Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ 4

Место проведения

Rl 31-79

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Акинжала

ИМЯ Розисн

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 17.01.2005

Класс: 8

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Акин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Обозначим учителей:
Марья Ивановна – МИ
Иван Ильич – ИИ
Александра Варфоломеевна – АВ
Петр Петрович – ПП

+ – сидит в ВК
– – не сидит в ВК

Условия:
1) Если МИ +, то ИИ+ и АВ+
2) или ±АВ или ±ПП
3) ±ИИ и (или) ±МИ
4) или (ПП+, ИИ+) или (ПП– ИИ–)

МИ	ИИ	АВ	ПП
+	+	+	–

• пусть МИ – сидит в ВК, тогда
ИИ-⊕ и АВ-⊕ => ПП-⊖
получается у ПП-⊖, а у ИИ-+ – чего быть не может

• пусть МИ – не сидит в ВК, тогда ~~[illegible]~~ ИИ – сидит в ВК (3 условие)
=> тогда ПП-⊕ (4 условие) => АВ-⊖ - (2 условие)

МИ	ИИ	АВ	ПП
–	+	–	+

+

получили ответ. Вариант такого ответа 1, т.к. доказано, что МИ – не сидит в ВК, а потом результаты получаются по однозначным верным условиям

Ответ:
⊖ Марья Ивановна – не сидит в ВК
⊕ Иван Ильич – сидит в ВК
⊖ Александра Варфоломеевна – не сидит в ВК
⊕ Петр Петрович – сидит в ВК

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$2019^{2020} + 2020^{2019} = x$

$2020 = 10 \cdot 202 \Rightarrow 2020^{2019} = 202^{2019} \cdot 10^{2019} \Rightarrow 2020^{2019}$ оканчивается на 0.

$2019^{2020} = (2019^2)^{1010} = (\_\_\_1)^{1010}$, т.к. $1^n = 1 \Rightarrow (\_\_\_1)^{1010} = \_\_\_1$

$\Rightarrow$ последняя цифра $2019^{2020} - 1$

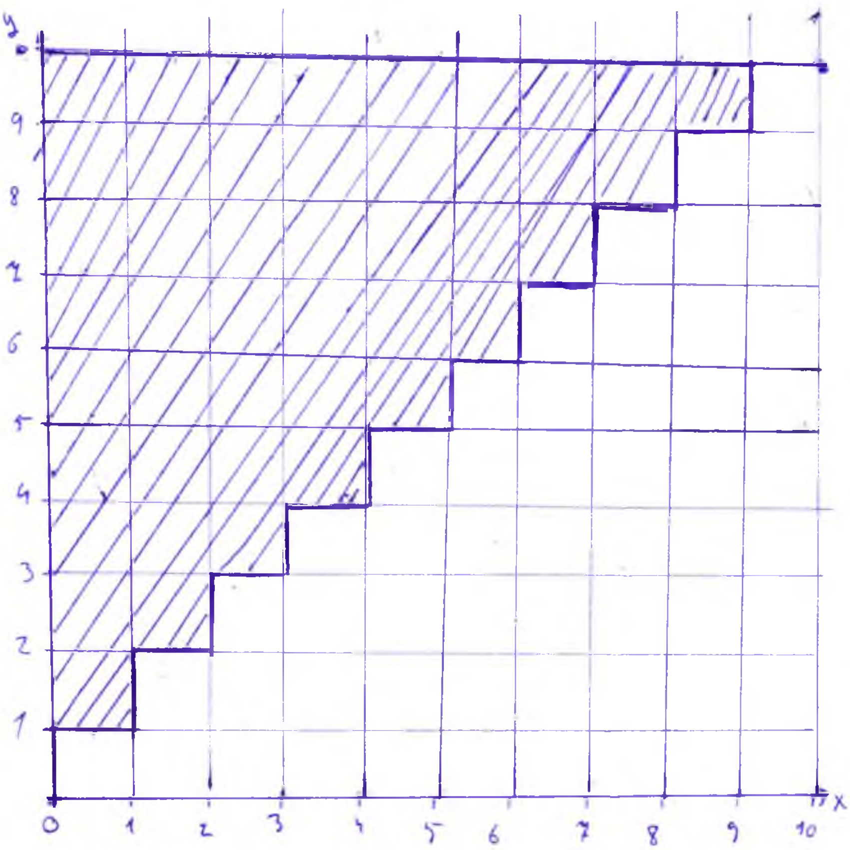
+

$2019^{2020} + 2020^{2019} = \_\_\_1 + \_\_\_0 = \_\_\_1 \Rightarrow$ оканчивается на 1

Ответ: на 1

№3

$[x] < [y]$



$[x] < [y]$

$\Rightarrow y \geq x+1$

$x = n \Rightarrow y \geq n+1$

$x = 0 \quad y \geq 1$

$x = 1 \quad y \geq 2$

$x = 2 \quad y \geq 3 \ldots$

$x = 1{,}2 \quad y \geq 2$ и т.д.

$S_к = 10 \cdot 10 = 100$

$S_{xy} = 1+2+3 \ldots +9 = 45$

– ряд увеличивается на 1 10 раз, то есть

$S_{xy} = 0 + (0+1) + (0+1+1) \ldots$

$S_{xy} = S_м = 45$

+

$\Rightarrow \frac{S_м}{S_к} = \frac{45}{100} = 0{,}45$

Ответ: $\frac{S_м}{S_к} = 0{,}45$

№4

$n = 50$ человек
r - целое
$r_1 \leq 50$ тыс
$r_2 \leq 100$ тыс
$r_2 - r_1 \neq 50$ тыс
S - ?

чтобы условия удовлетворялись, надо, чтобы взносы в первый день были не больше 25 тыс, иначе какие-то другие финансисты в следующий день заплатят > 100 тыс

Действительно, пусть

I. день: $\overset{r_0}{1}, \overset{r_1}{2}, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \ldots 23, 24, 25$ - взносы
⇒ II день: $76, 77, 78, 79, 80 \ldots 95, 96, 97, 98, \overset{r_{49}}{99}, \overset{r_{50}}{100}$ - взносы

всего 50 взносов $r_1 \leq 50$, $r_2 > 50$ и $r_2 \leq 100$

чтобы удобно посчитать, сложим $r_0 + r_{50}$, $r_1 + r_{49}$ и т.д.

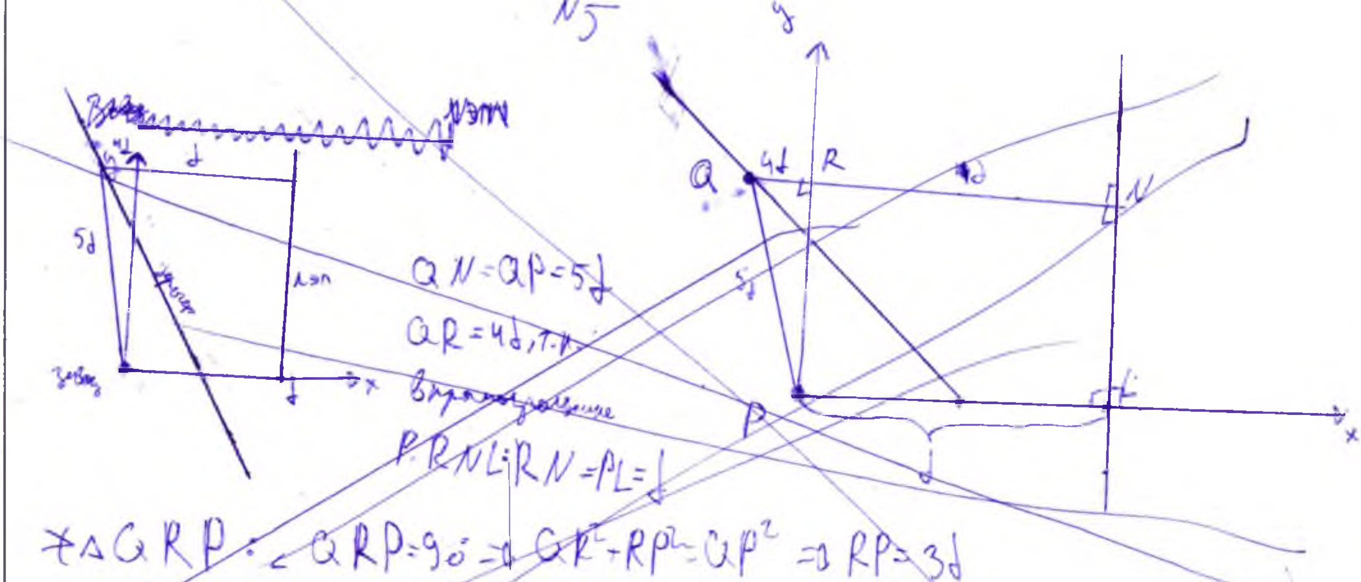
$r_0 + r_{50} = r_1 + r_{49} = \ldots = 101$ тыс, всего пар также $\frac{50}{2} = 25$

$\Rightarrow S = (r_0 + r_{50}) \cdot 25 = 101 \cdot 25 = 2525$ тыс

Ответ: $S = 2525$ тыс

один частный случай
(±)

№5

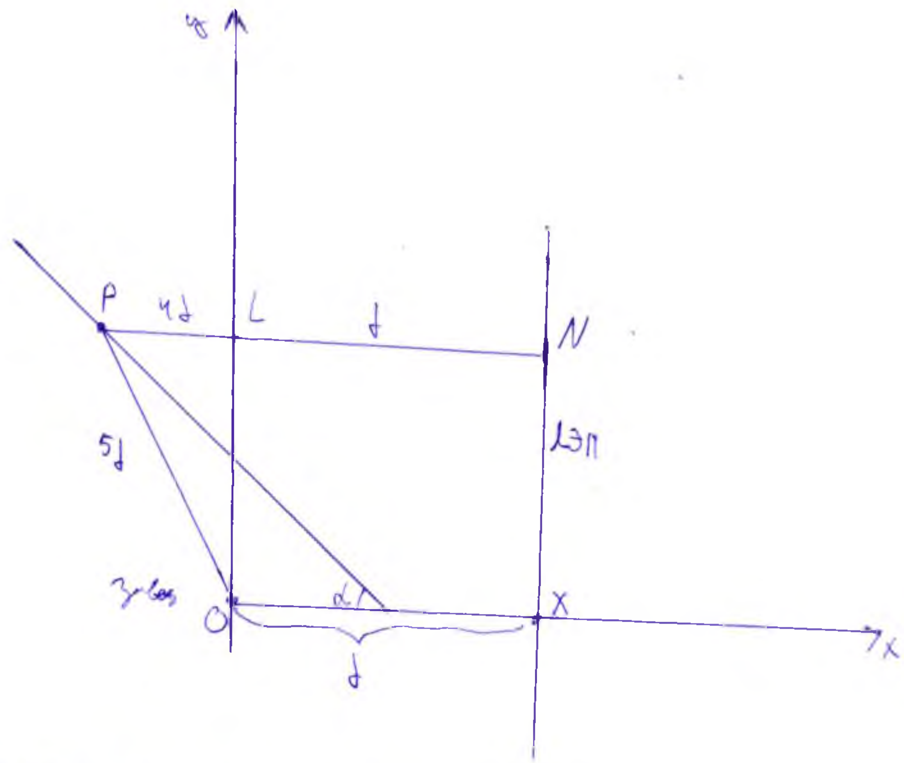


$QN = QP = 5d$
$QR = 4d$, т.к. в прямоугольнике $PRNL$: $RN = PL = d$

$\Rightarrow \triangle QRP$: $\angle QRP = 90° \Rightarrow QR^2 + RP^2 = QP^2 \Rightarrow RP = 3d$

$\Rightarrow$ координаты точки $Q(-4d, 3d)$

№5



$\alpha < 90^\circ$

т.P – находится на расстоянии 5d от завода, $PN \perp XN$, т.к. $PN = 5d$ – кратчайшее расстояние до прямой XN (перпендикуляр)

т.к. □LOXN: $LN = OX = d$ $\quad PN = LN + PL = 5d$

$\Rightarrow PL = 4d$

т.к. △PLO $\angle PLO = 90^\circ$, т.к. $OL \parallel NX$ по условию и $LN \perp NX$

$\Rightarrow PL^2 + LO^2 = PO^2 \Rightarrow 16d^2 + LO = 25d^2 \Rightarrow LO = 3d$

⇒ координата точки P по $y = 3d$, а по $x = -4d$

Ответ: $(-4d; 3d)$

7

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ	90Q 11-76	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Амантаев

ИМЯ Артур

ОТЧЕСТВО Махмудович

Дата рождения 18. 11. 2003 Класс: 10

Предмет Математика Этап: Финальный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 8. 02. 2020
(число, месяц, год)

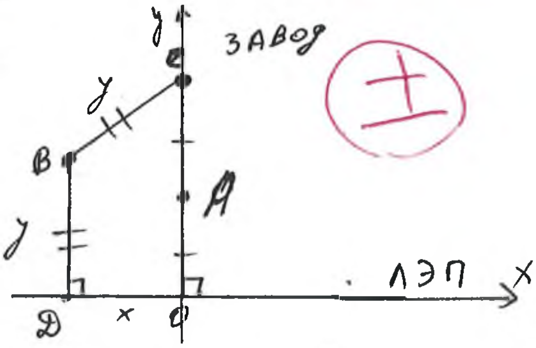
Подпись участника олимпиады: Амантаев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90 Q 11-76

1.



±

т. C – завод

Прямая OD – ЛЭП.

$CO \perp OD$, $CO = d$

Т.к. минимальное расстояние от точки до прямой это длина отрезка перпендикулярного этой прямой, то расстояние от т. B равно длине BD, а от т. A – OA.

$CO \perp OD$, т. A – середина CO ⇒ т. A лежит на дороге.

$BD \perp OD$ и $BC = BD$ (т. B произвольна выбронная точка с такими условиями). Тогда т. B лежит на дороге.

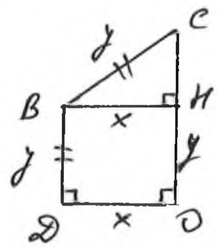
Проведём координатные оси: $\begin{cases} OX \parallel OD \\ OY \parallel OC \\ \text{т. } O - \text{начало координат} \\ OY \uparrow\uparrow OC \\ OX \uparrow\uparrow DO \end{cases}$

Пусть $OD = x$, $BD = CB = y$, тогда координаты т. B $(-x; y)$

Проведём $BH \perp CO$, тогда

$BH \parallel DO$ ⇒ DBHO – пар-м,

тогда $BH = x$, $OH = y$.



$CO = CH + OH = d$

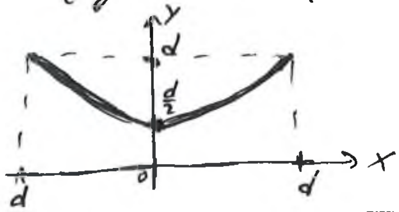
По т. Пифагора: $CH = \sqrt{BC^2 - BH^2}$

$CH = \sqrt{y^2 - x^2}$

$CO = \sqrt{y^2 - x^2} + y = d$

$\sqrt{y^2 - x^2} = |d - y|$ ⇒ $\begin{cases} y^2 - x^2 = (d-y)^2 \\ y \le d \end{cases}$ ⇒ $\begin{cases} 2dy = d^2 + x^2 \\ y \le d \end{cases}$ ⇒

⇒ $\begin{cases} y = x^2 \cdot \left(\frac{1}{2d}\right) + \frac{d}{2} \\ y \le d \Rightarrow |x| \le d \end{cases}$



Значит, наша дорога – это ~~кусок~~ часть параболы.

Ответ: часть параболы

$\begin{cases} y = x^2 \cdot \frac{1}{2d} + \frac{d}{2} \\ |x| \le d \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$

$[x]\in\mathbb{Z}$, тогда пусть $k=[x]$, где $k\in\mathbb{Z}$

$2k+y=1,5 \Rightarrow y=\frac{2n+1}{2}$, где $n\in\mathbb{Z}$

Значит $2y\in\mathbb{Z}$

Тогда $3k-2y=p \Rightarrow p\in\mathbb{Z}$

$\begin{cases} 2k+y=1,5 & (1) \\ 3k-2y=p & (2) \end{cases}$ $(1)\cdot 2+(2)$: $7k=3+p$

$p=7k-3$, где $k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $p=7k-3$, где $k\in\mathbb{Z}$

(+)

4. $\left.\begin{array}{l} a\circ x=b \\ y\circ z=\frac{y+z+|y-z|}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow a\circ x=\frac{a+x+|a-x|}{2}=b$

$a+x+|a-x|=2b$

(±)

$\begin{cases} a\in X \\ b\in X \\ x\in X, \text{ } x\text{-единственный.} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a>x \\ \varnothing \text{ или } x\text{-любое} \end{cases} \\ \begin{cases} a\le x \\ a+x+x-a=2b \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} a\le x \\ x=b \end{cases}$

т.к. $b\in X$, то $x\in X$ и x-единственный, но т.к. b-меняется, то для разных b будет разный x, что нам не подходит.

Тогда нужно, чтобы x равнялся $a \Rightarrow$ ~~b=a~~, тогда и $a=b$ (чтобы ур-ние было верно)

Тогда $X\in\{k\}$, где k-любое целое число. Тогда $a=b=x=k$.

Иначе при раскрытии модуля x будет любым числом.

Ответ: $X\in\{k\}$, где k- любое целое число.

5. x – кол-во пятёрок

y – кол-во двоек

Тогда действия а), б), в), г):

а) $\begin{cases} a+2 \\ b-1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} a+1 \\ b+2 \end{cases}$ в) $\begin{cases} a-2 \\ b-1 \end{cases}$ г) $\begin{cases} a-1 \\ b-2 \end{cases}$

Пусть кол-во действий а) – k

б) – m

в) – n

г) – p

Тогда т.к. изначально 3 пятёрки и 30 двоек, и в конце 30 пятёрок и 3 двойки, то:

$$\begin{cases} 30 = 3 + 2k - 2n + m - p & (1) \\ 3 = 30 - k - n + 2m - 2p & (2) \end{cases}$$

(1) + (2): $33 = 33 + 2k - 2n + m - p - k - n + 2m - 2p$

$$k - 3n + 3m - 3p = 0$$

$$k = 3(n + p - m) \quad (*)$$

В (1): $30 = 3 + 6n + 6p - 6m - 2n + m - p$

$$4n + 5p - 5m = 27$$

$$4n + 5(p - m) = 27$$

Т.к. $n \in N$, $p \in N$, $m \in N$ и $k \in N$, то подберём такие m, n и p, чтобы это уравнение выполнялось: $\begin{cases} n = 8 \\ m = 1 \\ p = 0 \end{cases}$

По (*) найдём k: $k = 3 \cdot 7 = 21$

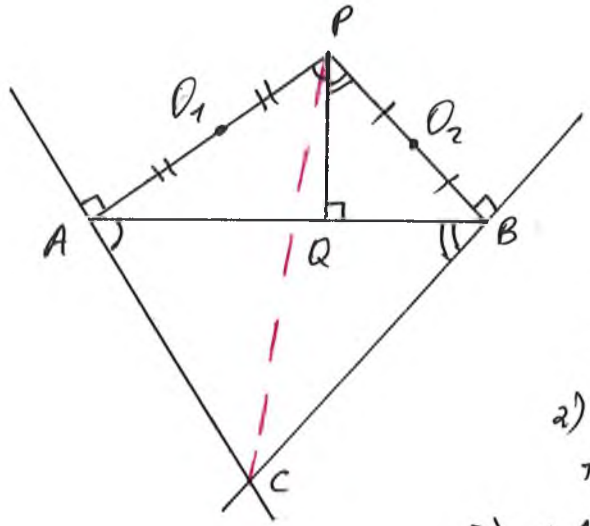
В (1): $30 = 3 + 21 \cdot 2 - 2 \cdot 8 + 1 - 0 \Rightarrow 30 = 30$ верно

В (2): $3 = 30 - 21 - 8 + 2 \cdot 1 - 0 \Rightarrow 3 = 3$ верно

Значит, он может это сделать различными способами в том числе и моим примером (21 раз а); 1 раз б); 8 раз в); ни разу г)).

Ответ: да, может

3.



Дано: $\omega_1 \cap \omega_2 =$ т. P и т. Q

AC и BC – кас-ые,

$AB \perp PQ$

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$

Док-во:

1) $\angle PQB = 90° \Rightarrow PB$ – ~~диагональ~~ диаметр, т.е. т. $O_2 \in PB$.

2) $\angle AQP = 90° \Rightarrow AP$ – диаметр, т.е. т. $O_1 \in AP$

3) $\angle APQ = 90° - \angle PAQ = 90° - (90° - \angle BAC) = \angle BAC$

4) $\angle BPQ = 90° - \angle PBQ = 90° - (90° - \angle ABC) = \angle ABC$

В $\triangle ABC$ по т. синусов: $\dfrac{AC}{\sin ABC} = \dfrac{BC}{\sin BAC}$

$$\frac{AC}{\sin BPQ} = \frac{BC}{\sin APQ} \Rightarrow \frac{AC}{\sqrt{1-\cos^2 BPQ}} = \frac{BC}{\sqrt{1-\cos^2 APQ}}$$

$$BC = \frac{\sqrt{\frac{AP^2-PQ^2}{AP^2}}}{\sqrt{\frac{PB^2-PQ^2}{PB^2}}} \cdot AC \Rightarrow BC = \sqrt{\frac{AP^2-PQ^2}{PB^2-PQ^2}} \cdot \frac{AC \cdot PB}{AP}$$

$$BC = \frac{AQ \cdot AC \cdot PB}{QB \cdot AP}$$

$$tg\, CPB = \frac{BC}{PB} \Rightarrow tg\, CPB = \frac{AC \cdot AQ}{AP \cdot QB}$$

$$tg\, APQ = \frac{AQ}{PQ} \Rightarrow tg\, APQ = tg\, CPB \cdot \frac{AP \cdot QB}{AC \cdot PQ}$$?

APBC – вписанный четырёхугольник (т.к. $\angle PAC + \angle PBC = 180°$, $\angle APB + \angle ACB = 180°$)

$\dfrac{AP}{AC} = tg\, ACP$, $\dfrac{QB}{PQ} = tg\, QPB = tg\, ABC$, $\dfrac{AC}{AP} = tg\, APC$

И т.к. $tg\, ABC = tg\, APC$ (т.к. APBC – вписанный и оба угла опираются на одну хорду), то $\dfrac{AP \cdot QB}{AC \cdot PQ} = 1$, значит,

$tg\, APQ = tg\, CPB \Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$, ч.т.д.

$\pm$

2-й случай

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ	ЭЕ 44-96
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Анисимов Анисимов

ИМЯ Александр Александр

ОТЧЕСТВО Артёмович Артёмович

Дата рождения 15.07.2006 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Анис

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Пусть Марья Ивановна – М.И.; Иван Ильич – И.И.; Александра Варфоломеевна – А.В; Пётр Петрович – П.П.

Запишем верные утверждения:

1) Если М.И в сети, то И.И. и А.В. тоже в сети
2) А.В. или П.П. в сети
3) Хотя бы один из И.И. и М.И в сети
4) П.П. и И.И. либо ~~оба~~ в сети, либо никто.

Примечание: „в сети" – значит сидит ВКонтакте.

Пусть М.И. в сети, тогда И.И. и А.В тоже в сети (из 1 утвержд.). Тогда П.П тоже в сети (из 4). Но тогда А.В. и П.П. оба в сети!!! из 2 утвержд.

Значит М.И. не в сети.

Пусть А.В. в сети. Тогда П.П. не в сети (из 2). Тогда И.И. тоже не в сети (из 4). Но тогда И.И. и М.И. не в сети!!! (из 3).

Значит М.И. и А.В. не в седти.

~~Пусть П.П. в сети~~, Но тогда П.П. в сети (из 2). Значит И.И в сети тоже (из 4). Этот случай удовлетворяет всем утверждениям (построен на 2 и 4, а к 1 и 3 подходит).

Заметим, что этот вариант единственный. Т.к. мы доказали, что М.И. и А.В. не в сети, а из этого следует, что П.П. и И.И. в сети

Ответ: М.И не сидит ВКонтакте; А.В. не сидит ВКонтакте; И.И сидит ВКонтакте и П.П. сидит ВКонтакте.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Заметим, что 2020^{2019} не влияет на последнюю цифру, т.к. 2020 - оканчивается на 0, на кол-во единиц в какой-то степени влияет только изначальное кол-во единиц, то есть 0, а 0 в любой степени равен 0.

Значит на последнюю цифру влияет только 2019^{2020}. Проследим величину последней цифры (кол-во единиц) в зависимости от степени.

степень 1 - 9, 2 - 1, 3 - 9, 4 - 1. и т.д. Получим цикл $9 \rightleftarrows 1$,

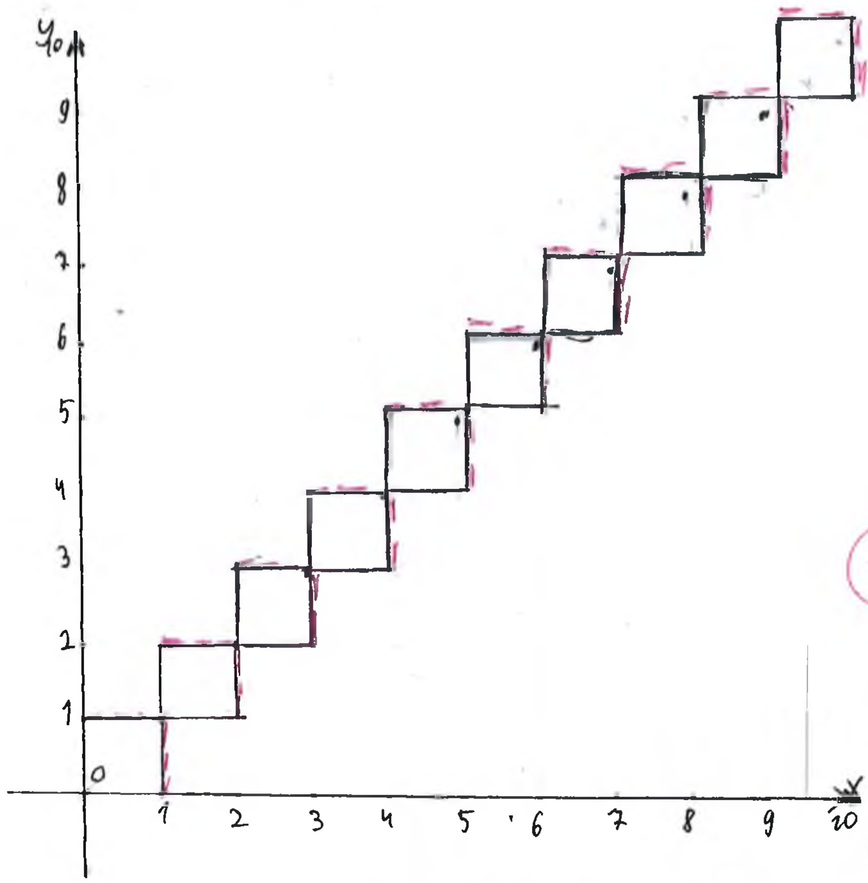
В нечётной степени 2019 оканчивается на 9, а в чётной - на 1. Степень 2020 - чётная $\Rightarrow 2019^{2020}$ оканчивается на 1. ~~К~~ ~~А~~ величина последней цифры у $2019^{2020} + 2020^{2019}$ равна $\underset{\text{от } 2019^{2020}}{1} + \underset{\text{от } 2020^{2019}}{0} = 1$

Ответ: 1.

№3

Заметим, что если $[x]=[y]$, то у x и y одинаковая ~~ко~~ целая часть. Тогда множество точек M лежит внутри квадратов с координатами $(x=k^n, y=k^n)$ и $(x=k^n+1, y=k^n+1)$, где k^n ~~-~~ целое, $0 \le k^n \le 9$ ($k^n \ge 0$ т.к. M внутри квадрата K с координатами $(0,0)$ и $(10,10)$, а $k^n \le 9$, т.к. k^n+1 должно быть ≤ 10, т.к. M внутри квадрата K с координатам $(0,0)$ и $(10,10)$)

Изобразим множество точек M.



Получилось немного криво, но суть ясна

Получим, что M = 10 квадратов 1x1, значит площадь множества M занимает ~~10 · 1.1 = 10~~ $\frac{1}{10}$ площади от квадрата K (т.к. площадь квадрата K = 10x10 = = 100 квадратов 1x1)

Ответ: $\frac{1}{10}$.

№4

Можно.

Заметим, что вес слова „СТО" (x) равен сумме кодов С, Т, О, а весх слова „ШЕСТЬСОТ" (y) равен сумме кодов С, Т, О, Ш, Е, С, Т, Ь.

Заметим, что $y \geq x$, т.к. y содержит x в себе. Т.к. ~~ве~~ x не меньше y, то $x = y$.

Пусть код С = С, Т = Т, О = О, Ш = Ш, Е = Е, Т = Т, Ь = Ь.

Значит $С + Т + О + Ш + Е + С + Т + Ь - С - Т - О = 0$

$$Ш + Е + С + Т + Ь = 0$$

Значит код $Ш \overset{1\,способ}{=} 0$, $Е \overset{1\,способ}{=} 0$, $С \overset{1\,способ}{=} 0$, $Т \overset{1\,способ}{=} 0$, $Ь \overset{1\,способ}{=} 0$, а код О ~~н~~ может принимать любое значение от 0 до 9.

Значит такое кодирование можно осуществить $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 = 9$ способами.

Но заметим, что такое кодирование не допускает однозначное восстановление слова, т.к. ≥ 5 букв имеют одинаковые коды однозназначно определить какая именно буква нельзя.

Ответ: можно, 9, не допускает.

±

№5.

Заметим, что 3 часа = 180 мин.

Скорость поедания Жени $= \frac{5 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} = \frac{1 \text{ ват}}{2 \text{ мин}}$

Скорость поедания Саши $= \frac{3 \text{ ват}}{10 \text{ мин}}$

Пусть Женя ела n минут, а Саша – m минут

Тогда заметим, что конечная их средняя скорость поедания равна $\frac{70 \text{ ват.}}{180 \text{ мин}} = \frac{\frac{5 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} \cdot n + \frac{3 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} \cdot m}{n+m} = \cancel{\frac{70 \text{ ват}}{180 \text{ мин}}}$

~~Мы знаем, что n+m = 180 мин. Тогда домножим каждую часть на 180 мин, получим~~

$\cancel{\frac{5 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} \cdot n + \frac{3 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} \cdot m = 70 \text{ ват}}$

Применим основное свойство пропорции:

$70m + 70n = 180 \cdot \left(\frac{1}{2} n + \frac{3}{10} m\right)$

$70m + 70n = \frac{180n}{2} + 54m$

$70m + 70n = 90n + 54m$

$16m = 20n$

$4m = 5n$

Подставим n вместо m в n + m = 180;

$n + 1\frac{1}{4} n = 180$

$\frac{9}{4} n = 180$

$n = 80$ мин ел Женя

а Саша ела $180 - 80 = 100$ мин

Значит Женя съел $80 \cdot \frac{5 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} = 40$ ват, а Саша съел $100 \cdot \frac{3 \text{ ват}}{10 \text{ мин}} = 30$ ват

Ответ: 40 ватрушек – Женя; 30 ват. – Саша.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

D61 32-14

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ Антонов

ИМЯ Григорий

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 02.02.2008 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** ~~Заключ~~ заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

1. Сиропчик сказал, что не ел собачий корм.
2. Торопыжка заявил, что корм съел либо Пончик, либо Сиропчик.
3. Пончик же подтвердил, что Сиропчик корм не ел.

Предположим, что 1-е утверждение ложно (Сиропчик съел корм). Тогда и 3-е утверждение тоже ложно, значит и Пончик соврал, что противоречит условию.

Предположим, что ~~что 3-е утверждение ложно~~ Пончик съел корм. Тогда он говорит правду, что противоречит условию.

+

Предположим, что корм съел Торопыжка. Тогда он соврал, а остальные сказали правду, что подходит к условию задачи.

Ответ: Торопыжка съел за ночь кучу собачьего корма.

№2.

$5^{2020} + 6^{2019} = \ldots?$

$5 \cdot 5 = 25$.

$25 \cdot 5 = 125$

$125 \cdot 5 = 625$ и так далее

Сколько бы мы не умножали „5", всегда на конце произведения будет „5".

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ D61 32-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$6\cdot 6=36$

$36\cdot 6=216$

$216\cdot 6=1296$ и так далее.

Сколько бы мы не умножали ~~чи~~ „6", всегда на конце произведения будет „6."

+

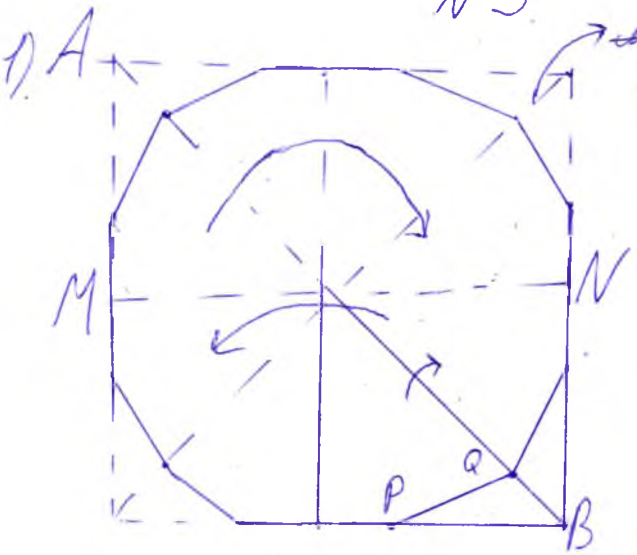
$\ldots 5+\ldots 6=\ldots 1.$

Ответ: цифрой 1 оканчивается значение суммы $5^{2020}+6^{2019}$

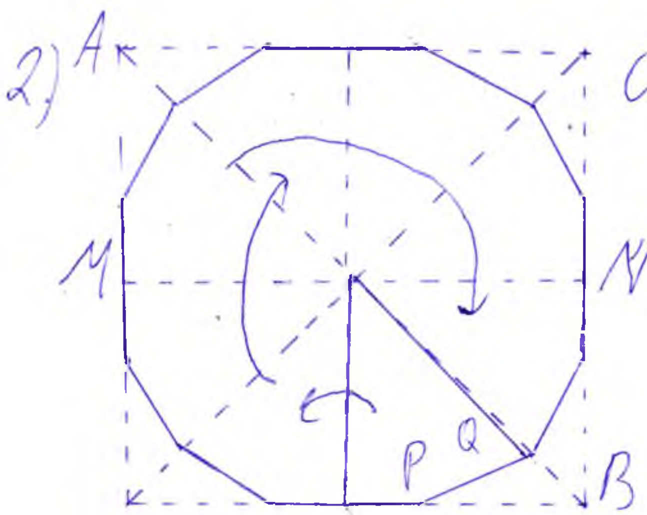
№3

1) ~~места сгибов.~~

Сгиб по линии MN.



2) Сгиб по линии AB



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 19151.   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ D 61 32-14

Ответ: форма отличаться не будет, какой бы не был первый сгиб. Они отличаются только способом сгибов.

+

№ 5.

1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45 (сумма) - номеров в 1 десятке

45+10+11+12+13+14 = 105 (сумма) - наибольшая без повторений.

105+15 = 120, что больше 111.

+

111 - 105 = 6 (номер) - повторяющегося вагона.

Всего вагонов - 15.

Ответ: всего - 15 вагонов, повторяющейся номер - 6.

№4.

Чтобы число СТО было больше или равно ПЯТЬСОТ, надо чтобы числа С, Т, О равнялись самым большим цифрам. Например:

С+Т+О = 9+8+7.

П+Я+Т+Ь+С+О+Т = _+_+8+_+9+7+8, что уже больше СТО, так как число 8 повторяется два раза.

Надо чтобы Т было равно наименьшему чи-

му, так как оно повторяется два раза в ПЯТЬСОТ.
Например: С+Т+О = 9+0+7.
П+Я+Т+Ь+С+О+Т = _+_+0+_+9+7+0, что
ровно С+Т+О.

Но в числе ПЯТЬСОТ есть ещё три числа. Даже если мы подставим самые маленькие,
П+Я+Т+Ь+С+О+Т будет больше чем С+Т+О.
Например: С+Т+О = 9+0+7 = 16
П+Я+Т+Ь+С+О+Т = 1+2+0+3+9+7+0 = 22.
22 больше 16. Значит вес слова „СТО" не может быть больше веса слова „ПЯТЬСОТ".
Ответ: нельзя закодировать буквы О, П, С, Т, Ь, Я, чтобы слово „СТО" было не меньше „ПЯТЬСОТ".

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО	ТИ 80-38
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ Артамонов

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 30.11.2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: К. Арт

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

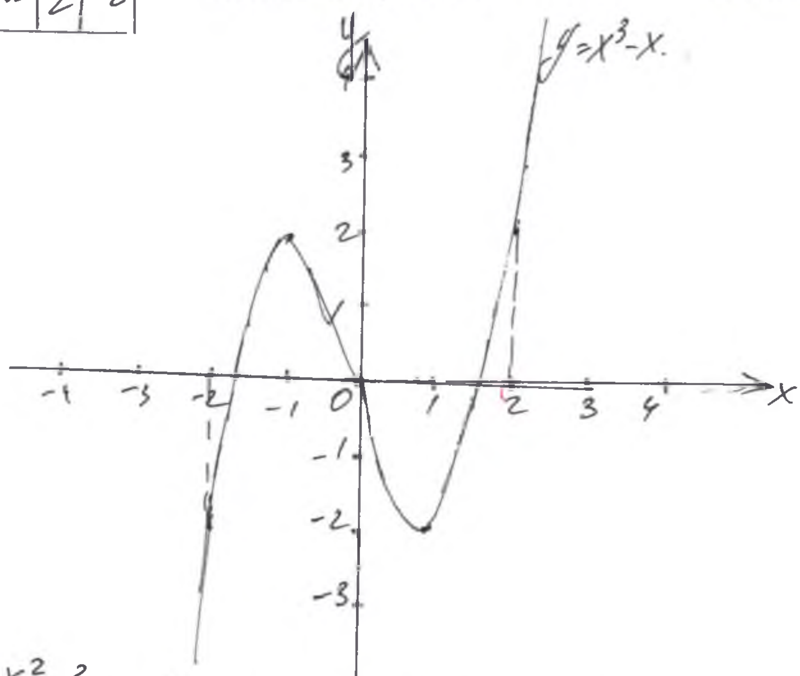
№1

1) В СК xOy построим (примерный) график ф-ии $y=x^3-3x$. Ур-ие $x^3-3x=t$ будет иметь решение, если прямая $y=t$ пересекает график лишь в одной точке

⊳ $y=x^3-3x$, $D(f):R$. Пересек Ox в т-ках $(0;0)$, $(\sqrt{3};0)$, $(-\sqrt{3};0)$

x	0	1	-1	2	-2
y	0	-2	2	2	-2

Ф-ие будет нечетной $f(-x)=-x^3+x=-f(x)$ график симметричен относ начала координат



$y'=3x^2-3$. $y'=0$: $x^2-1=0$; $x=\pm1$ - абсциссы точек, где ~~перегиб~~ произ-ая меняет свой знак. $x=-1$ - т-ка макс $x=1$ - т-ка min.

Из графика можно заметить, что при $t>2$ или $t<2$ ($|t|>2$) ур-ие $x^3-3x=t$ имеет единств. корень, пусть x_0 - данный корень. По графику видим, что $|x_0|>2$ (*)

(*) Определить, что $|x_0|>2$ можно аналитически: Если ~~ур~~ имеет корень x_0, то его можно представить в ~~вде~~:

$$x^3-3x-t=0; \quad (x-x_0)(x^2+x_0x+x_0^2-3)=0$$

Ур-ие $x^2+x_0x+x_0^2-3$ не должно иметь корней, т.е

$$D=x_0^2-4(x_0^2-3)<0$$

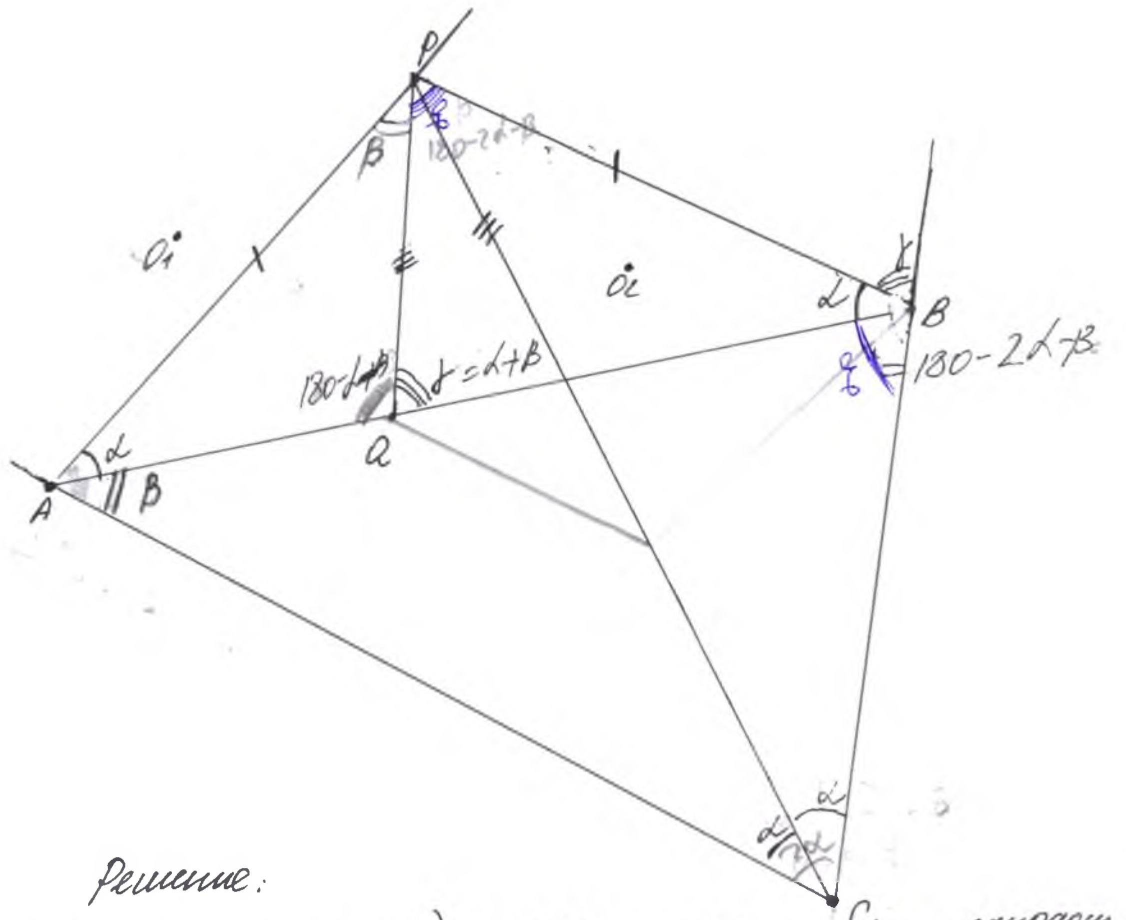
$$12-3x_0^2<0$$

$$x_0^2>4; \quad |x_0|>2$$

Ответ: ур имеет единств корень x_0 при $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ $|x_0|>2$ - оценка корня снизу

(+)

№3



Решение:

1) $\triangle APB$ – р/б (по теореме). $\angle PAQ = \angle PBQ$ – углы, опираю. на одну дугу (равные дуги равных окр-тей)

2) $\angle PAB = \angle PBQ = \alpha$

3) углы м/у касат. и хордой равен впис. углу, опир. на эту хорду, тогда: $\angle PQA = \angle PAC$

$\angle QAC = \angle APQ = \beta$

$\angle PBC = \angle PQB = \gamma$

$\angle QBC = BPQ = \delta$

4) ~~$180-\alpha-\beta = 180-\gamma$; $\gamma = \alpha+\beta$~~

4) обозначим на рисунке равные углы.
$\delta = 180-2\alpha-\beta$; $\gamma = \alpha+\beta$.

5) CP – биссектриса $\angle ACB$, а $\angle ACB = 2\alpha$ (по теор. о сумме углов в $\triangle$ке), тогда $\angle PCB = \alpha$, отсюда
$\angle BPC = 180 - 2\alpha - 180 + 2\alpha + \beta = \beta$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТИ 80-38

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

б) Отсюда, $\angle APQ = \angle BPC$

Чтд.

+

№2 1) По условию задачи $K \in Z$, т.е $(2[x]-x)^2 - 2[y] \in Z$; $2[y] \in Z$, т.е и $([x]-x)^2 \in Z$, те $[x]-x \in Z$ – верно, если $[x] = x$.

2) Система примет вид.

$$\begin{cases} 2x+y=1,5, \ x \in Z \\ -2[y]=K \end{cases}$$

а) Если $K = 2n+1, n \in Z$, то система не имеет ни одного решения, т.к $K = -2[y]$

б) Если $K \neq 2n+1 / n \in Z$, то

$[y] = -\frac{K}{2}$. Пусть Δy – дробная часть y. Тогда:

$\underset{\in Z}{2x} + \underset{\in Z}{[y]} + \Delta y = 1,5$, Отсюда $\Delta y = 0,5$, тогда

$$\begin{cases} y = -\frac{K}{2}+0,5 \\ x = \frac{1,5-y}{2} \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{-K}{2}+0,5 \\ x = \frac{1,5-(-0,5K+0,5)}{2} \end{cases}; \begin{cases} y = -0,5(K-1) \\ x = \frac{0,5K+2}{2} \end{cases}$$

Отсюда получим, что система имеет реш-ия, если $K = 4r, r \in Z$ (чтобы выполнялось условие $[x] = x$)

Итак: если $K = 4r, r \in Z$ то $x = \frac{0,5K+2}{2}$; $y = -0,5(K-1)$

Если $K \neq 4r, r \in Z$, то система не имеет решений

№4

~~Для удобства отличим комбинации~~ а) $-x$

~~распишем условия:~~ б) $-y$

в) $-z$

г) $-t$

$$\begin{cases} 2x+y-2z-t=+1 \\ x-2y-z+2t=+1 \\ x+3y-z-3t=0 \\ 3x-y-3z+t=2 \end{cases}$$

~~$2(x-z) = 1+t-y$~~

~~$x-z = 1+2y-2t$~~

~~$2+4y$~~ ~~Отсюда~~

~~$5t-5y=1$~~

~~$5t-5y=1$~~

~~$t-y=0,2$ – но $t \in N; y \in N$~~

подстановкой в [ур-е] убедиться, что оно не было.

–

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Число в является средним арифметическим чисел а и х.

(*): Характеристическое св-во арифметической прогрессии

$a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$; $n \in N$. Отсюда, чтобы усл-не выполнялось необх-мо, чтобы числа а, х, в задавали арифметическую прогрессию (a_n): a_1; a_2 a_3, где $a_1 = a$; $a_2 = в$; $a_3 = x$

$(a_n) = a$; $в$; x

Таким образом мы можем получить бесконеч. число множеств, состоящих из элементов, образующих арифметическую прогрессию. Но множество должно быть конечным, поэтому усл-ию будут удовлетворять прогрессии с разностью 0. Искомое мн-ва – мн-ва, состоящие $n \in N$ элементов, которые равны м/у собой. т.е. 1-элементные

№5

Пусть хакер провел комбинацию $xa + y \cdot в + z \cdot в + t \cdot z$

Всего возможно 4 случая, такое превращение, которое задумал Петя возможно, если хоть бы в 1 из них оно осуществимо.

I: $\begin{cases} 2x+y-2z-t=1 \\ x-2y-z+2t=1 \\ x+3y-z-3t=0 \\ 3x+y-3z+t=2 \end{cases}$

$2x-2z=t+1-y$

$x-z=1+2y-t$: $2x-2z=2+2y-2t$

$t+1-y=2+2y-2t$

$3y-3t=-1$

$3(y-t)=-1$

$y-t=-\frac{1}{3}$ - усл. не вып.

тк $y \in N$; $t \in N$

II: $2x-2z=3+t-y$

$x-z=3+2y-2t$

$6+4y-4t=3+t-y$

$3=5(t-y)$ неверно

III: $2x-2z=9+t-y$

$x-z=9+2y-t$

$18+4y-4t=9+t-y$

$9=5(t-y)$ - неверно

IV: $54+4(y-t)=27+t-y$

$54+4y-4t=27-y+t$

$5y-3t=-27$ неверно

~~Получим, что ни в одном из случаев не получается~~

** Получим что ни при какой стратегии хакеру не удастся получить требуемый результат.

Ответ: не может

10

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200

Место проведения

Гд 30-71

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ АРШИНОВ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 20.10.2002 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть ЛЭП проходит по оси Ox, а завод находится в точке $(0;d)$. Тогда расстояние от точки с координатами $(x;y)$ до ЛЭП будет y, а до завода — $\sqrt{x^2+(y-d)^2}$. Нам нужно, чтобы расстояния были равны:

∓

$$y=\sqrt{x^2+(y-d)^2}$$

y не может быть отрицательным, т.к. в противном случае завод всегда будет находиться дальше ЛЭП, значит мы можем

$$y^2=x^2+(y-d)^2$$

$$\cancel{y^2}=x^2+\cancel{y^2}-2yd+d^2$$

$$y=\frac{x^2+d^2}{2d}$$

Отв.: $y=\frac{x^2+d^2}{2d}$. ? вид кривой?

№2.

~~Выразим p из второго уравнения~~

Выразим y из обоих уравнений:

$$\begin{cases} y=\frac{3}{2}-2[x] \\ y=\frac{3[x]-p}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3}{2}-2[x]=\frac{3[x]-p}{2}$$

$$3-4[x]=3[x]-p$$

(+)

$$7[x]=3+p$$

Т.к. $[x]\in\mathbb{Z}$, то $(3+p)\vdots 7$, т.е.

$$p=7k-3,\ \forall k\in\mathbb{Z}$$

Отв.: $7k-3$; $\forall k\in\mathbb{Z}$.

№4.

Если мы обратим внимание на операцию $y \circ z$, которую представим так:

$y \circ z = \frac{y+z}{2} + \frac{|y-z|}{2}$, то мы увидим, по сути, операцию нахождения большего из двух чисел. Докажем:

$a \circ b = c$

$\frac{a+b+|a-b|}{2} = c$

$a+b+|a-b| = 2c$

$a \geq b$:

$a+b+a-b=2c$

$2a=2c$

$a=c$

$a < b$:

$a+b-a+b=2c$

$2b=2c$

$b=c$

Как мы видим, c всегда принимает значение большего числа.

Теперь рассмотрим уравнение из условия задачи:

$a \circ x = b$

Запишем понятнее:

$\max(a, x) = b$

· ~~Во-первых, числовое множество~~ X

Поскольку по условию в числовом множестве X решение должно быть ~~в~~ единственным, то $x \geq a$ и $x = b$. следовательно $x=b$. Если же $x<a$, то ~~для $\forall x$ уравнение будет~~ количество решений уже будет бесконечным.

Отв.: $X=[a; b]$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Гј 30-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Для наглядности составим таблицу операций.

	Пятерки	Двойки
a	+2	−1
b	+1	+2
c	−2	+1
d	−1	−2

А теперь, обозначив количество выполнений каждой операции соответствующей ей буквой, составим уравнение для пятерок:

$3+2a+b-2c-d=30$ (1)

и для двоек:

$30-a+2b+c-2d=3$ (2)

Сложим их:

$33+a+3b-c-3d=33$

$a+3b-c-3d=0$

$a-c+3(b-d)=0$

$a-c=3(d-b)$ (3)

Запомним это и вычтем из (1) (2):

$-27+3a-b-3c+d=27$

$3(a-c)+(d-b)=54$

Выразим из (3):

$9(d-b)+(d-b)=54$

$10(d-b)=54$

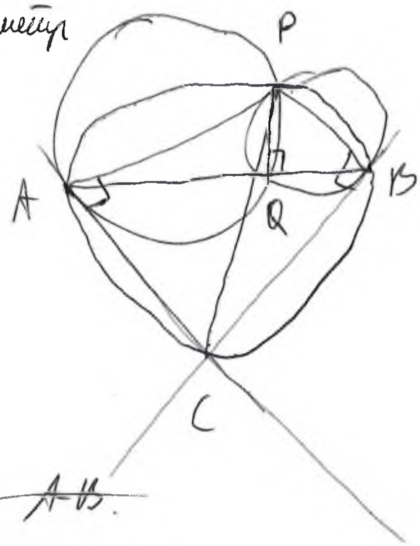
$d-b=5,4$

Разность количеств использований каждой операции, являющимися натуральными числами, не может быть ненатуральным числом.

Отв.: нет, не сможет.

+

№3.



$\angle PQB = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow PB$ – диаметр правого круга.

$\angle PQA = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow PA$ – диаметр левого круга.

AC – касательная $\Rightarrow PA \perp AC$

BC – касательная $\Rightarrow PB \perp BC$

~~Построим круг с диаметром AB.~~

~~$\angle PBC = 90^\circ \Rightarrow PC$ – диаметр третьего круга $\Rightarrow PC = AB$~~

Построим ~~круг с диа~~ окружность с диаметром PC.

$\angle PBC = 90^\circ$, опирается на диаметр $\Rightarrow B$ лежит на окружности Зачем?

$\angle PAC = 90^\circ$, опирается на диаметр $\Rightarrow A$ лежит на окружности

$\Downarrow$

$AB = PC$

+

AB – диаметр $\Rightarrow \angle APB = 90^\circ \Rightarrow APBC$ – прямоугольник. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$BC = AP$~~ $\angle PCB = \angle PAB \Rightarrow \triangle PQA \sim \triangle PBC$ (по ~~углу~~ двум углам) $\Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$, а это и есть углы, под которыми из точки P видны отрезки AQ и CB соответственно, ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

DS 64-95

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Баландин

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 24.08.2003 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

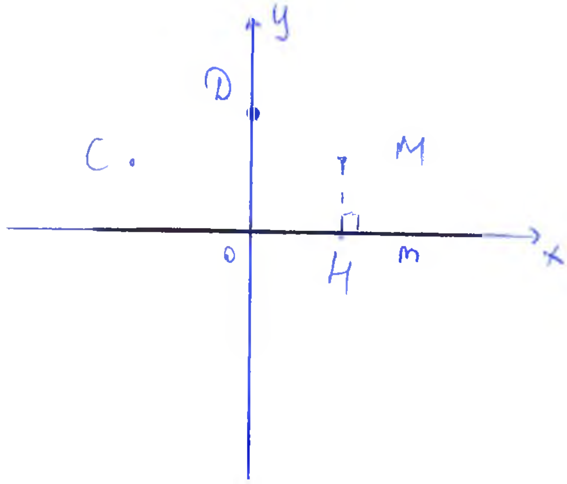
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-95

№1. +

Введем систему координат так, что ось Ox и ЛЭП совпадут, а D-завод будет лежать на оси Oy.



