Материалы заданий заключительного этапа
Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика»
в 2013/2014 учебном году

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад ребят, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.

Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.

Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на тренировочном и отборочном этапах олимпиады.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32111
РЕШЕНИЕ

1. **В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по механике: очень легкий шар неподвижно лежит на гладкой горизонтальной доске, на поверхности шара в его верхней точке расположен очень маленький тяжелый кубик. Как будет двигаться кубик, если лектор толкнет доску?**

Решение:
Рассмотрим положение кубика на поверхности шара, когда он расположен не в положении равновесия. На кубик со стороны шара действует сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, направленная по радиусу шара, и сила трения $\vec{F}$, направленная по касательной к поверхности. По 3 закону Ньютона на шар действуют силы $-\vec{N}$ и $-\vec{F}$, а также сила нормальной реакции стола $\vec{Q}$. Поскольку масса шара пренебрежимо мала, то из второго закона Ньютона следует, что сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на него, равны нулю в любой момент времени.
$\vec{Q}+(-\vec{N})+(-\vec{F})=0$. Относительно центра шара моменты сил $-\vec{N}$ и $\vec{Q}$ равны 0, поэтому равен нулю и момент силы $-\vec{F}$. Отсюда следует, что равна нулю и сама сила $-\vec{F}$, а поэтому $\vec{F}=0$. Тогда $\vec{Q}-\vec{N}=0$, т.е. $\vec{Q}=\vec{N}$. Это векторное равенство может быть выполнено только при условии $\vec{Q}=\vec{N}=0$.
Таким образом, на кубик действует только сила тяжести, а значит, выйдя из положения неустойчивого равновесия, кубик будет свободно падать вертикально вниз, а шар из-под него выскользнет.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 2400 тонн воды, поместили баржу водоизмещением 1600 тонн. Определите, на какую величину изменились силы, с которыми вода давит на дно и на боковые стенки судоподъемника.**

Решение:
Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1=\frac{2400}{S_{дна}}=\frac{2400}{90*18}\approx 1,5м$.
Водоизмещением судна называется количество воды, вытесненное им. Массовое водоизмещение равно массе воды, помещающейся в объеме подводной части судна. Таким образом заход баржи эквивалентен добавлению в судоподъемник 1600 тонн воды. Тогда после захода баржи уровень должен подняться на $h_2=\frac{1600}{90*18}\approx 1м$. Т.к. $h_1+h_2>h_0=2,2м$, то это означает, что <u>вода поднялась до верха судоподъемника и перелилась через край</u>. Таким образом результирующее повышение уровня составило $\Delta h=h_0-h_1=0,7м$. Сила давления вода на дно изменилась на

$$\Delta F_{дно}=\rho g\Delta h*S_{дна}=10^3*10*0,7*90*18\approx 11,3*10^6\,H$$

Силы давления на стенки были равны (учитываем площадь стенки в пределах уровня воды):

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_1 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 1,5 * 90 * 1,5 \approx 10^6 H;$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_2 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 1,5 * 18 * 1,5 \approx 0,2 * 10^6 H.$$

Силы давления после захода баржи стали равными:

$$F_1' = \frac{1}{2}\rho g h_0 * S_1' = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2,2 * 90 * 2,2 \approx 2,2 * 10^6 H;$$

$$F_2' = \frac{1}{2}\rho g h_0 * S_2' = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2,2 * 18 * 2,2 \approx 0,44 * 10^6 H$$

Изменения сил давления на боковые стенки судоподъемника составило:

$$\Delta F_1 = (2,2 - 1) * 10^6 = 1,2 * 10^6 H;$$

$$\Delta F_1 = (0,44 - 0,2) * 10^6 = 0,24 * 10^6 H.$$

Общее изменение сил давления на все боковые стенки судоподъемника

$$\Delta F = 2(\Delta F_1 + \Delta F_2) \approx 2,88 * 10^6 H.$$

3. Два металлических заряженных тела произвольной формы имеют заряды Q_1 и Q_2. Определите работу сил электрического поля при сближении тел на некоторое расстояние, если их потенциалы изменились на $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ соответственно.

Решение:

Работа сил электрического поля при сближении тел равна изменению потенциальной энергии системы тел, взятой с обратным знаком.

Потенциальная энергия системы тел равна полусумме произведений зарядов каждого из тел на их потенциал в поле, созданном всеми другими телами:

$$W = \frac{1}{2}(Q_1\varphi_1 + Q_2\varphi_2 + \ldots).$$

Поскольку потенциалы каждого из тел изменились на величины, заданные в условии, то потенциальная энергия их взаимодействия изменилась на

$$\Delta W = \frac{1}{2}(Q_1\Delta\varphi_1 + Q_2\Delta\varphi_2).$$

Работа сил поля будет равна

$$A = -\frac{1}{2}(Q_1\Delta\varphi_1 + Q_2\Delta\varphi_2).$$

4. Два электрона движутся так, что в некоторый момент времени они сближаются на минимальное расстояние *l*, причем их скорости в этот момент равны по модулю v, противоположны по направлению и перпендикулярны прямой, соединяющей электроны. Определите величину и направление магнитной индукции однородного магнитного поля, которое необходимо создать в этот момент, чтобы расстояние между электронами всегда оставалось равным *l*. Масса электрона *m*, заряд *e*.

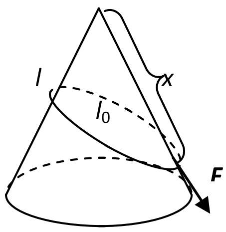
Решение:

Очевидно, что при любой ориентации индукции магнитного поля $\vec{B}$ относительно скоростей электронов такой, что не выполняется условие $\vec{B} \perp \vec{v}$, дальнейшее движение каждой частицы будет происходить по винтовой линии, а , значит, расстояние между ними будет изменяться. Отсюда следует, что необходимо выполнение условия $\vec{B} \perp \vec{v}$, а тогда оба электрона станут вращаться по одной и той же окружности радиусом $l/2$. Для этого направление силы Лоренца должно быть противоположно направлению силы электростатического отталкивания электронов при любой ориентации векторов $\vec{B}$ и $\vec{v}$. Тогда уравнение движения электрона:

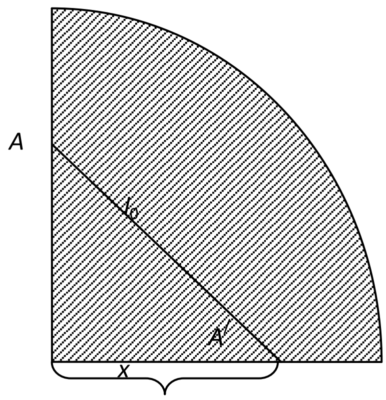
$$\frac{mv^2}{l/2} = evB - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}.$$

$$\text{Отсюда } B = \frac{2mv}{le} + \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 l^2 v}.$$

5. **Имеется гладкий жёсткий конус с площадью боковой поверхности $S = \pi l^2/4$, где l – образующая конуса. Из гибкой нерастяжимой нити длиной l_0 = 10 см < l сделали кольцо, и одели его на конус. Затем к одной из точек кольца приложили силу F, направленную вдоль образующей конуса в сторону, противоположную вершине. На каком расстоянии x от вершины конуса окажется точка приложения силы, когда нить полностью натянется? Справка: образующей конуса называется отрезок, соединяющий вершину конуса с какой-нибудь точкой окружности основания.**



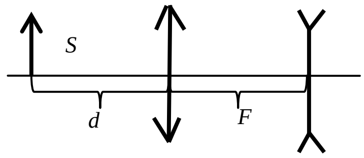
Решение:



Форму петли проще всего понять, если сделать развёртку конуса, разрезав его вдоль образующей, проходящей через точку приложения силы (см. рис.). Площадь круга радиусом l будет равна πl^2. Заданная в условии задачи площадь боковой поверхности конуса $S = \pi l^2/4$, очевидно, даёт четверть круга, т.е. угол развёртки 90°. На рисунке петля превратится в отрезок длиной l_0. Точка приложения силы изображена двумя точками A и A'. В отсутствие трения не существует сил (за исключением силы F), приложенных к нитке, обёрнутой вокруг конуса, которые было бы направлены вдоль его поверхности. Это приводит к тому, что точка приложения силы F опустится настолько низко, насколько ей позволит длина петли l_0. Форма равновесного положения петли определяется кратчайшим расстоянием между A и A', т.е. отрезком AA' длиной l_0. Из получившегося равнобедренного прямоугольно треугольника легко находим величину x:

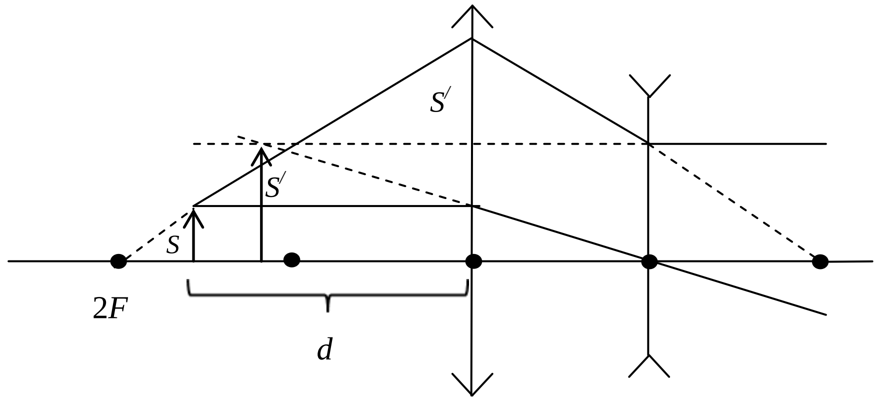
$$2x^2 = l_0^2 \Rightarrow x = \frac{l_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{50} \approx 7 \text{ см}.$$

6. **Две тонкие линзы, собирающая и рассеивающая (фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны F = 10 см), расположены на одной оптической оси на расстоянии F друг от друга. Источник S расположен на расстоянии d = 16 см от собирающей линзы. Найдите коэффициент увеличения системы линз, постройте изображение источника в данной оптической системе и объясните ход лучей.**



Решение:
Ход лучей виден из рисунка (изображение прямое, увеличенное, мнимое). Из соображений подобия

$$\frac{2S'}{S} = 2\Gamma = \frac{2F}{2F-d} \Rightarrow \Gamma = \frac{F}{2F-d} = \frac{10}{20-16} = 2,5.$$



7. **Отрезки тонкого прямого провода, заключенного в толстую изолирующую оболочку, подключают поочередно к идеальному источнику напряжения. Оболочка обеспечивает охлаждение провода за счет теплообмена, причем тепловая мощность, отводимая с единицы боковой площади провода, зависит только от разности температур провода и окружающего воздуха. Провод длиной 1 м нагревается за время t_1, а провод длиной 2 м – за время t_2. Определите, за какое время нагреется провод длиной 0,5 м. Провода нагреваются каждый раз до одной и той же температуры. Начальные температуры проводов одинаковы.**

Решение:
Рассмотрим проводник длиной l:
-количество тепла, выделяемое в проводе

$$Q_{тепл} = \frac{U^2}{R}t = \frac{U^2 S}{\rho_{уд} l}t = A\frac{t}{l};$$

-количество тепла, идущее на нагрев провода:

$$Q_{нагр} = c_{уд} m\Delta T = c_{уд}\rho S l \Delta T = Bl;$$

-количество тепла, отводимое от провода в результате теплообмена:

$$Q_{отв} = \alpha \Delta T S_{бок} t = \alpha \Delta T 2\pi r l t = Clt.$$

Здесь A, B, C - некоторые константы.

Имеем уравнение теплового баланса: $Q_{тепл} - Q_{отв} = Q_{нагр}$, $A\frac{t}{l} = Bl + Clt$.

Составим систему уравнений:
для провода длиной 1 м: $At_1 = B + Ct_1$,

для провода длиной 2 м: $A\frac{t_2}{2} = 2B + 2Ct_2$,

для провода длиной 0,5 м: $2Ax = \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}Cx$, где x – искомое время нагрева.

$$\begin{cases} At_1 = B + Ct_1, \\ A\dfrac{t_2}{2} = 2B + 2Ct_2, \\ 2Ax = \dfrac{1}{2}B + \dfrac{1}{2}Cx. \end{cases}$$ перепишем систему: $$\begin{cases} (A - C)t_1 = B, \\ \left(\dfrac{A}{4} - C\right)t_2 = B, \\ (4A - C)x = B. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим:

$$x = \frac{t_1 t_2}{5t_2 - 4t_1}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32112
РЕШЕНИЕ

1. **В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по электростатике: длинная деревянная рейка уравновешена в горизонтальной плоскости на острие вертикально закрепленной иглы. Лектор подносит к одному из концов рейки, не касаясь ее, заряженную эбонитовую палочку. Объясните дальнейшее поведение деревянной рейки.**

Решение:

Как известно, диэлектрик притягивается к телу, заряженному зарядом любого знака. Отсюда следует, что ближайший к палочке конец рейки начнет двигаться к палочке. Рейка станет поворачиваться в горизонтальной плоскости (если палочка подносится в горизонтальной плоскости), либо наклоняться (или подниматься).

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находится 1600 тонн воды, поместили баржу. Определите, на какую величину изменились силы, с которыми вода давит на боковые стенки судоподъемника, если сила давления воды на его дно изменилась на $1{,}6 \cdot 10^7$ Н.**

Решение:

Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находилась вода высотой $h_1 = \frac{1600}{S_{дна}} = \frac{1600}{90*18} \approx 1м$. После захода баржи изменение силы давления на дно составило

$$\Delta F_{дно} = \rho g \Delta h * S_{дна} = 10^3 * 10 * \Delta h * 90 * 18 = 1,6*10^7 H .$$

Т.е. уровень должен подняться на $\Delta h = \frac{1600}{90*18} \approx 1м$.

Т.к. $h_1 + \Delta h < h_0 = 2,2м$, то это означает, что вода не поднялась до верха судоподъемника и не перелилась через край.

Силы давления на стенки были равны (учитываем площадь стенки в пределах уровня воды):

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_1 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 1 * 90 * 1 \approx 4,5*10^5 H ;$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_2 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 1 * 18 * 1 \approx 0,9*10^5 H .$$

Силы давления после захода баржи стали равными:

$$F_1' = \frac{1}{2}\rho g \left(h_1 + \Delta h\right) * S_1 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2 * 90 * 2 \approx 18*10^5 H ;$$

$$F_2' = \frac{1}{2}\rho g \left(h_1 + \Delta h\right) * S_2 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2 * 18 * 2 \approx 3,6*10^5 H$$

Изменения сил давления на боковые стенки судоподъемника составило:

$$\Delta F_1 = \left(18 - 4,5\right) * 10^5 = 13,5*10^5 H ;$$

$$\Delta F_1 = \left(3,6 - 0,9\right) * 10^5 = 2,7*10^5 H .$$

Общее изменение сил давления на все боковые стенки судоподъемника

$$\Delta F = 2\left(\Delta F_1 + \Delta F_2\right) \approx 32{,}4*10^5 H .$$

3. Три одинаковых заряженных шарика массами *m* и зарядами *q* каждый связаны тремя идеальными непроводящими нитями длиной *l* каждая. Одну из нитей пережигают. Определите максимальные скорости шариков в процессе их дальнейшего движения.

