Некоторые задачи отборочного этапа Олимпиады школьников "Надежда энергетики"

по предмету "физика" в 2014/2015 учебном году

Для учащихся 7-10 классов.

1. Саблезубая лягушка ведет охоту на колонию наножабриков. Первоначально наножабрики располагаются в точках, координаты (x, y) которых являются натуральными числами, причем $8 \le x \le 15$, $2 \le y \le 12$, все значения координат заданы в метрах. После того, как построение закончено, наножабрики начинают двигаться в направлении, противоположном оси OX, со скоростью v=1 м/с. Одновременно из начала координат начинает двигаться лягушка, причем плыть она может только с постоянной скоростью, без остановок, и только вдоль оси ординат (ее координата *x*=0). Какое максимальное количество наножабриков может проглотить лягушка и с какой скоростью она должна для этого плыть? Лягушка моментально съедает наножабрика, как только встретится с ним (7 класс).

Решение.

В направлении своего движения наножабрики расположены в 8 шеренг (15-8+1), параллельных оси OY, а в каждой шеренге находится по 11 штук (12-2+1).

Обозначим скорость лягушки как $\vec{u}_л$. Перейдем в систему отсчета, связанную с «остановленным строем» наножабриков, а скорость лягушки относительно наножабриков обозначим как $\vec{u}_{отн}$. Поскольку $\vec{u}_л = \vec{u}_{отн} + \vec{v}_н$, то $\vec{u}_{отн} = \vec{u}_л - \vec{v}_н$. Если начало координат расположено в точке старта лягушки, то ее движение через «остановленный строй» наножабриков будет описываться уравнениями

$$\begin{cases} x_л = vt \\ y_л = ut \end{cases}.$$

Траекторией движения лягушки будет прямая линия $y_л = \frac{u}{v} x_л = u x_л$. Необходимо проанализировать, при каком u уравнение $y = ux$ будет иметь наибольшее число натуральных корней в диапазоне $2 \le y \le 12$ при $8 \le x \le 15$.

Если $u = 1$, то уравнение $y = x$ имеет 5 натуральных корней в указанном диапазоне.

Если $u = \frac{1}{2}$, то уравнение $y = \frac{1}{2}x$ имеет 4 натуральных корня в указанном диапазоне.

Если $u = \frac{1}{3}$, то уравнение $y = \frac{1}{3}x$ имеет 3 натуральных корня в указанном диапазоне.

Ответ: u = 1 м/с, N = 5 наножабриков.

2. В электрический чайник налили жидкость, температура которой была равна 0^0 С. Через несколько минут жидкость закипела. Если чайник не выключить, то еще через такое же время 20% жидкости испарится. Температура кипения жидкости равна 100^0С, теплоемкость жидкости равна 4 кДж/(кг·град), потерями тепла можно пренебречь. Определите удельную теплоту парообразования λ жидкости.

Решение.

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$cm\Delta t_1 = N\tau_1 \ .$$

Запишем уравнение теплового баланса для второго случая:

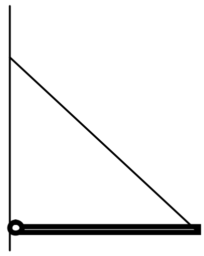
$$\lambda \cdot 0{,}2m = N\tau_2 .$$

Решая систему, получаем:

$$\frac{cm\Delta t}{\lambda \cdot 0{,}2m} = \frac{N\tau_1}{N\tau_2},$$

$$\lambda = \frac{c\tau_2 \Delta t}{\tau_1 \cdot 0{,}2} = 2 МДж / кг, т.к. \ \tau_1 = \tau_2$$

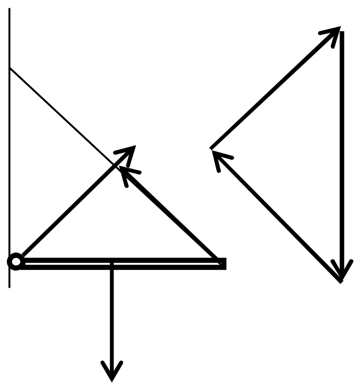
3. Левый конец жёсткого стержня массой m при помощи шарнира прикреплён к вертикальной стене (см. рис.). Нить, один конец которой прикреплён к стене, а другой – к правому концу стержня, удерживает стержень в горизонтальном положении. Расстояние от шарнира до точки крепления нити к стене равно длине стержня. Найдите силу натяжения нити(9 класс).



