Материалы заданий Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2015/2016 учебном году

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад ребят, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.

Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.

Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на тренировочном и отборочном этапах олимпиады.

Материалы заданий отборочного этапа Олимпиады школьников
«Надежда энергетики» по предмету «физика»
в 2015/2016 учебном году

7 класс

Если провести мелом по классной доске, то частички мела остаются на ней. Как вы объясните это?

Решение. Сила притяжения молекулы мела и доски больше силы притяжения между молекулами мела.

На столбе высотой H подвешен фонарь. Мимо фонаря со скоростью v проходит человек, рост которого равен h. С какой скоростью движется по земле тень от головы человека?

Решение. Расстояние от столба до человека r и расстояние от столба до тени головы R связаны соотношением из подобия треугольников:

$$\frac{H}{R} = \frac{h}{R - r},$$

откуда

$$r = R\frac{H - h}{H}.$$

Поэтому скорости человека и тени его головы связаны соотношением $v = u\dfrac{H - h}{H}$.

Ответ: Скорость тени головы человека $u = v\dfrac{H}{H - h}$.

Известно, что если написать мягким карандашом на бумаге букву «Н» высотой a, шириной b = 5 мм и толщиной линии l = 1 мм, то масса израсходованного грифеля окажется равна массе грифеля, израсходованного для написания буквы «Е» такого же размера. Найдите эту массу, если графит ложится на бумагу слоем толщиной h = 1 мкм, а плотность грифеля мягкого карандаша ρ = 0,0021 (г/мм³).

$$\begin{aligned} &S_E = S_H \\ &a + 3b - 3l = 2a + b - 2l \\ &a = 2b - l \\ &b = \frac{1}{2}(a + l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &M = \rho hl(5b - 4l) \\ &M = \rho hl(2{,}5a - 1{,}5l) \end{aligned}$$

$$M = \rho hl(5b - 4l) = 0{,}0021 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot (25 - 4) = 44{,}1\text{мкг}$$

Два автобуса проехали один и тот же перекресток со скоростью 60 км/час в одном направлении с интервалом 5 минут. На дороге они обогнали движущегося в том же направлении мальчика на скутере. С какой скоростью двигался мальчик, если автобусы проехали мимо него с интервалом в 15 минут?

Решение. Расстояние между автобусами равно $v_a \cdot 10$. Относительно велосипедиста автобусы движутся со скоростью $v_a - v_в$, а расстояние между ними относительно велосипедиста равно $(v_a - v_в)\cdot 15$. Тогда $(v_a - v_в)\cdot 15 = v_a \cdot 10$, откуда

$$v_в \cdot 15 = v_a \cdot 5.$$

Ответ: Скорость велосипедиста $v_в = \frac{1}{3} v_a = 20$ км/ч.

Крестьяне Емельян и Елисей совместно вспахивают прямоугольное поле ABCD, где AB = 500 м, AD = 351,6 м. Во время вспашки конь Емельяна движется со скоростью в 1,5 раза большей, чем конь Елисея, но плуг у Елисея в 2 раза шире, чем у Емельяна. Емельян начинает движение из вершины A, а Елисей – из вершины C, крестьяне все время двигаются параллельно стороне AB. Доходя до края поля, они мгновенно разворачиваются, передвигают свой плуг и продолжают перепахивать поле. Работа прекратится, когда крестьяне столкнутся (плуг Елисея заденет плуг Емельяна). Однако некоторая площадь поля окажется не вскопанной. Найдите эту площадь, если ширина плуга у Елисея x = 1 м.

