ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11112 для 11 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n, для которого найдутся натуральные числа k_1, k_2, k_3, k_4 такие, что

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)^{k_1}\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)^{k_2}\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)^{k_3}\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)^{k_4}=10^n.$$

Если таких чисел n несколько, то найдите показатели k_1, k_2, k_3, k_4 степени для каждого допустимого n.

2. По разным берегам прямолинейного канала в одном и том же направлении равномерно движутся две колонны бронетехники. Длина каждой колонны равна 100 м. Шпион находится на расстоянии 90 м от дальнего берега. Ближняя колонна движется в 4 раза быстрее и загораживает от шпиона часть дальней колонны (то есть дальняя колонна ему видна не целиком или вообще не видна) в течение 5 с. Скорость дальней колонны равна 10 м/с. Найдите расстояние от шпиона до ближнего берега. (Шириной бронетехники можно пренебречь.)

3. Элементы A, B, C, D, E, F, G, H, I, J электрической схемы соединены проводниками AB, AD, AF, BC, CJ, DE, DG, EF, EH, FI, GH, HI. Робот должен обойти все проводники для поиска обрыва и вернуться в начало своего маршрута (один из элементов A, B,…, J). При этом некоторые проводники, возможно, придется пройти более одного раза. Найдите наименьшее достаточное для выполнения задачи робота количество пройденных им проводников. Есть ли проводники, которые необходимо проходить более одного раза, сколько их и каково количество повторений, какие это проводники?

4. Функции $T_n(x)$ определены при всех $x\in(-\infty;\infty)$ и целых $n\geq 0$ условиями

$$\begin{cases} T_0(x)=1, \qquad T_1(x)=x, \\ T_{n+1}(x)=2xT_n(x)-T_{n-1}(x), \quad n\geq 1. \end{cases}$$

Решите относительно неизвестного φ уравнение $T_n(\cos\varphi)=1$.

5. При каких целых n число $2n^4+3n^3+n^2$ кратно 6?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12112 для 11 класса

1. В десятичной записи числа M две цифры оказались пропущены. Они обозначены ниже подчеркиваниями.

$$M = 4 \cdot 13! + 3 \cdot 14! = 286\_42\ 95\_800.$$

Можно ли восстановить эти цифры, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите их указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{aligned} x^2 &= (y-z)^2 - 3, \\ y^2 &= (x-z)^2 - 9, \\ z^2 &= (x-y)^2 + 27. \end{aligned}$$

Для каждого решения (x_k, y_k, z_k) найдите длину отрезка AM_k, где точки A и M_k имеют координаты $(1, 2, 3)$ и (x_k, y_k, z_k).

3. В множество $\{1, 2, \ldots, n\}$ добавили одно число X, такое что $n+1 \le X \le 2n$. Среднее арифметическое этих $(n+1)$ чисел составило $130/11$. Найдите n и X.

4. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана произвольная точка M. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников ABM, BCM, CDM и DAM являются вершинами некоторого квадрата. Какую часть площади квадрата $ABCD$ занимает этот квадрат?

5. Найдите все пары коэффициентов (p, q) функций $f(x) = 4^x + p2^x + q$, удовлетворяющих условию: если оба коэффициента p, q увеличить на 1 (одновременно), то получится функция, не имеющие действительных корней.

Изобразите все пары коэффициентов на координатной плоскости (p, q).

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13111 для 11 класса

1. Даны 2018 чисел, определяемых формулой $x_k = \sin\frac{k}{k+2}$. Докажите, что

$$(1 + x_1 + x_2 + \ldots + x_{2018})^2 \geq 4(x_1^2 + x_2^2 + \ldots x_{2018}^2).$$

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой 1001-угольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие 1001-угольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Агрокомбинат "Полярные витамины" имеет 11 теплиц, в которых к новому году выращены ананасы. Известно, что во всех теплицах кроме первой выращено суммарно 100 ананасов, во всех, кроме второй – 110, во всех кроме третьей – 110 ананасов и так далее, во всех теплицах кроме последней (одиннадцатой) выращено 110 ананасов. Сколько ананасов выращено в каждой теплице?

