = \\ &= (x-1) \left((X^{2024} - 1) - (X^{2023} - 1) + (X^{2022} - 1) + \dots + (X^2 - 1) + (x-1) \right) = \\ &= (x-1) \left((x-1) (X^{2023} + X^{2022} + \dots + X + 1) + (x-1) (X^{2022} + X^{2021} + \dots + X + 1) + \dots + (x-1)(x+1) + (x-1) \right) = \\ &= (x-1)^2 \left((X^{2023} + X^{2022} + \dots + X + 1) + (X^{2022} + X^{2021} + \dots + X + 1) + \dots + (x+1) + 1 \right) : (x-1)^2 \text{ т.д.} \end{aligned}$$

используем формулу разности степеней и целых степеней.

$$a^n - b^m = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^{n-2}b^{m-2} + a^{n-1}b^{m-1} + b^m)$$

Ответ: верно



Дано: ω -окружность; BD, AC - хорды;
 $BD \perp AC$; $BD \cap AC = O$; $AO = 1$; $OC = 4$;
 $OD = 3$; $OB = 2$

Найти: $S_{\text{фигуры}} - ?$

Решение 1) $\triangle AOB$ - прям $\Rightarrow$ по т. Пифагора $AB^2 = AO^2 + OB^2$

$$AB^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow AB = \sqrt{5}$$

2) $\triangle OBC$ - прям $\angle BOC = 90^\circ$, т.к. $BD \perp AC \Rightarrow$ по т. Пифагора

$$BC^2 = OB^2 + OC^2; BC^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow BC = \sqrt{20}$$

3) в $\triangle ABC$ по т. косинусов

$$\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{5 + 20 - 25}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}} = 0 \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$$

4) в окр ω $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow AC$ - диаметр, т.к. $R = \frac{AC}{2} = \frac{AO + OC}{2} = 2,5$

5) $S = \pi R^2 = 2,5^2 \pi = 6,25\pi$

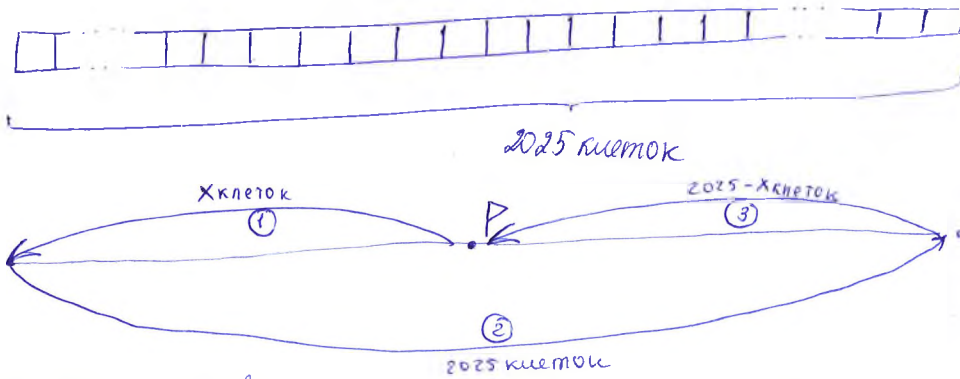
Ответ: $S = 6,25\pi$

не проверял
 реализацию
 условия



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

N5



Рассмотрим кол-во
способов маршрутов для
прихода составили из n
клеток $n \in [1; 7]$, обозначим

"—" - перемещение на 2 клетки
"—" - перемещение на 1 клетку

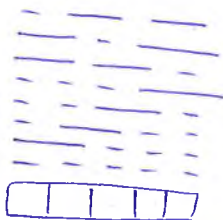
1 клетка: - 1 способ

2 клетки: - 2 способа

3 клетки: - 3 способа

4 клетки:

5 клеток:



- 8 способов



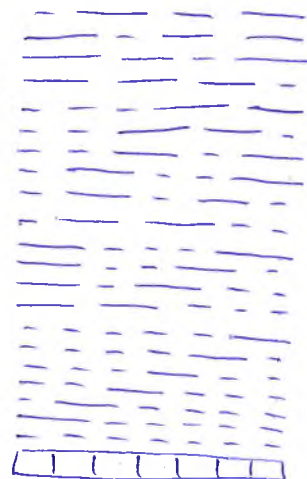
5 способов

6 клеток:



- 13 способов

7 клеток:



21 способ

Заметим, что числа составляют последовательность
Фибоначчи: $a_0 = 0$; $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = 3$; $a_4 = 5$; $a_5 = 8$; $a_6 = 13$; $a_7 = 21$ (+)

Это получается за счет того, что каждый раз прибавля-
ется одна клетка, а передвигаться мы можем либо по
одной либо по двум.

Т.к. при увеличении номера искомой последовательности
зависит только от a_n и a_{n-1} маршрутов; a_n остается всегда одинаковым

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Зи. Т.к. по условию задачи у нас есть 2025 клеток, ~~а~~ нам необходимо выграть пару гисей фрибокати которые в сумме дадут наибольшее гисие (а в сумме оснований дадим 2025)

Например

$$a_n + a_m = \max \quad n + m = 2025$$

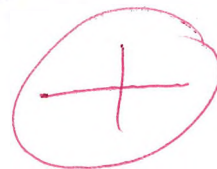
(Покры пау?)

Мы знаем что мы рассматриваем последовательность
Рабочих, а значит добивая максимального значения суммы
нам необходимо брать кевры и последней шаг ~~профессор~~ ^{последовательности} ~~профессор~~, т.е.
таким уровнем данной последовательности является то,
что нам получается суммой двух предыдущих.

