Материалы заданий заключительного этапа
Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика»
в 2012/2013 учебном году

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад ребят, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.

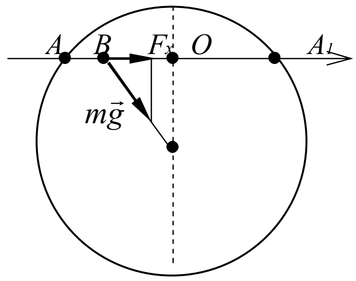
Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.

Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на отборочном этапе олимпиады.

Задача.

Для того, чтобы специалисты-энергетики НИУ «МЭИ» могли как можно быстрее приезжать на электростанции, из Москвы сквозь Землю провели абсолютно прямолинейные идеально гладкие железнодорожные тоннели до Чебоксарской ГЭС (650 км), Саяно-Шушенской ГЭС (4300 км) и до Смоленской АЭС (350 км). В этих тоннелях вагоны движутся без локомотива только под действием силы тяжести. До какой станции учёные из Москвы доберутся быстрее всего? Объясните свой ответ.

Решение.



Рассмотрим движение вагона B в тоннеле, прорытом сквозь землю от точки A до точки A_1. Вагон движется под действием проекции силы тяжести на направление тоннеля: $F_x = F_{тяж}\dfrac{OB}{BC} = F_{тяж}\dfrac{x}{BC}$, где x – растояние вагона на оси тоннеля, отсчитываемая от центра тоннеля O.

Учтем, что сила тяжести меняется при изменении расстояния от вагона до центра Земли: $F_{тяж} = mg_0\dfrac{BC}{R_З}$, где g_0 - ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Окончательно: $F_x = mg_0\dfrac{BC}{R_З}\dfrac{x}{BC} = \dfrac{mg_0}{R_З}x$. Получается, что движение вагона в тоннеле – это механические колебания под действием возвращающей силы, которая пропорциональна смещению вагона. Видно, что коэффициент пропорциональности $\dfrac{mg_0}{R_З}$, который определяет квадрат собственной частоты колебаний (а, следовательно, и период), не зависит ни от положения тоннеля, ни от положения вагона в нем. Поэтому в тоннеле любой протяженности время движения вагона от точки A до точки A_1 одинаково.

Задача.

В однородное магнитное поле, магнитная индукция которого равна *B*, а линии индукции направлены горизонтально, помещена проволочная рамка. Она спаяна из двух одинаковых половинок окружностей радиусом *R*, плоскости которых расположены под прямым углом друг к другу. Рамка вращается вокруг вертикальной оси, совпадающей с общим диаметром полуокружностей. Определите максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке, если угловая скорость ее вращения равна ω.

Решение.

Пусть для одной половинки рамки в момент времени $t = 0$ значение магнитного потока через нее равно $\Phi_{10} = BS = B\dfrac{\pi R^2}{2}$. Тогда $\Phi_1(t) = B\dfrac{\pi R^2}{2}\cos\omega t$. В этой половине рамки возникает ЭДС индукции $\varepsilon_{i1} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\omega t$.

Для другой половины рамки $\Phi_{20} = 0$. Тогда $\Phi_2(t) = B\dfrac{\pi R^2}{2}\sin\omega t$, а ЭДС индукции

$\varepsilon_{i2} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} = -B\dfrac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\cos\omega t$. Результирующая ЭДС индукции в рамке $\varepsilon_\Sigma = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 =$

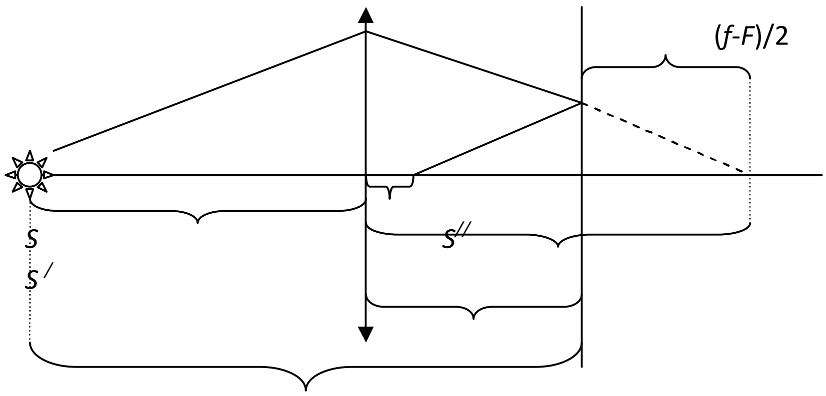
$$= B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\omega t - B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\cos\omega t = B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\left(\sin\omega t - \cos\omega t\right).$$

Поскольку $\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$, то $\varepsilon_\Sigma=\sqrt{2}B\frac{\pi R^2}{2}\omega\cdot\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)$.

Отсюда $\varepsilon_{\Sigma\text{макс}}=\sqrt{2}B\frac{\pi R^2}{2}\omega$.

Задача.

Точечный источник находится на расстоянии $h=40$ см от плоского зеркала. Между источником и зеркалом поместили линзу с фокусным расстоянием $F=10$ см так, что действительное изображение источника совпало с фокусом линзы. Найдите расстояние x от линзы до зеркала.



Решение.

