

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 73991 для 9 класса

Для заданий 1,3-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке

Век стоит Русь не шатается и века простоит не пошатнётся. Да приключилась новая напасть с землёй Русской. Решил Князь на царевне заморской жениться – на Шемаханской Царице.

1. Дабы узаконить сие действие, надобно закон подходящий найти. Пошли бояре по приказу Князя в библиотеку, а там Моисей систему поиска информации по трём знакам придумал. Каждый знак состоит из нескольких одинаковых черт, которые располагаются по сторонам прямоугольного шаблона (см. рисунок). Да только ограничил его в финансах Юлий и нет возможности поставить полноценную систему анализа знаков. На каждую черту требуется один датчик, показывающий прочерчена или не прочерчена черта. Достать бояре обещали датчики, но только минимальное количество, необходимое для работы системы поиска информации, придуманной Моисеем. Сколько датчиков необходимо добыть боярам для работы системы? Ответ обоснуйте.



Решение. Для распознавания трёх объектов достаточно рассматривать две черты, т.к. будут существовать четыре комбинации прочерчена/не прочерчена. Но необходимо выбрать черты, которые различны в разных знаках. Поэтому левая и верхние не подходят для распознавания, т.к. они одинаковы во всех знаках. Также не подходит пара из нижней левой и правой черт, т.к. они одинаковы в первых двух знаках. Остаются две пары: нижняя правая и правая или две нижние.

2. Услышав о намерениях Князя жениться, Юлий помчался к богатырям за помощью, да только Ворон – помощник Шемаханской Царицы, препятствие ему в дороге учинил. Посадил сфинкса на дороге к богатырям. Встретил его Юлий и получил задачу: «Найти систему из четырёх гирь, таких, чтобы, используя их по одной каждого веса, можно было взвешивать любой груз Q (целое число кг) в диапазоне от 1 до 40 кг. При этом гири могут быть помещены на обе чаши весов. Первая чаша содержит взвешиваемый груз Q , вторая чаша свободна от груза». Помогите Юлию решить эту задачу (укажите 4 веса), чтобы пройти сфинкса и добраться до богатырей.

Решение. Для каждой гири существует три варианта использования – положить гирю на одну чашу весов, положить гирю на другую чашу весов, не использовать гирю. Поэтому для формирования значения, соответствующего весу груза, можно использовать троичную систему счисления. Тогда каждая гиря должна иметь вес, равный значению 3 в некоторой степени, аналогично тому, как в позиционной системе счисления цифра, находящаяся в k -ом разряде (k отсчитывается с 0 справа налево), имеет вес, равный основанию системы счисления в k -ой степени. Таким образом, нужны гири весом $3^0, 3^1, 3^2$ и 3^3 , т.е. 1, 3, 9 и 27. Для взвешивания груза весом до 40 кг их будет достаточно. Значения веса будут формироваться следующим образом:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 2 &= 3 - 1 \text{ (гири кладутся на разные чаши весов)} \\ 3 &= 3 \\ 4 &= 3 + 1 \\ 5 &= 9 - 3 - 1 \\ 6 &= 9 - 3 \\ 7 &= 9 - 3 + 1 \\ 8 &= 9 - 1 \\ 9 &= 9 \\ &\dots \\ 40 &= 27 + 9 + 3 + 1 \end{aligned}$$

3. А в это время собралась Шемаханская Царица красавиц со всей земли Русской и заставила их плакать чистейшими слезами, а чтобы не сбежали они, она их заперла в башне и замок на дверь кодированный повесила. Прознали о том Бабка с Тихоном да освободить красавиц решили.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

Подслушав разговор Царицы и Ворона они узнали, что кодом является четырёхзначное число $A = 20xz9yx2019xy1$ и делится оно нацело на двузначное число yx . От последней встречи с цыганами осталась у Тихона чудо-машина, что программируется и ответ сама выдаёт. Помогите Тихону с Бабкой составить алгоритм для нахождения всех возможных троек цифр (x, y, z) , чтобы открыть замок и спасти красавиц.

Решение. Поскольку число A заканчивается на 1, оно может делиться только на число, которое заканчивается на 1, 3, 7 или 9, т.е. x может быть равно 1, 3, 7 или 9. Тогда для решения задачи организуем цикл для x , равного 1, 3, 7 и 9, для каждого x организуем цикл для всех значений y от 0 до 9, для каждого y организуем цикл для всех значений z от 0 до 9, и для каждой тройки (x, y, z) проверим делится ли число $A = 20xz9yx2019xy1$ на число yx .

```
алг Число
нач
  цел x[4] = {1, 3, 7, 9}
  цел y, z, a, i, n

  n = 20009002019001
  для i от 1 до 4
  нц
    для y от 0 до 9
    нц
      для z от 0 до 9
      нц
        a = n + (10 * x[i] + z) * 10e10 + (10 * y + x[i]) * 10e7 + (10 * x[i] + y) * 10
        если a div (10 * y + x[i]) = 0 то
          вывод x[i], y, z
        всё
      кц
    кц
  кц
кон
```

4. Дошла до богатырей весть, что неладно в Киеве, пустились они в путь, а дорогу срезать решили через пещеру. Да запер их там Ворон, а все попытки вырваться из пещеры были безуспешны. Явился богатырям заскучавший Дух и предложил поиграть с ним. Если богатыри выиграют, то обещал их выпустить напрямик к воротам Киева. Согласились богатыри и стали над загадкой Духа думать: «Есть N камней красного, жёлтого и зелёного цветов, которые выложены в линию. Вам необходимо переместить все красные камни в начало линии, а зелёные – в конец. При этом требуется обеспечить число действий менее $4N$ ». Помогите богатырям обыграть Духа, чтобы выбраться из пещеры по пасть в Киев. Действиями считаются перекладывание камня и сравнение цветов двух камней.