Т.е. по условию пометку необходимо пропустить сразу
в одну пометку пометки, т.е. не может уже стоять в этом
идеале

т.к. задача симметрична: (1) = X клеток, (2) = 2025 - X клеток,
значит для минимального значения дисперсии нужно
необходимо стоять на 1 клетке от обоих концов
(либо в самом начале или в самом конце)

Ответ: в 1 клетке либо в 2025 клетке.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования
--------	---

№ группы

Место проведения

ИЦ50-20

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ _____ Сергеев

ИМЯ _____ Роман

ОТЧЕСТВО _____ Эдуардович

Дата
рождения _____ 28.11.2007

Класс: _____ 11

Предмет _____ Математика

Этап: _____ Заключительный

Работа выполнена на _____ 9 _____ листах

Дата выполнения работы: _____ 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} \stackrel{N1}{=} 10x^2$$

$$\sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} = 10x^2 - 1$$

Рассмотрю выражение $1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} = (\sqrt{1-x^2})^2 - 2 \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot 3x + (3x)^2 = (\sqrt{1-x^2} - 3x)^2$$

При этом р.д.з. от такого преобразования не уменьшлось, значит

$$\sqrt{(\sqrt{1-x^2} - 3x)^2} = 10x^2 - 1$$

$$|\sqrt{1-x^2} - 3x| = 10x^2 - 1$$

Самостоятельный переход:

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} - 3x = 10x^2 - 1 & (1) \\ \sqrt{1-x^2} - 3x = -10x^2 + 1 & (2) \\ 10x^2 - 1 \geq 0 & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -0,6 \\ x = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{10}}; +\infty)$$

$$(3) \quad 10x^2 - 1 \geq 0$$

$$x^2 \geq \frac{1}{10}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{10}}; +\infty)$$

№4 - нет.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~ 1 (продолжение)

$$(1) \sqrt{1-x^2} = 10x^2 + 3x - 1$$

Сравним переход:

$$\begin{cases} 1-x^2 = 100x^4 + 9x^2 + 1 + 60x^3 - 20x^2 - 6x \\ 10x^2 + 3x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x^4 + 60x^3 - 10x^2 - 6x = 0 \\ 10x^2 + 3x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -0,6 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \in (-\infty; -0,5] \cup [0,2; +\infty) \end{cases}$$

$$100x^4 + 60x^3 - 10x^2 - 6x = 0$$

$$x(100x^3 + 60x^2 - 10x - 6) = 0$$

$$x(10x^2(10x+6) - (10x+6)) = 0$$

$$x(10x+6)(10x^2-1) = 0$$

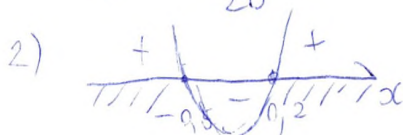
$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -0,6 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$10x^2 + 3x - 1 \geq 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{-3+7}{20} = 0,2$$

$$x_2 = \frac{-3-7}{20} = -0,5$$



$$x \in (-\infty; -0,5] \cup [0,2; +\infty)$$

Очевидно, что $x = 0$ и $x = -0,6$ подходят под ограничения, т.е. являются корнями выражения (1). Нужно проверить $x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{10}} \vee \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}} > \frac{1}{5} - \text{подходит} \\ \sqrt{10} < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{10}} \vee -\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{10} > 2 \\ \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt{10}} > -\frac{1}{2} - \text{не подходит} \end{cases}$$

Итак, подходят $x \in \{0; -0,6; \frac{1}{\sqrt{10}}\}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$(2) \sqrt{1-x^2} = -10x^2 + 3x + 1 \quad \sim 1 (\text{продолжение})$$

Равносильный переход:

$$\begin{cases} 1-x^2 = 100x^4 + 9x^2 + 1 - 60x^3 - 20x^2 + 6x \\ -10x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x^4 - 60x^3 - 10x^2 + 6x = 0 \\ -10x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0,6 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x \in [-0,2; 0,5] \end{cases}$$

$$100x^4 - 60x^3 - 10x^2 + 6x = 0$$

$$x(100x^3 - 60x^2 - 10x + 6) = 0$$

$$x(10x(10x^2 - 1) - 6(10x^2 - 1)) = 0$$

$$x(10x - 6)(10x^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 0,6 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$-10x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

1) Нули

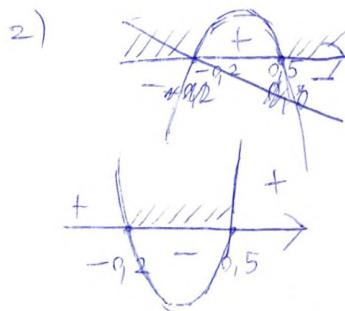
$$10x^2 - 3x - 1 \leq 0$$

1) Нули:

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3+7}{20} = 0,5$$

$$x_2 = \frac{3-7}{20} = -0,2$$



Аналогично выражению (1) $x \in [-0,2; 0,5]$ корни выражения
(2) являются $x = 0$ и не является $x = 0,6$

$\frac{1}{\sqrt{10}} > 0,2$ (доказано ранее), сл. $-\frac{1}{\sqrt{10}} < -0,2$ - не подходит

$-\frac{1}{\sqrt{10}} > -0,5$ (доказано ранее), сл. $\frac{1}{\sqrt{10}} < 0,5$ - подходит
Итак, подходят $x \in \{0; \frac{1}{\sqrt{10}}\}$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Исходное уравнение ^{~ 1 (продолжение)} принять вид:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -0,6 \\ x = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ x = -0,6 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{\sqrt{10}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{10}}; +\infty)$$

$$-0,6 \vee -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$0,6 \wedge \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{6}{10} \wedge \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{36}{100} > \frac{1}{100}, \text{ т.к. } -0,6 < -\frac{1}{\sqrt{10}} - \text{подходит}$$

Таким образом, исходное уравнение имеет корни, среди которых есть положительные ($\frac{1}{\sqrt{10}} > 0$).

Максимальный по модулю корень это $x = -0,6$, а минимальный по модулю — $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Ответ: Да, имеет. Положительные корни есть.

