Материалы заданий Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2016/2017 учебном году

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад ребят, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.

Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.

Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на тренировочном и отборочном этапах Олимпиады.

Решения вариантов заключительного этапа Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2016/2017 учебном году

Вариант 27071 - Решение

7.1. К приходу гостей Карабас-Барабас решил повесить на стенку портрет своего дедушки в тяжёлой бронзовой раме. Он забил в стену специальное крепление, в инструкции к которому было написано: «…рассчитано на груз не более 5 кг». Карабасу кажется, что масса картины больше. Как ему заранее узнать, выдержит ли крепление, если у него есть верёвка и динамометр с пределом измерения 30 Н?

Решение.

Сначала необходимо отрезать небольшой кусок веревки, потом следует привязать оставшуюся большую верёвку одним концом к картине, а другим – к динамометру. Отрезанный небольшой кусок привязываем к другому концу динамометра и к картине. Если теперь длинную веревку перебросить через неподвижный блок (его роль может выполнить вытянутая рука) и удержать картину в неподвижном положении, то получается такая расстановка сил: динамометр показывает силу натяжения веревки, которая в два раза меньше силы тяжести картины. Если динамометр покажет силу, меньшую, чем 25 Н, то крепление выдержит картину.

7.2. Полый шар плавает в воде, полностью погрузившись в неё. Шар медленно погружают ещё глубже и отпускают. Объясните дальнейшее поведение шара.

Решение.

Если шар плавает, то выполняется условие $mg = F_A = \rho_в V_ш g$, где $m = \rho_ш (V_ш - V_{пол}) g$ Можно рассмотреть два случая:

1. Объем шара не меняется (шар “жесткий”) – тогда условие плавания шара продолжает выполняться и на большей глубине, т.е. шар продолжает плавать в состоянии безразличного равновесия.

2. Объем шара меняется (шар “мягкий”), причем под действием возрастающих сил давления воды объем шара уменьшается. Поскольку масса шара не меняется, а выталкивающая сила уменьшается, то шар перестанет плавать неподвижно и начнет тонуть.

7.3. Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождавшись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя – назад, а Петя – вперёд, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

Решение.

Введем следующие обозначения: v – скорость Кати, $3v/2$ – скорость Пети, xv – скорость автобуса, l – расстояние от автобуса до первой остановки в тот момент, когда его увидела Катя, $4S$ - расстояние между остановками.

Тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{S}{v} = \dfrac{l}{xv} \quad \rightarrow \quad l = xS \\ \dfrac{3S}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \dfrac{l+4S}{xv} \quad \rightarrow \quad 2S = \dfrac{l+4S}{x} \end{cases}$$

$2xS = xS + 4S$

$x = 4$

Ответ: $x = 4$

7.4.. Объем плоской металлической пластины постоянной толщины равен V. Если в пластине просверлить некоторое количество отверстий, то масса пластины будет равна M_1. Если в пластине дополнительно просверлить ещё некоторое количество отверстий так, что их общее количество увеличится в k раз, то масса пластины станет равна M_2. Все отверстия сквозные, одинакового диаметра и сверлятся перпендикулярно плоскости пластины; $k>1$. Определите плотность материала пластины.

Решение.

Введём следующие обозначения: m – масса материала «высверливаемого» для одного отверстия, N – первоначальное количество отверстий, M – масса пластины без отверстий.

Тогда:

$$\begin{cases} M - M_1 = Nm \\ M - M_2 = kNm \end{cases}$$

$$\frac{M - M_1}{M - M_2} = \frac{1}{k}$$

$$kM - kM_1 = M - M_2$$

$$M = \frac{kM_1 - M_2}{k-1} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{kM_1 - M_2}{V(k-1)}$$

Ответ: $\rho = \frac{kM_1 - M_2}{V(k-1)}$

7.5. На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут металлический кубик объёмом $V = 1$ см^3 и массой $m = 10$ г, после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объем воды в сосудах, если плотность воды $\rho = 1$г/см^3. Массой соединительной трубки и объёмом воды в ней можно пренебречь.

