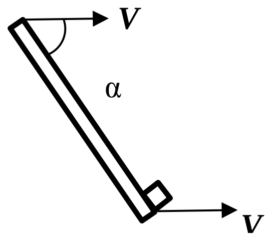
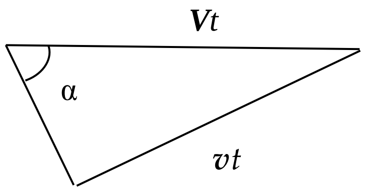
Лучшие задачи отборочного этапа Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2018/2019 учебном году.

11 и 10 класс



1. По горизонтальному столу перемещают гладкую доску так, что скорость V любой точки доски равна 100 см/с и направлена под углом $\alpha=60^{o}$ к доске (см. рисунок). Доска толкает впереди себя небольшой кубик массой m=100 г. В начальный момент кубик находится на краю доски. Через какое время кубик оторвётся от доски, если за это время на границе стол-кубик выделяется количество тепла Q=173 мДж? Коэффициент трения μ между кубиком и столом равен 0,2.



Решение.

Т.к. доска гладкая, то кубик движется перпендикулярно доске. Пусть v – скорость кубика, и т.к. v перпендикулярна доске, следовательно, $v=V\sin\alpha$.

Из рисунка:

$$Vt\,\sin\alpha\,\mu mg = Q$$

$$t = \frac{Q}{\mu mgV\sin\alpha} = \frac{0{,}173}{0{,}2\cdot 0{,}1\cdot 10\cdot 0{,}1\cdot\frac{1{,}73}{2}} = 10 \text{ с.}$$

2. Кубик, находившийся в точке A, подтолкнули вверх по гладкой наклонной плоскости. В своём движении он дважды прошёл мимо точки B, находящейся на расстоянии $AB=x$=0,5 м от точки A: в момент t_1=0,2 с и в момент t_2=1 с (время отсчитывается от момента старта). Какой угол с горизонтом образует наклонная плоскость?

Решение

$$v_0t - \frac{at^2}{2} = x$$

$$\frac{at^2}{2} - v_0t + x = 0$$

По теореме Виета

$$t_1t_2 = \frac{2x}{a} \;\rightarrow a = g\cdot sin\alpha = \frac{2x}{t_1t_2}$$

$$sin\alpha = \frac{2x}{gt_1t_2} = \frac{2\cdot 0{,}5}{10\cdot 0{,}2\cdot 1} = 0{,}5 \;\;\rightarrow\;\; \alpha = 30^{o}$$

3. Заряженная частица с зарядом Q и массой m движется в однородном магнитном поле с известной магнитной индукцией B так, что её координаты удовлетворяют системе уравнений: $\begin{cases} x(t) = a \cdot t \\ \sqrt{z^2 + y^2} = b, \end{cases}$

где a и b – известные величины, заданные в СИ. Найдите скорость частицы.

Решение.

Частица движется по винтовой линии с шагом h= V$\cos\alpha\ T$ и радиусом $R = \frac{\mathrm{mVsin}\alpha}{QB}$.

Таким образом,

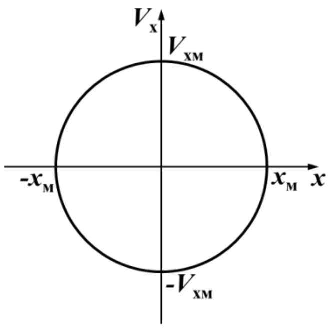
$\mathrm{V}\cos\alpha = a$;

$\mathrm{V}\sin\alpha = \frac{QBb}{m}$.

Возводим в квадрат обе части этих уравнений и складываем их. Получаем, что

V=$\sqrt{a^2 + \frac{QBb^2}{m}}$.

4. Маленький шарик движется вдоль оси Ox так, что график зависимости проекции его скорости на ось Ox от координаты $V_x(x)$ изображается окружностью (см. рис.). Значения максимальной координаты шарика $x_м$ и максимальной проекции его скорости $V_{хм}$ известны. В момент времени $t_0 = 0$ шарик имеет значения координаты и проекции скорости: $x_0 = 0$, $V_{x0} = V_{хм}$. Найдите зависимости координаты шарика, проекции его скорости и проекции ускорения от времени. Постройте графики зависимостей $x(t)$, $V_x(t)$, $a_x(t)$. Какие характерные параметры движения шарика вы можете еще определить?