Максимальный по модулю $x = -0,6$, минимальный —

$$x = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

+

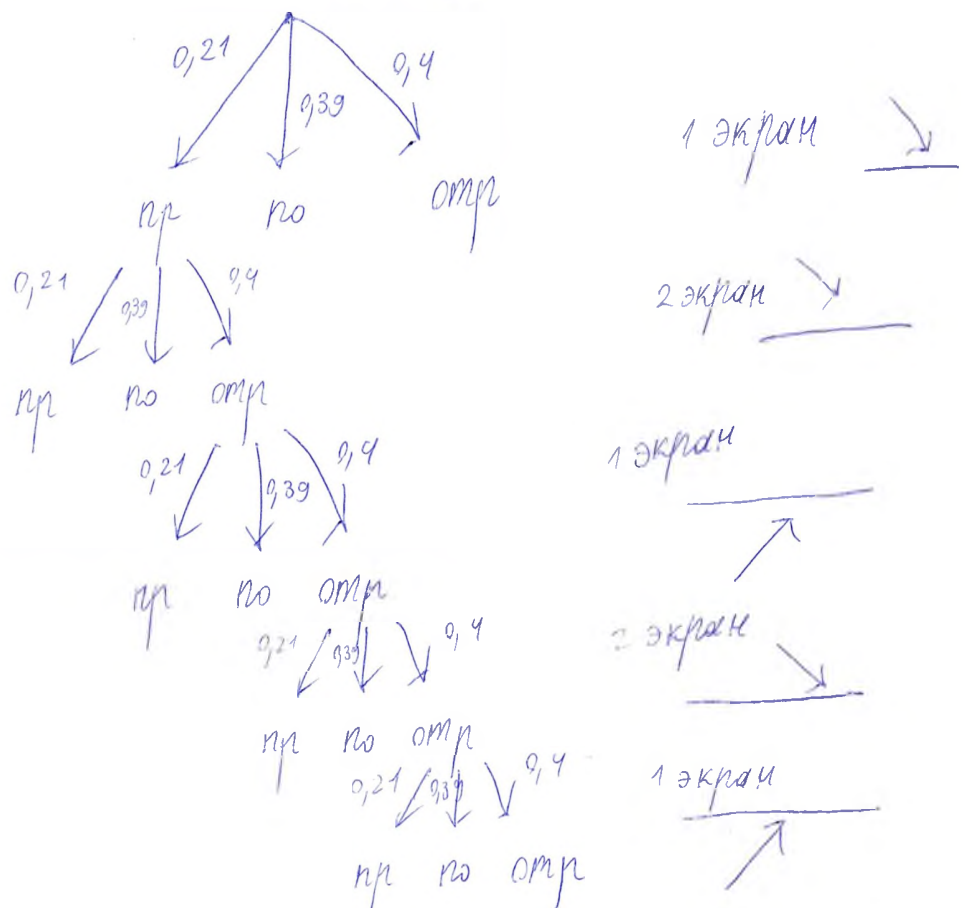


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Буду проводить расчёты не в процентах, а в долях^{1/2} (в виде вероятностей) и-за удобства. Конечный результат в долях увеличу в 100 раз и получу ответ в процентах

Рассмотрю цепочку событий при условии, что излучение не способно выйти из области между 1 и 2 экранами, не претерпевая взаимодействий с ними.

Если экран пропустил луч, то обозначу это как пр. Если экран поглотил луч, то обозначу как по. Если не отразил, то обозначу отр.





ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

Процент ^{и непропущенных} ^{и2 (продолжение)} сканирующих лучей, пропущенных ^{и непропущенных} сквозь 2 экрана, в сумме составляют 100% (т.к. ~~для~~ все возможные исходы). Тогда вероятности этих событий в сумме равны 1

Пусть A - луч ^{не} прошел через два экрана, тогда

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$, где $\bar{A}$ - луч смог пройти через два экрана

$$P(\bar{A}) = 0,21^2 + 0,21 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,21 + \dots =$$

$$= 0,21^2 + 0,4^2 \cdot 0,21^2 + \dots - \text{сумма бесконечно}$$

убывающей геом прогрессии с $b_1 = 0,21^2$ и $q =$

$$= 0,4^2, |q| < 1$$

$$\text{Значит } P(\bar{A}) = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,21^2}{1-0,4^2} = \frac{21^2 \cdot 10^2}{10^4 \cdot 84} = \frac{21}{10^2 \cdot 4}$$

$$= \frac{21}{400} = \frac{5,25}{100} = 0,0525$$

$$P(A) = 1 - 0,0525 = 0,9475$$

Тогда процент непропущенных лучей равен

$$100\% \cdot P(A) = 94,75\%$$

Ответ: 94,75%



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Верно ли, что $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \div 2023^2$ ^{N5}
 1) Пусть $a = 2024$, тогда нужно проверить следующее:

$$a^{a+2} - a(a+2) + (a+1) \div (a-1)^2$$

$$a^{a+2} - a(a+2) + (a+1) = a^2 \cdot a^a - a^2 - 2a + a + 1 =$$

$$= a^2 \cdot a^a - a^2 - a + 1 = a^2(a^a - 1) - (a-1) =$$

$$= a^2(a-1)(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - (a-1) =$$

$$= (a-1)(a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1) \div (a-1)^2$$

П.к. $a-1 \in \mathbb{N}$, то достаточно проверить

$$a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1 \div (a-1)$$

2) Введу обозначение $a \equiv_m b \Leftrightarrow a-b \div m$, т.е. a и b имеют одинаковые остатки по модулю m

$$a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1 \equiv_{a-1} 0 \quad \text{нужно проверить}$$

По определению $a \equiv 1$ (т.к. $a-1 \div a-1$), значит

$$1 \equiv_{a-1} 1 \quad (\text{т.к. } 0 \div (a-1)^{a-1})$$

$$a^2 \equiv_{a-1} 1^2 \equiv_{a-1} 1$$

$$a^n \equiv_{a-1} 1 \quad (n \in \mathbb{Z} \text{ и } n \geq 0)$$

$$\Rightarrow a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1 \equiv_{a-1}$$

$$\equiv_{a-1} 1(\underbrace{1+1+\dots+1}_{a \text{ чисел}}) - 1$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

$$a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1 \equiv_{a-1} 1 \underbrace{(1+1+\dots+1)}_{a \text{ чисел}} - 1$$

$$\equiv_{a-1} 1 \cdot a - 1 \equiv_{a-1} a - 1 \equiv_{a-1} 1 - 1 \equiv_{a-1} 0 \text{ — верно}$$

Значит $a^2(a^{a-1} + a^{a-2} + \dots + 1) - 1 : (a-1) \Rightarrow$

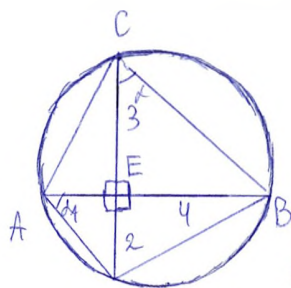
$$\Rightarrow a^{a+2} - a(a+2) + (a+1) : (a-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 : 2023^2$$

Ответ: верно

№3

Найти: $S_{\text{круга}}$



1) В условии задачи ошибка: Если бы длины отрезков двух пересекающихся хорд равны 1 и 4 см; 2 и 3 см, то не выполняется теорема о пересекающихся хордах, которая гласит, что две пересекающиеся хорды разбиваются на подобные отрезки ($\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE}$ из подобия $\triangle DAE$ и $\triangle BCE$)

$$\frac{AE}{CE} = \frac{1}{3}, \quad \frac{DE}{BE} = \frac{1}{2} \text{ — противоречие}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) Если не учитывать ошибку условия, то