4. Тридцать три тролля строят свои хижины на краю прямолинейного обрыва (оттуда удобнее смотреть за границу на Деда Мороза). Если занумеровать их по порядку, то расстояние между хижинами с номером k и с номером $k + 1$ равно $k^2 - k + 1$ метров. Где троллям следует установить подзорную трубу, чтобы сумма расстояний от каждой хижины до трубы была бы наименьшей?

5. Перед праздником все снегурочки собрались на предновогодний инструктаж. Оказалось, что снегурочек с длинной косой, которые не носят очки, меньше, чем снегурочек в очках, но без длинной косы. Каких снегурочек на инструктаже было больше: с длинной косой или в очках?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11101 для 10 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n, для которого найдутся натуральные числа k_1, k_2, k_3, k_4 такие, что

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)^{k_1}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{k_2}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)^{k_3}\cdot\left(1-\frac{1}{5}\right)^{k_4}=(0,1)^n.$$

Если таких чисел n несколько, то найдите показатели k_1, k_2, k_3, k_4 степени для каждого допустимого n.

2. Элементы A, B, C, D, E, F, G, H, I электрической схемы соединены проводниками AB, AD, AH, BC, BE, CD, CF, DI, EH, HI, FG. Робот должен обойти все проводники для поиска обрыва и вернуться в начало своего маршрута (один из элементов A, B,..., I). При этом некоторые проводники, возможно, придется пройти более одного раза. Найдите наименьшее достаточное для выполнения задачи робота количество пройденных им проводников. Есть ли проводники, которые необходимо проходить более одного раза, сколько их и каково количество повторений, какие это проводники?

3. Участок для строительства кафе "Северный бриз" представляет собой криволинейный треугольник. Если провести для удобства координатные оси, то вдоль оси OX он ограничен автодорогой, вдоль оси OY — забором, а по линии $y=(x-a)^2$ проходит берег Ледовитого океана. Здесь $a>1$ — известный параметр. Кафе будет расположено на прямоугольной веранде, один из углов которой лежит на берегу моря, а противоположный совпадает с началом координат. Найдите координаты угла на берегу моря, для которых веранда будет иметь наименьший периметр.

4. Маяк расположен в море на расстоянии 500 м от прямолинейного берега. Вдоль кромки берега расположена стена длиной 40 м. Между маяком и берегом параллельно берегу со скоростью 5 м/с движется теплоход длиной 50 м. Он загораживает всю стену от смотрителя, находящегося на маяке, в течение 4 с. Найдите расстояние от теплохода до берега. (Шириной теплохода можно пренебречь.)

5. При каких целых n число $n^4+2n^3-n^2-10n$ кратно 12?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12103 для 10 класса

1. В десятичной записи числа M две цифры оказались пропущены. Они обозначены ниже подчеркиваниями.

$$M = 14! - 13! + 12! = 81\,43\_\,27\_\,000.$$

Можно ли восстановить эти цифры, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите их указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{aligned} x^2 &= (y-z)^2 - 8, \\ y^2 &= (x-z)^2 - 16, \\ z^2 &= (x-y)^2 + 32. \end{aligned}$$

Для каждого решения (x_k, y_k, z_k) найдите длину отрезка AM_k, где точки A и M_k имеют координаты $(1, 2, 3)$ и (x_k, y_k, z_k).

3. Из множества $\{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ удалили одно число X, среднее арифметическое оставшихся чисел составило $76/3$. Найдите n и X.

4. В трапецию можно вписать окружность. Докажите, что касаются друг друга окружности, построенные на боковых сторонах трапеции, как на диаметрах.

5. Выясните, существует ли функция $f(x) = a\cos^2 x + b\sin x$ такая, что при умножении любого из коэффициентов a, b на число k ($k \neq 0$, $k \neq 1$) получаются функции, не принимающие значений из множества $\{b, kb\}$. Ответ обоснуйте.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13102 для 10 класса

1. Даны 2019 чисел, определяемых формулой $x_k = \dfrac{k}{2k+1}$. Докажите, что

$$\left(1 + \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{2018}}{4}\right)^2 \geq x_1^2 + x_2^2 + \ldots x_{2018}^2.$$

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой 777-угольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие 777-угольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Автопарк компании "Куда в машинах снег везут?" имеет 7 снеговозов. При поломке первого или второго из них остальные шесть могут вывезти за совместный рейс 200 т снега. При поломке любого из оставшихся другие шесть могут вывезти за совместный рейс 220 т снега. Какова грузоподъемность каждого снеговоза?

