

9 класс, вариант 17091, задача 1

Число x неизвестно, но известно число $A = x + \frac{1}{x}$.

а) Выразите через A числа $B_k = x^k + \frac{1}{x^k}$ для $k = 2, 3, 4, 8$.

б) Выясните, при каких A и x выполняются равенства

$$B_2 = B_4 = B_8.$$

с) При каких значениях x (и, соответственно, A) и количество арифметических операций для вычисления B_2 минимально? Вычислите при найденных значениях A и x величину

$$C = \left(\left(x^{2017} + \frac{1}{x^{2017}} \right) \cdot \frac{1}{2} \right)^{2017}.$$

Ответ: 1. $B_2 = A^2 - 2$, $B_3 = A(A^2 - 3)$, $B_4 = (A^2 - 2)^2 - 2$,
 $B_8 = ((A^2 - 2)^2 - 2)^2 - 2$;

2. $A = 2, x = 1$ или $A = -2, x = -1$;

3. при $x = 1 (A = 2)$, при этом $C = 1$.

9 класс, вариант 17091, задача 2

На тепловой электростанции запас газа ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $6 - x$ м³. Может ли запас газа в какой-то месяц составить точный квадрат запаса в другом месяце? Если это возможно, то при каком значении запаса и в какие месяцы?

Ответ:

в любые два четных месяца $x_1 = 1$;

в любые два нечетных месяца $x_2 = 5, x_3 = 6$;

в любой четный и любой нечетный месяц $x_4 = 2, x_5 = 4, x_6 = 9$.

9 класс, вариант 17091, задача 3

Решите уравнение

$$1 - \frac{x}{1} + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} - \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 0.$$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$.

9 класс, вариант 17091, задача 4

Дан произвольный треугольник ABC . Найдите такую точку O внутри треугольника, чтобы площади треугольников AOB , BOC , AOC относились как $1 : 2 : 3$.

Ответ: нужно достаточно построить точку A_1 , делящую отрезок BC в отношении $1 : 3$ (считая от B) и точку B_1 , делящую отрезок AC в отношении $1 : 2$ (считая от A). Пересечение отрезков AA_1 и BB_1 даст искомую точку O .

9 класс, вариант 17091, задача 5

Квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет дискриминант, равный 100. Сколько корней имеет уравнение $f(x) + f(x - 10) = 0$?

Ответ: 1 корень.