Решение:

При пережигании одной из нитей две остальные вытягиваются вдоль одной прямой так, что шарики приобретают скорости: центральный шарик – скорость v, боковые шарики – скорость u каждый, причем $\vec{v} \uparrow\downarrow \vec{u}$. В этот момент потенциальная энергия системы минимальна (расстояния между крайними шариками максимальны). Следовательно, к этому моменту максимально изменение потенциальной энергии системы, а, следовательно, и кинетической. В этот момент скорости шариков максимальны, а потом, по мере их движения, скорости начинают уменьшаться.
Применим законы для положений:
нач – начальное положение в форма треугольника,
кон – расположение шариков на одной прямой:

-согласно закону сохранения имульса для замкнутой системы тел: $v = 2u$.
-согласно закону сохранения энергии: $\Delta W_{\text{кин}} = -\Delta W_{\text{пот}}$, т.е.

$$\Delta W_{\text{кин}} = \frac{mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mu^2 + 2mu^2 = 3mu^2 ;$$

$$\Delta W_{пот} = W_{кон} - W_{нач} ;\ W_{нач} = q\left(\frac{kq}{a} + \frac{kq}{a}\right) + q\frac{kq}{a} = 3k\frac{q^2}{a} ;\ W_{кон} = q\left(\frac{kq}{a} + \frac{kq}{a}\right) + q\frac{kq}{2a} = \frac{5kq^2}{2a} ;$$

$$\Delta W_{пот} = W_2 - W_1 = -\frac{kq^2}{2a} .$$

Тогда $3mu^2 = \dfrac{kq^2}{2a}$, $\quad u = q\sqrt{\dfrac{k}{6ma}} = q\sqrt{\dfrac{1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}$; $v = 2u = q\sqrt{\dfrac{1}{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

Ответ: $u_{крайних} = q\sqrt{\dfrac{1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}$; $v_{среднего} = q\sqrt{\dfrac{1}{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

4. Горизонтальная плоскость является границей двух однородных полей: электрического с напряженностью $\vec{E}$, направленной перпендикулярно границе от нее, и магнитного с индукцией $\vec{B}$, направленной горизонтально и перпендикулярно $\vec{E}$. Электрон поместили в электрическое поле на расстоянии *d* от плоскости. С какой средней скоростью электрон будет перемещаться вдоль границы? Масса электрона *m*, заряд *e*.

Решение:

В электрическом поле электрон проходит путь d и набирает скорость v, двигаясь к границе полей: $v = \sqrt{\dfrac{2eEd}{m}}$. Это происходит за время $\tau_1 = \sqrt{\dfrac{2md}{eE}}$. Далее электрон описывает в магнитном поле полуокружность радиуса $R = \dfrac{mv}{eB}$ за время полупериода

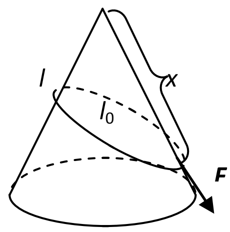
$\tau_2 = \dfrac{\pi m}{eB}$. Затем электрон снова входит в электрическое поле и уменьшает скорость до нуля за время $\tau_3 = \tau_1$.

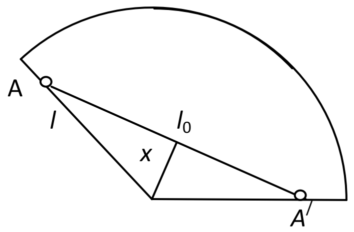
Скорость дрейфа: $\langle v \rangle = \dfrac{смещение\ вдоль\ \ границы}{время} = \dfrac{2R}{2\tau_1 + \tau_2}$.

Тогда после преобразований

$$\langle v \rangle = \frac{\sqrt{2mdeE}}{B\sqrt{\frac{2mde}{E}} + \frac{\pi}{2}m}.$$

5. Имеется гладкий жёсткий конус с площадью боковой поверхности S = $\pi l^2/3$, где l – образующая конуса. Из гибкой нерастяжимой нити длиной l_0 = 34 см < l сделали кольцо, и одели его на конус. Затем к одной из точек кольца приложили силу F, направленную вдоль образующей конуса в сторону, противоположную вершине. На каком минимальном расстоянии x от вершины конуса будет проходить нить, когда она полностью натянется?





Справка: образующей конуса называется отрезок, соединяющий вершину конуса с какой-нибудь точкой окружности основания.

Решение:

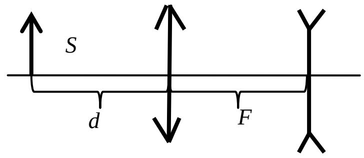
Форму петли проще всего понять, если сделать развёртку конуса, разрезав его вдоль образующей, проходящей через точку приложения силы (см. рис.). Площадь круга радиусом l будет равна πl^2. Заданная в условии задачи площадь боковой поверхности конуса $S = \pi l^2/3$, очевидно, даёт угол при вершине развёртки 120°. На рисунке петля превратится в отрезок длиной l_0. Точка приложения силы изображена двумя точками A и A'. В отсутствие трения не существует сил (за исключением силы F), приложенных к нитке, обёрнутой вокруг конуса, которые было бы направлены вдоль его поверхности. Это приводит к тому, что точка приложения силы F опустится настолько низко, насколько ей позволит длина петли l_0. Форма равновесного положения петли определяется кратчайшим расстоянием между A и A', т.е. отрезком AA' длиной l_0.

Из получившегося равнобедренного треугольника легко находим его высоту (величину x):

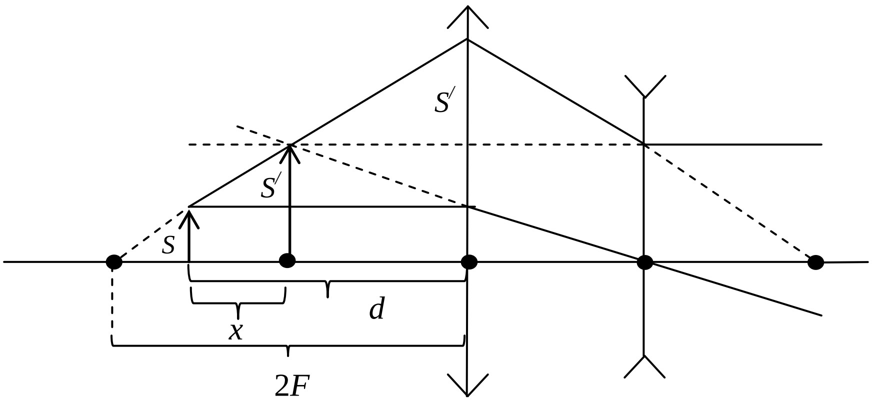
$$\frac{x}{\left(\frac{l_0}{2}\right)} = tg30^o = \frac{1}{2\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{l_0}{2\sqrt{3}} = \frac{34}{2\cdot 1.7} = 10\,\text{см}.$$

Ответ: $x = \dfrac{l_0}{2\sqrt{3}} = \dfrac{34}{2\cdot 1.7} = 10$ см

6. **Две тонкие линзы, собирающая и рассеивающая (фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны F = 6 см), расположены на одной оптической оси на расстоянии F друг от друга. Источник S расположен на расстоянии d = 3F/2 от собирающей линзы. Постройте изображение источника в данной оптической системе, объясните ход лучей и найдите расстояние между источником и изображением**.



Решение:



Ход лучей виден из рисунка. При d=3F/2 из соображений подобия видно, что (прямое, мнимое, увеличенное в 2 раза) изображение $S^/$ попадает в F. Отсюда

$$x = \frac{3}{2}F - F = \frac{1}{2}F = \frac{6}{2} = 3 \text{ см}$$

Ответ: $x = \frac{1}{2}F = 3\text{см}$.

7. **От катушки с тонким проводом, заключенным в толстую изолирующую оболочку, отрезали три куска длиной 1, 1,5 и 3 м. Их подключили поочередно к идеальному источнику напряжения и заметили, что провода нагреваются до одной и той же температуры за различное время. Провод длиной 1 м нагревается за время t_1, а провод длиной 3 м – за время t_2. Оболочка обеспечивает охлаждение провода за счет теплообмена, причем тепловая мощность, отводимая с единицы боковой площади провода, зависит только от разности температур провода и окружающего воздуха. Определите, за какое время нагреется провод длиной**
1,5 м.

Решение:

Рассмотрим проводник длиной l:
-количество тепла, выделяемое в проводе

$$Q_{тепл} = \frac{U^2}{R}t = \frac{U^2 S}{\rho_{уд} l}t = A\frac{t}{l};$$

-количество тепла, идущее на нагрев провода:

$$Q_{нагр} = c_{уд} m \Delta T = c_{уд} \rho S l \Delta T = Bl;$$

-количество тепла, отводимое от провода в результате теплообмена:

$$Q_{отв} = \alpha \Delta T S_{бок} t = \alpha \Delta T 2\pi r l t = Clt .$$

Здесь *A, B, C* - некоторые константы.

Имеем уравнение теплового баланса: $Q_{тепл} - Q_{отв} = Q_{нагр}$, $A\dfrac{t}{l} = Bl + Clt$.

Составим систему уравнений:

для провода длиной 1 м: $At_1 = B + Ct_1$,

для провода длиной 3 м: $A\dfrac{t_2}{3} = 3B + 3Ct_2$,

для провода длиной 1,5 м: $\dfrac{2}{3}Ax = \dfrac{3}{2}B + \dfrac{3}{2}Cx$, где x – искомое время нагрева.

$$\begin{cases} At_1 = B + Ct_1, \\ A\dfrac{t_2}{3} = 3B + 3Ct_2, \\ \dfrac{2}{3}Ax = \dfrac{3}{2}B + \dfrac{3}{2}Cx. \end{cases}$$

перепишем систему:

$$\begin{cases} (A - C)t_1 = B, \\ \left(\dfrac{A}{9} - C\right)t_2 = B, \\ \left(\dfrac{4}{9}A - C\right)x = B. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим:

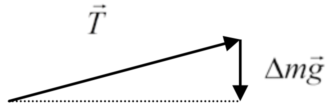
$$x = \frac{8t_1t_2}{3t_2 + 5t_1} .$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 33111
РЕШЕНИЕ

1. Провода ЛЭП всегда имеют небольшое провисание относительно опор. Почему это необходимо?

Решение:
Если провод натянуть между опорами без провисания, то незначительное увеличение силы тяжести может привести к обрыву провода. Например, известно, что в результате обледенения проводов на них может образоваться тонкий слой льда (аналогично налипший снег при снегопаде). При этом, несмотря на то, что масса намерзшего на провод льда Δm незначительна, в проводе для компенсации избыточной силы тяжести может возникнуть достаточно большая (из-за малого угла провисания) по величине сила натяжения, которая может привести к обрыву провода. Чтобы этого избежать, т.е. не допустить большого увеличения силы натяжения, провода заранее подвешивают с провисанием, чтобы увеличить угол касания провода и опоры.



2. При помещении в воду плавающей открытой металлической коробочки, уровень воды в сосуде повышается на h. Каким будет понижение этого уровня в дальнейшем, если коробочку утопить? Плотность металла в n раз больше плотности воды.

Решение:

Условие плавания коробочки: $mg = \rho_м V_{стенок} g = \rho_в V_{погр} g$; $V_{погр} = \dfrac{\rho_м V_{стенок}}{\rho_в}$.

Повышение уровня воды относительно исходного (без коробочки) при плавании коробочки в сосуде с водой: $h = \dfrac{V_{погр}}{S_{дна}} = \dfrac{\rho_м V_{стенок}}{\rho_в S_{дна}}$.

Если коробочку утопить, то повышение уровня воды относительно исходного (без коробочки) составит: $h_1 = \dfrac{V_{стенок}}{S_{дна}} = h\dfrac{\rho_в}{\rho_м}$.

Тогда искомое понижение уровня при утоплении коробочки (относительно уровня при её плавании): $\Delta h = h - h_1 = h\left(1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_м}\right) = h\dfrac{n-1}{n}$

3. Три одинаковых заряда *Q* закреплены в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a*. Определите работу сил электростатического поля после освобождения зарядов.

Решение:
Работа поля при удалении одного из зарядов на бесконечно большое расстояние от системы:

$$A_1 = Q\left(\frac{kQ}{a}+\frac{kQ}{a}-0\right)=\frac{2kQ^2}{a}.$$

Работа поля при удалении следующего заряда на бесконечно большое расстояние от системы:

$$A_2 = Q\left(\frac{kQ}{a}-0\right)=\frac{kQ^2}{a}.$$

Результирующая работа поля: $A=\dfrac{3kQ^2}{a}$.

4. Вектор магнитной индукции однородного магнитного поля сонаправлен с вектором напряженности однородного электрического поля. Отрицательно заряженная частица влетает в эти поля под углом $\alpha = 45°$ к направлению вектора магнитной индукции и начинает двигаться по винтовой линии радиусом *R*. Через время τ кинетическая энергия частицы изменяется в два раза. Определите величину магнитной индукции *B*, если напряженность электрического поля *E*.

Решение:

Поскольку частица влетает под углом $\alpha = 45°$, то **уменьшение** кинетической энергии в 2 раза произойдет, если проекция скорости частицы на направление вектора $\vec{E}$ уменьшится до нуля.

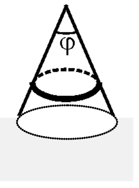
Изменение проекции импульса частицы на это направление за время τ:

$\Delta p_E = 0 - mv_0\cos 45° = -|qE|\tau$. Поскольку $R=\dfrac{mv_0\sin 45°}{qB}$, то $B=\dfrac{E\tau}{R}$.

Кинетическая энергия частицы могла по условию и **увеличиться** в 2 раза. В этом случае проекция скорости частицы на направление вектора $\vec{E}$ станет равна $v_E = -\sqrt{3}v_0\cos 45°$.

Изменение проекции импульса частицы на это направление за время τ:

$\Delta p_E = -\sqrt{3}mv_0\cos 45° - mv_0\cos 45° = -|qE|\tau$. Поскольку $R=\dfrac{mv_0\sin 45°}{qB}$, то $B=\dfrac{E\tau}{R\left(1+\sqrt{3}\right)}$.