Решение. Обозначим t – время, за которое Емельян пройдет поле трижды, а Елисей, соответственно – дважды. После этого они будут находиться по одну сторону поля (а не с противоположных, как в начале). За это время Емельян вспахивает полосу толщиной 1,5 метра, а Елисей – 2 метра. Суммарно – 3,5 метра. В вариантах 1,2 и 3 ширина поля 351,6 метров, то есть спустя время 100t крестьяне будут находиться на расстоянии 1,6 метров друг от друга на стороне BC. При этом Емельян вспашет полосу толщиной 150 метров, а Елисей – 200 метров.
После этого Емельян начнет вспахивать вспашет полосу шириной 0,5 метра, а Елисей – 1 метр. Между ними останется полоска шириной 10 сантиметров. К тому моменту, когда Емельян дойдет до конца поля (пройдет 500 м), Елисей пройдет только 2/3 своей борозды (пройдет 333,33 м). Емельян развернется и пойдет Елисею навстречу. При встрече они зацепятся боронами и прекратят работу. Встреча, очевидно, произойдет после того, как Емельян пройдёт 3/15 поля навстречу Елисею (который пройдет 2/15+2/3 поля).

При этом не вспаханными останутся две полоски поля:
- перед Емельяном шириной 10 см и длиной 2/15 поля
- перед Елисеем (он не дойдёт до конца поля), т.е. справа от Емельяна шириной 60 см и длиной 3/15 поля

Ответ: Невспаханная площадь: $S = 0{,}1\left(\frac{2}{15} + \frac{2}{3}\right)\cdot 500 + 0{,}6 \cdot \frac{3}{15}\cdot 500 = 100\ м^2$.

8 и 9 класс

В цилиндрическом сосуде с площадью дна $S = 0{,}01\ м^2$ в состоянии теплового равновесия находятся вода и плавающий в ней лёд массой $m = 100$ г. Воду со льдом начинают равномерно нагревать, и спустя время $t = 1$ с уровень воды в сосуде начинает заметно изменяться. На сколько опустится уровень воды через $\tau = 3$ с после начала нагревания? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3\cdot 10^5$ Дж/кг,

удельная теплота парообразования воды r = 2,3·10^6 Дж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4200 Дж·кг$^{-1}$·К$^{-1}$, плотность воды ρ = 10^3 кг/м^3. Теплообменом с окружающей средой и испарением воды до момента закипания пренебрегите. Начальная масса воды M = 1 кг.

Решение. Уровень воды начнет изменяться после того, как лед расплавился и вода закипела. Если N – мощность нагревателя, то

$$\begin{cases} Nt = \lambda m + 100c\left(M+m\right) \\ N\tau = Nt + r\rho Sl \end{cases};$$

$$\left[\left(\lambda + 100c\right)m + 100cM\right]\left(\tau - t\right) = r\rho Slt;$$

$$\left(7,5\cdot 10^5 m + 4,2\cdot 10^5\right)\left(\tau - t\right) = 2,3\cdot 10^7 lt$$

$$\left(7,5m + 4,2\right)\left(\tau - t\right) = 2,3\cdot 10^2 lt$$

Ответ: $l = 43\left(мм\right)$

В городе Зурбагане все улицы расходятся лучами от центральной площади, причем угол между соседними улицами составляет 30°, а сами улицы пронумерованы подряд буквами латинского алфавита. В новогоднюю ночь Дед Мороз должен развезти детям подарки из центра города. Чтобы успеть раздать все подарки, он разложил их по мешкам, число которых равно числу улиц, а на каждую улицу послал гнома-помощника. Двигаясь по улице A, Дед Мороз встречает первого гнома на расстоянии 500 м от центра и передает ему мешок с подарками. Гном на соседней улице B находится в этот момент на том же расстоянии (500 м) от центра и, чтобы быстрее получить подарки для детей, начинает идти в центр навстречу Деду Морозу. Дед Мороз возвращается по улице A к центру города, чтобы попасть на улицу B, и, двигаясь по ней от центра, встречает второго гнома и передает ему мешок. Третий гном в этот момент на улице C находится от центра на том же расстоянии, что и Дед Мороз на улице B. Оба начинают одновременно двигаться к центру города. Процесс передачи остальных мешков происходит аналогично: Дед Мороз в момент передачи мешка и следующий гном находятся на одинаковых расстояниях от центра. Раздав все мешки, Дед Мороз вернулся на центральную площадь. Какой путь проделал Дед Мороз по городу, если скорость его саней в 8 раз больше скорости передвижения гномов по улицам?