Решение.

Так как сосуды сообщающиеся, то уровень воды в них одинаков (обозначим его h). Площадь дна малого сосуда равна S.

Поскольку сила давления на дно сосудов становится после погружения тела также равной, то

$$\rho g h 4S = \rho g h S + (mg - \rho g V_m),$$

$$\rho g h 3S = mg - \rho g V_m \quad ,$$

$$hS = \frac{m/\rho - V_m}{3}.$$

Объём воды в сосудах

$$V = 5hS - V_m = \frac{5m}{3\rho} - \frac{8}{3}V_m = 16,4\ см^3$$

Ответ: $16,4\ см^3$.

Вариант 27081 - Решение

8.1. Совсем скоро наступит весна, и замёрзшие зимой реки начнут освобождаться от льда – на реках наступит ледоход. Если с берега вы будете наблюдать ледоход на прямом участке достаточно широкой реки, то обнаружите удивительное явление: отколовшиеся друг от друга большие льдины плывут по течению и медленно вращаются на поверхности воды, хотя не сталкиваются друг с другом. Как вы объясните этот эффект?

Решение.

Известно, что скорость течения реки по её ширине неодинакова: у берега вода практически неподвижна, а на середине реки течение самое быстрое. Большая льдина располагается на поверхности воды так, что разные части льдины погружены в слои воды, обладающие разными скоростями. Действие сил трения воды о льдину будет приводить к закручиванию льдины. При этом наблюдается любопытный эффект: льдины, расположенные по разные стороны от середины реки, закручиваются в разных направлениях.

8.2. При относительно невысоких температурах кристаллическая решётка железа имеет вид объёмно-центрированного куба, то есть ионы железа находятся в вершинах куба и в его центре. При повышении температуры железо изменяет кристаллическую решётку, которая становится гранецентрированным кубом, т.е. ионы железа располагаются в вершинах куба и в центре каждой из его граней. В процессе изменения кристаллической решётки плотность железа уменьшается на 2%. Найдите, во сколько раз изменяется объем элементарной ячейки кристаллической решётки (объем куба).

Решение.

Поскольку узловой ион принадлежит 8 ячейкам, тот, что в центре куба – 1 ячейке, те, которые в центре граней – 2 ячейкам. Таким образом, на ОЦК-ячейку приходится масса 2 ионов, а на ГЦК – четырех, тогда: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{2V_1}$, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{0{,}98} = 2{,}04$.

8.3. Имеются две химически невзаимодействующие жидкости. Кубик, выполненный из некоторого материала, плавает в первой жидкости, погрузившись на треть своего объёма. Во второй жидкости он плавает, погрузившись на две трети объёма. Жидкости однородно смешивают друг с другом в объёмном отношении $\frac{V_1}{V_2} = n$. Какая часть кубика будет находиться над поверхностью смеси жидкостей, когда он будет плавать в ней?

Решение.

Запишем условие плавания кубика в трех случаях:

$$mg = \frac{\rho_1 g V_к}{3}$$

$$mg = \frac{2\rho_2 g V_к}{3}$$

$mg = \rho_3 g \cdot kV_к$, где $\rho_3 = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{nV_2 + V_2} = \frac{\rho_1 nV_2 + \rho_2 V_2}{nV_2 + V_2} = \frac{\rho_2 2nV_2 + \rho_2 V_2}{nV_2 + V_2} = \rho_2 \frac{2n+1}{n+1}$,

k- погруженная в смесь часть объёма кубика.

Найдем k:

$$\frac{2\rho_2 g V_к}{3} = k\rho_3 g V_к = \rho_2 \frac{2n+1}{n+1} kV_к,$$

$$k = \frac{2}{3}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right).$$

Над поверхность останется часть 1-k, т.е.

$$\frac{4n+1}{6n+3}$$

Ответ: $\dfrac{4n+1}{6n+3}$

8.4. Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождавшись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя – назад, а Петя – вперёд, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

Решение.