5. Кольцо радиусом *R* и массой *m* изготовлено из проволоки, которая обрывается при силе натяжения *T*. Кольцо помещают на идеально гладкий конус. При каком минимальном, плоском угле конуса φ кольцо еще не разорвется?

Решение:

Рассмотрим малый элемент кольца массой Δ*m*, образованный дугой с центральным углом α. На этот элемент со стороны оставшегося кольца действуют:

- две силы натяжения $\vec{T}$, направленные по касательной к этому элементу,
- сила реакции опоры (конуса) $\Delta\vec{N}$, перпендикулярная боковой поверхности конуса,
- сила тяжести $\Delta m\vec{g}$, направленная вертикально вниз.

Уравнения баланса сил (первого закона Ньютона) для элемента Δ*m*:

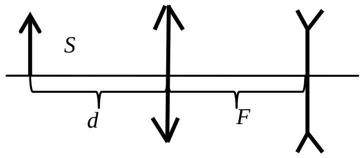
$$2T\sin\frac{\alpha}{2} = \Delta N\cos\frac{\varphi}{2},$$

$$\Delta mg = \Delta N\sin\frac{\varphi}{2}.$$

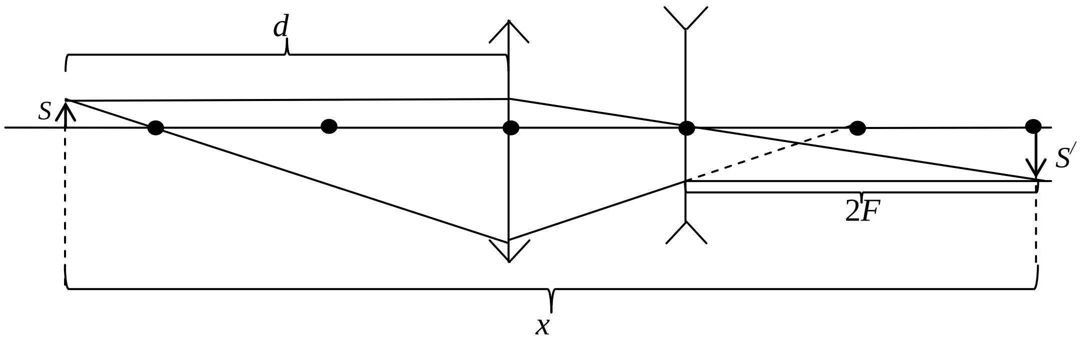
Учтем, что в силу малости элемента кольца $\sin\alpha \approx \alpha$

Тогда $\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{\Delta mg}{T\alpha} = \frac{mg}{2\pi T}$. Тогда $\varphi = 2\mathrm{arctg}\frac{mg}{2\pi T}$.

6. На оптической оси расположены две тонкие линзы: собирающая и рассеивающая. Фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны *F*=10 см. Источник *S* расположен на расстоянии *d*=5*F*/2 см от собирающей линзы. Постройте изображение источника в данной оптической системе и найдите расстояние между источником и изображением.



Решение:



Ход лучей виден из рисунка (изображение перевёрнутое, увеличенное в 2 раза, действительное). Из соображений подобия изображение попадёт в двойной фокус. Отсюда

$$x = d + 3F = \frac{11}{2}F = \frac{11}{2}10 = 55 \text{ см}$$

Ответ: $x = \frac{11}{2}F = 55$ см

7. Жесткий стержень *AB* длиной *l* опирается концами о пол и стену. Конец *B* стержня движется по полу перпендикулярно стене равномерно со скоростью *v*, причем при *t* = 0 он находится на расстоянии *d* от стены. Определите скорость конца *A* стержня в произвольный момент времени.

Решение:

Введем систему координат $(x, 0, y)$ так, что начало координат размещается в точке соприкосновения стены и пола, ось x направлена от стены по полу, а ось y направлена вдоль стены вверх.

Тогда координата конца *B*: $x = d + vt$, а координата конца *A*: $y = \sqrt{l^2 - (d+vt)^2}$.

Скорость конца *A* – это производная его координаты по времени:

$$v_A = y' = -\frac{(d+vt)v}{\sqrt{l^2 - (d+vt)^2}}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32101
РЕШЕНИЕ

1. В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по механике: очень легкий шар неподвижно лежит на гладкой горизонтальной доске, на поверхности шара в его верхней точке расположен очень маленький тяжелый кубик. Как будет двигаться кубик, если лектор толкнет доску?

Решение:
Рассмотрим положение кубика на поверхности шара, когда он расположен не в положении равновесия. На кубик со стороны шара действует сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, направленная по радиусу шара, и сила трения $\vec{F}$, направленная по касательной к поверхности. По 3 закону Ньютона на шар действуют силы $-\vec{N}$ и $-\vec{F}$, а также сила нормальной реакции стола $\vec{Q}$. Поскольку масса шара пренебрежимо мала, то из второго закона Ньютона следует, что сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на него, равны нулю в любой момент времени.
$\vec{Q}+(-\vec{N})+(-\vec{F})=0$. Относительно центра шара моменты сил $-\vec{N}$ и $\vec{Q}$ равны 0, поэтому равен нулю и момент силы $-\vec{F}$. Отсюда следует, что равна нулю и сама сила $-\vec{F}$, а поэтому $\vec{F}=0$. Тогда $\vec{Q}-\vec{N}=0$, т.е. $\vec{Q}=\vec{N}$. Это векторное равенство может быть выполнено только при условии $\vec{Q}=\vec{N}=0$.
Таким образом, на кубик действует только сила тяжести, а значит, выйдя из положения неустойчивого равновесия, кубик будет свободно падать вертикально вниз, а шар из-под него выскользнет.

2. Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 2400 тонн воды, поместили баржу водоизмещением 1600 тонн. Определите, на какую величину изменились силы, с которыми вода давит на дно и на боковые стенки судоподъемника.

Решение:
Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1=\dfrac{2400}{S_{дна}}=\dfrac{2400}{90*18}\approx 1,5м$.
Водоизмещением судна называется количество воды, вытесненное им. Массовое водоизмещение равно массе воды, помещающейся в объеме подводной части судна. Таким образом заход баржи эквивалентен добавлению в судоподъемник 1600 тонн воды. Тогда после захода баржи уровень должен подняться на $h_2=\dfrac{1600}{90*18}\approx 1м$. Т.к. $h_1+h_2>h_0=2,2м$, то это означает, что <u>вода поднялась до верха судоподъемника и перелилась через край</u>. Таким образом результирующее повышение уровня составило $\Delta h=h_0-h_1=0,7м$. Сила давления вода на дно изменилась на

$$\Delta F_{дно}=\rho g\Delta h*S_{дна}=10^3*10*0,7*90*18\approx 1,13*10^7\,H$$

Силы давления на стенки были равны (учитываем площадь стенки в пределах уровня воды): $F_1=\dfrac{1}{2}\rho g h_1*S_1=\dfrac{1}{2}10^3*10*1,5*90*1,5\approx 10^6\,H$;

$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_2 = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 1,5 * 18 * 1,5 \approx 0,2 * 10^6 H$.

Силы давления после захода баржи стали равными:

$F_1' = \frac{1}{2}\rho g h_0 * S_1' = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2,2 * 90 * 2,2 \approx 2,2 * 10^6 H$;

$F_2' = \frac{1}{2}\rho g h_0 * S_2' = \frac{1}{2}10^3 * 10 * 2,2 * 18 * 2,2 \approx 0,44 * 10^6 H$

Изменения сил давления на боковые стенки судоподъемника составило:

$\Delta F_1 = (2,2 - 1) * 10^6 = 1,2 * 10^6 H$; $\Delta F_2 = (0,44 - 0,2) * 10^6 = 0,24 * 10^6 H$.

Общее изменение сил давления на все боковые стенки судоподъемника

$$\Delta F = 2(\Delta F_1 + \Delta F_2) \approx 2,88 * 10^6 H .$$

Замечание: если учесть, что 18*5=90, то расчеты сил упрощаются.

3. К электрической сети подключены последовательно два нагревателя, при этом один выделяет мощность N_1 , а второй – N_2 . Какую мощность будет выделять первый нагреватель, если только он будет включен в сеть? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

Решение:

Если оба нагревателя:

$$U = I_1(R_1 + R_2); \quad (1)$$

$$UI_1 = I_1^2 R_1 + I_1^2 R_2 = N_1 + N_2 \quad .(2)$$

Если один нагреватель:

$$U = IR_1; \quad (3)$$

$$N_1' = UI = I^2 R_1 = \frac{U^2}{R_1} \quad (4)$$

Выразим из (2)

$$I_1 = \frac{N_1 + N_2}{U} \quad \text{и} \quad R_1 = \frac{N_1}{I^2_1} = \frac{N_1 U^2}{(N_1 + N_2)^2} .$$

Таким образом, мощность

$$N_1' = \frac{U^2}{R_1} = \frac{(N_1 + N_2)^2}{N_1}$$

4. Два металлических заряженных тела произвольной формы имеют заряды Q_1 и Q_2. Определите работу сил электрического поля при сближении тел на некоторое расстояние, если их потенциалы изменились на $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ соответственно.

Решение:

Работа сил электрического поля при сближении тел равна изменению потенциальной энергии системы тел, взятой с обратным знаком.

Потенциальная энергия системы тел равна полусумме произведений зарядов каждого из тел на их потенциал в поле, созданном всеми другими телами:

$$W = \frac{1}{2}(Q_1\varphi_1 + Q_2\varphi_2 + \ldots).$$

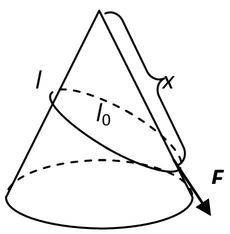
Поскольку потенциалы каждого из тел изменились на величины, заданные в условии, то потенциальная энергия их взаимодействия изменилась на

$$\Delta W = \frac{1}{2}\left(Q_1\Delta\varphi_1 + Q_2\Delta\varphi_2\right).$$

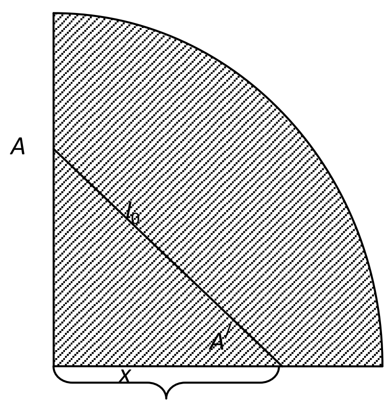
Работа сил поля будет равна

$$A = -\frac{1}{2}\left(Q_1\Delta\varphi_1 + Q_2\Delta\varphi_2\right).$$

5. Имеется гладкий жёсткий конус с площадью боковой поверхности $S = \pi l^2/4$, где l – образующая конуса. Из гибкой нерастяжимой нити длиной l_0 = 10 см < l сделали кольцо, и одели его на конус. Затем к одной из точек кольца приложили силу F, направленную вдоль образующей конуса в сторону, противоположную вершине. На каком расстоянии x от вершины конуса окажется точка приложения силы, когда нить полностью натянется? Справка: образующей конуса называется отрезок, соединяющий вершину конуса с какой-нибудь точкой окружности основания.



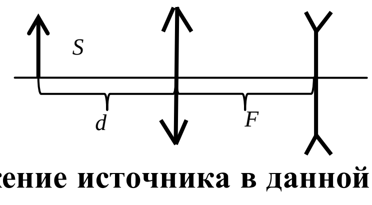
Решение:



Форму петли проще всего понять, если сделать развёртку конуса, разрезав его вдоль образующей, проходящей через точку приложения силы (см. рис.). Площадь круга радиусом l будет равна πl^2. Заданная в условии задачи площадь боковой поверхности конуса $S = \pi l^2/4$, очевидно, даёт четверть круга, т.е. угол развёртки 90°. На рисунке петля превратится в отрезок длиной l_0. Точка приложения силы изображена двумя точками A и $A^/$. В отсутствие трения не существует сил (за исключением силы F), приложенных к нитке, обёрнутой вокруг конуса, которые было бы направлены вдоль его поверхности. Это приводит к тому, что точка приложения силы F опустится настолько низко, насколько ей позволит длина петли l_0. Форма равновесного положения петли определяется кратчайшим расстоянием между A и $A^/$, т.е. отрезком $AA^/$ длиной l_0. Из получившегося равнобедренного прямоугольно треугольника легко находим величину x:

$$2x^2 = l_0^2 \Rightarrow x = \frac{l_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{50} \approx 7 \text{ см}.$$

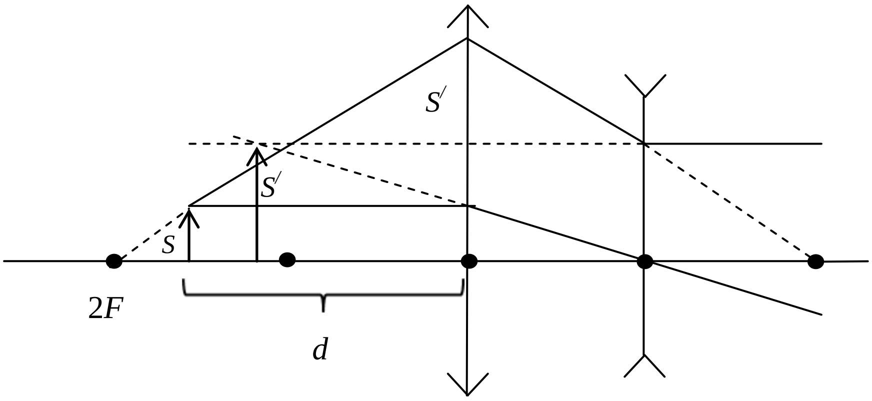
6. Две тонкие линзы, собирающая и рассеивающая (фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны F = 10 см), расположены на одной оптической оси на расстоянии F друг от друга. Источник S расположен на расстоянии d = 16 см от собирающей линзы. Найдите коэффициент увеличения системы линз, постройте изображение источника в данной оптической системе и объясните ход лучей.



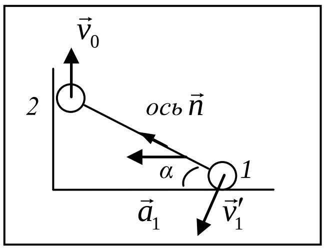
Решение:

Ход лучей виден из рисунка (изображение прямое, увеличенное, мнимое). Из соображения подобия

$$\frac{2S^{/}}{S}=2\Gamma=\frac{2F}{2F-d}\Rightarrow\Gamma=\frac{F}{2F-d}=\frac{10}{20-16}=2,5\,.$$



7. Гантель образована двумя маленькими массивными шариками, соединенными невесомым идеальным стержнем длиной *l*. Гантель лежит на горизонтальном полу перпендикулярно вертикальной стенки, касаясь ее одним из шариков. Этот шарик начинают поднимать вертикально вверх по стенке с постоянной скоростью v_0, причем второй шарик гантели постоянно находится на полу. Определите ускорение нижнего шарика в тот момент, когда стержень гантели образует угол α с горизонтом.