Ответ: 5,21 км.

Инженеры сконструировали транспортную платформу в виде диска для перевозки грузов. Она может передвигаться как в воздухе, так и в воде. Предельно нагруженная платформа движется в воздухе в 20 раз быстрее, чем в воде. При этом по воздуху она может перевозить груз максимальной массой M = 500 кг, а по воде – m = 3000 кг. Определите массу платформы. Считайте, что ее средняя плотность равна плотности воды, а плотность воздуха в 1000 раз меньше плотности воды. При решении полагайте, что подъемная сила платформы прямо пропорциональна плотности окружающей среды и квадрату скорости движения. Платформа движется по воде при полном погружении, но груз не должен намокнуть!

Решение. Диск в воздухе: $\left(M + m_0\right)g = \alpha v_{возд}^2 \rho_{возд}$

Диск в воде: $(m+m_0)g = \alpha v_{вод}^2 \rho_{вод} + \rho_{вод} g V_{диска}$

$(m+\rho V_{диска})g = \alpha v_{вод}^2 \rho_{вод} + \rho_{вод} g V_{диска}$, $mg = \alpha v_{вод}^2 \rho_{вод}$

$$\begin{cases} (M+m_0)\,g = \alpha v_{возд}^2 \rho_{возд} \\ mg = \alpha v_{вод}^2 \rho_{вод} \end{cases}, \qquad \frac{M+m_0}{m} = 10^{-3}\left(\frac{v_{возд}}{v_{вод}}\right)^2,$$

$$\frac{M+m_0}{m} = \left(\frac{v_{возд}}{v_{вод}}\right)^2 \frac{\rho_{возд}}{\rho_{вод}}$$

Ответ: m_0=700 кг

10 класс

Рыбак вышел в лодке на середину озера, бросил якорь и закинул удочку. Поплавок удочки, качаясь на волнах, переходит из верхнего положения в нижнее за время $\tau = 1$ с. Рыбак заметил, что гребень волны проходит расстояние от носа лодки до кормы за время $T = 2$ с. Найдите интервал времени T_1 между ударами волн о нос лодки, если она начнёт движение навстречу волнам со скоростью $v = 5$ м/с, а длина лодки $L = 2$ м.

Решение. Скорость перемещения гребня волны: $u = \dfrac{L}{T}$, расстояние между ближайшими гребнями волн (длина волны): $\lambda = 2u\tau$ (τ - полупериод волны).

В системе отсчета, связанной с движущейся лодкой, гребни пробегают мимо лодки со скоростью $v_1 = v + u$.

Минимальный промежуток времени между ударами волн о нос лодки $T_1 = \dfrac{\lambda}{v_1} = \dfrac{2u\tau}{v+u} = \dfrac{2L\tau}{T\left(v+\dfrac{L}{T}\right)} = \dfrac{2L\tau}{L+vT} = \dfrac{2\cdot 2\cdot 1}{2+5\cdot 2} = \dfrac{1}{3}$ с.

К батарее с некоторым внутренним сопротивлением последовательно подключены резистор сопротивлением R=15 Ом и вольтметр. Если этот резистор заменить на резистор сопротивлением R=5 Ом, то показания вольтметра возрастут вдвое. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если убрать резистор?

Решение

В исходной цепи: $$U_V = \frac{ER_V}{r+R+R_V} \quad (1)$$

После замены резистора: $2U_V = \dfrac{ER_V}{r + \dfrac{R}{3} + R_V} = \dfrac{3ER_V}{3(r + R_V) + R}$ *(2)*

В окончательном виде: $XU_V = \dfrac{ER_V}{r + R_V}$ *(3)*

Если поделить (2) на (1), то получим $2 = \dfrac{3(r + R_V + R)}{3(r + R_V) + R}$, *откуда* $r + R_V = \dfrac{R}{3}$.

Тогда, поделив (3) на (1), получаем: $X = \dfrac{r + R_V + R}{r + R_V} = \dfrac{\dfrac{R}{3} + R}{\dfrac{R}{3}} = 4$.