Введем следующие обозначения: v – скорость Кати, $3v/2$ – скорость Пети, xv – скорость автобуса, l – расстояние от автобуса до первой остановки в тот момент, когда его увидела Катя, $4S$ - расстояние между остановками.

Тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{S}{v} = \dfrac{l}{xv} \quad \rightarrow \quad l = xS \\ \dfrac{3S}{\left(\frac{3}{2}v\right)} = \dfrac{l+4S}{xv} \quad \rightarrow \quad 2S = \dfrac{l+4S}{x} \end{cases}$$

$$2xS = xS + 4S$$

$$x = 4$$

Ответ: $x = 4$

8.5. На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут маленький грузик объёмом $V = 1$ см^3 и массой $m = 10$ г, после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объем воды в сосудах, если плотность воды $\rho = 1 \text{г/см}^3$. Массой соединительной трубки и объёмом воды в ней можно пренебречь.

Решение.

Так как сосуды сообщающиеся, то уровень воды в них одинаков (обозначим его h). Площадь дна малого сосуда равна S.

Поскольку сила давления на дно сосудов становится после погружения тела также равной, то

$$\rho g h 4S = \rho g h S + (mg - \rho g V_m),$$

$$\rho g h 3S = mg - \rho g V_m \quad ,$$

$$hS = \frac{m/\rho - V_m}{3}.$$

Объём воды в сосудах

$$V = 5hS - V_m = \frac{5m}{3\rho} - \frac{8}{3}V_m = 16,4\ см^3$$

Ответ: $16,4\ см^3$.

Вариант 27091 – Решение

9.1. Совсем скоро наступит весна, и замёрзшие зимой реки начнут освобождаться от льда – на реках наступит ледоход. Если с берега вы будете наблюдать ледоход на прямом участке достаточно широкой реки, то обнаружите удивительное явление: отколовшиеся друг от друга большие льдины плывут по течению и медленно вращаются на поверхности воды, хотя не сталкиваются друг с другом. Как вы объясните этот эффект?

Решение.

Известно, что скорость течения реки по её ширине неодинакова: у берега вода практически неподвижна, а на середине реки течение самое быстрое. Большая льдина располагается на поверхности воды так, что разные части льдины погружены в слои воды, обладающие разными скоростями. Действие сил трения воды о льдину будет приводить к закручиванию льдины. При этом наблюдается любопытный эффект: льдины, расположенные по разные стороны от середины реки, закручиваются в разных направлениях.

9.2. Однажды ранним утром друзья Петя, Катя и Вася пришли на станцию метро, имевшую три одинаковых эскалатора. Первый эскалатор работал на подъём, второй – на спуск, а третий стоял. Ребята спустились на платформу бегом, каждый по своему эскалатору: Петя – по первому, Катя – по второму, Вася – по третьему. Спускаясь, ребята считали пройденные ступеньки. Петя насчитал N_1=80 ступенек, а Катя – N_2=48. Сколько ступенек насчитал Вася, если скорости бега Пети и Кати (относительно их эскалаторов) относились как 5:3?

Решение

x – ширина одной ступеньки, k=5/3, N – ступеньки, насчитанные Васей

$$\begin{cases} S = Nx = (kv-u)t_1 = (kv-u)\cdot\dfrac{N_1x}{kv} \\ S = Nx = (v+u)t_1 = (v+u)\cdot\dfrac{N_2x}{v} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = (kv-u)\cdot\dfrac{N_1}{kv} \\ N = (v+u)\cdot\dfrac{N_2}{v} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1u = kv(N_1-N) \\ N_2u = v(N-N_2) \end{cases} \quad\rightarrow\quad \frac{N_1}{N_2} = k\cdot\frac{N_1-N}{N-N_2}$$

$$N_1N - N_1N_2 = kN_1N_2 - kNN_2 \ \rightarrow\ N(N_1+kN_2) = (k+1)N_1N_2$$

$$N = \frac{(k+1)N_1N_2}{N_1+kN_2} = \frac{8}{3}\cdot\frac{80\cdot 48}{80+80} = \frac{8\cdot 48}{3\cdot 2} = 4\cdot 16 = 64$$