Простой анализ показывает, что линза – собирающая, а фокус, в который могло бы попасть изображение – по другую сторону от линзы, чем источник.

$$\begin{cases} d+x=h \\ f-x=\frac{1}{2}(f-F) \\ \frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} d+f=h+\frac{1}{2}(f-F) \\ f=\frac{Fd}{d-F}\end{cases}$$

$$2d=2h-f-F\Rightarrow 2d=2h-\frac{Fd}{d-F}-F\Rightarrow$$

$$2d(d-F)=2hd-2hF-Fd-Fd+F^2\Rightarrow 2d^2-2Fd=2hd-2hF-2Fd+F^2\Rightarrow$$

$$2d^2-2hd+F(2h-F)=0\Rightarrow d=\frac{1}{2}\left(h\mp\sqrt{h^2-2F(2h-F)}\right)$$

$$x=h-d=\frac{h\pm\sqrt{h^2-2F(2h-F)}}{2}=\frac{40\pm\sqrt{1600-20(80-10)}}{2}=\frac{40\pm\sqrt{200}}{2}\approx$$

$$\approx\frac{40\pm 14.1}{2}\approx\left[\begin{array}{l}27{,}05\text{см}\\12{,}95\text{см}\end{array}\right..$$

Ответ: $x=\frac{h\pm\sqrt{h^2-2F(2h-F)}}{2}=\frac{40\pm\sqrt{200}}{2}\approx\frac{40\pm 14.1}{2}\approx\left[\begin{array}{l}27{,}05\text{см}\\12{,}95\text{см}\end{array}\right..$

Задача.

Гидроэлектростанция летом обеспечивает потребности в электроэнергии города и окрестных промышленных предприятий двумя постоянно включенными генераторами, причем вырабатываемая генераторами электроэнергия полностью потребляется. Зимой уровень воды в водохранилище понизился в 1,44 раза. Сколько таких же генераторов необходимо держать включенными в зимний период, если потребление электроэнергии выросло в 1,5 раза по сравнению с летним периодом. Считать, что уровень воды в водохранилище отсчитывается от водозаборного отверстия гидротурбины, а к.п.д. генераторов зимой и летом неизменны.

Решение.

Очевидно, что при полуторном повышении потребления электроэнергии необходимо подключение трех генераторов вместо двух. Теперь рассчитаем, как уменьшается мощность гидрогенератора при снижении уровня воды в водохранилище. На гидроэлектростанциях происходит преобразование потенциальной энергии воды, запасенной в водохранилище, в энергию электрическую:

$\eta Mgh = Pt$, где P – мощность генератора, η - КПД. Отсюда видно, что мощность генератора можно выразить в виде $P = \frac{\eta\rho Vgh}{t}$, где величина $\frac{V}{t} = vS$ представляет собой расход воды через гидротурбину. При этом v – скорость потока через турбину, S – площадь водовода.

С другой стороны, по закону сохранения энергии можно записать $Mgh = \frac{Mv^2}{2}$.

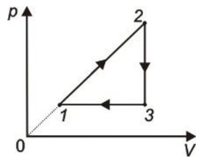
После всех подстановок получаем

$$P = \sqrt{2}\eta\rho S\left(gh\right)^{3/2}.$$

Таким образом, при снижении уровня воды в 1,44 раза мощность генератора снижается в $1,44^{3/2} = 1,728$ раза, т. е. компенсировать падение уровня воды можно включением еще одного генератора дополнительно к каждому уже работающему, что в итоге приводит к необходимости держать включенными 6 генераторов в зимний период. Однако вырабатываемая ими мощность будет потребляться не полностью.

Задача.

Тепловая машина работает по замкнутому циклу. В качестве рабочего тела используется одноатомный идеальный газ. Определите КПД тепловой машины, если $T_2 = 4T_1$.



Решение.

Определим КПД тепловой машины по соотношению $\eta = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{подв}}} = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{12}}$.

Поскольку $p_1 = \alpha V_1$, то $p_1V_1 = \nu RT_1 = \alpha V_1^2$.

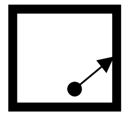
Аналогично $p_2 = \alpha V_2$, то $p_2V_2 = \nu RT_2 = \alpha V_2^2$.

$$A_{\text{цикла}} = \frac{1}{2}\left(p_2 - p_1\right)\left(V_2 - V_1\right) = \frac{\alpha}{2}\left(V_2 - V_1\right)^2 = \frac{\nu R}{2}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)^2.$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) + \frac{1}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 2\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 2\nu R\left(T_2 - T_1\right).$$

$$\eta=\frac{\left(\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}\right)^2}{4\left(T_2-T_1\right)}=\frac{1}{12}.$$

Задача.



Маленький шарик массой *m*, находящийся внутри жёсткой квадратной однородной рамки, ударяется о середину одной из сторон рамки под углом 45° к ней. Начальный импульс шарика равен p_0. Рамка имеет гладкие стенки и лежит на гладкой горизонтальной плоскости; движение шарика происходит в этой же плоскости; удары шарика о стенки рамки абсолютно упругие; масса рамки равна массе шарика; длины сторон рамки равны *a*. Найдите величину и направление импульса рамки в момент времени $t=ma/p_0$, если отсчёт времени начинается в момент первого соударения шарика с рамкой.

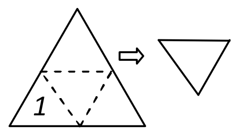
Решение.

Так как шарик ударяет в середину гладкой стенки рамки, то обмен импульсами при абсолютно упругом ударе будет происходить следующим образом. Параллельная стенке составляющая импульса шарика будет сохраняться, а перпендикулярная составляющая – полностью передаваться рамке. Поэтому после первого удара рамка приобретёт импульс $p=p_0/\sqrt{2}$, направленный вправо, а шарик с таким же импульсом будет перемещаться вверх. Очевидно, второе столкновение произойдёт в середине верхней горизонтальной стороне рамки через время $\tau_1=\dfrac{am}{\sqrt{2}p_0}$. В результате рамка приобретёт импульс p_0, направленный под 45° к вертикали, а шарик остановится. Повторяя рассуждения, приходим к выводу, что удары шарика будут происходить через равные промежутки времени $\tau_1=\dfrac{am}{\sqrt{2}p_0}$. Таким образом: $t=0$ - первый удар, $t=\tau_1$ - второй удар, $t=2\tau_1$ - третий удар и т.д.

Т.к. $\dfrac{t}{\tau_1}=\dfrac{ma\cdot\sqrt{2}p_0}{p_0ma}\approx 1{,}4$, то момент времени *t* соответствует промежутку между 2 и 3 ударами.