4. Перед резиденцией Деда Мороза вдоль прямолинейной дорожки растет 99 елок, которые нужно нарядить к празднику. Если занумеровать их по порядку, то расстояние между елками с номером k и с номером $k+1$ равно $k(k+1)+10$ метров. Где следует положить ящик с елочными украшениями, чтобы сумма расстояний от ящика до каждой елки была бы наименьшей?

5. На предновогодний парад прибыли снеговики двух видов: снеговики с морковкой и снеговики с редиской. При этом некоторые из них (и тех, и других) были с ведерками на голове. Оказалось, что снеговиков в ведерке и с морковкой больше, чем снеговиков без ведерка и с редиской. Каких снеговиков больше: с ведерком или с редиской?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11993 для 9 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n, для которого верно равенство

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{25} \cdot \frac{6}{125} \cdot \ldots \cdot \frac{2n}{5^n} = 0,\underbrace{0\ldots0}_{(n-1)\text{ раз}}2.$$

Либо найдите все такие числа n, либо докажите невозможность равенства.

2. Трубы нефтепровода составляют сетку, разделяющую прямоугольник 3×8 на 24 одинаковых квадрата, каждая труба — сторона одного такого квадрата или общая сторона двух смежных квадратов. Какое наименьшее число труб достаточно обойти монтеру, чтобы установить на каждой трубе датчик давления и вернуться в исходную вершину сети? При этом некоторые трубы придется, возможно, пройти более одного раза. Есть ли такие трубы, какие они, сколько их? Как изменится результат, если исходный прямоугольник будет иметь размеры 24×1?

3. Фундамент торгового комплекса "Все нипочем" представляет собой криволинейный треугольник. Если провести для удобства координатные оси, то две его стороны совпадут с этими осями, а третья сторона пройдет по линии $y = \sqrt{a^2 - x^2}$. Здесь $a > 1$ — известный параметр. На этом фундаменте планируется возвести здание в форме прямоугольника, один из углов которого должен лежать на криволинейной стороне, а противоположный — совпадать с началом координат. Найдите размеры здания $X \times Y$, при которых его площадь будет максимальна.

4. По прямым параллельным путям, расстояние между которыми 60 м, равномерно движутся два поезда в противоположных направлениях. Длина каждого поезда равна 100 м. Стрелочник находится на расстоянии 40 м от ближайшего к нему пути. Первый поезд загораживает от стрелочника часть второго поезда (то есть второй поезд ему виден не целиком или вообще не виден) в течение 5 с. Скорость первого поезда равна 16 м/с. Найдите скорость второго поезда. (Шириной поездов можно пренебречь.)

5. При каких целых n число $n^4 + 2n^3 + 9n^2 + 8n$ кратно 4?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12991 для 9 класса

1. В десятичной записи числа M две цифры оказались пропущены. Они обозначены ниже подчеркиваниями.

$$M = 15! = 1\,307\,67\_\ 368\,\_00.$$

Можно ли восстановить эти цифры, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите их указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

(Запись $k!$ обозначает произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до k включительно и называется факториалом числа k.)

2. Решите систему уравнений

$$\begin{aligned} x^2 &= (y-z)^2 - 3, \\ y^2 &= (x-z)^2 - 7, \\ z^2 &= (x-y)^2 + 21. \end{aligned}$$

3. Из множества $\{1, 2, \ldots, n\}$ удалили одно число X, среднее арифметическое оставшихся чисел составило $59/4$. Найдите n и X.

4. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ выбраны точки M и K так, что периметр треугольника CMK в два раза больше стороны квадрата. Найдите величину угла MAK.

5. Найдите все функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, удовлетворяющие условию: если любой из коэффициентов a, b, c заменить на 1, то полученные функции имеют ровно один корень.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13093 для 9 класса

1. Положительные числа x, y, z не превосходят единицы. Докажите, что

$$\left(1+\frac{x+y}{2}+z\right)^2 \geq x^2+y^2+4z^2.$$

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой 2019-угольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие 2019-угольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Карельский Паккайне на новый год достает волшебный пояс, который по своей длине разделен на четыре разноцветные части. Длина всех частей кроме голубой равна 145 см, других трех частей кроме синей – 175 см, трех частей без сиреневой – 170 см, трех частей без белой – 95 см. Какова длина всего пояса? Какова длина его наименьшей части? Можно ли дать ответы на эти вопросы, не находя длины всех частей?