Решение. Необходимо подсчитать количество камней каждого цвета. После это выложить красные камни в нужном количестве, затем жёлтые камни в нужном количестве и затем зелёные камни в нужном количестве. *Примечание.* В принципе, богатыри могут ничего и не считать (если не умеют). Просто надо собрать все камни в одну кучу (или лучше в три) и затем выложить, как требуется.

```
алг Камни
нач
  цел n
  символ stones[n] // Расположение камней задаём массивом, в котором записаны буквы «к», «ж» и «з»
  цел red, yel, grn, i
  лог correct

  ввод n
  если n <= 0 то
    вывод 'Неверное значение n'
  иначе
    correct = true
    i = 1
    пока i <= n и correct
    нц
      ввод stones[i]
      если stones[i] <> 'к' и stones[i] <> 'ж' и stones[i] <> 'з' то
        correct = false
      всё
      i = i + 1
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

```
кц
если не correct то
  вывод 'Неверное значение цвета камня'
иначе
  red = 0
  yel = 0
  grn = 0
  для i от 1 до n
  нц
    если stones[i] = 'к' то
      red = red + 1
    иначе если stones[i] = 'ж' то
      yel = yel + 1
    иначе
      grn = grn + 1
  кц

  для i от 1 до red
  нц
    stones[i] = 'к'
  кц
  для i от red + 1 до red + yel
  нц
    stones[i] = 'ж'
  кц
  для i от red + yel + 1 до red + yel + grn
  нц
    stones[i] = 'з'
  кц
  для i от 1 до n
  нц
    вывод stones[i]
  кц
всё
кон
```

5. Окружили богатыри Шемаханскую Царицу и посадили её в седьмую камеру, да замок кодированный активировали. Довольный Князь велел пир организовать, да остудил его пыл Тихон, сказав: «Так это, Княже, весь Киев знает как из седьмой камеры тикать». И рассказал Тихон, что код, который запирает седьмую камеру, состоит из трёх целых чисел a , b , c и четвёртого натурального числа m . Но надёжным этот код будет только если a , b и c являются коэффициентами уравнения $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, у которого есть решение в множестве Z_m всех остатков от деления натуральных чисел на фиксированное натуральное число m . В Z_m определены операции сложения и умножения по модулю m : два числа складываются (умножаются) и берётся остаток от деления суммы (произведения) на m (например, в Z_5 имеем: $2 + 4 = 1$, $2 * 4 = 3$ и т.п.). Помогите Тихону составить алгоритм для чудо-машины (той, что осталась у Тихона от последней встречи с цыганами), проверяющий есть ли решения для квадратного уравнения $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ в множестве Z_m , чтобы выяснить надёжный ли код ввёл Князь, запирая Шемаханскую Царицу в седьмой камере.

Решение – 1 способ. Можно решать квадратное уравнение обычным способом (выполняя при этом сложение и умножение по правилам, указанным в задании), только проверять, чтобы дискриминант был целым числом, корень из него также был целым числом и результат деления был целым числом. Также надо проверить, что корень попал в диапазон от 0 до $m - 1$.

Введём две операции: $a +_m b$ есть $(a + b) \bmod m$; $a *_m b$ есть $(a * b) \bmod m$.

```
алг Код
нач
  цел a, b, c, m, d, x1, x2
  лог exists

  ввод a, b, c, m
  d = b *_m b - 4 *_m a *_m c
  если d < 0 то
    вывод 'Корней нет. Код не надёжен'
  иначе
    если d = 0 то
      если -b mod (2 *_m a) <> 0 то
        вывод 'Корней в заданном множестве нет. Код не надёжен'
      иначе
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

```
x1 = -b div (2 *m a)
если 0 <= x1 и x1 < m то
    вывод 'Корень есть. Код надёжен'
иначе
    вывод 'Корней в заданном множестве нет. Код не надёжен'
всё
всё
иначе // d > 0
если целая_часть(sqrt(d)) <> sqrt(d) то
    вывод 'Корней в заданном множестве нет. Код не надёжен'
иначе
    exists = false
    если (-b +m sqrt(d)) mod (2 *m a) = 0 то
        x1 = (-b +m sqrt(d)) div (2 *m a)
        если 0 <= x1 и x1 < m то
            exists = true
        всё
    если (-b - sqrt(d)) mod (2 *m a) = 0 то
        x2 = (-b - sqrt(d)) div (2 *m a)
        если 0 <= x2 и x2 < m то
            exists = true
        всё
    если exists то
        вывод 'Корень есть. Код надёжен'
    иначе
        вывод 'Корней в заданном множестве нет. Код не надёжен'
    всё
всё
всё
всё
кон
```

Решение – 2 способ. Можно перебрать все целые числа из диапазона от 0 до $m - 1$ и проверить, является ли какое-либо число корнем квадратного уравнения. Сложение и умножение при этом выполняются по правилам, указанным в задании.

Введём две операции: $a +_m b$ есть $(a + b) \bmod m$; $a *_m b$ есть $(a * b) \bmod m$.

```
алг Код
нач
    цел a, b, c, m, x
    лог exists

    ввод a, b, c, m

    exists = false
    для x от 0 до m - 1
    нц
        если a *m x *m x +m b *m x +m c = 0 то
            exists = true
        всё
    кц
    если exists то
        вывод 'Корень есть. Код надёжен'
    иначе
        вывод 'Корней в заданном множестве нет. Код не надёжен'
    всё
кон
```