Решение:

Ускорение второго шарика $\vec{a}_1$ и его скорость $\vec{v}_1$ направлены горизонтально.

Перейдем в систему отсчета, связанную с верхним шариком. В этой системе отсчета первый шарик вращается относительно второго по окружности, радиус которой равен длине стержня. Тогда скорость первого шарика $\vec{v}_1'$ относительно второго – это его скорость движения по окружности.

Вертикальная проекция этой скорости $v'_{1\,верт}=-v_0$. Поэтому $v_1'=\frac{v'_{1\,гверт}}{\cos\alpha}=\frac{v_0}{\cos\alpha}$.

Нормальное ускорение при движении первого шарика по окружности вокруг второго:

$$a_n=\frac{\left(v_1'\right)^2}{l}=\frac{\left(\frac{v_0}{\cos\alpha}\right)^2}{l}=\frac{v_0^2}{l\cos^2\alpha}\,.$$

С другой стороны, a_n - проекция ускорения $\vec{a}_1$ на ось нормали $\vec{n}$. Поэтому

$$a_1=\frac{a_n}{\cos\alpha}=\frac{v_0^2}{l\cos^3\alpha}\,.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32102
РЕШЕНИЕ

1. В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по электростатике: длинная деревянная рейка уравновешена в горизонтальной плоскости на острие вертикально закрепленной иглы. Лектор подносит к одному из концов рейки, не касаясь ее, заряженную эбонитовую палочку. Объясните дальнейшее поведение деревянной рейки.

Решение:
Как известно, диэлектрик притягивается к телу, заряженному зарядом любого знака. Отсюда следует, что ближайший к палочке конец рейки начнет двигаться к палочке. Рейка станет поворачиваться в горизонтальной плоскости (если палочка подносится в горизонтальной плоскости), либо наклоняться (или подниматься).

2. Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 1600 тонн воды, поместили баржу. Определите, на какую величину изменились силы, с которыми вода давит на боковые стенки судоподъемника, если сила давления воды на его дно изменилась на $1{,}6\cdot10^7$ Н.

Решение:
Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находилась вода высотой $h_1 = \frac{1600}{S_{дна}} = \frac{1600}{90*18} \approx 1м$. После захода баржи изменение силы давления на дно составило

$$\Delta F_{дно} = \rho g \Delta h * S_{дна} = 10^3*10*\Delta h*90*18 = 1,6*10^7 H .$$

Т.е. уровень должен подняться на $\Delta h = \frac{1600}{90*18} \approx 1м$.

Т.к. $h_1 + \Delta h < h_0 = 2,2м$, то это означает, что вода не поднялась до верха судоподъемника и не перелилась через край.
Силы давления на стенки были равны (учитываем площадь стенки в пределах уровня воды):

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_1 = \frac{1}{2}10^3*10*1*90*1 \approx 4,5*10^5 H ;$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h_1 * S_2 = \frac{1}{2}10^3*10*1*18*1 \approx 0,9*10^5 H .$$

Силы давления после захода баржи стали равными:

$$F_1' = \frac{1}{2}\rho g\left(h_1+\Delta h\right)*S_1 = \frac{1}{2}10^3*10*2*90*2 \approx 18*10^5 H ;$$

$$F_2' = \frac{1}{2}\rho g\left(h_1+\Delta h\right)*S_2 = \frac{1}{2}10^3*10*2*18*2 \approx 3,6*10^5 H$$

Изменения сил давления на боковые стенки судоподъемника составило:

$$\Delta F_1 = \left(18-4,5\right)*10^5 = 13,5*10^5 H ;$$

$$\Delta F_1 = \left(3,6-0,9\right)*10^5 = 2,7*10^5 H .$$

Общее изменение сил давления на все боковые стенки судоподъемника

$$\Delta F = 2\left(\Delta F_1 + \Delta F_2\right) \approx 32,4*10^5\, H\,.$$

3. Три одинаковых заряженных шарика массами *m* и зарядами *q* каждый связаны тремя идеальными непроводящими нитями длиной *l* каждая. Одну из нитей пережигают. Определите максимальные скорости шариков в процессе их дальнейшего движения.

Решение:

При пережигании одной из нитей две остальные вытягиваются вдоль одной прямой так, что шарики приобретают скорости: центральный шарик – скорость v, боковые шарики – скорость u каждый, причем $\vec{v}\uparrow\downarrow\vec{u}$. В этот момент потенциальная энергия системы минимальна (расстояния между крайними шариками максимальны). Следовательно, к этому моменту максимально изменение потенциальной энергии системы, а, следовательно, и кинетической. В этот момент скорости шариков максимальны, а потом, по мере их движения, скорости начинают уменьшаться.

Применим законы для положений:

нач – начальное положение в форма треугольника,

кон – расположение шариков на одной прямой:

-согласно закону сохранения имульса для замкнутой системы тел: $v = 2u$.

-согласно закону сохранения энергии: $\Delta W_{\text{кин}} = -\Delta W_{\text{пот}}$, т.е.

$$\Delta W_{\text{кин}} = \frac{mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mu^2 + 2mu^2 = 3mu^2\,;$$

$$\Delta W_{пот} = W_{кон} - W_{нач}\,;\; W_{нач} = q\left(\frac{kq}{a} + \frac{kq}{a}\right) + q\frac{kq}{a} = 3k\frac{q^2}{a}\,;\; W_{кон} = q\left(\frac{kq}{a} + \frac{kq}{a}\right) + q\frac{kq}{2a} = \frac{5kq^2}{2a}\,;$$

$$\Delta W_{пот} = W_2 - W_1 = -\frac{kq^2}{2a}\,.$$

Тогда $3mu^2 = \dfrac{kq^2}{2a}$, $\quad u = q\sqrt{\dfrac{k}{6ma}} = q\sqrt{\dfrac{1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}$; $v = 2u = q\sqrt{\dfrac{1}{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

Ответ: $u_{крайних} = q\sqrt{\dfrac{1}{24\pi\varepsilon_0 ma}}$; $v_{среднего} = q\sqrt{\dfrac{1}{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

4. На какое расстояние *L* можно передавать электрическую энергию от подстанции с напряжением *U* при помощи проводов, чтобы на нагрузке сопротивлением *R* выделялась мощность *N* ? Провода сечением *S* выполнены из металла с удельным сопротивлением ρ.

Решение:

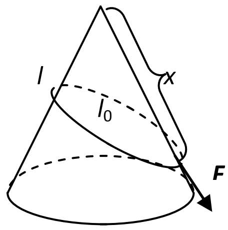
$$U = I\left(R_{нагр} + R_{пров}\right);\quad UI = I^2 R_{нагр} + I^2 R_{пров}$$

$N = I^2 R_{нагр}$, поэтому $I = \sqrt{\dfrac{N}{R_{нагр}}}$. Тогда $U\sqrt{\dfrac{N}{R_{нагр}}} = N + N\dfrac{R_{пров}}{R_{нагр}}$ и $R_{пров} = R_{нагр}\dfrac{U\sqrt{\dfrac{N}{R_{нагр}}} - N}{N}$

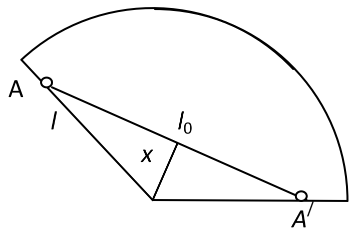
Поскольку $R_{пров} = \rho\dfrac{2L}{S}$, то

$$L = \frac{R_{нагр} S}{2\rho}\left(\frac{U}{\sqrt{N R_{нагр}}} - 1\right).$$

5. Имеется гладкий жёсткий конус с площадью боковой поверхности S = $\pi l^2/3$, где l – образующая конуса. Из гибкой нерастяжимой нити длиной l_0 = 34 см < l сделали кольцо, и одели его на конус. Затем к одной из точек кольца приложили силу F, направленную вдоль образующей конуса в сторону, противоположную вершине. На каком минимальном расстоянии x от вершины конуса будет проходить нить, когда она полностью натянется?



Решение:



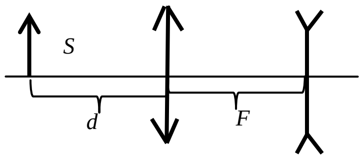
Форму петли проще всего понять, если сделать развёртку конуса, разрезав его вдоль образующей, проходящей через точку приложения силы (см. рис.). Площадь круга радиусом l будет равна πl^2. Заданная в условии задачи площадь боковой поверхности конуса $S = \pi l^2/3$, очевидно, даёт угол при вершине развёртки 120°. На рисунке петля превратится в отрезок длиной l_0. Точка приложения силы изображена двумя точками A и A'. В отсутствие трения не существует сил (за исключением силы F), приложенных к нитке, обёрнутой вокруг конуса, которые было бы направлены вдоль его поверхности. Это приводит к тому, что точка приложения силы F опустится настолько низко, насколько ей позволит длина петли l_0. Форма равновесного положения петли определяется кратчайшим расстоянием между A и A', т.е. отрезком AA' длиной l_0.

Из получившегося равнобедренного треугольника легко находим его высоту (величину x):

$$\frac{x}{\left(\frac{l_0}{2}\right)} = tg30^o = \frac{1}{2\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{l_0}{2\sqrt{3}} = \frac{34}{2\cdot 1.7} = 10\,\text{см}.$$

Ответ: $x = \frac{l_0}{2\sqrt{3}} = \frac{34}{2\cdot 1.7} = 10\,\text{см}$

6. Две тонкие линзы, собирающая и рассеивающая (фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны F = 6 см), расположены на одной оптической оси на расстоянии F друг от друга. Источник S расположен на расстоянии d = 3F/2 от собирающей линзы. Постройте изображение источника в данной оптической системе, объясните ход лучей и найдите расстояние между источником и изображением.

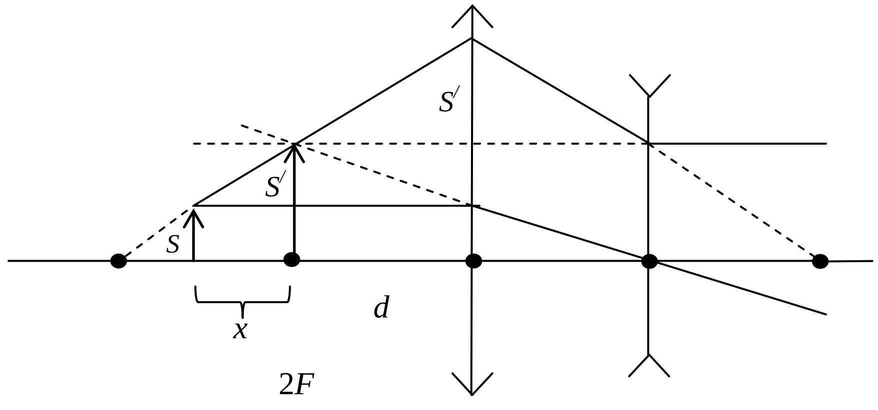


Решение:

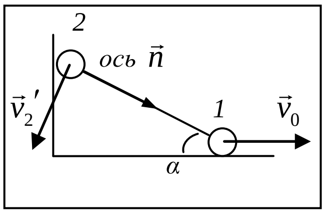
Ход лучей виден из рисунка. При d=3F/2 из соображений подобия видно, что (прямое, мнимое, увеличенное в 2 раза) изображение S' попадает в F. Отсюда

$$x = \frac{3}{2}F - F = \frac{1}{2}F = \frac{6}{2} = 3\text{ см}$$

Ответ: $x = \frac{1}{2}F = 3\text{см}$.



7. Гантель образована двумя маленькими массивными шариками, соединенными невесомым идеальным стержнем длиной *l*. Гантель стоит на горизонтальном полу, касаясь обоими шариками вертикальной стенки. Нижний шарик начинают перемещать по полу с постоянной скоростью v_0 перпендикулярно стенке, причем второй шарик гантели не отрывается от стенки. Определите ускорение верхнего шарика в тот момент, когда стержень гантели образует угол α с горизонтом.



Решение:

Ускорение второго шарика $\vec{a}_2$ и его скорость $\vec{v}_2$ направлены вертикально вниз.

Перейдем в систему отсчета, связанную с нижним грузом. В этой системе отсчета второй шарик вращается относительно первого по окружности, радиус которой равен длине стержня. Тогда скорость второго шарика $\vec{v}_2'$ относительно первого – это его скорость движения по окружности.

Горизонтальная проекция этой скорости $v'_{2\,гор} = -v_0$. Поэтому $v_2' = \frac{v'_{2\,гор}}{\sin\alpha} = \frac{v_0}{\sin\alpha}$.

Нормальное ускорение при движении второго шарика по окружности вокруг первого:

$$a_n = \frac{\left(v_2'\right)^2}{l} = \frac{\left(\frac{v_0}{\sin\alpha}\right)^2}{l} = \frac{v_0^2}{l\sin^2\alpha}.$$

С другой стороны, a_n - проекция ускорения $\vec{a}_2$ на ось нормали $\vec{n}$. Поэтому

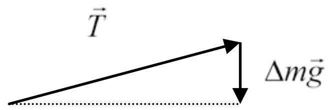
$$a_2 = \frac{a_n}{\sin\alpha} = \frac{v_0^2}{l\sin^3\alpha}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 33101
РЕШЕНИЕ

1. Провода ЛЭП всегда имеют небольшое провисание относительно опор. Почему это необходимо?

Решение:
Если провод натянуть между опорами без провисания, то незначительное увеличение силы тяжести может привести к обрыву провода. Например, известно, что в результате обледенения проводов на них может образоваться тонкий слой льда (аналогично налипший снег при снегопаде). При этом, несмотря на то, что масса намерзшего на провод льда Δm незначительна, в проводе для компенсации избыточной силы тяжести может возникнуть достаточно большая (из-за малого угла провисания) по величине сила натяжения, которая может привести к обрыву провода. Чтобы этого избежать, т.е. не допустить большого увеличения силы натяжения, провода заранее подвешивают с провисанием, чтобы увеличить угол касания провода и опоры.



2. При помещении в воду плавающей открытой металлической коробочки, уровень воды в сосуде повышается на h. Каким будет понижение этого уровня в дальнейшем, если коробочку утопить? Плотность металла в n раз больше плотности воды.