4. Для гарантии новогоднего настроения вдоль прямолинейной набережной установлены пять снежных пушек с электроприводом. Расстояния между парами соседних пушек равны 100, 200, 300 и 700 м. Где следует установить электрогенератор, чтобы суммарная длина проводов, ведущих к пушкам, была минимальной (каждая пушка соединена с генератором напрямую прямолинейным проводом)?

5. Деды Морозы из разных регионов собрались на ежегодный симпозиум. Оказалось, что Дедов Морозов в синих шубах, но без посоха было меньше, чем Дедов Морозов с посохом, но выбравших шубы другого цвета. Каких Дедов Морозов было больше: в синих шубах или с посохом?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11882 для 8 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n, для которого верно равенство

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{27} \cdot \ldots \cdot \frac{2n+1}{3^n} = 0,\underbrace{0\ldots0}_{333\text{ раза}}1.$$

Либо найдите все такие числа n, либо докажите невозможность равенства.

2. В королевском замке 6 залов A,B,C,D,E,F, соединенных лестницами AB, AF, BC, BD, BF, CD, DE, EF. На одной из лестниц Золушка потеряла хрустальный башмачок, который очень нужен принцу. Какое минимальное число лестниц достаточно пройти принцу, чтобы обойти их все (возможно, некоторые — более одного раза) и вернуться в тот же зал, откуда начался его маршрут? Есть ли лестницы, которые необходимо пройти более одного раза? Если есть, то какие?

3. Площадь прямоугольника увеличили на $x\%$, сохранив при этом его пропорции. На сколько процентов изменился периметр прямоугольника?

4. Удав длиной 5 м хочет переползти шоссе шириной 50 м, по которому через каждые 2 минуты проезжает автомобиль. С какой минимальной скоростью ему следует двигаться, чтобы, начав движение сразу после проезда одного автомобиля, закончить его непосредственно перед проездом следующего? Удав ползет с постоянной скоростью перпендикулярно шоссе.

5. Докажите, что число $K = 2 \cdot 2018^4 + 3 \cdot 2018^3 + 2018^2$ делится на 3, не находя самого числа K. Делится ли оно на 9?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12883 для 8 класса

1. В десятичной записи числа M две цифры оказались пропущены. Они обозначены ниже подчеркиваниями.

$$M = 12! - 1800 = 47\_\ 999\,8\_0.$$

Можно ли восстановить эти цифры, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите их указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

(Запись $k!$ обозначает произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до k включительно и называется факториалом числа k.)

2. Решите систему уравнений.

$$\begin{aligned} &x/y = 27, \\ &xz = -9, \\ &z/y = -3. \end{aligned}$$

3. Среднее арифметическое n положительных чисел, среди которых есть x, равно A. На сколько процентов надо увеличить число x, чтобы среднее арифметическое увеличилось на $k\%$?

4. На плоскости нарисовано 8 параллельных прямых и 6 других параллельных между собой прямых, пересекающих первые восемь. Сколько параллелограммов образуется при этом? Расстояние между любыми двумя соседними параллельными прямыми одинаково. Какие значения могут принимать отношения площадей образованных параллелограммов?

5. Скорый поезд Москва – Ялта останавливается в 10 городах (включая конечные станции): в городе N – два раза (на станциях N-1 и N-2), в остальных городах – по одному разу. Может ли сумма расстояний от каждой станции до N-1 быть равна сумме расстояний от каждой станции до N-2? (Все расстояния измеряются вдоль путей.)

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13084 для 8 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Два сейфа С и Т полностью заняты новогодними подарками. Если все содержимое сейфа С переложить (для транспортировки) в мешок, то $1/6$ мешка останется не заполненной. Если все содержимое сейфа Т переложить в другой такой же мешок, то не останется не заполнено $3/8$ мешка. Для того, чтобы заполнить оба мешка целиком, потребуется содержимое сейфов С и Т и еще 130 подарков. Какова вместимость каждого сейфа и мешков?

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой 365-угольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие 365-угольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. От жилища Чысхаана во все четыре стороны ведут санные пути. Длина трех путей кроме северного равна 330 км, трех путей кроме южного – 180 км, трех путей кроме восточного – 380 км, трех путей кроме западного – 400 км. Какова длина всех четырех санных путей?