<u>*Решение):*</u>

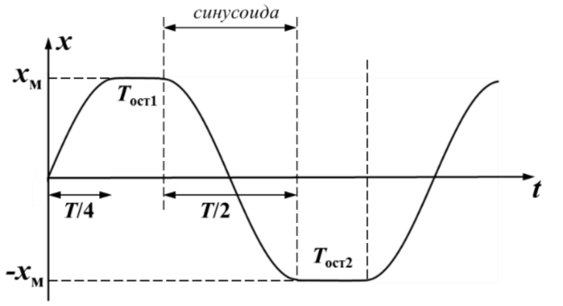
Шарик совершает колебания.

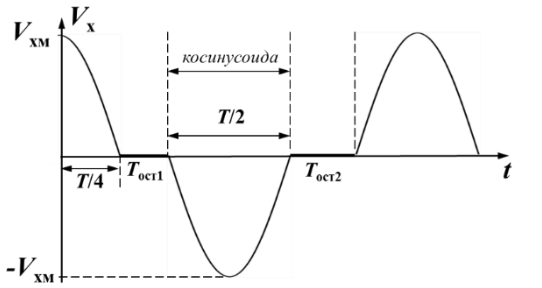
$$x = x_м \sin(\omega t) \Rightarrow V_x = x_м \omega \cos(\omega t),$$

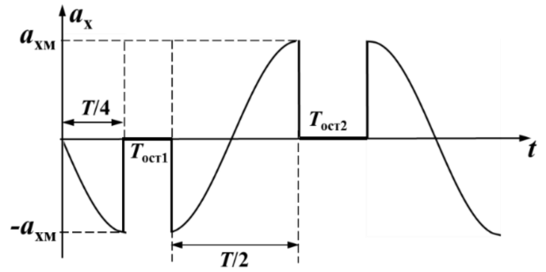
$$\text{тогда } V_{хм} = x_м \omega \quad \text{и} \quad \omega = \frac{V_{хм}}{x_м};\ \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{V_{хм}}{2\pi x_м};\ T = \frac{2\pi x_м}{V_м}$$

$$x = x_м \sin\left(\frac{V_{хм}}{x_м} t\right);\quad V_x = V_{хм} \cos\left(\frac{V_{хм}}{x_м} t\right);\quad a_x = -\frac{V_{хм}^2}{x_м} \sin\left(\frac{V_{хм}}{x_м} t\right),$$

но общие решения содержат только куски данных функций между точками остановок ($-x_м$; 0) и ($x_м$; 0) на исходном рисунке. В этих точках шарик может остановится на произвольное время.







5. В электрической схеме (см. рисунок) между точками А и В долгое время поддерживалось постоянное напряжение. Какое количество теплоты выделилось на резисторах после того, как напряжение отключили, если до отключения напряжения в конденсаторе C_3 была запасена энергия W_3=3 мкДж? Известно, что C_2=2C_1, C_3=3C_1 .

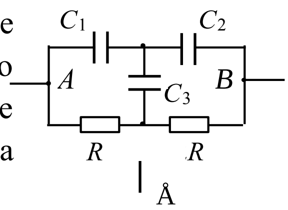


Рис.24.22

$$\begin{cases} u_1 - u_3 = \dfrac{u}{2} \quad \rightarrow \quad u_1 = u_3 + \dfrac{u}{2} \\ u_3 + u_2 = \dfrac{u}{2} \quad \rightarrow \quad u_3 = \dfrac{u}{2} - u_2 \\ Cu_1 - 2Cu_2 + 3Cu_3 = 0 \quad \rightarrow \quad u_1 + 3u_3 = 2u_2 \end{cases}$$

$$u - 2u_3 = u_3 + \frac{u}{2} + 3u_3$$

$$u_3 = \frac{u}{12} \ \rightarrow \ W_3 = \frac{3Cu_3^2}{2}$$

$$u_1 = \frac{u}{12} + \frac{u}{2} = \frac{7}{12} \cdot u = 7u_3 \ \rightarrow \ W_1 = \frac{C \cdot 49u_3^2}{2} = \frac{49}{3} W_3$$

$$u_2 = \frac{u}{2} - \frac{u}{12} = \frac{5}{12}\cdot u = 5u_3 \;\rightarrow\; W_2 = \frac{2C\cdot 25u_3^2}{2} = \frac{50}{3}W_3$$

$$Q = \left(\frac{49}{3} + \frac{50}{3} + 1\right)W_3 = \frac{102}{3}W_3 = \frac{102}{3}3 = 102 \text{ мкДж}$$