Решение:
Условие плавания коробочки: $mg = \rho_м V_{стенок} g = \rho_в V_{погр} g$; $V_{погр} = \dfrac{\rho_м V_{стенок}}{\rho_в}$.

Повышение уровня воды относительно исходного (без коробочки) при плавании коробочки в сосуде с водой: $h = \dfrac{V_{погр}}{S_{дна}} = \dfrac{\rho_м V_{стенок}}{\rho_в S_{дна}}$.

Если коробочку утопить, то повышение уровня воды относительно исходного (без коробочки) составит: $h_1 = \dfrac{V_{стенок}}{S_{дна}} = h\dfrac{\rho_в}{\rho_м}$.

Тогда искомое понижение уровня при утоплении коробочки (относительно уровня при её плавании): $\Delta h = h - h_1 = h\left(1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_м}\right) = h\dfrac{n-1}{n}$

3. Два нагревательных элемента, подключенные в сеть с напряжением U, выделяют мощности N_1 и N_2 соответственно. Какую мощность будут выделять эти нагреватели, если их включить в ту же сеть последовательно? Зависимостью сопротивления от температуры пренебречь.

Решение:

$$N_1 = \frac{U^2}{R_1},\ N_2 = \frac{U^2}{R_2}.$$

При последовательном соединении $N_{посл} = \frac{U^2}{R_{посл}} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}$.

4. Три одинаковых заряда *Q* закреплены в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a*. Определите работу сил электростатического поля после освобождения зарядов.

Решение:

Работа поля при удалении одного из зарядов на бесконечно большое расстояние от системы:

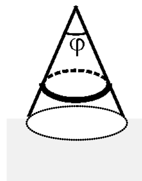
$$A_1 = Q\left(\frac{kQ}{a} + \frac{kQ}{a} - 0\right) = \frac{2kQ^2}{a}.$$

Работа поля при удалении следующего заряда на бесконечно большое расстояние от системы:

$$A_2 = Q\left(\frac{kQ}{a} - 0\right) = \frac{kQ^2}{a}.$$

Результирующая работа поля: $A = \frac{3kQ^2}{a}$.

5. Кольцо радиусом *R* и массой *m* изготовлено из проволоки, которая обрывается при силе натяжения *T*. Кольцо помещают на идеально гладкий конус. При каком минимальном, плоском угле конуса φ кольцо еще не разорвется?



Решение:

Рассмотрим малый элемент кольца массой Δm, образованный дугой с центральным углом α. На этот элемент со стороны оставшегося кольца действуют:

- две силы натяжения $\vec{T}$, направленные по касательной к этому элементу,
- сила реакции опоры (конуса) $\Delta\vec{N}$, перпендикулярная боковой поверхности конуса,
- сила тяжести $\Delta m\vec{g}$, направленная вертикально вниз.

Уравнения баланса сил (первого закона Ньютона) для элемента Δm:

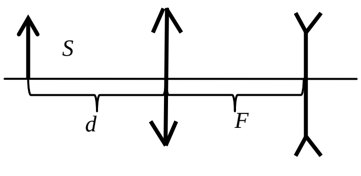
$$2T\sin\frac{\alpha}{2} = \Delta N\cos\frac{\varphi}{2},$$

$$\Delta mg = \Delta N\sin\frac{\varphi}{2}.$$

Учтем, что в силу малости элемента кольца $\sin\alpha \approx \alpha$

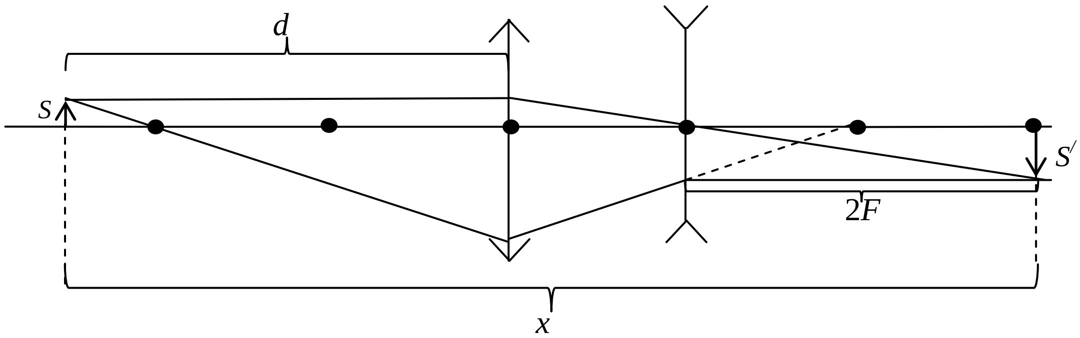
Тогда $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{\Delta mg}{T\alpha} = \frac{mg}{2\pi T}$. Тогда $\varphi = 2\operatorname{arctg}\frac{mg}{2\pi T}$.

6. На оптической оси расположены две тонкие линзы: собирающая и рассеивающая. Фокусные расстояния обеих линз одинаковы и равны *F*=10 см. Источник *S* расположен



на расстоянии d=5F/2 см от собирающей линзы. Постройте изображение источника в данной оптической системе и найдите расстояние между источником и изображением.

Решение:



Ход лучей виден из рисунка (изображение перевёрнутое, увеличенное в 2 раза, действительное). Из соображений подобия изображение попадёт в двойной фокус. Отсюда

$$x = d + 3F = \frac{11}{2}F = \frac{11}{2}10 = 55 \text{ см}$$

Ответ: $x = \frac{11}{2}F = 55$ см

7. В алюминиевую кастрюлю массой m_1 = 0,5 кг налит V = 1 л воды. Кастрюля довольно долго стоит на газовой плите, которая ежесекундно выделяет Q = 100 Дж тепла, а температура воды в ней не становится больше t_1 = 95° С. Затем плиту выключают. Через какое время температура воды станет равной t_2 = 94° С? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, удельные теплоемкости воды и алюминия соответственно равны $C_в$ = 4,2 кДж /(кг·К) и $C_а$ = 0,9 кДж /(кг·К).

Решение:

Поскольку стоящая на плите кастрюля не нагревается, то мощность тепловых потерь равна мощности подвода тепла, т.е. P = 100 Вт.

После выключения плиты уравнение теплового баланса имеет вид:

$$c_a m_a (94-95) + c_в \rho_в V (94-95) = -P\tau$$

$$\tau = 46{,}5 \text{ с.}$$

.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32991
РЕШЕНИЕ

1. **В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по механике: очень легкий шар неподвижно лежит на гладкой горизонтальной доске, на поверхности шара в его верхней точке расположен очень маленький тяжелый кубик. Как будет двигаться кубик, если лектор толкнет доску?**

Решение:

Рассмотрим положение кубика на поверхности шара, когда он расположен не в положении равновесия. На кубик со стороны шара действует сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, направленная по радиусу шара, и сила трения $\vec{F}$, направленная по касательной к поверхности. По 3 закону Ньютона на шар действуют силы $-\vec{N}$ и $-\vec{F}$, а также сила нормальной реакции стола $\vec{Q}$. Поскольку масса шара пренебрежимо мала, то из второго закона Ньютона следует, что сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на него, равны нулю в любой момент времени.

$\vec{Q}+(-\vec{N})+(-\vec{F})=0$. Относительно центра шара моменты сил $-\vec{N}$ и $\vec{Q}$ равны 0, поэтому равен нулю и момент силы $-\vec{F}$. Отсюда следует, что равна нулю и сама сила $-\vec{F}$, а поэтому $\vec{F}=0$. Тогда $\vec{Q}-\vec{N}=0$, т.е. $\vec{Q}=\vec{N}$. Это векторное равенство может быть выполнено только при условии $\vec{Q}=\vec{N}=0$.

Таким образом, на кубик действует только сила тяжести, а значит, выйдя из положения неустойчивого равновесия, кубик будет свободно падать вертикально вниз, а шар из-под него выскользнет.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 2400 тонн воды, поместили баржу водоизмещением 1600 тонн. Определите, на какую величину изменилась сила, с которой вода давит на дно судоподъемника. Плотность воды 1000 кг/м^3.**

Решение:

Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1=\dfrac{2400}{S_{дна}}=\dfrac{2400}{90*18}\approx 1,5м$.

Водоизмещением судна называется количество воды, вытесненное им. Массовое водоизмещение равно массе воды, помещающейся в объеме подводной части судна. Таким образом заход баржи эквивалентен добавлению в судоподъемник 1600 тонн воды. Тогда после захода баржи уровень должен подняться на $h_2=\dfrac{1600}{90*18}\approx 1м$. Т.к. $h_1+h_2>h_0=2,2м$, то это означает, что <u>вода поднялась до верха судоподъемника и перелилась через край</u>. Таким образом результирующее повышение уровня составило $\Delta h=h_0-h_1=0,7м$. Сила давления вода на дно изменилась на

$$\Delta F_{дно}=\rho g\Delta h*S_{дна}=10^3*10*0,7*90*18\approx 1,13*10^7\,H$$

3. **Имеются два одинаковых резиновых жгута. Первый подвесили к потолку за один из концов. Второй жгут сложили пополам и подвесили к потолку за оба конца, соединив их в одной точке. Если к свободному концу первого жгута прикрепить некоторый груз, то жгут растянется на 2 см. На какое расстояние опустится свободно висящая середина второго жгута, если к ней прикрепить груз вдвое большей массы? Коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии.**

Решение:
Для первого жгута и первого груза: $mg = kx$

Так как коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии, то для каждой половинки он увеличился в два раза.

Так как половинки жгута абсолютно одинаковые, то и растягиваются они на одну и ту же величину.

Из условия равенства сил

$$k_1x_1 + k_2x_2 = 2k_1x_1 = 2mg$$

Получаем, что удлинение сложенного вдвое жгута равно 1 см.

4. **Три тонких стержня одинаковой длины a = 20 см спаяны в виде равностороннего треугольника. Массы стержней равны m_1 = 1 кг, m_2 = 1 кг, m_3 = 2 кг соответственно. Определите положение центра тяжести треугольника**.

Решение:
Поскольку стержни однородные, то центр тяжести каждого стержня находится в его геометрическом центре.

Получаем правильный треугольник со стороной 10 см, в верщинах которого размещаем материальные точки массами m_1 = 1 кг, m_2 = 1 кг, m_3 = 2 кг.

Центр тяжести стороны треугольника между массами m_1 = 1 кг и m_2 = 1 кг находится посередине этой стороны. В эту точку условно можно поместить точку массой $2m$. Центр тяжести полученной из точек массами $2m$ и m_3 = 2 кг гантели находится в ее центре, т.е. в центре высоты треугольника со стороной 10 см. Эта точка является центром тяжести исходного треугольника из стержней.

Итак: центр тяжести исходной системы находится на расстоянии $\frac{10\sqrt{3}}{4} \approx 4{,}3\text{см}$ на серединном перпендикуляре к тяжелому стержню.

5. **Две свечи одинаковой высоты h = 20 см установлены вертикально на дне высокой вертикально расположенной цилиндрической коробки на диаметре ее основания. Минимальное расстояние от каждой свечи до стенки коробки и расстояние между свечами одинаковы. Свечи одновременно поджигают. С какой скоростью изменяются длины теней от свечей по стенам коробки, если одна свеча полностью сгорает за время t_1 = 5 часов, а другая – за время t_2 = 4 часа?**

Решение:
Пусть за время Δt левая свеча сгорает на Δh_1, а правая – на Δh_2. Тогда тень на левой стене (от левой свечи) опустится на расстояние $\Delta x = \Delta h_1 + \left(\Delta h_1 - \Delta h_2\right) = 2\Delta h_1 - \Delta h_2$. Тень на правой стене (от правой свечи) опустится на расстояние $\Delta y = \Delta h_2 - \left(\Delta h_1 - \Delta h_2\right) = 2\Delta h_2 - \Delta h_1$.

Поскольку $\Delta h_1 = \frac{h}{t_1}\Delta t$, $\Delta h_2 = \frac{h}{t_2}\Delta t$, то

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}\left(2t_2 - t_1\right) = 6\,\text{см/ ч} \qquad v_2 = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}\left(2t_1 - t_2\right) = 3\,\text{см/ ч}$$

6. Кот охотится за двумя мышками, которые всегда находятся с ним на одной прямой. Мышки бегут с одинаковыми скоростями от кота в разные стороны, а кот сначала был ближе к одной из них. Кот, поймав одну из мышек, сразу же бросается за второй. Определите, в каком случае кот пробежит больший путь: если сначала поймает дальнюю мышь, а затем погонится за ближней, или наоборот.

Решение:

Обозначим скорость кота $v_к$, скорость мышки v.

Пусть сначала кот побежал за ближней мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \dfrac{x}{v_к - v}$. При этом расстояние до второй составит

$$r = l - x + \frac{x\left(v_к + v\right)}{v_к - v} = \frac{l\cdot\left(v_к - v\right)}{v_к - v} + \frac{2x\cdot v}{v_к - v}.$$

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку:

$$t_2 = \frac{r}{v_к - v} = \frac{l}{v_к - v} + \frac{2vx}{\left(v_к - v\right)^2}.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1 + t_2 = \dfrac{l + x}{v_к - v} + \dfrac{2xv}{\left(v_к - v\right)^2} = \dfrac{l\left(v_к - v\right) + x\left(v_к + v\right)}{\left(v_к - v\right)^2}$.

Очевидно, что чем меньше *x*, тем меньше время, затраченное на ловлю мышей.

Вывод: нужно ловить ближнюю мышь!

7. Отрезки тонкого прямого провода, заключенного в толстую изолирующую оболочку, подключают поочередно к идеальному источнику напряжения. Оболочка обеспечивает охлаждение провода за счет теплообмена, причем тепловая мощность, отводимая с единицы боковой площади провода, зависит только от разности температур провода и окружающего воздуха. Провод длиной 1 м нагревается за время t_1, а провод длиной 2 м – за время t_2. Определите, за какое время нагреется провод длиной 0,5 м. Провода нагреваются каждый раз до одной и той же температуры. Начальные температуры проводов одинаковы.

Решение:

Рассмотрим проводник длиной *l*:

-количество тепла, выделяемое в проводе

$$Q_{тепл} = \frac{U^2}{R}t = \frac{U^2 S}{\rho_{уд} l}t = A\frac{t}{l};$$

-количество тепла, идущее на нагрев провода:

$$Q_{нагр} = c_{уд} m\Delta T = c_{уд}\rho S l\Delta T = Bl;$$

-количество тепла, отводимое от провода в результате теплообмена:

$$Q_{отв} = \alpha\Delta T S_{бок} t = \alpha\Delta T\, 2\pi r l t = Clt.$$

Здесь *A, B, C* - некоторые константы.