Ответ: $N = \frac{8}{3}\cdot\frac{N_1N_2}{N_1+\frac{5}{3}\cdot N_2} = 64$ ступеньки

9.3. Петя пришёл из школы и решил приготовить себе на обед пельмени. На упаковке он прочитал, что для этого надо сначала вскипятить воду. Он налил в кастрюлю некоторое количество холодной воды при температуре t_0 = 20°C, но когда она через время T = 12 мин закипела, то пришла из школы его старшая сестра Лена, и сказала, что тоже хочет пельменей. Кипящей воды в кастрюле оказалось недостаточно для двух порций. Лена быстро долила в кипящую воду некоторое количество холодной воды при той же температуре t_0. Через время τ = 4 мин вода в кастрюле опять закипела, и ребята приготовили себе пельмени. Определите минимальную температуру воды θ в кастрюле после добавления холодной воды в кипяток. Скорость поступления тепла к воде в кастрюле и скорость утечки тепла из кастрюли считайте постоянными.

Решение

P – поступающая мощность (с учётом потерь), C_1, C_2 – теплоёмкости 1-й и 2-й порций воды.

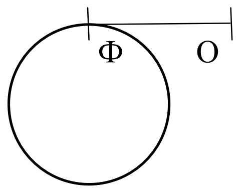
$$\begin{cases} PT = C_1(t_к - t_0) \\ C_1(t_к - \theta) = C_2(\theta - t_0) \\ P\tau = (C_1 + C_2)(t_к - \theta) \end{cases}$$

$$\frac{\tau}{T} = \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)\frac{(t_к - \theta)}{(t_к - t_0)} = \left(1 + \frac{t_к - \theta}{\theta - t_0}\right)\frac{(t_к - \theta)}{(t_к - t_0)} = \frac{t_к - t_0}{\theta - t_0} \cdot \frac{t_к - \theta}{t_к - t_0} = \frac{t_к - \theta}{\theta - t_0}$$

$$\tau\theta - \tau t_0 = Tt_к - T\theta$$

$$\theta = \frac{Tt_к + \tau t_0}{T + \tau} = \frac{12 \cdot 100 + 4 \cdot 20}{12 + 4} = \frac{1280}{16} = 80\ ℃$$

9.4. Гоночный автомобиль совершает заезд по кольцевой трассе по часовой стрелке (см. рис). Автомобиль двигается с максимально возможной скоростью (на грани заноса). Пройдя последние 5 кругов за 5 мин 14 с, автомобиль пересекает линию финиша в точке Ф, выезжает на прямолинейную дорогу ФО. Гонщик сразу начинает резко тормозить (на грани проскальзывания колёс о дорогу) и останавливается в точке О. Найдите время торможения τ. Кольцевая и прямолинейная дороги лежат в горизонтальной плоскости; свойства дорожного покрытия везде одинаковы.



Решение

Обозначим время одного оборота T (период обращения). Ускорение торможения на ФО и центростремительное ускорение $2\pi v/T$ равны между собой.

Тогда:

$$\frac{2\pi v}{T} = \frac{v}{\tau} \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{T}{2\pi}$$

$$\tau = \frac{T}{2\pi} = \frac{t}{10\pi} = \frac{314}{31.4} = 10\ с$$

Ответ: $\tau = \frac{t}{10\pi} = 10\ с.$

9.5. Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками A и B будет равно R_1 (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками A и B будет равно R_2. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками A и B. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