Решение.

Так как система находится в равновесии, то

$$m\vec{g} + \vec{Q} + \vec{T} = 0$$

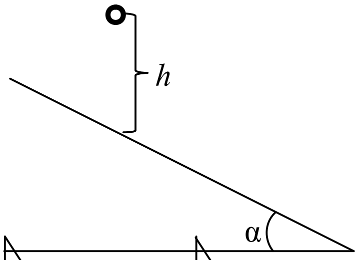


Мы получили равнобедренный прямоугольный треугольник с углом при основании 45^0.

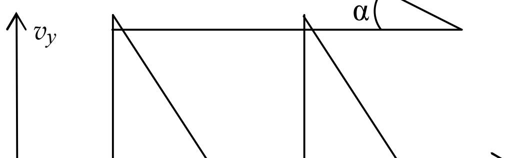
Значит

$$T = \frac{mg}{\sqrt{2}}.$$

4. Мячик падает без начальной скорости с высоты h на гладкую безграничную наклонную плоскость, расположенную под углом α к горизонту (см. рис.).



Найдите промежуток времени между первым и вторым ударами мячика о наклонную плоскость. Удары абсолютно упругие (10 класс).



Выберем ось y перпендикулярно наклонной плоскости, вверх. В проекции на y движение будет происходить с одним и тем же ускорением g_y; в момент ударов нормальная к плоскости проекция скорости v_y будет меняться на противоположную (см. рис.). Из графика непосредственно *видно, что удары происходят через равные промежутки времени, которые вдвое больше времени падения мячика с высоты h, т.е.* $t = 2t_{\downarrow} = 2\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

Для учащихся 11 классов.

5. Одноатомный идеальный газ расширяется втрое по закону $p = \alpha \cdot \sin\left(\dfrac{\pi V}{6V_0}\right)$, где p – давление, V – объём, V_0 – первоначальный объём, α - некоторая постоянная, число π - отношение длины окружности к её диаметру. В начале процесса внутренняя энергия газа равнялась 10 Дж. Чему равна внутренняя энергия газа в конце процесса? (11 класс)

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2}\nu RT_0 = \dfrac{3}{2}p_0V_0 = \dfrac{3}{2}\alpha V_0 \sin\left(\dfrac{\pi V_0}{6V_0}\right) = \dfrac{3}{4}\alpha V_0 \\ U = \dfrac{3}{2}\nu RT = \dfrac{3}{2}pV = \dfrac{3}{2}\alpha 3V_0 \sin\left(\dfrac{\pi 3V_0}{6V_0}\right) = \dfrac{9}{2}\alpha V_0 = 2\cdot 3\cdot \dfrac{3}{4}\alpha V_0 = \end{cases}$$

$$= 6U_0 = 6\cdot 10 = 60 \ \text{Дж}$$

6. При получении высоких температур, необходимых для осуществления термоядерных реакций, т.е. для термоизоляции плазмы, может быть использовано магнитное поле, предотвращающее уход быстрых частиц из зоны высокой температуры. Какая сила тока должна создаваться в столбе газового разряда радиусом R = 3 см, чтобы электроны не могли удалиться с поверхности столба на расстояние больше, чем $r = 3\cdot 10^{-5}$ м? Электроны обладают средней скоростью хаотического движения, соответствующей температуре $T = 10^8$ К. (11 класс).

Решение.

На максимальное расстояние r от поверхности столба удаляются те электроны, чья скорость $v = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_e}}$ *направлена по касательной к его поверхности. В этом случае электрон движется по окружности радиусом r/2 в поле* $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ *(т.к. R>>r).*

Очевидно, что $r = \dfrac{mv}{eB}$ *и* $I = \dfrac{4\pi R\sqrt{3km_eT}}{\mu_0 r} = 4\cdot 10^6\ A.$