В этот интервал времени шарик неподвижен, а импульс рамки равен исходному импульсу шарика и по модулю, и по направлению.

Задача.



Тонкая диэлектрическая салфетка в форме равностороннего треугольника заряжена равномерно по поверхности. Когда салфетку складывают, перегибая на 180° в три приёма по пунктирным линиям, преобразуя её в треугольник меньшего размера, то совершают работу *A*. Салфетку раскладывают обратно, кладут на гладкую горизонтальную плоскость и разрезают по пунктирным линиям. Треугольные кусочки салфетки разлетаются. Определите кинетическую энергию $W_{кин}$ кусочка, обозначенного на рисунке цифрой *1*, через достаточно большое время.

Ответ: $W_{\text{кин}}=\dfrac{A}{6}$

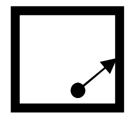
Задача.

Объясните, почему в сильноточных линиях электропередачи на электростанциях используют проводники некруглого сечения.

Ответ.

Первая причина: поскольку поверхность проводника в случае круглого сечения минимальна, то с такой поверхности теплоотвод минимален. Вторая причина: близко расположенные проводники при больших токах в них испытывают большие усилия из-за возникающих сил Ампера; для более простого и надежного механического закрепления проводников используются проводники некруглого сечения.

Задача.



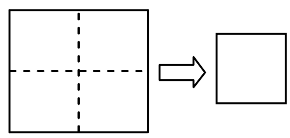
Маленький шарик массой *m*, находящийся внутри жёсткой квадратной однородной рамки, ударяется о середину одной из сторон рамки под углом 45°. Начальный импульс шарика равен p_0. Рамка имеет гладкие стенки и лежит на гладкой горизонтальной плоскости; движение шарика происходит в этой же плоскости; удары шарика о стенки рамки абсолютно упругие; масса рамки равна массе шарика; длины сторон рамки равны *a*. Найдите модуль и направление перемещения шарика за время $t = 7ma/8p_0$, если отсчёт времени начинается в момент первого соударения шарика с рамкой.

Решение.

Так как шарик ударяет в середину гладкой стенки рамки, то обмен импульсами при абсолютно упругом ударе будет происходить следующим образом. Параллельная стенке составляющая импульса шарика будет сохраняться, а перпендикулярная составляющая – полностью передаваться рамке. Поэтому после первого удара рамка приобретёт импульс $p = p_0/\sqrt{2}$, направленный вправо, а шарик с таким же импульсом будет перемещаться вверх. Очевидно, второе столкновение произойдёт в середине верхней горизонтальной стороне рамки через время $\tau_1 = \dfrac{am}{\sqrt{2}p_0}$. В результате рамка приобретёт импульс p_0, направленный под 45° к вертикали, а шарик остановится. Т.к. $\dfrac{t}{\tau_1} = \dfrac{7ma \cdot \sqrt{2}p_0}{8p_0ma} \approx 1,2$, то момент времени *t* соответствует ситуации, когда шарик стоит. Поэтому перемещение шарика за время *t* равно его перемещению между первым и вторым соударениями с рамкой. Отсюда модуль перемещения шарика $\Delta r = \dfrac{a}{2}$.

Ответ: модуль перемещения шарика $\Delta r = \dfrac{a}{2}$. Вектор перемещения направлен под 45° влево к первоначальному направлению импульса шарика (на рисунке вектор перемещения шарика от момента первого удара до момента второго удара направлен вертикально вверх).

Задача.



Тонкая квадратная диэлектрическая салфетка заряжена равномерно по поверхности. Когда салфетку складывают, перегибая на 180° в два приёма по пунктирным линиям, то получают квадрат меньшего размера и совершают работу *A*. Салфетку раскладывают обратно, кладут на гладкую горизонтальную плоскость и разрезают по пунктирным линиям. Квадратные кусочки салфетки разлетаются. Найдите суммарную кинетическую энергию кусочков через достаточно большое время.

Ответ: *A*/2.

Задача.
Расстояние между двумя точечными источниками света a = 20 см. На каком расстоянии от первого источника надо разместить линзу с оптической силой D = 12,5 дптр, чтобы изображения обоих источников получились в одной и той же точке? Линза располагается между источниками.

Решение.
Обозначим расстояние от первого источника до плоскости линзы d_1, а от второго – d_2. Расстояние от линзы до изображения обозначим как f. Тогда, поскольку линза собирающая, то одно из изображений – действительное, а другое – мнимое. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = a \\ \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{f} = D \\ \dfrac{1}{d_2} - \dfrac{1}{f} = D \end{cases}$$

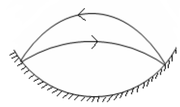
Складывая второе и третье уравнения и делая подстановку из первого, получаем

$\dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{a - d_1} = 2D$. Решением этого квадратного уравнения будет ответ: $d_1 = \dfrac{a \pm \sqrt{a^2 - 2a/D}}{2}$.

Поскольку $d_{11} + d_{12} = a$, то линза должна располагаться на расстоянии

$d_1 = \dfrac{a + \sqrt{a^2 - 2a/D}}{2} = \dfrac{0,2 + \sqrt{0,04 - \dfrac{0,4}{12,5}}}{2} = \dfrac{0,2 + \sqrt{0,008}}{2} = \dfrac{0,2 + 0,2\sqrt{0,2}}{2} = 0,1\left(1 + \sqrt{0,2}\right)$ (м) от одного из источников.

Задача.
В сферической лунке прыгает шарик, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Время движения шарика слева направо равно T_1, а справа налево – T_2. Определите радиус R лунки.



Решение.
Пусть шарик отскакивает по углом α к горизонту, а дальность полёта – S. Тогда

$$\begin{cases} v\sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} = 0 \\ v\cos\alpha \cdot t = S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{gt}{2v} \\ \cos\alpha = \dfrac{S}{t} \end{cases} \Rightarrow \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \dfrac{gS}{2v^2} \Rightarrow \sin 2\alpha = \dfrac{Sg}{v^2}$$

Последнее уравнение имеет два корня α_1 и α_2 при $Sg/v^2<1$, причём, очевидно, $\alpha_1+\alpha_2=90^\circ$.