$D(0;d)$

$m: \ y=0$

$d\neq 0$

Пусть $M(x_m;y_m)$ — одна из точек строящейся дороги. Тогда по условию

$$\rho(M;D)=\rho(M;m)$$

$$\rho(M;D)=\sqrt{x_m^2+(d-y_m)^2}$$

$$\rho(M;m)=\rho(M;H)$$, H-проекция M на m $H(x_m;0)$

$$\rho(M;H)=\cancel{x_m^2}\sqrt{y_m^2}$$

$$\sqrt{x_m^2+(d-y_m)^2}=\sqrt{y_m^2}$$

$$x_m^2+d^2-2dy_m+y_m^2=y_m^2$$

$$y_m=\frac{x_m^2}{2d}+\frac{d}{2}$$

Следовательно, если точка лежит на дороге, то её координаты удовлетворяют уравнению $y=\frac{1}{2d}x^2+\frac{d}{2}$.

Пусть точка $C(x_c;y_c)$ удовлетворяет уравнению $y_c=\frac{1}{2d}x_c^2+\frac{d}{2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-95

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$y_c = \frac{1}{2d} x_c^2 + \frac{d}{2} \quad | \cdot 2d$

$2dy_c = x_c^2 + d^2$

$x_c^2 + y_c^2 - 2dy_c + d^2 = y_c^2$

$x_c^2 + (y_c - d)^2 = y_c^2$

$(\rho(C;D))^2 = (\rho(C;m))^2$

$\rho(C;D) = \rho(C;m)$

Значит, точка лежит на дороге тогда и только тогда, когда её координаты (в нашей системе координат) удовлетворяют уравнению $y = \frac{1}{2d} x^2 + \frac{d}{2}$.

$\begin{cases} 2[x] + y = 1{,}5 \\ 3[x] - 2y = p \end{cases}$ $\quad n = [x],\ n \in Z$

$\begin{cases} 2n + y = 1{,}5 \\ 3n - 2y = p \end{cases}$ $\begin{cases} 4n + 2y = 3 \\ 3n - 2y = p \end{cases}$ $\begin{cases} 7n = p + 3 \quad (1) \\ 4n + 2y = 3 \end{cases}$

Из (1) $\Longrightarrow$ $p \in Z$, $p = 7t - 3$, $t \in Z$

$\begin{cases} p = 7t - 3 \\ n = t \\ 4t + 2y = 3 \end{cases}, t \in Z$

Если $t \notin Z$, то $n \notin Z$, тогда $[x] = n$ - не имеет решения.

Если $t \in Z$, то $n \in Z$, тогда $[x] = n$ - имеет решение, то тогда и вся система имеет решение.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-95

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит, система имеет решение тогда и только тогда, когда число можно представить в виде $p = 7t-3$, $t \in Z$.

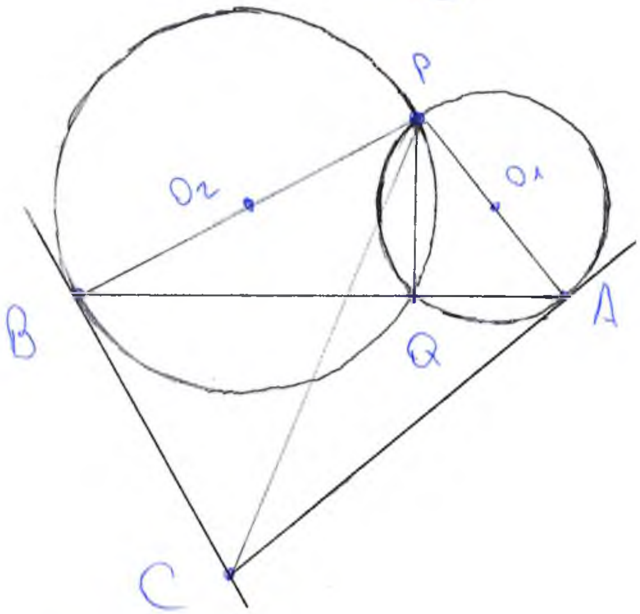
Решениями же будет

$$\begin{cases} y = 1{,}5-2t \\ t \le x < t+1 \end{cases}, t \in Z$$

+

Ответ: все числа вида $7t-3$, $t \in Z$.

№3.



Дано:

окр $(O_1; r) \cap$ окр $(O_2; R) = P; Q$

$\ell \perp PQ$; $\ell \cap$ окр $(O_1; r) = A$

$\ell \cap$ окр $(O_2; R) = B$

CA; CB - касательные к окружностям

Доказать:

$\angle QPA = \angle BPC$

Решение:

1. Т.к. $\angle PQA = 90°$, а $\triangle PQA$ вписан в окр $(O_1; r)$, то PA - диаметр окружности окр $(O_1; r)$

2. Аналогично с $\triangle PQB$ PB - диаметр окр $(O_2; R)$

3. CB - касательная к окр $(O_2; R)$, тогда $CB \perp PB$

4. CA - касательная к окр $(O_1; r)$, тогда $CA \perp PA$

5. $PBCA$: $\angle PBC = \angle PAC = 90°$; $\angle PBC + \angle PAC = 180°$, тогда $PBCA$ - вписанный, значит $\angle BCP = \angle PAB$, как опирающиеся на хорду BP.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-95

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

6. $\triangle BPC$ и $\triangle PQA$:

$\angle BCP = \angle PAQ$; $\angle PBC = \angle PQA = 90°$ т.к. ...

$\angle BPC = \angle PQA$, т.к. ...

±

нет случая

№ 4.

+

$a \circ x = b$

$$\frac{a + x + |a - x|}{2} = b$$

$$a + x + |x - a| = 2b$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq a \\ a + x + x - a = 2b \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq a \\ a = b \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq a \\ x = b \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq a \\ a = b \end{cases} \end{array}\right.$$

Предположим, мы нашли одно такое множество X.
Пусть какое-то число $c \in X$

Тогда при $a = c$; $b = c$ $\qquad a \in X$, $b \in X$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq c \\ x = c \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq c \\ c = c \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = c \\ x < c \end{array}\right. \qquad x \leq c$$

$x \in (-\infty; c]$

~~т.к. $x \in X$, то $(-\infty; c]$~~ - подмножество множества

Но по предположению корень должен быть единственным получаем противоречие. Если X - не пустое множество, то нет ни одного такого $a \in X$, $b \in X$. Т.е. условие теряет смысл. Значит, таких множеств не существует.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: ~~множ~~ нет ни одного такого числового множества.

№5.

	5	2
а	+2	−1
б	+1	+2
в	−2	+1
г	−1	−2

Пусть мы нашли такую последовательность операций.
Докажем, что если перенести все операции (б) в начало, то ничего не изменится.

$2 \to \underbrace{\qquad\qquad}_{+x+y} \underbrace{бб\ldots б}_{k}$ $\quad 2+x+y \to$

$2 \to \underbrace{бб\ldots б}_{k} \underbrace{\qquad\qquad}_{+x+y}$

5	2
m	n
m+x	n+y
m+x+k	n+y+2k
m	n
m+k	n+2k
m+x+k	n+y+2k

На выходе ~~дан~~ данные не поменялись.
Тогда перенесём все операции (б) в начало.
Пусть их кол-во k, а кол-во операций (г) l.
I $k \geq l$
Перенесём все операции (г) в начало после операций (б).
Тогда ~~во~~ ~~от~~ l операции (г) „убьют" l операций (б).
И у нас останется $\underbrace{бб\ldots бб}_{p}, \underbrace{ава\ldots ав\ldots вавва\ldots ав}$
будет уничтожать соседние операции а и в.
Тогда у нас либо останется $\underbrace{бб\ldots бб}, \underbrace{аа\ldots аа}$
либо $\underbrace{бб\ldots бб}_{p}$ вв…вв

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

II $\ell \geq k$

Тогда перенесём k операций (г) в начало после операций (б). Они „убьют" все операции (б). Оставшиеся перенесем в конец. Результат не изменится и мы может так сделать, т.к. если убрать все операции (г) число 2 и 5 на выходе станет больше, если же поставить операции (г) в конец, они сравняют ~~их числ~~ с их кол-во к первоначальному.

Тогда у нас останется $\underbrace{aba\ldots aab\ldots bab}\ \underbrace{гг\ldots г}_{p}$

Соседние (а) и (в) уничтожают друг друга.

Тогда либо $\underbrace{aa\ldots aa}_{\ell}\ \underbrace{ггг\ldots г}_{p}$

либо $\underbrace{вв в\ldots вв}_{\ell}\ \underbrace{ггг\ldots г}$

I бб...б аа...а

II бб. б вв...в

III аа...а гг...г

IV вв...вв гг...г

Варианты II и IV точно не подходят, т.к. во II число 2 не уменьшится а в IV число 5 не увеличится

I. $\underbrace{бб\ldots б}_{k}\ \underbrace{aa\ldots a}_{\ell}$

5: $+k+2\ell$ 2: $+2k-\ell$

$\begin{cases} k+2\ell=27 \\ \ell-2k=27 \end{cases}$ $\begin{cases} 2k+4\ell=54 \\ -2k+\ell=27 \end{cases}$ $\begin{cases} 5\ell=27\cdot 3,\ \ell \notin N \\ \ell-2k=27 \end{cases}$

Невозможно

III $\overbrace{aa\ldots a}^{\ell}\ \overbrace{гг\ldots гг}^{k}$

5: $+2\ell-k$ 2: $-\ell-2k$

$\begin{cases} 2\ell-k=27 \\ \ell+2k=27 \end{cases}$ $\begin{cases} 5\ell=3\cdot 27 \\ \ell+2k=27 \end{cases}$

Невозможно. Ответ: нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200	АА 32-26	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Балашова

ИМЯ Наталья

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 30.07.2006 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бал

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

обозначения:
Марья Ивановна: МИ
Иван Ильич: ИИ
Александра Варфоломеевна: АВ
Петр Петрович: ПП

1) Если в ВКонтакте сидит МИ, то ИИ и АВ тоже сидят ВКонтакте, по первому утверждению. Т.к. АВ сидит ВКонтакте, то по II утвержден. ПП не сидит ВКонтакте, что противоречит IV утверждению => МИ не сидит ВКонтакте.

2) Если ВКонтакте сидит АВ, то по II утверждению ПП не сидит ВКонтакте. По IV утверждению ИИ не сидит ВКонтакте. Тогда по III утверждению МИ сидит ВКонтакте, но тогда по I утвержд. ИИ сидит ВКонтакте. Получили противоречие => АВ не сидит ВКонтакте.

3) Если ИИ сидит ВКонтакте, то по IV утв. ПП тоже сидит ВК. По II утв. АВ не сидит ВКонтакте. Из (1) МИ не сидит ВКонтакте. Нет противоречий => ВКонтакте сидят ИИ и ПП.

+

№2.

1) Возведем число 9 (последнюю цифру числа 2019) в некоторые степени

$9^1 = 9$
$9^2 = 81$
$9^3 = 729$
$9^4 = \overline{...1}$
$9^5 = \overline{...9}$

Замечаем, что при возведении числа 9 в четную степень на конце получаем 1; а при возведении в нечет. степень пол. 9.

2) При возведении числа оканчивающегося на 0 на конце получим 0

3) $\overline{...1} + \overline{...0} = \overline{...1}$ => цифрой 1

Ответ: 1

+

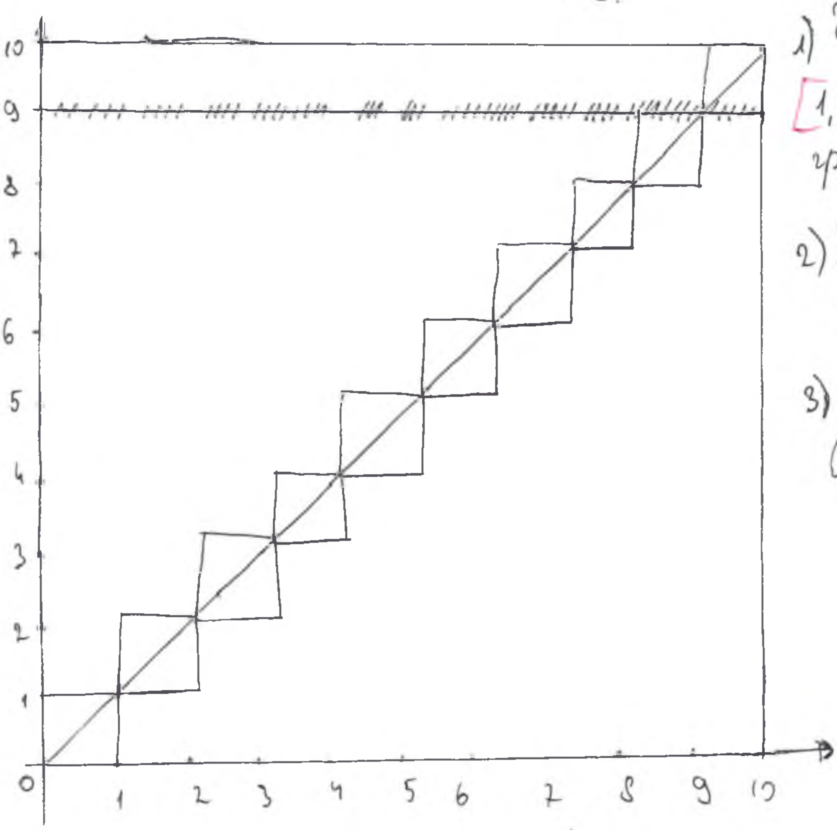
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА 32-26

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.



1) Из условия дано число $\boxed{1,999...} = 1$ => получаем график (число $1,999.. \approx 1$

2) $S_M \approx 1 \cdot 1 \cdot 10 \approx 10 cm^2$

$S_K = 10 \cdot 10 = 100 cm^2$

3) $10 : 100 \approx 0,1$ => 10%

Ответ: 10%

Пояснения? Обоснования?

∓

№4.

1) Если код состоит ~~из~~ из разных цифр, то это невозможно.

т.к:

$C+T+O \neq 2C+2T+O+Ш+E+Ь$

2) Если код может состоять из одинаковых цифр, то:

С=0

Т=0

Ш=0

Е=0

Ь=0

$O = \{0,1,2 ... 8,9\}$

всего сущ 10 вари-антов, то~~то~~ расшифровать код невоз~~в~~можно

+

№5.

x - кол-во подходов которые сделал Женя; y - кол-во подходов Саши.

подход - 10 мин

1) Составим и решим систему ур-й:

$\begin{cases} x\cdot 10 + y\cdot 10 = 180, \\ x\cdot 5 + y\cdot 3 = 70; \end{cases}$ $\begin{cases} 10(x+y) = 180, \\ 5x + 3y = 70; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 18, \\ 5x + 3y = 70; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 18 - y, \\ 5(18-y) = 70; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 18 - y, \\ 90 - 5y + 3y = 70; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 18 - y, \\ 90 - 2y = 70; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 18 - 10, \\ y = 10; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 8, \\ y = 10. \end{cases}$

Женя сделал 8 подходов

Саша сделал 10 подходов

+

2) $8 \cdot 5 = 40$ (в) - съел Женя

3) $10 \cdot 3 = 30$ (в) - съел Саша

Ответ: 40 ватрушек, 30 ватрушек

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ-Москва

Место проведения

MD 90-44

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ БЕЛЫЙ

ИМЯ АНТОН

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 16.12.2002

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

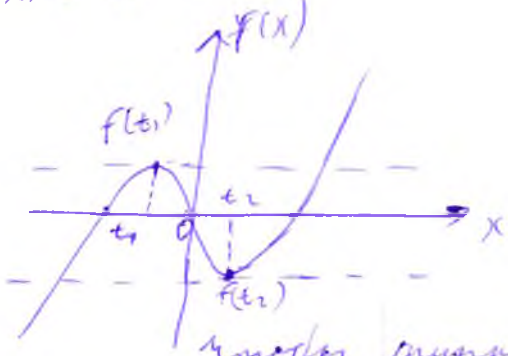
Подпись участника олимпиады: Абел

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① ∀ График функции $f(x) = x^3 - 3x - t$

t - влияет только на вертикальный паралл. сдвиг (по св-ву свободного члена)

$f(x) = x^3 - 3x$

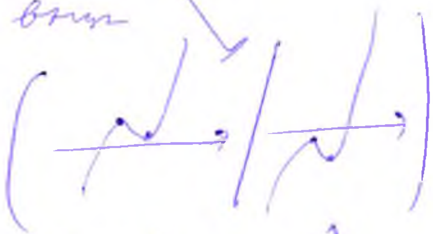


·) $f(x)$ - нечетная
⇓
симметрия отн O

чтобы функция имела ровно 1 корень, надо, чтобы точки ~~экстр~~ $f(t_1)$ и $f(t_2)$ лежали по одну сторону от Ox

⇓
$|t|$ - сдвиг ~~вв~~ вверх вниз

$|t| > |f(t_1)|$



t_1, t_2 - точки экстремума

$|t| > 2$
⇓
$t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

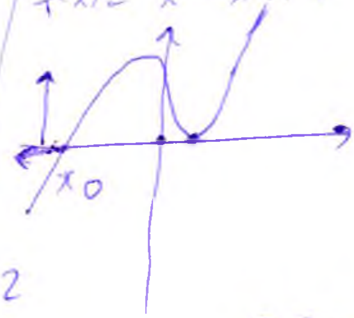
⇓
$f'(x) = 3x^2 - 3$

$3x^2 - 3 = 0$

$x = \pm 1$
⇓
$t_1 = -1$

$t_2 = 1$
⇓
$|f(t_1)| = $ $|1-4| = 2$

·) ∃ $t = 1$
⇓
$f(x) = x^3 - 3x + 1$



.) Если мы будем ↗ t
⇓
x_0 будет ↘
⇓
т.к. $x_0 < 0$
⇓
$|x_0|$ ↗

⊥ сл. имеет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МД 90-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

$x_1 = 1$ $\quad f(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$x = \frac{-1+3}{2} = 1$ $= t_1$

$x = \frac{-1-3}{2} = -2$

$\Downarrow$

$x_0 = -2$

при $t = 2$

$x_0 = -2$

при $\nearrow t$

$x_0 \searrow$

$\Downarrow$

$x_0 < -2$

аналогично и для $t = -2$

$x_0 > 2$

по св-ву нечетной функции

$\Downarrow$

Ответ: $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$|x_0| > 2$

+

④ $\exists$ $S(a, x) = b$

$\frac{a+x}{2} = b$

$x = 2b - a$ – корень уравнения для (a, b)

.) $\nexists$ коренное множество X (конечное + $\exists x$ для $\forall S(a,x) = b$, $a \in X$, $b \in X$)

.) $\exists$ в X есть два разных числа a, b

без огр. общ-ти считаем: $a < b$

$\Downarrow$

есть и $x = 2b - a$

$x = b + \underset{\vee 0}{(b-a)} \Rightarrow x > b$

$\Downarrow$

$\exists x_2 = 2x - b > x$ ...

$\downarrow$ сл. мем

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МД 90-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~пр~~ при $\exists$ $a < b$ в X

$\Downarrow$

порождается бесконечная возрастающая цепочка

$\Downarrow$

множество бесконечно

$\Downarrow$

противоречие

Ответ: X – любое, состоящее из одинаковых конечное ⇓ 1 – элемент числа, пример: $\{1\}$

или $X = \varnothing$ $\{2, 2, 2\}$

$\{3, 3, 3, 3\}$

±

это всегда корректно, т.к. $S(a,a)=a$

Если же $\Downarrow$ множество не может содержать одинаковые элементы (в условии не указано)

$\Downarrow$

$|X| = 1$

(5) 4 действия и их влияние на N_5 и N_2

N действия	ΔN_5	ΔN_2
а	+2	−1
б	+1	+2
в	−2	+1
г	−1	−2

.) Заметим, что действия а↔в, б↔г; взаимно уничтожают друг друга

$\Downarrow$

остаются только наборы

а б

а г – (не по одному разу на операцию)

в б

в г

~~.) заметим, что действия~~ $\exists k$ – кол-во раз применений действия „а" в последоват. „или в" ↓ сл. лист

Лист 03 из 05

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если $k > 0 \Rightarrow$ k-раз применили „а", 0 раз „б"

$k = 0 \Rightarrow$ 0-раз „а", 0-раз „б"

$k < 0 \Rightarrow$ 0-раз „а", $|k|$-раз „б"

$n \in Z$, $K \in Z$

) аналогично ~~для~~ $\cancel{K}$ для („б", „г")

$$\Delta N_5 = 2k + n = (30-3) = 27$$

$$\Delta N_2 = \cancel{3n+2k} -k+2n = \cancel{(30-3)} = 27 \quad 3-30$$

$$\begin{cases} 2k + n = 27 \Rightarrow n = 27 - 2k \\ 2n - k = -27 \end{cases}$$

$$54 - 4k - k = -27$$

$$27 \cdot 3 = 5K$$

т.к. $5k \vdots 5$, а $27 \cdot 3 \not\vdots 5$

$\Downarrow$

$\nexists\, k \in Z$ $(n, \cancel{m})$ – удовлетворяющих системе

$\Downarrow$

Ответ: не может

② Пусть $a > 0 \Rightarrow a = [a] + \{a\}$ | $3{,}5 = 3 + 0{,}5$, $[\,] = 3$, $\{\,\} = 0{,}5$

$a < 0 \Rightarrow a = [a] - \{a\}$ | $-3{,}5 = -3 - 0{,}5$, $[\,] = -3$, $\{\,\} = -0{,}5$

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2 - 2[y] = k \end{cases}$$

$y \geq 0$

$$2[x] + [y] + \{y\} = 1 + \frac{1}{2}$$

$\downarrow$ а.

$y < 0$

$$2[x] + [y] - \{y\} = 1 + \frac{1}{2}$$

лим.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MD 90-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.к. ~~все~~ ~~нужно~~ можно $\{y\} \notin \mathbb{Z}$

$\Downarrow$

$\{y\} = \frac{1}{2}$

$y \geq 0$, $[y] \geq 0$	$y < 0$, $[y] \leq 0$
$y = [y] + \frac{1}{2}$	$y = [y] - \frac{1}{2}$
$2[x] + [y] = 1$	$2[x] + [y] = 2$
$[y] = 1 - 2[x] \geq 0$	$[y] = 2 - 2[x] < 0$
$\Downarrow$ $[x] \leq 0$	$\Downarrow$ $[x] \geq 1$

подставим во второе уравн. $([x] - x)^2 = \{x\}^2$

$\{x\}^2 - 2 + 4[x] = k$	$\{x\}^2 - 4 + 4[x] = k$
$\{x\} = \sqrt{k + 2 - 4[x]}$	$\{x\} = \sqrt{k + 4 - 4[x]}$
$0 \leq \{x\} < 1$ — по св-ву $\{\}$	$0 \leq \{x\} < 1$
$\Downarrow$ $0 \leq k + 2 - 4[x] < 1$	$\frac{k+3}{4} \leq [x] \leq \frac{k+4}{4}$ аналогично
$\frac{k+1}{4} < [x] \leq \frac{k+2}{4}$	$k \equiv 0 \pmod 4$

переберём $k \bmod 4$

$0: \frac{1}{4} < [x] \leq \frac{2}{4}$

$1: \frac{2}{4} < [x] \leq \frac{3}{4}$

$2: \frac{3}{4} < [x] \leq \frac{4}{4}$

$3: \frac{0}{4} < [x] \leq \frac{1}{4}$

можно при $k \equiv 2 \pmod 4$

потому $[x] \in \mathbb{Z}$

$\Downarrow$

$[x] = \frac{k+2}{4} \leq 0$

$\Downarrow$

$k \leq -2$

Ответ: при $k \leq -2$ и $k \equiv 2 \pmod 4$

$x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3k}{4} + \frac{3}{2}}$

$y = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2}$

$\Downarrow$

$[x] = \frac{k}{4} + 1 \geq 0$

$\Downarrow$

$k \geq -4$

$\{x\} = \sqrt{k + 4 - \frac{k}{4} - 1}$

$[y] = 2 - \frac{k}{2} + 2 = 4 - \frac{k}{2}$

Ответ: при $k \geq -4$, $k \equiv 0 \pmod 4$

$x = \frac{k}{4} + 1 + \sqrt{\frac{3k}{4} + 3}$

$y = 4 - \frac{(1+k)}{2}$

~~тогда же~~ —

аналогично

при других k нет решений

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

ЭЕ 44-33

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ БЕРЁЗКИН

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 30.08.2006 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Если Марья Ивановна сидит Вконтакте, то Иван И. тоже. Но Александра Варфоломеевна тогда тоже должна быть Вконтакте, при том, что она заходит лишь когда там нет Петра П., который сидит там всегда с Иваном И. Следовательно Марья Ивановна не может заходить Вконтакте, т.к. будет противоречие, ведь Иван И. и Александра В. не могут сидеть вместе. Иван И. будет сидеть всегда вместе с Петром П. и только тогда, когда Вконтакте не будет Александры В.

Теперь подведём итог:

1.) Марья Ивановна не может сидеть Вконтакте, т.к. возникает противоречие.

2.) Александра Варфоломеевна может находиться Вконтакте лишь одна, т.к. Марья Ивановна не может, а при Иване И. должен быть Петр. П. чего не возможно по условию.

3.) Иван И., а так же Пётр П. по условию сидят лишь вместе и при этом только одни, т.к. с ними не могут быть ни Марья Ивановна, ни Александра В.

+

№ 2.

$2019^{2020} \cdot 2020^{2019}$

Рассмотрим число 2019. Оно оканчивается на 9. Теперь рассмотрим степени числа 9, при степенях на конце будет сначала идти 1, которое при новом умножении на 9 будет давать девятку на конце. Так получается закономерность, при которой число днющее на конце 9 будет в степенях чередовать свои окончания между единицей и девятью. Заметим, что каждую чётную степень число будет кончаться на 1, а каждую нечётную на 9. 2020 — чётное число, т.е. 2019^{2020} имеет на конце 1.

Теперь рассмотрим число 2020^{2019}, поскольку это число кратно 10, то при любом умножении оно будет кончаться на 0, отсюда следует, что $0+1=1$, что и будет окончанием выражения $2019^{2020} \cdot 2020^{2019}$.

(+)

Ответ: 1.

№ 4.

Такое кодирование возможно лишь при том случае, когда все буквы кроме „О" будут весить 0. В условии не отрицается, что разные буквы могут иметь одинаковый вес. В ином случае вес слова „ШЕСТЬСОТ" превысит слово „СТО", т.к. там повторяется 2 буквы из слова „СТО" и есть несколько новых, которые при весе больших 0 будут перевешивать в пользу „ШЕСТЬСОТ". Отсюда следует, что при выборе только одной буквы будет всего 10 вариантов (от 0 до 9).

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

При таком кодировании не допускается однозначного восстановления слова, т.к. многие буквы имеют одинаковые значения в виде 0. Значит вместо 0 может появиться любая буква закодированная под него.

Ответ: Такое кодирование возможно. Есть всего 10 вариантов. Это кодирование не допускает однозначного варианта.

+

№ 5.

3 часа = 180 минут.

180 : 10 = 18 - десятков.

18 · 3 = 54 - ватрушек съел бы лишь Саша.

Если заменять каждые 10 минут Саши на 10 минут Жени, то при каждой замене будет прибавляться 2 ватрушки. Нужно 16 до 70. 16 : 2 = 8 десятков минут ел ватрушки Женя. Значит

8 · 5 = 40 ватрушек съел Женя

10 · 3 = 30 ватрушек съел Саша.

+

N3 −

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Москва, МЭИ

Место проведения

МД 44 - 97

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Браженко

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 10.05.2003

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

~~Ответ: при $t = -\frac{9}{4}$ $x_0 = 1{,}5$ оценка сверху снизу - 1.~~

~~Решение: Уравнение квадратное отн. x, поэтому $\exists! x_0 \Leftrightarrow D = 0$. $x^2 - 3x - t = 0$.~~

~~$D = 9 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{9}{4}$~~

~~Тогда ур-е: $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$~~

~~$(x - \frac{3}{2})^2 = 0$ т.е. $x_0 = \frac{3}{2}$ $|x_0| = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1{,}5$.~~

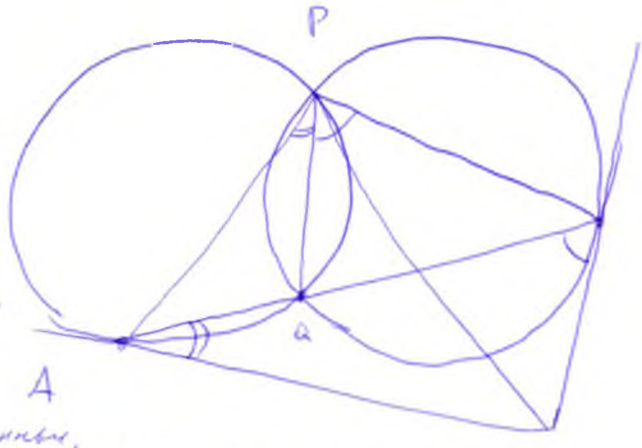
~~поэтому оцениваем снизу самим корнем $x = 1{,}5$~~

~~или 1 (до целых)~~

№3

Ответ: ч.т.д.

Решение:



$\angle QPB = \angle QBC$ (по т. об угле между касат. и хордой)

$\angle APQ = \angle QAC$

в $\triangle ABC$ $\angle ACB = \pi - (\angle CAB + \angle CBA) =$

$= \pi - (\angle APQ + \angle QPB) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APB + \angle ACB = \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow APBC$ - вписанный 4-угольник.

Тогда $\angle BAC = \angle CPB$ (вписанные, опираются на одну дугу)

т.е. $\angle BPC = \angle BAC = \angle APQ$, ч.т.д.

т.к. AQ и BC видны под одним углом из т. P.

+

№ 2

Решение: т.к. $\forall t \in \mathbb{R}$ $t = [t] + \{t\}$, ($\{t\}$ - дробная часть)

$$\begin{cases} 2[x] + [y] + \{y\} = 1 + \frac{1}{2} \\ ([x] - [x] - \{x\})^2 - 2[y] = k. \end{cases}$$

$\Rightarrow \{y\} = \frac{1}{2}$, т.е. $y = a + \frac{1}{2}$, $a \in \mathbb{Z}$. т.к. $2[x]$, $[y]$, 1 - целые.

$$\begin{cases} 2[x] + a = 1 \\ \{x\}^2 - 2[y] = k. \end{cases}$$

т.к. $\{x\} \in [0;1)$, то $\{x\}^2 \in [0;1)$ - но $\{x\}^2$ должно быть целым, т.к. $-2[y]$, k - целые. $\Rightarrow \{x\}^2 = 0 \Rightarrow \{x\} = 0$.

т.е. $x = b$, $b \in \mathbb{Z}$ тогда $[x] = [b] = b$.

$$\begin{cases} 2b + a = 1 \\ -2a = k \end{cases}$$

См. продолжение на стр. 04

~~$2b - 2b + a = k + 1$. $a = k + 1 \in \mathbb{Z}$ $\forall k$. но тогда $2b + k + 1 = 1$ $b = -\frac{k}{2} \in \mathbb{Z}$ при четных k. итого, если k - нечетно, то нет решений, т.к. $b = -\frac{k}{2}$ не целое. если k четно, то $b = -\frac{k}{2}$, $a = k + 1$ $\Rightarrow$ $x = -\frac{k}{2}$, $y = k + \frac{3}{2}$~~

Ответ: $X = \{y\}$, y - любое число. №4.

Решение: Если наше множество состоит из одного числа, то оно подходит: пусть $X = \{y\}$, $y \in \mathbb{R}$.

тогда $a = b = y$: $S(y, x) = y$ $\frac{y+x}{2} = y$ $x = y \in A$.

причем число y - любое.

Пусть теперь $X = \{a_1, a_2, \dots a_n\}$ $(n \geq 2)$

Причем пусть $a_1 > a_2 > \dots > a_n$.

Возьмем в качестве b число a_1,
а в качестве a - число a_2.

тогда $S(a_2, x) = a_1$. $\frac{a_2 + x}{2} = a_1$.

Т.к. $\begin{cases} a_1 > a_2 \\ a_1 \geq x \end{cases}$ (т.к. $x \in X$), то $\frac{a_2+x}{2} \leq \frac{a_2+a_1}{2} < \frac{a_1+a_1}{2} =$

$= a_1$. Поэтому такого числа x, входящего в множество X, не существует $\Rightarrow$ не для любой пары $(a; b)$ существует такой x $\Rightarrow$ множество с $n \geq 2$ элементами не подходит.

№5.

Ответ: нет.

Решение: Имеем операции

№1 $\begin{cases} 5\ (+2) \\ 2\ (-1) \end{cases}$ увеличить кол-во 5 на 2, уменьшить кол-во 2 на 1

№2 $\begin{cases} 5\ (+1) \\ 2\ (+2) \end{cases}$ увеличить кол-во 5 на 1, уменьшить кол-во 2 на 2 и т.д.

№3 $\begin{cases} 5\ (-2) \\ 2\ (+1) \end{cases}$

№4 $\begin{cases} 5\ (-1) \\ 2\ (-2) \end{cases}$

пусть он выполнил операцию №1 a раз, операцию №2 - b раз, №3 - c раз, №4 - d раз

$a, b, c, d \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Тогда

$$\begin{cases} 3 + 2a + b - 2c - d = 30 \\ 30 - a + 2b + c - 2d = 3. \end{cases} \Leftrightarrow$$

первое ур-е описывает кол-во 5-ок, второе - кол-во двоек

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b - 2c - d = 27 \\ a - 2b - c + 2d = 27 \end{cases}$$

умножим второе уравнение на 2 и вычтем из него первое, получим следующее:

+

~~тогда~~ $2a - 2a - 4b - b - 2c + 2c + 4d + d = 54 - 27$.

$5d - 5b = 27$. т.к. $b, d \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, то $d - b \in \mathbb{Z}$

поэтому $5(d-b) \in \mathbb{Z}$, делится на 5. А 27 не делится на 5. Противоречие. Поэтому такого не могло быть.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MD 44-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

$\begin{cases} 2b + a = 1 \\ -2a = k \end{cases}$ если k делится на 4, то a четно ⟹ (из 2ого ур-я)

⟹ 2b+a четно, но 1 – нечетно ⟹ противоречие.

если k нечетно, то во втором ур-ии противоречие, т.к. −2a четно.

Если k делится на 2, но не делится на 4, то $a = -\frac{k}{2}$ нечетно,

и $2b - \frac{k}{2} = 1$ и $b = \frac{k+2}{4}$ Тогда $x = b = \frac{k+2}{4}$,
(нечетно)

$y = a + \frac{1}{2} = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2}$.

Ответ: если k четно и делится на 4, нет решений; если k четно и не делится на 4, то $(x;y) = \left(\frac{k+2}{4}; \frac{1-k}{2}\right)$; если k нечетно, то нет решений.

+

№1

Ответ: при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. Оценка абс. значения снизу 2.

Решение: рассм. $k(x) = x^3 - 3x \Rightarrow k'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$

$k(x)$ ↗↗ на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$

$k(x)$ ↘↘ на $[-1; 1]$.

$+ \quad - \quad +$ $k'(x)$; ↗ -1 ↘ 1 ↗ $k(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} k(x) = +\infty$ Построим график.

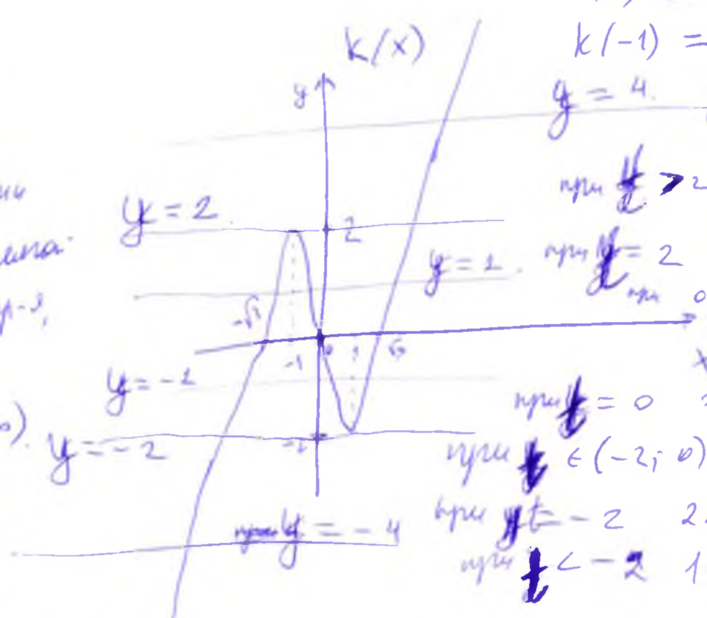
$\lim\limits_{x \to -\infty} k(x) = -\infty$

$k(1) = -2$

$k(-1) = 2$

$x^3 - 3x = x(x^2 - 3)$

$x = 0$, $x = \pm\sqrt{3}$ – нули ф-ии



Т.к. пересечение с прямой $y = t$, есть корень ур-я, то перейдет.

$t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

абсолютное значение при этом пробегает промежуток $(2; +\infty)$, т.е. любое, сколь угодно близкое к числу 2 значение t подходит. Поэтому оценка снизу – число 2.

рассм. прямые $y = t$

при $t > 2$ одно пересечение.

при $t = 2$ 2 пересечения

при $0 < t < 2$ 3 пересечения

при $t = 0$ 3 пересечения

при $t \in (-2; 0)$ 3 пересечения

при $t = -2$ 2 пересечения

при $t < -2$ 1 пересечение

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №42" ауд. 102

Место проведения

AQ 79-37

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ БУРЦЕВ

ИМЯ ЛЕОНИД

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 30.11.2003 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Л. Бурц

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AQ 79-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

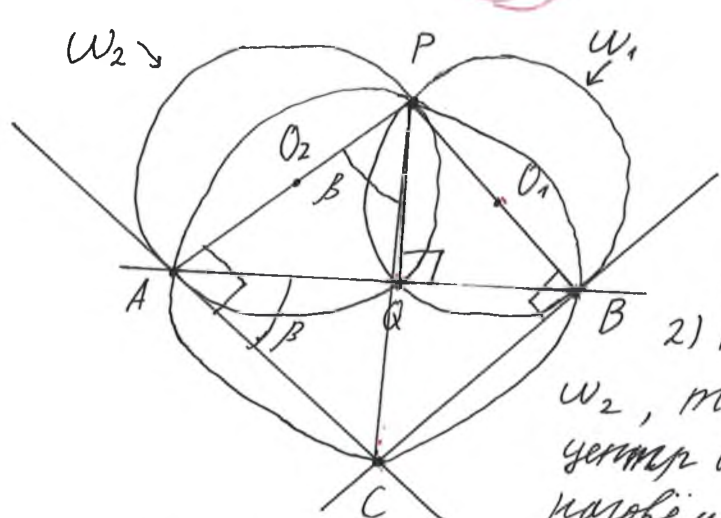
$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$, $\begin{cases} y=\frac{3}{2}-2[x] \\ 3[x]-3+4[x]=p \end{cases}$, $\begin{cases} y=\frac{3}{2}-2[x], \\ p=7[x]-3. \end{cases}$

Т.к. $[x]\in Z$, то и $p\in Z$, т.к. $(7[x]-3)\in Z$.

Пусть $n\in Z$, тогда $p=7n-3$, т.к. $[x]$ всегда может равняться n, где $n\in Z$. (+)

Ответ: $p=7n-3$, где $n\in Z$. (целым числам)

№3



Д-ть: $\angle APQ=\angle CPB$

Д-во: 1) Пусть одна окр-ть — ω_1, а другая ω_2 (обозначены и показаны стрелочками)

2) PA — диаметр окр-ти ω_2, т.к. $\angle AQP=90°$, значит центр окр-ти ω_2, лежит на AP, назовём его O_2.

3) PB - диаметр ω_1, т.к. $\angle PQB=90°$ (вш. угол), значит центр. окр-ти ω_1 лежит на PB, назовём его O_1.

4) $\angle O_1BC=90°=\angle PBC$, т.к. BC-касательная, PB-диаметр.

5) $\angle O_2AC=\angle PAC=90°$, т.к. AC - касательная, PA - диаметр.

6) Пусть $\angle APQ=\beta$, тогда $\angle QAC=\beta$, как угол между хордой и касательной. QA - хорда, AC-касательная, а $\angle APQ$ - опирается на меньшую дугу AQ, окр-ти ω_2.

7) Т.к. $\angle PAC=\angle PBC=90°$, то около 4-угольника PACB, можно описать окр-ть, т.к. $\angle PAC=\angle PBC$ - они противолежащие и равны $90°$

8) Тогда $\angle BAC=\angle BPC=\beta$, т.к. они опираются на одну дугу BC значит $\angle BPC=\angle APQ$, т.к. $\angle APQ=\angle BAC$ (ч.т.д.)

(+) 2-й случай

№2 (продолжение)

Если же $A \in \omega_1$, а $B \in \omega_2$, то доказывается аналогично.

№3 ±

$$a \circ x = \frac{a + x + |a - x|}{2} = b.$$

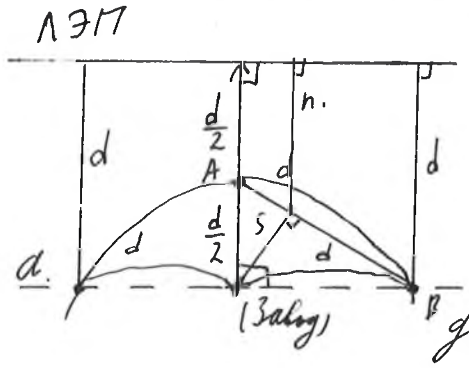
1) Пусть $a > x$, тогда $a \circ x = \frac{a + x + a - x}{2} = \frac{2a}{2} = a = b$, значит такого быть не может, т.к. a и b - могут быть любыми из мн-ва X, а x - должен быть единственным, а в данном случае $x \in \forall$. ~~если мн-во состоит из 2 или более элементов.~~

2) Пусть $a < x$, тогда $a \circ x = \frac{a + x + x - a}{2} = \frac{2x}{2} = x = b$, такого быть не может, если мн-во состоит из 2 или более элементов, т.к. a и b - любые из мн-ва X, значит a, может быть больше b, что невозможно, т.к. $b = x$.

Значит мн-во X состоит из одного элемента, этот элемент может быть любым, т.к. в этом случае

$$a \circ x = \frac{a + x + |a - x|}{2} = \frac{a + x + 0}{2} = \frac{a + x}{2} = \frac{a + a}{2} = a = b,$$ т.к. $a = x$, а значит и $a = b$.

Ответ: X - мн-во, состоит из 1-го элемента, этот элемент может быть любым вещественным числом.



№1. +

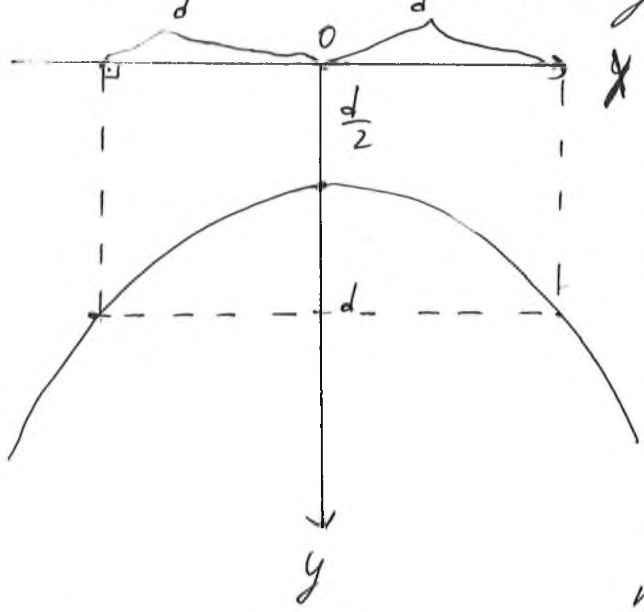
Первоначально, дорога должна располагаться на $\perp$ от З (завода) до ЛЭП, расстояние равно $\frac{d}{2}$. Если дорога располагается на расстоянии d от ЛЭП, то точка дороги располагается на прямой $\parallel$ ЛЭП, и проходящей через т. З, прямая a. Значит расстояние от З до точки дороги равно d. Значит линия дороги

№1 (продолжение)

Кривая или ломанная. Проведём AB, т.A и т.B – точки дороги. Расстояние от т.З до ~~при~~ линии AB, равно S км. $AB=\sqrt{d^2+\frac{d^2}{4}}=$

$=\frac{\sqrt5}{2}d$. Тогда $S=\frac{\frac{d}{2}\cdot d}{\frac{\sqrt5}{2}d}=\frac{d}{\sqrt5}$, что меньше чем $\frac{d}{2}$.

Т.к. $\sqrt5>2$. Значит линия дорога – кривая.



Т.к. $(0;\frac{d}{2})$ – вершина, а линия дороги симметрична относительно OY, но не может превращаться ~~проходить через~~ в круг, т.к. в этом случае, расстояние до ~~до~~ ЛЭП – разное, а до З – одинаковое. То эта дорога – парабола. Линия не может проходить через ⊥ к ЛЭП дважды.

$y=kx^2+b$. При $x=0$; $y=\frac{d}{2}$, значит $b=\frac{d}{2}$.

$x=d$; $y=d$; $d=kd^2+\frac{d}{2}$; $\frac{d}{2}=kd^2$; $\frac{1}{2}=kd$; $k=\frac{1}{2d}$.

$$y=\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$$

№5.

$30\cdot2+3\cdot5=75$.

$30\cdot5+3\cdot2=156$

Надо уменшить сумму на 81.

кол-во цифр:		сумма:
+1	2(5) → −1(2)	8
+3	1(5) → 2(2)	9
−1	−2(5) → 1(2)	−8
−3	−1(5) → −2(2)	−9.

Т.к. надо уменшить сумму на неч. число, то кол-во неч. операций – нечётно. Значит кол-во цифр уменш. или увелич. на неч. число. При добавлении чётных операций, достичь 30(5) и 31(2) – невозможно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРЦО

Место проведения

FX 82-72

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ БУСАРЕВА

ИМЯ Софья

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 20.10.2005

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FX 82-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

Запишем краткое обозначение имен всех сотрудников:

Марья Ивановна - МИ

Иван Ильич - ИИ

Александра Варфоломеевна - АВ

Петр Петрович - ПП

Запишем все известные верные высказывания:

1) если МИ сидит в Вк, то ИИ и АВ сидят в Вк

2) или АВ, или ПП сидит в Вк

3) хотя бы 1 из ИИ и МИ сидит в Вк

4) ПП и ИИ либо сидят вместе либо не сидят вообще

Предположим, что МИ сидит в ~~(телефоне)~~ Вк, тогда ИИ и АВ - сидят в Вк. Значит по 2 высказыванию (раз АВ сидит в Вк) ПП не сидит в Вк. Однако в 4 высказывании сказано, что ПП и ИИ либо вместе сидят в Вк, либо ни один из них не сидит в Вк. А у нас получается, что ИИ сидит в Вк, а ПП - не должен сидеть в Вк. Значит получается противоречие. Тогда МИ не сидит в Вк.

Раз МИ не сидит в Вк, то по 3 высказыванию ИИ должен сидеть в Вк. Значит по 4ому высказыванию ПП тоже сидит в Вк. Соответственно по 2ому высказыванию АВ не сидит в Вк. Выходит что на педсовете в Вк сидят ПП и ИИ.

(+)

Ответ: Да, мы сможем определить, кто сидит в Вк на педсовете это Петр Петрович и Иван Ильич

N2

$2019^{2020} + 2020^{2019}$

Заметим, что 2ое слагаемое (2020^{2019}) оканчивается на 0 (202<u>0</u>). Это означает, что при возведении в любую степень это слагаемое будет оканчиваться на 0. $2020 \cdot 2020 = \ldots 0$, $\ldots 0 \cdot 2020 = \ldots 0$ (т.к $0 \times 0 = 0$)

Значит последняя цифра значения суммы будет ~~зависеть от~~ являться последней цифрой первого слагаемого (2019^{2020})

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FX 82-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Также заметим, что когда мы возводим 2019 в квадрат (т.е $2019 \cdot 2019$) последней цифрой будет являться 1 (т.к $9 \cdot 9 = 81$), при следующем умножении на 2019 последней цифрой будет ($1 \cdot 9 = 9$). Можно заметить чередование последней цифры после ~~разных~~ возведения 2019 в разные степени. Так:

$2019 \times 2019 = \ldots 1$ (т.к $9 \cdot 9 = 81$) (2019 в квадрате)

$\ldots 1 \times 2019 = \ldots 9$ (т.к $1 \cdot 9 = 9$) (2019^3)

$\ldots 9 \times 2019 = \ldots 1$ (т.к $9 \cdot 9 = 81$). Значит после возведения 2019 в четную степень это произведение оканчивается на 1, а после возведения 2019 в нечетную степень, произведение оканчивается на 9. В сумме $2019^{2020} + 2020^{2019}$ число 2019 стоит в четной степени. Значит это слагаемое (2019^{2020}) оканчивается цифрой 1. А по доказанному ранее последняя цифра суммы равна последней цифре первого слагаемого. Значит значение суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается 1.

Ответ: 1

№ 3

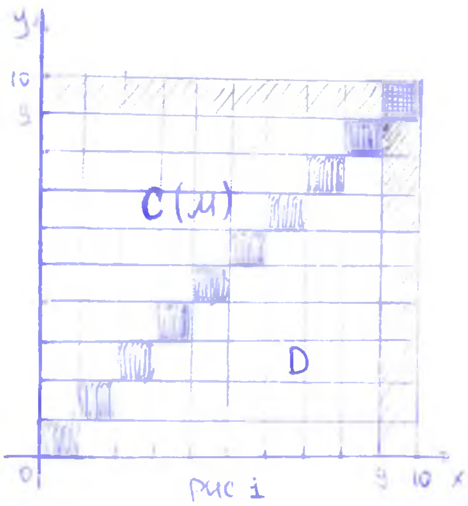


рис 1

Пусть $[x]=9$ это значит, что

$[9{,}39]=9$

$[9{,}5]=9$

$[9{,}99]=9$ Выделим область на графике в квадрате К, где координата x принимает значения от 9 до 10. Аналогично, для координаты y. Эти 2 выделенные области пересекаются. Область их пересечения это участок, на котором $[x]=[y]$ (т.к это области, где $[x]=9$ и $[y]=9$) (кроме границ). Аналогично делаем для всех оставшихся участков квадрата К. Пересечения областей заштриховываем. В итоге получаем такой график (рис 1) (чертой показаны 2 первые выделенные области). Обозначим область квадрата до заштрихованных областей буквой C другую область (ниже этих областей) буквой D.

в области C у-б будут выполняться условие $[x] < [y]$ а в области D будут выполняться условие $[x] > [y]$ это означает.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FX 82-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Точки множества M лежат в области C (т.к весь график разделен на клеточки размером 1×1, то получаем, что область C занимает 45 клеточек, область, где [x]=[y] составляет 10 клеточек, и область D занимает 45 клеточек.)

Тогда отношение области C (тоесть точек множества M) к общей площади квадрата K это $\frac{45}{10 \times 10} = \frac{45}{100} = 0{,}45$. +

Значит множество M составляет 0,45 S квадрата K.

Ответ: 0,45

№ 5.

Построим график и укажем прямолинейный участок ЛЭП и кирпичный завод

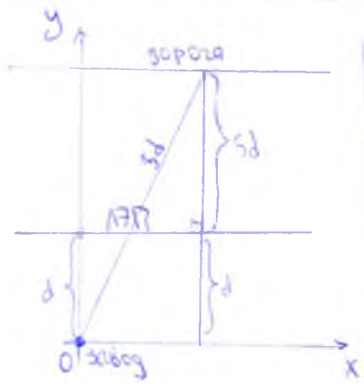


рис 1

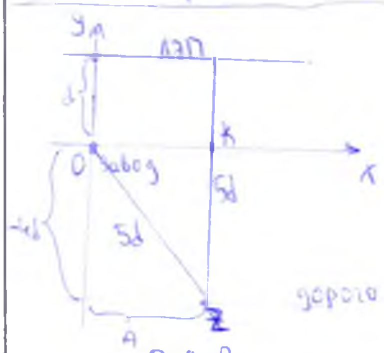


рис 2

(z - ~~столбная~~ данная точка дороги)

Ot - расстояние от завода до этой точки

Заметим, что если дорога лежит выше ЛЭП (см рис 1) то продолжив расстояние от ЛЭП до этой дороги мы получим прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза (расстояние от завода до точки находящийся на расстоянии 5d от завода и от ЛЭП) ~~больше~~ меньше одного из катетов, чего не может быть (т.к $5d < 5d + d$)

Значит дорога лежит ниже завода (см рис 2) где K - точка пересечения расстояния от ЛЭП до дороги с осью x, на которой расположен завод. В прям. треуг OKZ по т. Пиф.

$25d^2 = (5d-d)^2 + A^2$ (A - искомая координата x у расположения данной точки дороги)

$A^2 = 25d^2 - 16d^2$

$A = 3d$. Значит координаты этой точки дороги $(~~-4~~\ 3d; -4d)$

Ответ: $(3d; -4d)$ (+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №42"

Место проведения

A Q 79-68

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Валмуллина

ИМЯ Сабина

ОТЧЕСТВО Ильгизовна

Дата рождения 08.11.2002 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AQ 79-68

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3[x]-2y=p \end{cases}; \quad -\begin{cases} 6[x]+3y=\frac{9}{2} \\ 6[x]-4y=2p \end{cases}$$

$$7y=\frac{9}{2}-2p$$

$$y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7}$$

$$3[x]-2\cdot\left(\frac{9}{14}-\frac{2p}{7}\right)=p$$

$$3[x]=p+\frac{9}{7}-\frac{4p}{7}$$

$$3[x]=\frac{9+3p}{7}$$

$$[x]=\frac{3+p}{7}$$

$[x]\in Z \Rightarrow (3+p) \vdots 7$

$3\in Z \Rightarrow p\in Z$, т.к. $(3+p)\vdots 7$

т.к. $(3+p)\vdots 7$, $3+p\equiv 0 \pmod 7$

$$p\equiv 4 \pmod 7$$

Значит $p=7k+4$, где $k\in Z$

Ответ: p – это любое целое число с остатком 4 при делении на 7

X

N5.

Пусть у юного хакера может получится 30 „5" и 3 „2" из 3 „5" и 30 „2"

~~Пусть кол-во операций вида а — а, кол-во операций вида б было сделано в~~

Пусть количество сделанные операций вида а — а, количество сделаных операций вида б — в, количество сделанных операций вида в — с, количество сделаных операций вида г — d, где операция – это изменения, $a\geq 0$, $b\geq 0$, $c\geq 0$, $d\geq 0$, $a, b, c, d\in N$

Изначально „5" было 3, а стало после всех изменений 30, значит $3=30+2a+b-2c-d$.

Изначально „2" было 30, а стало после всех изменений 3, значит $30=3-a-2b+c-2d$.

$$\begin{cases} 3=30+2a+b-2c-d \\ 30=3-a-2b+c-2d \end{cases} \Big| \cdot 2; \quad +\begin{cases} -27=2a+b-2c-d \\ 54=-2a-4b+2c-4d \end{cases}$$

$$27=-3b-5d$$

+

Задачи N1 нет

Т.к. $b \geq 0$ и $d \geq 0$

$-3b \leq 0$, $-5d \leq 0$

$-3b - 5d \leq 0$

А мы получили, что $-3b-5d = 27$ – противоречие

Значит хакер не может получить 30 пятёрок и 3 двойки из 3 пятёрок и 30 двоек.