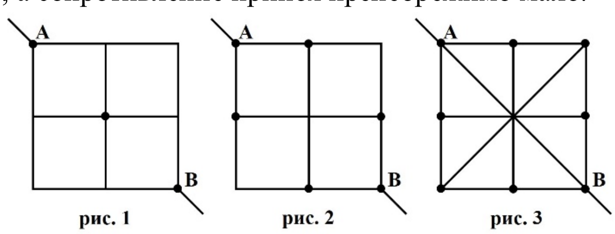
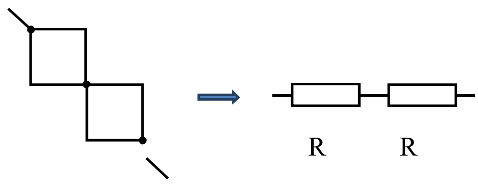


рис. 1 рис. 2 рис. 3

Решение.

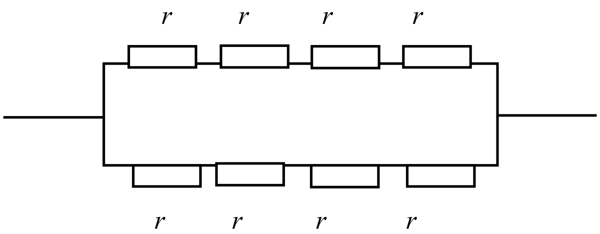
Поскольку все разрезы изолированные, то для первой схемы останется:



Для эквивалентной схемы, считая сопротивление квадрата равным *R*,

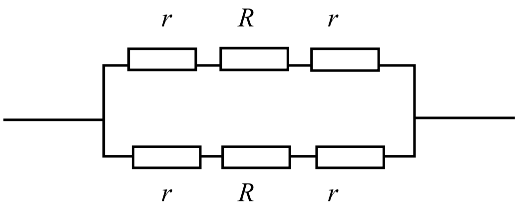
получим: $R_1 = 2R$.

Для третьей схемы получим, обозначив сопротивление треугольников как r :



$R_3 = 2r$.

Для второй схемы, учитывая введённые обозначения, получим:



$R_2 = \dfrac{2r + R}{2}$.

Решая систему, получим:

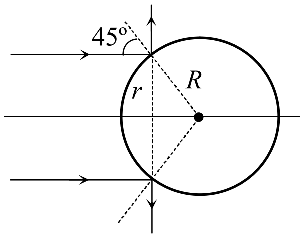
$$\begin{aligned} R &= R_1 / 2 \\ r &= R_2 + 0,25R_1 \end{aligned} \Longrightarrow R_3 = 2R_2 + 0,5R_1$$

Ответ: $R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$

Вариант 27101 – Решение

10.1. Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

Решение



Лучи света отражаются от поверхности шара по закону отражения, причем в роли перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча на шар, выступает радиус шара, проведенный в точку падения. С помощью рисунка легко определить радиус r светового пучка, все лучи которого будут отражаться влево: $r = R\cos 45° = R/\sqrt{2}$. Все лучи исходного пучка, расстояние до которых от его оси больше, чем r, будут отражаться от шара вправо. Чтобы сравнить яркость света, отраженного влево и вправо, необходимо сравнить площади сечений исходного пучка, все лучи в пределах которых отражаются влево и вправо:

$S_{влево} = \pi r^2 = \dfrac{\pi}{2}R^2$; $S_{вправо} = \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left(R^2 - \dfrac{R^2}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}R^2$. Это означает, что шар отражает свет исходного пучка одинаково и влево, и вправо.

10.2. Автомобиль массой m едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом – на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна v_2, а на спуске – v_3. Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

Решение.

На всех участках дороги автомобиль движется равномерно и прямолинейно, т.е.:

$F_{тяги1} = f_{сопр} = kv_1^2$ на горизонтальном участке,

$F_{тяги2} = kv_2^2 + mg\sin\alpha$ на подъёме, $F_{тяги3} = kv_3^2 - mg\sin\alpha$ на спуске.