Но тогда:

$$\begin{cases} v\sin\alpha_1 = \dfrac{gt_1}{2} \\ v\sin\alpha_2 = v\sin\left(90^\circ - \alpha_1\right) = v\cos\alpha_1 = \dfrac{gt_1}{2} \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot \sin\alpha_1 \cdot \cos\alpha_1 = \dfrac{g^2 t_1 t_2}{2v^2} \Rightarrow \sin 2\alpha_1 = \dfrac{g^2 t_1 t_2}{2v^2}$$

Приравнивая синусы двойного угла, получаем

$$\frac{Sg}{v^2}=\frac{g^2t_1t_2}{2v^2}\Rightarrow S=\frac{g\cdot t_1t_2}{2}$$

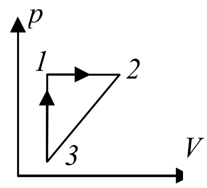
Нормаль к внутренней поверхности лунки направлена по радиусу. В силу равенства углов падения и отражения, угол наклона к горизонту радиуса, проведённого в точку отскока шариков равен $\beta=\frac{1}{2}\left(\alpha_1+\alpha_2\right)=\frac{1}{2}\left(\alpha_1+90^\circ-\alpha_1\right)=45^\circ$

Поэтому, оба радиуса, проведённые в точки отскока, и отрезок S образуют равнобедренный прямоугольный треугольник с углами при основании 45°. Поэтому

$$R=\frac{S}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{gt_1t_2}{2}=\frac{gt_1t_2}{2\sqrt{2}}.$$

Ответ: $R=\frac{gt_1t_2}{2\sqrt{2}}$.

Задача.



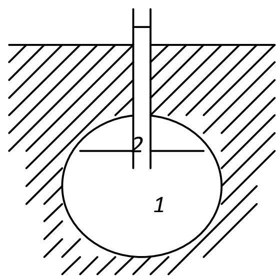
Величина работы, совершённой газом за цикл 1→2→3, изображённый на рисунке, в n = 9 раз меньше количества теплоты, которым обменялся газ с окружающей средой в процессе 2→3. Найдите к.п.д. цикла.

Решение.

$$\eta=\frac{A}{Q^+}=\frac{A}{A+Q^-}=\frac{A}{A+Q_{2\to3}}=$$

$$=\frac{A}{A+nA}=\frac{1}{n+1}=\frac{1}{9+1}=0.1$$

Задача.



Гидротермальные электростанции используют энергию раскаленного водяного пара, образующегося при нагревании подземных вод вулканическим теплом и выходящего через искусственные скважины. Такие скважины работают в прерывистом режиме. Во время периода «отдыха» количество пара *1* в подземной камере невелико и весь ствол скважины *2* заполнен водой. Затем вода *3* в камере закипает и наступает «активный» период — сначала выброс воды из ствола скважины, а затем и раскаленного пара, накопленного в камере. Оцените, сколько процентов воды теряет гидротермальная полость за время одного «активного» периода. Глубина скважины $h=540\,\text{м}$; диаметр скважины $D=10\,\text{см}$; удельная теплота парообразования воды $\lambda=2{,}3\cdot10^6\,\text{Дж/кг}$; удельная теплоемкость воды $C=4200\,\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; плотность воды $\rho=10^3\,\text{кг/м}^3$; атмосферное давление $p_0=10^5\,\text{Па}$; ускорение свободного падения $g=10\,\text{м/с}^2$. Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры приведена в таблице. Изменением удельной теплоты парообразования и плотности воды в зависимости от температуры пренебречь.

$p_н$, 10^5 Па	1	2	3	5	7	9	12	16	20	39	55	75
t, °C	100	120	133	151	164	175	187	155	211	249	270	290

Решение.
Вода в гидротермальной полости начинает закипать, как только давление насыщенного пара сравняется с суммарным значением давления столба жидкости в скважине и атмосферного давления:

$p = \rho gh + p_0 = 55\cdot 10^5$ Па.

Из таблицы видно, что при данном давлении температура кипения воды составляет около 270°С. При этой температуре происходит выброс столба воды из скважины, а затем и пара. Одновременно давление в полости уменьшается до атмосферного, а температура кипения воды до 100°С. Энергия, выделяющаяся при охлаждении воды в полости, расходуется на парообразование и на подъем центра масс столба жидкости в скважине на уровень земли:

$CM\Delta t = Lm + \rho Sh^2g/2$.

Рассчитаем работу по подъему столба воды на уровень земли:

$\rho Sh^2g/2 = 1000\cdot 3{,}14\cdot 0{,}01\cdot 291600\cdot 10/8 = 11{,}4$ МДж. Эта работа равна энергии, затрачиваемой на испарение примерно 4 литров воды, что является явно пренебрежимо малой величиной по сравнению с общими водными потерями скважины. Поэтому мы можем записать предыдущую формулу в укороченном виде $CM\Delta t = LxM$, где через x обозначен процент потерь воды полостью. Отсюда

$x = C\Delta t/L = 0{,}32$

Ответ: полость теряет за одно извержение 32% воды.

Задача.
Напряжение на шинах мини-ТЭЦ $U = 25$ кВ, ее мощность постоянна и равна $P = 2.5$ МВт. Для передачи электроэнергии потребителю используется ЛЭП, которая при температуре $t = 0^\circ$ С имеет сопротивление $R_0 = 40$ Ом. На сколько процентов отличаются к.п.д. ЛЭП зимой при $t_з = -25\,^\circ\mathrm{C}$ и летом при $t_л = +25\,^\circ\mathrm{C}$, если температурный коэффициент сопротивления медных проводов ЛЭП равен $\alpha = 4{,}3\cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$?