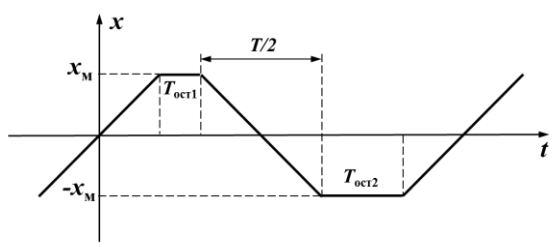
6. Маленький шарик движется вдоль оси Ox. График зависимости проекции его скорости на ось Ox от координаты $V_x(x)$ изображен на рисунке. Значения максимальной координаты шарика x_0 и максимальной проекции его скорости V_{x0} известны. В момент времени $t_0 = 0$ шарик имеет значения координаты и проекции скорости: $x<0$, $V_x<0$. Найдите зависимости координаты шарика и проекции его скорости от времени. Постройте графики зависимостей $x(t)$, $V_x(t)$. Какой характерный параметр движения шарика вы можете еще определить?

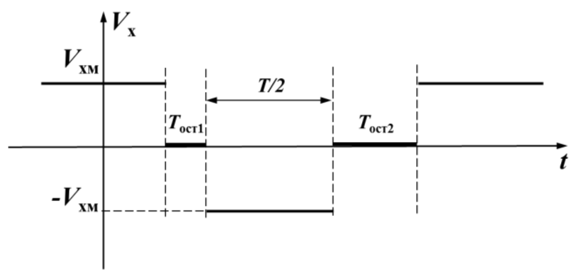
Решение: $V_0 = V_м$; $x_0 = 0$ (другие варианты аналогичны)

$$x = V_{хм}t; \quad V_х = const,$$

$$2x_м = V_{хм}T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2x_м}{V_{хм}}$$ *период колебаний*

Уравнения описывают только куски функций между точками остановок ($-x_м$; 0) и ($x_м$; 0) на исходном графике. В этих точках может произойти остановка на произвольное время.





7. На толстом резиновом жгуте массой m=200г и жёсткостью k=100 Н/м подвешен груз массой M=900 г. Найдите удлинение жгута.

Решение

Разобьём жгут на большое число N одинаковых кусочков массой m/N и жёсткостью Nk. Обозначим удлинение i-го (отсчёт снизу) кусочка x_i (удлинение жгута $x=x_1+x_2+\ldots+x_N$).

$$\begin{cases} Nkx_i = Mg + (i-1)\dfrac{mg}{N} \\ \dots\dots\dots\dots\dots. \\ Nkx_N = Mg + (N-1)\dfrac{mg}{N} \end{cases}$$

Складывая, получаем

$$Nkx = NMg + (0+1+2+\cdots+N-1)\frac{mg}{N} = NMg + \frac{(N-1)N}{2}\frac{mg}{N} \approx NMg + \frac{N^2}{2}\frac{mg}{N}$$

$$kx = \left(M + \frac{m}{2}\right) g$$

$$x = \left(M + \frac{m}{2}\right) \frac{g}{k} = (0{,}9 + 0{,}1) \frac{10}{100} = 0{,}1\ \text{м} = 10\ \text{см}$$

9-7 классы

1. Два корабля в проливе идут навстречу друг другу со скоростями υ_1 и υ_2. В момент времени $t_0 = 0$ первый корабль издаёт гудок, а капитан второго корабля, услышав сигнал, тут же ответил своим сигналом. Капитан первого корабля услышал ответный гудок второго корабля в момент времени τ. Скорость звука равна $\upsilon_{зв}$ и не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. Найдите расстояния между кораблями в момент времени t_0. (НовГУ)

Решение:

Обозначим расстояние между кораблями в момент подачи сигнала (t = 0) через L и используем систему отсчета, в которой скорости кораблей равны υ_1 и υ_2 соответственно. Тогда встреча звукового сигнала и второго корабля состоится в момент времени: $t_1 = L/(\upsilon_2 + \upsilon_{зв})$.