Ответ: нет, не может

N 3

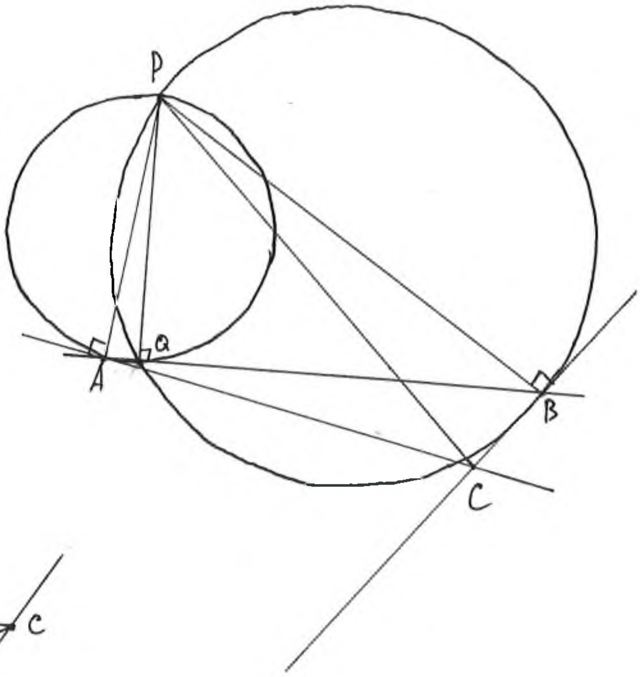
Дано:

$AB \perp PQ$

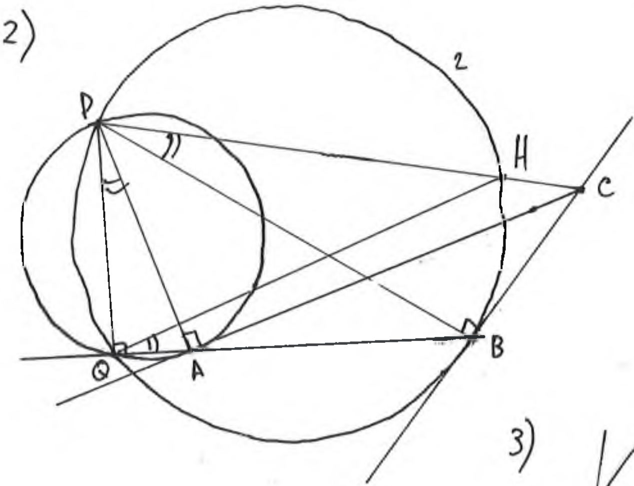
AC и BC - касательные

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$

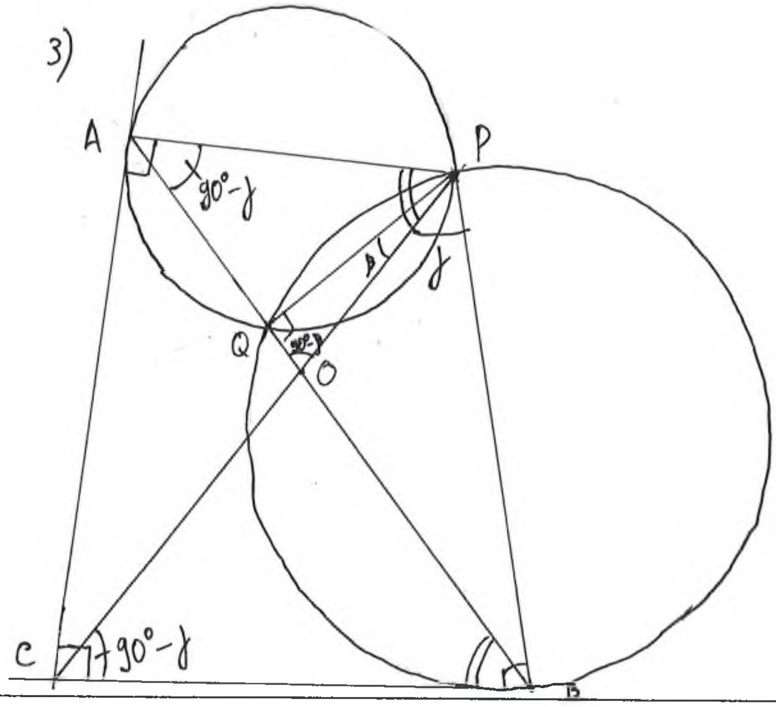
1)



2)



3)



Док-во

2) $AB \perp PQ \Rightarrow PA$ и BP – диаметры

H – точка пересечения PC с окружностью 2

$\angle BPH = \angle HQB$ как вписанные углы, опирающиеся на ту же дугу

$\triangle$ ~~$\angle HQAB$~~ $\angle$

а дальше

3) $AB \perp PQ \Rightarrow PA$ и BP диаметры

$\angle PAC = \angle CBP = 90°$, т.к. AC и CB – касательные

~~CP – общая обр~~ $\angle PAC$ и $\angle CBP$ опираются на CP

$\Rightarrow$ через точки C, A, P, B можно провести окружность

$\angle CPB = \gamma$

$\angle APQ = 180° - \beta - (90° - \beta) - (90° - \gamma) = \gamma$ из $\triangle APO$

$(\angle PCB = \angle PAB$ как вписанные,

$\angle PCB = 90° - \gamma$

$\angle QOP = 90° - \beta)$

$\angle APQ = \angle CPB$

±

N 4

∓

$a \circ x = b$

$$\frac{a + x + |a - x|}{2} = b$$

$|a - x| = 2b - (a + x)$

$(a - x)^2 = (2b - a - x)^2, \quad 2b \geq a + x$

$a^2 - 2xa + x^2 = 4b^2 + x^2 + a^2 - 4ba - 4bx + 2ax$

$4b^2 - 4ba - 4bx + 4ax = 0$

$x(a - b) = b(a - b)$

$$\left[\begin{array}{ll} a = b, & x \leq b \\ x = b, & b \geq a \end{array}\right.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

УФА ЛИЦЕЙ №42	ГР 54-98
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Веприков

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 21.12.2001. **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вепр

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГР 54-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} & (1) \\ ([x]-x)^2-2[y]=k, \quad k\in\mathbb{Z} & (2) \end{cases}$$

(1) пусть $y=m+\frac{1}{2}$

$2[x]+m+\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \Rightarrow m=1-2[x]$

т.к. $1\in\mathbb{Z}$ и $2[x]\in\mathbb{Z}$, то $m\in\mathbb{Z}$.

$[y]=m.$

(2) $([x]-x)^2-2[y]=k,\ k\in\mathbb{Z}$

Заметим, что $[x]-x\in[0;1)$, пусть $\{x\}=x-[x]$.

$\{x\}^2=k+2[y]\in\mathbb{Z} \Rightarrow \{x\}^2\in\mathbb{Z}$, но т.к. $\{x\}^2\in[0;1)$, ~~та~~ а единств. целое число на этом интервале это 0, то $\{x\}=0 \Rightarrow [x]=x$

перепишем нашу систему:

$$\begin{cases} 2x+m=1, & m\in\mathbb{Z},\ x\in\mathbb{Z} \\ -2m=k, & k\in\mathbb{Z} \Rightarrow m=-\frac{k}{2} \Rightarrow y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$\cancel{x=\frac{1-m}{2}=\frac{1+\frac{k}{2}}{2}}$

$m=-\frac{k}{2} \Rightarrow$ если $k \not\vdots 2$, то решений нет

$x=\frac{1-m}{2}=\frac{1+\frac{k}{2}}{2} \Rightarrow \frac{k}{2}\not\vdots 2 \Rightarrow k$ даёт остаток 2 при делении на 4. (если нет, то нет решений).

Ответ: если k даёт остаток 2 при делении на 4, то: $\left(\frac{1+\frac{k}{2}}{2}; -\frac{k}{2}+\frac{1}{2}\right)$; а если нет, то решений нет.

+

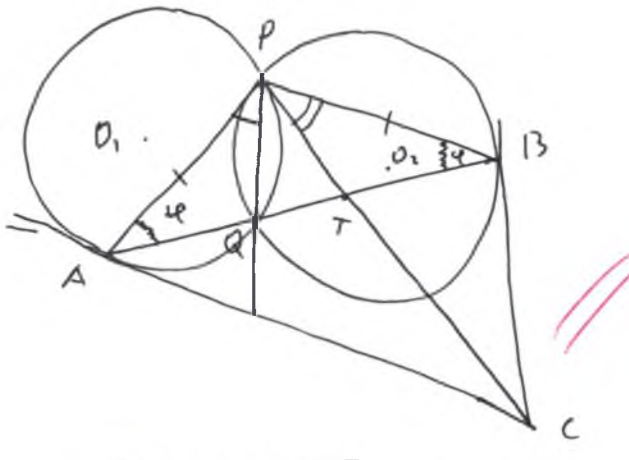
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

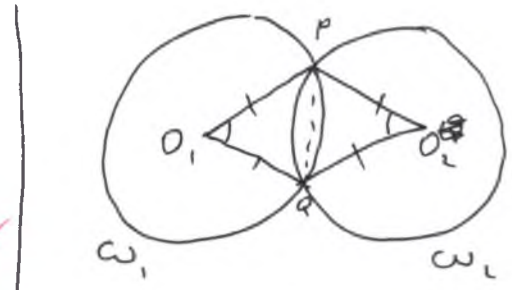
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГР 54-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.



осн. задача



лемма 1

Лемма 1:

▼ Если $\omega_1 = \omega_2$, то $\angle PO_1Q = \angle PO_2Q$

т.к. $PO_1 = O_1Q = QO_2 = O_2P = R$

$\Downarrow$

O_1PQO_2 – ромб $\Rightarrow \angle PO_1Q = \angle PO_2Q$ ▲

Решение осн. задачи:

1) $\angle PAQ = \frac{1}{2}\cdot\angle PO_1Q$
$\angle PBQ = \frac{1}{2}\cdot\angle PO_2Q$, по лемме 1 $\angle PO_1Q = \angle PO_2Q$

$\Downarrow$

$\angle PAQ = \angle PBQ = \varphi \Rightarrow AP = PB$

2) Пусть $\angle APQ = \alpha$, $\angle BPT = \beta$ ($T = PC \cap AB$).

3) Т-ма sin $\triangle AQP$: $\frac{AP}{\sin\angle AQP} = 2R \Rightarrow \sin\angle AQP = \frac{AP}{2R}$

Т-ма sin $\triangle PTB$: $\frac{PB}{\sin\angle PTB} = 2R \Rightarrow \sin\angle PTB = \frac{PB}{2R}$

Т.к. $AP = PB$, то $\sin\angle AQP = \sin\angle PTB$

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{ll} \angle AQP = \angle PTB & (1) \\ \angle AQP = 180^\circ - \angle PTB & (2) \end{array}\right.$$

(2) $\angle PQT = 180^\circ - \angle AQP = \angle PTB$
$\angle PTQ = 180^\circ - \angle PTB$ $\Rightarrow \angle QPT = 0^\circ \Rightarrow$ т. Q = т. T

Значит ~~PQ~~ $PQ \perp AB$ (т.к. P, Q, C лежат на одн. прямой) $\Rightarrow$ PQ – бис-са $\triangle APB \Rightarrow \angle APQ = \angle BPQ = \angle BPC$ (т.к. т.Q и т.C. и т.P лежат на одн. прямой)

① Тогда пусть $\angle AQP = \angle PTB = \gamma$

$\alpha = 180° - \varphi - \gamma$

$\beta = 180° - \varphi - \gamma$ $\Rightarrow \underline{\alpha = \beta}$

~4.

Если $\frac{a + x_1}{2} = b$, и $\frac{b + x_2}{2} = a$ $(x_1, x_2, a, b \in X)$

$\Downarrow$

$\frac{a+b}{2} + \frac{x_1 + x_2}{2} = a + b \Rightarrow \underline{x_1 + x_2 = a + b}$

Кол-во различных пар $(a,b) = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$, где n - кол-во элементов в мн-ве X.

$\frac{n(n-1)}{2} \vee n$

$n^2 - n \vee 2n$

$n \vee 3 \Rightarrow$ если $n > 3$, то кол-во пар (a,b) больше, чем самих чисел, значит для каких-то двух пар будет одинаковый корень x.

$\frac{a + x}{2} = b$

$\frac{c + x}{2} = d$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГР 54-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть действий а) было n штук, действий б) m штук, в) - k штук и г) - l штук. Тогда рассмотрим кол-во пятёрок:

$3+2n+m-2k-l=30$

И двоек:

$30-n+2m+k-2l=3$

⇓

$$\begin{cases} 3+2n+m-2k-l=30 & (1) \\ 30-n+2m+k-2l=3 & (2) \end{cases}$$

(1) + (2): $33+n+3m-k-3l=33$

⇓

$\underline{n-k=3(l-m)}$

3(1) - (2): $-27+3n-m-3k+l=27$

$3(n-k)+(l-m)=54$

$3(l-m)+(l-m)=54$

$l-m=\frac{54}{4}=\frac{27}{2}$

но $l, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow l-m \in \mathbb{Z}$, а $\frac{27}{2} \notin \mathbb{Z}$. Получаем противоречие, значит такого не могло ~~сл~~ случится.

№1

Если x_0 - корень ур-ния $x^3-3x=t$

⇓

$t=x_0^3-3x_0$

$x^3-x_0^3-3x+3x_0=0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГР 54-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$(x-x_0)(x^2+x_0x+x_0^2)-3(x-x_0)=0$

$(x-x_0)(x^2+x_0x+x_0^2-3)=0$

Чтоб x_0 был единственным корнем нужно, чтобы D второй скобки был меньше 0:

$D=x_0^2-4x_0^2+12<0$

$3x_0^2>12 \Rightarrow |x_0|>2$

Заметим, также что x_0 не может быть корнем второй скобки, т.к. $x_0^2+x_0^2+x_0^2-3=0 \Rightarrow x_0^2=1 \Rightarrow |x_0|=1<2$.

Значит $|x_0|>2$, и ~~если~~ это необх. и достаточное условие чтобы ~~не~~ вторая скобка не имела корней. То есть если $|x_0|>2$, то это точно единственный корень уравнения.

Теперь мы просто можем найти область значений ф-ии $f(x)=x^3-3x$ для $x\in(2;+\infty)$ и $x\in(-\infty;-2)$

Заметим также, что $f(x)$ - неч. ф-ия, значит можно найти просто область значений $f(x)$ для $x\in(2;+\infty)$ и потом домножить её на ~~(x)~~ -1, и получится область значений для $x\in(-\infty;-2)$.

$f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1) \Rightarrow$ для $x\in(2;+\infty)$ эта ф-ия возрастает $\Rightarrow f(x)_{min}=f(2)=8-6=2 \Rightarrow f(x)\in(2;+\infty)$ для $x\in(2;+\infty) \Rightarrow f(x)\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ для $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty) \Rightarrow t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Заметим, что если $|x_0|\leq 2$, то $D\geq 0$ и корень точно будет и он не равен x_0, значит они нам точно не подходят.

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$|x_0|>2$.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Будем рассматривать мн-ва X, в которых все числа различны, т.к. если в каком-то мн-ве X есть повторяющиеся, то мы можем вычеркнуть все, кроме одного, т.к. ~~если~~ бы если в ур-нии $\frac{a+x}{2}=b$ $b\neq a$, то $x\neq a$ или если $x\neq a$, то $b\neq a$, значит если мы вычеркнем все числа равные a, кроме одного условие про ∃ такого x сохранится (если, конечно, в мн-ве не все числа были равны, что, кстати, подходит под условие).

Если $\frac{a+x_1}{2}=b$ (1) и $\frac{b+x_2}{2}=a$ (2) (выбираем сначала пару (a,b), потом (b,a))

$\frac{a+b}{2}+\frac{x_1+x_2}{2}=a+b \Rightarrow \underline{x_1+x_2=a+b=S}.$

Потом мы будем выбирать пару (x_1, x_2) и (x_2, x_1)

и тогда: $\frac{x_1+x_3}{2}=x_2$ и $\frac{x_2+x_4}{2}=x_1$

аналогично $x_3+x_4=x_1+x_2=S$

Покажем, что $x_3\neq a$ и $x_3\neq b$

. если $x_3=a$: (то $x_4=S-x_3=b$)

$\frac{x_1+a}{2}=x_2$, но $\frac{x_1+a}{2}=b \Rightarrow x_2=b$

1

$\frac{b+b}{2}=a \Rightarrow a=b$ – противоречие.

. Если $x_3=b$: (то $x_4=S-x_3=a$)

$\frac{x_1+b}{2}=x_2$ (3)

$\frac{x_2+a}{2}=x_1$ (4)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\frac{x_1+b}{2}+\frac{a+x_1}{2}=b+x_2 \quad (①+③)$$

$$\frac{\overset{2b}{\overset{\parallel}{a+x_1}}+b+x_1}{2}=\overset{2a}{\overset{\parallel}{b+x_2}}$$

$$\frac{3b+x_1}{2}=2a \Rightarrow x_1=4a-3b.$$

$$\frac{4a-3b+a}{2}=b \Rightarrow 5a=5b \Rightarrow a=b \text{ - противоречие.}$$

Значит $x_3\neq a$ и $x_3\neq b$. Для пары чисел (x_3,x_4) и $(x_4;x_5)$ найдутся x_5, x_6 и мы будем так делать, пока какие-то x_i, x_{i+1} не будут равны каким-то до них, а такое обязательно будет, ведь мн-во X конечно.

Мы будем иметь такое ур-ние:

$$\frac{a+x}{2}=b \quad \text{и} \quad \frac{c+x}{2}=d, \text{ где } a+b=c+d=S$$

т.к. $a=S-b$ и $c=S-d$:

$$\frac{S+x-b}{2}=b \Rightarrow 3b=S+x$$

$$\frac{S+x-d}{2}=d \Rightarrow 3d=S+x$$

$\Rightarrow b=d$ - противоречие.

Значит нам подходят только мн-ва X, которые состоят из всех одинаковых элементов.

тогда $\frac{a+a}{2}=a$ - всегда такой x найдётся.

Ответ: только X, в которых все элементы равны.

т.е. 1-элементные ±

P.S.: мн-ва, в которых есть только 2 разл. элем. не подходят. Ведь: $\frac{a+x}{2}=b$ и $x=a$ или $x=b$, но тогда $b=a$ или $a=b$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИТЭУ

Место проведения

DS 64-96

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ВЕСЕЛОВА

ИМЯ ОЛЬГА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 26.09.2003 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

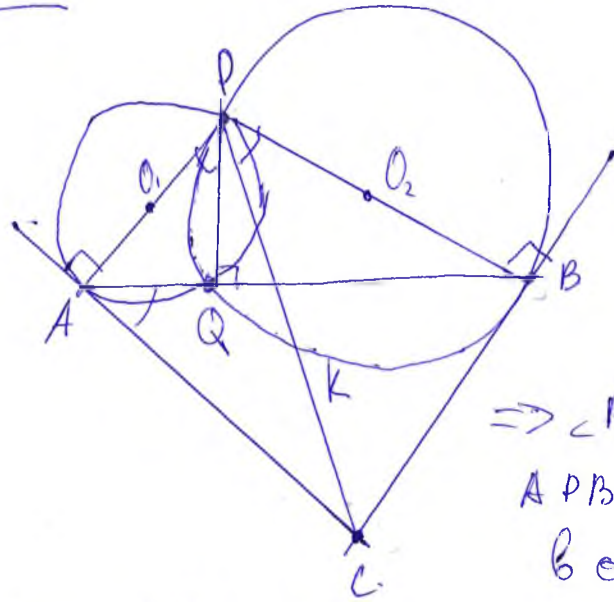
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-96

№3.

1 сл.



Решение.

$\angle PQA = 90° \Rightarrow AP$ - диам. окружности O_1

$\angle PQB = 90° \Rightarrow PB$ - диам. окружность O_2.

$AP \perp AC$ по св-ву касательной

$PB \perp CB$ по св-ву кас.

$\Rightarrow \angle PAC = 90° = \angle PBC \Rightarrow$

$APBC$ - вписанный четырёхугольник в окружность с диам. PC.

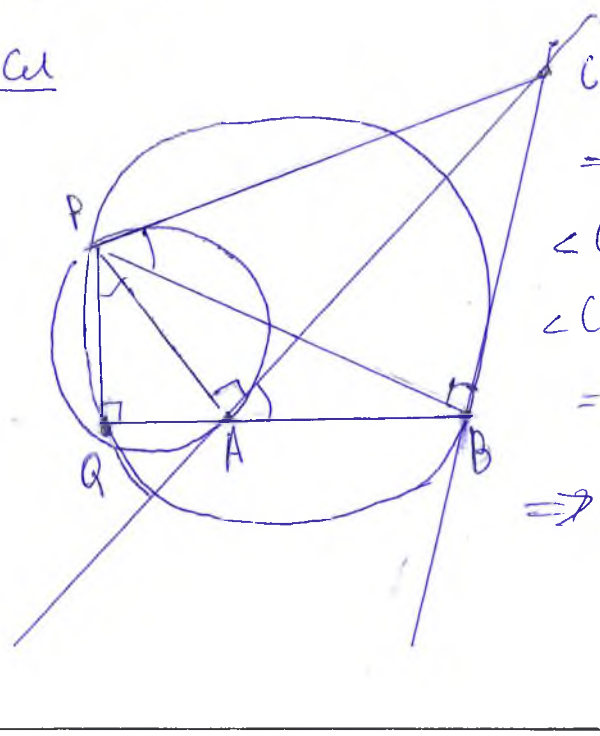
$\Rightarrow \angle CPB = \angle CAB$ (т.к. они опираются на общую $\smile CB$

$\angle CAB = \frac{1}{2} \smile AQ$ (угол между кас. и сек.)

$\angle APQ = \frac{1}{2} \smile AQ$ вписанный угол. $\Rightarrow \angle CAB = \angle APQ$.

$\Rightarrow \angle APQ = \angle CAB = \angle CPB$ ■

2 сл



Для сл.2 вписанность $APCB$ - аналогична.

$\Rightarrow \angle CPB = \angle CAB$.

$\angle QPA = 90° - \angle PAQ$

$\angle CAB = 180° - \angle PAC - \angle PAQ =$
$= 90° - \angle PAQ$

$\Rightarrow \angle QPA = \angle CAB = \angle CPB$ ■

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$\begin{cases} 2[x]+y=3/2 \quad |\cdot 2 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$

$(+)\begin{cases} 4[x]+2y=3 \\ 3[x]+2y=p \end{cases}$

$7[x]=3+p$.

Левая часть ур-ия $\vdots 7 \Rightarrow$ правая $\vdots 7 \Rightarrow$ ~~p=4+7p~~k

$\Rightarrow p=4+7k,\ k\in Z.$ верно

$7[x]=3+4+7k$

$[x]=1+k \Rightarrow x\in[1+k;2+k)$

$\begin{cases} [x]=1+k \\ 2[x]+y=1,5 \end{cases}$

$y=-0,5+2k,\ k\in Z.$

+

что такое k?

Ответ: система разрешима при $p=4+7k$, $k\in\mathbb{Z}$

№5.

Пусть кол-во выполнений операции а) $=a$
б) $=b$, в) $=c$
г) $=d$.

Тогда для пятерок верно ур-ие. $\Rightarrow a,b,c,d\in\mathbb{N}$

$3a+2a+b-2c-d=30$

для двоек:

$30-a+2b+c-2d=3$

Составим систему:

$\begin{cases} 3+2a+b-2c-d=30 \\ 30-a+2b+c-2d=3 \end{cases}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-96

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} 3+2a+6-2c-d=30 \\ 30-a+26+c-2d=3 \quad |\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+2a+6-2c-d=30 \quad |\cdot(-2) \\ 30-a+26+c-2d=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+2a+6-2c-d=30 \\ 60-2a+46+2c-4d=6 \end{cases} \oplus$$

$$\oplus \begin{cases} -6-4a-26+4c+2d=-60 \\ 30-a+26+c-2d=3 \end{cases}$$

$63+5b-5d=36.$

$24-5a+5c=57$

$\frac{27+5b}{5}=d$

$c=\frac{5a-81}{5}$

зачем два раза?

$$\begin{cases} d=b+\frac{27}{5}. \\ d\in N \end{cases} \Rightarrow \text{противоречие.}$$

$$\begin{cases} c=a-\frac{81}{5} \\ c\in N \end{cases} \Rightarrow \text{противоречие.}$$

(+)

для b и a аналогично

Поскольку ~~так~~ таких a, b, c, d не существует, хакер не может апревратить 3 мет. в 30, и 30 двоек в 3.

Б1 (+)

Такой линией, каждая точка которой равноудалена и от завода и от ЛЭП, будет парабола, фокус которой будет находиться в точке завода, а ~~А~~ линия ЛЭП будет её директриссой.

Парабола задаётся ур-ием $y=ax^2+bx+c.$

Из равенства расстояний от завода до ЛЭП.

$y_B=\frac{d}{2}.$

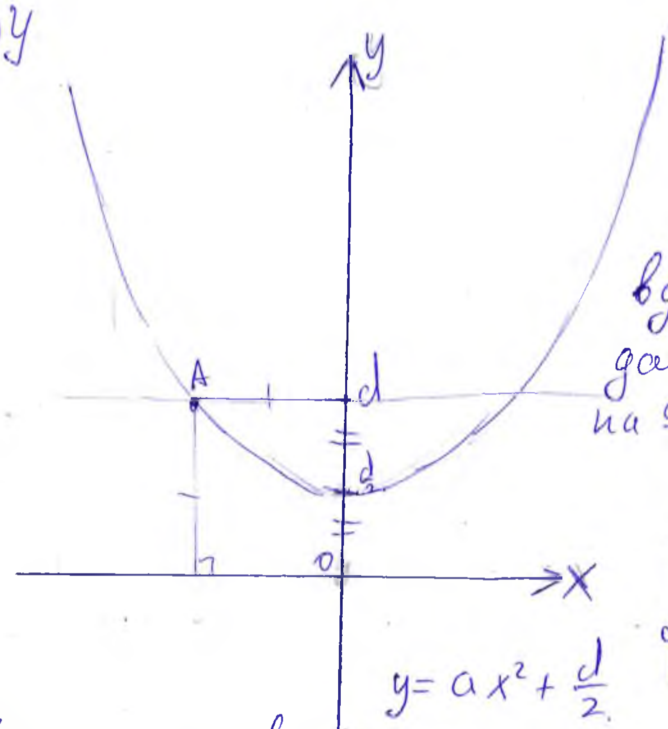
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-96

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

XOY



$\frac{d}{2} = ax_в^2 + bx_в + c$

c - обозначает смещения графика вдоль оси OY, вершина данного графика смещена на $\frac{d}{2}$. $c = \frac{d}{2}$

$ax_в^2 + bx_в = 0$

$\begin{cases} x_в = 0 \\ x_в = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow 0 = \frac{-b}{a} \Rightarrow$

$b = 0$; $a \neq 0$.

$y = ax^2 + \frac{d}{2}$

Прямая проведённая параллельно OX, пересечёт параболу в точке A с координатами $(-d; +d)$ в силу равенства отрезков.

Подставим координаты в ур-ие.

$d = a \cdot d^2 + \frac{d}{2}$

$\frac{d}{2} = a \cdot d^2$

$a = \frac{1}{2d}$

$\Rightarrow$ ур-ие линии: $y = \frac{1}{2d}x^2 + \frac{d}{2}$

N4

$b = \frac{a + x + |a - x|}{2}$.

$\pm$

При $a > x$

$b = a$

и x корней бесконечно много

нет корней

При $x>a$.

$$b=\frac{x+a+x-a}{2}$$

$b=x \Rightarrow b>a$

В этом случает решений не будет, т.к. из множества с одним элементом нельзя выбрать два разных числа, а для множества из 2-х или более чисел всегда найдутся a и b такие, что условие $b>a$, будет нарушаться.

При $x=a$.

$b=x=a$.

~~Отв~~ Ответом b

Этом случае будут бесконечное число множеств X, таких, что каждое множество X, содержит только одно вещественное число +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ№4

Место проведения

ЙZ 39-81

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Владимиров

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Борисович

Дата рождения 20.06.2004

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 8.01.20.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Влад

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Рассмотрим утверждение: „Хотя бы 1 из двух друзей - Ивана Ильича и Марьи Ивановны (И.И. и М.И.) - сидит ВКонтакте".

Если М.И. сидит ВКонтакте, то, из первого утверждения, И.И. и А.В. тоже сидят ВКонтакте. Если И.И. сидит ВКонтакте, то, из 4-го утверждения, П.П. тоже сидит ВКонтакте. А т.к. и А.В. сидит ВКонтакте, то, из 2-го утверждения, П.П. не сидит ВКонтакте. Противоречие.

Значит М.И. не сидит ВКонтакте, значит И.И. сидит ВКонтакте. Значит, из 4-го утверждения, П.П. тоже сидит ВКонтакте, а значит из 2-го утверждения, А.В. не сидит ВКонтакте. Значит мы нашли тех, кто сидит - Иван Ильич и Петр Петрович.

+

№2.

$$-\begin{cases} 2[x_1]+x_2=1{,}5 & |\cdot 3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 & |\cdot 2 \end{cases}$$

$7x_2=-3{,}5$

$x_2=-0{,}5 \Rightarrow 2[x_1]-0{,}5=1{,}5$

$2[x_1]=2$

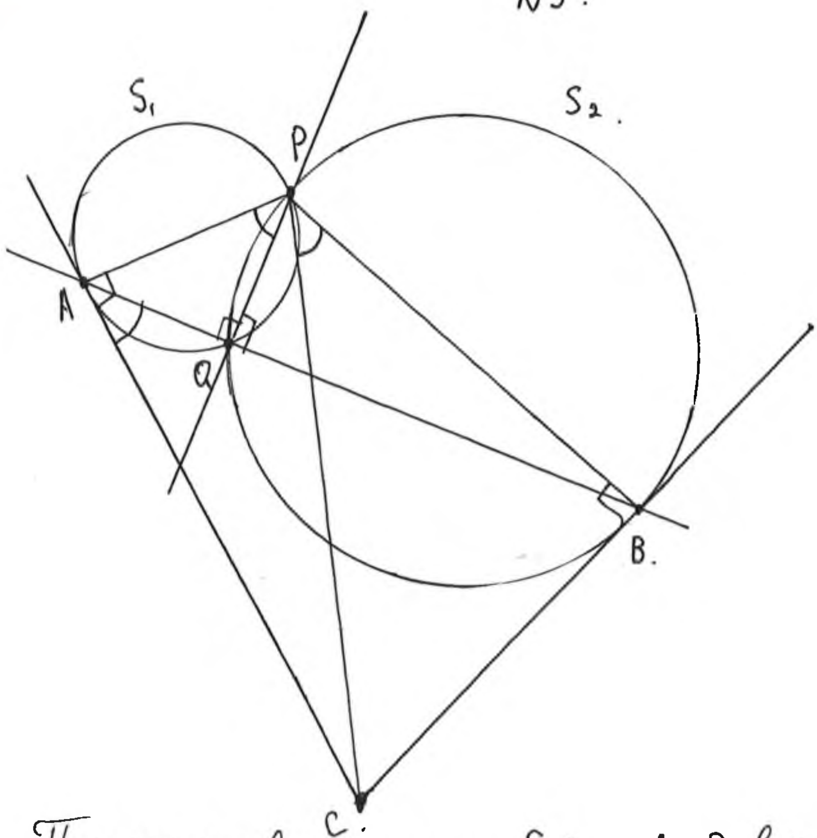
$[x_1]=1$

$x_1\in[1;2)$.

Ответ: $x_1\in[1;2)$, $x_2=-0{,}5$.

+

N3.



Посмотрим в окружность S_1: $\angle AQP$ - впис. и $=90^\circ \Rightarrow AP$ - диаметр.

AC - касательная к $S_1 \Rightarrow \angle PAC=90^\circ$ ~~как~~ т.к. AP - диаметр, проведенный к касательной (радиус же входит в диаметр).

Аналогично в S_2 - PB диаметр, а $\angle PBC=90^\circ$.

$\exists$ $APBC$

$\angle PAC+\angle PBC=90^\circ+90^\circ=180^\circ \Rightarrow APBC$ - впис. т.к. сумма противоп. углов $=180^\circ$.

Т.к. $APBC$ - впис., то $\angle BPC=\angle BAC$ как опирающ. на одну дугу.

$\angle BAC$ - угол между секущей AQ и касат. $AC \Rightarrow \angle BAC=\frac{\cup AQ}{2}=\angle APQ$ как впис. углу, опирающ. на $\cup AQ \Rightarrow \angle BPC=\angle BAC=\angle APQ \Rightarrow \angle BPC=\angle APQ \Rightarrow$ AQ и CB видны из P под одинаковым углом. ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЙZ 39-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

В решении, кол-во денег внесенных банкирами будет обозначаться так:

1 – 1000 р

2 – 2000 р

⋮

200 – 2000 р, чтобы не захламлять решение лишними нулями.

В начале забудем про условие, что никакие два взноса не отличаются ровно на 100.

~~Тогда~~ Теперь посмотрим на максимальную и минимальную суммы:

Т.к. в каждый день должен был внести сумму хотя бы 1 банкир, то минимальная сумма выглядит так:

$$\underbrace{1+1+1+1\ldots+1}_{\text{1-й день, 99 раз}} \;\Big|\; \underbrace{101}_{\text{2-й день}}$$

Итого: $99+101=200$

Максимальная:

$$\underbrace{100}_{\text{1-й день}} \;\Big|\; \underbrace{200+200+200+\ldots+200}_{99\text{ раз}}$$

Итого: $100+200\cdot 99=100+100\cdot 198=199\cdot 100=19900$

А теперь вспомним про наш запрет, о разницу взносов ровно на 100.

Тогда минимальная сумма будет выглядеть так:

$$\underbrace{1+1+\ldots+1}_{\text{1-й день, 99 раз}} \;\Big|\; \underbrace{102}_{\text{2-й день}}$$

Итого: $99+102=201$.

А максимальная:

$$\underbrace{99}_{\text{1-й день}} \;\Big|\; \underbrace{200+200+\ldots+200}_{\text{2-й день, 99 раз}}$$

Итого: $99\cdot 200+99=99\cdot 201=19899$.

А все остальные суммы из этого промежутка могут ~~принимать~~ получаться, даже если изначально они получены суммой взносов, не удовлет. условию, т. к. для них можно увеличивать или уменьшать те слагаемые, которые его нарушают или же разбивать один взнос и делить его между оставшимися так, что бы условие выполнялось!

Поясняющий пример:

Если у нас есть в сумме и число 200 и 100, то ~~их~~ 100 можно например разбить на 50+50. Т.е. одно слагаемое оставить как 50, а оставшиеся раскидать между другими взносами.

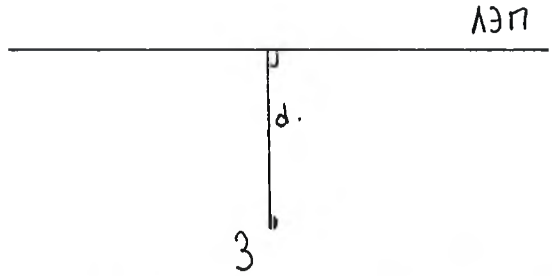
В максимальной и минимальной суммах мы так сделать не могли, т. к. там все числа были либо макси-мально ~~возмож~~ либо минимально возможными и там мы не могли так „уравновесить" т.к. если мы какое-то число уменьшили, то какое-то должны увеличить, а числа и так максимальные и их мы увеличить не можем, и наоборот, если мы где-то ~~уменьшили~~ увеличило, то должны где-то уменьшить, а числа и так минимальны.

Ответ: сумма ~~может~~ принимает все целые значения из промежутка [201; 19899].

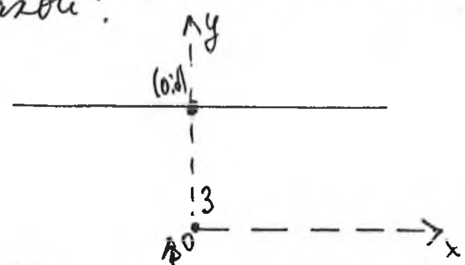
+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

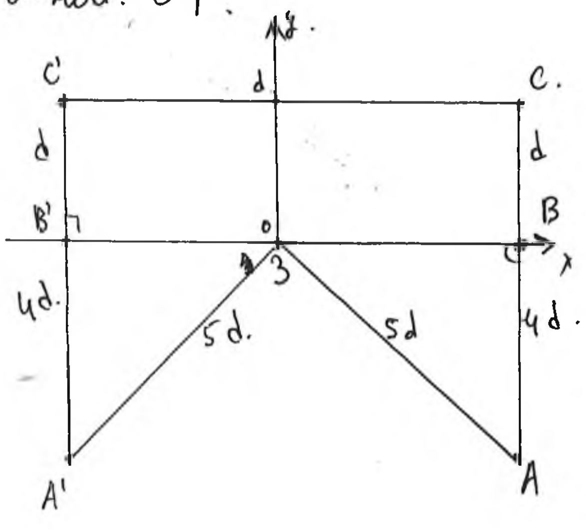
№5.



а) Если в системе координат завод имеет координаты (0; 0), то он - начало координат. Т. к. завод находится на расстоянии d от ЛЭП, то значит, что длина перпендик. опущенного на прямую ЛЭП из вершины З(завод) = d. Значит одна из осей будет проходить вдоль этого перпендик. А т. к. ЛЭП || одной из осей, то вторая ось должна быть ⊥ перпендик. из З. Значит картинка будет такой:



Точка, удаленная от З на 5d должна быть еще и удалена от ЛЭП на 5d. Таких точек может быть 2, они симметричны относ. OY:



$CB = C'B' = d$ ~~по условию~~. =>

$BA = B'A = 4d$.

~~$0B' = 0B = \sqrt{25d^2 - 16d^2} = 3d$.~~

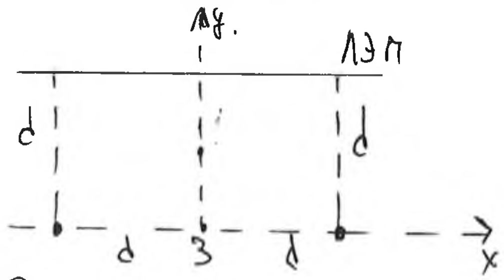
$3B' = 3B = \sqrt{25d^2 - 16d^2} = 3d$ (по теор. Пиф.).

Но т. к. A лежит в области $x > 0$, а A' в области $x < 0$, то их координаты:

A $(3d; -4d)$

A' $(-3d; -4d)$.

б) Рассмотрим для начала $n=1$. Тогда точка дороги будет лежать на оси OX:

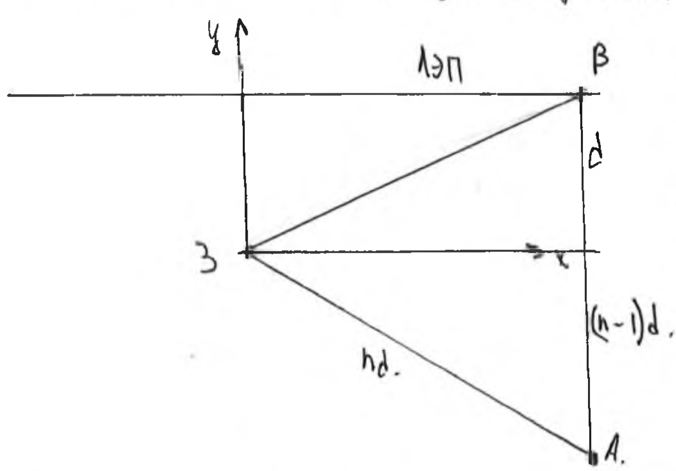


Для $n=1$ такие точки есть. ~~[illegible]~~ Очевидно, что вся наша дорога симметрична относительно OY. А точка, которая будет переходить сама в себя при симметрии, лежит на OY и ее координаты: $(0; \frac{d}{2})$

~~И т.к. при $n=1$~~ А т.к. $\frac{1}{2} < 1$ (самого маленького числа $\in N$), то все остальные точки будут возникать парами, т.к. каждой оставшейся точке найдется симметричная относ. OY.

Т.к. при $n=1$ точки лежали на OX, то при всех остальных n они будут ниже OX, т.к. расстояние от них до ЛЭП будет больше.

$\exists$ произвольную точку, удаленную от Завода на nd, $n \neq 1$.



Найдем координаты этой точки:

$y = nd$.

$x = \sqrt{n^2d^2-(n-1)^2d^2} = d\sqrt{2n-1}$.

$A(d\sqrt{2n+1}; nd)$.

~~[illegible]~~ при $\forall n \in N$

~~Нак~~ ~~Значит никаких ограничений~~

~~Ответ: при $\forall n \in N$ на дороге найдется даже 2 точки, удаленные на nd от завода, но ни при каких $n \in N$ такая точка не будет единственной.~~

$ЗB < 2nd$ по нерав. Δ $\quad ЗB^2 < 4n^2d^2 \Rightarrow d^2 + (2n+1)d^2 < 4n^2d^2 \; |:d^2$

$ЗB^2 = d^2 + (2n+1)d^2$.

$2n+2 < 4n^2$

$2n^2 - n - 1 > 0$

$n \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$ ~~[illegible]~~ Т.к. $n \in N$, то $n \in (1; +\infty)$,

а случай $n=1$ подходит, то $n \in [1; +\infty)$ т.к. $n \in N$

Ответ: при $\forall n \in N$ на дороге найдется 2 точки, удаленные на nd от завода, но ни при каких $n \in N$ такая точка не будет единственной. +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

№ группы

Вариант № 17091

IS 41-94

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Володин

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 20.10.2004

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: М.Вол

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) Пусть Марья Ивановна сидит ВКонтакте. Тогда по первому условию ВКонтакте сидит также Иван Ильич и Александра Варфоломеевна.

Т.к. Александра Варфоломеевна сидит ВКонтакте, то по 2 условию Пётр Петрович не сидит ВКонтакте.

Но это противоречит ~~3~~ 4 условию, ведь Иван Ильич сидит ВКонтакте, а Пётр Петрович в такой ситуации не сидит.

2) Значит Марья Ивановна точно не сидит ВКонтакте. Тогда по 3 условию ВКонтакте сидит Иван Ильич. Если Иван Ильич сидит ВКонтакте, то по 4 условию Пётр Петрович тоже сидит ВКонтакте. Тогда по 2 условию Александра Варфоломеевна не сидит ВКонтакте.

Т.о., мы однозначно восстановили картину по этим 4 условиям:

МИ	АВ	ИИ	ПП
–	–	+	+

Ответ: ВКонтакте сидят Иван Ильич и Пётр Петрович.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = 1{,}5 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} \Big| \cdot 2 \quad ;$$

$$\begin{cases} 4[x_1] + 2x_2 = 3 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} +$$

$7[x_1] = 7$

$[x_1] = 1$ – подставим это в первое уравнение

$x_1 \in [1; 2)$

$2 \cdot 1 + x_2 = 1{,}5$

$2 + x_2 = 1{,}5$

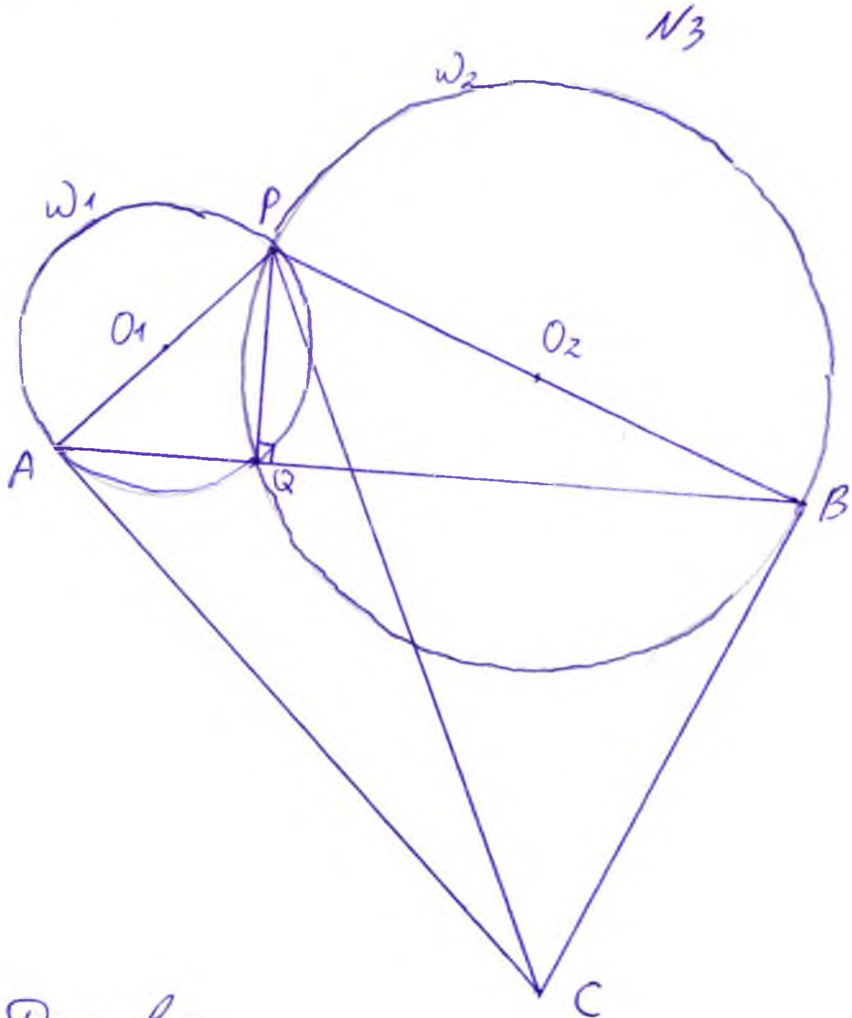
$x_2 = -\frac{1}{2}$

Ответ: $\begin{cases} x_1 \in [1; 2), \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

X

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано:

$PQ \perp AB$

AC - касательная к ω_1

BC - касательная к ω_2

Док-ть:

$\angle APQ = \angle BPC$

Док-во:

$\angle PQB = 90°$ (по усл.) $\Rightarrow$ PB – диаметр ω_2.

$\angle PQA = 90°$ (по усл.) $\Rightarrow$ AP – диаметр ω_1.

Тогда $\angle O_1AC = 90°$, $\angle O_2BC = 90°$ как радиусы, проведённые к точкам касания.

В четырёхугольнике $APBC$ $\angle PAC + \angle PBC = 90° + 90° = 180°$. Значит четырёхугольник $APBC$ вписанный.

Пусть $\angle BPC = \alpha$. По свойству вписанного четырёхугольника $\angle BPC = \angle BAC = \alpha$.

$\angle PAB = \angle PAC - \angle BAC = 90° - \alpha$

№3 (продолжение)

По теореме о сумме углов треугольника для $\triangle AQP$:

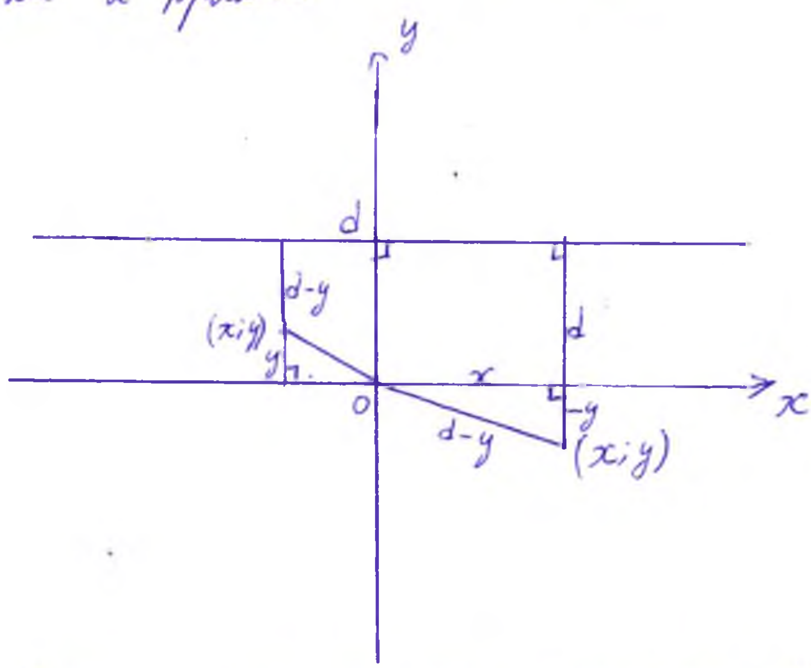
$\angle APQ = 180° - \angle PAQ - \angle AQP = 180° - (90° - \alpha) - 90° =$
$= \alpha$

$\angle BPC = \alpha = \angle APQ$.

Что и требовалось доказать.

№5

Определим ГМТ, равноудалённых от данной точки и прямой.



Рассмотрим данную систему координат. Пусть точка на дороге имеет координаты $(x;y)$. Тогда расстояние от этой точки до ЛЭП равно $d-y$, где бы не лежала эта точка. Значит до завода тоже расстояние $d-y$. Опустим перпендикуляр на ось x из этой точки. Запишем теорему Пифагора для получившегося прямоугольного треугольника:

№5 (продолжение)

$$|x|^2+|y|^2=(d-y)^2$$

$$x^2+y^2=d^2-2dy+y^2$$

$$x^2-d^2=-2dy$$

$$y=\frac{x^2-d^2}{-2d}=-\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$$

Значит все точки дороги принадлежат данной параболе. ~~Все точки удалённые от завода на имеют расстояние 5d удовлетворяют уравнению окружности $x^2+y^2=25d^2$~~

~~Чтобы найти точку на дороге, удалённую от завода на расстояние 5d, решим систему уравнений:~~

$$\cancel{\begin{cases} y=-\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2} \\ x^2+y^2=25d^2 \end{cases}}$$

А) Если точка дороги удалена от ~~нее~~ завода на 5d, то ~~она~~ $d-y=5d$, т.к. ранее мы показали, что точка, имеющая координаты $(x;y)$ удалена от завода на $d-y$.

$$d-y=5d$$

$y=-4d$ – подставим в уравнение параболы.

Тогда $\left[\begin{array}{l} x=3d \\ x=-3d \end{array}\right.$

№5 (продолжение)

Б) Все точки, удалённые от начала координат на nd удовлетворяют уравнению окружности

$$x^2+y^2=n^2d^2.$$

Чтобы эта окружность имела точку пересечения с параболой $y=-\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$, нужно чтобы имела решение система:

$$\begin{cases} x^2+y^2=n^2d^2 \\ y=-\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2} \end{cases};$$

$$-x^2=y^2-n^2d^2$$

$$y=\frac{y^2-n^2d^2}{2d}+\frac{d}{2}$$

$$2dy=y^2-n^2d^2+d^2$$

$$y^2-2dy+d^2-n^2d^2=0$$

$$D=-4(d^2-n^2d^2)+4d^2=$$

$$=4n^2d^2\geq 0$$

Для любых натуральных n.

Ответ: А) $(3d;-4d)$ и $(-3d;-4d)$ ±

Б) Для любых.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-94

№4

Если банкиры могли внести одинаковые суммы, то они могли собрать любую сумму от 100 тысяч до 20 000 тысяч. ~~Тогда задача не имела бы смысла. Если банкиры~~

Действительно, любую такую сумму можно набрать, если действовать так: каждый банкир внёс по 100 тысяч, если нам не хватает до какой-то суммы n при этом, то будем увеличивать взнос каждого банкира на 1 тысячу, пока не дойдём до суммы, равной n. всегда ли возможно?

Пусть какую-то сумму m невозможно собрать, удовлетворяя условию задачи. Значит какие-то два взноса равны X и X+100, а остальные в сумме y. $X+(X+100)+y=n$. Другие 98 взносов закрывают не более 98 пар вида $(a; a+100)$. Ещё

числа не обоснованы

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

СЦ 57-76

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Волынчикова

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Антоновна

Дата рождения 06.10.2004 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

Дано:

Условие 1: Марья вконтакте = Иван вконтакте и Александра вконтакте

Условие 2: Из Александры и Петра только один вконтакте.

Условие 3: Из Ивана и Марьи хотя бы один вконтакте.

Условие 4: Петр и Иван либо оба вконтакте, либо оба нет.

Решение:

Из условия 3 возникает три различные ситуации:

1) Только Иван вконтакте
2) Только Марья вконтакте
3) ~~Только~~ Оба вконтакте.

Рассмотрим каждую отдельно:

1) Если Иван вконтакте, то Петр тоже (условие 4)
Если Петр вконтакте, то Александра не вконтакте (2)
Если Александра не вконтакте, Марья не вконтакте (1)
Противоречий нет.

2) Если Марья вконтакте, Иван и Александра тоже (1)
Если Иван вконтакте, Петр тоже (4)
Если Александра вконтакте, Петр не вконтакте (2)
Возникло противоречие (Петр одновременно вконтакте и невконтакте) => такого быть не может.

3) Тоже самое, что во второй ситуации.

Значит единственная верная ситуация - первая

Ответ: Вконтакте Иван, Петр. Не вконтакте Александра и Марья.

+

N2

$$\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = \frac{3}{2} \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 4[x_1] + 2x_2 = \frac{6}{2} \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} \longrightarrow 7[x_1] = 7$$

$$[x_1] = 1$$

$$x_1 = [1; 2)$$

$$2 + x_2 = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = -0,5$$

Ответ: $x_1 \ni [1; 2)$

$x_2 = -0,5$

×

4.

любой взнос ≤ 200 тыс.
первый день: взнос ≤ 100 тыс.
второй день: взнос > 100 тыс.

1) Минимальный взнос будет, если все заплатят в первый день. минимальное количество тысяч: $100 \cdot 1 = 100$ тыс.

2) Максимальный взнос будет, если все заплатят во второй день по 200 тыс. $200 \cdot 100 = 20000$ тыс.

3) Если же кто-то из банкиров платит в первый день, а кто-то во второй (обязательно, чтобы в каждой категории был хотя бы один человек):

то максимальный сбор будет если 99 банкиров заплатят по 200 тыс во второй день. А еще 1 заплатит 99 тыс в первый день (не 100 т.к тогда разница 100 тыс).

так что при этом условии максимальный сбор $= 99(201) =$
$= 1809$ тыс.

+

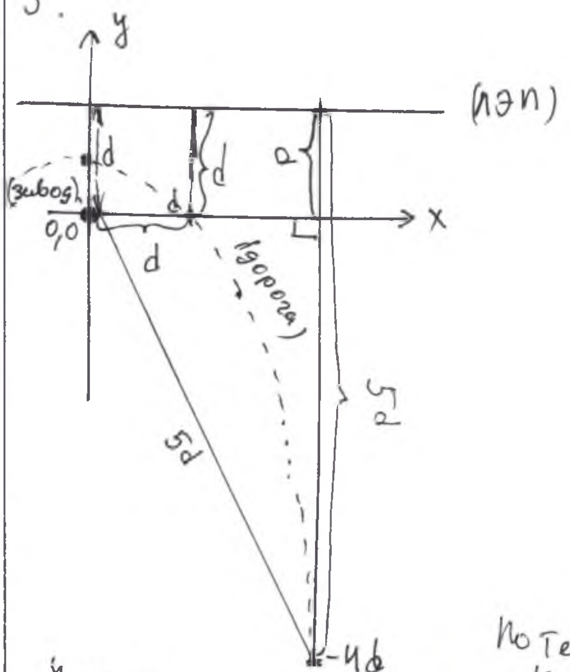
А минимальный: $99 + 102 \cdot 1 = 201$ тыс.