Решение.
Пусть R – сопротивление линии в какой-то момент. Тогда

$$\begin{cases} I^2R = P(1-\eta) \\ P = UI \end{cases}, \text{ или } \eta = 1 - \frac{PR}{U^2}, \text{ откуда}$$

$$\Delta\eta = \eta_з - \eta_л = \frac{P}{U^2}\left(R_л - R_з\right) = \frac{PR_0}{U^2}\alpha\left(t_л - t_з\right);$$

Ответ:

$$\Delta\eta = \frac{PR_0}{U^2}\alpha\left(t_л - t_з\right) = \frac{2{,}5\cdot 10^6\cdot 40}{625\cdot 10^6}\cdot 4{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 50 = \frac{2{,}5\cdot 40\cdot 4{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 2}{25} = \frac{40\cdot 4{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 2}{10} =$$

$$= 8\cdot 4{,}3\cdot 0{,}001 = 34{,}4\cdot 0{,}001 = 3{,}44\%$$

Задача.

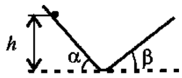
Если в жаркий летний день внезапно начинается дождь, то, прислонившись к стене кирпичного дома, в первые секунды дождя можно услышать характерное шипение. Как вы это объясните?

Решение.

При понижении температуры кирпича давление воздуха в его порах уменьшается, происходит всасывание воздуха из окружающей атмосферы, которое сопровождается характерным звуком.

Задача.

Две идеально гладкие плоскости, наклоненные под углами α и β к горизонту, имеют плавный переход. На одну из них на высоте *h* поместили шарик. С каким периодом *T* будет колебаться шарик, скользя по плоскостям?



Решение.

Период колебаний шарика складывается из времени спуска и подъема для каждой горки, то

$$T = t^{\alpha}_{\text{спуска}} + t^{\beta}_{\text{подъема}} + t^{\beta}_{\text{спуска}} + t^{\alpha}_{\text{подъема}}.$$

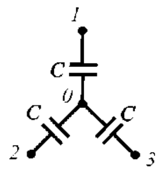
Поскольку время подъема равно времени спуска (шарик поднимается на высоту, с которой спускается), то

$$L_\alpha = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{g\sin\alpha\, t_\alpha^2}{2},\ t_\alpha = \sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\alpha}}.\ \text{Аналогично}\ t_\beta = \sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\beta}}.$$

Ответ: $T = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\left(\frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\sin\beta}\right)$.

Задача.

Три незаряженных конденсатора, емкости которых одинаковы, подключены к точкам *1*, *2* и *3*, потенциалы которых соответственно равны: $\varphi_1 = 10$ В, $\varphi_2 = 20$ В, $\varphi_3 = 30$ В. Определите потенциал φ_0 точки *0*.



Ответ: 20 В.

Задача.

Напряжение на шинах ТЭЦ равно *U*, ее мощность постоянна и равна *P*. Для передачи электроэнергии потребителю используется ЛЭП, которая при температуре $t = 0^\circ$ С имеет сопротивление R_0. Найдите температурный коэффициент сопротивления проводов ЛЭП, если при разности температур зимой и летом, равной Δt, значения к.п.д. ЛЭП отличаются на $\Delta\eta$.

Решение.

Пусть *R* – сопротивление линии в какой-то момент. Тогда

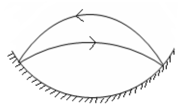
$$\begin{cases} I^2R = P(1-\eta) \\ P = UI \end{cases},\ \text{или}\ \eta = 1 - \frac{PR}{U^2},\ \text{откуда}$$

$$\Delta\eta = \eta_{\text{з}} - \eta_{\text{л}} = \frac{P}{U^2}\left(R_{\text{л}} - R_{\text{з}}\right) = \frac{PR_0}{U^2}\alpha\left(t_{\text{л}} - t_{\text{з}}\right); \quad \alpha = \frac{\Delta\eta \cdot U^2}{PR_0\Delta t}$$

Ответ: $\alpha = \frac{\Delta\eta \cdot U^2}{PR_0\Delta t}$.

Задача.

В сферической лунке радиусом R прыгает шарик, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Найдите время T_1 движения шарика слева направо, если время движения шарика справа налево равно T_2.



Решение.

Пусть шарик отскакивает по углом α к горизонту, а дальность полёта – S. Тогда

$$\begin{cases} v\sin\alpha\cdot t-\dfrac{gt^2}{2}=0 \\ v\cos\alpha\cdot t=S \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \sin\alpha=\dfrac{gt}{2v} \\ \cos\alpha=\dfrac{S}{t} \end{cases}\Rightarrow\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{gS}{2v^2}\Rightarrow\sin2\alpha=\frac{Sg}{v^2}$$

Последнее уравнение имеет два корня α_1 и α_2 при $Sg/v^2<1$, причём, очевидно, $\alpha_1+\alpha_2=90^o$.

Но тогда:

$$\begin{cases} v\sin\alpha_1=\dfrac{gt_1}{2} \\ v\sin\alpha_2=v\sin\left(90^\circ-\alpha_1\right)=v\cos\alpha_1=\dfrac{gt_1}{2} \end{cases}\Rightarrow2\cdot\sin\alpha_1\cdot\cos\alpha_1=\frac{g^2t_1t_2}{2v^2}\Rightarrow\sin2\alpha_1=\frac{g^2t_1t_2}{2v^2}$$ Приравнивая синусы двойного угла, получаем

$$\frac{Sg}{v^2}=\frac{g^2t_1t_2}{2v^2}\Rightarrow S=\frac{g\cdot t_1t_2}{2}$$

Нормаль к внутренней поверхности лунки направлена по радиусу. В силу равенства углов падения и отражения, угол наклона к горизонту радиуса, проведённого в точку отскока шариков равен $\beta=\frac{1}{2}\left(\alpha_1+\alpha_2\right)=\frac{1}{2}\left(\alpha_1+90^\circ-\alpha_1\right)=45^\circ$

Поэтому, оба радиуса, проведённые в точки отскока, и отрезок S образуют равнобедренный прямоугольный треугольник с углами при основании 45^o. Поэтому

$$R=\frac{S}{\sqrt2}=\frac{1}{\sqrt2}\cdot\frac{gt_1t_2}{2}=\frac{gt_1t_2}{2\sqrt2}.$$

Ответ: $T_1=\dfrac{2\sqrt2R}{gT_2}$.