В этот момент времени расстояние между кораблями будет равно:

$$S = L - (\upsilon_1 + \upsilon_2)\, t_1 = L\left(1 - \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_2 + \upsilon_{зв}}\right) = L \cdot \frac{\upsilon_{зв} - \upsilon_1}{\upsilon_2 + \upsilon_{зв}}$$

После подачи ответного сигнала вторым кораблём звук идет навстречу первому кораблю и через время t_2 его услышат на первом корабле:

$t_2 = S/(\upsilon_1 + \upsilon_{зв})$.

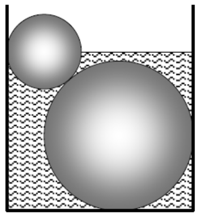
Полное время тогда будет равно:

$$\tau = t_1 + t_2 = \frac{L}{\upsilon_2 + \upsilon_{зв}} + \frac{L\left(\frac{\upsilon_{зв} - \upsilon_1}{\upsilon_2 + \upsilon_{зв}}\right)}{\upsilon_1 + \upsilon_{зв}}$$

Получаем:

$$\boldsymbol{L = \frac{(\upsilon_1 + \upsilon_{зв})(\upsilon_2 + \upsilon_{зв})}{2\,\upsilon_{зв}}\,\tau.}$$

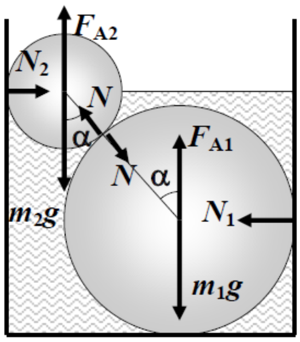
2. Два шара из одинакового материала радиусами r и $2r$ поместили в цилиндрический сосуд диаметром $4{,}5r$ как показано на рисунке. В сосуд наливают жидкость плотностью ρ. Когда жидкость доходит до середины верхнего шара, нижний шар перестает давить на дно. С какой силой в этот момент верхний шар давит на нижний?



Указание: объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R – радиус шара.

Решение

На шары действуют силы Архимеда F_{A1} и F_{A2} , силы нормальной реакции между шарами и поверхностью сосуда N_1 и N_2, а также силы взаимодействия между шарами N. На нижний шар сила реакции дна не действует!



Запишем систему уравнений динамики:

$F_{A1} – N\cos\alpha – m_1 g = 0$ $\rho(4/3)\pi\,(2r)^3 g - N\cos\alpha - \rho_Ш(4/3)\pi\,(2r)^3 g = 0$

$F_{A2} + N\cos\alpha – m_2 g = 0$ $\rho(2/3)\pi\, r^3 g + N\cos\alpha - \rho_Ш(4/3)\pi\, r^3 g = 0$

Решив полученную систему уравнений, найдем плотность шаров: $\rho_ш = 17\rho/18$

Поскольку диаметр шара

$D = r + r\sin\alpha + 2r + 2r\sin\alpha = 3r(1+\sin\alpha) = 4{,}5r$,   то $\sin\alpha = 0{,}5$, $\alpha = 30°$

Подставив это значение угла в любое уравнение полученной выше системы, вычислим силу давления верхнего шара на нижний шар: $N = 32\pi\rho r^3 g/27\,(3)^{1/2}$

3. На улице идет снег при температуре окружающего воздуха 0°C. Снежинки падают вертикально. За секунду на поверхность земли площадью 1 м^2 падает в среднем n = 100 снежинок массой 1,5 мг каждая. Уличный фонарь выполнен в виде стеклянного куба с длиной ребра 20 см. Определите минимальную мощность лампочки фонаря, которую необходимо использовать, чтобы на верхней грани куба не накапливался снег. Коэффициент прозрачности стекла фонаря η = 67%, удельная теплота плавления льда $3{,}3\cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение

1. Скорость увеличения массы снега на квадратный метр можно определить как:
$\mu = n\, m$
2. Площадь грани фонаря $S = l^2$, где l-длина ребра
3. Скорость увеличения массы снега на верхней грани фонаря: $\mu s = nm\, S$
4. Мощность, необходимая для расплавления такого количества снега:
$P = r\, \mu s = r\, nm\, l^2$
5. Учитывая потери энергии из за прозрачности стекла, на одну грань должна приходится мощность $P' = P/(1-\eta)$
6. Поскольку фонарь представляет собой куб, то полная мощность, приходящаяся на все грани $P_0=6P'$

Ответ: Мощность лампы $P_0 = 6\, r\, nm\, l^2 /(1-\eta) = 36$ Вт

4. Путешественник вылетает из Москвы. В каком направлении должен лететь его самолет, чтобы путешественник мог как можно быстрее попасть во вчерашний день? Поясните ваш ответ.

Решение: На воображаемой сетке параллелей и меридианов, которой покрыт земной шар для удобства определения координат любой точки на его поверхности, выделяется «линия перемены дат», в основном совпадающая с меридианом 180° (имеющая небольшие отклонения в соответствии с расположением государств вблизи этого меридиана). Когда поясное астрономическое время в точке, расположенной немного западнее этой линии (долгота в которой меньше 180°) принимает значение 0ч0м0с, в этой точке фиксируется начало новых суток, а соответственно календарная дата увеличивается на 1. С поворотом Земли вокруг своей оси во всех точках, расположенных западнее линии перемены дат, в соответствии с показаниями поясного времени начинаются новые календарные сутки. Вместе с тем, в точках, расположенных восточнее линии перемены дат, показания поясного времени соответствуют предыдущей календарной дате. Следовательно, «перешагнув» эту воображаемую линию, можно оказаться во вчерашнем дне.

Учитывая поясное время Москвы, получаем:

- если время вылета самолета находится в диапазоне 0ч0м0с – 12ч0м0с, то для скорейшего попадания во вчерашний день необходимо лететь на запад;

- если время вылета самолета находится в диапазоне 12ч0.м1с – 24ч.0м0с, то для скорейшего попадания во вчерашний день необходимо лететь на восток чтобы пересечь линию перемены дат.

5. В какую точку поверхности Земли можно попасть, если двигаться все время в направлении, которое показывает синий конец стрелки компаса? Поясните ваш ответ.

Решение: Принятая в России «раскраска» полюсов постоянного магнита: северный полюс – синий, южный полюс – красный. Синий конец стрелки компаса (северный полюс магнита-стрелки) располагается в направлении южного магнитного полюса Земли, который находится в Арктике. Если двигаться все время в этом направлении, т.е. до тех пор, пока синий конец стрелки компаса будет ориентирован строго в одном направлении, то можно попасть на южный магнитный полюс Земли (в окрестность северного географического полюса). Как только мы окажемся в этой точке, стрелка компаса перестанет быть строго ориентирована в одном направлении, начнет хаотично вращаться, поэтому путешествие закончится.

5. На дорогу от Солнечногорска до Москвы по Ленинградскому шоссе в отсутствии пробок водитель обычно тратит t=40 мин. Когда водитель узнал по радио о пробках в районах Зеленограда и Химок, он, чтобы ехать с привычной ему скоростью, выбрал другой маршрут: по Пятницкому шоссе. Этот путь был на x=40 % длиннее, да ещё t_1=9 минут заняли остановки на светофорах. И всё равно водитель считал, что сэкономил t_2=15 минут. Во сколько раз, по мнению водителя, средняя скорость автомобилей на Ленинградском шоссе при наличии пробок меньше его привычной скорости?

Решение

При наличии пробок водитель ехал бы по Ленинградскому шоссе время $S/(v/k)=kS/v=kt$. При езде по Пятницкому шоссе со скоростью v он затратил время $(1+x)S/v+t_1=(1+x)t+t_1$. Если к этому времени прибавить предполагаемый выигрыш t_2, то мы получим предполагаемое время проезда по Ленинградскому шоссе при наличии пробок. Поэтому

$$kt = (1 + x)t + t_1 + t_2$$

$$k = 1 + x + \frac{t_1 + t_2}{t} = 1 + 0{,}4 + \frac{9 + 15}{40} = 2 \text{ (в 2 раза)}$$