Имеем уравнение теплового баланса: $Q_{тепл} - Q_{отв} = Q_{нагр}$, $A\frac{t}{l} = Bl + Clt$.

Составим систему уравнений:
для провода длиной 1 м: $At_1 = B + Ct_1$,

для провода длиной 2 м: $A\frac{t_2}{2} = 2B + 2Ct_2$,

для провода длиной 0,5 м: $2Ax = \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}Cx$, где x – искомое время нагрева.

$$\begin{cases} At_1 = B + Ct_1, \\ A\frac{t_2}{2} = 2B + 2Ct_2, \\ 2Ax = \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}Cx. \end{cases} \quad \text{перепишем систему:} \begin{cases} (A - C)t_1 = B, \\ \left(\frac{A}{4} - C\right)t_2 = B, \\ (4A - C)x = B. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим:

$$x = \frac{t_1 t_2}{5t_2 - 4t_1}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32992
РЕШЕНИЕ

1. В лекционной аудитории Н-201 студенты НИУ «МЭИ» наблюдают опыт по электростатике: длинная деревянная рейка уравновешена в горизонтальной плоскости на острие вертикально закрепленной иглы. Лектор подносит к одному из концов рейки, не касаясь ее, заряженную эбонитовую палочку. Объясните дальнейшее поведение деревянной рейки.

Решение:
Как известно, диэлектрик притягивается к телу, заряженному зарядом любого знака. Отсюда следует, что ближайший к палочке конец рейки начнет двигаться к палочке. Рейка станет поворачиваться в горизонтальной плоскости (если палочка подносится в горизонтальной плоскости), либо наклоняться (или подниматься).

2. Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 1600 тонн воды, поместили баржу. Определите водоизмещение баржи, если давление воды на дно судоподъемника увеличилось на 10^4 Па.

Решение:
Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды. В судоподъемнике находилась вода высотой $h_1 = \frac{1600}{S_{дна}} = \frac{1600}{90*18} \approx 1 м$.

Таким образом. Давление воды на дно составляло $p_1 = \rho g h_1 = 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10^4\ Па$

После захода баржи изменение давления на дно составило по условию задачи 10^4 Па.
Несложно догадаться, что объем погруженной части баржи составляет 1600 м^3.

Возможен другой вариант решения этой задачи.

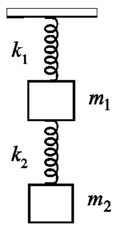
$$\Delta p = \rho g \Delta h = 10^4 \quad \Rightarrow \Delta h = 1\ м .$$

Т.е. уровень должен поднялся на $\Delta h = 1 м$ за счет вытесненной погруженной частью баржи воды. Водоизмещение баржи находится из

$$V_{погр} = \rho g \Delta h S_{дна} = 1600 м^3$$

и равно 1600 тонн.
Замечание к решению: т.к. $h_1 + \Delta h < h_0 = 2,2 м$, то это означает, что вода не поднялась до верха судоподъемника и не перелилась через край.

3. Два грузика массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг подвешены на двух пружинках так, как показано на рисунке. Определите, во сколько раз изменится удлинение каждой пружинки, если грузики поменять местами. Коэффициенты жесткости пружинок неизвестны, массами пружинок пренебречь.



Решение:
В исходном состоянии:

$$\begin{cases} 0 = m_1 g + k_2\Delta x_2 - k_1\Delta x_1 \\ 0 = m_2 g - k_2\Delta x_2 \end{cases} \quad \text{Т.е. } \Delta x_2 = \frac{m_2 g}{k_2}, \quad \Delta x_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k_1}.$$

Если грузики поменять местами, то

$$\begin{cases} 0 = m_2 g + k_2\Delta x_2' - k_1\Delta x_1' \\ 0 = m_1 g - k_2\Delta x_2' \end{cases} \quad \text{Т.е. } \Delta x_2' = \frac{m_1 g}{k_2}, \quad \Delta x_1' = \frac{(m_1+m_2)g}{k_1}$$

Удлинение первой пружины не изменяется: $\Delta x_1 = \Delta x_1'$,

Удлинение второй пружины изменяется в $\dfrac{\Delta x_2'}{\Delta x_2} = \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{2}{3}$ раза, т.е. уменьшается в полтора раза.

4. **В вершинах правильного треугольника со стороной *a* = 10 см находятся маленькие шарики (два массами *m* = 1 кг и один массой *M* = 2 кг). Шарики соединены невесомыми спицами. Определите положение центра тяжести этой системы.**

Решение:
Центр тяжести стороны треугольника между двумя маленькими шариками массами m находится посередине этой стороны. В эту точку условно можно поместить шарик массой $2m$. Центр тяжести полученной из шариков массами $2m$ и M гантели находится в ее центре, т.е. в центре высоты треугольника. Эта точка является центром тяжести исходного треугольника.

Итак: центр тяжести находится на расстоянии $\dfrac{a\sqrt{3}}{4} \approx 4{,}3\,\text{см}$ от вершины с шариком массой M на высоте треугольника, проведенной из этой вершины.

5. **Две свечи одинаковой высоты установлены вертикально на дне высокой вертикально расположенной цилиндрической коробки на диаметре ее основания. Минимальное расстояние от каждой свечи до стенки коробки и расстояние между свечами одинаковы. Известно, что одна из свечей полностью сгорает за время t_1 = 3 часа, а другая – за время t_2 = 2 часа. Свечи одновременно поджигают. Скорость изменения длины тени от одной из свечей по стене коробки равна v_1 = 10 см/ч. Определите начальную высоту свечей.**

Решение:
Пусть за время Δt левая свеча сгорает на Δh_1, а правая – на Δh_2. Тогда тень на левой стене (от левой свечи) опустится на расстояние $\Delta x = \Delta h_1 + (\Delta h_1 - \Delta h_2) = 2\Delta h_1 - \Delta h_2$. Тень на правой стене (от правой свечи) опустится на расстояние $\Delta y = \Delta h_2 - (\Delta h_1 - \Delta h_2) = 2\Delta h_2 - \Delta h_1$.

Поскольку $\Delta h_1 = \dfrac{h}{t_1}\Delta t$, $\Delta h_2 = \dfrac{h}{t_2}\Delta t$, то

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}(2t_2 - t_1) \Rightarrow h = v_1\frac{t_1 t_2}{(2t_2 - t_1)} = 60\,\text{см}$$

Другой вариант: $v_2 = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}(2t_1 - t_2) \Rightarrow h = v_2 \frac{t_1 t_2}{(2t_1 - t_2)} = 15$ см

6. **Кот охотится за двумя мышками, которые всегда находятся с ним на одной прямой. Мышки бегут с разными скоростями от кота в разные стороны, а кот сначала был точно посередине между ними. Определите, в каком случае кот пробежит больший путь: если сначала поймает более быструю мышь, а затем погонится за медленной, или наоборот.**

Решение:
Обозначим скорость кота $v_к$, скорость более быстрой мышки v_1.
Пусть сначала кот побежал за более быстрой мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \frac{l/2}{v_к - v_1} = \frac{l}{2(v_к - v_1)}$. При этом расстояние до второй составит $r = \frac{l}{2} + (v_к + v_2)t_1 = \frac{l}{2}\frac{2v_к + v_2 - v_1}{v_к - v_1}$. Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку: $t_2 = \frac{r}{v_к - v_2} = \frac{l}{2}\frac{2v_к + v_2 - v_1}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$.

Общее время движения кота: $T' = t_1 + t_2 = \frac{l}{2}\frac{3v_к - v_1}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$. Общий путь кота: $S' = v_к T' = \frac{v_к l}{2}\frac{3v_к - v_1}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$.

Пусть сначала кот побежал за более медленной мышкой. Очевидно, что

$$S'' = v_к T'' = \frac{v_к l}{2}\frac{3v_к - v_2}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

Из сопоставления величин S' и S'' видно, что $S'' > S'$.
Вывод: путь больше, если бежать сначала за медленной мышкой.

7. **От катушки с тонким проводом, заключенным в толстую изолирующую оболочку, отрезали три куска длиной 1, 1,5 и 3 м. Их подключили поочередно к идеальному источнику напряжения и заметили, что провода нагреваются до одной и той же температуры за различное время. Провод длиной 1 м нагревается за время t_1, а провод длиной 3 м – за время t_2. Оболочка обеспечивает охлаждение провода за счет теплообмена, причем тепловая мощность, отводимая с единицы боковой площади провода, зависит только от разности температур провода и окружающего воздуха. Определите, за какое время нагреется провод длиной 1,5 м.**

Решение:
Рассмотрим проводник длиной l:
-количество тепла, выделяемое в проводе

$$Q_{тепл} = \frac{U^2}{R}t = \frac{U^2 S}{\rho_{уд} l}t = A\frac{t}{l};$$

-количество тепла, идущее на нагрев провода:

$$Q_{нагр} = c_{уд} m \Delta T = c_{уд} \rho S l \Delta T = Bl;$$

-количество тепла, отводимое от провода в результате теплообмена:

$$Q_{отв}=\alpha\Delta T S_{бок}t=\alpha\Delta T\,2\pi r l t=Clt.$$

Здесь *A, B, C* - некоторые константы.

Имеем уравнение теплового баланса: $Q_{тепл}-Q_{отв}=Q_{нагр}$, $A\frac{t}{l}=Bl+Clt$.

Составим систему уравнений:

для провода длиной 1 м: $At_1=B+Ct_1$,

для провода длиной 3 м: $A\frac{t_2}{3}=3B+3Ct_2$,

для провода длиной 1,5 м: $\frac{2}{3}Ax=\frac{3}{2}B+\frac{3}{2}Cx$, где x – искомое время нагрева.

$$\begin{cases} At_1=B+Ct_1, \\ A\frac{t_2}{3}=3B+3Ct_2, \\ \frac{2}{3}Ax=\frac{3}{2}B+\frac{3}{2}Cx. \end{cases}$$ перепишем систему: $$\begin{cases} \left(A-C\right)t_1=B, \\ \left(\frac{A}{9}-C\right)t_2=B, \\ \left(\frac{4}{9}A-C\right)x=B. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим:

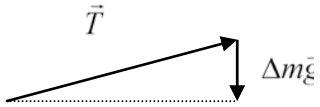
$$x=\frac{8t_1t_2}{3t_2+5t_1}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 33991
РЕШЕНИЕ

1. **Провода ЛЭП всегда имеют небольшое провисание относительно опор. Почему это необходимо?**

Решение:
Если провод натянуть между опорами без провисания, то незначительное увеличение силы тяжести может привести к обрыву провода. Например, известно, что в результате обледенения проводов на них может образоваться тонкий слой льда (аналогично налипший снег при снегопаде). При этом, несмотря на то, что масса намерзшего на провод льда Δm незначительна, в проводе для компенсации избыточной силы тяжести может возникнуть достаточно большая (из-за малого угла провисания) по величине сила натяжения, которая может привести к обрыву провода. Чтобы этого избежать, т.е. не допустить большого увеличения силы натяжения, провода заранее подвешивают с провисанием, чтобы увеличить угол касания провода и опоры.



2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 1620 тонн воды, поместили баржу. Определите массу баржи, если давление воды на дно судоподъемника стало равно $2 \cdot 10^4$ Па.**

Решение:
Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды.
В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1 = \frac{1620}{S_{дна}} = \frac{1620}{90*18} = 1 м$.

Таким образом, давление воды на дно составляло $p_1 = \rho g h_1 = 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10^4\ Па$.
Изменение давления на дно составило по условию задачи 10^4 Па.
Несложно догадаться, что объем погруженной части баржи составляет 1620 м^3.
Следовательно, масса баржи равна 1620 тонн.

3. **Для растяжения пружины на длину Δl требуется сила F_1. Какая сила потребуется для растяжения на ту же длину Δl двух таких же пружин, соединенных:**
   а) последовательно; б) параллельно.

Решение:
$F_1 = k\Delta l$.
При параллельном соединении пружин $k_{пар} = k_1 + k_2 = 2k$. При последовательном соединении $k_{посл} = \frac{k}{2}$. Тогда $F_{пар} = k_{пар}\Delta l = 2k\Delta l = 2F_1$; $F_{посл} = k_{посл}\Delta l = \frac{k}{2}\Delta l = \frac{1}{2}F_1$.

4. **В центре каждой стороны a правильного треугольника, который выполнен из металлической проволоки, закреплён маленький шарик массой m. Определите положение центра тяжести этой системы.**

Решение:
Центр тяжести системы находится в точке пересечения медиан разностороннего треугольника со стороной $a/2$, образованного шариками. Он располагается на расстоянии $x = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ от любого из шариков. Учет массы металлической проволоки не влияет на ответ.

5. **Две свечи одинаковой высоты установлены вертикально на дне высокой вертикально расположенной цилиндрической коробки на диаметре ее основания. Минимальное расстояние от каждой свечи до стенки коробки и расстояние между свечами одинаковы. Известно, что одна из свечей полностью сгорает за время $t_1 = 3$ часа, а другая – за время $t_2 = 2$ часа. Свечи одновременно поджигают, и тени от свечей начинают изменять свою длину. Определите во сколько раз скорость изменения длины тени от одной свечи больше, чем скорость изменения длины тени от другой свечи.**

Решение:
Пусть за время Δt левая свеча сгорает на Δh_1, а правая – на Δh_2. Тогда тень на левой стене (от левой свечи) опустится на расстояние $\Delta x = \Delta h_1 + (\Delta h_1 - \Delta h_2) = 2\Delta h_1 - \Delta h_2$. Тень на правой стене (от правой свечи) опустится на расстояние $\Delta y = \Delta h_2 - (\Delta h_1 - \Delta h_2) = 2\Delta h_2 - \Delta h_1$.

Поскольку $\Delta h_1 = \frac{h}{t_1}\Delta t$, $\Delta h_2 = \frac{h}{t_2}\Delta t$, то

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}(2t_2 - t_1) \qquad v_2 = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{h}{t_1 t_2}(2t_1 - t_2)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{(2t_2 - t_1)}{(2t_1 - t_2)} = 0,25. \qquad \frac{v_2}{v_1} = \frac{(2t_1 - t_2)}{(2t_2 - t_1)} = 4$$

Скорости отличаются в 4 раза.