4. На льду замерзшего прямолинейного канала устроено три катка для всех желающих. Расстояние между первым и вторым катком равно 100 м, между вторым и третьим – 200 м, а между первым и третьим – 300 м (размерами самих катков пренебрегаем). Где следует расположить склад коньков, чтобы сумма расстояний от него до каждого катка была бы наименьшей?

5. Перед праздником все снегурочки собрались на предновогодний инструктаж. Оказалось, что снегурочек, лично знакомых с Незнайкой, но не читавших ни одной книги про него, больше, чем снегурочек, читавших о Незнайке, но еще не встречавшихся с ним. Каких же снегурочек было больше: знакомых с Незнайкой лично или читавших про него в книгах?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11771 для 7 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число n, для которого верно равенство

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{8}\cdot\ldots\cdot\frac{2n-1}{2^n}=0,\underbrace{0\ldots0}_{2018\text{ раз}}1.$$

Либо найдите все такие числа n, либо докажите невозможность равенства.

2. В пещере 5 залов A,B,C,D,E, соединенных туннелями AB, AD, BC, BE, CD, DE. В одном из туннелей турист потерял телефон. Чтобы его найти, он хочет обойти все туннели и вернуться в тот же зал, откуда начал маршрут. Какое минимальное число туннелей ему достаточно пройти? Есть ли туннели, которые необходимо пройти более одного раза? Если есть, то какие?

3. Периметр прямоугольника уменьшили на 10%, сохранив при этом его пропорции. На сколько процентов изменилась площадь прямоугольника?

4. Любитель кинопутешествий смотрит, как по киноэкрану слева направо с постоянной скоростью проплывает пирога с индейцами. Зритель видит пирогу целиком (от появления заднего ее конца до исчезновения переднего) в течение 10 минут. По всей ширине экрана может уместиться 50 индейцев, а в пироге их только 20, но они заполняют ее всю один за другим от начала до конца. Определите скорость пироги, измеренную в количестве индейцев в минуту.

5. Докажите, что число $K=2019^4+2\cdot2019^3-2019^2-10\cdot2019$ делится на 4, не находя самого числа K.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12774 для 7 класса

1. В десятичной записи числа M одна цифра оказалась пропущена. Она обозначена ниже подчеркиванием.

$$M = 10 \cdot 14! = 87\_\ 782\,912\,000.$$

Можно ли восстановить эту цифру, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите ее указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

(Запись $k!$ обозначает произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до k включительно и называется факториалом числа k.)

2. Числа a, b, c известны, x, y, z неизвестны. Найдите неизвестные из уравнений

$$\begin{aligned} x - y &= 2a, \\ y + z &= 2b, \\ x - z &= 2c. \end{aligned}$$

3. Имеется n положительных чисел, одно из них x. Это число увеличили на $k\%$, остальные не изменяли. Получили среднее арифметическое нового набора чисел, равное A. Каково было среднее арифметическое исходных n чисел?

4. На плоскости нарисовано 10 параллельных прямых и 4 других параллельных между собой прямых, пересекающих первые десять. Сколько четырехугольников образуется при этом?

5. На дистанции ультрамарафона устроено 7 пунктов питания, причем только на двух из них – ПП-1 и ПП-2 (расположенных по соседству друг с другом) – дают гречку с тушенкой. Может ли сумма расстояний от каждого пункта питания до ПП-1 быть равна сумме расстояний от каждого пункта питания до ПП-2? (Все расстояния измеряются вдоль дистанции.)

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13073 для 7 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Для новогоднего украшения здания университета доставлен контейнер мишуры. Если всю мишуру сложить на складе А (изначально пустом), то в контейнере останется $1/5$ его содержимого. Если всю мишуру сложить на складе Е (изначально пустом), то он окажется заполненным на $5/6$ своего объема. Если же пытаться заполнить оба склада А и Е, то не хватит 15 м^3 мишуры. Каков объем контейнера и каждого из складов?

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой пятиугольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие пятиугольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Карельский Паккайне на новый год достает волшебный пояс, который по своей длине разделен на четыре разноцветные части. Длина всех частей кроме голубой равна 145 см, других трех частей кроме синей – 175 см, трех частей без сиреневой – 170 см, трех частей без белой – 95 см. Какова длина всего пояса?