а как?

$$S_{\text{круга}} = \pi R^2, \text{ где } R - \text{радиус круга.}$$

Радиус круга совпадает с радиусом описанной окр-ти, например, $\triangle ABD$

3) по т. синусов для $\triangle ABD$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 2R, \text{ где } \angle BAD = \alpha$$

$$R = \frac{BD}{2 \sin \alpha}$$

$$BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5} \text{ см (по т. Пифагора)}$$

$$\sin \alpha = \frac{DE}{AD} = \frac{DE}{\sqrt{AE^2 + DE^2}} = \frac{2}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$R = \frac{2\sqrt{5}}{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{2 \cdot 5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$S = \pi R^2 = \frac{25}{4} \pi = 6,25 \pi$$

4) Если рассматривать другие $\triangle$ -ки, вписанные в эту окружность, ответы будут другими из-за ошибки в условии.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ (Москва)
--------	--------------

№ группы

Место проведения

BA44-51

шифр

← Не заполнять
Заполняется
ответственным
работником

Вариант № _____

ФАМИЛИЯ	Скворцов
ИМЯ	Михаил
ОТЧЕСТВО	Ильич

Дата рождения	20.01.2007
---------------	------------

Класс:	11
--------	----

Предмет	Математика
---------	------------

Этап:	Заключительный
-------	----------------

Работа выполнена на 11 листах

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: _____

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

$$1 + \sqrt{1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2}} \stackrel{\sim 1}{=} 10x^2$$

ОДЗ:

$$x \in [-1; 1]$$

$$1 + 8x^2 - 6x\sqrt{1-x^2} \geq 0$$

$$] x = \sin d \text{ (}\neq\text{)}$$

$$1 + \sqrt{1 + 8\sin^2 d - 6\sin d \cos d} = 10\sin^2 d$$

$$1 + \sqrt{\cos^2 d - 6\sin d \cos d + 9\sin^2 d} = 10\sin^2 d$$

$$1 + \sqrt{(3\sin d - \cos d)^2} = 10\sin^2 d$$

$$1 + |3\sin d - \cos d| = 10\sin^2 d$$

~~Рассмотрим оба случая:~~

$$(1) 3\sin d - \cos d \geq 0$$

$$3\sin d \geq \cos d$$

$$3\sin d \geq \sqrt{1 - \sin^2 d} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sin^2 d \leq 9\sin^2 d \\ 1 - \sin^2 d \geq 0 \\ 3\sin d \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10\sin^2 d \geq 1 \\ \sin^2 d \leq 1 \\ \sin d \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 d \geq \frac{1}{10} \\ \sin d \in [-1; 1] \\ \sin d \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin d \in \left[\frac{1}{\sqrt{10}}; 1\right]$$

$$1 + 3\sin d - \cos d = 10\sin^2 d$$

$$-\cos d = 10\sin^2 d - 3\sin d - 1$$

(подстановка на след. этапе)

√1 (продолжение)

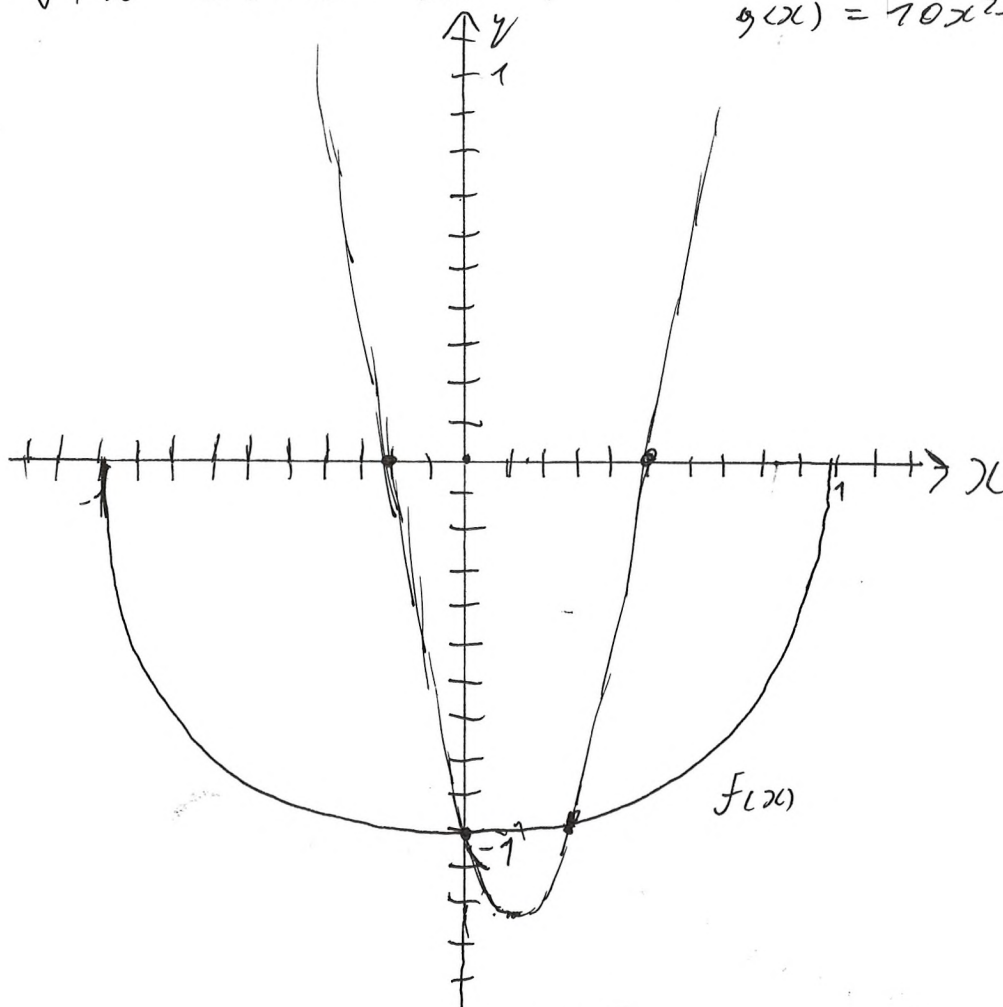
$$-\cos \alpha = 10 \sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha - 1$$