6. **Известный философ Буридан решил повторить свой знаменитый опыт с ослом на коте. Однако сразу выяснилось, что приманка для кота (мыши) сразу же разбегаются от кота в разные стороны, а кот, поймав одну из них, сразу же бросается за второй. Пусть мыши бегут со скоростями V_1 и V_2, а кот движется со скоростью V_k и в начале опыта занимает позицию, при которой расстояние до первой мыши в два раза меньше, чем до второй. Определите, чему равна разность путей кота в случае, когда он сначала поймает первую мышь, а затем погонится за второй, и в случае если он будет действовать наоборот.**

Решение:
Обозначим скорость кота $v_к$, скорость первой мышки v_1.
Пусть сначала кот побежал за первой мышкой. Время, необходимое для того,
чтобы ее догнать: $t_1 = \frac{l/3}{v_к - v_1} = \frac{l}{3(v_к - v_1)}$. При этом расстояние до второй составит

$S_1 = l + (v_1 + v_2)t_1 = \frac{l}{3}\frac{(v_1+v_2)}{v_к - v_1}$. Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку: $t_2 = \frac{S_1}{v_к - v_2} = \frac{l}{v_к - v_2} + \frac{l}{3}\frac{(v_1+v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$.

Общее время движения кота: $T = t_1 + t_2$.

<u>Пусть сначала кот побежал за второй мышкой</u>. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать

$t_1' = \frac{2l/3}{v_к - v_2} = \frac{2l}{3(v_к - v_2)}$, причем расстояние до первой составит

$S_1' = l + (v_1 + v_2)t_1' = l + \frac{2l}{3}\frac{(v_1+v_2)}{v_к - v_2}$.

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать первую мышку:

$$t_2' = \frac{S_1}{v_к - v_1} = \frac{l}{v_к - v_1} + \frac{2l}{3}\frac{(v_1+v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1' + t_2'$.

Разность путей кота

$$\Delta S = (T_1 - T_1')v_к = \frac{lv_к}{3}\frac{v_2 - 2v_1 - v_к}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

7. **В алюминиевую кастрюлю массой m_1 = 0,5 кг налит V = 1 л воды. Кастрюля довольно долго стоит на газовой плите, которая ежесекундно выделяет Q = 100 Дж тепла, а температура воды в ней не становится больше t_1 = 95° С. Затем плиту выключают. Через какое время температура воды станет равной t_2 = 94° С? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, удельные теплоемкости воды и алюминия соответственно равны $C_в$ = 4,2 кДж /(кг·К) и $C_а$ = 0,9 кДж /(кг·К).**

<u>Решение:</u>
Поскольку стоящая на плите кастрюля не нагревается, то мощность тепловых потерь равна мощности подвода тепла, т.е. P = 100 Вт.
После выключения плиты уравнение теплового баланса имеет вид:
$c_a m_a (94 - 95) + c_в \rho_в V (94 - 95) = -P\tau$

Ответ: $\tau = 46{,}5$ с.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32881
РЕШЕНИЕ

1. **В сосуде с водой плавает в вертикальном положении деревянный брусок. Как изменится уровень воды в сосуде, если тот же брусок будет плавать в горизонтальном положении?**

Решение:

Деревянный брусок плавает, частично погружаясь в воду. Исходя из условия плавания, в первом и во втором случае объем погруженной части одинаков. Таким образом, уровень воды в сосуде не изменится.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 2000 тонн воды, поместили баржу массой 1600 тонн. Определите, на какую величину изменилась сила, с которой вода давит на дно судоподъемника. Плотность воды 1000 кг/м^3.**

Решение:

Уровень воды, которая находилась в судоподъемнике равен

$$h = \frac{m_{воды}}{\rho S_{дна}} = \frac{2000}{90*18} \approx 1,24 м$$

Сила, действующая на дно, равна

$$F = \rho g h S_{дна} = 2 \cdot 10^7 H.$$

Когда в судоподъемник помещают баржу массой 1600 тонн, то она вытесняет объем воды, равный объему погруженной части, который можно определить из условия равенства сил $mg=\rho g V_{погр}$.

Уровень воды в судоподъемнике при этом должен увеличиться на

$$h = \frac{m_{баржи}}{\rho S_{дна}} = \frac{1600}{90*18} \approx 0,98 м$$

Результирующая высота H=2.22м, что превышает максимально допустимую высоту h_0 = 2,2м., т.е. некоторая часть воды выльется и судоподъемник окажется наполнен до краев.

Поскольку это изменение незначительно, то можно считать, что изменение силы давления, действующей на дно судоподъемника, равно весу вошедшей в него баржи

$$\Delta F = mg = 16 \cdot 10^6 H .$$

3. Нагретый до t_1 = 100 °С железный брусок опустили в сосуд с водой, в результате чего температура воды повысилась с t_2 = 20 °С до t_3 = 30 °С. Какой станет температура воды, если после этого в сосуд опустить еще один такой же железный брусок, нагретый до t_4 = 80 °С? Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь.

Решение:

1. Опустим первый брусок.

Запишем уравнение теплового баланса для изолированной системы:

$$c_в m_в \left(t_3 - t_2\right) + c_ж m_ж \left(t_3 - t_1\right) = 0$$

2. Добавим в систему второй брусок, тогда

$$c_в m_в \left(\vartheta - t_3\right) + c_ж m_ж \left(\vartheta - t_3\right) + c_ж m_ж \left(\vartheta - t_4\right) = 0.$$

Так как $c_в m_в = \dfrac{c_ж m_ж \left(t_1 - t_3\right)}{\left(t_3 - t_2\right)}$,

То из данной системы уравнений получаем:

$$\vartheta = \frac{t_3\left(t_1 - t_2\right) + t_4\left(t_3 - t_2\right)}{t_1 + t_3 - 2t_2} \cong 35 \text{градусов.}$$

4. Куб со стороной 10 м, изготовленный из некоторого вещества, имеет вес, равный силе давления атмосферы на грани лежащего на земле куба. Чему равна плотность вещества куба? Атмосферное давление равно 10^5 Па.

Решение:

Так как вес равен силе давления атмосферы на грани лежащего куба, то $mg = \rho V g = \rho a^3 g = 5P_a \cdot a^2$, где a - длина ребра куба.

Тогда $$\rho = \frac{5P_a}{ag} = \frac{5 \cdot 10^5}{10 \cdot 10} = 5000\, кг/м^3.$$

5. Участок электрической цепи состоит из двух последовательно соединенных резисторов сопротивлениями R_1 = 5 Ом и R_2 = 15 Ом. К резистору R_2 подключают резистор сопротивлением R_3 один раз последовательно, другой раз параллельно. В обоих случаях сила тока через резистор R_3 одинакова. Определите сопротивление резистора R_3, если напряжение на концах участка цепи не изменяется.

Решение:

Для последовательно соединенных резисторов при подключении третьего резистора последовательно, сопротивление участка станет

$$R_{общ1} = R_1 + R_2 + R_3.$$

Сила тока через резистор $\boldsymbol{R_3}$ равна $I_1 = \dfrac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$

При подключении третьего резистора последовательно, сопротивление участка станет

$$R_{общ2} = R_1 + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}$$

Сила тока через резистор $\boldsymbol{R_3}$ станет равна

$$I_2 = \frac{U}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{UR_2}{R_2 R_1 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

Приравнивая эти токи, получаем:

$$R_3 = \frac{R_2^{\ 2}}{R_1} = \frac{15^2}{5} = 45\,Ом\,.$$

6. Имеются два одинаковых резиновых жгута. Первый подвесили к потолку за один из концов. Второй жгут сложили пополам и подвесили к потолку за оба конца, соединив их в одной точке. Если к свободному концу первого жгута прикрепить некоторый груз, то жгут растянется на 2 см. На какое расстояние опустится свободно висящая середина второго жгута, если к ней прикрепить груз вдвое большей массы? Коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии.

Решение:

Для первого жгута и первого груза: $mg = kx$

Так как коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии, то для каждой половинки он увеличился в два раза.

Так как половинки жгута абсолютно одинаковые, то и растягиваются они на одну и ту же величину.

Из условия равенства сил

$$k_1x_1 + k_2x_2 = 2k_1x_1 = 2mg$$

Получаем, что удлинение сложенного вдвое жгута равно 1 см.

7. Кот охотится за двумя мышками, которые всегда находятся с ним на одной прямой. Мышки бегут с одинаковыми скоростями от кота в разные стороны, а кот сначала был ближе к одной из них. Кот, поймав одну из мышек, сразу же бросается за второй. Определите, в каком случае кот пробежит больший путь: если сначала поймает дальнюю мышь, а затем погонится за ближней, или наоборот.

Решение:

Обозначим скорость кота $v_к$, скорость мышки v.

Пусть сначала кот побежал за ближней мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \frac{x}{v_к - v}$. При этом расстояние до второй мыши составит

$$r = l - x + \frac{x\left(v_к + v\right)}{v_к - v} = \frac{l\cdot\left(v_к - v\right)}{v_к - v} + \frac{2x\cdot v}{v_к - v}\,.$$

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку:

$$t_2 = \frac{r}{v_к - v} = \frac{l}{v_к - v} + \frac{2vx}{\left(v_к - v\right)^2}\,.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1 + t_2 = \frac{l + x}{v_к - v} + \frac{2xv}{\left(v_к - v\right)^2} = \frac{l\left(v_к - v\right) + x\left(v_к + v\right)}{\left(v_к - v\right)^2}$.

Очевидно, что чем меньше *x*, тем меньше время, затраченное на ловлю мышей.

Вывод: нужно ловить ближнюю мышь!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 33781
РЕШЕНИЕ

1. **В сосуде с водой плавает кусок льда, в который вмерз небольшой железный болт. Что произойдет с уровнем воды в сосуде, когда лед растает?**

Решение:

Условие плавания льда с вмерзшим болтом: $\left(\rho_л V_л + m_б\right) g = \rho_в V_{погр} g$, где $V_{погр}$ - объем, погруженный в воду.

После таяния льда: $\left(\rho_л V_л\right) = \rho_в V_в$, где $V_в$ - объем получившейся талой воды.

Тогда $\left(\rho_в V_в + m_б\right) = \rho_в V_{погр}$, откуда следует, что $V_в < V_{погр}$. Таким образом, уровень воды в сосуде понизится.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 1620 тонн воды, вошла баржа. Определите массу баржи, если давление воды на дно судоподъемника стало равно $2\cdot 10^4$ Па.**

Решение:

Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды.

В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1 = \dfrac{1620}{S_{дна}} = \dfrac{1620}{90*18} = 1 м$.

Таким образом, давление воды на дно составляло $p_1 = \rho g h_1 = 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10^4\ Па$.

Изменение давления на дно составило по условию задачи 10^4 Па.

Несложно догадаться, что объем погруженной части баржи составляет 1620 м^3.

Следовательно, масса баржи равна 1620 тонн.

3. **Крош и Ёжик высадили возле главного корпуса МЭИ 101 цветок на расстоянии 1 м друг от друга. От цветка к цветку перелетает бабочка. От первого цветка ко второму она движется со скоростью 1 м/с, от второго к третьему со скоростью 1/2 м/с, от третьего к четвертому со скоростью 1/3 м/с, и так далее. Найдите среднюю скорость движения бабочки от 1-го до 101-го цветка.**

Решение:

$$v_{ср} = \frac{L}{\dfrac{L}{N-1} + \dfrac{2L}{N-1} + \ldots + L} = \frac{N-1}{1+2+\ldots+\left(N-1\right)} = \frac{2}{N} = \frac{2}{101}\left(м/с\right)$$

4. **Винни-Пух решил подарить мудрой Сове алюминиевый кубик. Он оклеил всю поверхность кубика красивой цветной бумагой и израсходовал 150 см^2 этой бумаги. Какую массу имеет алюминиевый кубик, если плотность алюминия 2700 кг/м^3?**

Решение:

Масса кубика $m = \rho V = \rho a^3 = \rho\left(\sqrt{\frac{S}{6}}\right)^3 = 2,7 \cdot (5)^3 = 337,5\,г$

5. **Для растяжения пружины на длину Δl требуется сила F_1. Какая сила потребуется для растяжения на ту же длину Δl двух таких же пружин, соединенных:**
   а) последовательно; б) параллельно.

Решение:

$F_1 = k\Delta l$.

При параллельном соединении пружин $k_{пар} = k_1 + k_2 = 2k$. При последовательном соединении $k_{посл} = \frac{k}{2}$. Тогда $F_{пар} = k_{пар}\Delta l = 2k\Delta l = 2F_1$; $F_{посл} = k_{посл}\Delta l = \frac{k}{2}\Delta l = \frac{1}{2}F_1$.

6. **В трёх сосудах имеются три различные жидкости одинаковой массы. Если всю жидкость из первого сосуда, плотность которой ρ_1=3 кг/л, перелить в стакан и чашку, то и стакан и чашка наполнятся до краёв. Если всю жидкость из второго сосуда, плотность которой ρ_2=1кг/л, перелить в чашку и два стакана, то и оба стакана, и чашка наполнятся до краёв. Если всю жидкость из третьего сосуда перелить в стакан, то он также наполнится до краёв. Какова плотность жидкости из третьего сосуда? Все чашки одинаковые, все стаканы одинаковые, объём чашки не равен объёму стакана.**

Решение:

$n = 2$

$$\begin{cases} m = \rho_1(V+v) \\ m = \rho_2(nV+v) \\ m = \rho V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1(V+v) = \rho V \\ \rho_2(nV+v) = \rho V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 v = (\rho - \rho_1)V \\ \rho_2 v = (\rho - n\rho_2)V \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - n\rho_2} \Rightarrow \rho\rho_1 - n\rho_1\rho_2 = \rho\rho_2 - \rho_1\rho_2 \Rightarrow \rho(\rho_1 - \rho_2) = (n-1)\rho_1\rho_2 \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{(n-1)\rho_1\rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{(2-1)\cdot 1\cdot 3}{3-1} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad кг/л$$

Ответ: $\rho = \frac{(n-1)\rho_1\rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 1,5\,кг/л$.

7. **Известный философ Буридан решил повторить свой знаменитый опыт с ослом на коте. Однако сразу выяснилось, что приманка для кота (мыши) сразу же разбегаются от кота в разные стороны, а кот, поймав одну из них, сразу же бросается за второй. Пусть мыши бегут со скоростями V_1 и V_2, а кот движется со скоростью V_k и в начале опыта занимает позицию, при которой расстояние до первой мыши в два раза меньше, чем до второй. Определите, чему равна**

разность путей кота в случае, когда он сначала поймает первую мышь, а затем погонится за второй, и в случае если он будет действовать наоборот.

Решение:
Обозначим скорость кота $v_к$, скорость первой мышки v_1.
Пусть сначала кот побежал за первой мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \frac{l/3}{v_к - v_1} = \frac{l}{3(v_к - v_1)}$. При этом расстояние до второй составит $S_1 = l + (v_1 + v_2)t_1 = \frac{l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{v_к - v_1}$. Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку: $t_2 = \frac{S_1}{v_к - v_2} = \frac{l}{v_к - v_2} + \frac{l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$.
Общее время движения кота: $T = t_1 + t_2$.