Для P – мощности двигателя :

$$\begin{cases} P = kv_1^3 \\ P = kv_2^3 + mg\sin\alpha\, v_2 \\ P = kv_3^3 - mg\sin\alpha\, v_3 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим: $kv_1^3\left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right) = k(v_2^2 + v_3^2)$,

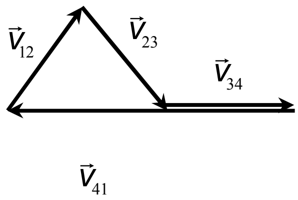
$v_1 = \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3\left(v_2^2 + v_3^2\right)}{v_2 + v_3}}$ и $p_1 = m\cdot\sqrt[3]{\frac{v_2 v_3\left(v_2^2 + v_3^2\right)}{v_2 + v_3}}$

Ответ: $p_1 = m\cdot\sqrt[3]{\frac{v_2 v_3\left(v_2^2 + v_3^2\right)}{v_2 + v_3}}$

10.3. По горизонтальному столу ползут четыре муравья. В некоторый момент времени скорость 1-го муравья относительно 2-го направлена на северо-восток, скорость 2-го относительно 3-го – на юго-восток, а скорость 3-го относительно 4-го – на восток. Модули всех названных относительных скоростей одинаковы и равны v=1 см/с. Чему равна и куда направлена скорость 1-го муравья (относительно стола), если скорость 4-го муравья (относительно стола) равна 1 см/с и направлена на запад?

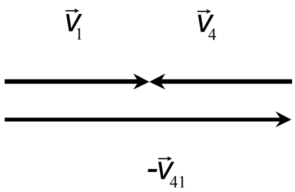
Решение.

Поскольку $\vec{v}_{12}+\vec{v}_{23}+\vec{v}_{34}+\vec{v}_{41}=0$, то:



Из рисунка понятно, что $v_{41}=(1+1\cdot\cos 60°)v$.

Из закона сложения скоростей следует, что $\vec{v}_1=\vec{v}_4-\vec{v}_{41}$



Тогда $v_1=(1+1\cdot\cos 60°)-1=0,5\ см/с,$ на восток.

Ответ: $v_1=0,5\ см/с,$ на восток.

10.4. Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками A и B будет равно R_1 (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками A и B будет равно R_2. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками A и B. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

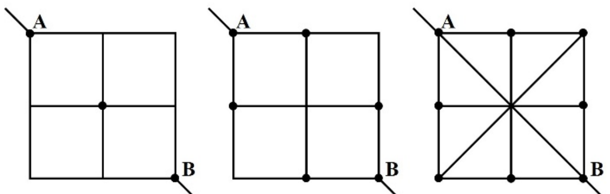
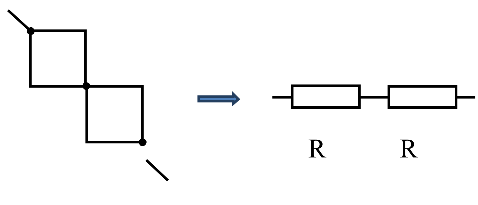


рис. 1 **рис. 2** **рис. 3**

Решение.

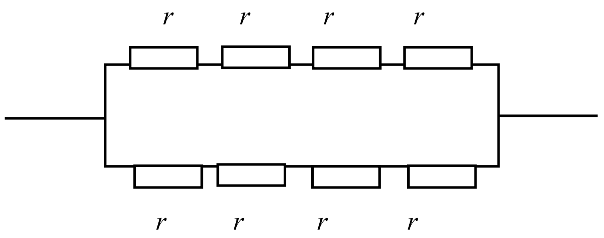
Поскольку все разрезы изолированные, то для первой схемы останется:



Для эквивалентной схемы, считая сопротивление квадрата равным R,

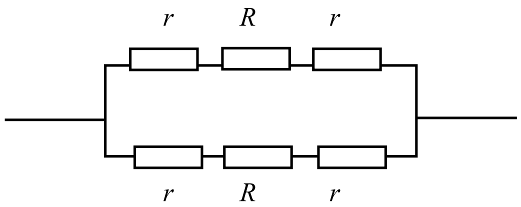
получим: $R_1 = 2R$.