(из (#))

$$-\sqrt{1-x^2} = 10x^2 - 3x - 1$$

$$] \quad f(x) = -\sqrt{1-x^2}$$

$$g(x) = 10x^2 - 3x - 1$$



$f(x)$ - уравнение ^{нижней} полуокружности с радиусом 1 и центром в м. $(0; 0)$

$g(x)$ - парабола ветвями вверх с вершиной $x_v = -\frac{3}{20} = \frac{3}{20}$
 $y_v = 10 \cdot \frac{9}{400} - \frac{9}{20} - 1 = -\frac{49}{40}$

(продолжение на след. листе)

№1 (продолжение)Заметим, что $x=0$ подходит ^{??? ⇒}

⇒ (по Теореме Безу)

$$10x^2 - 3x - 1 + \sqrt{1-x^2} = xP(x)$$

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{10x^2 - 3x - 1 + \sqrt{1-x^2}}{x} = 10x - 3 + \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{x} = \\ &= 10x - 3 + \frac{(\sqrt{1-x^2} - 1)(\sqrt{1-x^2} + 1)}{x(\sqrt{1-x^2} + 1)} = 10x - 3 + \frac{1-x^2-1}{x(\sqrt{1-x^2} + 1)} = \\ &= 10x - 3 - \frac{x^2}{x(\sqrt{1-x^2} + 1)} = 10x - 3 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2} + 1} = 0 \end{aligned}$$

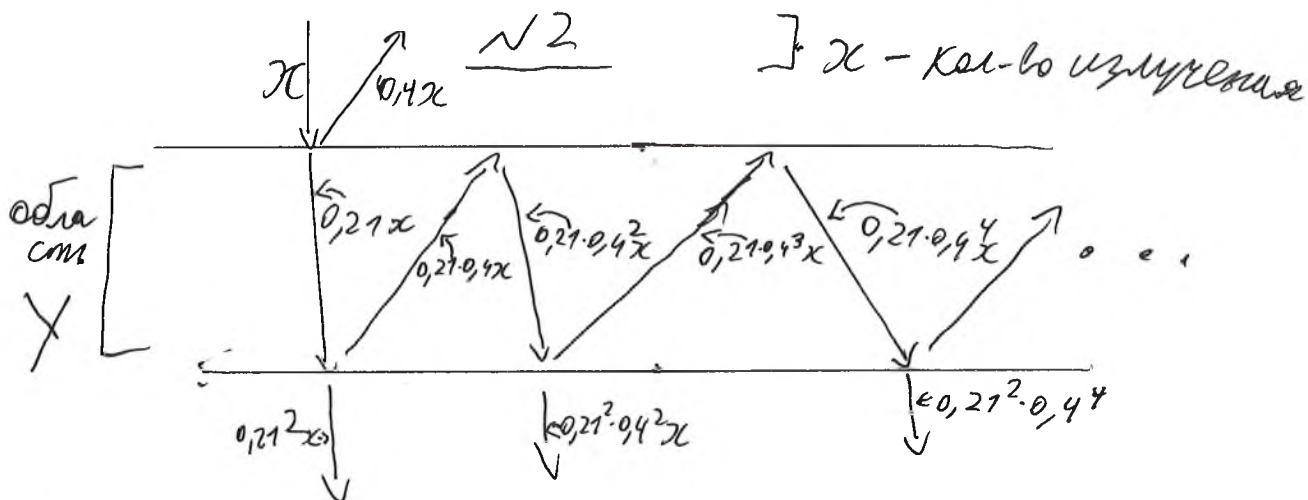
(по графику видно, что есть ещё один корень при $x > 0$) ↑

$$\begin{aligned} \text{] } x = \frac{6}{10} &\Rightarrow 10 \cdot \frac{6}{10} - 3 - \frac{\frac{6}{10}}{\sqrt{1-\frac{36}{100}} + 1} = \\ &= 6 - 3 - \frac{\frac{6}{10}}{\frac{8}{10} + 1} = 3 - \frac{3}{5(\frac{8}{10} + 1)} = \\ &= 3 - \frac{3}{5(\frac{4}{5} + 1)} = 3 - \frac{3}{5 \cdot \frac{9}{5}} = 3 - \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 9} \neq 0 \end{aligned}$$

Ответ: Есть 2 корня; один из них равен 0, другой положительный



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Заметим, что если лучи будут отражаться от 2-х экранов, то кол-во излучения, которое будет проходить 2-й экран равно $0,21^2 x + 0,21^2 \cdot 0,4^2 x + \dots + 0,21^2 \cdot 0,4^{2n} x$

Примечание: изначально в область x между 1-ым и 2-ым экраном попадает 21% излучения, потом после каждого отражения от экранов кол-во излучения будет уменьшаться на 60% $\Rightarrow$ при i -ом отражении будет проходить 2-ой экран $0,21^2 \cdot 0,4^{2i} \cdot x$

$\uparrow$ сколько экранов пропускают $\uparrow$ сколько отражений

В итоге будет пропущено кол-во излучения равно $S = 0,21^2 \cdot x (1 + 0,4^2 + 0,4^4 + \dots)$
(продолжение на след. листе)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№ 2 (продолжение)

$$S = 0,21^2 \cdot x \{ 1 + 0,4^2 + 0,4^4 + \dots \} =$$

бесконечно убыв.
геометрическая
прогрессия

$$= 0,21^2 \cdot x \cdot \frac{1}{1 - 0,4^2} = 0,21^2 \cdot x \cdot \frac{1}{1 - 0,16} =$$

$$= 0,21^2 \cdot x \cdot \frac{1}{0,84} = 0,21^2 \cdot x \cdot \frac{25}{21} =$$

$$= \frac{21^2 \cdot 25}{100^2 \cdot 21} \cdot x = \frac{21}{100 \cdot 4} x = \frac{21}{400} x$$

⇒ Всего лучей, которые не будут преломлены (U):