4) Если же банкиры не могут делать одинаковые взносы и должны быть взносы каждый день (хотя бы один):

то максимальный взнос $= 200 + 199 + \ldots + 102 + 1 =$
$= 1 + 302 \cdot 50 = 15101$

почему?

5.

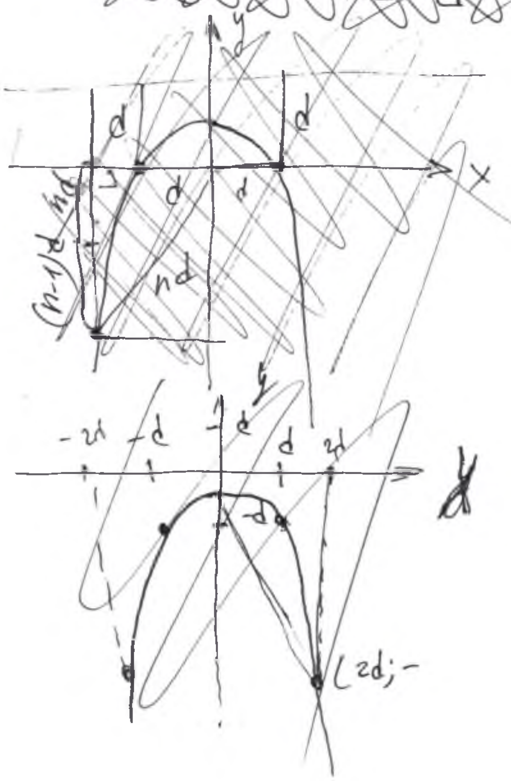


А) Расстояние до ЛЭП = 5d
Значит расстояние от оси X = 4d. y = −4d.

Рассмотрим треугольник между этой точкой дороги, ~~ЛЭП~~ и заводом и осью OX.
гипотенуза = 5d
катет = 4d
второй катет = X
По теории Пифагор
$X^2 = 25d^2 - 16d^2$
$X^2 = 9d^2$
$X = 3d$
Ответ $(3d; -4d)$

y точки дороги уменьшается с увеличением x. (иначе расстояние до ЛЭП меньше чем до завода) (дорога — парабола)

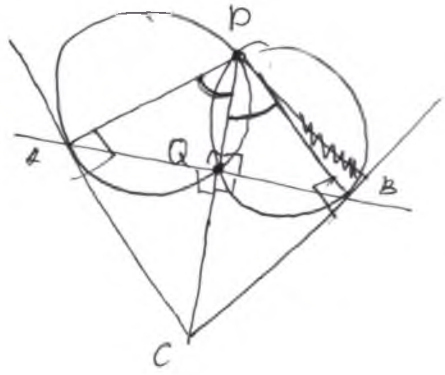
Б) ~~Чтобы расстояние от дороги до завода = nd. Значит до ЛЭП тоже nd. Тогда получим △ с катетом nd−d и гипотенузой nd.~~



~~для n = 1 (две точки)~~
~~Сколько △ с катетом (n−1)d и гипотенузой nd.~~
~~Совместим ось Y с ЛЭП тогда завод (0; −d) пусть в с. к. ед. отрезок = d~~

Б) для любого натурального n.

N3.



Доказать:

$\angle APQ = \angle CPB$.

~~AC и CB - секущие. PA ⊥ AC и PB ⊥ CB (как кратчайший отрезок до точки)~~

~~PA и PB - радиусы окружностей~~

Доказательство:

CA и CB - ~~секущие~~ касательные

CP — секущая.

по теореме о секущей:

$CQ \cdot QC = AC^2 \Rightarrow AC = BC$

$CQ \cdot QP = BC^2$

Рассмотрим $\triangle CAP$ и $\triangle CBP$

PC - общая; $AC = BC$ $\angle A = \angle B$.

$\triangle CAP = \triangle CBP$.

$\Downarrow$

$\angle APQ = \angle APC = \angle CPB$

чтд

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г Красноярск, СФУ	SZ 38-79	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ГАДЕЕВ

ИМЯ РУСЛАН

ОТЧЕСТВО РУСТАМОВИЧ

Дата рождения 27.02.2002 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Гадеев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SZ 38-79

№2) $\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k, \text{ где } k\in\mathbb{Z} \end{cases}$

Рассмотрим второе уравнение: $k\in\mathbb{Z}$, $-2[y]\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow ([x]-x)^2\in\mathbb{Z}$; $0\le x-[x]<1 \Rightarrow 0\le (x-[x])^2<1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=[x] \Rightarrow -2[y]=k$ (*)

Рассмотрим первое уравнение $2[x]\in\mathbb{Z}$, $\frac{3}{2}\notin\mathbb{Z} \Rightarrow$

$\Rightarrow y\notin\mathbb{Z}$ и если $\frac{3}{2}-\left[\frac{3}{2}\right]=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$, то и $y-[y]=\frac{1}{2}$ – дробная часть числа y. Тогда $[y]=y-\frac{1}{2}$ и из (*) $\Rightarrow$

$\Rightarrow -2(y-\frac{1}{2})=k \Rightarrow y=\frac{1-k}{2}$, $2x+y=\frac{3}{2} \Rightarrow x=\frac{2+k}{4}$.

Ответ: $\left(\frac{2+k}{4}; \frac{1-k}{2}\right)$, где $k\in\mathbb{Z}$ — $k=?$ ∓

№4) Все конечные числовые множества X состоят максимум из одного элемента, который может быть любым числом. Докажем, что они не могут состоять из более, чем одного элемента. Предположим, что могут, тогда обозначим два самых больших элемента за a и b. По условию, множество должно содержать x такой, что $S(a,x)=b$ или $\frac{a+x}{2}=b \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a+x=2b$. Пусть $b>a$, тогда $b-a>0$

$x=2b-a \Rightarrow x=b+(b-a)>b$, но b – наибольший элемент по предположению. Пришли к противоречию $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ множества X не могут состоять из двух и более элементов $\square$

+

№5)

По условию можно совершать четыре действия

1) $\begin{cases} \text{кол-во } 5: +2 \\ \text{кол-во } 2: -1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \text{кол-во } 5: +1 \\ \text{кол-во } 2: +2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \text{кол-во } 5: -2 \\ \text{кол-во } 2: +1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \text{кол-во } 5: -1 \\ \text{кол-во } 2: -2 \end{cases}$

Чтобы превратить 3 пятёрки и 30 двоек в 30 пятёрок и 3 двойки нужно кол-во 5-рок увеличить на 27, а кол-во 2 – уменьшить на 27.

Пусть a_i – кол-во совершённых действий i, тогда: $\begin{cases} 2a_1+a_2-2a_3-a_4=27 \\ -a_1+2a_2+a_3-2a_4=-27 \end{cases}$

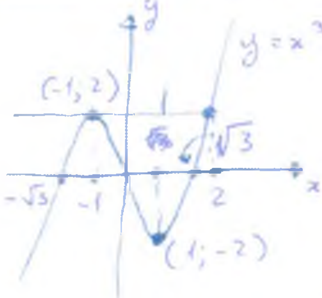
Умножим второе уравнение на 2 и сложим с первым ~~вычтем из первого~~

$2a_1+a_2-2a_3-a_4-2a_1+4a_2+2a_3-4a_4=27-27\cdot 2=-27$

$5a_2-5a_4=-27$. Левая ч. делится на 5, правая – нет, поэтому нельзя осуществить план хакера.

+

№1) $x^3-3x=t$ – решим данное уравнение графическим способом



$y=x^3-3x \Rightarrow y'=3x^2-3$

$y'=0$ при $x=\pm 1$

Графиком $y=t$ является горизонтальная прямая, и, чтобы исходное уравнение имело одно решение, прямая должна пересекать кубическую параболу только в одной точке.

Следовательно, $|t|>2$.

Пусть x_0 – единственный корень. Чтобы оценить снизу его абсолютную величину, решим уравнение $x^3-3x=2$ $(t=2)$

$x^3-3x-2=0 \Rightarrow (x^2+2x+1)(x-2)=0 \Rightarrow (x+1)^2(x-2)=0$

Корень $x=-1$ кратности 2, и $x=2$

При $t>2$, $y=x^3-3x$ возрастает $\Rightarrow$ если $x_0^3-3x_0=t$, где $t>2$, то $x_0>2$. При $t<-2$, $x_0<-2$, поскольку $y=x^3-3x$ – нечетная функция. Отсюда следует, что $|x_0|>2$.

Ответ: $|t|>2$; $|x_0|>2$.

+

№3) Доказать $\angle APQ=\angle CPB$

Доказательство.

$\angle PQA$ и $\angle PQB$ – смежные $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PQA=180^\circ-\angle PQB$

$\angle POA$ (больший) $=2\angle PQA$

$\angle PO_1B=2\angle PQB \Rightarrow \angle POA$ (б) $=360^\circ-\angle PO_1B$

$\angle POA$ (малый) $=\angle PO_1B$

Остальные равны $\Rightarrow PO=AO=BO_1=PO_1 \Rightarrow \triangle POA=\triangle PO_1B \Rightarrow$

$\Rightarrow PA=PB \Rightarrow \triangle PAB$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle PAB=\angle PBA$.

Нужно доказать, что $\angle OAQ=\angle O_1BC_1$, тогда $\triangle O_1BC_1=$ $=\triangle OQA$ – равнобедр. $\Rightarrow AQ=BC_1 \Rightarrow \angle APQ=\angle CPB$

$\angle O_1BC_1=\angle PBA-\angle PBO_1+\angle QPC_1$

$\angle OAQ=\angle PAB+\angle PAO=\angle PAB-\angle PAO+\angle QPC_1$

$2\angle PAO=\angle QAO_1$, т.к. $OO_1\perp PQ \Rightarrow \angle QOO_1=\frac{1}{2}\angle QOP$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ г. Красноярск

Место проведения

WM 54-64

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Галабурда

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 21 12 2005 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08 02 2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Галабурда

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WM 54-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. • Сначала я пронумерую все утверждения и обозначу сокращения:

М.И – Марья Ивановна; И.И – Иван Ильич; А.В – Александра Варфоломеевна; П.П – Пётр Петрович;

• Утверждения

Если М.И. „сидит", то И.И и А.В тоже „сидят" п.(1)

Только А.В. или П.П „сидит" п.(2)

Хотя бы И.И или М.И „сидит" п.(3)

П.П и И.И либо оба „сидят", либо оба не „сидят" п.(4)

• Предположим что М.И. „сидит", тогда по п(1), „сидят" и И.И и А.В, тогда по п.(2), П.П не должен „сидеть", что противоречит п.(4)

⇓

• Следовательно, М.И – не „сидит"

• Далее, предположим, что А.В „сидит", значит по п(2) П.П – не „сидит", далее по п(3), И.И обязан „сидеть" т.к М.И однозначно не „сидит", но по п(4) либо оба П.П и И.И сидят вместе, либо не один из них, противоречие

⇓

• Следовательно, А.В – не „сидит"

• Далее, т.к М.И не „сидит", по п(3) И.И „сидит", а раз он „сидит" то по п(4) сидит и П.П. Противоречий нет.

Ответ: Марья Ивановна и Александра Варфоломеевна – не „сидят"; А Пётр Петрович и Иван Ильич – „сидят"

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

Посмотрим на остатки, при делении на 10, при различных степенях „9", т.к „9" последняя цифра числа „2019" и она влияет на последнюю цифру выражения: „$2019^{2020}+2020^{2019}$"

Знач.	9^1	9^2	9^3	...	9^{2k-1}	9^{2k}	9^{2k+1}
Пос. цифра	9	1	9		9	1	9

$k \in \mathbb{N}$

Каждый последующий остаток однозначно определяется предыдущим.

+

Т.к показатель степени числа „2019" чётный последняя цифра будет равна „1", аналогично всё с нулём, только чётность показателя степени числа — не важна, если последняя цифра числа „0", у этого числа с „0" на конце при показателе степени >1, последняя цифра всегда „0".

Следовательно у 2019^{2020} последняя цифра „1", у 2020^{2019} — „0", итоговая последняя цифра будет равна $0+1=1$.

Ответ: значение суммы оканчивается цифрой „1"

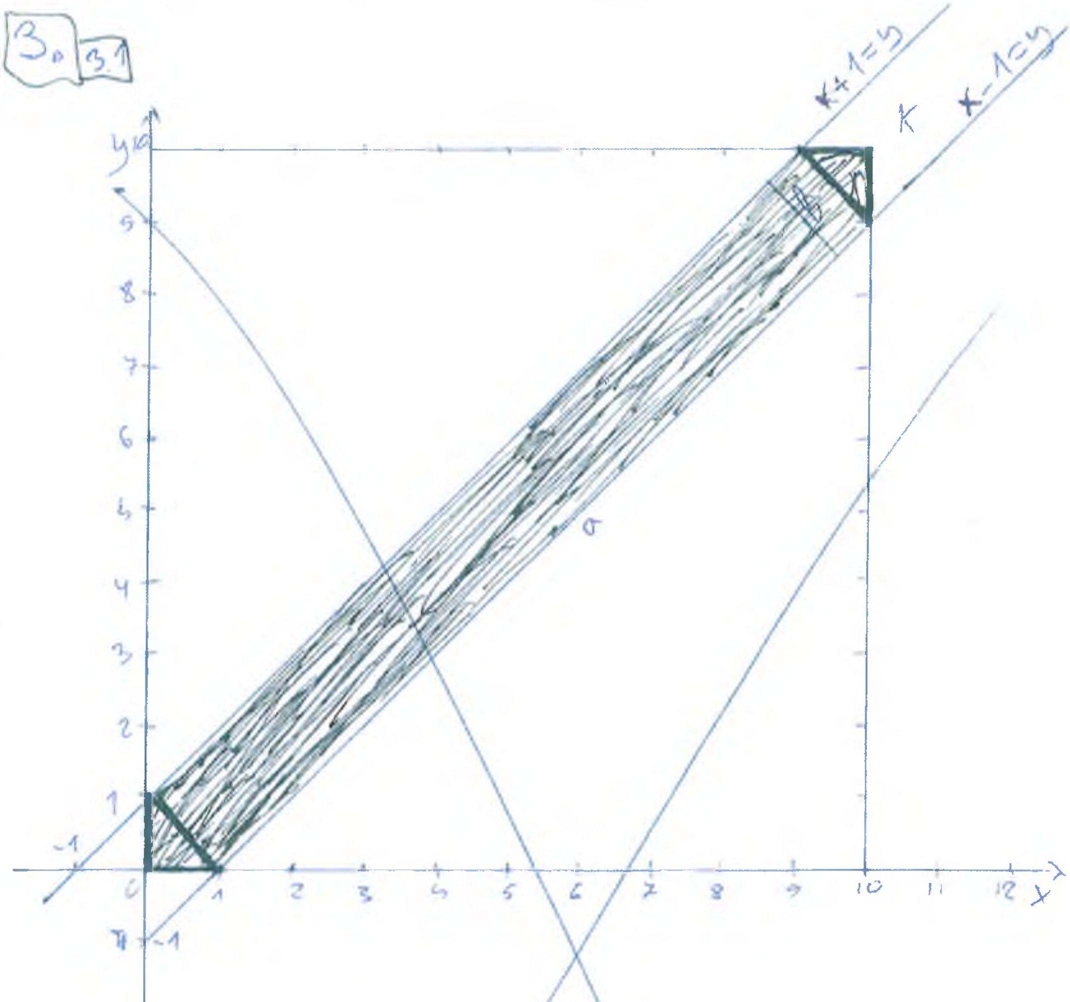
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WM 54-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

З. 31



• Из условия $[x]=[y]$, понятно что, „x" и „y" не должны отличаться друг от друга, больше чем на „1", ⇒ искомая площадь огорожена прямыми „$x+1=y$" и „$x-1=y$" и квадратом „K"

• Чтобы посчитать площадь данной фигуры отсечём 2 треугольника, у каждого, высота $=1$ и основание $=1$, их площадь $= 2\cdot\frac{1}{2}\cdot1\cdot1 = 2$.

• Площадь прямоугольника равна $a\cdot b = \sqrt{2}\cdot 9\sqrt{2} = 18$

a – диагональ единичного квадрата $-\sqrt{2}$

b – диагональ квадрата со стороной 9 $-9\sqrt{2}$

3. 3.2

- ~~Общая площадь ~~фигуры~~ множества M точек равна 1+18=19,~~
- ~~Общая площадь квадрата 10·10=100.~~
- ~~Отношение площади множества M точек к площади квадрата равно $\frac{S_{фиг}}{S_{кв.}} = \frac{19}{100}$ или 19%.~~
- ~~Ответ: $\frac{19}{100}$ или 19%~~

4

4.1 • Так как, в слове „шесть сот" содержится по 2 буквы „С" и „Т", и 1 „О", его вес не меньше слова „сто", случай равенства лишь возможен при „С"=0, „Т"=0, „Ш"=0, „Е"=0, „Ь"=0; а т.к буква „О" есть в обоих словах, на разницу в весе она не влияет и её элем. код может быть любой;

4.2 • То есть при условии что все другие буквы нулевые, буква „О" может принимать любое значение от 0 до 9, значений всего 10, каждое из них различно, => Способов 10

4.3 • А т.к больше 1 буквы имеют нулевой вес, однозначного восстановления слова по его коду, невозможно!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WM 54-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4 Пример:

„Ш" = 0

„Е" = 0

„С" = 0

„Т" = 0

„Ь" = 0

„О" = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Закодированное слово

0 0 0 0 0 0 0 0 — восстановление невозможно!

0 0 0 0 0 0 5 0

„О" + „Ш" + „Е" + „С" + 2·„Т" · „Ь" + „С" = „С" + „О" + „Т"

⇓

„О" + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + „О" + 0

⇓

„О" = „О"

Ответ 1. Да, можно,
2. 10 способов,
3. Нет, не допускают,

+

5

„Производительность" Жени = 0,5 в/мин, | Саши = $\frac{3}{10}$ в/мин.

Пусть, кол-во ватрушек съеденных Женей будет – j;
а Сашей будет – c.

Тогда можно составить систему уравнений:

+

$$\begin{cases} \frac{j}{0,5} + \frac{c}{\frac{3}{10}} = 180 \ |\cdot 3 \\ j + c = 70 \ \text{п.}(3) \end{cases} \quad \begin{cases} 6j + 10c = 540 \\ j + c = 70 \ |\cdot 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 6j + 10c = 540 \ \text{п.}(1) \\ 6j + 6c = 420 \ \text{п.}(2) \end{cases}$$

Решая систему, вычитаем из ур-ия п.(1) ур-ие п.(2);

$6j + 10c - 6j - 6c = 120 \Rightarrow 4c = 120 \Rightarrow \boxed{c = 30}$

Подставляем значение „c" в п.(3) ⇒ $j + 30 = 70 \Rightarrow j = 40$,

Ответ: Женя съел 40 ватрушек, Саша съел 30 ватрушек.

5. • Проверка:

$ж=40$

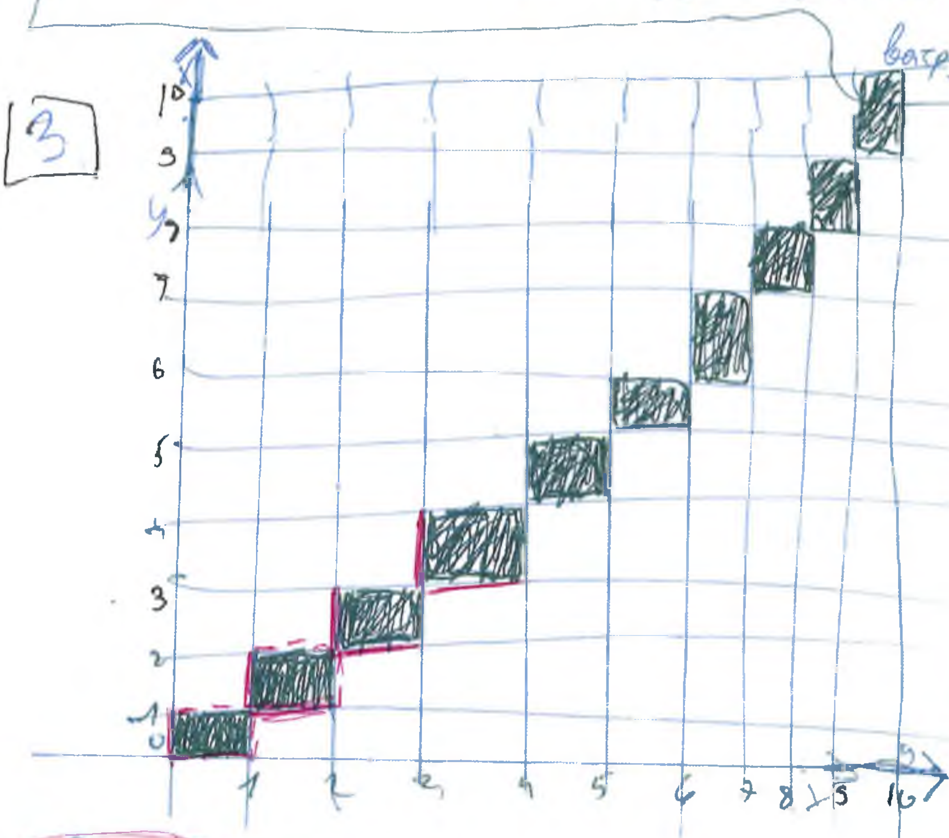
$c=30$

$$\begin{cases} \frac{40}{0,5} + \frac{30}{3/10} = 180 \\ 40+30=70 \end{cases} \quad \begin{cases} 80 + \frac{300}{3} = 180 \\ 70=70 \end{cases} \quad \begin{cases} 80+100=180 \\ 70=70 \end{cases} \quad \begin{cases} 180=180 \\ 70=70. \end{cases}$$

Всё верно.

Ответ: Женя съел 40 ватрушек, Саша съел 30 ватрушек

3



7

Границы клеток не включены, клеток всего 10, их площадь = 10, Площадь квадрата $10 \times 10 = 100$,

Почему так? Обосновать?

$$\frac{\text{Множество т-к } M}{\text{Площадь квадрата}} = \frac{10}{100}$$

Ответ: $\frac{1}{10}$ или 10%

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ

Место проведения

ЦК 79-84

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ ГАФФАРОВ

ИМЯ ЭМИЛЬ

ОТЧЕСТВО ЛЕНАРОВИЧ

Дата рождения 10.08.2005 **Класс:** 8Д

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Распишу условие.

1) Если МИ играет в ВК, то ИИ и АВ игр.

2) Либо АВ, либо ПП играет в ВК.

3) Хотя бы один из ИИ играет и МИ играет в ВК.

4) Либо ПП и ИИ играют, либо они оба не играют.

I Рассм. если МИ играет, то

1) ИИ и АВ игр.

2) АВ играет по 1 усл., но тогда П.П не играет, а по 4) усл. ППи ИИ игр. => МИ не играет.

II Рассм. если АВ играет, то ПП не играет по 2) усл. ~~по~~ МИ не играет => ИИ играет но ПП не игр. => АВ не играет.

III Если оба играют (ИИ, ПП) то по 2) АВ не игр., ПП играет. по 3) ИИ играет 4) подходит.

+

IV Если ИИ и ПП не игр., то по 2) усл. это невозм. т.к АВ игр. => => III верно

Ответ: Иван Ильич и Петр Петрович играют

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦК 79-84

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Сумма цифр $2019^{2020} + 2020^{2019}$

т.к нужно найти цифру на которую заканч. => нар рассм.

$9^{2020} + 0^{2019}$ т.к. $0^{2019} = 0$ =>

=> надо рассм. 9^{2020} ст.

степень	оканчив. на
1	9
2	1
3	9
4	1
5	9
6	1
7	9
8	1
9	9
10	1

$\boxed{9}$

Заметим зак. через 9 и 1.

1 новая на четных цифрах,

9 на нечет. => 2020 четн. число =>

=> число закончится на 1.

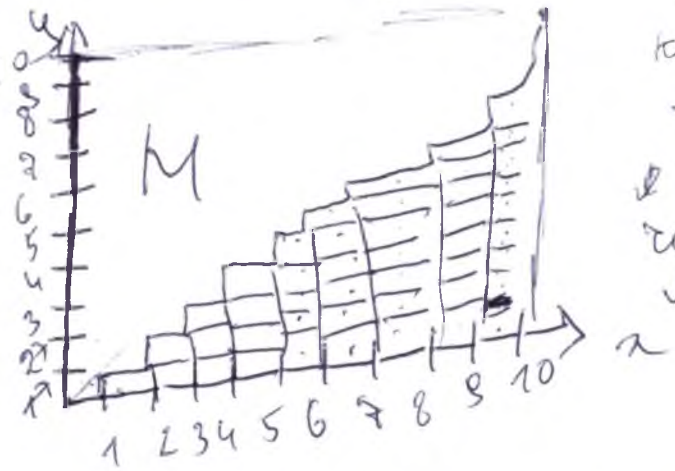
Ответ: 1.

№3.

Построим коорд. плоскость.

по усл. $[x]<[y]$

картина M будр. примерно такой т. е. в сред. кирпич. которые числа лежат в интервале $[[x];[x]+1)$ от искомых x.



т. к. жук. 45. кол. точек не прин. M. т. кот. лежат в $x=y$ их очень мало и их колич. в сумме не превыш. 1% =>

$\Rightarrow M = 100\% - 45\% = 55\%$ +

$M \approx 55\%$ т.к. посчит. т. кот. лежат в $[x]=[y]$ невозможно.

Ответ: $M \approx 55\%$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦК 79-84

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Всего 50 финансистов. котор. поровну не отл. в 50% в 50 тыс руб.

I) Минимум.

в первый день 49 финансистов. по 1 тыс. рублей. Общем 49 тыс.

во вт. 52 тыс. Общем 52 тыс.

Минимум. 101 тыс.

При условии если в каждый день вкладывали.

Максимум.

49 финансистов по 100 тыс руб.

во втор. день. 1 финансист 49 тыс. руб. Общем 4949 тыс.

при условии если в каждый день вкладывали. Ответ: от 101 тыс до 4949 тыс. (Если в каждый день вкладывали т.е. в первый и во второй).

II) Если можно только в первый и во второй

Минимум. 50 тыс в первый. (каждый по 1 тыс)

Максимум. 5000 тыс (каждый по 100 тыс)

если все 50 фин. вложат в первый день или во второй. ~~От~~ Ответ: (от 50 тыс до 5000 тыс)

Ответ по условию мне ~~не~~ понятен, поэтому расписал два возможных случая.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

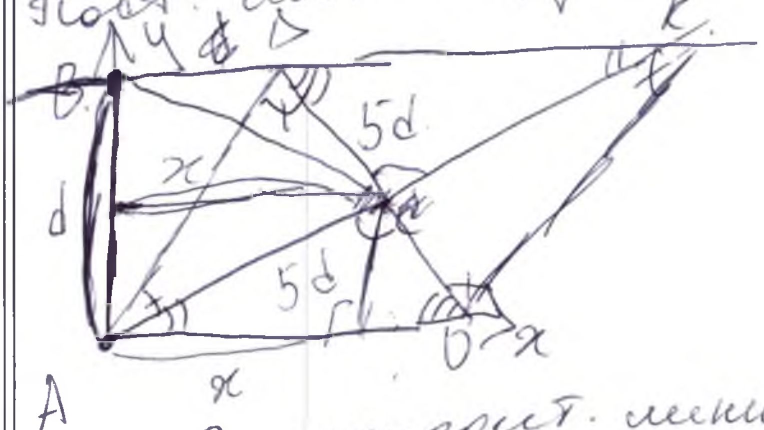
Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦК 79-84

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 5

Пост. сист. координат.



в т. B проходит линия элект. перед. (ЛЭП)

в т. H нахор. завод.

S между A и B = d

т.к кратчайш т. равноуд. от A и B =)

т.к ... ∃ т. C лежит на

=> бер. к/б Δ. ∃ т. C лежит на

S от A (S = 5d) ∃ Δ т. ... на к. ор. пар.

S от A ... линии ЭП.

ч.т. ~~Были~~ рав. C от A и B а линии ЛЭП оси

пров. AC ∫ прямой

пер. в т. K. прод. DC до оси общ. перес

соед. K и O. получ. паралл. ADKO т. D

$\angle D + \angle \ldots + \angle \ldots = 180^\circ$. т.к $DK \parallel AO$ => при сек AD

=> $\angle DAO + \angle ADK = 180^\circ$, при сек. KO.

$\angle AOK + \angle DKO = 180^\circ$ $\angle CKO = \angle COK$. р/б =>

$\angle AOK + OKD = 180^\circ$, $\angle ADC = \angle COK$ => $\angle AOK = \angle ADK$,

$\angle DKO = \angle DAO$ => ADKO - пар. т.к. в пар.

AK при перес. с DO делятся попол. => AK = 4d = DO =>

=> ABKO - прям. => $0,5d^2 + x^2 = 25d^2$ по теореме П

$x^2 = 24,75d^2$ => $x = \sqrt{24,75}d$, $y = 0,5d$.

Ответ: $(\sqrt{24,75}d; 0,5d)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

YS 96-56

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Голубев

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 15.02.2005 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

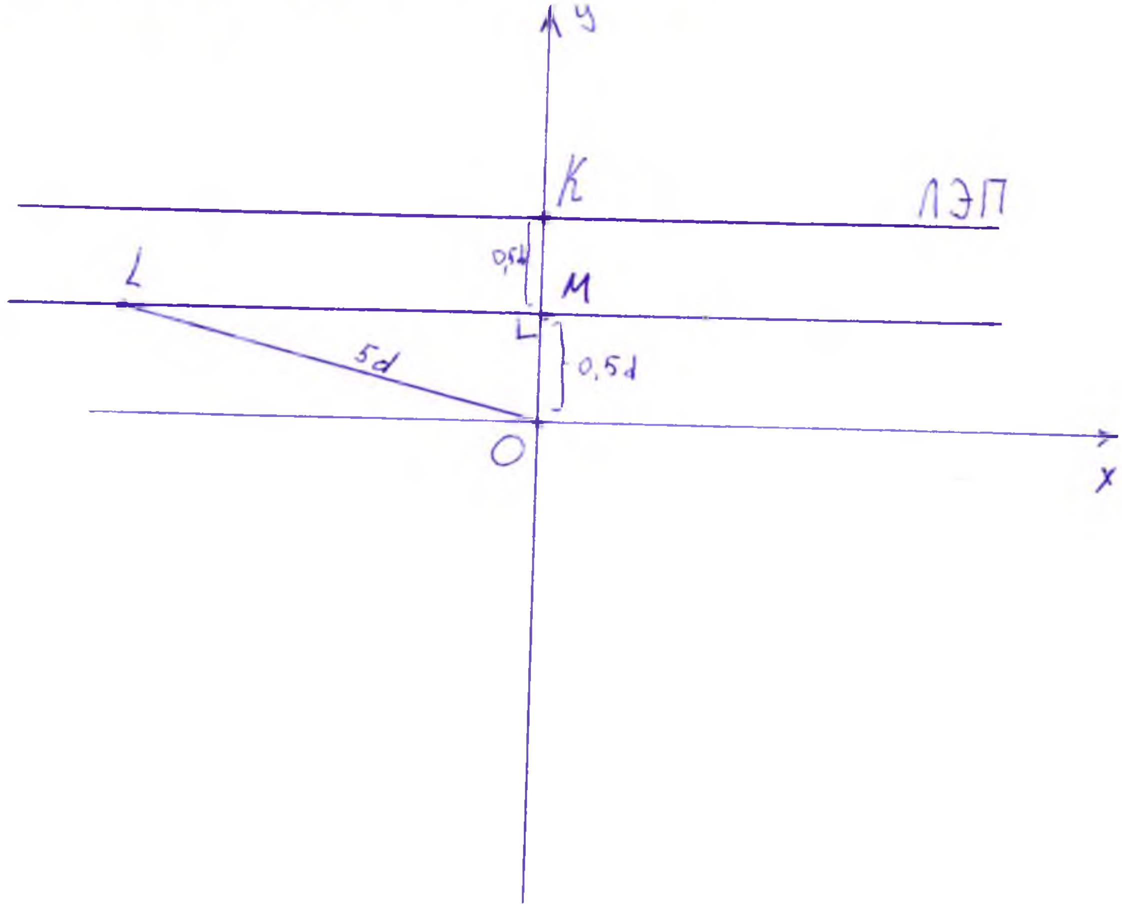
Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(5) Если ЛЭП параллельно оси Oy, то $d = 0$, значит ЛЭП параллельна оси Ox. Построим координатную плоскость xOy. Где O - это завод.



Точка K имеет координаты $(0; d)$ и через нее проходит ЛЭП, которая параллельно Ox.

Чтобы расстояние от ЛЭП всегда было равно расстоянию до завода, дорога должна быть также параллельна Ox и проходить через точку M с координатами $(0; 0{,}5d)$.

Отметим точку L так, чтобы расстояние от нее до точки O было равно $5d$.

$\angle xOy = 90^\circ$, по построению.

$\angle LMO = 90^\circ$, т.к. сумма внутренних односторонних углов при $Ox \parallel LM$ и секущей Oy равна 180°

По теореме Пифагора:

$$LM^2 = -OM^2 + OL^2$$

$$LM = \sqrt{OL^2 - OM^2}$$

$$LM = \sqrt{(5d)^2 - (0,5d)^2}$$

$$LM = \sqrt{(5d - 0,5d)(5d + 0,5d)}$$

$$LM = \sqrt{24,75\,d^2}$$

$$LM = d\sqrt{24,75}$$

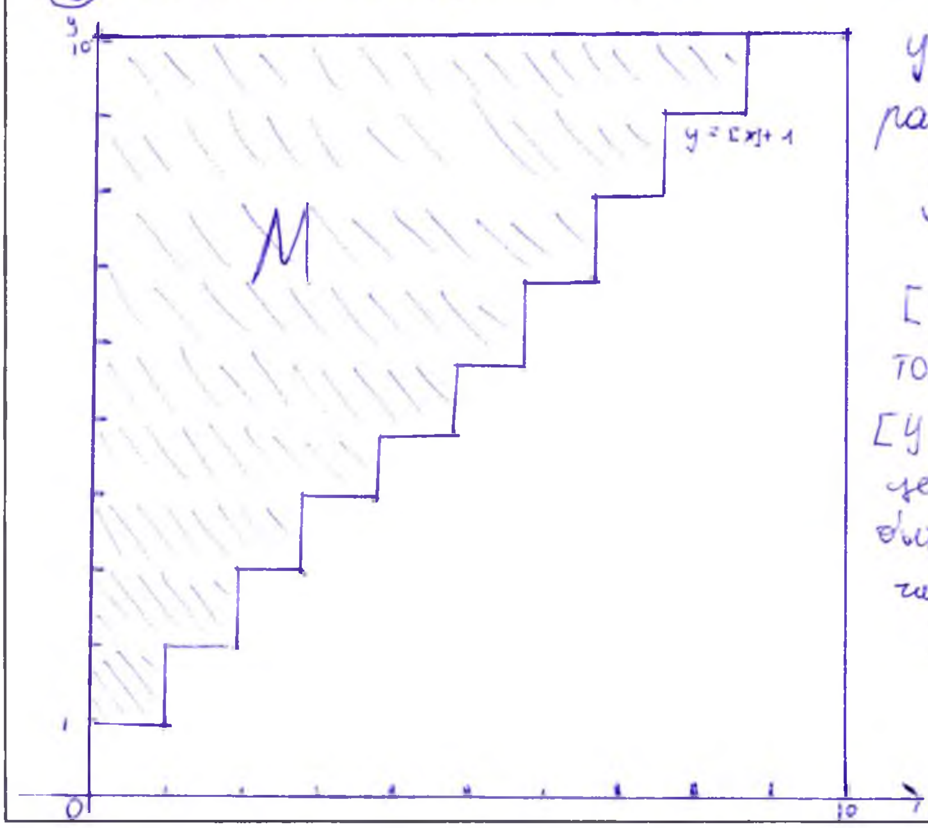
LM численно будет равно координате x точки L, а OM численно равно координате y точки L.

$\Downarrow$

$$L(d\sqrt{24,75}\,;\,0,5d)$$

Ответ: $(d\sqrt{24,75}\,;\,0,5d)$

3) Построим координатную плоскость xOy.



Узнаем площадь квадрата K.

$$S_K = 10^2 = 100.$$

$[y] > [x]$ тогда и только тогда, когда $[y] \geq [x] + 1$, так как целая часть не может быть выражена дробным числом.

Построим график.

$$y = [x] + 1$$

Теперь все что находится между этим графиком и верхней гранью квадрата K есть множество M, удовлетворяющее условию $[y] > [x]$

Площадь этого многоугольника можно представить как сумму прямоугольников $1 \times k$, где k - это натуральные числа на отрезке $[1; 9]$

$S_M = 1\cdot1 + 1\cdot2 + 1\cdot3 + 1\cdot4 + 1\cdot5 + 1\cdot6 + 1\cdot7 + 1\cdot8 + 1\cdot9 = 45$

$\frac{S_M}{S_K} = \frac{45}{100} = 0{,}45$ или 45%

Ответ: 0,45 или 45% (+)

(2) Заметим, что любая степень числа 2020 будет оканчиваться нулем, так как само это число оканчивается нулем.

Также заметим, что каждая чётная степень числа 2019 оканчивается на число 1, а нечетная степень оканчивается на число 9. $2019^1 = 2019$ и так далее и $2019^2 = 4076361$ и так далее

Это происходит, потому что $9 \cdot 9 = 81$, затем $1 \cdot 9 = 9$ и так далее (+)

Степень числа 2019^{2020} четная, значит оно заканчивается на цифру 1, а любая степень 2020 заканчивается 0, значит их сумма будет заканчиваться цифрой 0+1=1.

Ответ: значение суммы будет заканчиваться цифрой 1.

(далее МИ)
① 1) Если Марья Ивановна сидит ВКонтакте, то и Иван Ильич (далее ИИ) и Александра Варфоломеевна (далее АВ) тоже сидят ВКонтакте

1.1) Так как сидит ИИ, то сидит и Петр Петрович (далее ПП) (по условию).

1.2) Так сидит или только АВ, или только ПП, то ПП не сидит ВКонтакте.

Между пунктами 1.1. и 1.2. возникает противоречие (в одном ПП сидит, а в другом нет) следовательно невозможна ситуация, где МИ сидит ВКонтакте.

Рассмотрим все возможные ситуации, где МИ не сидит ВКонтакте.

2) Не возможна ситуация, где МИ не сидит и ИИ не сидит, так как хотя бы один из них обязан сидеть вКонтакте.

Из пункта 2 следует, что обязательно сидит ИИ, а значит сидит и ПП, так как они либо оба сидят, либо оба не сидят.

3) Так как сидит ПП, то АВ точно не сидит.

Из ситуации 3 вытекает, что сидит ВКонтакте ПП и ИИ, а МИ не сидит, и АВ не сидит.

В данной ситуации не возникает противоречий

И она является фиктивной, так как в противном случае нарушаются пункты 1, 2 и 3, которые нарушать запрещено.

+

Ответ: Марья Ивановна не сидит вКонтакте. Иван Ильич сидит ВКонтакте; Александра Варфоломеевна не сидит вКонтакте; Петр Петрович сидит ВКонтакте.

4) Условием не ограничена минимальная планка взноса, а также не запрещено, чтобы финансисты могли вносить одинаковые суммы.

Так все финансисты могли внести по 1 тыс рублей за первый день, а во второй по 2 тыс. рублей. Тогда они соберут 150 тысяч рублей (это минимальная сумма)

Максимальная сумма получится если все в первый день внесли по 49 тыс рублей, а во второй по 50 тыс. рублей (так как сумма не должна превышать 100 тыс. рублей) Сумма получится равна 4950 тыс рублей или же 4,95 миллиона рублей

Ответ: максимальная сумма 4950000 рублей

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

DS 64-89

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Гонобоблев

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 10.07.2003 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

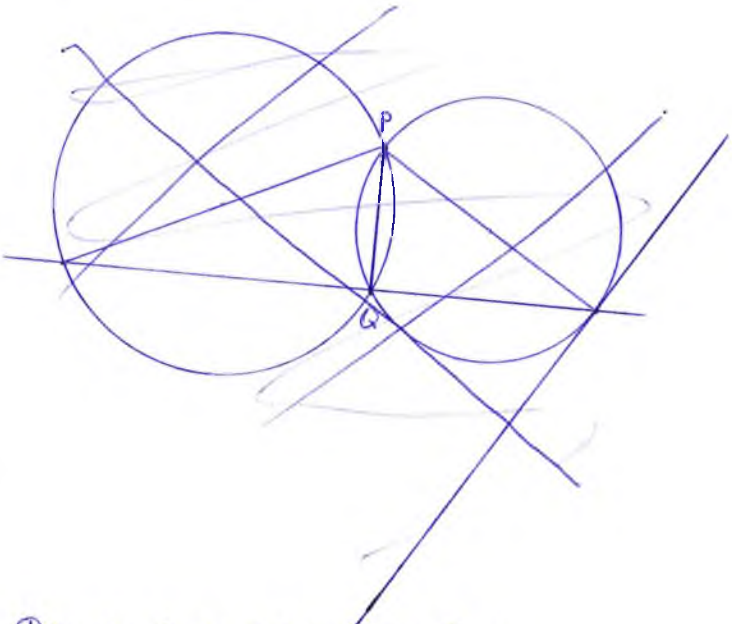
Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.



Дано:

Окр$(O;R)$, Окр$(O_1;r)$

Окр$(O;R) \cap$ Окр$(O_1;r) = P, Q$

$l \perp PQ$, $Q \in l$

$l \cap$ Окр$(O;R) = A$

$l \cap$ Окр$(O_1;r) = B$

$a \cap$ Окр$(O;R) = A$

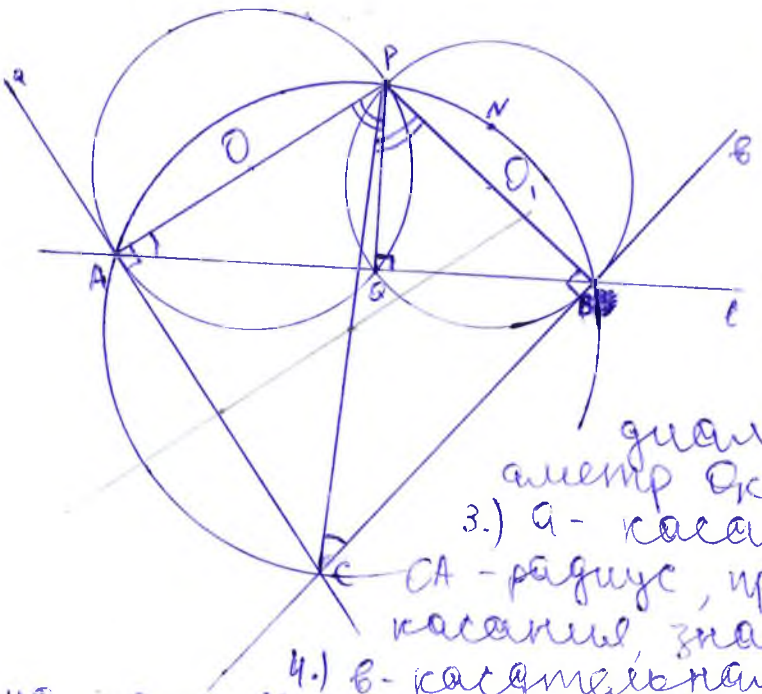
$b \cap$ Окр$(O_1;r) = B$

$a \cap b = C$

Доказать:

$\angle APQ = \angle CPB$

Доказательство:



1.) $\angle PQB$ - вписанный в Окр$(O_1;r)$, $\angle PQB = 90°$, значит он опирается на диаметр. Значит PB - диаметр Окр$(O_1;r)$

2.) $\angle PQA$ - вписанный в Окр$(O;R)$, $\angle PQA = 90°$, значит он опирается на диаметр. Тогда AP - диаметр Окр$(O;R)$.

3.) a - касательная к Окр$(O;R)$ CA - радиус, проведенный в точку касания, значит $OA \perp a$

4.) b - касательная к Окр$(O_1;r)$, O_1B - радиус, проведенный в точку касания, значит $O_1B \perp b$.

5.) $CAPB$ - вписанный, т.к. $\angle PAC + \angle PBC = 90° + 90° = 180°$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Опишем около $CAPB$ Окр$(O_2; R_1)$

Тогда $\angle APB$ и $\angle PCB$ - вписанные в окр$(O_2; R_1)$ и опираются на одну дугу PTB, значит $\angle APB = \angle PCB$.

б.) $\triangle APQ$, $\triangle CPB$ - прямоугольные, $\angle PQA = \angle PBC = 90^\circ$, значит $\angle APQ = 90^\circ - \angle PAQ = 90^\circ - \angle PCB = \angle CPB$.

$\angle APQ = \angle CPB$, ч.т.д.

+

№5 ~~От противного: Допустим, у хакера получилось из пятёрок и двоек~~

~~Пусть хакер сделал x изменений типа а.), y изменений типа б.), k изменений типа в.), и изменений типа г.). Тогда $x \in N_0$, $y \in N_0$, $k \in N_0$, $n \in N_0$.~~

~~От противного.~~

От противного:

Допустим, что у хакера получилось из 3 пятёрок и 30 двоек сделать 30 пятёрок и 3 двойки. Тогда пусть он сделал x изменений типа а.), y изменений типа б.), k изменений типа в.) и n изменений типа г.). Тогда $x \in N_0$, $y \in N_0$, $k \in N_0$, $n \in N_0$.

	Пятёрки	Двойки	
а.)	+2	−1	x
б.)	+1	+2	y
в.)	−2	+1	k
г.)	−1	−2	n

Тогда количество пятёрок изменилось на $(2x + y - 2k - n)$, а количество двоек изменилось на $(-x + 2y + k - 2n)$.

Получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} 3 + (2x + y - 2k - n) = 30, \; n \in N_0, x \in N_0, y \in N_0, k \in N_0 \\ 30 + (-x + 2y + k - 2n) = 3 \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\begin{cases} 2(x-k)-(n-y)=27 \\ 27-(x-k)-2(n-y)=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x-k=p \\ n-y=m \end{cases}$ $(x\in N_0, k\in N_0) \Rightarrow p\in Z$ $(n\in N_0, y\in N_0) \Rightarrow m\in Z$

$\begin{cases} 2p-m=27 \\ 27-p-2m=0 \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{2p-m=p+2m} \\ \cancel{2p-m=27} \end{cases}$ $\begin{cases} 2p-m=27 \\ 27=p+2m \end{cases}$

+

$\begin{cases} 2p-m=p+2m \\ 2p-m=27 \end{cases}$ $\begin{cases} p=3m \\ 2\cdot 3m-m=27 \end{cases}$ $\begin{cases} p=3m \\ 5m=27 \end{cases}$

$\begin{cases} p=3m \\ m=\cancel{\frac{28}{5}}\ \frac{27}{5} \end{cases}$ $\frac{27}{5}\notin Z$, значит $m\notin Z$, что противоречит смыслу задачи. ($n\notin N_0$ или $y\notin N_0$)

Значит, наше предположение не верно. Тогда хакер не сможет из 3 пятёрок и 30 двоек сделать 30 пятёрок и 3 двойки.

Ответ: нет, не может.

№2.

$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \mid\cdot 3 \\ 3[x]-2y=p \mid\cdot 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 6[x]+3y=\frac{9}{2} \\ 6[x]-4y=2p \end{cases}$

$\begin{cases} 7y=\frac{9}{2}-2p \\ 2[x]+y=\frac{3}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \\ 2[x]=\frac{3}{2}-y \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \\ 2[x]=\frac{3}{2}-\frac{9}{14}+\frac{2p}{7} \end{cases}$

$\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \\ [x]=\frac{1}{2}\left(\frac{21-9}{14}+\frac{2p}{7}\right) \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \\ [x]=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{14}+\frac{p}{7} \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \\ [x]=\frac{3}{7}+\frac{p}{7} \end{cases}$

$\begin{cases} y=\frac{9}{14}-\frac{2p}{7} \ (1) \\ [x]=\frac{p+3}{7} \ (2) \end{cases}$ Значение y можно найти из уравнения (1) для всех $p\in R$

Уравнение (2) ~~Б~~ имеет хотя бы один корень тогда и только тогда, когда $\left(\frac{p+3}{7}\right)\in Z$,

т.к. ~~[x]~~ $\forall x\in R$ $[x]\in Z$

Пусть $\frac{p+3}{7}=k$, $k\in Z$

$p+3=7k$

$p=7k-3,\ k\in Z$

Тогда при всех $p=7k-3$, $k\in Z$ уравнение (1) будет иметь один корень, уравнение (2) бесконечное множество корней, значит система будет разрешима.

Ответ: $p=7k-3,\ k\in Z.$

+

~~№4.~~

$a\circ x=b$

$\forall a\in X\ \ \forall b\in X\ \ \exists!\, x_0\in X\ \ a\circ x_0=b$

$$\frac{a+x+|a-x|}{2}=b$$

$a+x+|a-x|=2b$

$|a-x|=2b-a-x$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a-x=2b-a-x\\ a-x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}a-x=a+x-2b\\ a-x\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=b\\ x\leq a\end{cases}\\ \begin{cases}x=b\\ x\geq a\end{cases}\end{array}\right.$$

№1. +

Введём прямоугольную систему координат Oxy, т.ч. завод(z) будет находиться в точке $(0;0)$, а ~~ЛЭ~~ ЛЭП (ℓ) будет параллельна оси Ox и пересекать ось Oy в точке $(0;-d)$.

Тогда $\ell:\ y=-d$ $\quad 0\cdot x+1\cdot y+d=0$

$$\rho(z;\ell)=\frac{|a x_z+b y_z+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\rho(z;\ell)=\frac{|0\cdot 0+1\cdot 0+d|}{\sqrt{0^2+1^2}}=|d|,$$ что соответствует условию. $d>0$, т.к. это расстояние от точки до прямой

Найдём множество всех точек $M(x;y)$, удовлетворяющих условию $\rho(M;Z)=\rho(M;\ell)$

$$\rho(M;Z) = \sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2} = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\rho(M;\ell) = \frac{|0\cdot x + 1\cdot y + d|}{\sqrt{0^2+1^2}} = \cancel{|y+d|}\ |y+d|$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = |y+d|$$

$$x^2+y^2 = (|y+d|)^2$$

$$x^2+y^2 = y^2+d^2+2yd$$

$$x^2-d^2 = 2yd$$

$$y = \frac{x^2-d^2}{2d}$$

$y = \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{2}$ – уравнение линии, описывающей дорогу.

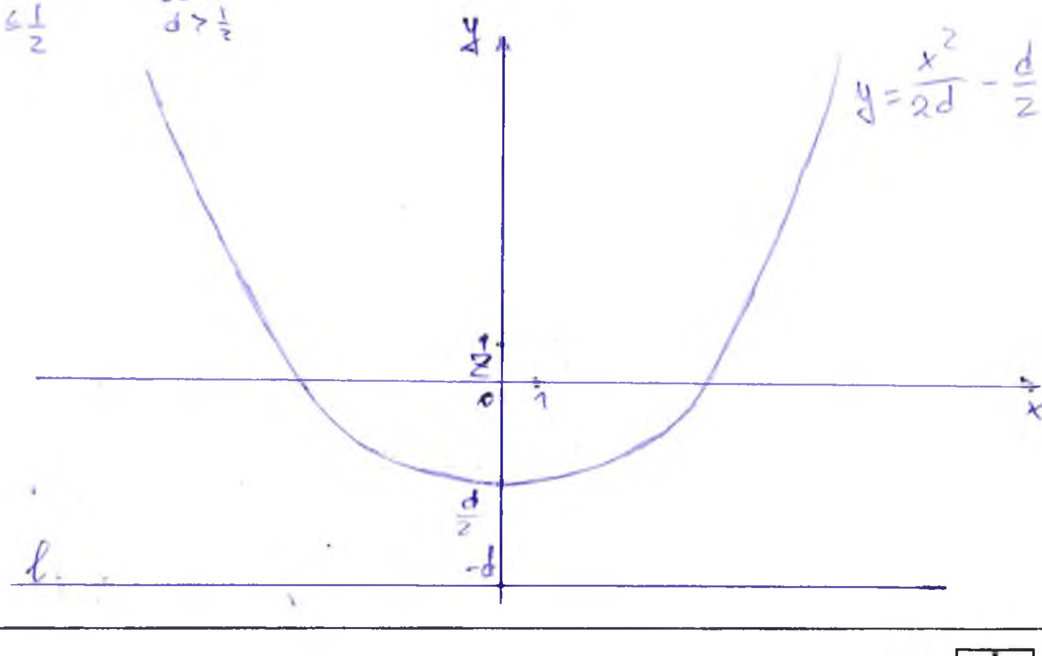
График $y = \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{2}$ – парабола, ветви направлены вверх, т.к. при $d>0$; $\frac{1}{2d}>0$

$$\Gamma y = x^2 \xrightarrow[\substack{\text{сжатие к } Ox \text{ в } 2d \text{ раз при} \\ d>\frac{1}{2}}]{\text{растяжение от } Ox \text{ в } \frac{1}{2d} \text{ раз при } d\le\frac{1}{2}} \Gamma y = \frac{x^2}{2d} \xrightarrow[\frac{d}{2}]{\text{вниз на}} \Gamma y = \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{2}$$

$\frac{1}{2d} \geq 1$ $\qquad$ $\frac{1}{2d} < 1$

$2d \leq 1$ $\qquad$ $2d > 1$

$d \leq \frac{1}{2}$ $\qquad$ $d > \frac{1}{2}$



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $y=\frac{x^2}{2c}-\frac{c}{2}$ – парабола, ветви направлены вверх.

+

№4.

$a\circ x=b$

$\forall a\in X \quad \forall b\in X \quad \exists!\, x_0 \quad a\circ x_0=b,\ x_0\in X$

$$\frac{a+x+|a-x|}{2}=b$$

$a+x+|a-x|=2b$

$|a-x|=2b-a-x \quad (1)$

$$|f(x)|=g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)=g(x)\\ f(x)\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)=-g(x)\\ f(x)\leq 0\end{cases}\end{array}\right.$$

Значит $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a-x=2b-a-x\\ a-x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}a-x=a+x-2b\\ a-x\leq 0\end{cases}\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}b=a\\ x\leq a\end{cases}\\ \begin{cases}x=b\\ x\geq a\end{cases}\end{array}\right. \quad (2)$$

Тогда по условию для любых $a\in X$ $b\in X$ (2) ~~имеет один~~ имеет единственный корень x, и $x_0\in X$

Тогда пусть множество X – непустое. Тогда т.к. a и b – любые из X, мы сможем выбрать их равными из этого множества т.е. $a=b$, $a\in X$, потому что не в условии не сказано, что эти числа различны. Значит для этих a и b ~~система~~ совокупность примет вид:

$\left[\begin{array}{l}x\leq a\\ x=a\end{array}\right.$ $x\leq a$ Получаем бесконечное множество решений для любого непустого множества X, что противоречит условию. Значит, таких множеств X не существует.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.к. если X - пустое, то мы не сможем из него выбрать ни одного числа a и b.