Задача.

Напряжение на шинах ТЭЦ равно U, ее мощность постоянна и равна P. Для передачи электроэнергии потребителю используется ЛЭП, которая при температуре $t=0°C$ имеет сопротивление R_0 (температурный коэффициент сопротивления проводов ЛЭП равен α). На сколько отличаются температуры летом и зимой, если значения к.п.д. ЛЭП летом и зимой отличаются на $\Delta\eta$.

Решение.

Пусть R – сопротивление линии в какой-то момент. Тогда

$$\begin{cases} I^2R = P(1-\eta) \\ P = UI \end{cases}, \text{ или } \eta = 1 - \frac{PR}{U^2}, \text{ откуда}$$

$$\Delta\eta = \eta_з - \eta_л = \frac{P}{U^2}\left(R_л - R_з\right) = \frac{PR_0}{U^2}\alpha\left(t_л - t_з\right); \quad \Delta t = \frac{\Delta\eta U^2}{PR_0\alpha}$$

Ответ: $\Delta t = \dfrac{\Delta\eta U^2}{PR_0\alpha}$.

Задача.

Маленькая льдинка плавает в широком сосуде с водой. Поднимется или опустится льдинка, если сверху долить керосин? Объясните свой ответ.

Решение.

Часть льдинки, погруженная в воду, уменьшится, т.к. на льдинку будет действовать дополнительная выталкивающая сила со стороны керосина.

Задача.

Два автогонщика едут по круговой трассе с постоянными скоростями. Когда первый автогонщик обогнал второго, он заметил, что это произошло напротив приметного дерева возле трассы. Во время следующего обгона второй автогонщик вспомнил, что он проезжал мимо приметного дерева уже 5 раз (не считая первого обгона), и последний раз это случилось 1 минуту назад. Определите отношение скоростей автогонщиков, если второй автогонщик проходит всю трассу за 15 минут.

Решение.

Обозначим длину трассы L, время, за которое проходит трассу более быстрый гонщик T1, а время прохождения трассы медленным гонщиком – T2. Тогда T1=L/V1, T2=L/V2, где V1 – скорость быстрого гонщика, а V2 – скорость медленного гонщика. Тогда скорость их относительного движения есть разность их скоростей: V_отн=V1-V2 (1), а время, через которое будут повторятся их встречи: T=L/V_отн. Подставляя определения всех скоростей в уравнение (1) получаем: L/T=L/T1-L/T2, или, сокращая на L получаем основное уравнение:
1/T=1/T1-1/T2.

Второе уравнение
T=n·T1(2)+t, где n – число оборотов, а t – время межу второй встречей и моментом прохождения мимо «приметного дерева» (может быть как положительным, так и отрицательным), то есть моментом прохождения целого числа кругов n от первой встречи.
Решая систему, получаем:
T1/T2=1+1/(n· (1+t/T1)), T2 =T1/(1+1/(n· (1+t/T1)))

Ответ: 1,20 или 0,835 (результаты округлены, отношение скоростей равно отношению времен)

Задача.

Теннисный мячик, падающий с очень большой высоты, упал на плоскую крышу, составляющую угол α с горизонтом. Определите величину ускорения мячика сразу после абсолютно упругого удара о крышу.

Ответ.

Угол между результирующим ускорением и местной вертикалью равен углу между поверхностью и горизонтом.

Задача.

В стенке большого аквариума в океанариуме имеется прямоугольный иллюминатор шириной 1 м и высотой 1,6 м. Найдите силу давления воды на иллюминатор, если его верхний край находится на глубине 1,2 м.

Решение.
Поскольку атмосферное давление действует на стенку аквариума с двух сторон, то среднее давление на иллюминатор равно $\frac{1}{2}\rho g\left(h_{\text{верх}}+h_{\text{нижн}}\right)$. Сила давления воды равна $\frac{1}{2}\rho g\left(h_{\text{верх}}+h_{\text{нижн}}\right)S_{\text{иллюминатора}}=\frac{1}{2}10^4(1,2+2,8)\cdot1\cdot1,6=3,2\cdot10^4$.

Ответ: 32 кН.

Задача.
Одним из недостатков паровых турбин на тепловых электростанциях является значительное время раскрутки и остановки вала турбины. Пусть для выхода турбины на рабочие обороты требуется сжечь массу m мазута с удельной теплотой сгорания q. Для остановки этой же турбины электрогенератор отключают от питаемой сети и подключают к балластному сопротивлению с максимальной рассеиваемой мощностью P_0 . Определите время остановки вала турбины, если к.п.д. паровой турбины равен η_1, к.п.д. электрогенератора равен η_2. Считайте, что за время остановки турбины рассеиваемая мощность уменьшается со временем от P_0 до 0 линейно.

Решение.
На раскрутку турбины затрачена тепловая энергия mq, на выходе из турбины получена механическая энергия $\eta_1$mq, а на выходе из электрогенератора получена электрическая энергия $\eta_1$mqη_2. При торможении должна рассеяться энергия P_0t/2. Здесь учтено, что площадь под графиком зависимости мощности от времени равна выделившейся энергии и при линейности убывания мощности она рассчитывается как площадь треугольника. Приравнивая затраченную и выделившуюся энергию, получаем для времени остановки t = $2\eta_1\eta_2$mq/ P_0 .

Ответ: t = $2\eta_1\eta_2$mq/ P_0 .