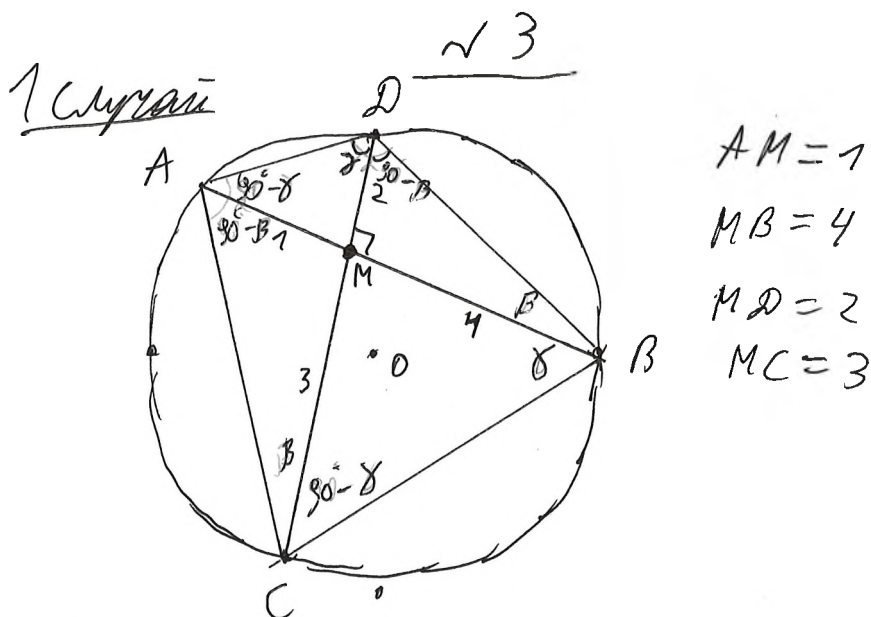
$$U = X - S = x \left(1 - \frac{21}{400} \right) = x \left(\frac{400 - 21}{400} \right) = \frac{379}{400} x$$

$$\Rightarrow \frac{U}{x} \cdot 100\% = \frac{379}{400} \cdot 100\% = \frac{94,75}{100} \cdot 100\% = 94,75\%$$

Ответ: 94,75%



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) $AB = 5 = CD$ (по усл) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle ADB$ (т.к. опираются на равные дуги AB и CD)

2) $\angle ACD = \angle ABD$ (т.к. опираются на дугу AD)

3) $\angle ADC = \angle ABC$ (аналогично)

$\angle ADC = \angle ABC = \gamma$ (дуга AC)

$\angle DAB = \angle DCB = 90^\circ - \gamma$ (т.к. сумма углов в $\Delta = 180^\circ$) (дуга BD)

$\angle CAB = \angle CDB = 90^\circ - \beta$ (т.к. сумма углов в $\Delta = 180^\circ$) (дуга BC)

4) $\angle CAD = \angle ADB$ (из (1)) $\Rightarrow 90^\circ - \beta + \gamma = 90^\circ - \gamma + 90^\circ - \beta$

5) $\angle BAD = \angle DCB \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle CMB$ (по 2 углам) $\Rightarrow$
 $\angle CDA = \angle ABC$

(продолжение на след. листе)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

$$\Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{MB}{MD}; \text{ Но по условию } \frac{MC}{AM} = \frac{3}{7} \quad \checkmark$$

$$\frac{MB}{MD} = \frac{4}{2}$$

2 случай

$$\begin{array}{ll} AM=1 & MD=3 \\ MB=4 & MC=2 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} \text{аналогично} \\ \text{в 1-ом случае} \end{array} \right) \quad \frac{MC}{AM} = \frac{MB}{MD}, \text{ Но}$$

$$\frac{MC}{AM} = \frac{2}{7} \quad \checkmark$$

$$\frac{MB}{MD} = \frac{4}{3}$$

3 случай

$$\begin{array}{ll} AM=4 & MD=2 \\ MB=1 & MC=3 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} \text{аналогично} \end{array} \right) \quad \frac{MC}{AM} = \frac{MB}{MD}, \text{ Но}$$

$$\frac{MC}{AM} = \frac{3}{4} \quad \checkmark$$

$$\frac{MB}{MD} = \frac{1}{2}$$

4 случай

$$\begin{array}{ll} AM=4 & MD=3 \\ MB=1 & MC=2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{аналогично} \end{array} \right) \quad \frac{MC}{AM} = \frac{MB}{MD}, \text{ Но } \frac{MC}{AM} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{MB}{MD} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

Ответ: такого круга и 2-х точек
не существует!



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~4

Зачем мы, что такое.

(1) a_i — кол-во способов добраться до i -ой клетки

$$a_i = a_{i-1} + a_{i-2} \text{ (по урн)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Ф.К. ~~В начале~~ на начальной позиции $a_{\text{начало}} = 1$ $a_{\text{начало}+1} = 1$ $a_{\text{начало}+2} = 2, \dots$
(1 способ оказаться в начале)