Ответ: таких числовых множеств X не существует.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Калининград, СОШ 4

Место проведения

NT 90-20

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Готовко

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 25.02.2003 **Класс:** 10

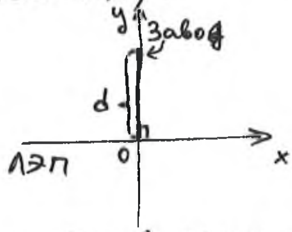
Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: АГот

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

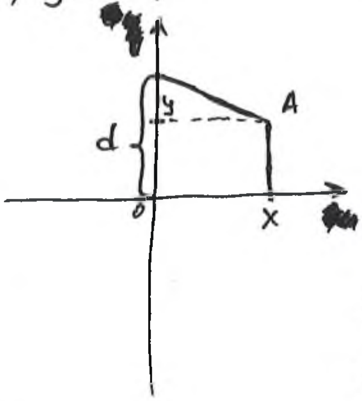
Задание 1 Введем систему координат следующим образом: оси Ox соответствует ЛЭП, оси Oy – перпендикуляр, опущенный из точки, соответствующей заводу, на ~~ЛЭП~~ ЛЭП (ось Ox):



Рассмотрим некоторую точку $A(x_0; y_0)$, которая лежит на линии строящейся дороги. Рассмотрим три случая: $y<d$, $y>d$, $y=d$.

+

1) $y<d$:



Согласно условию, ~~для любой точки А дороги~~ любая точка A строящейся дороги равноудалена от ЛЭП и Завода, тогда, в нашем случае:

$\sqrt{(d-y)^2+x^2}=y$

$(y-d)^2+x^2=y^2$

$y^2-2yd+d^2+x^2=y^2$

$2yd=x^2+d^2$

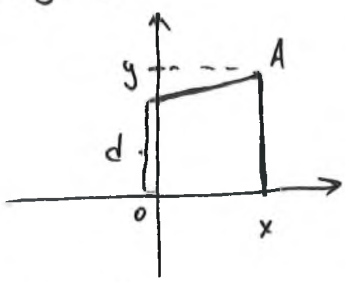
$y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2}$

Имеем систему:

$\begin{cases} y<d \\ y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2} \end{cases}$

линия – парабола.

2) $y>d$:



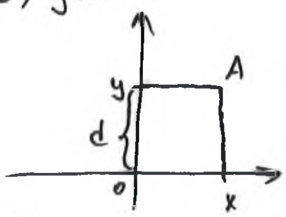
Аналогично:

$\sqrt{(y-d)^2+x^2}=y$

...

$\begin{cases} y>d \\ y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2} \end{cases}$, линия – парабола.

3) $y=d$:



$x=y=d$

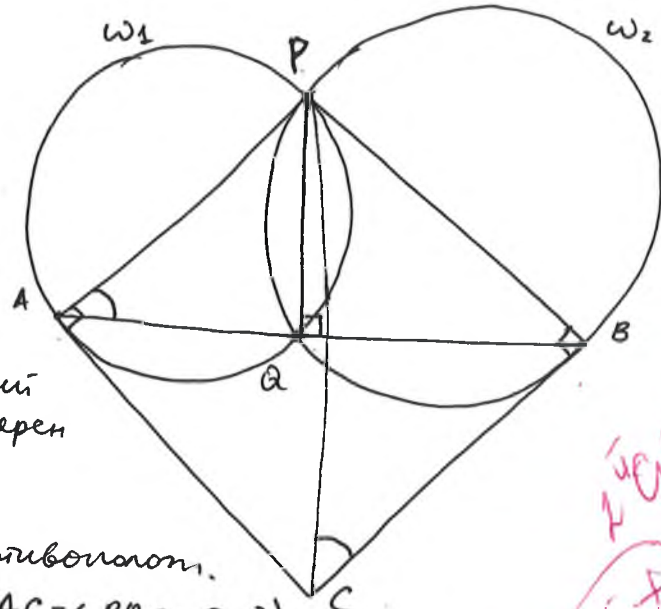
$\begin{cases} y=d \\ A(x,y) \end{cases}$, точка

Заметим, что если подставить $y=d$ в уравнение $y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2}$, то получим $x^2=d^2$; $x=d$ (берем $d>0$), то есть $y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2}$ ~~описывает всю~~ задает всю линию дороги целиком.

Ответ: $y=\frac{1}{2d}\cdot x^2+\frac{d}{2}$; парабола.

Задание 3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) Назовем окр-и ω_1 и ω_2
2) Рассмотрим ω_1:
$\angle AQP$ ~~впис~~ вписан и опирается на хорду AP; $\angle AQP = 90° \Rightarrow$
AP – диаметр ω_1
Аналогично PB – диаметр ω_2.
3) AC – касательная к ω_1
AP – диаметр ω_1
$\Rightarrow AP \perp AC$ (радиус, проведенный к точке касания, перпендикулярен касательной)
Аналогично $PB \perp CB$
4) $APBC$ – вписан (сумма противополож. сторон равна $90+90=180°$; $\angle PAC = \angle PBC = 90°$)

каких?

$\Rightarrow \angle PAB = \angle PCB$ (впис. углы, опирающиеся на одну хорду, равны)
5) Рассмотрим $\triangle AQP$ и $\triangle PCB$:
$\angle AQP = \angle CBP = 90°$; $\angle PAQ = \angle PCB \Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$, т.е. отрезки AQ и CB видны из точки P под одинаковыми углами

2 случай

(±)

Задание 2

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2} & |\cdot 3 \\ 3[x] - 2y = p & |\cdot 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6[x] + 3y = \frac{9}{2} \\ 6[x] - 4y = 2p \end{cases} \downarrow \ominus$$

$7y = \frac{9}{2} - 2p$; $7y = \frac{9-4p}{2}$;
$y = \frac{9-4p}{14}$. Подставим в систему.

$$\begin{cases} 2[x] + \frac{9-4p}{14} = \frac{3}{2} & |\cdot 14 \\ 3[x] - \frac{9-4p}{7} = p & |\cdot 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 28[x] + 9 - 4p = 21 \\ 21[x] - 9 + 4p = 7p \end{cases} \downarrow \oplus$$

$49[x] = 21 + 7p \quad |:7$
$7[x] = 3 + p$
$[x] = \frac{p+3}{7}$

(+)

Т.к. $[x]$ – целое, то $\frac{p+3}{7}$ тоже целое. Т.е. система разрешима при $p \in \mathbb{Z}: p+3 \vdots 7$

Ответ: $p \in \mathbb{Z}: p+3 \vdots 7$ в другом виде $p = \ldots$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NT 90-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 4 $a \circ x = b$

$\mp$

$\frac{a+x+|a-x|}{2} = b$; $a+x+|a-x| = 2b$ Раскроем модуль:

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a \geq x: \\ a = b\end{cases} \\ \begin{cases}a < x: \\ x = b\end{cases}\end{array}\right.$ Запишем в виде: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a = b \\ x \leq a\end{cases} \\ \begin{cases}a < b \\ x = b\end{cases}\end{array}\right.$

Предположим, что нашлось такое множество X. Зафиксируем из него a и b такие, что $a<b$, тогда $x=b$. Но уравнение должно иметь корень при любых a и b из X. Поменяем числовые значения a и b местами, и система уже не имеет решений $(a>b)$. Рассмотрим другой случай: все элементы множества X равны. Тогда $\forall a,b: a=b$, тогда $x \leq a$ ~~...~~ уравнение не имеет единственного корня. То есть предположение неверно, и таких X не существует.

Ответ: не существует таких множеств

Задание 5 Обозначим кол-во четерок за a, кол-во двоек за b.

~~...~~ Обозначим операции, которые может проводить юный хакер, за $\alpha, \beta, \gamma, \delta$:

α	$a+2 \to b-1$
β	$a+1 \to b+2$
γ	$a-2 \to b+1$
δ	$a-1 \to b-2$

~~...~~ Предположим, что ответ „да", тогда обозначим кол-во применений операций $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ за k_1, k_2, k_3, k_4 соответственно. Тогда верно следующее:

$27 = 2k_1 + k_2 - 2k_3 - k_4$

$-27 = -k_1 + 2k_2 + k_3 - 2k_4$; $27 = k_1 - 2k_2 - k_3 + 2k_4$

$\oplus$

$\Rightarrow 2k_1 + k_2 - 2k_3 - k_4 = k_1 - 2k_2 - k_3 + 2k_4$

$k_1 + 3k_2 = k_3 + 3k_4$

$k_1 - k_3 = 3k_4 - 3k_2$

$k_1 - k_3 = 3(k_4 - k_2)$

$p_1 = 3p_4$

Так как операции α и γ и β и δ обратные, заменим $k_1 - k_3$ на p_1, а $k_4 - k_2$ на p_2, где p_1 и p_2 – результативные применения операций α и δ

Тогда: $p_1 \cdot 2 - p_4 = 27$ (кол-во четерок в конечном счете увеличилось на 27)

$3p_4 \cdot 2 + p_4 \cdot (-1) = 27$

$p_4 - ?$

$6p_4 - p_4 = 27$

$5p_4 = 27$, т.е. ~~...~~ $p_4 \notin \mathbb{N}$, $p_4 \neq 0$ – противоречие, т.к. по смыслу задачи $p_4 \in \mathbb{Z}_+$

Ответ: нет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

IS 41-92

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ ГУБАНОВА

ИМЯ ЕЛЕНА

ОТЧЕСТВО БОРИСОВНА

Дата рождения 11.11.2004 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-92

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Мар И	Иван. И	Алекс. Вар.	Петр. петр
если Мар И. в сети, то +	+	+	
		либо +	либо + или.
хотя бы один ~~или~~ + .	или +		
	+		+
	−		−
−	+	−	+

1. Если Мар И будет в вк, то Иван И и Алек. Вар. тоже в вк ⇒ по того и Петр. тоже в вк (по 4 условию) что противоречит второму усл. задачи ⇒ Мар. И. не в вк

тогда по 3 услов. Иван Иванович точно будет в вк. ⇒ Петр точно в вк по 4 условию задачи ⇒ Алекс. Варф не в вк по 2 условию задачи

Ответ. Мар. И. – не в вк
Ив. И. – в вк
Алек. Вар. – не в вк
Петр. Петр – в вк

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-92

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2} & \text{уравн №1} \\ 3[x_1]-2x_2=4 & \text{уравн №2} \end{cases}$$

из уравн №2

$$x_2=\frac{3[x_1]-4}{2}=\frac{3}{2}[x_1]-2.$$

~~подставим в ур-ие №1~~

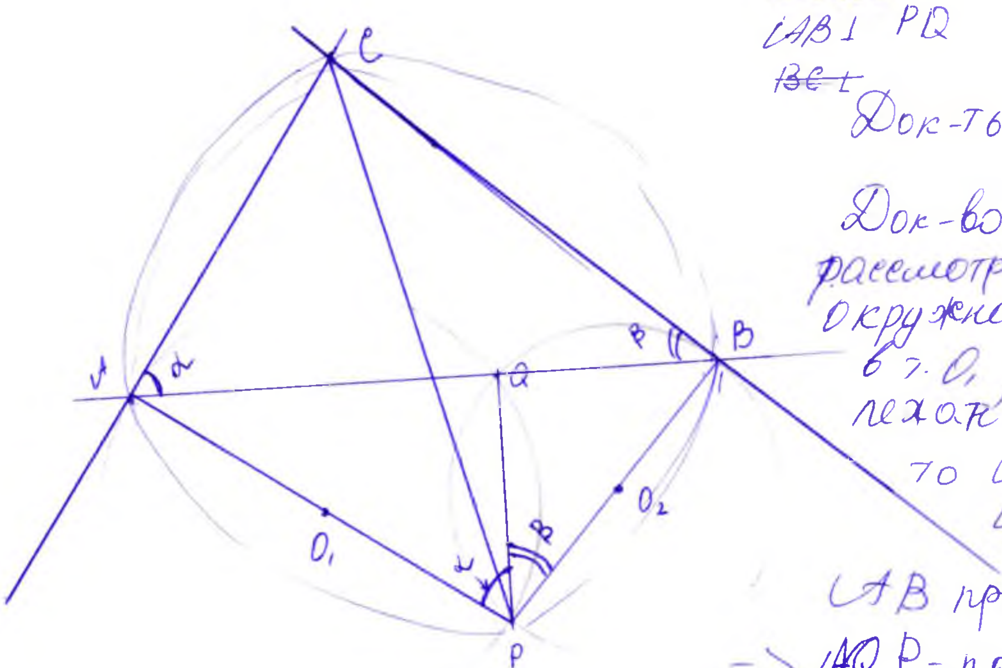
X /

$$2[x_1]+\frac{3}{2}[x_1]-2=\frac{3}{2}.$$

$$[x_1]=1 \Rightarrow x_2=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$$

$$x_1\in[1;2) \quad x_2=-\frac{1}{2}$$

№3



Дано

$AB\perp PQ$

~~$BC\perp$~~

Док-ть $\angle BPC=\angle APQ$

Док-во

рассмотрим первую окружность с центром в т. O_1, т.к. т. A и т. Q лежат на этой окруж, то $AQ\perp PQ$ (по усл $AB\perp PQ$), причем AB проходит через т. Q $\Rightarrow \triangle AQP$ - прямой, причем он вписан во окружность, $\Rightarrow AP$ - диаметр, т.к. $\triangle AQP$ - прямоуг. а прямой угол, вписанный в окружность опир. на диаметр этой окружн. $\Rightarrow O_1A=O_1P$ (радиусы)

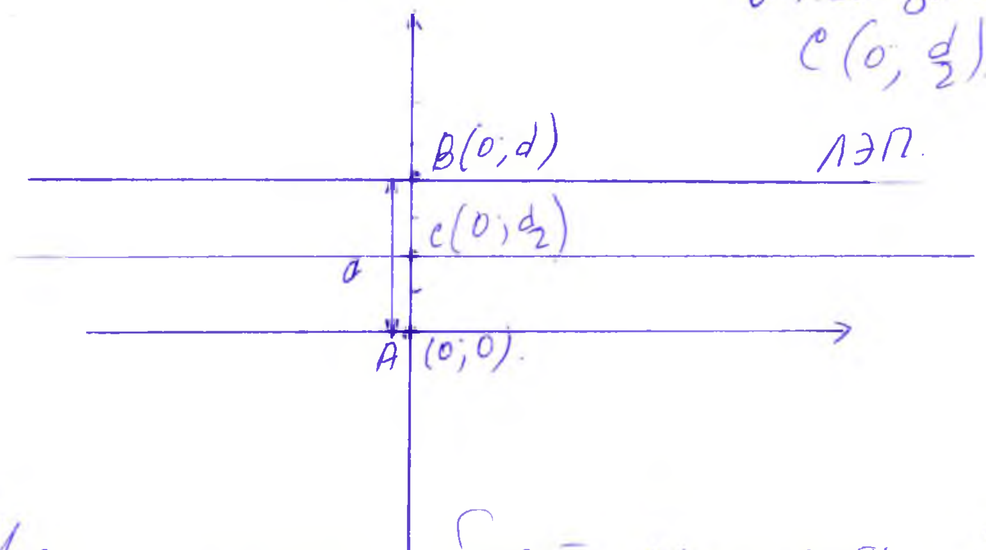
Аналогично и со второй окружн. с центром O_2; ⇒ PB - диаметр; $PQ \perp BQ$
т.к. CB и AC - касат., то они перпен. радиусам, проведенным в т. касания ⇒
$O_1A \perp AC \Rightarrow AC \perp AP$.
$O_2B \perp BC \Rightarrow PB \perp BC$ | ⇒ $\angle CAP = \angle CBP = 90°$
Рассмотр. △ AQP и PQB: пусть $\angle QPA = \alpha$; тогда $\angle QAP = 90 - \alpha$ (т.к △ прямоуг), т.к $\angle$ CAP - прямой, то $\angle CAB = \alpha$; В △PQB пусть $\angle QPB = \beta$; тогда $\angle QBP = 90 - \beta$ (т.к △ прямоуг) ⇒ $\angle QBC = \beta$ (т.к $\angle$ PBC - прямой) Вернемся к четырехуг. APBC (если сумма противопол $\angle$ = 180°, то вокруг четырехуг. можно описать окружность: у нас $\angle CAP = 90°$, $\angle CBP = 90°$
⇒ сумма противоп $\angle$ = 180°, а значит и $\angle ACB + \angle APB = 180°$; итак опишем окруж. вокруг четырехуг. ⇒ $\angle CPB = \angle CAB = \alpha$ (т.к опир. на одну дугу) ⇒ $\angle CPB = \alpha$; а $\angle ABQ = \alpha$ изначально | ⇒ $\angle CPB = \angle APQ$ ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ΣS 41-92

№5

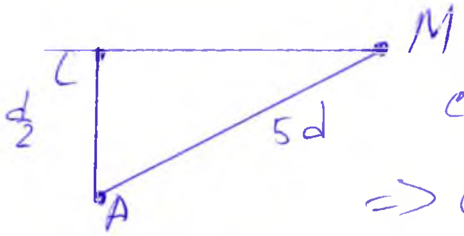
в т. A - завод
$C(0; \frac{d}{2})$



Итак дорога будет проходить через т. с коор. $(0; \frac{d}{2})$ парал. ЛЭП чтобы удовл. условию задачи.

1) Найдем коорд. точку, которая находит на расст. $5d$ от завода.

пусть т M - искомая точка
получим прямоуг. $\triangle$
с гипотенузой $5d$ и кат. $\frac{d}{2}$

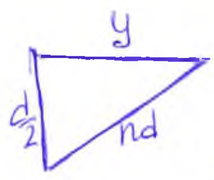


$\Rightarrow CM = \sqrt{(5d)^2 - (\frac{d}{2})^2} =$

$= \sqrt{25d^2 - \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\frac{99d^2}{4}} = \frac{3\cdot\sqrt{11}}{2}d$

$\Rightarrow$ коорд. т. M $(\frac{3}{2}\cdot\sqrt{11}d; \frac{d}{2})$.

2).



$\Rightarrow y = \sqrt{n^2d^2 - \frac{d^2}{4}} =$

$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{4n^2d^2 - d^2}{4}} = \sqrt{\frac{d^2}{4}(4n^2-1)} =$ ∓

$= \frac{d}{2}\sqrt{4n^2-1} = \frac{d}{2}\sqrt{(2n-1)(2n+1)}$; $\sqrt{4n^2-1} = \sqrt{11}\cdot x$; $4n^2-1 = x^2\cdot 11$
$n^2 = \frac{11x^2+1}{4}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ IS 41-92

№4.

① $x_1, x_2, x_3 \dots x_{100}$ – вклад в перв день.

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100} < 100 \cdot 100$.

+Z общее кол-во добавл денег

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100} + Z = x_1' + x_2' + x_3' \dots + x_{100}'$

причем

$x_1 < x_1'$

$x_2 < x_2'$ $\Rightarrow$ $x_1 + x_2 \dots x_{100} < x_1' + x_2' + \dots x_{100}'$

$\dots$

$x_{100} < x_{100}'$

$x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_{100} + x_1' + x_2' \dots x_{100}' < 200 \cdot 100$.

$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{100} + Z < 200 \cdot 100$

$Z / 100$ $\Rightarrow$ 190 тыс. рублей

Не обоснов.

∓

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200

Место проведения

НW 56-95

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Гульник

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 10.07.2007.

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Г

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1
Если корм съел Сиропчик, то Пончик должен был сказать правду, однако он подтвердил, что Сиропчик корм не ел.
Если корм съел Пончик, то он должен был сказать неправду. И так получается что и Сиропчик ~~ел~~ ел корм. Что несоответствует условиям задачи.

+

Если Торопыжка съел корм, то он сказал неправду. Что верно. А Сиропчик и Пончик сказали правду. Что тоже верно.
Ответ: Торопыжка.

№2
При возведении числа «6» в степень, на конце числа всегда будет оставаться 6.
(6 · 6 = 36 36 · 6 = ..6 и т.д)
А при возведении 2019 в степень, при четном значении степени на конце получившегося числа будет стоять 1
(2019 · 2019 = ******1 т.к 9·9=81)
Но при возведении 2019 в ~~нечетное~~ ~~значени~~ степень с нечетным значением, на конце будет 9. (2019 · 2019 = *******1. *******1 · 2019 = ..9) т.к 1 · 9 = 9

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЫW 56-95

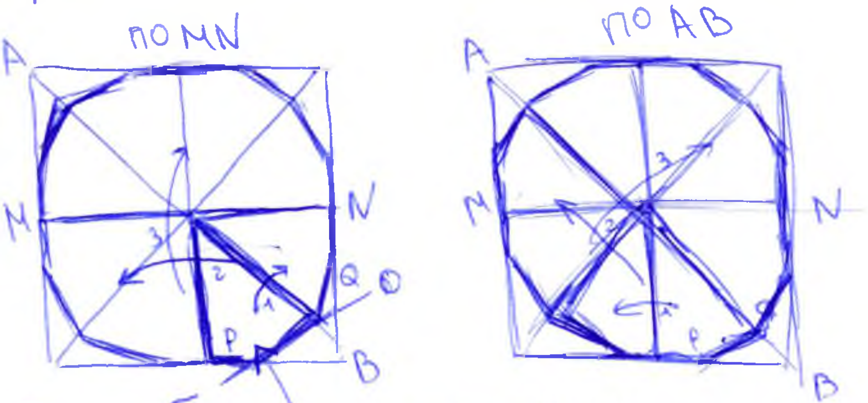
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит на конце числа 6^{2020} будет стоять «6».
А в конце числа 2019^{2020} будет стоять 1, т.к значение степени четное (2020)

$***\ldots 6 + ***\ldots 1 = **\ldots 7$

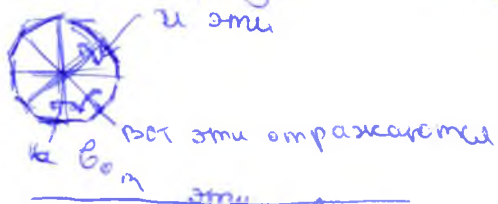
Ответ: 7

№3



В любом случае они состоят из одинаковых частей, ~~[illegible]~~.
Также отражаются любые соседние части. Это происходит при любом порядке раскладывания.

То есть



Ответ: фигуры эти одинаковы.

№4

Такое кодирование невозможно. Потому, что в коде слова «пятьсот» в любом случае будут содержаться цифры из кода слова «сто».
Если заменить цифры переменными
$p+y+z+(s+o+m\cdot 2) \neq s+o+m$
В первом коде удваивается m. Этот код больше.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Даже если p и y и z будут равны нулю пятьсот будет больше. Можно сделать m=0. Но две цифры всё равно будут одинаковы. (что несоответствует правилам задачи)

??

Ответ: невозможно

№5

$1\frac{1}{2}$ часа - 90 мин

90 : 10 = 9(раз) всего Женя или Саша брали ватрушки

?

$35 = 5x + 3y$: $xy = 20$

$15 + xy = 35$

$x + y = 9$

x = 4 - столько раз брал Женя

y = 5 - столько раз Саша

+

4·5 = 20 съел Женя

5·3 = 15 съел Саша

Ответ: 15 и 20.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Лицей №42

Место проведения

ФН 10-10

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Гулерова

ИМЯ Кэйла

ОТЧЕСТВО Маратовна

Дата рождения 01.03.2007 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90 Н 10-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Для удобства обозначим преподавателей через их имя и отчество: МИ, ИИ, АВ, ПП. + - если преподаватель сидит и - если нет

Пусть МИ - сидит в Вконтакте (+) $\xRightarrow{\text{выск 1}}$ ИИ+ $\xRightarrow{\text{выск 4}}$ ПП+ ; $\xRightarrow{\text{выск 1}}$ АВ+ $\xRightarrow{\text{выск 2}}$ ПП-) ⇒ Противоречие. ⇒

⇒ МИ - $\xRightarrow{\text{выск 3}}$ ИИ + $\xRightarrow{\text{выск 4}}$ ПП+ $\xRightarrow{\text{выск 2}}$ АВ -

+

Ответ: МИ и АВ не сидят в вконтакте, а ИИ и ПП сидят.

№2

Нам нужно: $2019^{2020} + 2020^{2019}$ сравнить по модулю с 10 (остаток).

$2020 \vdots 10 \Rightarrow 2020^{2019} \vdots 10 \equiv_{10} 0$. Значит ответом будет остаток 2019^{2020} при делении на 10. Составим таблицу остатков на разные степени числа 2019 на 10:

+

n	2019^n
0	1
1	9
2	1
3	9

Значит если $n \vdots 2$, то число $\equiv_{10} 1$, а если $n \not\vdots 2$, то число $\equiv_{10} 9$. $2020 \vdots 2 \Rightarrow 2019^{2020} \equiv_{10} 1. \Rightarrow$

$\Rightarrow 2019^{2020} + 2020^{2019} \equiv_{10} 1$

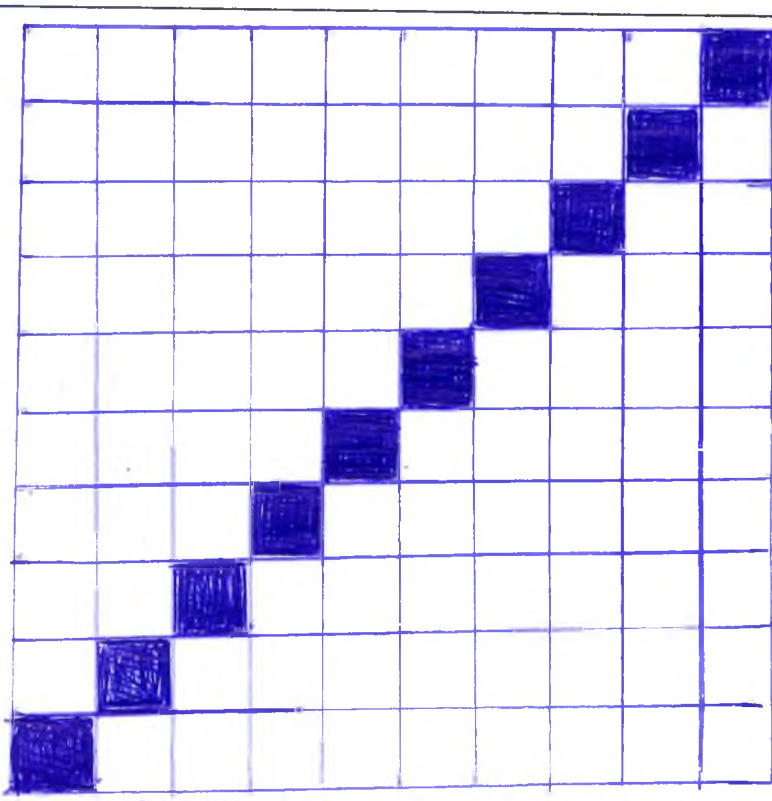
Ответ: 1

№3

$[x]=[y] \Rightarrow$ у этих чисел одинаковая целая часть ⇒ в данном квадрате может быть:

$0 \leq x;y < 1$ или $1 \leq x;y < 2$ или $2 \leq x;y < 3$ или ... $8 \leq x;y < 9$ или $9 \leq x;y < 10$ или $x=y=10$. Тогда в квадрате в множество М входят все маленькие квадратики (квадраты, образованные если на координатной оси провести прямые через точки (0;1), (0;2) ... (9;7), (9;8), (9;9), (9;10) ... (10;9), (10;10) параллельные оси ~~xxxxx~~ ординат или оси абсцисс) лежащие на большой диагонали квадрата К (от (0;0) до (10;10)) не считая очертания маленьких квадратиков.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Теперь нужно посчитать площадь. Для этого пусть $0 \le z < 1$ (дробная часть). Тогда считая очертания квадратиков у нас $100z^2$ - точек, а точек множества $M = 10z^2$. Теперь очертания квадратиков $2 \cdot 11 \cdot z$, но еще - пересечения - $\cancel{121}\ 31 =$ $= 22z - \cancel{121}\ 31$. Их надо вычесть из $M = 10z^2 - 22z + 31$. $\Rightarrow$ +

$$\Rightarrow \frac{10z^2-22z+31}{100z^2} = \frac{1}{10} - \frac{0,22}{z} + \frac{0,31}{z^2} = 0,1 - \frac{0,22}{z} + \frac{0,31}{z^2} \ \left(\approx \frac{1}{10},\right.$$

т.к. z - бесконечно).

№4.

Не совсем ясно, может быть например: $K=0$ и $M=0$? Допустим, что это возможно. Тогда:

ш + е + с + т + ь + с + о + т $\le$ с + о + т $\Rightarrow$ ш + е + с + т + ь ≤ 0. Из условий: ш + е + с + т + ь $= 0$. Если все буквы имеют различный код, то это невозможно. Иначе ш = е = с = т = ь = 0. Тогда $\Rightarrow$ способов закодировать буквы ш, е, с, т, ь, о (буква) при данных в задаче условиях, зависит только от того сколько способ закодировать букву О. Их 10 (от нуля до 9). Однозначно восстановить слово нельзя, так как у слов „~~шесть~~ шест“ и „~~сто~~ сеть“ в данном случае будет одинаковая сумма и код. Ответ: 10 способов, нельзя. +

№5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90Н 10-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть Саша съел x ватрушек. Тогда Женя съел $70-x$. Вместе они потратили 3ч = 180 мин. Саша потратил: $\frac{10\cdot x}{3}$ - минут, а Женя: $\frac{10(70-x)}{5}$ - минут. Вместе 180 ⇒

$\Rightarrow 10\frac{x}{3}+10\frac{(70-x)}{5}=180 \mid :10$ (разделим все на 10)

$\frac{x}{3}+14-\frac{x}{5}=18 \mid -14$ (вычтем из каждой части по 14)

$\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=4 \mid \cdot 15$ (домножим обе части на 15)

$5x-3x=60 \Rightarrow 2x=60 \Rightarrow x=30$. Саша съел 30 ⇒ Женя съел $70-30=40$.

Ответ: 30 - Саше; 40 - Жене.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ №4

Место проведения

RR 79-83

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Дидоренко

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 06.02.~~2020~~ 2006

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дм

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RR 79-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1

I) Рассмотрим вариант, когда Марья Ивановна (МИ) сидит ВКонтакте. Тогда Иван Ильич (ИИ) и Александра Варфоломеевна (АВ) тоже сидят ВКонтакте. Поскольку ИИ сидит Вконтакте, то и Пётр Петрович тоже сидит Вконтакте. Получается, что все сидят Вконтакте. Но по одному из утверждений Вконтакте может быть либо АВ, либо ПП ⇒ такой вариант невозможен ⇒
⇒ МИ не сидит вконтакте.

II) По условию хотя бы один из ИИ и МИ сидит Вконтакте. Поскольку МИ оффлайн, то ИИ точно ВКонтакте.

III) Поскольку ПП и ИИ либо вместе сидят, либо вместе не сидят Вконтакте, а ИИ точно сидит, то и ПП тоже сидит Вконтакте.

IV) По условию Вконтакте сидит либо АВ, либо ПП. Поскольку ПП точно сидит Вконтакте, то АВ точно там не сидит.

Ответ: Вконтакте сидят Иван Ильич и Пётр Петрович.

	МИ	ИИ	ПП	АВ
Вконтакте	X	V	V	X

+

Задача 2

I) Любое число, оканчивающееся на 9, во второй степени будет иметь последнюю цифру 1; в третьей степени последней цифрой будет 9; в четвёртой - 1; пятой - 9 и т.д.

$$\begin{array}{r} \ldots9 \\ \times \ldots9 \\ \hline \ldots1 \end{array} \qquad \xrightarrow{\text{чёт}} \qquad \begin{array}{r} \ldots1 \\ \times \ldots9 \\ \hline \ldots9 \end{array}$$

нечет

$$\begin{array}{r} \ldots8 \\ \times \ldots8 \\ \hline \ldots0 \end{array}$$

Значит 2019 в чётной степени будет оканчиваться на 1, а в нечётной на 9. ⇒
⇒ 2019 в 2020 степени будет оканчиваться на 1.

+

2020 - в любой степени будет оканчиваться на нуль. ⇒ $2020^{2019} = \ldots0$.

$2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots1 + \ldots0 = \ldots1$

Ответ: единицей. (1)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

Рассмотрим возможные значения для $[x]=0$.
В этом случае будет верно $0 \leq x < 1$. Следовательно
Минимальное значение $x=0$, максимальное: $x=0,(9)$.
~~То же~~ будет верно и для $[x]=1$, $[x]=2$:
По аналогии

~~[x]~~	Min	Max
$[x]=0$	0	0,(9)
$[x]=1$	1	1,(9)
⋮	⋮	⋮
$[x]=9$	9	9,(9)
$[x]=10$	10	10

Возьмём за единицу измерения см.

(поскольку размеры □K = 10 на 10)

Обозначив множество точек для $[x]=[y]=0$
Мы получим квадрат с вершинами (0;0) и (0,(9); 0,(9))
Соответственно и для $[x]=[y]=1;2;3\ldots 9$.
Таким образом мы получили 10 квадратов, размерами 0,(9) на 0,(9) и точку (10;10).

* Смотреть чертеж на стр. 3 *

Площадь квадрата K = $10_{см} \cdot 10_{см} = 100 см^2$. $S_K = 100 см^2$
Общая площадь квадратов, входящих в множество M будет при (округляя) равна 10

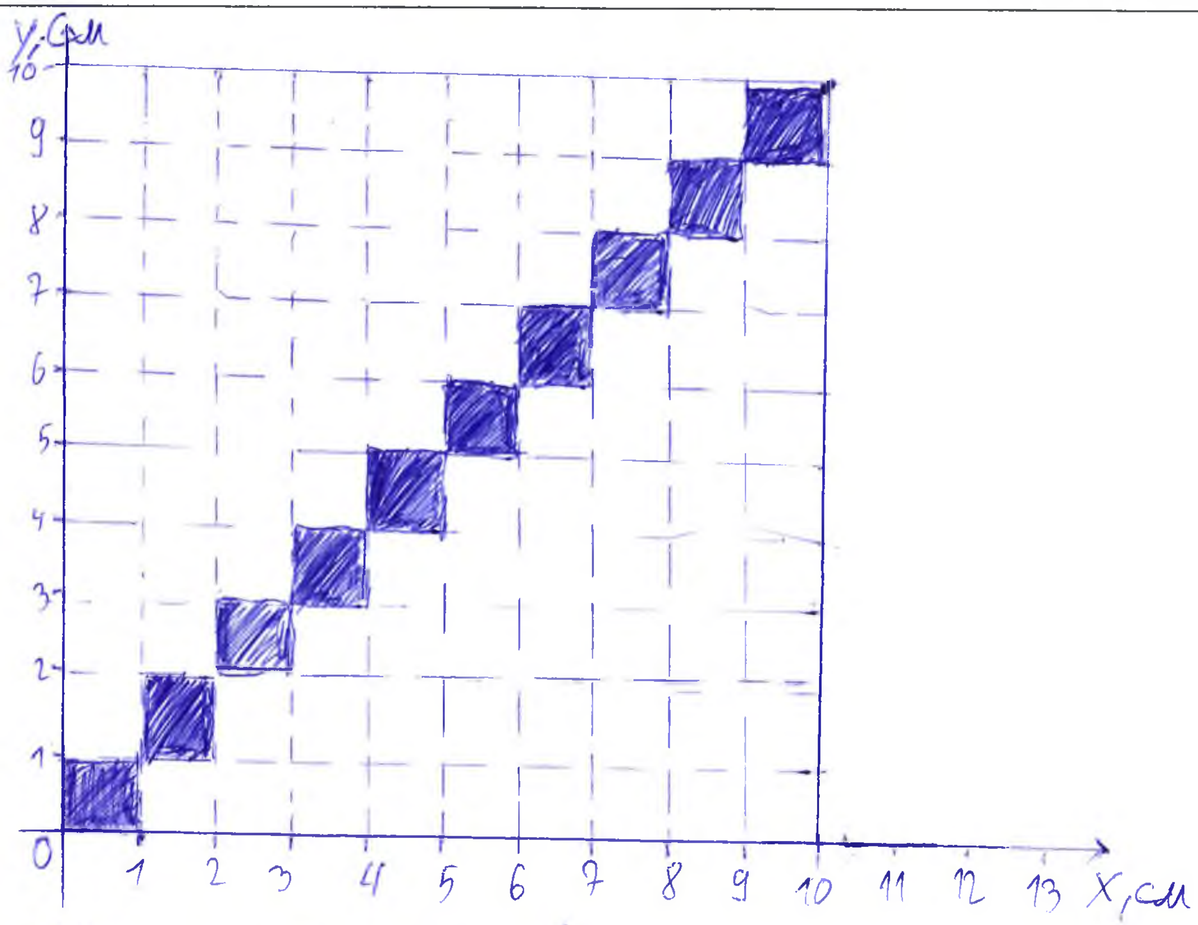
$0,99999\ldots \cdot 0,99999\ldots \cdot 10 \approx 10 см^2$ $S_M = 10 см^2$

↑ сторона ↑ сторона ↑ кол-во квадратов

Найдём какую часть составляет M от K. $\frac{S_K}{S_M} = \frac{100 см^2}{100 см^2} = \frac{1}{10}$.

Ответ: ~~[illegible]~~ $S_M = \frac{1}{10} S_K$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



! Квадраты не соприкасаются !

Задача 4

По условию ~~сумма кодов~~ вес слова „Шестьсот" должен быть равен или быть меньше веса слова „сто".

Составим уравнение и сократим его

$Ш+Е+С+Т+Ь+С+О+Т \le С+Т+О$

$Ш+Е+С+Т+Ь \le С+О+Т-С-О-Т$

$Ш+Е+С+Т+Ь \le 0$ ← нуль

Поскольку мы можем давать буквам коды от 0 до 9, то их сумма не может быть меньше нуля. Соответственно, если их

$Ш+Е+С+Т+Ь=0 \Rightarrow Ш=Е=С=Т=Ь=0$ ← нуль

сумма = нулю (нуль), то ~~каждое из чисел~~ код каждой буквы $=0$. Т.е.

$0+0+0+0+0+0+0+0=0+0+0$ ← буква

$0=0$ ← буквы

Из полученного уравнения следует, что вес слова „сто" может быть равен весу слова „шестьсот", при
Ш=0
Е=0
С=0
Т=0
Ь=0
С=0
Т=0
и при ∀ О.
Соответственно и вариантов кодирования, подходящих под условие будет столько же, сколько вариантов кодирования буква О. В нашем случае, это ~~диапазон~~ цифры от 0 до 9 ⇒ 10 вариантов кодирования
Из-за того, что несколько букв ~~принимают одно~~ имеют одинаковый код однозначное восстановление слова невозможно.

Ответ: Кодирование существует. 10-вариантов.
Однозначное восстановление невозможно.

+

Задача 5

V поедания ватрушек: Жени → равна $\frac{5}{10}=0{,}5$ $\frac{\text{ватрушек}}{\text{минуту}}$
Саши → равна $\frac{3}{10}=0{,}3$ $\frac{\text{ватрушек}}{\text{минуту}}$

3ч. = 180 мин.
Пусть x - время поедания ватрушек Женей
y - время поедания ватрушек Сашей
Используя условие составим два уравнения
(I) $x+y=180$ ~~мин.~~
(II) $0{,}5x+0{,}3y=70$ ~~ватрушек~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Вычтем уравнения и получим третье:

(III) $0{,}5X+0{,}7Y=110$

Теперь вычтем III и II уравнения и получим (IV)

(IV) $0{,}4Y=40$

Вычислим y:

$y=\frac{40}{0{,}4}=100$ (мин) =>

100 минут ел Саша.

(V) $X+Y=180$

$X+100=180$

$X=80$ мин.

80 мин. ел Женя.

Умножим время еды на скорость поедания ватрушек

$0{,}5\cdot 80=40$ (ватрушек) съел Женя

$0{,}3\cdot 100=30$ (ватрушек) съел Саша

Ответ: Жене досталось 40 ватрушек.
Саше досталось 30 ватрушек

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

CD 82-94

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Дмитриев

ИМЯ Леонид

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 01. 05. 2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

2. $\begin{cases} 2[x]+y=1,5 \\ ([x]-x)^2-2[y]=K \end{cases}$ $\begin{cases} y=1,5-2[x] \\ \{x\}^2-2(y-\{y\})=K \end{cases}$

Т.к. $2[x]$ - целое, $\{1,5\}=0,5$, $y=-2[x]+1,5$ $\Rightarrow \{y\}=0,5$

$\begin{cases} \{x\}^2-2y+1=K \\ y=1,5-2[x] \end{cases}$

$K=\{x\}^2+4[x]-2$

Т.к. K - целое, $4[x]$ - целое, (-2) - целое $\Rightarrow \{x\}^2$ - целое.

Что возможно, только при целых x, а $\{x\}=0$.
Значит при нецелых x, целых K не существует.

$K=4[x]-2$, где K и x - целые.
$K=4x-2$, при K, x - целых.

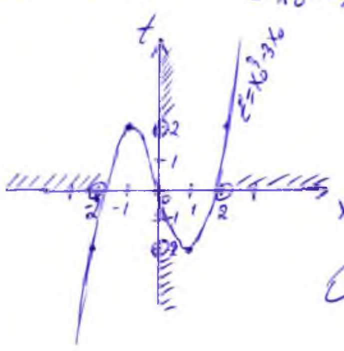
~~Ответ~~ при $(K+2)\vdots 4$ $K=4x-2$ x - целое.
при $(K+2)\not\vdots 4$ $K\in\varnothing$

Ответ: при $(K+2)\vdots 4$ $x=\frac{K+2}{4}$,
при $(K+2)\not\vdots 4$ $x\in\varnothing$.

$y=?$ $\mp$

1. $x^3-3x=t$, имеет один корень при
$x^3-3x-t=(x-x_0)(x^2+bx+c)=x^3+(b-x_0)x^2-(bx_0-c)x-x_0c$

$\begin{cases} b-x_0=0 \\ bx_0-c=3 \\ x_0c=t \\ b^2-4c<0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_0=b \\ c=x_0^2-3 \\ x_0^3-3x_0=t \\ x_0^2-4x_0^2+12<0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_0^3-3x_0=t \\ 3x_0^2-12>0 \end{cases}$ $\begin{cases} t=x_0^3-3x_0 \\ x_0\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty) \end{cases}$



По графику видно, что при $x_0\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ t принимает значения из промежутка $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$\pm$ Нет оценки снизу для абс. величины ед-го корня.

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

5. Операция а) +2 пятёрки −1 двойка
Операция в) −2 пятёрки +1 двойка | =>

=> Операции а) и в) обратные, а значит ~~операция а)~~ а) = − в). То есть можно сказать, что если было сделано k операций а), то сделано ~~и~~ k операций −в).

Операция б) +1 пятёрка +2 двойки
Операция г) −1 пятёрка −2 двойки | => аналогично обратные.

Пусть X − ~~количество операций~~ разность между кол-вом операций а) и в), а y − разность между ~~двой~~ кол-вом операций б) и г), тогда при превращении 3 пятёрок и 30 двоек в 30 пятёрок и 3 двойки получатся такие ур-ния

$$\begin{cases} 3+2x+y=30 \\ 30-x+2y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y=27 \\ 2y-x=-27 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y=27 \\ 4y-2x=-54 \end{cases} \quad \begin{cases} 5y=-27 \\ 2x+y=27 \end{cases}$$

x, y − целые числа
$y=-\frac{27}{5}$, $x=\frac{81}{5}$ | => что невозможно.

Ответ: не может.

+

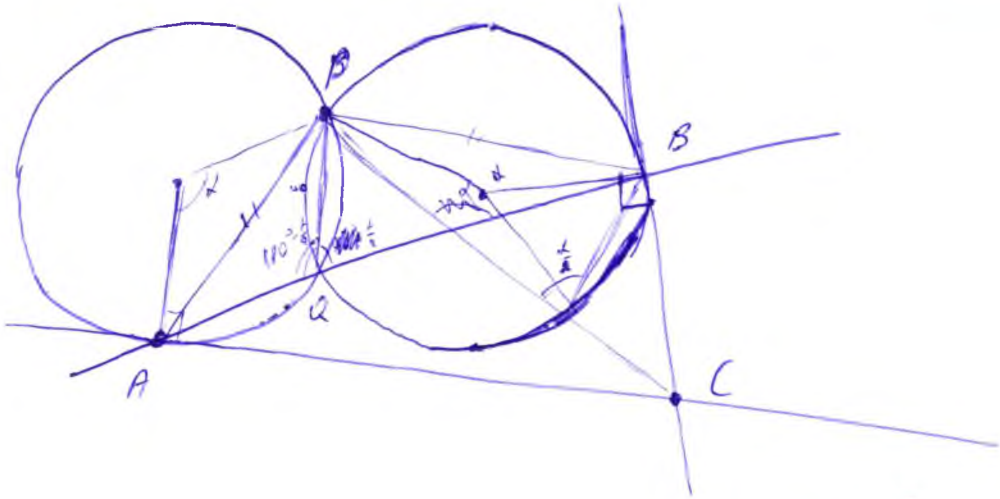
4. Если множества состоит из одного числа, то оно однозначно подходит. ~~значит~~
Также если множество состоит из двух одинаковых чисел, оно подходит. a, a, $\frac{x+a}{2}=a \Rightarrow x=a$.
Множества состоящие из одинаковых чисел подходят.
Если в множестве два разных числа a и b, $a \neq b$, то обязательно есть ещё два числа $(2a-b)$ и $(2b-a)$ и ~~они не~~ все 4 числа не равны друг другу. Не сложно заметить, что таким образом добавление новых элементов, которые обязаны быть ~~в нём~~ по условию, будет бесконечным, а нам нужны множества с конечным числом элементов.

Ответ: {n}, {n,n}, {n,n,n}, ..., где n - любое число.

±

т.е. 1-элементные

3.



—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

XV 91-22

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ ДМИТРИЕВА

ИМЯ ПОЛИНА

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 12.05.2006

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Полина

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XV 91 -22

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1. Рассмотрим 4 случая:

1) Пусть Марья Ивановна сидит Вконтакте, то Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят. Т.к. только один из Александры Варфоломеевны и Петра Петровича сидит Вконтакте, то Петр Петрович не сидит. Но известно, что Пётр Петрович сидит, если сидит Иван Ильич. Противоречие.

2) Пусть Александра Варфоломеевна сидит Вконтакте, то Пётр Петрович не сидит, а, значит Иван Ильич тоже. Т.к. хотя бы один из Ивана Ильича и Марьи Ивановны сидит Вконтакте, то Марья Ивановна сидит. Но если Марья Ивановна сидит, то по условию Иван Ильич тоже сидит. Противоречие.

3) Пусть Иван Ильич сидит Вконтакте, то Пётр Петрович тоже сидит, значит Александра Варфоломеевна не сидит, следовательно и Марья Ивановна не сидит. Вариант подходит.

4) Пусть Петр Петрович сидит Вконтакте, то Иван Ильич сидит, а Александра Варфоломеевна — нет. След. Марья Ивановна тоже не сидит. Вариант подходит.

Ответ:
3-ий и 4-ый варианты аналогичны этих:

Марья Ивановна — не сидит

Александра Варфоломеевна — не сидит

Иван Ильич — сидит

Пётр Петрович — ~~не~~ сидит.

+

2. Какой цифрой оканчивается значение суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$, зависит от суммы последних цифр слагаемых. Первое слагаемое оканчивается цифрой, которой оканчивается 9^{2020}. Смотрим: $9^1 = 9$, $9^2 = 81$, $9^3 = 729$, $9^4 = 6561$, $9^5 = 59049$ и т.д. По этому ряду чисел видно, что 9 в четной степени оканчивается цифрой 1.

2020^{2019} будет оканчиваться цифрой 0, т.к. число с цифрой ~~0~~ 0 в конце в любой степени оканчивается 0.

Значит значение суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$ будет оканчиваться на $1+0=1$.

Ответ: цифрой 1.

+

5. 1. Выясним, сколько ватрушек за 1 час съедает Женя, а сколько Саша.

1) $60:10=6$ (раз) по 10 мин в 1 часу.

2) $5\cdot 6 = 30$ (ватрушек) Женя за 1 час.

3) $3\cdot 6 = 18$ (ватрушек) Саша за 1 час.

2. Пусть Женя съел x ватрушек, то Саша $(70-x)$ ватрушек, значит у Жени ушло $\frac{x}{30}$ ч, а у Саши $\frac{70-x}{18}$ ч, т.к. всего на поедание ушло 3 ч, то сост. и решим ур-е:

1) $\frac{x}{30} + \frac{70-x}{18} = 3 \;\Big|\cdot 90$

$\frac{x\cdot 90}{30} + \frac{(70-x)\cdot 90}{18} = 3\cdot 90$

$3x + (70-x)5 = 270$

$3x + 350 - 5x = 270$

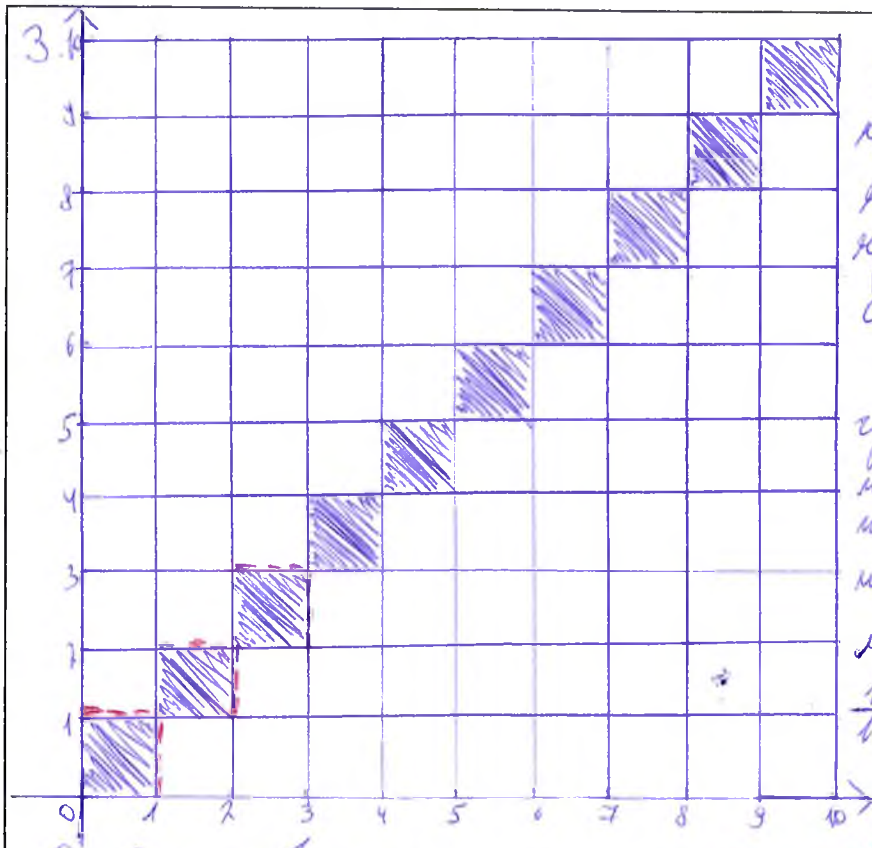
$-2x = -80$

$x = 40$ (ватрушек) съел Женя.

2) $70-40 = 30$ (ватрушек) съел Саша.

Ответ: 40 и 30 ватрушек.

+

3.


Изобразим данный квадрат К на координатной плоскости. Разлинуем его на квадраты со стороной 1.

±

Закрасим квадраты где могут располагаться точки множества М. Таких квадратов 10 из 100, значит множество М занимает $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ часть квадрата К.

Почему не м.б. других?

Ответ: $\frac{1}{10}$ часть.

Где обоснование?

4. Рассмотрим слова „ШЕСТЬСОТ" и „СТО".

В слове „ШЕСТЬСОТ" имеются 2 повторяющиеся буквы „С" и „Т", а также буква „О". Все эти буквы присутствуют в слове „СТО". Значит, если вес слова „СТО" не меньше веса слова „Шестьсот", то он равен ему, т.к. больше из-за повторяющихся букв быть не может.

След.: $Ш+Е+С+Т+Ь+\cancel{С}+\cancel{О}+\cancel{Т} = \cancel{С}+\cancel{Т}+\cancel{О}$

$Ш+Е+С+Т+Ь=0$

Значит буквы: Ш, Е, С, Т, Ь кодируются будут цифрой 0.

А от кода буквы О ничего не зависит, след. её код может быть: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. След. имеем 10 способов кодирования, но однозначное восстановление слова по такому коду невозможно, т.к. много букв имеют

+

Ответ: кодирование возможно осуществить 10-ю способами, но однозначное восстановление слова по коду невозможно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО	XV 91-43
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Дони ~~Полина Анатольевна~~

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Анатольевна.

Дата рождения 20.06.2006 **Класс:** 7

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Д

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XV 91-43

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1
1) Если на педсовете Марья Ивановна сидит ВКонтакте, то Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят ~~ВКонт~~ ВКонтакте.
2) Только один из двух – Александра Варфоломеевна или Пётр Петрович – сидит ВКонтакте
3) Хотя бы один из двух ~~других~~ – Ивана Ильича и Марьи Ивановны – сидит ВКонтакте
4) Пётр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят ВКонтакте, либо оба не сидят.

I Марья Ивановна должна сидеть ВКонтакте только если там сидит Александра Варфоломеевна и Иван Ильич (1), а Иван Ильич сидит ВКонтакте только тогда, когда там сидит Пётр Петрович (4), но ~~Александра Варфоломеевна~~ только один из двух – Александра Варфоломеевна или Пётр Петрович сидит ~~ВКон~~ ВКонтакте, ~~~~
значит Марья Ивановна не сидит ВКонтакте на педсовете – не подходит.

II Если Александра Варфоломеевна сидит ВКонтакте, значит по 2 утверждению, Пётр Петрович там не сидит, ⇒ по ~~3~~ 4 утверждению там не сидит Иван Ильич, Иван Ильич не сидит ВКонтакте, значит по утверждению 1 там не сидит и Марья Ивановна, ~~значит~~ но тогда получается что ни Марья Ивановна, ни Иван Ильич не сидят ВКонтакте – противоречие утверждению 3, т.к. по утверждению 3 ~~один~~ хотя бы 1 из них должен сидеть ~~ВК~~ ВКонтакте ⇒ Александра Варфоломеевна там не сидит – не подходит

~~Если Пётр Петрович сидит ВКонтакте~~

III Если Пётр Петрович сидит ВКонтакте, то по утверждению 2, Александра Варфоломеевна там не сидит, по утверждению 4 там сидит Иван Ильич, но Марья Ивановна там не сидит ~~⇒~~, т.к. там не сидит Александра Варфоломеевна (утв. 1), но утверждение 3 здесь справедливо, ведь хотя бы ~~1~~ Иван Ильич сидит ВКонтакте ~~этот вариант~~ этот случай нам подходит

IV Если ~~только~~ Иван Ильич сидит ВКонтакте, то по утв. 4 там сидит Пётр Петрович, значит по утв. 2 Александра Варфоломеевна там не сидит, значит ВКонтакте не сидит и Марья Ивановна, утв. 3 ~~этот случай~~ здесь также справедливо, т.к. хотя бы Пётр Петрович сидит ВКонтакте
~~II~~ этот случай нам тоже подходит

V Если бы никто не сидел ВКонтакте, то это противоречило бы высказыванию 3, что ~~не~~ хотя бы один из двух – Ивана Ильича и Марьи Ивановны сидит ВКонтакте, т.к. в этом случае никто ВКонтакте не сидит. – не подходит
~~И в IV и~~ и в III, и в IV случаях на педсовете ВКонтакте сидели Иван Ильич и Пётр Петрович. Это единственно подходящие случаи

Ответ: я могу определить ответ, Иван Ильич и Пётр Петрович сидят ВКонтакте на педсовете.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

За 10 минут Женя съедает 5 ватрушек с творогом, ⇒ за 1 час она съест 30 $(5\cdot\frac{60}{10})$ ватрушек.