Ответ: *Показания вольтметра по сравнению с первоначальными вырастут в 4 раза.*

Идеальный газ нагревается по закону $\dfrac{p^2}{T} = const$***, причём его температура увеличивается в 4 раза. Определите работу, совершенную газом, если первоначальный объем и давление газа составляли соответственно 2 л и 10*** ^{5} ***Па.***

Решение

Объединим уравнение процесса и уравнение состояния идеального газа:

$$\begin{cases} \dfrac{p^2}{T} = const \\ \dfrac{pV}{T} = const \end{cases}$$

Тогда получим: $p = kV$.

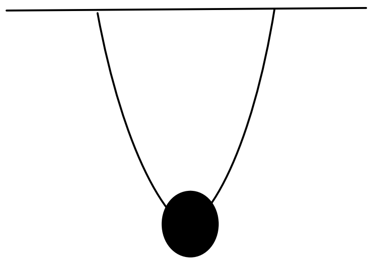
Тогда $A = \dfrac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \dfrac{p_1V_1}{2}\left(\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1\right)$.

Ответ: *300 Дж*

Небольшой фонарь массой 600 г подвешен к потолку на двух гибких проводах массой по 300 г каждый (см. рис.). Длина каждого из проводов в полтора раза превышает расстояние между фонарём и потолком. Найдите силу натяжения любого из проводов в месте крепления его к фонарю. Размерами фонаря пренебрегите.

Решение:

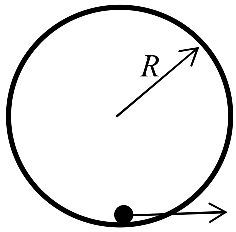
$$\begin{cases} T_0^2 = (mg)^2 + T_x^2 \\ T^2 = (2mg)^2 + T_x^2 \\ T = T_0 + mg\dfrac{h}{l} \end{cases}$$



$$\begin{cases} T + T_0 = 3mg\frac{l}{h} \\ T - T_0 = mg\frac{h}{l} \end{cases}$$

$$T = \frac{mg}{2}\left(\frac{3l}{h} - \frac{h}{l}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{9}{2} - \frac{2}{3}\right) = \frac{27}{4} - 1 = \frac{23}{4} \approx 5.75\ H$$

В гладком кольцеобразном жёлобе радиуса R, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, придали скорость v_0=$2\sqrt{Rg}$ горизонтально вдоль жёлоба (см. рис.). Найдите высоту, на которой шарик оторвётся от поверхности жёлоба.



Решение

Пусть α- угол между вектором скорости и *вертикалью*, v – скорость в момент отрыва.

$$\begin{cases} N = m\left(\dfrac{v^2}{R} - g\sin\alpha\right) = 0 \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = mg2R = mgR(1+\sin\alpha) + \dfrac{mv^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2g - 3g\sin\alpha = 0 \\ \dfrac{v^2}{R} = 2g - 2g\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sin\alpha = \frac{2}{3}$$

$$h = R + R\sin\alpha = \frac{5}{3}R$$

Ответ: $h = \frac{5}{3}R$

11 класс

Лунная дорожка на поверхности водоема возникает вследствие отражения света от мелких волн. Почему же не светится отраженным светом вся поверхность водоема?

Решение: Луч падающий, луч отраженный и глаз наблюдателя лежат в одной плоскости.

В однородное магнитное поле, магнитная индукция которого равна B, а линии индукции направлены горизонтально, помещена проволочная рамка. Она спаяна из двух одинаковых половинок окружностей радиусом R, плоскости которых расположены под прямым углом друг к другу. Рамка вращается вокруг вертикальной оси, совпадающей с общим диаметром полуокружностей. Определите максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке, если угловая скорость ее вращения равна ω.

Пусть для одной половинки рамки в момент времени $t=0$ значение магнитного потока через нее равно $\Phi_{10} = BS = B\dfrac{\pi R^2}{2}$. Тогда $\Phi_1(t) = B\dfrac{\pi R^2}{2}\cos\omega t$. В этой половине рамки возникает ЭДС индукции $\varepsilon_{i1} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\omega t$.