Тогда $a_i = \text{число Фибоначчи}$

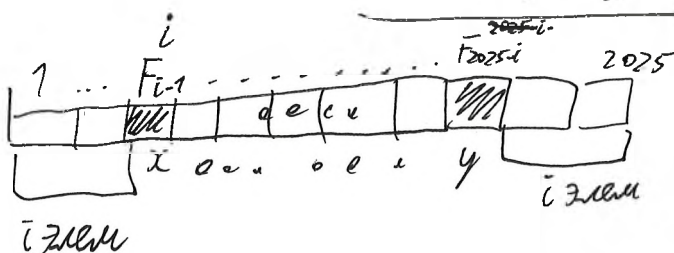
(2) i -начальная позиция

1. $F_0 F_1 F_2 \dots F_{2025-i}$ F_{2025-i}
 $1 1 2 \dots$ 2025 2025 2025 2024 2023 2022 2021 2020 2019 2018 2017 2016 2015 2014 2013 2012 2011 2010 2009 2008 2007 2006 2005 2004 2003 2002 2001 2000 1999 1998 1997 1996 1995 1994 1993 1992 1991 1990 1989 1988 1987 1986 1985 1984 1983 1982 1981 1980 1979 1978 1977 1976 1975 1974 1973 1972 1971 1970 1969 1968 1967 1966 1965 1964 1963 1962 1961 1960 1959 1958 1957 1956 1955 1954 1953 1952 1951 1950 1949 1948 1947 1946 1945 1944 1943 1942 1941 1940 1939 1938 1937 1936 1935 1934 1933 1932 1931 1930 1929 1928 1927 1926 1925 1924 1923 1922 1921 1920 1919 1918 1917 1916 1915 1914 1913 1912 1911 1910 1909 1908 1907 1906 1905 1904 1903 1902 1901 1900 1899 1898 1897 1896 1895 1894 1893 1892 1891 1890 1889 1888 1887 1886 1885 1884 1883 1882 1881 1880 1879 1878 1877 1876 1875 1874 1873 1872 1871 1870 1869 1868 1867 1866 1865 1864 1863 1862 1861 1860 1859 1858 1857 1856 1855 1854 1853 1852 1851 1850 1849 1848 1847 1846 1845 1844 1843 1842 1841 1840 1839 1838 1837 1836 1835 1834 1833 1832 1831 1830 1829 1828 1827 1826 1825 1824 1823 1822 1821 1820 1819 1818 1817 1816 1815 1814 1813 1812 1811 1810 1809 1808 1807 1806 1805 1804 1803 1802 1801 1800 1799 1798 1797 1796 1795 1794 1793 1792 1791 1790 1789 1788 1787 1786 1785 1784 1783 1782 1781 1780 1779 1778 1777 1776 1775 1774 1773 1772 1771 1770 1769 1768 1767 1766 1765 1764 1763 1762 1761 1760 1759 1758 1757 1756 1755 1754 1753 1752 1751 1750 1749 1748 1747 1746 1745 1744 1743 1742 1741 1740 1739 1738 1737 1736 1735 1734 1733 1732 1731 1730 1729 1728 1727 1726 1725 1724 1723 1722 1721 1720 1719 1718 1717 1716 1715 1714 1713 1712 1711 1710 1709 1708 1707 1706 1705 1704 1703 1702 1701 1700 1699 1698 1697 1696 1695 1694 1693 1692 1691 1690 1689 1688 1687 1686 1685 1684 1683 1682 1681 1680 1679 1678 1677 1676 1675 1674 1673 1672 1671 1670 1669 1668 1667 1666 1665 1664 1663 1662 1661 1660 1659 1658 1657 1656 1655 1654 1653 1652 1651 1650 1649 1648 1647 1646 1645 1644 1643 1642 1641 1640 1639 1638 1637 1636 1635 1634 1633 1632 1631 1630 1629 1628 1627 1626 1625 1624 1623 1622 1621 1620 1619 1618 1617 1616 1615 1614 1613 1612 1611 1610 1609 1608 1607 1606 1605 1604 1603 1602 1601 1600 1599 1598 1597 1596 1595 1594 1593 1592 1591 1590 1589 1588 1587 1586 1585 1584 1583 1582 1581 1580 1579 1578 1577 1576 1575 1574 1573 1572 1571 1570 1569 1568 1567 1566 1565 1564 1563 1562 1561 1560 1559 1558 1557 1556 1555 1554 1553 1552 1551 1550 1549 1548 1547 1546 1545 1544 1543 1542 1541 1540 1539 1538 1537 1536 1535 1534 1533 1532 1531 1530 1529 1528 1527 1526 1525 1524 1523 1522 1521 1520 1519 1518 1517 1516 1515 1514 1513 1512 1511 1510 1509 1508 1507 1506 1505 1504 1503 1502 1501 1500 1499 1498 1497 1496 1495 1494 1493 1492 1491 1490 1489 1488 1487 1486 1485 1484 1483 1482 1481 1480 1479 1478 1477 1476 1475 1474 1473 1472 1471 1470 1469 1468 1467 1466 1465 1464 1463 1462 1461 1460 1459 1458 1457 1456 1455 1454 1453 1452 1451 1450 1449 1448 1447 1446 1445 1444 1443 1442 1441 1440 1439 1438 1437 1436 1435 1434 1433 1432 1431 1430 1429 1428 1427 1426 1425 1424 1423 1422 1421 1420 1419 1418 1417 1416 1415 1414 1413 1412 1411 1410 1409 1408 1407 1406 1405 1404 1403 1402 1401 1400 1399 1398 1397 1396 1395 1394 1393 1392 1391 1390 1389 1388 1387 1386 1385 1384 1383 1382 1381 1380 1379 1378 1377 1376 1375 1374 1373 1372 1371 1370 1369 1368 1367 1366 1365 1364 1363 1362 1361 1360 1359 1358 1357 1356 1355 1354 1353 1352 1351 1350 1349 1348 1347 1346 1345 1344 1343 1342 1341 1340 1339 1338 1337 1336 1335 1334 1333 1332 1331 1330 1329 1328 1327 1326 1325 1324 1323 1322 1321 1320 1319 1318 1317 1316 1315 1314 1313 1312 1311 1310 1309 1308 1307 1306 1305 1304 1303 1302 1301 1300 1299 1298 1297 1296 1295 1294 1293 1292 1291 1290 1289 1288 1287 1286 1285 1284 1283 1282 1281 1280 1279 1278 1277 1276 1275 1274 1273 1272 1271 1270 1269 1268 1267 1266 1265 1264 1263 1262 1261 1260 1259 1258 1257 1256 1255 1254 1253 1252 1251 1250 1249 1248 1247 1246 1245 1244 1243 1242 1241 1240 1239 1238 1237 1236 1235 1234 1233 1232 1231 1230 1229 1228 1227 1226 1225 1224 1223 1222 1221 1220 1219 1218 1217 1216 1215 1214 1213 1212 1211 1210 1209 1208 1207 1206 1205 1204 1203 1202 1201 1200 1199 1198 1197 1196 1195 1194 1193 1192 1191 1190 1189 1188 1187 1186 1185 1184 1183 1182 1181 1180 1179 1178 1177 1176 1175 1174 1173 1172 1171 1170 1169 1168 1167 1166 1165 1164 1163 1162 1161 1160 1159 1158 1157 1156 1155 1154 1153 1152 1151 1150 1149 1148 1147 1146 1145 1144 1143 1142 1141 1140 1139 1138 1137 1136 1135 1134 1133 1132 1131 1130 1129 1128 1127 1126 1125 1124 1123 1122 1121 1120 1119 1118 1117 1116 1115 1114 1113 1112 1111 1110 1109 1108 1107 1106 1105 1104 1103 1102 1101 1100 1099 1098 1097 1096 1095 1094 1093 1092 1091 1090 1089 1088 1087 1086 1085 1084 1083 1082 1081 1080 1079 1078 1077 1076 1075 1074 1073 1072 1071 1070 1069 1068 1067 1066 1065 1064 1063 1062 1061 1060 1059 1058 1057 1056 1055 1054 1053 1052 1051 1050 1049 1048 1047 1046 1045 1044 1043 1042 1041 1040 1039 1038 1037 1036 1035 1034 1033 1032 1031 1030 1029 1028 1027 1026 1025 1024 1023 1022 1021 1020 1019 1018 1017 1016 1015 1014 1013 1012 1011 1010 1009 1008 1007 1006 1005 1004 1003 1002 1001 1000 999 998 997 996 995 994 993 992 991 990 989 988 987 986 985 984 983 982 981 980 979 978 977 976 975 974 973 972 971 970 969 968 967 966 965 964 963 962 961 960 959 958 957 956 955 954 953 952 951 950 949 948 947 946 945 944 943 942 941 940 939 938 937 936 935 934 933 932 931 930 929 928 927 926 925 924 923 922 921 920 919 918 917 916 915 914 913 912 911 910 909 908 907 906 905 904 903 902 901 900 899 898 897 896 895 894 893 892 891 890 889 888 887 886 885 884 883 882 881 880 879 878 877 876 875 874 873 872 871 870 869 868 867 866 865 864 863 862 861 860 859 858 857 856 855 854 853 8