Для третьей схемы получим, обозначив сопротивление треугольников как r :



$R_3 = 2r$.

Для второй схемы, учитывая введённые обозначения, получим:



$$R_2 = \frac{2r + R}{2} .$$

Решая систему, получим:

$$\begin{matrix} R = R_1 / 2 \\ r = R_2 + 0,25R_1 \end{matrix} \Longrightarrow R_3 = 2R_2 + 0,5R_1$$

Ответ: $R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$

10.5. Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в (p-V) координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице $t^- = -14$ °С. Для поддержания в комнате комфортной температуры $t^+ = 23$ °С требуется некоторое количество тепла P^+ в единицу времени. Определите отношение P^+ к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

Решение

Соотношения между модулями теплоты нагревателя Q^+, холодильника Q^- и работы за цикл A в обратном цикле Карно те же, что и в прямом. Тогда:

$$Q^+ = A + Q^-; \quad \frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T^+}{T^-}$$

$$A = Q^+ - Q^- = \frac{T^+ - T^-}{T^+} Q^+$$

Для отношения мощностей получаем:

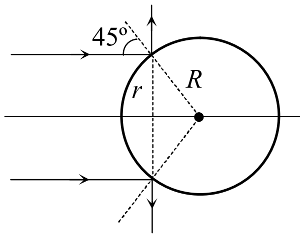
$$\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{296}{23 + 14} = \frac{37 \cdot 8}{37} = 8$$

Ответ: $\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = 8$

Вариант 27111 – Решение

11.1. Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

Решение



Лучи света отражаются от поверхности шара по закону отражения, причем в роли перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча на шар, выступает радиус шара, проведенный в точку падения. С помощью рисунка легко определить радиус r светового пучка, все лучи которого будут отражаться влево: $r = R\cos 45° = R/\sqrt{2}$. Все лучи исходного пучка, расстояние до которых от его оси больше, чем r, будут отражаться от шара вправо. Чтобы сравнить яркость света, отраженного влево и вправо, необходимо сравнить площади сечений исходного пучка, все лучи в пределах которых отражаются влево и вправо:

$S_{влево} = \pi r^2 = \frac{\pi}{2}R^2$; $S_{вправо} = \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left(R^2 - \frac{R^2}{2}\right) = \frac{\pi}{2}R^2$. Это означает, что шар отражает свет исходного пучка одинаково и влево, и вправо.

11.2. Автомобиль массой m едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом – на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна v_2, а на спуске – v_3. Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

Решение.

На всех участках дороги автомобиль движется равномерно и прямолинейно, т.е.:

$F_{тяги1} = f_{сопр} = kv_1^2$ на горизонтальном участке,

$F_{тяги2} = kv_2^2 + mg\sin\alpha$ на подъёме, $F_{тяги3} = kv_3^2 - mg\sin\alpha$ на спуске.

Для P – мощности двигателя :

$$\begin{cases} P = kv_1^3 \\ P = kv_2^3 + mg\sin\alpha\, v_2 \\ P = kv_3^3 - mg\sin\alpha\, v_3 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим: $kv_1^3\left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right) = k(v_2^2 + v_3^2)$,

$v_1 = \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$ и $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

Ответ: $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

11.3. Два одинаковых шарика, масса каждого из которых равна m, заряжены одинаковыми зарядами q и соединены идеальной непроводящей нитью длиной l. В некоторый момент времени точку, расположенную посередине нити, начинают перемещать равномерно со скоростью v_0 в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей шарики. До какого минимального расстояния сблизятся шарики во время последующего движения? Действием силы тяжести пренебречь.

Решение.

Перейдем в систему отсчета, связанную с центром нити.