За 10 минут Саша съедает 3 ватрушки ⇒ за 1 час она съест 18 $(3\cdot\frac{60}{10})$ ватрушек.

Пусть Женя ела ватрушки x часов, тогда Саша ела ватрушки $(3-x)$ часов.

Составим уравнение:

$30x+18(3-x)=70$

$30x+54-18x=70$

$12x=70-54$

$12x=16$

$x=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$

+

$x=\frac{4}{3}$ часа – ела ватрушки Женя.

За это время она съела $30\cdot\frac{4}{3}=\frac{30\cdot4}{3}=40$ ватрушек

Женя ела ватрушки $\frac{4}{3}$ часа ⇒ Саша ела ватрушки $3-\frac{4}{3}=\frac{9}{3}-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$ часа

За это время она съела $18\cdot\frac{5}{3}=\frac{18\cdot5}{3}=30$ ватрушек; Проверим $70-40=30$ ватрушек

Ответ: Женя съела 40 ватрушек, а Саша 30 ватрушек.

№2

$2019^{2020}+2020^{2019}$

2019 оканчивается на 9, поэтому рассмотрим ~~какие~~ на что будут оканчиваться 9 возведенная в различные степени)

+

$9^1=9$

$9^2=\ldots1$

$9^3=\ldots9$

$9^4=\ldots1$

…

мы видим, что 9^n, где n – нечётное число оканчивается на 9, а 9^m, где m – чётное число оканчивается на 1 $(n, m\in N)$

2020 – чётное число, поэтому 2019^{2020} будет оканчиваться на 1

2020^{2019}

2020 – круглое число, поэтому 2020^a, где a – любое натуральное число, будет оканчиваться на 0 ⇒ 2020^{2019} будет оканчиваться на 0

$2019^{2020}+2020^{2019}=\ldots1+\ldots0=\ldots1$

Сумма $2019^{2020}+2020^{2019}$ оканчивается цифрой 1.

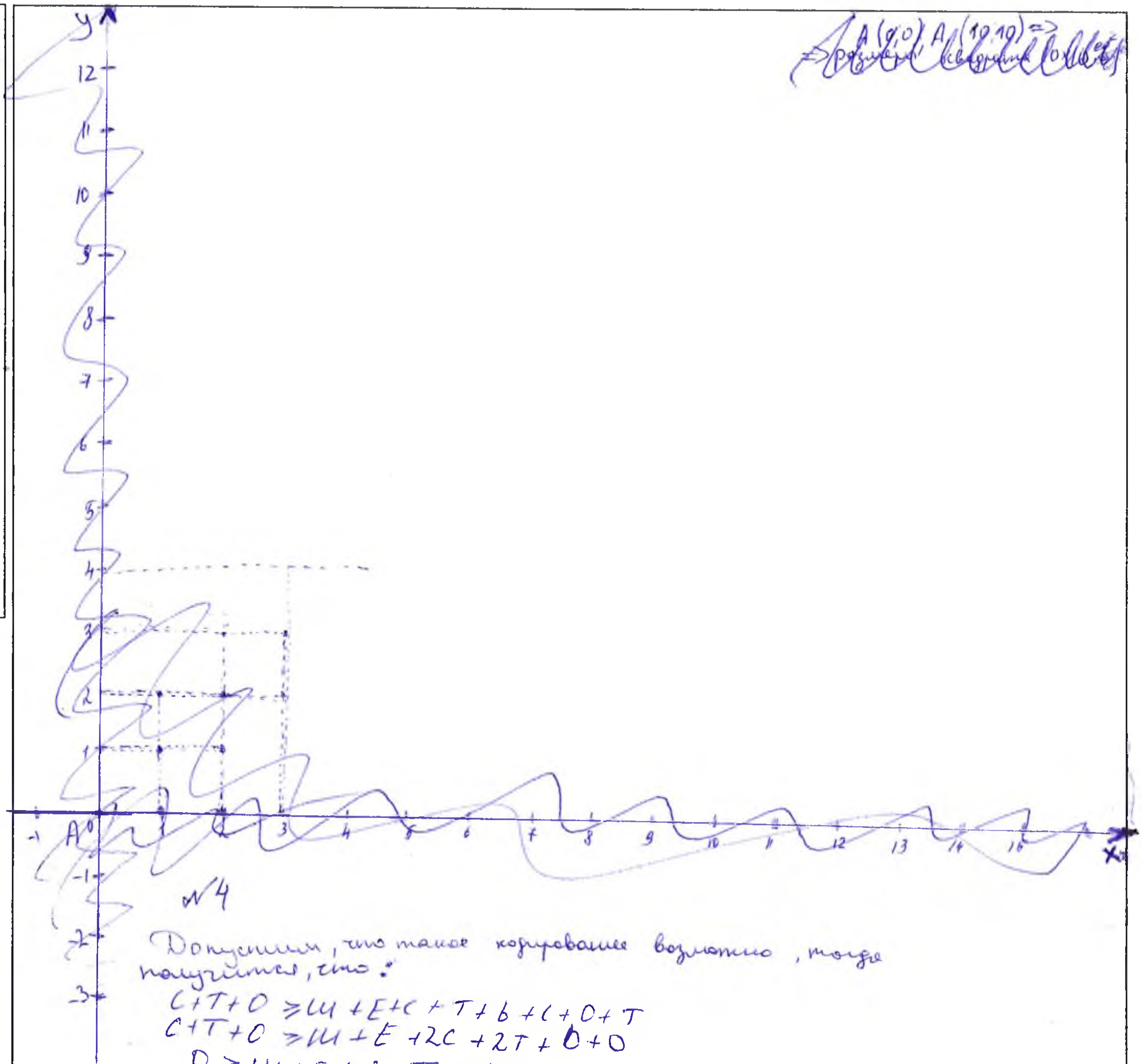
Ответ: цифрой 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XV 91-43

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№4

Допустим, что такое кодирование возможно, тогда получится, что:

$$С+Т+О \geq Ш+Е+С+Т+Ь+С+О+Т$$
$$С+Т+О \geq Ш+Е+2С+2Т+Ь+О$$
$$0 \geq Ш+Е+С+Т+Ь$$

Значит, хотя бы 1 из цифр, которые являются кодами цифр Ш, Е, С, Т, Ь, должна быть отрицательное, но это противоречит условию, т.к. по условию каждую букву Ш, Е, С, Т, Ь закодировали элементарными кодами, состоящими из 1 цифры от 0 до 9. Значит, такое кодирование невозможно.

Ответ: такое кодирование невозможно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

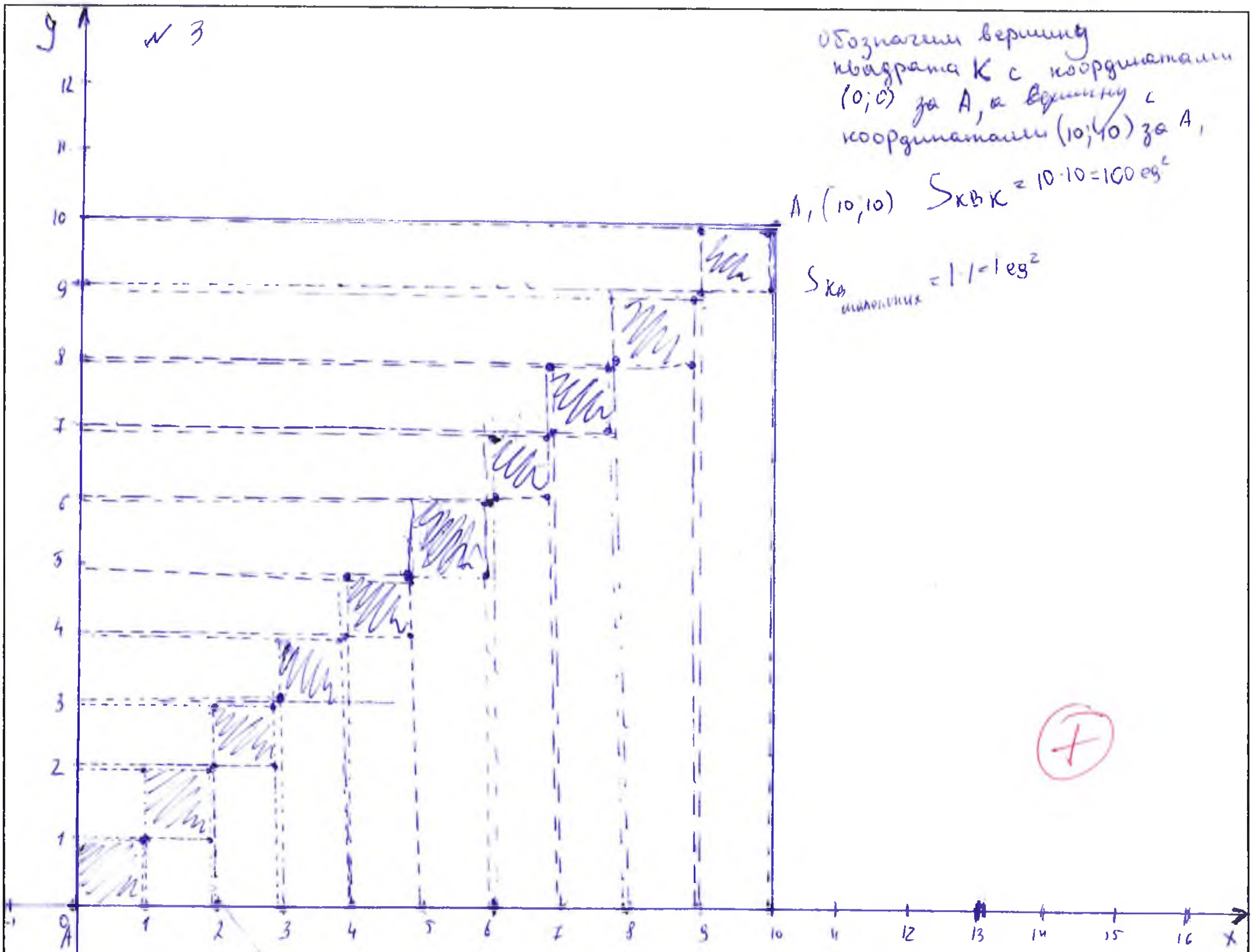
Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XV 91-43

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

Обозначим вершину квадрата K с координатами (0;0) за A, а вершину с координатами (10;10) за A_1, $S_{KBK} = 10\cdot 10 = 100$ ед²



$[x] = [y]$

Если $0 \le x < 1$, то $0 \le y < 1$ - у нас получилось подмножество M_1, которое является подмножеством множества M. (Множество M_1 - квадрат, координаты вершин которого (0,0) и (1;1)) Обозначим его на рисунке.

Если $1 \le x < 2$, то $1 \le y < 2$ - у нас получилось множество M_2, которое является подмножеством множества M, множество M_2 обозначим на рисунке.

и т. д.

Если $x = 10$, то $y = 10$ - у нас получилось множество M_{10}, куда входит только 1 точка с координатами (10;10)

Таким образом у нас получилось 10 равных квадратиков каждый из которых примерно равен $\frac{1}{100}$ квадрата K ⇒

⇒ площадь множества M составляет примерно $10 \cdot \frac{1}{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ часть квадрата K.

Ответ: $\frac{1}{10}$ часть.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

FU 14-78

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Жаров

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 29.09.2005 **Класс:** 8

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 09 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Жаров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Обозначим всех людей на педсовете, ~~…~~ инициалами (Мария Ивановна ⟶ МИ). Пусть (V) – значит человек ВКОНТАКТЕ; ~~знак~~ запись (/) A/B – ~~значит вконтакте~~ значит в вк A (или B) (или В)

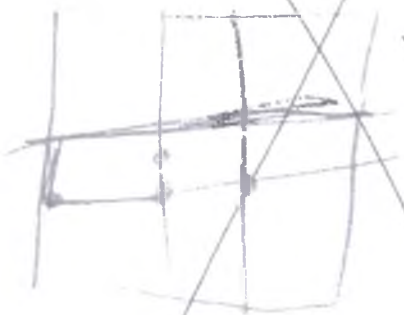
Запишем условие:

$МИ(V) \Rightarrow (ИИ + АВ)(V)$

$3^2 + x^2 = 5^2$

$9 + x^2 = 25$

$x = 4$



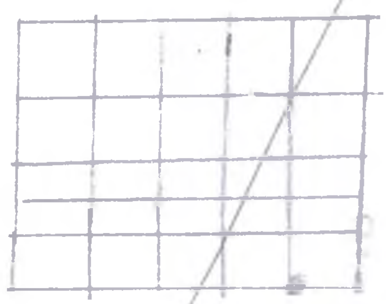
$16 + 9$ $3 + 4$

$12 \times 16 = 17$

$x^2 = 2^2 + 5^2$

$x = \sqrt{29}$

$\frac{\sqrt{29}}{2}$



$25 + \cancel{4{,}5}$

$4{,}5 \times 4{,}5$

$45 \times 45 = 225 + 180 = 20{,}25$

$4{,}5$

$16 + 2 \cdot 2{,}25$

$\sqrt{20{,}25}$

~~$5 \cdot 9 = 45$~~

~~$5 \cdot 5$~~

$2025 : 5 = 405$, $405 : 5 = 81$

$\sqrt{5^2 \cdot 9^2 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 9 = 4{,}5$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FV 14-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Обозначим всех людей в педсовете при помощи инициалов (Мария Ивановна → МИ)
Пусть запись А(v) значит, что человек А сидит вконтакте, а запись В(x) значит, что человек В не сидит вконтакте. Пусть запись А/В значит, что вконтакте сидит А или (взаимоисключающее) В.
Пусть запись А//В значит, что вконтакте сидит А или В

Запишем условия задачи:

МИ(v) ⟹ (ИИ + АВ)(v)

АВ/ПП;

ИИ//МИ;

(ПП + ИИ)

↙ ↘

(v) (x)

+

Рассмотрим все варианты:

<u>АВ</u>/ПП (подчёркивание значит, что этот человек сидит вконтакте):

противоречие

Значит ПП(x) ⟹ ИИ(x) ⟹ МИ(v) ⟹ ИИ(v) ⟹

⟹ АВ/<u>ПП</u>:

ПП(v) ⟹ ИИ(v), и МИ(x) (иначе противоречие) – подходит ⟹ вконтакте сидит Пётр Петрович и Иван Ильич

Ответ: вконтакте сидит Пётр Петрович и Иван Ильич

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

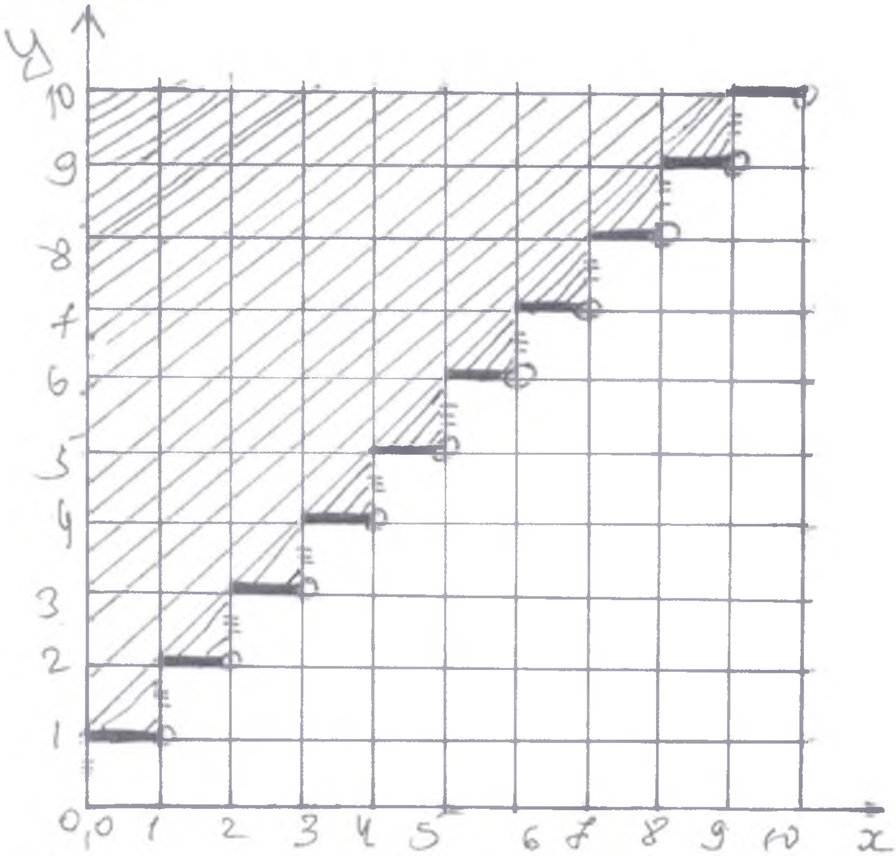
$2019^{2020}+2020^{2019}$ оканчивается на 1.

Заметим, что 2020^x $(x>0)$ всегда оканчивается на 0, т.к это можно представить в виде $2020^{x-1}\cdot 2020 = 2020^{x-1}\cdot 202\cdot 10$. Значит последняя цифра суммы $2019^{2020}+2020^{2019}$ зависит от последней цифры числа 2019^{2020}. Заметим, что 9^{2x} оканчивается на 1, а 9^{2x-1} оканчивается на 9 $(9^1 \Rightarrow 81 \to 729 \to \ldots)$ из за того, что $\overline{abc9}$ – степень 9, то $\overline{abc9}\cdot 9 = \overline{efg81}$, и $1\cdot 9=9$. Значит, если число оканчивается на 9, то его нечётные степени будут оканчиваться на 9, а чётные на 1 $\Rightarrow 2019^{2020}$ оканчивается на 1 $\Longrightarrow 2020^{2019}+2019^{2020}$ оканчиваетя на $1+0=1$

Ответ: $2019^{2020}+2020^{2019}$ оканчивается на 1.

±

N3



Заметим, что $[y] > [x] \Rightarrow y - x \geq 1$. Значит, что если $0 \leq x < 1$, то $y \geq 1$, если $1 \leq x < 2$, то $y \geq 2$, если $2 \leq x < 3$, то $y \geq 3$, если ....., если $9 \leq x < 10$, то $y \geq 10$. $y \leq 10$ – по условию. При этом выколотые точки ( ) будут находиться на координатах $(1,1)$; $(2,2)$; $(3,3)$; $(4;4)$ ... $(10,10)$, т.к иначе у нас $[x] = [y]$ – противоречие. Тогда заштрихованая часть – множество М, и отрезки с 3 чёрточками ( ) в него не входят. При этом М займёт 45 квадратов из $10 \cdot 10 = 100$ квадратов. Тогда $K = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ или 45%

Ответ: $K = 45\%$

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

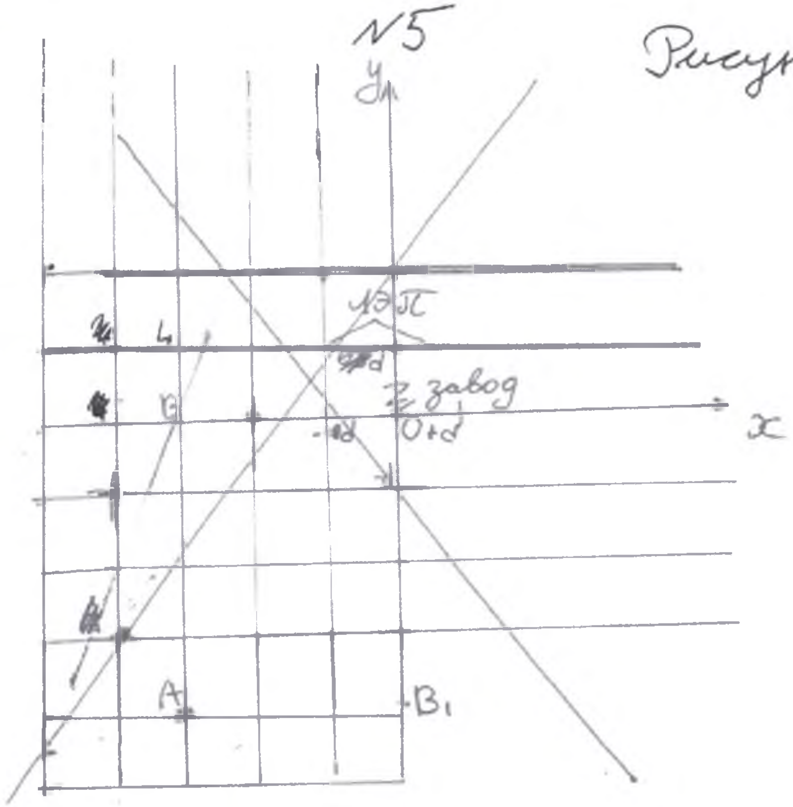
Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FV 14-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Рисунок на странице 5



~~Т.к~~ Обозначим искомую точку дороги за A, завод за Z, ЛЭП за L. Тогда $AZ = AL = 5d$. Тогда $A = (x, +4d)$. Точку пересечения AL и оси координат x назовём B. Тогда ABZ – прямоугольный треугольник с гипотенузой AZ. ~~по теореме Пифагора:~~ ~~Тогда~~ „Отзеркалим" треугольник AZB так, чтобы B было на оси y, а A и Z не изменили своё местоположение (это возможно, т.к мы построим треугольник AB_1Z, где $AB_1 = ZB_1$, $\angle B = \angle B_1$) $\Rightarrow \triangle ABZ = \triangle AB_1Z$ – по 2 сторонам и углу между ними).

Тогда по теореме Пифагора: $(4d)^2 + x^2 = (5d)^2 \Rightarrow x = \sqrt{9d^2} = 3d$

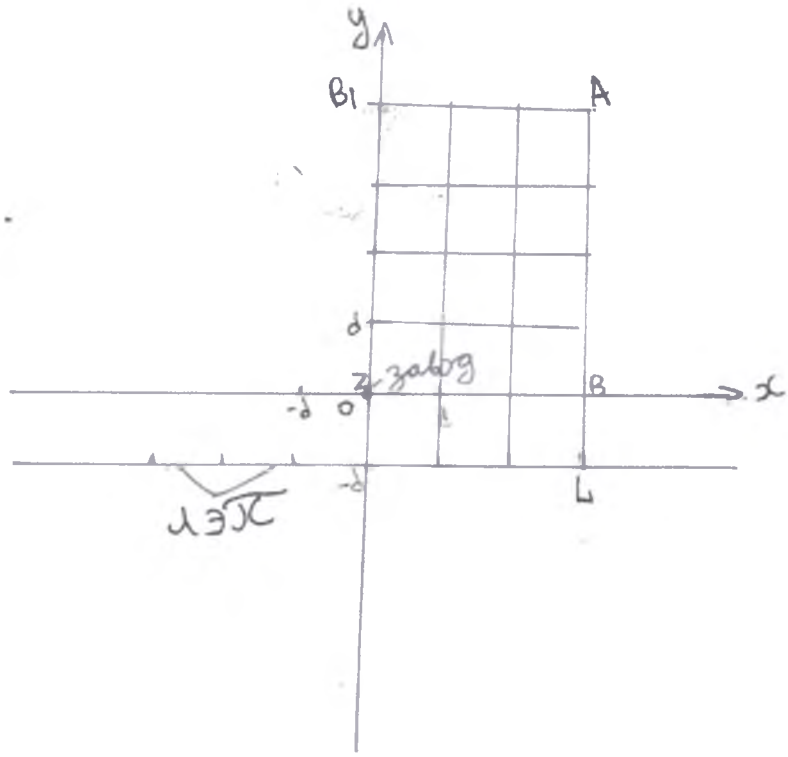
$\Rightarrow A = (+3d; +4d)$ или

Ответ: $A = (+3d; +4d)$

+

Лист 05 из 09

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FV 14-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~№ 4 5~~

№ 4

Пусть запись $x \to y$ значит, что если есть ~~верно~~ ~~верно~~ x, то ~~неверно~~ среди взносов нет взноса y:

$1 \rightleftarrows 51$

$0 \rightleftarrows 50 \rightleftarrows 100$

$2 \rightleftarrows 52$

$3 \rightleftarrows 53$

⋮

$49 \rightleftarrows 99$

$50 \rightleftarrows 100$

Пусть все взносы разные. Тогда у нас останется только 1 тип взносов во второй день, удовлетворяющий условиям:

это взнос в n рублей, где n - число от 51 до 100 тыс. Значит в I день 1 человек сдал взнос в 0 рублей иначе 50 + любое число от 50 до 100 $\geq$ 100 тыс - противоречие. Рассмотрим человека, который дал 49 тыс. Он мог сдать взнос только в 51 тыс.

$\Rightarrow$ люди сдали $(1+2+3+4 \ldots +50+0-1)+51\cdot 50 =$

$= (2+3+4 \ldots +50) + 2550 = 52 \cdot 24 + 26 + 2550 =$

$= 1248 + 2576 = 3824$ тыс рублей

?

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 24 \\ \hline 208 \\ 104 \\ \hline 1248 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2576 \\ +\ 1248 \\ \hline 3824 \end{array}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FV 14-78

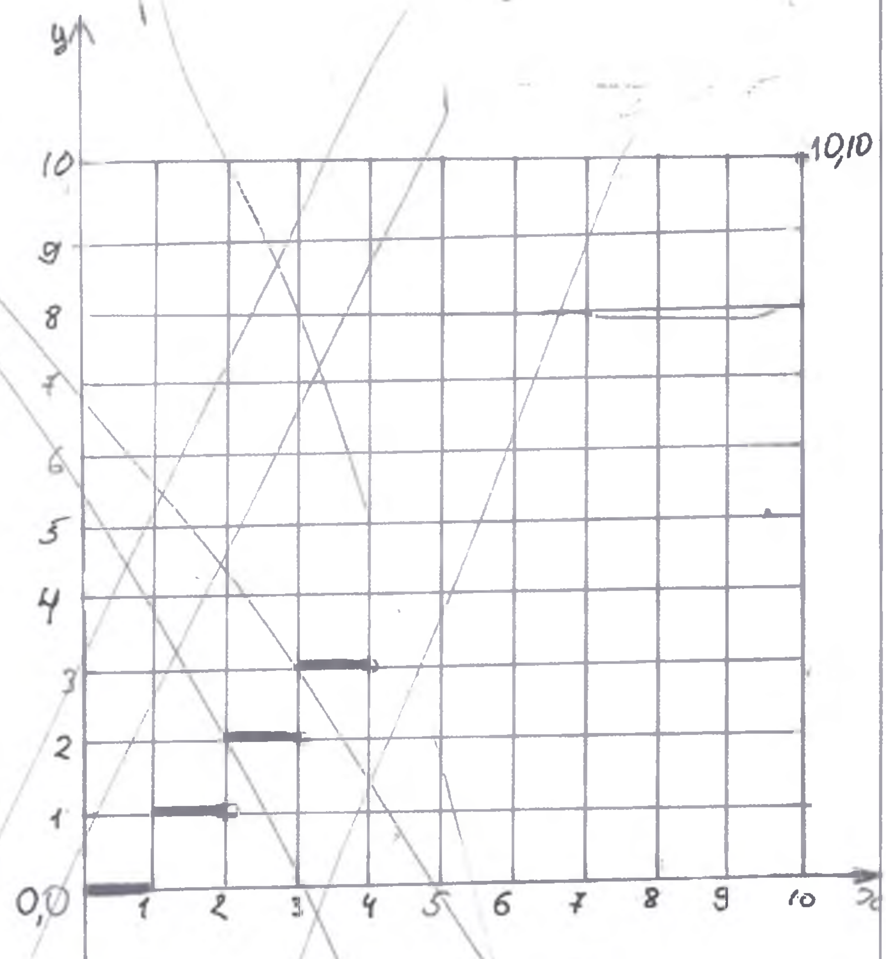
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Но пусть у нас нет человека который бы сдал 49 тыс. Тогда все остальные во второй день должны были бы сдать 99 тыс, но 2+99 = 101 > 100 тыс - противоречие. Значит если все сдали разное кол-во денег, то обязательно есть человек, сдавший 49 тыс
=> люди сдали 3824 тыс рублей

Ответ: люди сдали 3824 тыс рублей

±

№3



Заметим, что если $x < 1$, то любое $[y] \geq x$ - значит $[y] \geq 0$ ~~противоречие~~. Если $2 > x \geq 1$, то $[y]$ должно быть ≥ 1, если $2 \leq x < 3$, то [

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

PW 78-86

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Завадский

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 20.04.2006 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Зав

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① Обозначим имена их инициалами:
М.И., И.И., А.В., П.П. Запишем 4 факта:
1 Если МИ сидит, то ИИ и АВ сидят
2 Сидит только АВ или ПП
3 Хотя бы один из ИИ и МИ
4 либо ПП и ИИ сидят, либо нет.

Будем идти от ИИ. Есть два случая: он сидит или не сидит:
1) Если ИИ сидит, то ПП сидит, АВ не сидит, МИ - не сидит, а то бы сидела АВ. - подходит
2) Если ИИ не сидит, то ПП не сидит, АВ - сидит, и ... здесь цепочка прерывается: МИ не может не сидеть, но и сидеть не может, поэтому остаётся только первый вариант.

Ответ: ИИ сидит, ПП сидит, АВ не сидит, МИ не сидит.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PW 78-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) Для ответа на вопрос нам нужно знать, на какие цифры оканчиваются слагаемые.

2019^{2020} – нам надо знать последнюю цифру основания степени и саму степень.

$9^1 = \underline{9}$, $9^2 = 8\underline{1}$, $9^3 = 72\underline{9}$, $9^4 = \ldots 26\underline{1}$

То есть каждая чётная степень оканчивается на 1. Значит, 2019^{2020} оканчивается на 1

+

2020^{2019} однозначно оканчивается на 0.

Последняя цифра суммы равна сумме последних цифр слагаемых: $0+1=1$.

Ответ: 1

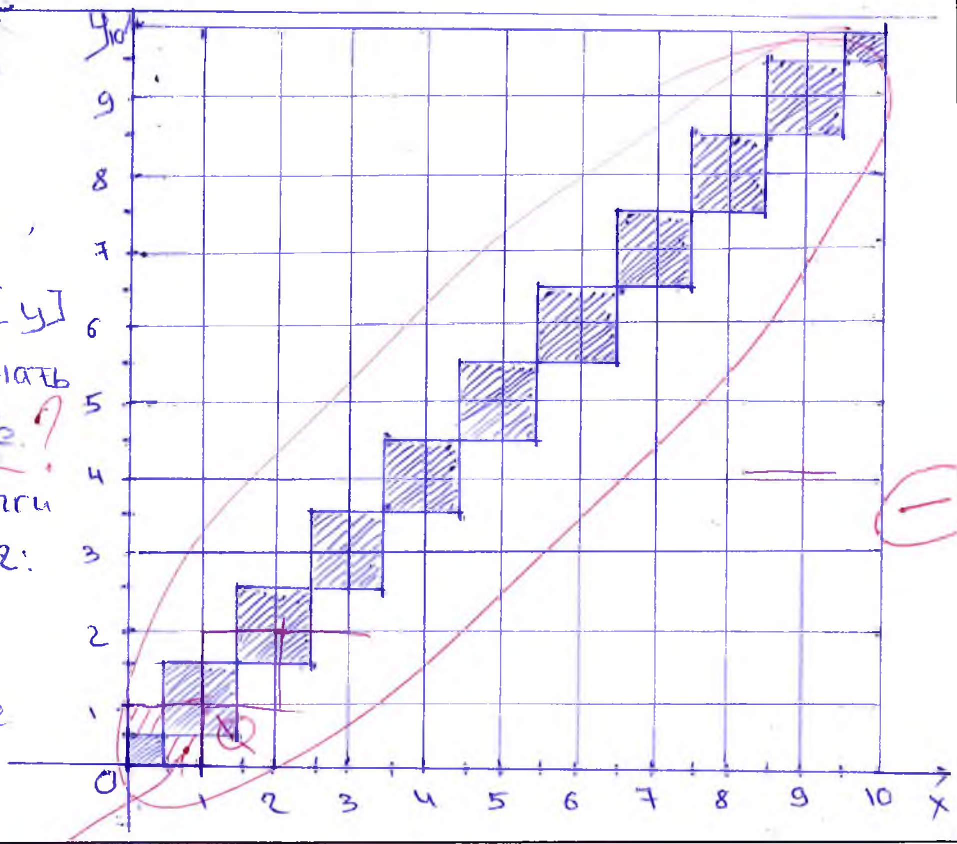
(3)

Заметим, что $[x]$ и $[y]$ должны лежать в подмножестве ?

Например, точки подмножества 2:

$1{,}5 < \frac{x}{y} < 2{,}5$

Изображение на графике:



–

1) $x = 0{,}8$ $[x]=0$
$y = 0{,}2$ $[y]=0$

$[x]=[y]$ …

2) $[1{,}5]=1$; $[0{,}5]=0$
$1 \neq 0$

Лист 02 из 03

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Подмножество 0 — $0 < \frac{x}{y} < 0{,}5$, а 10 — $9{,}5 < \frac{x}{y} < 10$. Тогда площадь множества M будет равна $9{,}5\ см^2$, и будет составлять 0,095 от площади K

Ответ: 0,095.

(4) Вес «СТО» = с + т + о

Вес «шестьсот» = ш + е + 2·с + 2·т + ь + о

Чтобы вес „сто" был не меньше веса „шестисот", с и т должны быть равны 0, как и „ш", „е", „ь". Тогда „о" может быть любой цифрой от 0 до 9, то есть способов закодировать – 10. Но т.к. с = т = ш = е = ь, то однозначно восстановить не возможно.

+

Ответ: можно; 10 способов; невозм. восстанов.

(5) $v_{жени}$ = 5 ватр./10 мин

$v_{саши}$ = 3 ватр./10 мин.

Дали Жене –? Дали Саше –?

Дали Жене / ~~5м~~ 5 = x

Дали Саше / 3 = y

$$\begin{cases} 5 \cdot x + 3 \cdot y = 70 \\ 10 \cdot x + 10 \cdot y = 3 \cdot 60 \end{cases}$$

+

$x + y = 18$

$x = \cancel{10}\,8$, $y = \cancel{8}\,10$

Ответ: Жене дали 40, Саше дали 30

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ	КЭ 88-65
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17 111

ФАМИЛИЯ Зарыцкий

ИМЯ Семён

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 15.08.2002 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2019
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: З

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

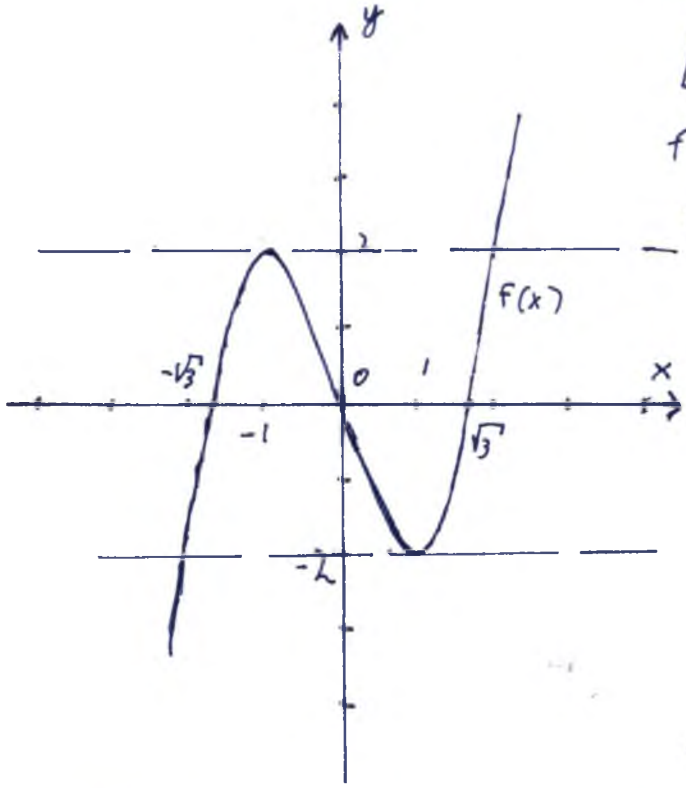
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КЭ 88-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$x^3-3x=t$

$f(x)=x^3-3x$, построим график этой функции



$f(x)=0 \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3=0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$;

$f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$

$x=1$ – точка минимума

$x=-1$ – точка максимума

(знаки производной)

$g(x)=t$ – горизонтальная прямая, 1 общая точка с $f(x)$ при $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

В то же время исходя из физических соображений $t>-273$

x_0 убывает вместе с t (видно исходя из графика), оценим снизу абсолютную величину этого корня:

$x_0^3-3x_0\approx-273$

$f(-6)=-216+18=-198$

$f(-7)=-343+21=-322$ $\Rightarrow x_0\in(-7;-6)$

Более низкое t недостижимо в реальных условиях, $\approx-273°C$ – температура абсолютного нуля, ~~как видно из графика~~ а значит и меньшего единственного корня x_0 достичь нельзя.

±

Требовалось оценить снизу для абс. вел. корня.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 III

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КЭ 88-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x] + y = 3/2 \Rightarrow y = \frac{3}{2} - 2[x] \Rightarrow [y] = 1 - 2[x] \\ ([x]-x)^2 - 2[y] = k \end{cases}$$

$k \in \mathbb{Z}$

$$([x]-x)^2 - 2\cdot(1-2[x]) = k$$

$$([x]-x)^2 - 2 + 4[x] = k$$

$$([x]-x)^2 = \underbrace{k+2-4[x]}_{\text{целое}}$$

целое $\Rightarrow ([x]-x)^2$ – также целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow x$ – целое число $\Rightarrow [x] = x$, тогда

$(x-x)^2 = k+2-4x \Rightarrow \boxed{x = \frac{k+2}{4}}$, но $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

Ответ:

$\Rightarrow$ а) при $k = 4n+2$, $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} x = \frac{k+2}{4} \\ y = \frac{3}{2} - \frac{k+2}{2} \end{cases}$$

+

б) при остальных k нет решений.

№5

Запишем возможные изменения в виде таблицы

	к-во 5	к-во 2
а	+2	−1
б	+1	+2
в	−2	+1
г	−1	−2

Назовём возможные изменения действиями

См. продолжение.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КЭ 88-65

Вариант: 17111

№5 (продолжение)

~~при рассмотрении~~ применении ~~и~~ действия (а) и действия (в) проявляется эффект не более одного из них, изменения, которые они влекут попросту обратны друг другу.

Так, на пример, применение действия (а) 4 раза и действия (в) 2 раза равносильно применению действия (а) 4-2=2 раза

(то же самое аналогично справедливо для действий (б) и (г))

Таким образом любую выполненную цепочку действий можно заменить на равносильную ей и содержащую не более одного ~~в~~ вида действий из (а) и (в) и не более одного вида действий из (б) и (2)

Рассмотрим возможные случаи:

1) Только дей-е (а):

Для того, что бы уменьшить число двоек необходимо как минимум 27 раз применить а, но тогда пятёрок:

3+27·2 > 30, не подходит

2) Только дей-е (б):

Невозможно уменьшить к-во двоек

3) Только дей-е (в):

Невозможно уменьшить к-во двоек

4) Только дей-е (2):

Невозможно увеличить к-во пятёрок.

5) дей-я (а) и (б)

Аналогично случаю 1 (необходимо применить (а) 27 раз, после получаем слишком большое к-во пятёрок, которое нельзя уменьшить)

См. продолжение на листе 4.

6) дей-я ⓐ и ②:

см ✻

7) дей-я ⓑ и ⓑ:

невозможно уменьшить к-во двоек

8) дей-я ⓑ и ②

невозможно увеличить к-во пятёрок

✻ Докажем, что используя ~~только~~ действия ⓐ и ② нельзя получить необходимый результат

Пусть дей-е а было применено x раз

дей-е 2 было применено y раз, x,y-натуральные

тогда необходимо чтобы

$$\begin{cases} 2x - y = 27 & \text{- условие того, что число пятёрок увеличилось на 27 } (30-3=27) \\ -x-2y=-27 & \text{- условие того, что число двоек уменьшилось на 27 } (3-30=-27). \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=27 \\ x+2y=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-2y=54 \\ x+2y=27 \end{cases} \Rightarrow 4x-2y+x+2y=54+27$$

$$5x=81$$

$$x=\frac{81}{5} \text{ не уд, } x\text{-натуральное}$$

⇒ используя дей-я ⓐ и ② получить желаемый результат невозможно.

(все случаи рассмотрены, в каждом из них невозможно)

⇒

Ответ: нет, не может.

Но можно намного короче обосновать

±

№4

~~Подходить будут все множества, состоящие из любого числа попарно равных элементов;~~

~~Пример: множество состоящее из четырёх единиц~~

~~Докажем по индукции, что~~

Допустим в множестве содержится два различных между собой элемента a и b, из условия $x=2b-a$ также принадлежит этому множеству и т.к. $a\neq b \Rightarrow x=2b-a\neq a\neq b$

1) $S(a,x)=b$

$\frac{a+x}{2}=b \Rightarrow x=2b-a$

2) $S(a,y)=x$

$y=2x-a$

$y=4b-3a$

~~Теперь рассмотрим пару чисел a и x~~, теперь рассмотрим пару чисел a и x, $y=4b-3a$ также должно принадлежать числовому множеству X.

3) $S(a,z)=y$

$z=2y-a$

$z=8b-7a$

....

Рассмотрим пару a и y исходя из условия, $z=8b-7a$ принадлежит числовому множеству X, z не равно x, y, a, b,

i) Таким образом рассматривая пару чисел a и n_i (число, являющееся корнем i уравнения, имеющего вид $S(a,n_i)=n_{i-1}$, где n_1 – это b, $(n_2=x, n_3=y ...)$ мы будем получать ~~числа по о~~ $(n_i=2^i b-(2^i-1)a)$ ~~новые числа, каждое из которых~~ новое число, которое в свою очередь даст нам ещё одно число. Таких чисел будет бесконечно много и каждое из них будет содержаться в числовом множестве X, значит числовое множество X (см. продолжение)

(N4 продолжение)
не будет конечным, а нам требуется найти конечные такие множества.

Если же в множестве не будет содержаться различных элементов, то все элементы будут равны между собой. Нас будут удовлетворять все множества, содержащие конечное количество одинаковых ~~чисел~~ чисел.
Действительно, среднее арифметическое от равных чисел равно этим числам.

$S(a, a) = a$

Ответ: ~~это~~ все числовые множества, состоящие из конечного числа одинаковых элементов. т.е. 1-элем.

±

Пример: множество из 17 пятёрок
множество из 4 единиц и т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

MD 44 - 81

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Зиняева

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 20.04.2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: А. Зин

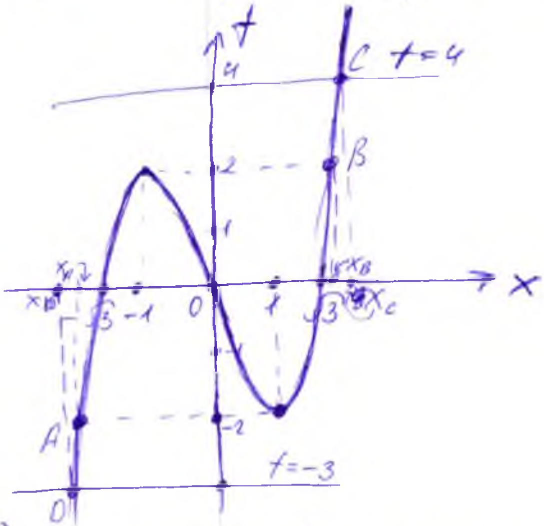
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\boxed{№1.}$

$x^3-3x=t$

1) Построим график в координатах t от x:



2) $t=x^3-3x=x(x^2-3)=x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$.

Нули $t=x^3-3x$: $0;-\sqrt{3};\sqrt{3}$

$-\quad+\quad-\quad+$; $-\sqrt{3}\quad 0\quad \sqrt{3}$; x

3) $t'=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$

$+\quad-\quad+$; $-1\quad 1$; x

$f(-1)=-1+3=2$

$f(1)=1-3=-2$.

4) $t''=6x \Rightarrow x=0$, когда $t''=0$

$-\quad+$; 0 ; x

5) Из графика видно что при $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ будет одно решение.

6) ~~$x^3-3x+2=0$~~

~~$x^2(x-1)+x(x-1)-2(x-1)=0$~~

~~$(x-1)(x^2+x-2)=0$~~

~~$D=1+$~~

Если $t=2$, то:

$x^3-3x-2=0$

$x^2(x+1)-x(x+1)-2(x+1)=0$

$(x+1)(x^2-x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l}x=-1\\ \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=+2\end{array}\right.\end{array}\right. \Rightarrow B(2;2)$

Если $t=-2$, то:

$x^3-3x+2=0$

$x^2(x-1)+x(x-1)-2(x-1)=0$

$(x-1)(x^2+x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+x-2=0\ (1)\end{array}\right.$

(1): $x^2+x-2=0$

$D=1+8=9$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm3}{2} \Rightarrow x_1=-2$

$x_2=1$.

$\overset{u}{A}(-2;-2)$.

I

7) $x^3-3x=t \Rightarrow x^3-3x-t=0$. (x^3-3x-t) перемещается по оси OY вверх и вниз, значит при $t\in(-\infty;-2)$, $x\in(-\infty;-2)$, потому что чем меньше t, тем меньше x (видно из графика). Если $t\in(2;+\infty)$, то $x\in(2;+\infty)$, что тоже видно из графика ($x_D<x_A$ и $x_C<x_B$). не указана оценка снизу для абс. вел. корня.

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$; $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

$\boxed{№2.}$

$\begin{cases}2[x]+y=\frac{3}{2} & (1)\\ ([x]-x)^2-2[y]=k & (2)\end{cases}$

(1) 1) $[x]=x-a$, $a\in(0;1)$ ⇒ (2): $(x-a-x)^2$ ~~...~~ $-2[y]=k$.

$[y]=y-b$, $b\in(0;1)$

$a^2-2[y]=k$, т.к. $a\in(0;1)$ ⇒ ⇒ $a^2\in(0;1)$ и a^2 — дробное число.

2) $a^2-2[y]=k$.

$\left.\begin{array}{l}a^2\text{ — дробное число}\\ -2[y]\text{ — целое число}\\ k\text{ — целое число}\end{array}\right\} \Rightarrow a^2$ ~~дробное~~ ~~быть целым~~ целое число ⇒ x — целое число, тогда: $([x]-x)^2=0$.

Значит, система примет вид:

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\begin{cases} 2x+y=\frac{3}{2} \\ -2[y]=k \end{cases}$ Заменим $[y]$ на $(y-b)$, $b\in(0;1)$, тогда:

$\begin{cases} 2x+y=\frac{3}{2} \\ -2y+2b=k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+2y=3 \\ 2y=2b-k \end{cases}$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4x+2b-k=3$

$4x=k+3-2b$, $4x$ - целое, k - целое $\Rightarrow (-2b)$ - целое $\Rightarrow b=0{,}5$ (т.к. $b\in(0;1)$).

~~$x=\frac{k+3-2b}{4}$~~

$-2b=-1$

$4x=k+3-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x=k+2$

$x=\frac{k+2}{4}$

x - целое $\Rightarrow (k+2)\vdots 4$

~~...~~ $\vdots 4$

$k\in\{-6;-2;2;6;10;\dots\}$

$4\left(\frac{k+2}{4}\right)+2y=3$

$2y=3-k-2$

$2y=1-k$

$y=\frac{1-k}{2}$ ~~$\Rightarrow$ при любом~~

Ответ: $k\in$ ~~таким~~ множеству $\{\dots;-14;-10;-6;-2;2;6;10;14;\dots\}$, то решение $\left(\frac{k+2}{4};\frac{1-k}{2}\right)$

$k\notin$ множеству $\{\dots;-14;-10;-6;-2;2;6;10;14;\dots\}$, то решений нет.

20 +

№5

1) Сумма оценок, которая была: $3\cdot5+30\cdot2=15+60=75$.

Сумма оценок, которая стала: $30\cdot5+3\cdot2=156$.

Разница между суммами оценок: $156-75=81$.

2) Рассмотрим ~~как~~ на сколько меняется сумма оценок при выполнении действий а), б), в), г):

• а): было: $5n+2m$, где n - количество „5", $n\in N$ и n может быть $=0$; а m - количество „2", где $m\in N$ и ~~...~~ m может быть $=0$;

стало: $5(n+2)+2(m-1)$, тогда разница: $5n+10+2m-2-5n-2m=8$.

• б): было: $5n+2m$

стало: $5(n+1)+2(m+2) \Rightarrow$ разница: $5+4=9$.

• в): было: $5n+2m$

стало: $5(n-2)+2(m+1) \Rightarrow$ разница: $-10+2=-8$ (уменьшилась на 8)

• г): было: $5n+2m$

стало: $5(n-1)+2(m-2) \Rightarrow$ разница: $-5-4=-9$ (уменьшилась сумма на 9)

3) Значит, чтобы получилось превратить 3 „5" и 30 „2" в 30 „5" и 3 „2" нужно, чтобы выполнялось следующее равенство:

$8k+9d=81$, где k и d принадлежат целым числам.

если $k=0$, а $d=9$, то равенство выполняется, но тогда нужно повторить 9 раз действие б), значит, увеличивая количество „5", мы будем увеличивать количество „2", что нам не подходит.

Запишем $8k+9d=81$ по-другому:

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MD 44 - 81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$8k=81-9d$

$8k=9(9-d) \Rightarrow$ ~~$8k \vdots 9 \Rightarrow k \vdots 9 \Rightarrow$~~ $8k$ делится на 9 $\Rightarrow k$ делится на 9.

Пусть $k=9 \Rightarrow 9-d=8 \Rightarrow d=1. \Rightarrow$ „5" станет: $18+1=$ ~~19~~ 22. $19 \neq 30 \Rightarrow$ не подходит.

~~Пусть k~~ Т.к. количество „5" нужно увеличить, то $k \in N$, и $d \in N$. (иначе, количество „5" будет уменьшаться)

Пусть $k=18 \Rightarrow 9-d=16 \Rightarrow d=-7$. $(\notin N)$, поэтому не подходит.

Значит, не получится 3„5" и 30„2" превратить в 30„5" и 3„2".

Ответ: нет.

+ Можно намного короче

№4

$S(a,x)=b$

$\frac{a+x}{2}=b$

Чтобы для любых a и b множества X ~~выр~~ выполнялось $\frac{a+x}{2}=b$, то $x=2b-a$, и чтобы для всех a и b, то $b=a \Rightarrow x=b$,

т.е. должна выполняться система:

$$\begin{cases} a+x=2b \Rightarrow x=2b-a \Rightarrow \begin{cases} a+b=4b-2a \\ b+2b-a=2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a=3b \\ 3a=3b \end{cases} \Rightarrow a=b \Rightarrow x=b \\ a+b=2x \\ b+x=2a \end{cases}$$

Тогда X может быть $\{3;3;3\}$; $\{5;5;5;5\}$, а еще?

+

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

МД 44-76

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Зиняева

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 20 апреля 2002 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Е. Зин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

$x^3-3x=t$

$t' = 3x^2-3 = 3(x^2-1)=0$

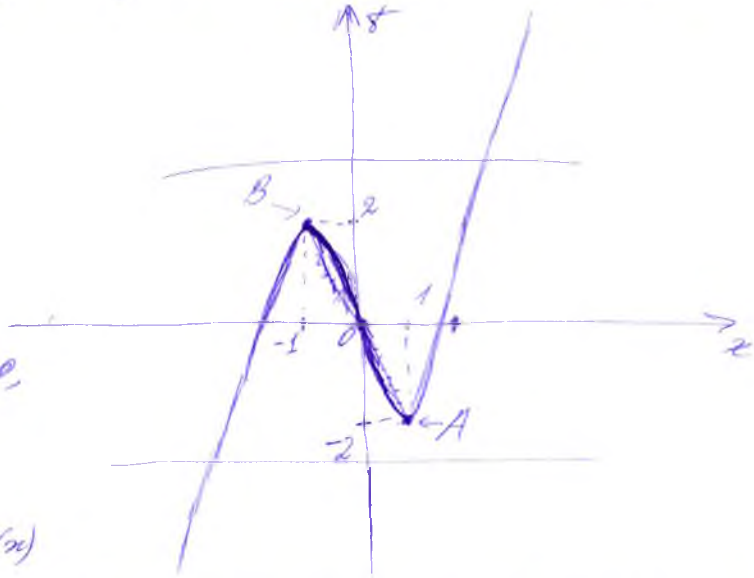
$+ \quad \max \quad - \quad \min \quad +$

$-1 \qquad 1 \qquad x$

$t(-1) = -1+3=2$

$t(1)=1-3=-2$

2) Построим эскиз функции $t(x)$:



3) Из ~~графика~~ эскиза видно, что однорешение будет при $t\in(-\infty;A_t)\cup(B_t;+\infty)$

т. A_t: экстремум функции $t(x)$ $A(1;-2)$

т. B: экстремум функции $t(x)$ $B(-1;2)$

Значит $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$\pm$

нет правильной оценки снизу для абс. величины корня!

4) Найдём значения x при $t=-2$ и $t=2$.

$t=-2$: $x^3-3x=-2$

$(x-1)(x^2+x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x=-1 \end{array}\right.$

$t=2$: $x^3-3x=2$

$(x+1)(x^2-x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ ч.т.д.

т.е. при $x\in(-1;1)$ всегда найдётся такой x_2, который будет равен этому же значению t при другом значении x. Значит $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$; $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

№2.

$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}; \; k\in\mathbb{Z}$.

① Пусть: $x=m+a$, где $m\in\mathbb{Z}$, $a\in(0;1)$

$y=n+b$, где $n\in\mathbb{Z}$, $b\in(0;1)$. Тогда система перепишется как:

$\begin{cases} 2m+n+b=\frac{3}{2} \\ (m-m-a)^2-2n=k \end{cases}; \quad \begin{cases} 2m+n+b=\frac{3}{2} & (1) \\ a^2-2n=k & (2) \end{cases}$

② Рассмотрим (1) уравнение: $\left.\begin{array}{l} m\in\mathbb{Z} \Rightarrow (2m)\in\mathbb{Z} \\ n\in\mathbb{Z} \end{array}\right\} \Rightarrow b=\frac{1}{2}$; т.к. $b\in(0;1)$

Рассмотрим (2) уравнение: $\alpha^2-2n=K$

$\alpha^2\in(0;1)$

$n\in Z\Rightarrow(2n)\in Z$

$K\in Z$ $\Rightarrow$ ~~а дробной части~~ $\alpha^2\notin Z\Rightarrow\alpha\notin Z\Rightarrow$ дробной части у числа x нет; т.е. $x\in Z$, $x=m$

③ $\begin{cases}2x+n=1\\-2n=K\end{cases}$; $\begin{cases}2x+n=1\\n=-\frac{K}{2}\end{cases}$; $2x-\frac{K}{2}=1\Rightarrow 4x-K=2\Rightarrow x=\frac{K+2}{4}$, $x\in Z$ $\Downarrow$

$(K+2)$ ~~mod~~ $\vdots 4$

$\Downarrow$

$K \bmod 4=2$

④ $\begin{cases}2x+y=\frac{3}{2}\\x=\frac{K+2}{4}\end{cases}$; $y=\frac{3}{2}-\frac{K+2}{2}=\frac{1-K}{2}$

⑤ ~~$K=4c+2$, где $c\in Z$~~

Если $K=4c+2$, где $c\in Z$, тогда решением системы является $\left(\frac{K+2}{4};\frac{1-K}{2}\right)$

Если $K\neq 4c+2$, где $c\in Z$, то решений нет.