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~4 (продолжение)



Заметим, что мы можем сдвигать эти 2 клетки либо $\leftarrow \rightarrow$, либо $\rightarrow \leftarrow$

$$\text{Зафиксируем } \begin{cases} F_{i-1} = x & F_{i-2} = a \\ F_{2025-i} = y & F_{2025-i-2} = b \end{cases} (*)$$

Сдвинем x на 1 влево, а y на 1 вправо $\Rightarrow$

$$\Rightarrow (x+a)(y-b) = xy + ay - bx - ab =$$

$$= xy - ab + ay - bx$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = a \quad x_2 = x \\ y_1 = y \quad y_2 = y \end{array} \right.$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 \geq x_2 y_1 + x_1 y_2$$

(по транзитивности)

(из (*))

$$x_1 < x_2$$

$$y_1 < y_2$$

$\Rightarrow$

мы сохраним условие

$\Rightarrow$ Если $F_{2025-i} > F_{i-1}$, то

указание xy будет наиб при $i = \frac{2025+1}{2} =$
 $= 1013$

Ответ: 1013



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано
с этой стороны листа в рамке справа

25

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025$$

$$\cancel{2024^{2026}} \cdot \cancel{2026^{2026}} \cdot \cancel{2026^2} \cdot \cancel{2026}$$

$$] x = 2023 \quad (\#)$$

$$(x+1)^{2026} - (x+1)(x+3) + x+2 =$$

$$\cancel{(x+1)^{2026}} \cdot \cancel{x^2} = \cancel{(2x+1)^{1013}}$$

$$= (x+1)^{2026} - x^2 - 4x - 3 + x + 2 =$$

$$= (x+1)^{2026} - x^2 - 3x - 1$$

$$(x+1)^{2026} - 3x - 1 \stackrel{x^2}{=} (x+1)^{2026} - 3x - 1 (*)$$

Таким ^{алгоритм} $(x+1)^{2026}$ приведем к x^2

$$(1) (x+1)^{2026} = ((x^2 + 2x + 1))^{1013} \stackrel{x^2}{=} (2x+1)^{1013}$$

$$(2) (2x+1)^{1013} = ((4x^2 + 4x + 1))^{506} \cdot (2x+1) \stackrel{x^2}{=} (4x+1)^{506} (2x+1)$$

$$(3) (4x+1)^{506} = ((16x^2 + 8x + 1))^{253} \cdot (2x+1) \stackrel{x^2}{=} (8x+1)^{253} \cdot (2x+1)$$

$$(4) (8x+1)^{253} \cdot (2x+1) = ((64x^2 + 16x + 1))^{126} \cdot (2x+1) \cdot (8x+1) \stackrel{x^2}{=} (16x+1)^{126} \cdot (2x+1) (8x+1)$$

$$(5) (16x+1)^{126} \cdot (2x+1) (8x+1) = ((16^2 x^2 + 32x + 1))^{63} \cdot (2x+1) (8x+1) \stackrel{x^2}{=} (32x+1)^{63} \cdot (2x+1) (8x+1)$$

$$(6) (32x+1)^{63} \cdot (2x+1) (8x+1) = ((32^2 x^2 + 64x + 1))^{31} \cdot (2x+1) (8x+1) (32x+1) \stackrel{x^2}{=} (64x+1)^{31} (2x+1) (8x+1) (32x+1)$$

(продолжение на след. листе)

№5 (продолжение)

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & (64x+1)^{37} (2x+1) (8x+1) (32x+1) = \\
 & = (64^2 x^2 + 128x + 1)^{15} (2x+1) (8x+1) (32x+1) (64x+1) \stackrel{x^2}{=} \\
 & \stackrel{x^2}{=} (128x+1)^{15} (2x+1) (8x+1) (32x+1) (64x+1) = U
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & U = (128^2 x^2 + 256x + 1)^7 (2x+1) (8x+1) (32x+1) (64x+1) \cdot \\
 & \cdot (128x+1) \stackrel{x^2}{=} (256x+1)^7 (2x+1) (8x+1) (32x+1) (64x+1) \cdot \\
 & = I \quad (128x+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9) \quad & I = (256^2 x^2 + 512x + 1)^3 (2x+1) (8x+1) (32x+1) \cdot \\
 & \cdot (64x+1) (128x+1) (256x+1) \stackrel{x^2}{=} (512x+1)^3 (2x+1) (8x+1) \cdot \\
 & \cdot (32x+1) (64x+1) (128x+1) (256x+1) = C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad & C = (512^2 x^2 + 1024x + 1) (2x+1) (8x+1) (32x+1) \cdot \\
 & \cdot (64x+1) (128x+1) (256x+1) (512x+1) \stackrel{x^2}{=} \\
 & \stackrel{x^2}{=} (1024x+1) (512x+1) (256x+1) (128x+1) (64x+1) \cdot \\
 & (32x+1) (8x+1) (2x+1) = A
 \end{aligned}$$

(11) Заметим, что $(a, b \in \mathbb{Z})$

$$(ax+1)(bx+1) = (abx^2 + (a+b)x + 1) \stackrel{x^2}{=} (a+b)x + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \stackrel{x^2}{=} (2024 + 512 + \dots + 32 + 8 + 2)x + 1 = \quad +$$

$$= (\cancel{2024} + 2026 + 8 + 2)x + 1 = 2026x + 1$$

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & 2026x + 1 - 3x - 1 = 2023x = 2023x^2 \stackrel{x^2}{=} 0 \\
 & (u_2(*)) \quad (u_3(\#))
 \end{aligned}$$

Ответ: верно, делится