Пусть сначала кот побежал за второй мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать

$t_1' = \frac{2l/3}{v_к - v_2} = \frac{2l}{3(v_к - v_2)}$, причем расстояние до первой составит

$S_1' = l + (v_1 + v_2)t_1' = l + \frac{2l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{v_к - v_2}$.

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать первую мышку:

$$t_2' = \frac{S_1}{v_к - v_1} = \frac{l}{v_к - v_1} + \frac{2l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1' + t_2'$.
Разность путей кота

$$\Delta S = (T_1 - T_1')v_к = \frac{lv_к}{3}\frac{v_2 - 2v_1 - v_к}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 32771
РЕШЕНИЕ

1. **В сосуде с водой плавает в вертикальном положении деревянный брусок. Как изменится уровень воды в сосуде, если тот же брусок будет плавать в горизонтальном положении?**

Решение:

Деревянный брусок плавает, частично погружаясь в воду. Исходя из условия плавания, в первом и во втором случае объем погруженной части одинаков. Таким образом, уровень воды в сосуде не изменится.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 2000 тонн воды, поместили баржу массой 1600 тонн. Определите, на какую величину изменилась сила, с которой вода давит на дно судоподъемника. Плотность воды 1000 кг/м^3.**

Решение:

Уровень воды, которая находилась в судоподъемнике равен

$$h = \frac{m_{воды}}{\rho S_{дна}} = \frac{2000}{90*18} \approx 1,24 м$$

Сила, действующая на дно, равна

$$F = \rho g h S_{дна} = 2 \cdot 10^7 H.$$

Когда в судоподъемник помещают баржу массой 1600 тонн, то она вытесняет объем воды, равный объему погруженной части, который можно определить из условия равенства сил $mg = \rho g V_{погр}$.

Уровень воды в судоподъемнике при этом должен увеличиться на

$$h = \frac{m_{баржи}}{\rho S_{дна}} = \frac{1600}{90*18} \approx 0,98 м$$

Результирующая высота H=2.22м, что превышает максимально допустимую высоту h_0 = 2,2м., т.е. некоторая часть воды выльется и судоподъемник окажется наполнен до краев.

Поскольку это изменение незначительно, то можно считать, что изменение силы давления, действующей на дно судоподъемника, равно весу вошедшей в него баржи

$$\Delta F = mg = 16 \cdot 10^6 H .$$

3. **Крош и Ёжик собирают пирамидку из 100 деревянных кубиков, каждый из которых пронумерован, причем объем кубика (выраженный в кубических сантиметрах) равен его номеру. То есть самый большой кубик имеет объем 100 см^3, а самый маленький – 1 см^3. Крош рассчитал, что на поверхности Юпитера пирамидка весила бы 96,96 Н. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности Юпитера, если плотность дерева равна 800 кг/м^3?**

Решение:

$$g = \frac{P}{m} = \frac{P}{\rho\left(V_1 + V_2 + \ldots + V_{100}\right)} = \frac{96{,}96}{800 \cdot 10^{-6}\left(1 + 2 + \ldots + 100\right)} = \frac{96{,}96}{800 \cdot 10^{-6} \cdot 101 \cdot 50} = \frac{96}{4} = 24\left(м/с^2\right)$$

4. **Куб со стороной 10 м, изготовленный из некоторого вещества, имеет вес, равный силе давления атмосферы на грани лежащего на земле куба. Чему равна плотность вещества куба? Атмосферное давление равно 10^5 Па.**

Решение:
Так как вес равен силе давления атмосферы на грани лежащего куба, то $mg = \rho V g = \rho a^3 g = 5P_a \cdot a^2$, где a - длина ребра куба.

Тогда $$\rho = \frac{5P_a}{ag} = \frac{5 \cdot 10^5}{10 \cdot 10} = 5000\ кг/м^3.$$

5. **Имеются два одинаковых резиновых жгута. Первый подвесили к потолку за один из концов. Второй жгут сложили пополам и подвесили к потолку за оба конца, соединив их в одной точке. Если к свободному концу первого жгута прикрепить некоторый груз, то жгут растянется на 2 см. На какое расстояние опустится свободно висящая середина второго жгута, если к ней прикрепить груз вдвое большей массы? Коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии.**

Решение:

Для первого жгута и первого груза: $mg = kx$

Так как коэффициент жёсткости резинового жгута обратно пропорционален его длине в нерастянутом состоянии, то для каждой половинки он увеличился в два раза.

Так как половинки жгута абсолютно одинаковые, то и растягиваются они на одну и ту же величину.

Из условия равенства сил

$$k_1 x_1 + k_2 x_2 = 2k_1 x_1 = 2mg$$

Получаем, что удлинение сложенного вдвое жгута равно 1 см.

6. **В трёх сосудах имеются три различные жидкости одинаковой массы. Если всю жидкость из первого сосуда, плотность которой ρ_1=1,4 кг/л, перелить в стакан, то стакан наполнится до краёв. Если всю жидкость из второго сосуда, плотность которой ρ_2=1 кг/л, перелить в чашку и стакан, то чашка наполнится до краёв, а стакан на 1/5 объёма. Если всю жидкость из третьего сосуда перелить в две**

чашки, то обе чашки наполнятся до краёв. Какова плотность жидкости из третьего сосуда? Все чашки одинаковые, все стаканы одинаковые, объём чашки не равен объёму стакана.

Решение:

$$n = \frac{1}{5} = 0,2 \quad k = 2$$

$$\begin{cases} m = \rho_1 V \\ m = \rho_2 \left(nV + v \right) \\ m = \rho k v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 V = \rho k v \\ \rho_2 \left(nV + v \right) = \rho k v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 V = \rho k v \\ \rho_2 n V = \left(k\rho - \rho_2 \right) v \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_1}{n\rho_2} = \frac{k\rho}{k\rho - \rho_2} \Rightarrow k\rho_1\rho - \rho_1\rho_2 = nk\rho\rho_2 \Rightarrow k\rho\left(\rho_1 - n\rho_2\right) = \rho_1\rho_2 \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{\rho_1\rho_2}{k\left(\rho_1 - n\rho_2\right)} = \frac{1,4 \cdot 1}{2\left(1,4 - 0,2 \cdot 1\right)} = \frac{7}{12} = 0,58 \quad кг / л$$

Ответ: $\rho = \dfrac{\rho_1\rho_2}{k\left(\rho_1 - n\rho_2\right)} = \dfrac{7}{12} = 0,58 \quad кг / л$

7. **Кот охотится за двумя мышками, которые всегда находятся с ним на одной прямой. Мышки бегут с одинаковыми скоростями от кота в разные стороны, а кот сначала был ближе к одной из них. Кот, поймав одну из мышек, сразу же бросается за второй. Определите, в каком случае кот пробежит больший путь: если сначала поймает дальнюю мышь, а затем погонится за ближней, или наоборот.**

Решение:

Обозначим скорость кота $v_к$, скорость мышки v.

Пусть сначала кот побежал за ближней мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \dfrac{x}{v_к - v}$. При этом расстояние до второй составит

$$r = l - x + \frac{x\left(v_к + v\right)}{v_к - v} = \frac{l \cdot \left(v_к - v\right)}{v_к - v} + \frac{2x \cdot v}{v_к - v}.$$

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку:

$$t_2 = \frac{r}{v_к - v} = \frac{l}{v_к - v} + \frac{2vx}{\left(v_к - v\right)^2}.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1 + t_2 = \dfrac{l + x}{v_к - v} + \dfrac{2xv}{\left(v_к - v\right)^2} = \dfrac{l\left(v_к - v\right) + x\left(v_к + v\right)}{\left(v_к - v\right)^2}$.

Очевидно, что чем меньше *x*, тем меньше время, затраченное на ловлю мышей.

Вывод: нужно ловить ближнюю мышь!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 33781
РЕШЕНИЕ

1. **В сосуде с водой плавает кусок льда, в который вмерз небольшой железный болт. Что произойдет с уровнем воды в сосуде, когда лед растает?**

Решение:

Условие плавания льда с вмерзшим болтом: $(\rho_л V_л + m_б)g = \rho_в V_{погр} g$, где $V_{погр}$ - объем, погруженный в воду.

После таяния льда: $(\rho_л V_л) = \rho_в V_в$, где $V_в$ - объем получившейся талой воды.

Тогда $(\rho_в V_в + m_б) = \rho_в V_{погр}$, откуда следует, что $V_в < V_{погр}$. Таким образом, уровень воды в сосуде понизится.

2. **Судоподъемник Красноярской ГЭС имеет следующие размеры полезного объема: 90 метров в длину, 18 метров в ширину и 2,2 метра в высоту. В судоподъемник, в котором находилось 1620 тонн воды, вошла баржа. Определите массу баржи, если давление воды на дно судоподъемника стало равно $2\cdot10^4$ Па.**

Решение:

Сразу договоримся, что количество тонн определяет количество кубометров воды.

В судоподъемнике находился слой воды высотой $h_1 = \frac{1620}{S_{дна}} = \frac{1620}{90*18} = 1м$.

Таким образом, давление воды на дно составляло $p_1 = \rho g h_1 = 1000\cdot10\cdot1 = 10^4\,Па$.

Изменение давления на дно составило по условию задачи 10^4 Па.

Несложно догадаться, что объем погруженной части баржи составляет 1620 м^3.

Следовательно, масса баржи равна 1620 тонн.

3. **Крош и Ёжик высадили возле главного корпуса МЭИ 101 цветок на расстоянии 1 м друг от друга. От цветка к цветку перелетает бабочка. От первого цветка ко второму она движется со скоростью 1 м/с, от второго к третьему со скоростью 1/2 м/с, от третьего к четвертому со скоростью 1/3 м/с, и так далее. Найдите среднюю скорость движения бабочки от 1-го до 101-го цветка.**

Решение:

$$v_{ср} = \frac{L}{\frac{L}{N-1} + \frac{2L}{N-1} + \ldots + L} = \frac{N-1}{1+2+\ldots+(N-1)} = \frac{2}{N} = \frac{2}{101}(м/с)$$

4. **Винни-Пух решил подарить мудрой Сове алюминиевый кубик. Он оклеил всю поверхность кубика красивой цветной бумагой и израсходовал 150 см^2 этой бумаги. Какую массу имеет алюминиевый кубик, если плотность алюминия 2700 кг/м^3?**

Решение:

Масса кубика $m = \rho V = \rho a^3 = \rho\left(\sqrt{\dfrac{S}{6}}\right)^3 = 2{,}7\cdot(5)^3 = 337{,}5\,г$

5. Для растяжения пружины на длину Δl требуется сила F_1. Какая сила потребуется для растяжения на ту же длину Δl двух таких же пружин, соединенных:
а) последовательно; б) параллельно.

Решение:

$F_1 = k\Delta l$.

При параллельном соединении пружин $k_{пар} = k_1 + k_2 = 2k$. При последовательном соединении $k_{посл} = \dfrac{k}{2}$. Тогда $F_{пар} = k_{пар}\Delta l = 2k\Delta l = 2F_1$; $F_{посл} = k_{посл}\Delta l = \dfrac{k}{2}\Delta l = \dfrac{1}{2}F_1$.

6. В трёх сосудах имеются три различные жидкости одинаковой массы. Если всю жидкость из первого сосуда, плотность которой ρ_1=3 кг/л, перелить в стакан и чашку, то и стакан и чашка наполнятся до краёв. Если всю жидкость из второго сосуда, плотность которой ρ_2=1кг/л, перелить в чашку и два стакана, то и оба стакана, и чашка наполнятся до краёв. Если всю жидкость из третьего сосуда перелить в стакан, то он также наполнится до краёв. Какова плотность жидкости из третьего сосуда? Все чашки одинаковые, все стаканы одинаковые, объём чашки не равен объёму стакана.

Решение:

$n = 2$

$$\begin{cases} m = \rho_1(V+v) \\ m = \rho_2(nV+v) \\ m = \rho V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1(V+v) = \rho V \\ \rho_2(nV+v) = \rho V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 v = (\rho-\rho_1)V \\ \rho_2 v = (\rho - n\rho_2)V \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho-\rho_1}{\rho-n\rho_2} \Rightarrow \rho\rho_1 - n\rho_1\rho_2 = \rho\rho_2 - \rho_1\rho_2 \Rightarrow \rho(\rho_1-\rho_2) = (n-1)\rho_1\rho_2 \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{(n-1)\rho_1\rho_2}{\rho_1-\rho_2} = \frac{(2-1)\cdot 1\cdot 3}{3-1} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \quad кг/л$$

Ответ: $\rho = \dfrac{(n-1)\rho_1\rho_2}{\rho_1-\rho_2} = 1{,}5\,кг/л$.

7. Известный философ Буридан решил повторить свой знаменитый опыт с ослом на коте. Однако сразу выяснилось, что приманка для кота (мыши) сразу же разбегаются от кота в разные стороны, а кот, поймав одну из них, сразу же бросается за второй. Пусть мыши бегут со скоростями V_1 и V_2, а кот движется со скоростью V_k и в начале опыта занимает позицию, при которой расстояние до первой мыши в два раза меньше, чем до второй. Определите, чему равна

разность путей кота в случае, когда он сначала поймает первую мышь, а затем погонится за второй, и в случае если он будет действовать наоборот.

Решение:

Обозначим скорость кота $v_к$, скорость первой мышки v_1.

Пусть сначала кот побежал за первой мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать: $t_1 = \frac{l/3}{v_к - v_1} = \frac{l}{3(v_к - v_1)}$. При этом расстояние до второй составит $S_1 = l + (v_1 + v_2)t_1 = \frac{l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{v_к - v_1}$. Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать вторую мышку: $t_2 = \frac{S_1}{v_к - v_2} = \frac{l}{v_к - v_2} + \frac{l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}$.

Общее время движения кота: $T = t_1 + t_2$.

Пусть сначала кот побежал за второй мышкой. Время, необходимое для того, чтобы ее догнать

$t_1' = \frac{2l/3}{v_к - v_2} = \frac{2l}{3(v_к - v_2)}$, причем расстояние до первой составит

$S_1' = l + (v_1 + v_2)t_1' = l + \frac{2l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{v_к - v_2}$.

Тогда время, необходимое для того, чтобы догнать первую мышку:

$$t_2' = \frac{S_1}{v_к - v_1} = \frac{l}{v_к - v_1} + \frac{2l}{3}\frac{(v_1 + v_2)}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$

Общее время движения кота: $T' = t_1' + t_2'$.

Разность путей кота

$$\Delta S = (T_1 - T_1')v_к = \frac{lv_к}{3}\frac{v_2 - 2v_1 - v_к}{(v_к - v_1)(v_к - v_2)}.$$