Задача.
Маленькое тело плотностью ρ_1 = 900 кг/м^3 плавает в широком сосуде с водой (ρ_2 = =1000 кг/м^3). Поднимется или опустится тело, если сверху долить масло, плотность которого равна плотности тела? Объясните свой ответ.
Ответ. Поднимется

Задача.
Стальной магнит массой m прилип к вертикально расположенной стальной плите. Для равномерного скольжения магнита вниз прикладывают силу F_1, направленную вертикально вниз. Какую минимальную силу F_2 необходимо приложить, чтобы перемещать магнит равномерно вверх?
Ответ. $F_2=F_1+2mg$

Задача.
Однородный горизонтальный стержень длиной L растянут силами F_1 и F_2, приложенными к его концам и направленными вдоль оси стержня в противоположные стороны $F_2>F_1$. С какой силой F растянут стержень в сечении, находящемся на расстоянии l от точки приложения силы F_1?

Ответ. $F=F_1+\dfrac{F_2-F_1}{L}l$

Задача.
Резиновый шарик, падающий с очень большой высоты, упал на плоскую крышу, составляющую угол α с горизонтом. Определите величину ускорения шарика сразу после абсолютно упругого удара о крышу.

Ответ.
Угол между результирующим ускорением и местной вертикалью равен углу между поверхностью и горизонтом.

Задача.
До какой высоты нужно налить жидкость в сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с основанием в виде квадрата со стороной a, чтобы сила, с которой жидкость давит на боковую стенку сосуда, была равна силе давления на дно?

Решение. $\rho g h a^2 = \frac{1}{2}\rho g h^2 a \quad \Rightarrow \quad h = 2a$

Задача.
Для раскрутки вала паровой турбины на электростанции требуется сжечь массу m мазута с удельной теплотой сгорания q. Для остановки этой же турбины электрогенератор отключают от питаемой сети и подключают к балластному сопротивлению с максимальной рассеиваемой мощностью P_0 . Определите время остановки вала турбины, если к.п.д. паровой турбины равен η_1, к.п.д. электрогенератора равен η_2. Считайте, что за время остановки турбины рассеиваемая мощность уменьшается со временем от P_0 до 0 линейно.

Решение.
На раскрутку турбины затрачена тепловая энергия mq, на выходе из турбины получена механическая энергия $\eta_1$mq, а на выходе из электрогенератора получена электрическая энергия $\eta_1$mqη_2. При торможении должна рассеяться энергия P_0t/2. Здесь учтено, что площадь под графиком зависимости мощности от времени равна выделившейся энергии и при линейности убывания мощности она рассчитывается как площадь треугольника. Приравнивая затраченную и выделившуюся энергию, получаем для времени остановки $t = 2\eta_1\eta_2 mq/ P_0$.

Ответ: $t = 2\eta_1\eta_2 mq/ P_0$.

Задача.
Два автогонщика едут по кольцевой трассе с постоянными скоростями. Когда первый автогонщик обогнал второго, он заметил, что это произошло напротив приметного дерева возле трассы. Во время следующего обгона первый автогонщик вспомнил, что он проезжал мимо приметного дерева уже 7 раз (не считая первого обгона), и последний раз это случилось 2 минуты назад. Определите время, за которое проходит трассу второй автогонщик, если первый автогонщик проходит всю трассу за 25 минут.

Решение.
Обозначим длину трассы L, время, за которое проходит трассу более быстрый гонщик T1, а время прохождения трассы медленным гонщиком – T2. Тогда T1=L/V1, T2=L/V2, где V1 – скорость быстрого гонщика, а V2 – скорость медленного гонщика. Тогда скорость их относительного движения есть разность их скоростей: V_отн=V1-V2 (1), а время, через которое будут повторятся их встречи: T=L/V_отн. Подставляя определения всех скоростей в уравнение (1) получаем: L/T=L/T1-L/T2, или, сокращая на L получаем основное уравнение:
1/T=1/T1-1/T2.
Второе уравнение

T=n·T1(2)+t, где n – число оборотов, а t – время межу второй встречей и моментом прохождения мимо «приметного дерева» (может быть как положительным, так и отрицательным), то есть моментом прохождения целого числа кругов n от первой встречи. Решая систему, получаем:
T1/T2=1+1/(n· (1+t/T1)), T2 =T1/(1+1/(n· (1+t/T1)))
29 минут 7 секунд

Задача.
На некотором расстоянии в вакууме расположены два маленьких одинаковых шарика с одноименными зарядами. Сравните величину силы их отталкивания с величиной силы притяжения таких же шариков, но заряженных разноимённо. В обоих случаях расстояния между шариками и модули зарядов шариков одинаковы.
Ответ.
В случае разноименных зарядов сила взаимодействия больше по модулю.

Задача.
При нагревании на примусе кастрюли с некоторым количеством воды и одним яйцом на Δt_1=6 °С расходуется некоторое количество топлива. Такое же количество топлива расходуется при нагреве на Δt_2 = 4 °С той же кастрюли на том же примусе с тем же количеством воды и k = 3 яйцами. На сколько градусов Δt нагреется на том же примусе при том же расходе топлива та же кастрюля с тем же количеством воды без яиц? Во всех трёх процессах кипение воды не происходит.
Решение

$$\begin{cases}(c_в m_в + c_я m_я)\Delta t_1 = qm \\ (c_в m_в + k c_я m_я)\Delta t_2 = qm \\ c_в m_в \Delta t = qm\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(a+b)\Delta t_1 = a\Delta t \\ (a+kb)\Delta t_2 = a\Delta t\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b\Delta t_1 = a(\Delta t - \Delta t_1) \\ kb\Delta t_2 = a(\Delta t - \Delta t_2)\end{cases}$$

$$\frac{\Delta t_1}{k\Delta t_2} = \frac{\Delta t - \Delta t_1}{\Delta t - \Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_1\Delta t - \Delta t_1\Delta t_2 = k\Delta t_2\Delta t - k\Delta t_1\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t(k\Delta t_2 - \Delta t_1) = \Delta t_1\Delta t_2(k-1)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_1\Delta t_2(k-1)}{k\Delta t_2 - \Delta t_1} = \frac{6\cdot 4\cdot 2}{3\cdot 4 - 6} = 8^\circ$$