В начальный момент времени система двух шариков обладает кинетической энергией

$$W_{кин1} = 2 \cdot \frac{mv_0^2}{2}.$$

Шарики сближаются до тех пор, пока их скорость не станет равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии

$$W_{кин2} - W_{кин1} = A_{Fполя}$$
$$-2\frac{mv_0^2}{2} = q\left(\frac{kq}{l} - \frac{kq}{x}\right),$$

Где x –минимальное расстояние между ними.

Решая систему, получаем:

$$x = \frac{kq^2 l}{kq^2 + mv_0^2 l}.$$

Ответ: $x = \dfrac{l}{\dfrac{mv_0^2}{kq^2} + 1}.$

11.4. Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками A и B будет равно R_1 (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками A и B будет равно R_2. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками A и B. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

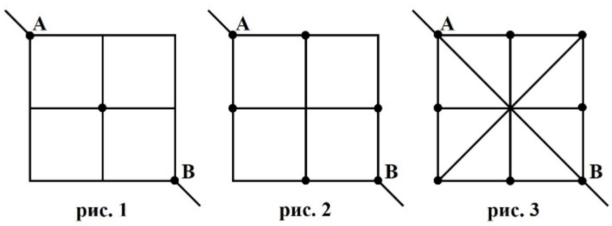
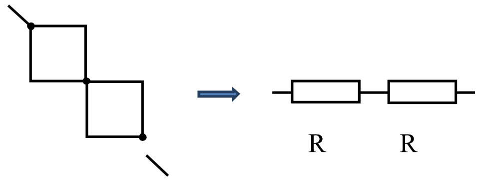


рис. 1 рис. 2 рис. 3

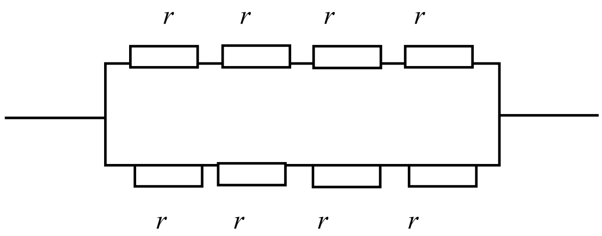
Решение.

Поскольку все разрезы изолированные, то для первой схемы останется:



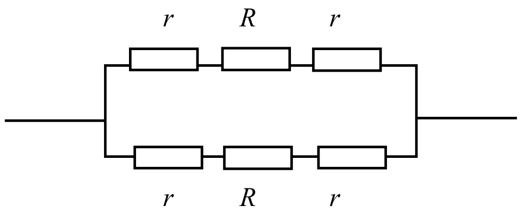
Для эквивалентной схемы, считая сопротивление квадрата равным R, получим: $R_1 = 2R$.

Для третьей схемы получим, обозначив сопротивление треугольников как r :



$$R_3 = 2r\ .$$

Для второй схемы, учитывая введённые обозначения, получим:



$$R_2 = \frac{2r + R}{2}\ .$$

Решая систему, получим:

$$\begin{array}{l} R = R_1 / 2 \\ r = R_2 + 0,25R_1 \end{array} \quad \Longrightarrow \quad R_3 = 2R_2 + 0,5R_1$$

Ответ: $R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$

11.5. Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в (*p*-*V*) координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице $t^- = -\ 14\ ^{\circ}$C. Для поддержания в комнате комфортной температуры t^+=23 $^{\circ}$C требуется некоторое количество тепла P^+ в единицу времени. Определите отношение P^+ к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

Решение

Соотношения между модулями теплоты нагревателя Q^+, холодильника Q^- и работы за цикл A в обратном цикле Карно те же, что и в прямом. Тогда:

$$Q^+ = A + Q^-; \quad \frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T^+}{T^-}$$

$$A = Q^+ - Q^- = \frac{T^+ - T^-}{T^+} Q^+$$

Для отношения мощностей получаем:

$$\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{296}{23 + 14} = \frac{37 \cdot 8}{37} = 8$$

Ответ: $\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = 8$