4. Для гарантии новогоднего настроения вдоль прямолинейной набережной установлены три снежные пушки с электроприводом. Расстояния между средней пушкой и крайними равны 300 и 500 м. Где следует установить электрогенератор, чтобы суммарная длина проводов, ведущих к пушкам, была минимальной?

5. Деды Морозы из разных регионов собрались на ежегодный симпозиум. Оказалось, что Дедов Морозов в синих шубах, но без посоха было меньше, чем Дедов Морозов с посохом, но выбравших шубы другого цвета. Каких Дедов Морозов было больше: в синих шубах или с посохом?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13061 для 6 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Дед Мороз подготовил много одинаковых подарков для девочек и мальчиков. Если разделить все подарки на 100 равных частей, то 65 таких частей можно уместить в большой волшебный мешок, а 40 частей – в малый магический кулек. Если же попытаться наполнить и мешок и кулек одновремено, то не хватит 30 подарков. Сколько подарков входит в мешок и сколько в кулек?

2. Для того чтобы юной снегурочке (настоящей) разрешили участвовать в детском празднике, ей нужно нарисовать такой четырехугольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Помогите ей сделать это – нарисуйте такой четырехугольник и прямую.

3. Снеговики Белогрыз, Белолиз и Белодуй ели мороженое. В первый день они разделили поровну два бочонка на троих. Во второй день Белодуй не пришел, и Белогрыз с Белолизом разделили поровну три бочонка на двоих. Верно ли, что во второй день Белогрызу досталось вдвое больше мороженого, чем в первый? Все бочонки были одинаковыми.

4. Три тролля – Хримнир, Хрольмир и Хрюмстан – строят свои хижины на краю прямолинейного обрыва (оттуда удобнее смотреть за границу на Деда Мороза). Расстояние между хижинами Хримнира и Хрольмира равно 150 шагам, между хижинами Хрольмира и Хрюмстана – 200 шагам и между хижинами Хримнира и Хрюмстана равно 350 шагам. Где троллям следует установить подзорную трубу, чтобы сумма расстояний от каждой хижины до трубы была бы наименьшей?

5. Перед праздником все снегурочки собрались на предновогодний инструктаж. Оказалось, что снегурочек с длинной косой, которые не носят очки, меньше, чем снегурочек в очках, но без длинной косы. Каких снегурочек на инструктаже было больше: с длинной косой или в очках?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13052 для 5 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Бурундучок заготовил для Деда Мороза много орешков. Если разделить все орешки на 200 равных частей, то 150 таких частей можно спрятать в дупло старого дуба, а 90 частей – в тайник под корнями высокой сосны. Если же попытаться заполнить и дупло и тайник одновремено, то не хватит 400 орешков. Сколько всего орешков заготовил будундучок?

2. Для того чтобы юной снегурочке (настоящей) разрешили участвовать в детском празднике, ей нужно нарисовать пятиугольник и прямую, проходящую через какую-либо выбранную вершину пятиугольника и пересекающую три другие его стороны (не приходящие в выбранную вершину). Помогите ей сделать это – нарисуйте такой пятиугольник и прямую.

3. Пять прожорливых снеговиков нашли три кадушки соленых снежков и съели их, разделив поровну. В другой раз трем из них попалось пять кадушек с маринованными сосульками. Они снова съели их все, разделив поровну на троих. Верно ли, что в первый раз каждому досталась вдвое меньшая порция, чем во второй? Все кадушки были одинаковыми.

4. Дед Мороз XXI века собирается разослать подарки на беспилотных летательных аппаратах. Если загрузить подарки поровну в два аппарата, то один подарок не поместится. Если загрузить их поровну в три аппарата, то снова один подарок не поместится. Также не поместится один подарок, если пытаться загружать поровну четыре, пять и даже шесть аппаратов. При каком наименьшем количестве подарков это возможно?

5. На предновогодний парад прибыли снеговики двух видов: снеговики с морковкой и снеговики с редиской. При этом некоторые из них (и тех, и других) были с ведерками на голове. Оказалось, что снеговиков в ведерке и с морковкой больше, чем снеговиков без ведерка и с редиской. Каких снеговиков больше: с ведерком или с редиской?