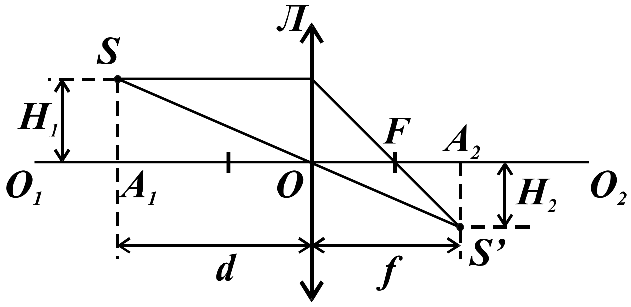
Для другой половины рамки $\Phi_{20} = 0$. Тогда $\Phi_2(t) = B\dfrac{\pi R^2}{2}\sin\omega t$, а ЭДС индукции $\varepsilon_{i2} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} = -B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\cos\omega t$. Результирующая ЭДС индукции в рамке $\varepsilon_\Sigma = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 =$

$$= B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\omega t - B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\cos\omega t = B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\left(\sin\omega t - \cos\omega t\right).$$

Поскольку $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\alpha - \dfrac{\pi}{4}\right)$, то $\varepsilon_\Sigma = \sqrt{2}B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Отсюда $\varepsilon_{\Sigma\text{макс}} = \sqrt{2}B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega$.

Точечный источник света описывает окружность в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F = 7 см. Изображение источника наблюдается на экране, расположенном на расстоянии f = 0,35 м от линзы. Во сколько раз отличаются ускорения, с которыми движутся изображение и источник?



Источник *S* и его изображение *S'* вращаются с одинаковой угловой скоростью ω в плоскостях, перпендикулярных главной оптической оси O_1O_2 по окружностям с радиусами соответственно H_1 и H_2.

Отношение их нормальных ускорений представляется в виде: $\frac{a_2}{a_1}=\frac{\omega^2 H_2}{\omega^2 H_1}=\frac{H_2}{H_1}$ (1)

Из подобия треугольников A_1SO и $A_2S'O$ имеем: $\frac{H_2}{H_1}=\frac{f}{d}$ (2)

Из формулы тонкой линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ получаем $\frac{1}{d}=\frac{1}{F}-\frac{1}{f}$ или $d=\frac{Ff}{f-F}$ (3)

Подставляя (3) в (2) и (2) в (1), окончательно получаем:

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{f\left(f-F\right)}{Ff}=\frac{f-F}{F}=\frac{0,35-0,07}{0,07}=4$$

Свет падает перпендикулярно на поверхность зеркала площадью S = 0,5 м^2, освещая всю поверхность. При какой энергии излучения фотоны, упавшие на зеркало за время t = 2 с, оказывают на него давление p = 10^{-5} Па?

Решение:

Энергия фотона составляет $E=mc^2$, а его импульс $p_f=mc=\frac{E}{c}=\frac{h\nu}{c}=\frac{h}{\lambda}$. При отражении от зеркальной поверхности изменение импульса фотона составит $\Delta p_f=2p_f=2\frac{h}{\lambda}$. Если все падающие фотоны оказывают на поверхность давление *p*, то со стороны поверхности на них действует сила, равная *pS*, где *S* – площадь поверхности. Действие этой силы вызывает изменение импульса падающих фотонов на величину $\Delta p_f \cdot N$, где *N* – число упавших на поверхность фотонов за единицу времени. Тогда

$$N\ \Delta p_f=2N\frac{h}{\lambda}=pS,\ N=\frac{pS\lambda}{2h}$$

Число упавших фотонов за время *t* определится как $n=Nt=\frac{W}{h\nu}$, где *W* – энергия излучения. Окончательно получаем $W=Nth\frac{c}{\lambda}=\frac{pS\lambda}{2h}th\frac{c}{\lambda}$.

Ответ: $W=\frac{1}{2}pcSt=\frac{1}{2}10^{-5}\cdot 3\cdot 10^8=1500$ Дж.