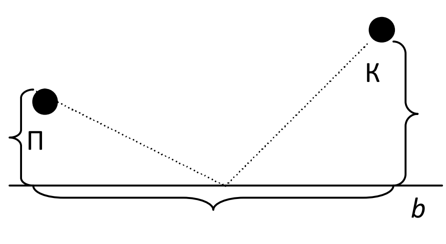
Ответ: $\Delta t = \frac{\Delta t_1\Delta t_2(k-1)}{k\Delta t_2 - \Delta t_1} = 8\,°C$

Задача.
Гусеница начинает заползать на прямой ствол дерева. Первые 40 минут каждого часа она ползет с постоянной скоростью 4 см/мин, потом отдыхает неподвижно 10 минут, а затем 10 минут ползет назад со скоростью 2 см/мин. За какое время доползет гусеница до сочных листьев кроны дерева, если длина ствола равна 5 метров?
Решение.
За час гусеница проползает 40 мин * 4 см/мин – 10 мин * 2 см/мин = 140 см. Таким образом, гусеница на пути в 5 метров совершит 3 полных часовых цикла и проползет 4,2 м. Оставшиеся 80 см гусеница преодолеет за 20 мин.

Итак, кроны дерева гусеница достигнет за 3 часа 20 минут.

Ответ: 3 часа 20 минут.

Задача.



Пожарный проводил свой отпуск в загородном доме. Однажды, посмотрев в окно на ближайший лес, он заметил дымок от тлеющих углей плохо затушенного костра. Пожарный взял пластиковую канистру, выбежал из дома, и, наполнив по пути канистру водой из реки, прибежал к очагу возгорания и залил его. Пожарный рассчитал свой маршрут так, чтобы последний занял как можно меньше времени. Дом пожарного («П», см. рис.) находился на расстоянии a = 100 м от реки «Р», костёр «К» на расстоянии b = 200 м от реки, причём костёр – на c = 400 м ниже по её течению. Какое расстояние x пожарный пробежал с полной канистрой? Считайте, что пожарный был достаточно силён, и наличие полной канистры не сказалось на скорости его бега.

Решение

При постоянной скорости время пропорционально пути. Кратчайший путь легко найти зеркальным отражением точки «П» (либо точки «К») относительно линии берега. Далее, используя факт того, что кратчайшее расстояние между двумя точками - прямая, а также – соображения подобия и теорему Пифагора, легко получить:

$$\frac{x}{\sqrt{(a+b)^2+c^2}}=\frac{b}{a+b}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=b\cdot\frac{\sqrt{(a+b)^2+c^2}}{a+b}=200\cdot\frac{\sqrt{(100+200)^2+400^2}}{100+200}=\frac{1000}{3}\approx 333\text{м.}$$

Ответ: x = 333 м.

Задача.

В стенке большого аквариума в океанариуме имеется квадратный иллюминатор площадью 1 м^2. Найдите силу давления воды на иллюминатор, если его верхний край находится на глубине 1,2 м. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

Решение.

Поскольку атмосферное давление действует на стенку аквариума с двух сторон, то среднее давление на иллюминатор равно $\frac{1}{2}\rho g\left(h_{\text{верх}}+h_{\text{нижн}}\right)$. Сила давления воды равна

$$\frac{1}{2}\rho g\left(h_{\text{верх}}+h_{\text{нижн}}\right)S_{\text{иллюминатора}}=\frac{1}{2}10^4(1,2+2,8)\cdot 1\cdot 1,6=3,2\cdot 10^4.$$

Ответ: 32 кН.

Задача.

Может ли мальчик массой 50 кг весить 700 Н? Объясните свой ответ.

Ответ. Может, если прыгнет на весы.

Задача.

На строительстве ГЭС рабочие отливают из бетона прямоугольное основание плотины. Определите среднюю плотность получившегося основания, если плотность бетона равна ρ_1 = 2500 кг/м^3, а 10% от всего объема занимает стальная арматура с плотностью ρ_2 = 7800 кг/м^3.

Решение.

Плотность получившегося основания $\rho = (0,9\rho_1 V + 0,1\rho_2 V)/V = 0,9\rho_1 + 0,1\rho_2 = 3030$ кг/м^3.

Ответ: ρ = 3030 кг/м^3.

Задача.

Имеются два тела одинакового объёма, одно на m = 3 кг тяжелее другого. Материал, из которого изготовлено одно тело, имеет в k = 4 раза большую плотность, чем материал, из которого изготовлено другое тело. Найдите массы тел.

Решение.

$m_1 - m_2 = m$, $(4\rho V - \rho V) = m$, $\rho = \frac{m}{3V}$. Тогда

$m_1 = \frac{4m}{3} = 4$, $m_2 = \frac{m}{3} = 1$

Ответ: $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 1$ кг.

Задача.

Можно ли с помощью динамометра, рассчитанного на 100 Н, определить вес тела массой 15 кг? Объясните свой ответ.

Ответ. Можно (используя систему блоков)

Задача.

Два спортсмена тренируются в беге на длинную дистанцию на стадионе. За 10 минут первый спортсмен пробежал 5 кругов, а второй – 6 кругов. Длина круга 400 м. На сколько различаются скорости спортсменов?

Ответ. (6-5)*400/10=40 м/мин.

Задача.

Представьте себе, что марсианский астроном, наблюдая Землю, видит, что Солнцем освещена ровно половина видимого диска Земли. Найдите расстояние от Марса до Земли, если известно, что в этот момент расстояние от Земли до Солнца 147 миллионов километров, а от Марса до Солнца – 245 миллионов километров.

Решение.

В треугольнике «Солнце – Марс – Земля» вершина прямого угла расположена на Земле. Поэтому

X= $245^2 – 147^2$=196 млн. км