Ответ: $\left(\frac{K+2}{4};\frac{1-K}{2}\right)$ при $K=4c+2$, где $c\in Z$;

решений нет при $K\neq 4c+2$, где $c\in Z$

+

№5.

Надо из 30 „2" сделать 3 „2" и из 30 „5" сделать 30 „5".

И нам надо количество „5" увеличить на 27 „5", а количество „2" уменьшить на 27 „2". Составим таблицу возможных ходов юного хакера для наглядности.

	количество „5"	„2"
а)	↑на 2	↓на 1
б)	↑на 1	↑на 2
в)	↓на 2	↑на 1
г)	↓на 1	↓на 2

Чтобы выполнить условие, надо увеличивать кол-во „5", но при этом чтобы уменьшалось кол-во „2". И нам подходит случай а) Когда мы достигнем кол-во „5" равное 29 останется 17 „2", тогда надо ~~увел~~ уменьшать кол-во „2" быстрее и нам подходит случай (г). При достижении 3 „2" будет 22 „5". То есть у нас нет случая увеличения количества „5" и уменьшения при этом количества „2" на одну и ту же величину. Всегда кол-во „2" увеличивается на 1 или на 2, а „5" соответственно ~~увеличивается~~ на 2 или уменьшается на „2" или увеличивается на 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МД 44-76

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

А при уменьшении кол-во „2" на 2 или 1, кол-во „5" уменьшается на 1 или увеличивается на „2". В конце всегда будет ~~штук~~ одна из следующих! „2" – 2, то „5" – 29
„2" – 2, то „5" – 31
„2" – 2, то „5" – 28
„2" – 1, то „5" – 28
„2" – 1, то „5" – 31
„2" – 1, то „5" – 32
„2" – 4, то „5" – 29
„2" – 4, то „5" – 31
„2" – 4, то „5" – 32
„2" – 5, то „5" – 28
„2" – 5, то „5" – 29
„2" – 5, то „5" – 32

Из этих ~~спос~~ случаев ~~не~~ никогда не получить в кол-во „2" равное 34, кол-во „5" равное 30.

Ответ: нет. (±) Можно продолжить бесконечно. Все случаи не учтены

не доказано

№4.

Если ~~все в~~ множество X состоит из одинаковых элементов, то в таком множестве всегда найдутся любые элементы удовлетворяющие уравнению $(x+a):2=b$ т.к. $b=x=a$, т.е $\frac{x+x}{2}=x$; $2x=x$. ~~Так же если элементы будут не нарушено одинаковыми, а останутся будут знакомые.~~

~~Если же множество X из неравных чисел, то элементы этого множества обязательно должны быть чётными.~~

Если же элементы множества X не будут равными, то обязательно найдутся такие числа a и b среднеарифметическое которых не является элементом множества X.

Пусть $X\{0;3;4;5;7;8;9;10\}$ $\frac{3+5}{2}=4$; $\frac{7+9}{2}=8$. Но для $\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}$ не найдётся такого элемента из множества X, а если $\frac{7}{2}$ включить в множество X, то $\frac{\frac{7}{2}+a}{2}=b$, где $a\in X$, b не будет принадлежать X. Если же продолжать включать элементы, получаемые из $S(x;y)=(x+y)/2$, то множество X станет бесконечным.

Ответ: $X\{a;a;a;...a\}$, где $n\in N$ и $n\geq 3$. (±)

~~$X\{a;b;b;...;b\}$ где $a-b$, ...~~

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ССТ

Место проведения

IG 44-47

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Зубков

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 24.07.2004. **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Зуб

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1) Заметим, что всего 4 человека:
Марья Ивановна, Иван Ильич, Александра Варфоломеевна и Петр Петрович. Пусть они соответственно МИ, ИИ, АВ, ПП.

2) если МИ сидит, то сидят ИИ и АВ
3) если ~~ИИ~~ ПП сидит, то АВ не сидит, и наоборот.
4) хотя бы один из ИИ и МИ сидит
5) ПП и ИИ либо оба сидят, либо не сидят.

Данные из 1-5 пунктов из условия.

6) из 2) и 4) ⇒ что ИИ постоянно сидит, т.к он сидит либо 1, либо сидит МИ и он по 2) должен сидеть
7) из 6) и 5) ⇒ ПП тоже сидит, т.к ИИ сидит
8) из 7) и 3) ⇒ АВ не сидит, т.к ПП сидит.
9) из 8) и 2) ⇒ МИ не сидит, т.к иначе сидела бы и АВ, а из 8) она не сидит ⇒
⇒ сидят только ПП и ИИ.

Ответ: сидят Иван Ильич и Петр Петрович.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$$\begin{cases} 2[x_1] + \cancel{2}x_2 = 3/2 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = 3/2 \mid \cdot 2 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 4[x_1] + 2x_2 = 3 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases}$$

$$7[x_1] = 7$$

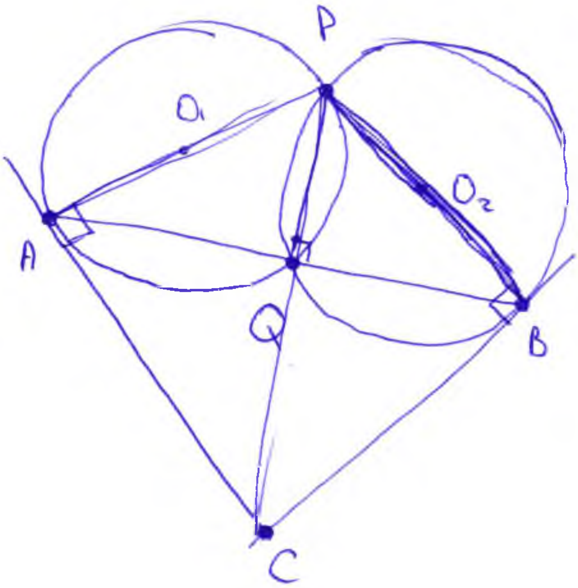
$$\begin{cases} [x_1] = 1 \\ x_2 = -0{,}5 \end{cases}, \text{ но } [x_1] = 1 \Rightarrow x_1 \in [1; 2) \Rightarrow$$

Ответ: $(x_1 \in [1; 2); x_2 = -0{,}5)$

×

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано

Окр $(O_1; R_1)$

Окр $(O_2; R_2)$

$P \in O_1 \cup O_2$

$Q \in O_1 \cup O_2$

$AB \perp PQ$

AC и BC касат. к окр O_1 и O_2

Д-ть

$\angle APQ = \angle CPB$

1) $O_1 \in AP$, т.к $\triangle APQ$ - вписанный.

$\angle AQP = 90^\circ \Rightarrow$ он лежит против диаметра $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ AP- диаметр

2) Аналогично $O_2 \in PB$

3) т.к AP- диаметр $\Rightarrow$ $\angle PAC = 90^\circ$, т.к AC касат. к окр.

4) Аналогично 3) $\Rightarrow$ $\angle PBC = 90^\circ$

5) $APBC$ вписанный, т.к сумма противолежащих углов 180°

$\angle PAC + \angle PBC = 180^\circ$ из ~~4 и~~ 3) и 4) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\angle PAC$~~ $\angle APC = \angle ABC$, т.к опир. на одну дугу $\breve{AC}$

$\angle CPB = \angle BAC$, т.к опир на одну дуги $\breve{CB}$

$\angle PAB = \angle PCB$, т.к опир. на одну дуги $\breve{PB}$,

также $\angle PAB + \angle CAB = 90^\circ$

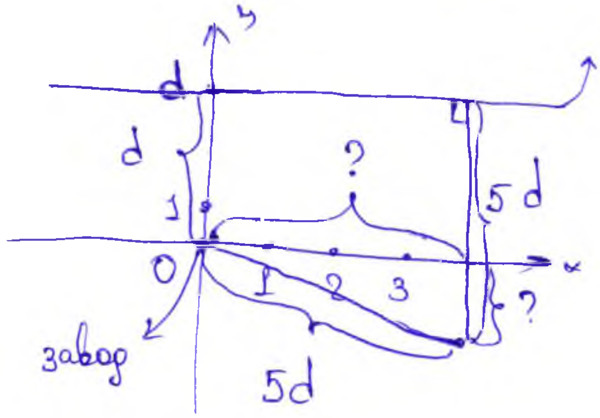
$\angle ABC + \angle PCB = 90^\circ$, т.к $\triangle CQB \Rightarrow 180 - 90 = \angle ABC + \angle PCB$

$\angle PAB = \angle PCB$ и $\angle ABC = \angle APC$, $\angle$ ~~$PCB = \angle PAB \Rightarrow \angle PAB = \angle$~~

$\angle APQ = APC$, т.к ~~$\Rightarrow APP$~~ $PC \ni Q$ $\angle CAB = \angle CPB \Rightarrow \angle APC = \angle CPB$ ~~но $\angle APC = \angle ABC$~~

т.к $AP = PB$ и $AC = CB \Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$

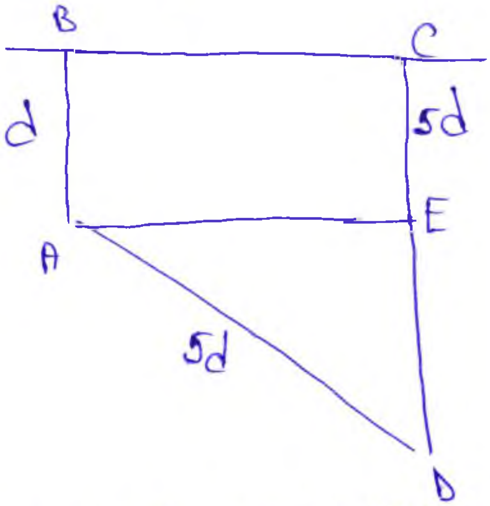
№5.(а)



Заметим, что если $d<0$, то будет все аналогично, ведь стороны равны $k|d|$, где k - некоторый коэф >0.

т.к нам нужно найти координат ⇒ нужно найти 2 стороны.

Перечертим с буквенными обозначениями.



Запишем:
A - завод
BC - прямая ЛЭП
D - искомая точка
нам нужно найти AE и ED

1) ABCD прямоуг, т.к $BC \parallel AE$ по условию
$\angle ABC = 90°$
$\angle ECB = 90° \Rightarrow AB \parallel CE \Rightarrow ABCD$ - параллелограм.
$\angle EAC = 90° \Rightarrow$ прямоугольник.

2) $CE = AB$ из 1) ⇒ $ED = 4d$, т.к $ED = DC - EC$

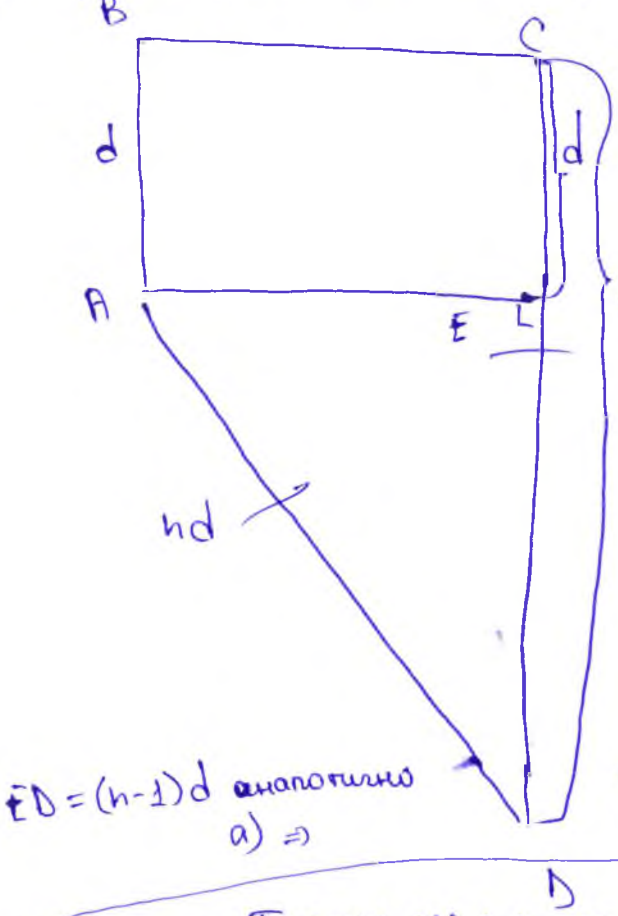
3) $\angle AED = 90°$ так как ~~соответственный для $\angle BCE$~~, и $\angle AED = \angle BCE$ как соотв. для ~~угла~~ AE и BC и секущей CE ⇒ ⇒ $\triangle AED$ прямоуг. 4) по теорем. Пифагора $AE = \sqrt{AD^2 - ED^2} = 3d$ ⇒
координаты точки D $(3d; 4d)$

~~[illegible]~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (б)

1) рассмотрим, аналогично пункту а) $n\,d$ = расстояния, тогда



с $d<0$ работает аналогично ведь у нас стороны $\geq nd$ $k|d|$, где k некоторый коэф. больший 0.

1) заметим, что $ED \geq 0$, т.к $d>0$ и $n \geq 1 \Rightarrow$

$(n-1)d \geq 0$

если $n=1$, то $D(d;0)$, иначе

$ED=(n-1)d$ аналогично а) $\Rightarrow$

2) по теореме Пифагора для $\triangle$ ADE

$\sqrt{n^2d^2-(n-1)^2d^2} = AE$

$\sqrt{n^2d^2-n^2d^2+2nd^2-d^2} = AE$

$\sqrt{(2n-1)d^2} = AE$

AE существует, когда $(2n-1)d^2 \geq 0 \Rightarrow$

AE существует, когда $2n-1>0$, но

$n \geq 1 \Rightarrow 2n-1$ больше всегда $\Rightarrow$

при любых натуральных n существует точка.

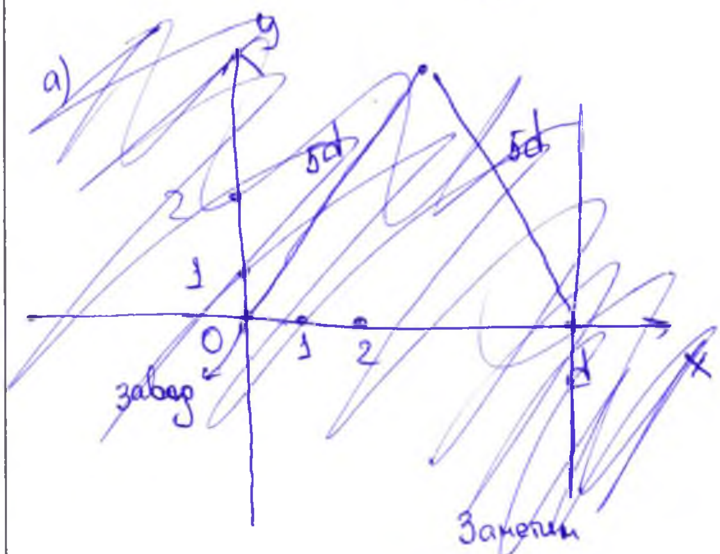
~~Заметим, что это работает и с отрицательными, ведь у нас d^2 рисунок будет другой~~

Ответ: при любых натур. n есть точка

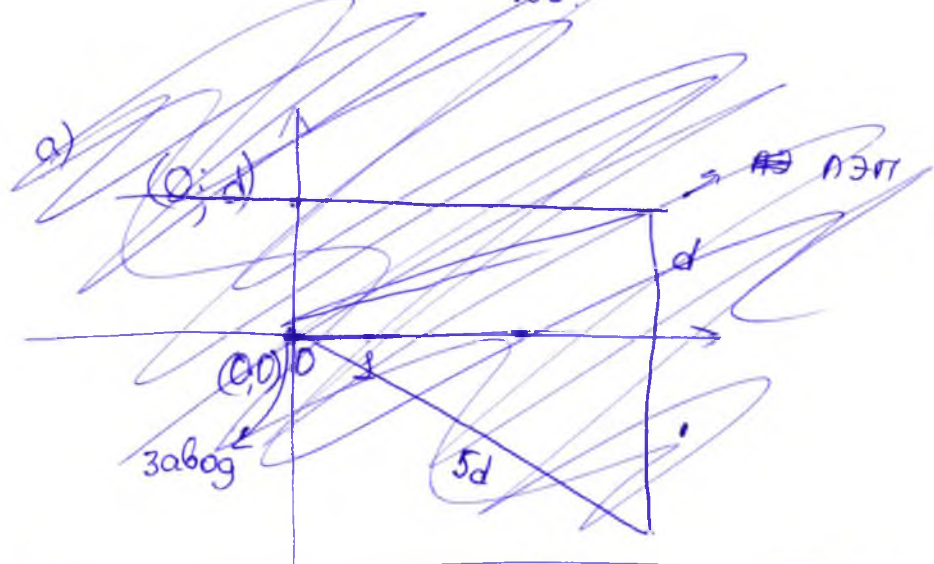
+8

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~№5~~



№5.



№4.

201 тыс   19800 тыс − 1

Ответ: они могли собрать сумму от ~~200 000~~ до ~~19800000~~

Решение: заметим, что в условии не написано, то что сумма неповторяется у банкиров ⇒ найдем минимальную и максимальную сумму

мин. сумма равна ~~8~~1 тыс · 99 сотрудников + 102 тыс · 1 сотрудника = 201 тыс

макс. сумма равна 98 тыс · 1 сотрудника + 199 тыс · 99 сотрудников = 19800 тыс − 1

Пусть есть сумма k, которую мы не можем получить мин. сумма ≤ k < макс. сумма, но тогда рассмотрим числа отличающиеся на 100 тыс пусть это n и 100 тыс + n добавим 1 от n к n + 100 тыс и пол. разные числа. Аналогично с остальными.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ	QG 30-12
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ ИГНАТЬЕВ

ИМЯ ДАНИИЛ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 22.03.2006 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

У нас есть 4 верных утверждения. Посмотрим на утверждение с Иваном и Марией. Из них кто-то точно сидит в ВК. Если сидит Мария, то Иван тоже сидит в ВК по условию (этот факт знает директор). Если сидит Иван в ВК, то не понятно, сидит ли Мария. Во всех 2 возможных случаях Иван сидит в ВК. Значит в самом деле, Иван сидит в ВК.

Также известно, что либо Пётр с Иваном сидят в ВК, либо оба не сидят в ВК. Но раз Иван 100% сидит в ВК, то и Пётр вместе с ним сидит в ВК.

Ещё известно, что либо Пётр, либо Александра сидит в ВК. Но раз Пётр сидит в ВК, то Александра не сидит в ВК, ведь только 1 из них сидит в ВК.

Теперь смотрим на Марию. Если бы она сидела в ВК, то Александра и ~~Пётр~~ то Иван тоже сидели бы в ВК. Но Александра не сидит в ВК. Противоречие.

Значит Мария не сидит в ВК.

Рассмотрев все возможные варианты с помощью метода исключения нашли только 1 возможный вариант:

Пётр и Иван сидят в ВК; Мария и Александра не сидят в ВК.

Ответ: Пётр и Иван сидят; Мария и Александра не сидят.

+

№2.

Посмотрим на последние цифры чисел. 2019 оканчивается на 9. Возведём его в степень: ..9 - показывает последнюю цифру числа.

$..9^1 = ..9$

$..9^2 = ..1$

$..9^3 = ..9$

$\times\frac{..9}{..9}{..1}$

$..9^3 = ..9^2 \cdot ..9^1$

$\times\frac{..9}{..1}{..9}$

$..9^4 = ..1$

Заметим, что если

число оканчивающееся на 9 (..9) в нечётной степени оканчивается на 9, а в чётной на 1(..1). Значит $2019^{2020}=..1$

2020 оканчивается на 0. Возведём число ..0 в степени:

$..0^1=..0$

$..0^2=..0$

$..0^3=..0$

$..0^4=..0$

$\times\ ..0$, $..0$, $..0$

Любое число, оканчивающееся на 0, при возведении в степень оканчивается на 0 всегда (степень натуральное число).

Теперь значит, что $2020^{2019}=..0$.

Складываем 2 числа

$2019^{2020}+2020^{2019}=..1+..0=..1$

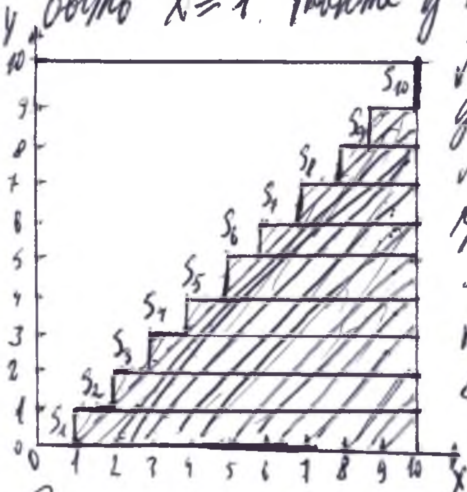
$+\ ..1$, $..0$, $..1$

Получается их сумма оканчивается на 1.

Ответ: 1.

№3.

~~Рассмотрим~~ Пусть у нас $y\geq 0$, и $y<1$. Тогда нам x должен быть $x\geq 1$. Также у нас квадрат со стороной 10, значит $x, y\leq 10$.



Рассмотрим на нижний прямоугольник. Точки, находящиеся в нём удовлетворяют условию, ведь в нём любая точка имеет координату $x\geq 1$, а $y<1$, причём $\max y=0,9(9)\approx 1$

Значит его $S_1=(10-1)\cdot 0,(9)=9\cdot 0,(9)\approx 9$.

Тоже самое можно сказать и про остальные 8 прямоугольников, любая точка в них удовлетворяет условию, узнаем их площадь и суммируем.

$S_2=8\cdot 0,(9)$ $\quad S_5=5\cdot 0,(9)$ $\quad S_8=2\cdot 0,(9)$

$S_3=7\cdot 0,(9)$ $\quad S_6=4\cdot 0,(9)$ $\quad S_9=1\cdot 0,(9)$

$S_4=6\cdot 0,(9)$ $\quad S_7=3\cdot 0,(9)$

Также у нас есть точки, имеющие координаты $(10;Z)$, где $9\leq Z<10$.

Складываем эти площади и получаем площадь множества M:

$S_M=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7+S_8+S_9+S_{10}\approx 45$. И находим эту часть:

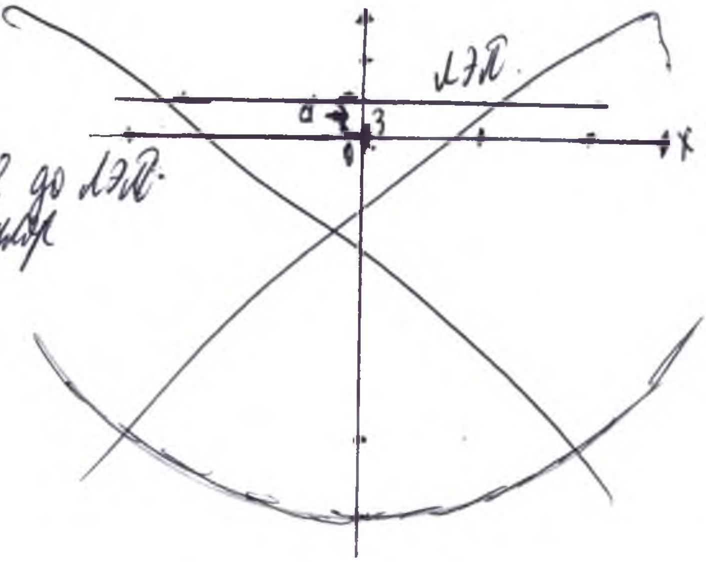
$\frac{S_M}{S_K}=\frac{45}{(10\cdot 10)}=\frac{45}{100}=0,45$ (Погрешность настолько мала, что её можно не учитывать)

Ответ: 0,45.

№5.

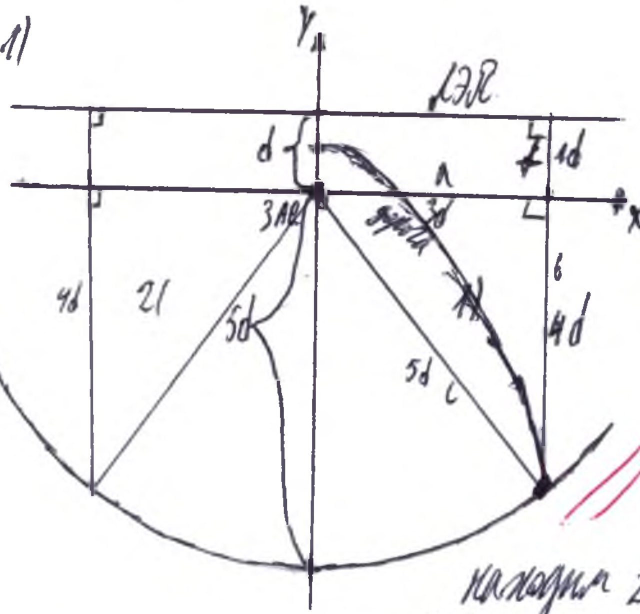
У нас есть 2 случая, когда 1) ЛЭП ∥ координ. x и 2) ~~ЛЭП ∥ коорд. оси Y.~~ ~~Оба~~ случая имеют 2 точки:

1)



Расстояние до ЛЭП это перпендикуляр

1)



Из свойств парал. имеем 2 угла = 90°. Так как у нас от ЛЭП до оси x – d, то 2-ая часть = 4d.

$5d = f+b$

$f = 1d$ С помощью теоремы ~~находим~~ Пифагора

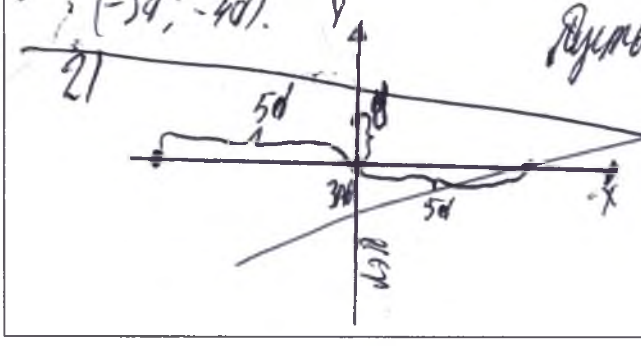
$b = 4d$

находим 2-ой катет a:

$c^2-b^2=(5d)^2-(4d)^2=25d^2-16d^2=9d^2=(3d)^2=a^2$.

$a=3d$. Значит координата этой точки: $(3d; -4d)$. Делая те же самые утверждения находим координаты второй точки: $(-3d; -4d)$.

2)



Пусть ЛЭП ∥ оси Y. Значит ~~ЛЭП лежит на оси Y.~~ Значит проведём перпендикулярную прямую оси Y через завод.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

У нас ЛЭП не может быть параллельно оси y, ведь тогда ЛЭП проходило бы через завод и $d=0$, что не может быть.

Ответ: $(-3d; -4d)$ и $(3d; -4d)$.

+

№4.

Условие не очень корректное. Рассмотрим 3 случая:

1) Когда можно в какой-то день не сдавать взнос, 2) когда в 1 день сдан хотя бы 1 взнос, 3) когда 25 организ. принесли взнос в первый день и 25 во 2 день.

В 1) случае рассмотрим min бюджет и max бюджет:

min бюджет $1 \cdot 50$ (все сдали по одной тысяче в 1-ый день) $= 50$ тыс.;

max бюджет $99 \cdot 50$ (все сдали по 99 тысяч во 2-ой день) $= 4950$ тыс.

Во 2) случае:

min бюджет $1 \cdot 49 + 52 \cdot 1 = 101$ тыс. (49 сдало 1 тыс., 1 сдал 52 тыс., ведь 51 тыс. он не мог сдать, ведь 51 тыс. $-$ 1 тыс. $= 50$ тыс.; а если бы он сдал 51 тыс., то другие бы сдали 2 или больше тысяч).

max бюджет $50 \cdot 1 + 49 \cdot 99 = 4901$ тыс.

В 3) случае:

min бюджет $1 \cdot 25 + 52 \cdot 25 = 2 \cdot 25 + 51 \cdot 25 = 1325$ тыс.

max бюджет $50 \cdot 25 + 99 \cdot 25 = 3725$ тыс.

±

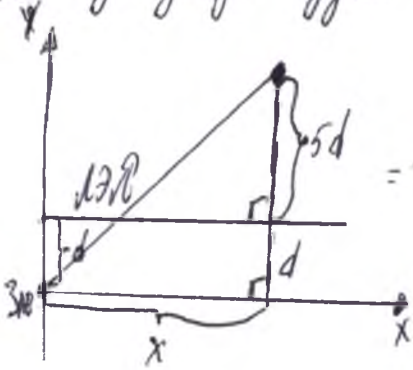
Я могу взять любую сумму от min бюджета до max бюджета, кратную тысяче (например я хочу ~~сдат~~, чтобы бюджет равнялся 51 тысяче в 1) случае, тогда 1 платит 2 тысячи, а 49 по 1 тысяче; хочу 52 тысячи в 1) случае: 2 платят по 2 тысячи, а 48 по 1 тысяче и т.п. для остальных случаев)

Мы рассмотрели случаи, когда взнос ≥ 1 тыс., если он может равняться 0, то в 1) случае min бюджет $= 0$ тыс., во 2) случае $= 51$ тыс., а в 3) случае $= 1275$ тыс.

№5.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Эта точка дороги должна лежать ниже ЛЭП, ведь если эта точка выше ЛЭП, то по теореме Пифагора, расстояние от точки до завода будет больше 5d:



$(5d+d)^2 = 36d^2$

Значит расстояние до завода $= \sqrt{36d^2+x^2}$, а раз x точно ≥ 0, то

$\sqrt{36d^2+x^2} \geq 6 > 5$, что не может быть. Поэтому эта точка лежит ниже ЛЭП.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ
Место проведения

ЭЕ 44-10
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Ингафтьев

ИМЯ Арсений

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 27.10.2006 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Обозначим людей сокращениями: Мария Ивановна – МИ

Иван Ильич – ИИ, Александра Варфоломеевна – АВ, Пётр Петрович – ПП.

1) случай (Если МИ сидит ВКонтакте).

Исходя из первого условия, если МИ сидит ВКонтакте, то ИИ и АВ тоже.

Исходя из второго условия, если АВ сидит ВКонтакте, то ПП – нет.

Составим таблицу: (+ – сидит, - не сидит)

МИ	ИИ	АВ	ПП
+	+	+	-

Но по условию, если ИИ – сидит, то ПП – тоже. Противоречие.

2) случай. Значит МИ не сидит ВКонтакте.

Тогда, исходя из условия (хотя бы один из МИ и ИИ сидит ВКонтакте)

Если МИ не сидит, то ИИ – сидит. Значит ПП – тоже.

Но только один – АВ или ПП сидит ВКонтакте, значит АВ – не сидит.

Составим таблицу:

МИ	ИИ	АВ	ПП
-	+	-	+

Так как у нас 2 случая – МИ сидит и МИ не сидит, и в 1 случае противоречие, то значит, что 2 случай – верный и единственный

Ответ: Иван Ильич, Петр Петрович

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

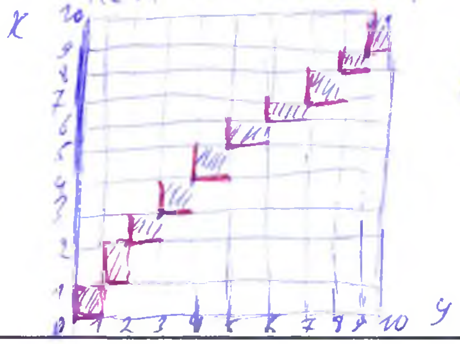
Последняя цифра суммы зависит от последних цифр слагаемых, и является последней цифрой их суммы (послед. цифр).
$2020^{2019} = 202^{2019} \cdot 10^{2019}$, значит 2020^{2019} оканчивается на 2019 нулей, и его последняя цифра – 0.
Последняя цифра произведения зависит от множителей это последняя цифра их произведения (посл. цифр).
2019^{2020} – это $\underbrace{2019 \cdot 2019 \cdot \ldots \cdot 2019}_{2020}$. Последняя цифра $9^{2020} =$
$= ?$ У 9 в степенях можно заметить цикл последних цифр: $\boxed{9}, 8\boxed{1}, 72\boxed{9}, \ldots$ Это цикл 9, 1 так как 9^2 оканч. на 1, а $1 \cdot 9 = 9$.
Значит в чётных степенях 9 последняя цифра – 1. 2020 – чётное.
Значит посл. цифра 2019^{2020} – 1. $2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots\boxed{1} + \ldots\boxed{0} = \ldots\boxed{1}$

Ответ: 1

+

№3.

Если $[x]=[y]$, то это значит, что у x и y – одинаковая целая часть.
Значит $[x]=[y]$ при $0 \le x, y < 1$, при $x,y=1$, $1 \le x,y < 2$, $2 \le x,y < 3$ ...
... $8 \le x,y < 9$, $9 \le x,y < 10$, $x,y=10$
Нарисуем на координатной плоскости квадрат K, и заштрихуем в нём множество M:



Площадь квадрата $K = 10 \cdot 10 = 100$
Площадь множества $M = 10 \cdot 1 = 10$
$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

Ответ: $\frac{1}{10}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ ЭЕ 44-10

№4.

Если „СТО" $\geq$ „ШЕСТЬСОТ", то С+Т+О $\geq$ Ш+Е+С+Т+Ь+С+О+Т

⇓

Ш+Е+С+Т+Ь $\leq$ 0, но при этом, по условию, Ш+Е+С+Т+Ь $\geq$ 0.

Среди Ш, Е, С, Т, Ь, О нет отрицательных чисел,

значит Ш+Е+С+Т+Ь = 0 и Ш, Е, С, Т, Ь = 0 (Ш=0, Е=0, С=0, Т=0, Ь=0).

$0 \leq О \leq 9$. Значит есть 9 вариантов кодировки:

1) О=0 Ш, Е, С, Т, Ь=0

2) О=1 Ш, Е, С, Т, Ь=0

3) О=2 Ш, Е, С, Т, Ь=0

⋮

9) О=9 Ш, Е, С, Т, Ь=0

Но в 1 случае нельзя будет различить буквы, так как О, Ш, Е, С, Т, Ь=0.

В остальных случаях можно будет различить только О, а Ш, Е, С, Т, Ь – нельзя. Так как слов из 1 буквы нет, то однозначно определить слово будет нельзя.

Ответ: можно; 9 способов; нельзя будет однозначно определить.

№5.

~~Сначала~~ В 3 часах 18 десятков минут. За 1 десяток минут Женя съедает 5 ватрушек, а Саша – 3.

Пусть x – кол-во десятков минут, которые ел Женя, а y – Саша.

Тогда x+y=18.

Составим и решим уравнение:

$5x+3y=70$

$3(x+y)+2x=70$

$3\cdot 18+2x=70$

$54+2x=70$

$2x=16$

$x=8$

x = 8, тогда y = 18 – 8 = 10.

Тогда Женя съел 8·5=40 пирожков, а Саша – 3·10=30 пирожков.

Ответ: Жене – 40, а Саше – 30.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФ МЭИ

Место проведения

ГБ 58-49

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ КАЗАКОВ

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 10.05.2003 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8 февраля 2020
(число, месяц, год)

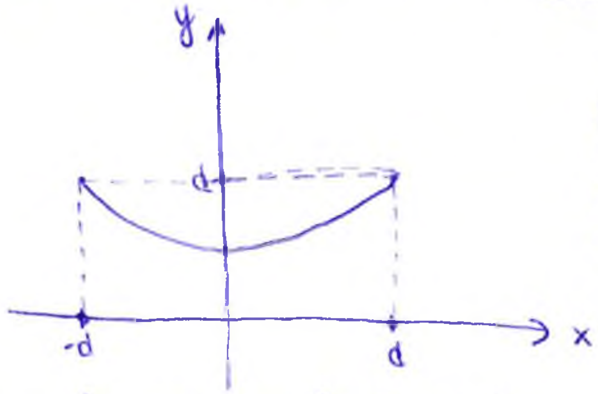
Подпись участника олимпиады: Казаков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 +

Строящаяся дорога на плоскости описывается линией параболы.

Введем систему координат, где ЛЭП лежит на оси x, а завод имеет коорд. $(0;d)$



Если каждая точка дороги равноудалена от завода и от ЛЭП, тогда точки с координ. $(-d;d)$, $(0;\frac{d}{2})$, $(d;d)$ будут принадлежать уравнению линии.

$y = ax^2 + bx + c$ - уравнение линии

$$\begin{cases} d = a\cdot d^2 - bd + c, \\ \frac{d}{2} = a\cdot 0 + b\cdot 0 + c, \\ d = a d^2 + bd + c; \end{cases} \quad \begin{cases} c = \frac{d}{2}, \\ d = a d^2 - bd + \frac{d}{2}, \\ d = a d^2 + bd + \frac{d}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} c = \frac{d}{2} \\ 2d = 2ad^2 + d \\ d = ad^2 + bd + \frac{d}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = \frac{d}{2}, \\ 2ad^2 = d, \\ d = ad^2 + bd + \frac{d}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{d^2 2d}, \\ c = \frac{d}{2}, \\ d = \frac{d^2}{2d} + b\cdot d + \frac{d}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{2d} \\ b = 0 \\ c = \frac{d}{2} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2d}x^2 + \frac{d}{2}$$

№2

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2}, \\ 3[x] - 2y = p; \end{cases} \quad \begin{cases} 4[x] + 2y = 3 \\ 3[x] - 2y = p, \end{cases} \quad \begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2}, \\ 7[x] = p + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2}, \\ [x] = \frac{p+3}{7}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2}, \\ 3[x] - 2y = p; \end{cases} \quad \begin{cases} 6[x] + 3y = 4{,}5, \\ 6[x] - 4y = 2p; \end{cases} \quad \begin{cases} 6[x] + 3y = 4{,}5, \\ 7y = 4{,}5 - 2p; \end{cases} \quad \begin{cases} 6[x] + 3y = 4{,}5 \\ y = \frac{4{,}5 - 2p}{7} \end{cases}$$

$2\cdot[x] + y = \frac{3}{2}$; $\quad 2\cdot\frac{p+3}{7} + \frac{4{,}5-2p}{7} = \frac{3}{2}$ $\quad |\times 14$

$2\cdot 2(p+3) + 2\cdot(4{,}5-2p) = 3\cdot 7;$

$4p + 12 + 9 - 4p = 21$

$21 = 21 \; | \Rightarrow p$ - принимает любое значение

−

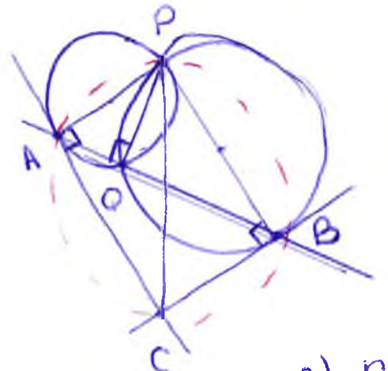
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ГG 58-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



1) $\angle AQP$ - вписанный в окр. $\angle AQP = 90°$ $\Rightarrow$ AP - диаметр ($\smile AP = 180°$)

$\Rightarrow$ т.к. AC - касательная, то $AP \perp AC$

$\angle BQP$ - вписанный, $\angle BQP = 90°$ $\Rightarrow$ BP - диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $BP \perp BC$

2) В APBC: $\angle PAC = 90°$, $\angle PBC = 90°$ $\Rightarrow$ $\angle PAC + \angle PBC = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\angle PAC + \angle PBC = \angle APB + \angle ACB$ $\Rightarrow$ около APBC можно описать окружность

3) т.к. $\angle PBC$ - вписанный, $\angle PBC = 90°$ $\Rightarrow$ PC - диаметр $\Rightarrow$ $\smile PC = 180°$

4) $\smile AP = \smile AQ + \smile PQ$,
$\smile PC = \smile PB + \smile BC$;

5) т.к. $\angle PAQ$ - вписанный $\Rightarrow$ $\smile PQ = 2\angle PAQ$
$\smile PB = 2\angle PAQ$

6) $\smile AP = \smile AQ + 2\angle PAQ$, $180° = \smile AQ + 2\angle PAQ$
$\smile PC = \smile PB$ BC $+ 2\angle PAQ$, $180° = \smile PB$ BC $+ 2\angle PAQ$ $\Rightarrow$ $\smile AQ = \smile BC$, $\smile AQ = \smile PB$

7) $\smile AQ = 2\angle APQ$, $\smile PB = 2\angle BPC$ $\Rightarrow$ $\angle APQ = \angle BPC$ ч.т.д.

$\pm$

рассм. 1 случай

№4

$\mp$

$a \circ x = b$

$a \circ x = \dfrac{a + x + |a - x|}{2}$

$a + x + |a - x| = 2b$

1. если $a \geq x$, то $a + x + a - x = 2b$
$2a = 2b$
$a = b$ $\Rightarrow$ x может принимать любое значение бесконечное кол-во корней

2. если $a \leq x$, то $a + x - a + x = 2b$
$2x = 2b$
$x = b$ $\Rightarrow$ x принимает единственное значение един. корень

тогда $a < x = b$

уравнение имеет ед. корень для любых a, b из X, если $a = x = b$; мн-во X - ?

Лист 02 из 03

№5

Не может, т.к. ему нужно увеличить кол-во пятерок на 27, и уменьшить кол-во двоек на 27.

пусть x - кол-во операций а, y - операций б, m - операций в, n - операций г.

тогда ~~{2x+2a~~

$$\begin{cases} 2x+y-2m-n=27, \\ -x+2y+m-2n=-27; \end{cases}$$

$$x+3y-m-3n=0$$

$$x-m=3(n-y)$$

операции x и m; n и y — являются обратными, при проведении их в одинаковом количестве результат не изм.

$\cancel{x-m \vdots 3 \Rightarrow x = 3+m}$

Попарные суммы операций а, б, в, г не позволяют изменить кол-во пятерок ~~на 27~~ и двоек на 27.

Нельзя ~~изменить~~ увеличить одну величину на 1, а другую уменьшить на 1.

$\mp$

Как доказать?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г200

Место проведения

Гд 30-36

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Казакова

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 11.02.2004 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} & (1)\\ 3[x]-2y=p & (2)\end{cases}$$

из (1) $\Rightarrow y=\frac{3}{2}-2[x]$ (3)

(3) $\to$ (2)

$3[x]-3+4[x]=p$

$[x]=\frac{p+3}{7}=N$, N - целое число

$p+3\equiv 0 \pmod 7$

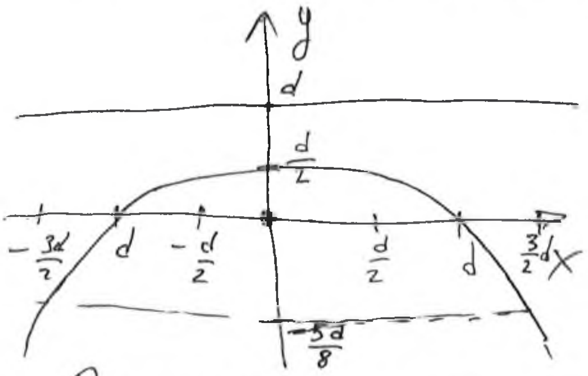
$p\equiv -3 \pmod 7$

Ответ: система разрешима, при $p\equiv -3 \pmod 7$

$p=7k-3$, $k\in\mathbb{Z}$ (+)

N1 (+)

Введем систему координат, в которой завод находится в точке $(0;0)$



ЛЭП - прямая $y=d$ // Ox

$d\neq 0$

Отметим ситуацию, когда расстояние до прямой $y=d$ равно расстоянию до начала координат

$d-y=\sqrt{x^2+y^2}$

$d^2-2dy+y^2=x^2+y^2$

$y=\frac{d^2-x^2}{2d}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Гd 30-36

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$y = \left(-\frac{1}{2d}\right)x^2 + \frac{d}{2}$ – уравнение параболы

ветви вниз

центр на оси y.

Проверим получившееся выражение подставив конкретные значения

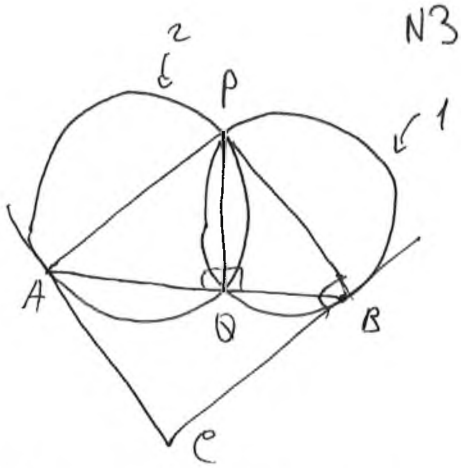
① $x = d \Rightarrow y = 0$; $d = d$ верно

② $x = 0 \Rightarrow y = \frac{d}{2}$; $\frac{d}{2} = \frac{d}{2}$ верно

③ $x = \frac{d}{2} \Rightarrow y = \frac{3d}{8}$; $\frac{5d}{8} = \frac{5d}{8}$ верно

④ $x = \frac{3d}{2} \Rightarrow y = \frac{-5d}{8}$; $\frac{13d}{8} = \frac{13d}{8}$ верно

N3



① $\angle PQB = 90° \Rightarrow$ (по свойству окружности) PB – диаметр 1 окр

$\angle PQA = 90° \Rightarrow$ (по свойству окружности) AB – диаметр 2 окружности

② По свойству окружность радиус перпендикулярен касательной $\Rightarrow PB \perp CB$

③ $\angle PBC = \angle PQA = 90° \Rightarrow$

Отрезки AQ и CB видны из точки P под одинаковыми углами

чтд

(+)

Лист 02 из 04

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

x - количество пятерок

y - количество двоек

а) $x \to x+2$, $y \to y-1$; б) $x \to x+1$, $y \to y+2$; в) $x \to x-2$, $y \to y+1$; г) $x \to x-1$, $y \to y-2$

Для того чтобы из $x=3$ получить $x=30$, а из $y=30$ получить $y=3$ надо сделать n операций а; m операций b; k операций в; l операций г., $m, n, k, l \in N$

$$\begin{cases} 3+2n+m-2k-l=30 \\ 30-n+2m+k-2l=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(n-k)+(m-l)=27 \\ 2(l-m)+(n-k)=27 \end{cases}$$

+

Сделаем замену $n-k=d$, $d \in Z$
$m-l=t$, $t \in Z$

$$\begin{cases} 2d+t=27 \\ -2t+d=27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t+4d=27\times2 \\ -2t+d=27 \end{cases} \quad (+)$$

$$\begin{cases} 5d=3\times27 \\ t=27-2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=\frac{3}{5}\times27 \\ t=-\frac{1}{5}\times27 \end{cases}$$

Получившиеся значения не целые числа, что противоречит условию задачи

Ответ: Не может

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4 +

$a \circ x = b$

$$\frac{a + x + |a - x|}{2} = b$$

$a + x + |a - x| = 2b$

① $x < a$

$2a = 2b$

получается множество решений, а не единственный корень

② $x \geq a$

$a + x - a + x = 2b$

$2x = 2b$

$x = b$

получается единственный корень

$b > a$

Ответ: Для любых a и b, удовлетворяющих условию $a \geq b$ уравнение имеет единственный корень, равный b

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

CD 82-87

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ КАЛИНИНА

ИМЯ МАРГАРИТА

ОТЧЕСТВО ВИТАЛЬЕВНА

Дата рождения 27.08.2002 **Класс:** 11 А

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 09 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МКалинина

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-87

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Пусть x - кол-во пятёрок в электронном журнале, y-кол-во двоек в электронном журнале, $x \in Z, y \in Z$

Пусть a-раз юный хакер сделает такую операцию а), b-раз сделает операцию б),

c-раз сделает операцию в)

d-раз сделает операцию г),

$a \in Z, b \in Z, c \in Z, d \in Z, a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0, x \geq 0, y \geq 0$

Операции:

а) увеличивает на 2 кол-во пятёрок, но уменьшает кол-во двоек на 1: $+2x - y$. Если сделать a раз, то кол-во оценок изменится на $a(2x-y)$

б) увеличивает на 1 кол-во пятёрок, и увеличивает кол-во двоек на 2: $+x+2y$. Если сделать эту операцию b раз, то получится $b(x+2y)$.

в) уменьшает кол-во пятёрок на 2, увеличивает кол-во двоек на 1: $-2x+y$. Если сделать c раз, то получится $c(-2x+y)$.

г) уменьшает кол-во пятёрок на 1, уменьшает кол-во двоек на 2: $-x-2y$. Если сделать операцию d раз, то получится $d(-x-2y)$.

Другие операции хакер выполнять не может.

Изначально было 3 пятёрки и 30 двоек $(3x+30y)$. Их надо превратить в 30 пятёрок и 3 двойки $(30x+3y)$:

$$3x+30y+a(2x-y)+b(x+2y)+c(-2x+y)+d(-x-2y)=$$
$$=30x+3y$$

Это уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} 3x+2ax+bx-2cx-dx=30x & |:x\neq0 \\ 30y-ay+2by+cy-2dy=3y & |:y\neq0 \end{cases}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-87

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$$\begin{cases} 3+2a+b-2c-d=30 \\ 30-a+2b+c-2d=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-c)+(b-d)=27 \\ 27-(a-c)+2(b-d)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-c)+(b-d)=27 \\ (a-c)-2(b-d)=27 \end{cases}$$

Пусть $a-c=m$, $b-d=n$, ~~$m\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{Z}$~~.

Тогда получаем:

$$\begin{cases} 2m+n=27 \\ m-2n=27 \quad |\cdot(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m+n=27 \\ -m+2n=-27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+3n=0 \\ -m+2n=-27 \end{cases}$$

$5n=-27$

Обратная замена:

$5(b-d)=-27$

$b-d=-5{,}4\notin\mathbb{Z}$

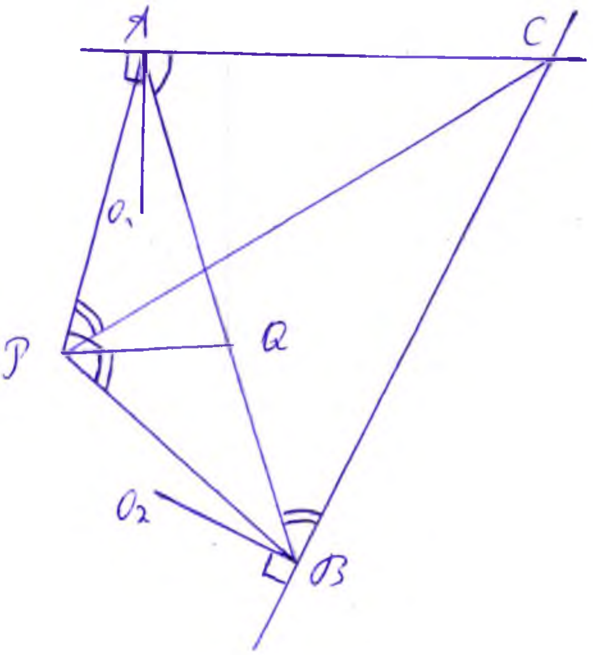
Т.к. $b\in\mathbb{Z}$, $d\in\mathbb{Z}$, то $b-d\in\mathbb{Z}$ => получаем противоречие. Значит, уравнение $3x+30y+a(2x-y)+b(x+2y)+c(-2x+y)+d(-x-2y)=30x+3y$ не имеет решений.

Значит, вышеуказанными операциями нельзя добиться того, что 3 пятёрки и 30 двоек будут превращены в 30 пятёрок и 3 двойки.

Ответ: нельзя.

+

№3.



Дано: ~~окр ... ,~~ окр $(O_1; R)$ и окр $(O_2; R)$ — равные, пересекаются в т. Q, прямая, проходящая через т Q, пересекает окр в т. A и т. B, а касательные к этим окружностям пересекаются в т C.

Доказать: отр. AQ и CB видны из т P под одинаковыми углами.

Доказательство: 1) Чтобы доказать, что отр. AQ и CB видны из т P под одинаковыми углами, нам надо доказать, что $\angle APQ = \angle CPB$

2) окр $(O_1; R)$: AC — касательная, AQ — хорда, вписанный $\angle APQ$ опирается на $\cup AQ$ => по теореме об угле между хордой и касательной: $\angle CAQ = \angle APQ = 0{,}5 \cup AQ$.
Аналогично для окр. $(O_2; R)$: BC — касательная, QB — хорда, вписанный $\angle QPB$ опирается на $\cup QB$ => $\angle QBC = \angle QPB$

3) ΔABP: сумма всех углов в ΔAPB равна $180°$ => $\angle ABP + \angle PAB = 180° - \angle APB = 180° - (\angle APQ + \angle QPB) = 180° - (\angle CAB + \angle ABC)$

4) Четырехугольник ACBP: $\angle CAP + \angle CBP = \angle CAB + \angle BAP + \angle CBA + \angle ABP = (\angle CAB + \angle CBA) + (\angle BAP + \angle ABP) =$

№3.

$= (\angle CAB + \angle CBA) + 180° - (\angle CAB + \angle CBA) = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к сумма противоположных углов $\angle CAP$ и $\angle CBP$ в четырёхугольнике $ACBP$ равна $180°$, то этот четырёхугольник вписанный $\Rightarrow$ ~~все углы~~ $\angle APC = \angle ABC$, т.к они опираются на одну и ту же сторону AC

5) из 4): $\angle APC = \angle ABC$, из 2): $\angle ABC = \angle QPB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle APC = \angle QPB$

6) $\angle APQ = \angle APC + \angle CPQ$, $\angle CPB = \angle CPQ + \angle QPB$

из 5) $\Rightarrow$: $\angle APC = \angle QPB \Rightarrow \angle APC + \angle CPQ = \angle QPB + \angle CPQ \Rightarrow \angle APQ = \angle APC + \angle CPQ = \angle QPB + \angle CPQ = \angle CPB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APQ = \angle CPB \Rightarrow$ отр. AQ и CB видны под ~~одним~~ одинаковыми углами из т. P, ч.т.д.

±

№2.

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2} \\ ([x] - x)^2 - 2[y] = k \end{cases}$$

Рассмотрим выражение ~~...~~ $x - [x]$: $x - [x] = \{x\}$, где $\{x\}$ - дробная часть числа. Значит, $([x] - x)^2 = (-\{x\})^2 = \{x\}^2$.

Число $-2[y] \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$ по условию $\Rightarrow$ в уравнении $\{x\}^2 - 2[y] = k$ число $\{x\}^2 \in \mathbb{Z}$. $\Rightarrow$ т.к $\{x\}$ - дробное число, то и число $\{x\}^2$ - тоже дробное, но т.к $\{x\}^2 \in \mathbb{Z}$, то $\{x\}$ - целое число $\Rightarrow \{x\} = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$, $x = [x]$.

~~№~~ №2.

Получаем систему:

$$\begin{cases} 2x+y=1+0,5 \\ -2[y]=k \end{cases}$$ (т.к. $\{x\}^2=([x]-x)^2=0$

Т.к. $x\in Z$, а в числе $1+0,5$ $0,5$ - дробная часть, то $\{y\}=0,5$.

Тогда $y=[y]+\{y\}=[y]+0,5$.

Получаем систему:

$$\begin{cases} 2x+[y]=1 \\ -2[y]=k \end{cases}$$

Тогда $[y]=-\frac{k}{2}$ => т.к. $[y]\in Z$, то система будет иметь решения при $k \vdots 2$ (k, делящемся на 2).

$2x-\frac{k}{2}=1 \quad |\cdot 2$

$4x-k=2$

$4x=k+2$

$[x]=x=\frac{k+2}{4}$ => т.к. $[x]\in Z$, то система будет иметь решения при $k+2 \vdots 4$.

$k \vdots 2$: $k=2m$, $m\in Z$ - коэффициент

$k+2 \vdots 4$: $k=4n-2$, $n\in Z$ - коэффициент

Заметим, что число $k=4n-2=2(2n-1)$ делится на 2. Следовательно, $k=4n-2$, где $n\in Z$ - коэффициент.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2.

Получаем: $[x] = \frac{k+2}{4}$, $\{x\} = 0 \Rightarrow x = [x] + \{x\} = \frac{k+2}{4}$; $[y] = -\frac{k}{2}$, $\{y\} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = [y] + \{y\} = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-k+1}{2}$. Причём система будет иметь решения при $k = 4n-2$, где $n \in Z$ - коэффициент.

Ответ: при $k = 4n-2$, где $n \in Z$ - коэффициент, система имеет ~~[illegible]~~ решение: $x = \frac{k+2}{4}$; $y = \frac{-k+1}{2}$.

+

№ 4.

Для любых a и b из X множество X содержит корень x уравнения $S(a,x) = b$. Это значит, что числа a, b и x принадлежат множеству X. Тогда $S(a,x) = b = \frac{a+x}{2}$. Но тогда справедливы и следующие равенства: $S(x,b) = a = \frac{x+b}{2}$, $S(a,b) = x = \frac{a+b}{2}$. Получаем систему:

$$\begin{cases} b = \frac{a+x}{2} \\ x = \frac{a+b}{2} \\ a = \frac{x+b}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = a + x \\ 2a = b + x \\ 2x = a + b \end{cases}$$

$2b = a + x$

$$\left.\begin{matrix} 2a = 4b - 2x \\ 2a = b + x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} 4b - 2x = b + x \\ 3b - 3x = 0 \\ 3(b - x) = 0 \\ b - x = 0 \\ b = x \end{matrix}$$

№4.

Аналогично и для других уравнений: $a=x$, $a=b$. Тогда получаем: $a=b=x$, т.е. эти элементы множества ~~Х~~ равны. Но если мы возьмём любые другие 3 элемента из множества x, то они тоже будут равны между собой. ~~Т~~ Пусть множество $X=\{a_1, a_2, a_3, a_4 \dots a_x\}$. Возьмём числа a_1, a_2, a_3. Для них мы получим $a_1=a_2=a_3$. Если мы возьмём следующие три числа a_2, a_3, a_4, то для них мы получим, что $a_2=a_3=a_4$ и т.д. Тогда все элементы множества x равны между собой. Получаем, что множество X - это любое множество, состоящее из конечного ~~числа~~ кол-ва ~~одинаковых~~ равных чисел

Ответ: множество X - любое множество, состоящее из конечного кол-ва равных чисел.

1

(1 - элемент)

~~№1.~~

~~$x^3-3x=t$~~

~~$x(x^2-3)=t$~~

~~Пусть $x^2-3=b$, $b \in R$. Тогда $x^2=3+b$~~

~~$x=\pm\sqrt{3+b}$, $3+b \geq 0 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow b \geq -3$. Получаем, что $x=\pm\sqrt{3+b}$, где $b \in R$,~~

~~$b \geq -3$. Тогда $t=\pm\sqrt{3+b} \cdot b$~~

Рассмотрим функцию $f(x)=x^3-3x$, $x \in R$. Найдём нули этой функции:

$f(x)=0$

$x^3-3x=0$

$x(x^2-3)=0$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

1. $x=0$
2. $x^2-3=0$

$x^2=3$

$x=\pm\sqrt{3}$.

Нули функции $f(x)$: $x=0$; $x=\pm\sqrt{3}$.

Найдём производную от этой функции.

$f'(x)=3x^2-3$. Найдём промежутки возрастания и убывания функции.

$f'(x)=0$

$3x^2-3=0$

$3(x^2-1)=0$

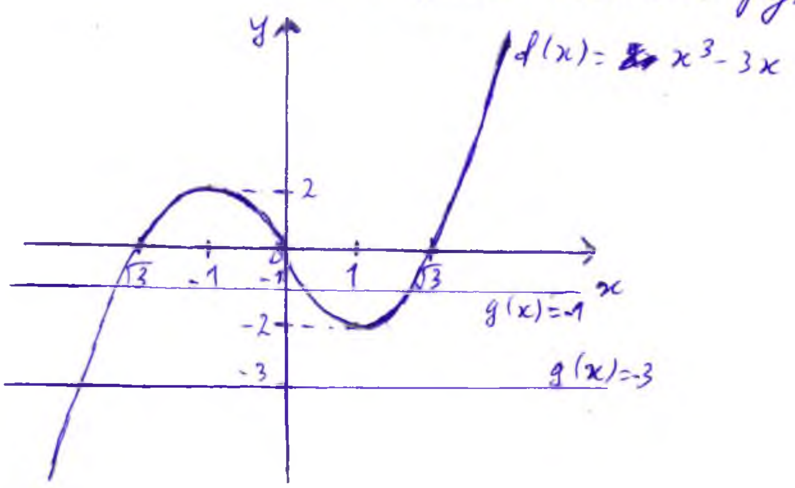
$x^2-1=0$

$x^2=1$

$x=\pm1$

$+\uparrow$ -1 $-\downarrow$ 1 $+\uparrow$ x

Получаем, что от $-\infty$ до -1 функция возрастает, от -1 до 1 функция убывает, а от 1 до $+\infty$ функция возрастает. Построим схематичный график нашей функции $f(x)$:



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-87

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Найдём $f(1)$ и $f(-1)$:

$f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 = 1 - 3 = -2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3\cdot(-1) = -1 + 3 = 2$

График функции $g(x) = t$ – прямая, параллельная оси абсцисс.

Точки пересечения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$ являются корнями уравнения $x^3 - 3x = t$. Заметим, что при $t < -2$ уравнение имеет один корень, при $t = -2$ уравнение имеет два корня, при $-2 < t < 2$ уравнение имеет три корня, при $t = 2$ уравнение имеет два корня, а при $t > 2$ уравнение имеет один корень.

Получаем, что при $t < -2$ и при $t > 2$ имеет единственный корень уравнение.

Т.к. график функции $f(x) = x^3 - 3x$ возрастает от $-\infty$ до -1 и при $x \in (-\infty; \sqrt{3})$ $f(x) < 0$, то функция $f(x)$ не ограничена снизу.

~~...~~

При $t < -2$ уравнение имеет один корень. И при x от $-\infty$ до x, при котором $f(x) = -2$ и $x \in (-\infty; 0)$, уравнение будет иметь один корень (см. график функции). Значит, единственный корень ур-я x_0 не ограничен снизу, как видим по построенному графику.

абс. вел.

Ответ: при $t < -2$ и при $t > 2$; величина x_0 а не ограничена снизу.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №42"

Место проведения

ЦС 79-78

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Кузнецов

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Вадимович

Дата рождения 10.02.2006

Класс: 8

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 19.02.2006
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 4С 79-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

1) ~~Последняя цифра~~

Последняя цифра числа 2019^{2020} будет образована 9, пример: $\overline{xy}^2 =$ $\overline{xy}\cdot\overline{xy} = x^2+2xy+y^2$ => последняя цифра = последней цифре y^2.

2) запишем последние цифры степеней 9

9^1 | 9
9^2 | 1
9^3 | 9
9^4 | 1

если степень чётная, последняя цифра = 1, если нечётная, то = 9
$2020 \vdots 2$ => последняя цифра 2019^{2020}, это 1.

3) Аналогично для 2020^{2019}

0^1 | 0
0^2 | 0
0^3 | 0
0^{2019} | 0

последняя цифра числа 2020^{2019}, это 0

$1+0=1$

Ответ: 1

(+)

4.

Если считать, что каждый внёс разную сумму, то в первый день внесли от 1000р до 49000, а во второй, на 1000 больше чем

$49000+50000=99000$р

$99000+1000=100000$р

?

Тогда в сумме, в 1ний день внесли $(1000+49000)\cdot 24+25000=1200000$

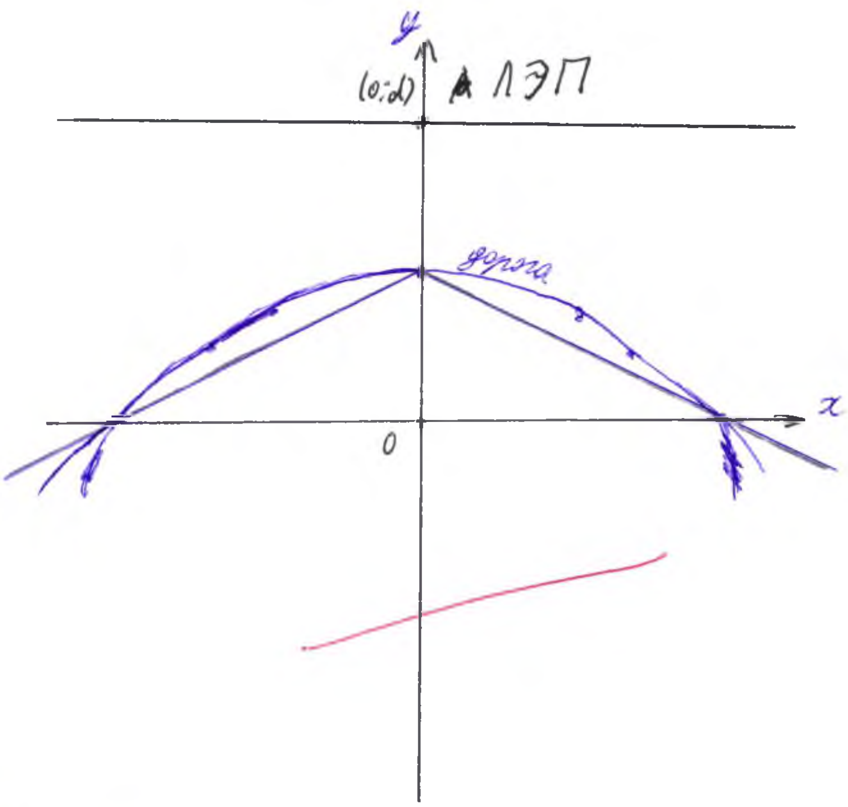
Вместе внесли $1200000+1000000=2300000$р $=2300$ тысяч

?

Ответ: 2300 тысяч

$\mp$

5.



1) Т.к. 0 – координата x, а d – координата y, то ЛЭП ∥ оси x.

2) Т.к. дорога равноудалена от завода и ЛЭП, то точка удалённая на 5d от завода, будет удалена на 5d от ЛЭП. ~~⇒ координаты этой точки будут либо (5d; 3d) либо (-5d; 5d)~~

3) Проведём ~~отрезки~~ прямые к этой точке от ЛЭП и завода.

Мы получаем прямоугольный треугольник, в котором катет = 4d, а гипотенуза = 5d

По теореме Пифагора:

$x^2 = 25d^2 - 16d^2 = 9d^2$

$x = 3d$ ⇒ координаты точки (-3d; -4d) и (3d; -4d)

Ответ: (-3d; -4d) и (3d; -4d)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 4С 79-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1,

~~Сокращённо будем~~

Будем называть учителей по инициалам, а статус их нахождения в ВКонтакте: √ или X

если МИ √, то ИИ √, АВ √

если АВ √, то ПП ×

если АВ ×, то ПП ×

либо ИИ √, МИ ×

либо ИИ ×, МИ √

либо ИИ √, МИ √

если ПП √, то ИИ √

если ПП ×, то ИИ ×

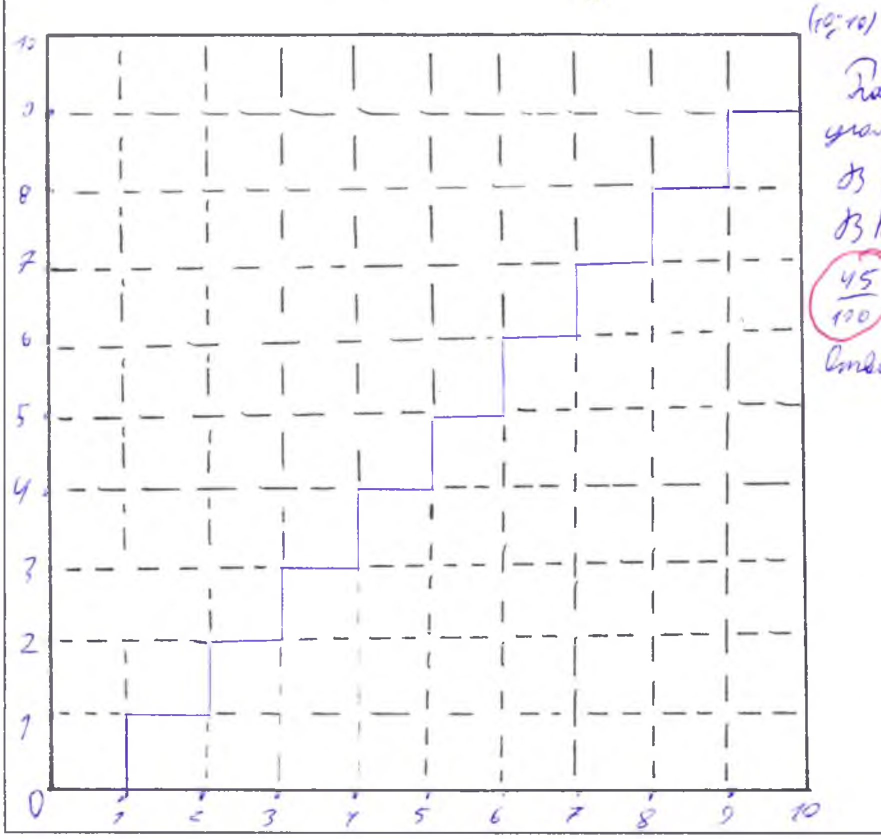
(+)

1) если МИ √, то ИИ √ => ПП √, АВ √ => ПП ×, а это противоречие => МИ ×

2) если МИ ×, то ИИ √ => ПП √ = АВ ×

Ответ: в ВКонтакте сидят: Иван Ильич и Пётр Петрович.
не сидят: Марья Ивановна, Александра Варфоломеевна.

3



Разобьём квадрат на прямоугольники.

В М их 45

В К их 100

$\frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45 = \frac{S_M}{S_K}$

Ответ: 0,45

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФУ, г. Красноярск

Место проведения

ОН 12-47

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Капошко

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 21 декабря 2004г.

Класс: 9

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

МИ - Мария Ивановна
ИИ - Иван Ильич
АВ - Александра Варфоломеевна
ПП - Пётр Петрович

⊕ - сидит ВКонтакте
⊖ - не сидит ВКонтакте

Дано:
4 условия

1) Если МИ ⊕ → ИИ ⊕ и АВ ⊕
2) Всегда ⊕ только один: или ПП или АВ
3) Есть хотябы один ⊕ среди ИИ и МИ
4) ПП и ИИ либо оба ⊕, либо оба ⊖

Решение:

I. Если МИ ⊕ → ИИ ⊕ и АВ ⊕ (по первому условию)
АВ ⊕ → ПП ⊖ (по второму условию)
ПП ⊖ → ИИ должен быть ⊖, но он уже ⊕ (4 услов) ⇒
⇒ МИ не может быть ⊕

II. Если МИ ⊖ → первое условие не играет никакой роли.

1) Пусть ПП ⊖. Тогда ИИ ⊖ (по 4 услов.) ⇒
⇒ МИ должен быть ⊕ по 3 условию, но он уже ⊖ ⇒
⇒ ПП не может быть ⊖

2) Пусть ПП ⊕. Тогда ИИ ⊕ (по 4 услов.) и АВ ⊖ (по второму условию). Выполняется третье условие и первое. Итого получаем:

ПП ⊕
МИ ⊖
ИИ ⊕
АВ ⊖

⇒ Пётр Петрович и Иван Ильич сидят ВКонтакте

Ответ: Пётр Петрович и Иван Ильич сидят на педсовете ВКонтакте.

⊕

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ON 12-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$[a]$ это целая часть числа a

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=3:2 & |\cdot(-1) \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2[x_1]+(-x_2)=-1,5 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases} \Rightarrow$$

По методу сложения:

$\Rightarrow [x_1]-3x_2=2,5$

$[x_1]=2,5+3x_2$

Подставим в уравнение.

$\Rightarrow 2(2,5+3x_2)+x_2=1,5$

$5+6x_2+x_2=1,5$

$7x_2=-3,5 \quad |:7$

$x_2=-0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow [x_1]=2,5+(3\cdot(-0,5))=2,5-1,5=1$

Т.к. 1 - это целая часть $x_1 \Rightarrow x_1\in[1;2)$.

Ответ: $x_1\in[1;2)$ и $x_2=-0,5$

×

№4

Дано

Всего банкиров 100.

Каждый вносит денежную сумму однократно, тысячами рублей. < 200 тыс.

В первый день каждый взнос ≤ 100 тыс.

Во второй день каждый взнос > 100 тыс

Никакая пара взносов не отличается на 100 тыс

4

Решение.

I. Было собрано минимум:

В первый день: 99 банкиров · 1000 руб = 99 000 рублей

Во второй день: 1 банкир · 102 000 руб = 102 000 рублей $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 99 000 + 102 000 = 201 000 рублей минимум собрали

II. Было собрано максимум:

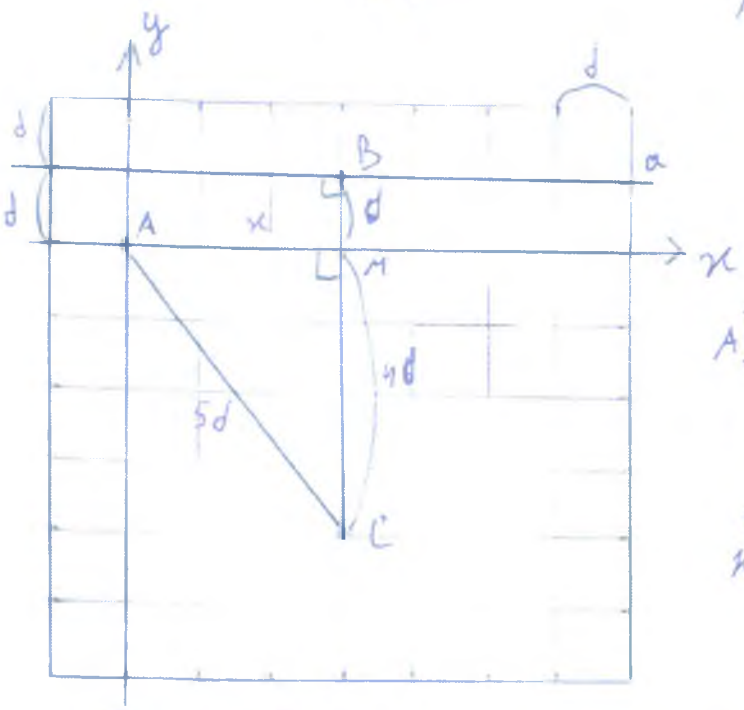
В первый день: 1 банкир · 100 000 руб = 100 000 рублей

Во второй день: 99 банкиров · 199 000 руб = 19 701 000 рублей $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 19 701 000 + 100000 = 19 801 000 руб было собрано максимум.

Ответ: от 201 000 рублей до 19.801.000 рублей было собрано банкирами для борьбы с новым вирусом.

№5



A – завод по производству шин

a – линия электропередач (ЛЭП)

А) C – точка на дороге, удалённая от завода на 5d.

Найти: координаты C.

Решение:

1) Т.к. $AC = 5d$, то $BC = 5d$. $BM = 1d \Rightarrow MC = BC - BM =$
$= 5d - d = 4d$

2) Рассмотрим $\triangle AMC$: $\angle AMC = 90° \Rightarrow \triangle ABC$-прямоуг. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ По теореме Пифагора

$AC^2 = AM^2 + MC^2$

$AM^2 = (5d)^2 - (4d)^2 = 25d^2 - 16d^2 = 9d^2$

$AM = \pm\sqrt{9d^2} = \pm 3d \Rightarrow x_c = \pm 3d$

3) $y_c = 5d - d = 4d$

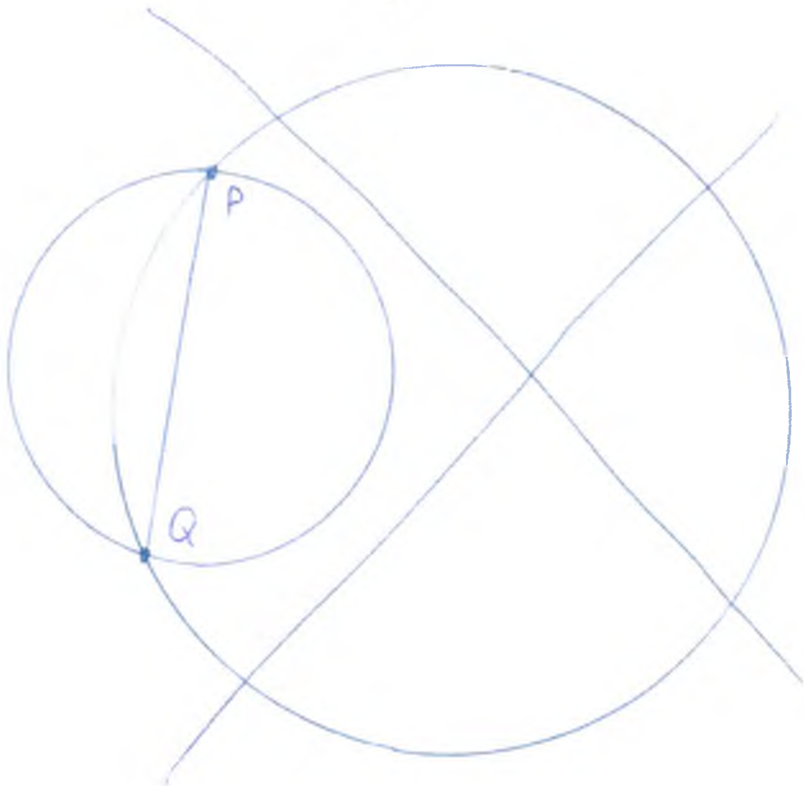
Ответ: Координаты точки на дороге, удаленной от завода на расстояние 5d, равны $(-3d; 4d)$ и $(3d; 4d)$.

+

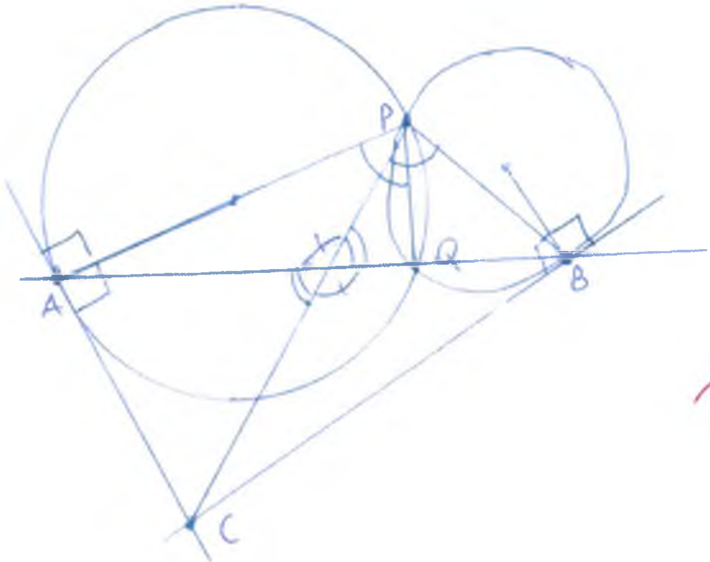
Б) Такие точки существуют для любых натуральных $n \Rightarrow n$ – любое натуральное число.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3



N3



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

SQ 45-42

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Катюнин

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 12.09.2004 Класс: 9

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 8.2.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Обозначим членов педсовета буквами: Марья Ивановна - М, Иван Ильич - И, Александра Варфоломеевна - А, Петр Петрович - П.

Известно, что Петр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят, либо оба не сидят ВКонтакте. Рассмотрим эти два случая:

~~Обозначим +~~ Будем ставить "+" рядом с участником, если он сидит ВКонтакте, и "−", если не сидит.

I случай:

М −
И −
А +
П −

Предположим, М сидит ВК, тогда И также сидит - противоречие, значит, М не сидит.

~~Так как П не сидит ВК, то А сидит, т.к. один из П/И А сидит обязательно~~

Хотя бы один из М и И сидит, но мы получим обратное - противоречие, этот случай невозможен

II случай:

М −
И +
А −
П +

Т.к. только один из А и П сидит ВК, ~~так~~ А и П сидит, то А не сидит

Если М сидит, то А тоже сидит. Но А не сидит, значит, не сидит и М.

Выполняется и последнее условие - И либо М сидит (в этом случае И).

Получили однозначную расстановку + и −.
Ответ: Сидят И и Н. +

№2.

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=3/2 \quad |\cdot 2 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases} \quad + \begin{cases} 4[x_1]+2x_2=3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

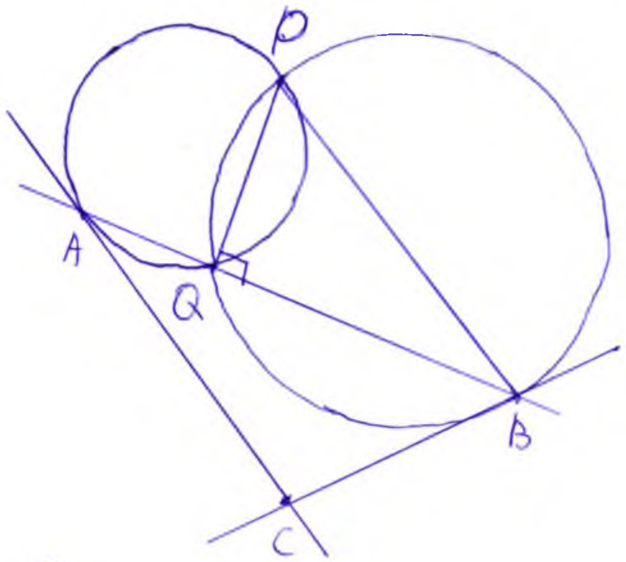
$7[x_1]=7.$
$[x_1]=1.$

$2+x_2=\frac{3}{2}$
$x_2=\frac{3}{2}-2$
$x_2=-0{,}5.$

$$\begin{cases} x_2=-0{,}5 \\ [x_1]=1. \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=-0{,}5 \\ x_1\in[1;2). \end{cases}$$

Ответ: $x_2=-0{,}5;\ x_1\in[1;2).$ ×

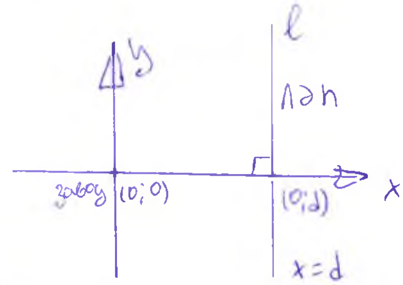
№3.



Дано: Окр$_1(O_1;r_1)$, Окр$_2(O_2;r_2)$
Окр$_1 \cap$ Окр$_2$ = P; Q.
$AB \perp PQ$, $Q\in AB$, $A\in$ Окр$_1$, $B\in$ Окр$_2$, $A\neq B\neq Q$
CA - касательная к Окр 1
CB - касательная к Окр 2.
Доказать: AQ и CB из P видны под одним углом.

∓

① $\angle PQB$ - вписанный и равен $90°$, то PB - диаметр. А т.к. CB - касательная, то $CB\perp PB$ (т.к. PB содержит радиус в точку касания)
② итак, $\angle PQA=\angle PBC=90°$, т.е. AQ и CB видны из P под одним углом, ч.т.д.



№5.

Обозначим Лэп как прямую l. Т.к. $l \perp Ox$ и $(0;d) \in l$, то $l: x=d$.

Перепишем формулу:

$x + 0y - d = 0$

Формула линии, вдоль которой идет дорога:

$$\rho((0;0);Q) = \rho(l;Q)$$, где Q – произвольная точка этой линии.

Если $Q(x;y)$, то:

$$\sqrt{x^2+y^2} = \frac{|x-d|}{1^2+0^2}$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = |x-d|$$

$$x^2+y^2 = x^2 - 2xd + d^2$$

$$2xd = x^2 - x^2 \cancel{+d} - y^2 + d^2$$

$$x = y^2 \cdot \frac{1}{-2d} + \frac{d}{2}$$

Обозначим точку дороги, удаленную от завода на $5d$ за P. Тогда $P\left(y^2 \cdot \frac{1}{-2d} + \frac{d}{2}; y\right)$ и $\rho(P;(0;0)) = 5d$.

$$5d = \sqrt{y^2 + \left(y^2 \cdot \frac{1}{-2d} + \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$25d^2 = y^2 + \left(y^2 \cdot \frac{1}{-2d} + \frac{d}{2}\right)^2$$

$$25d^2 - y^2 = \frac{y^4}{4d^2} + \frac{d^2}{4} + 2y^2 \cdot \frac{1}{-2d} \cdot \frac{d}{2}$$

$$25d^2 - y^2 = \frac{y^4}{4d^2} + \frac{d^2}{4} - \frac{1}{2}y^2 \quad | \cdot 4d^2$$

$$y^4 + 2d^2y^2 - 99d^4 = 0$$

$$y^2 = t$$

$$t^2 + 2d^2t^2 - 99d^4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = d^4 + 99d^4 = 100d^4$$

$$t = \frac{-d^2 \pm 10d^2}{1} \quad \left[\begin{array}{l} t = 9d^2 \\ t = -11d^2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y^2 = 9d^2 \\ y^2 = -11d^2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y = 3d \\ y = -3d \\ \cancel{\varnothing} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=3d \\ x=\frac{9d^2}{-2d}+\frac{d}{2}\end{cases}\\ \begin{cases} y=-3d \\ x=\frac{9d^2}{-2d}+\frac{d}{2}\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=3d \\ x=-4d\end{cases}\\ \begin{cases} y=-3d \\ x=-4d.\end{cases}\end{array}\right.$$

Значит, таких точки P две - $(-4d;3d)$ и $(-4d;-3d)$

Пусть некоторая точка дороги M удалена от завода на расстояние nd, где $n\in N$. Тогда $M(y^2\cdot\frac{1}{-2d}+\frac{d}{2};y)$,
$S((0;0);M)=nd$

$$nd=\sqrt{y^2+(y^2\cdot\frac{1}{-2d}+d^2)^2}$$

$$n^2d^2=y^2+\frac{y^4}{4d^2}+\frac{d^2}{4}-\frac{1}{2}y^2$$

$$n^2d^2-\frac{1}{2}y^2-\frac{y^4}{4d^2}-\frac{d^2}{4}=0 \;)\cdot 4d^2$$

$$4n^2d^4-2d^2y^2-y^4-d^4=0$$

$$y^4+2d^2y^2-(4n^2-1)d^4=0$$

$$t=y^2$$

$$y^2+2d^2t-(4n^2-1)d^4=0$$

$$\frac{D}{4}=d^4+4n^2d^4-d^4$$

$$\frac{D}{4}=4n^2d^4$$

$$t=-d^2\pm 2nd^2$$

$$\left[\begin{array}{l}t=(2n-1)d^2\\ t=(-2n-1)d^2\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}y^2=(2n-1)d^2\\ y^2=(-2n-1)d^2\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}y=\pm\sqrt{2n-1}\cdot d\\ \varnothing\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=\sqrt{2n-1}\cdot d \\ x=\frac{(2n-1)d^2}{-2d}+\frac{d}{2}\end{cases}\\ \begin{cases} y=-\sqrt{2n-1}\cdot d \\ x=\frac{(2n-1)d^2}{-2d}+\frac{d}{2}\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=\sqrt{2n-1}\cdot d \\ x=(1-n)d\end{cases}\\ \begin{cases} y=-\sqrt{2n-1}\cdot d \\ x=(1-n)d\end{cases}\end{array}\right.$$

+

Т.е. такие точки найдутся при любом $n\in N$
(т.к. $n\geq 1$ и $2n-1\geq 1$, и $d\neq 0$ по усл.)

Ответ: А) $(-4d;3d)$ или $(-4d;-3d)$, Б) для любого $n\in N$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Будем считать, что нельзя внести 0 тысяч рублей (т.к. это значит ничего не внести) тогда минимальная собранная сумма составляет 100 тысяч рублей (в том случае, если каждый банкир внес по 1 тысяче в первый день). Пронумеруем банкиров от 1 до 100. Будем [illegible] увеличивать сумму, внесенную банкиром номер 1, на 1 тысячу, пока она не достигнет 100. Так мы получим возможные суммы от 101 до 199 тыс. Далее будем последовательно увеличивать суммы, внесенные 2-м, 3-м, ... 100-м банкирами аналогичным образом. Получим возможные суммы от 200 до 10000 тыс. Заметим, что при этом ~~разно~~ наибольшая разность между суммами, внесенными двумя банкирами, будет 100 - 1 = 99 тыс. т.е. не будет разности в 100 тысяч. Затем будем аналогично увеличивать суммы банкиров по очереди до 199 тысяч. Наибольшая разность будет 199 - 100 = 99 тыс., получим возможные суммы от 10001 до 19900 тыс. И, наконец, прибавим по очереди к каждому банкиру по 1 тысяче. Наибольшая разность равна 1 тыс. В любой момент между прибавками, описанными выше, складывается ситуация, удовлетворяющая всем условиям. А т.к. больше 200 тысяч никакой банкир внести не мог, то возможные суммы - от 100 до 20000 тыс.

Ответ: любое целое число тысяч, ∈ [100; 20000]

не учтены оба дня

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вф МЭИ

Место проведения

ЭЕ 44-32

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Квашёнкин (КВАЩЁНКИН)

ИМЯ Никита (НИКИТА)

ОТЧЕСТВО Игоревич (ИГОРЕВИЧ)

Дата рождения 05.01.2006 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЕ 44-32

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

	Скорость поедания	Время	Кол-во ватрушек
Женя	$\frac{5}{10}$	10 минут	5
Саша	$\frac{3}{10}$	10 минут	3
Женя	$\frac{5}{10}$	x	70
Саша	$\frac{3}{10}$	$180-x$	

3 часа = 180 минут

$$v_1 = \frac{S_1}{t_1} = \frac{5}{10}$$

S - кол-во ватрушек

$$v_2 = \frac{S_2}{t_2} = \frac{3}{10}$$

Пусть время поедания ватрушек Женей в субботу = x минут, тогда в воскресенье = время поедания ватрушек Саней = $180-x$ минут

$$S = vt$$

$$70 = S_1 + S_2 = v_1 t_1 + v_2 t_2 = \frac{5}{10}x + \frac{3}{10}(180-x)$$

Составим и решим уравнение!

$$\frac{5}{10}x + \frac{3}{10}(180-x) = 70$$

$$\frac{5}{10}x + \frac{3 \cdot \cancel{180}^{18}}{\cancel{10}} - \frac{3}{10}x = 70$$

$\frac{5}{10}x + 54 - \frac{3}{10}x = 70$

$\frac{2}{10}x = 70 - 54$

$\frac{2}{10}x = 16$

$x = \frac{16 \cdot 10}{2}$

$x = 80$ минут

$t_2 = 180 - x = 100$ минут.

$S_1 = v_1 t_1 = \frac{5 \cdot 80}{10} = 40$ ватрушек

$S_2 = v_2 t_2 = \frac{3 \cdot 100}{10} = 30$ ватрушек.

Ответ: 1-ому 40 ватрушек, 2-ому 30 ватрушек.

№ 2.

$2019^{2020} + 2020^{2019}$

Рассмотрим оканчивание числа 2019^{2020}

2019^2 оканчивается 1, т.к. $9 \cdot 9 = 81$

2019^3 оканчивается 9, т.к. $1 \cdot 9 = 9$.

и т.д.

Получается, что 2019 в чётной степени оканчивается на 1, а в нечётной на 9. ⟶

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ ЭЕ 441-32

$\Rightarrow 2019^{2020}$ оканчивается на 1.

А 2020^{2019} оканчивается на 0,

т. к 2020 оканчивается на 0.

$2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается

на 1 (единицы числа = 1+0)

= 1.

$\overline{М}$ И в вк $\Rightarrow$ И $И^{+}$ и А$\overline{В}$ в вк

АВ или П $П^{+}$ вк (только 1)

И $И^{+}$ и МИ- (хотя бы 1)

П $П^{+}$ И $И^{+-}$ либо 2, либо 0.

Предположим, что ПП и ИИ сидят

в вк! $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ АВ не сидит в вк $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ МИ не сидит в вк.

В этом случае в вк сидят

Пётр Петрович и Иван Ильич.

Предположим, что они оба не

сидят в вк $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ МИ сидит в вк $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ИИ и АВ сидят в вк.

$\Rightarrow$ И И Получилось, что ИИ

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЭЕ 44-32

одновременно не сидят в вк и одновременно сидят — противоречие.

Получилось что всего 1 вариант: Пётр Петрович и Иван Ильич сидят в вк!

Ответ: Пётр Петрович и Иван Ильич

+

$$\overset{a}{Е}\ \overset{b}{О}\ \overset{c}{С}\ \overset{d}{Т}\ \overset{f}{Щ}\ \overset{e}{Ь}$$

СТО ШЕСТЬСОТ

Есть всего 2 варианта:

1) СТО = ШЕСТЬСОТ

2) СТО > ШЕСТЬСОТ

Обозначим буквы: Е = a, О = b, С = c, Т = d, Щ = f, Ь = e.

Рассмотрим 1-ый вариант:

$\cancel{c}+\cancel{d}+\cancel{b} = f + a + \cancel{c} + \cancel{d} + e + c + \cancel{b} + d$

$0 = f + a + e + c + d \Rightarrow f, a, e, c, d = 0$. каждые

$\Rightarrow$ нет з вариантов.

$c =$ от 1 до 9 $\Rightarrow$

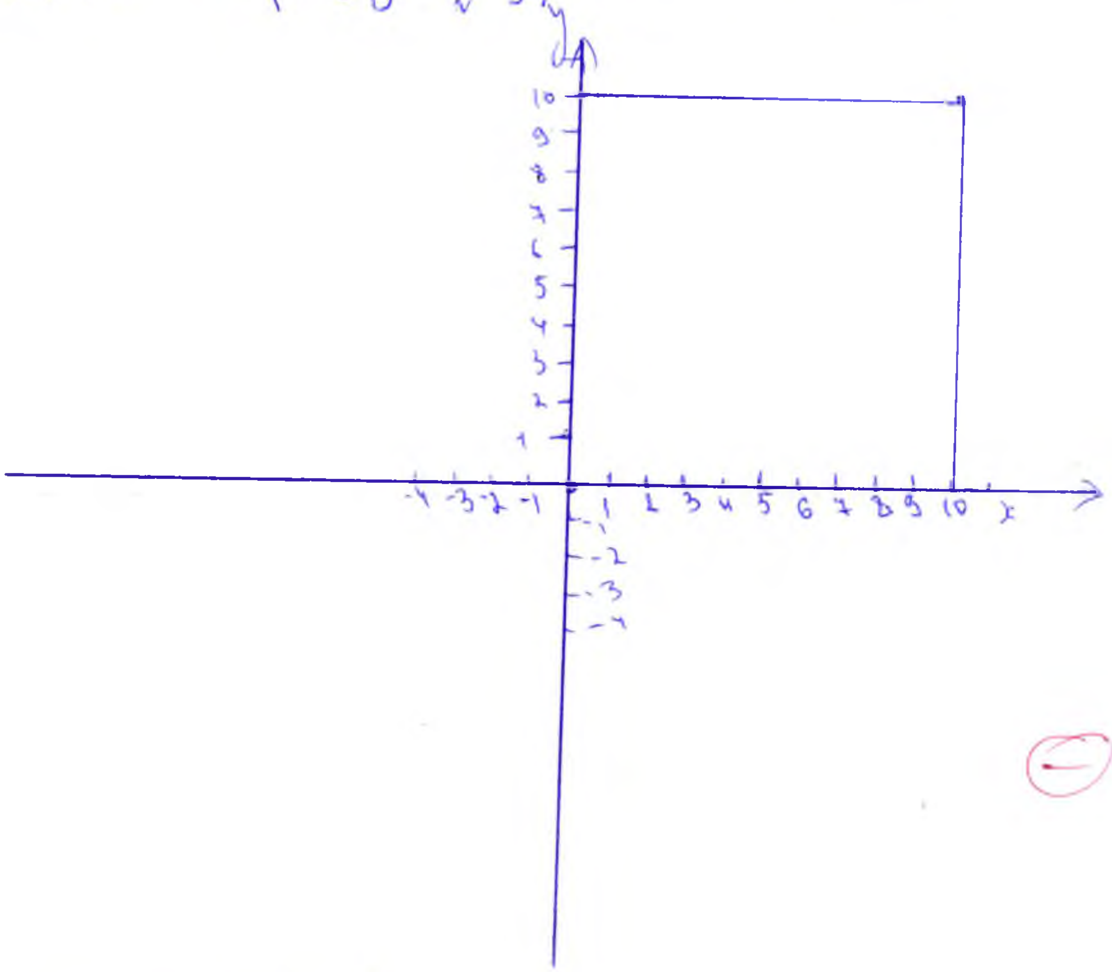
Рассмотрим 2-ой вариант:

$\cancel{x}+\cancel{y}+\cancel{b} > f+a+\cancel{x}+\cancel{y}+e+c+\cancel{b}+d$

$0 > f+a+e+c+d.$

Но такое невозможно, т.к. цифры принимают положительные значения.

Также кодирование возможно, его можно осуществить 9 способами. Но однозначного восстановления слова нет, т.к. сразу 5 букв закодированы нулём и 3.



$[x] = [y]$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

MD 90-84

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № (711)

ФАМИЛИЯ Кипь

ИМЯ Валентин

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 24.01.2002 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1

$x^3 - 3x = t$

$t' = 3x^2 - 3$

$3x^2 - 3 = 0$

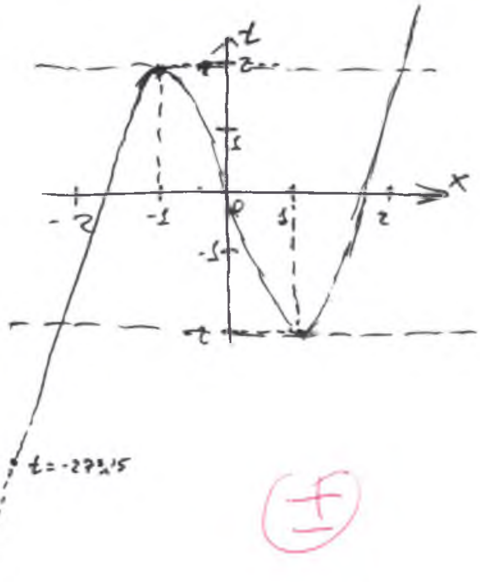
$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

t': + −1 − 1 +

$t(-1) = -1 + 3 = 2$

$t(1) = 1 - 3 = -2$



при $t \in (-2; 2)$ ур-е имеет 3 корня

при $t \in \{-2; 2\}$ ур-е имеет 2 корня

при $t \in [-273{,}15; -2) \cup (2; +\infty)$ ур-е имеет 1 корень

Ответ: $t \in [-273{,}15; -2) \cup (2; +\infty)$

нет оценки снизу для абс. знач. корня!

~~$t_{min} = t(-273{,}15) = (-273{,}15)^3 + \dots$~~

$t_{min} = -273{,}15$

$x^3 - 3x = -273{,}5$

Корень данного уравнения будет являться минимальным

№ 2

$$\begin{cases} 2[x] + y = 1{,}5 \\ ([x] - x)^2 - 2[y] = K \end{cases}$$

2. $-2[y]$ - целое

K - целое

следовательно $([x]-x)^2$ - целое

$\Rightarrow x = [x]$, иначе $([x]-x)^2 \in (0;1)$

$\Rightarrow ([x] - x)^2 = 0$

$-2b = K$

1. $2[x]$ - целое, 1,5 - нецелое, следовательно y - нецелое

при $y < 0$ пусть $y = b - 0{,}5$, $b \le 0$, $b \in Z$

при $y > 0$ пусть $y = b + 0{,}5$, $b \ge 0$, $b \in Z$

$b = [y]$

тогда

$y < 0$, $b \le 0$

$2[x] + b = 2$

$y > 0$, $b \ge 0$

$2[x] + b = 1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Запишем новую систему:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2[x]+b=2\\-2b=k\\b\leqslant 0\end{cases}\\ \begin{cases}2[x]+b=1\\-2b=k\\b\geq 0\end{cases}\end{array}\right.$$

1. $-2b=k$ $\quad 2x-\frac{k}{2}=2$

$b=-\frac{k}{2}$ $\quad x=\frac{k}{4}+1$

$-\frac{k}{2}\leq 0$ $\quad x$ - целое $\Rightarrow \frac{k}{4}+1$ - целое $\Rightarrow \frac{k}{4}$ - целое

$\frac{k}{2}\geq 0$ $\quad k\underset{\bmod 4}{\equiv} 0$

$k\geq 0$ $\quad x=\frac{k}{4}+1$

$y=-\frac{k}{2}-\frac{1}{2}$

2. $-2b=k$ $\quad 2[x]-\frac{k}{2}=1$

$b=-\frac{k}{2}$ $\quad 2\cdot[x]=\frac{k}{2}+1$

$-\frac{k}{2}\geq 0$ $\quad [x]=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}$

$k\leq 0$ $\quad [x]$ - целое $\Rightarrow \frac{k}{4}+\frac{1}{2}$ - целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow k\underset{\bmod 4}{\equiv} 2$ $\quad x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}$, $y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}$

Ответ: $\begin{cases}k\geq 0,\ k\underset{\bmod 4}{\equiv} 0\\ x=\frac{k}{4}+1\\ y=-\frac{k}{2}-\frac{1}{2}\end{cases}$; $k\in\mathbb{Z}$

$\begin{cases}k\leq 0,\ k\underset{\bmod 4}{\equiv} 2\\ x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}\\ y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}\end{cases}$; $k\in\mathbb{Z}$

+

при прочих $k\in\mathbb{Z}$ ур-е не имеет решения

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

$S(a,x) = b$

$\frac{a+x}{2} = b$

Пусть множество X изначально содержит 1 элемент K, тоесть $X = \{k\}$. добавим в него новое значение, равное $k+a$ и попробуем получить корень x перестановкой этих двух значений:

1. $\frac{k+x}{2} = k+a$

$\frac{x}{2} = \frac{k}{2} + a$

$x = k+2a$

2. $\frac{k+a+x}{2} = k$

$\frac{x}{2} = \frac{k}{2} - \frac{a}{2}$

$x = k-a$

Таким образом во множестве X появляется ещё 2 значения: $k+2a$ и $k-a$.

подставим в ур-е $a = k \in X$ и $b = k+2a \in X$

$\frac{k+x}{2} = k+2a$

$k+x = 2k+4a$

$x = k+4a$

получаем $k+4a$ ⇒ во множество X, каждый раз подставляя полученный корень ~~k+2a~~ начиная с $k+2a$ новое значение будет увеличиваться бесконечное кол-во раз, следовательно

множество X может иметь только 1 элемент, равный любому числу

+

Ответ: $X = \{n\}, n \in \forall$

5. Мы имеем 4 вида операций, запишем их все в таблицу, где кол-во пятерок – P, кол-во двоек – D

	P	D
а	+2	−1
б	+1	+2
в	−2	+1
г	−1	−2

Пусть мы применили к журналу a операций типа „а", b операций типа „б", c – „в" и d – „г", тогда ур-е кол-ва двоек и пятёрок после применения ~~[illegible]~~ имеет вид:

$$\begin{cases} P = 3 + 2a + b - 2c - d \\ D = 30 - a + 2b + c - 2d \end{cases}$$

Можно заметить, что операции а, в и ~~б~~ б, г взаимообратные, то есть применив их равное кол-во раз ни количество пятёрок, ни количество двоек не ~~[illegible]~~ изменится ⇒ в уравнении их можно объединить, тогда пусть $a - c = x$, а $b - d = y$ система будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} P = 3 + 2x + y \\ D = 30 - x + 2y \end{cases} \quad \begin{matrix} P = 30 \\ D = 3 \end{matrix}$$

система:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 27 \\ -x + 2y = -27 \end{cases}$$

$x = 2y + 27$

$2(2y + 27) + y = 27$

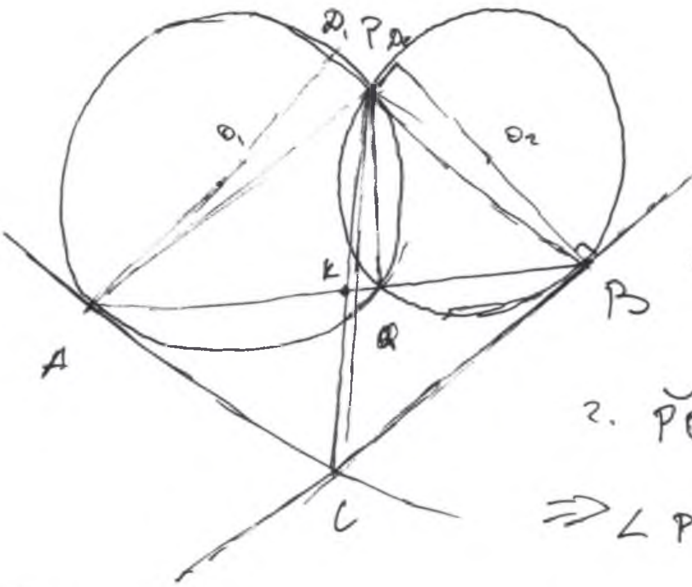
$5y + 54 = 27$

$5y = -27$

$y = -\frac{27}{5} = -5,4$

Мы можем применить только целое число операций ⇒ $x, y \in Z$ также. Из решения ур-я $y = -5,4$, что ~~[illegible]~~ $\notin Z$, следовательно юный хакер не сможет изменить кол-во 2-ек с 30 до 3 и кол-во 5-к с 3 до 30, используя только данные операции

Ответ: нет, нет сможет.



$O_1 = O_2$

CA, CB – кас. к O_1 и O_2 соотв.

Д-ть, что $\angle APQ = \angle CPB$

Д-во:

1. $\angle CPB = \angle KPB$, т.к. $K \in PC$

2. $\breve{PQ}$ из O_1 = $\breve{PQ}$ из O_2 ⇒

⇒ $\angle PAQ = \angle PBQ$

Т.к. $\angle PAQ = \angle PBQ$, $\angle APB$ – р/б ⇒ $AP = PB$

$AD_1 = AD_2$ – диаметры

$D_1P = \sqrt{AD_1^2 - AP^2}$

$D_2P = \sqrt{BD_2^2 - BP^2}$

$AD_1 = BD_2$, $AP = BP$ ⇒ $D_1P = D_2P$ ⇒

⇒ $\triangle AD_1P = \triangle BD_2P$ ⇒ $\angle BAC = 90° - \angle D_1AP - \angle PAB$

$\angle ABC = 90° - \angle D_2BA - \angle PBA$

$\angle D_1AP = \angle D_2BA$, $\angle PAB = \angle PBA$ ⇒ $\angle BAC = \angle ABC$ ⇒

⇒ $AC = BC$, APBC – ромб

$\frac{-}{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №42" ауд. 102

Место проведения

AQ 79-80

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Клеванский

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Геннадьевич

Дата рождения 29.10.2003 **Класс:** 10

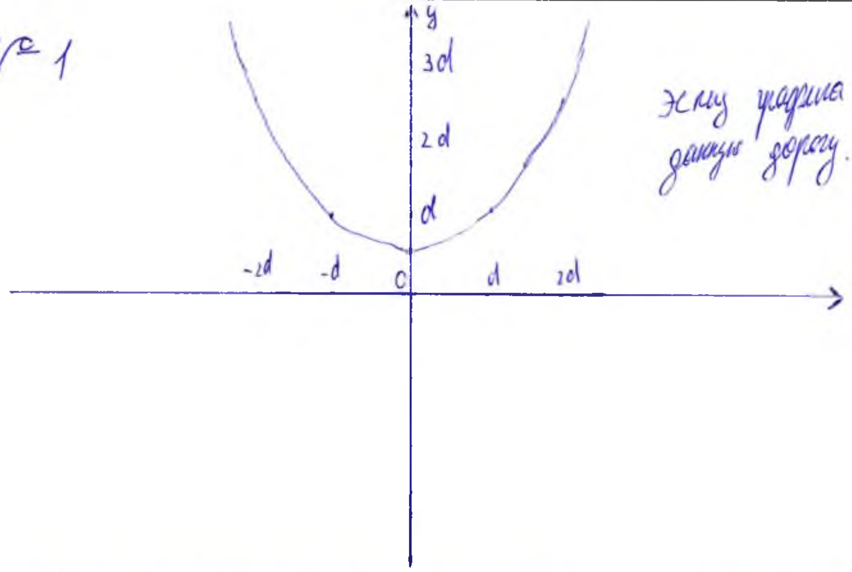
Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1



Эскиз графика функции описывающей данную дорогу.

Введём систему координат такую, что ЛЭП расположена на прямой $y=0$, а завод по производству плит имеет координаты $(0; d)$ (удалён на расстояние d от ЛЭП.

Тогда пусть точка M с координатами (x_0, y_0) лежит на дороге. тогда:

$|y_0| = \sqrt{x_0^2+(d-y_0)^2}$, где y_0 – расстояние от точки дороги до ЛЭП, а $\sqrt{x_0^2+(d-y_0)^2}$ – расстояние до завода, найденное по Th Пифагора.

$y_0^2 = x_0^2+(d-y_0)^2$

$0 = x_0^2+d^2-2dy_0$

$y_0 = \frac{x_0^2}{2d}+\frac{d}{2}$, значит графиком данной функции ($y=\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$) является парабола

Ответ кривая, парабола, в данной системе координат $y=\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$.

№2 $\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} & (1) \\ 3[x]-2y=p & (2) \end{cases}$ $[x]$ – целая часть x, значит $[x]$ – целое, тогда y имеет вид $m+0,5$, где m – целое число

$4[x]+2y=3$

$2\times(1)+(2)$: $7[x]=3+p$ $[x]=\frac{3+p}{7}$ $3+p \,\vdots\, 7$, значит $p \equiv_7 4$

$2\times(2)-3\times(1)$: $-7y=p-\frac{9}{2}$ $y=\frac{4,5-p}{7}$, $4,5-p=7m+3,5$ $\frac{1-p}{7}=m$, $1-p \,\vdots\, 7$, значит $p \equiv_7 1$. p одновременно должен давать остаток 4 и остаток 1 при делении на 7, такое p не существует. Ответ: такого p не существует.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

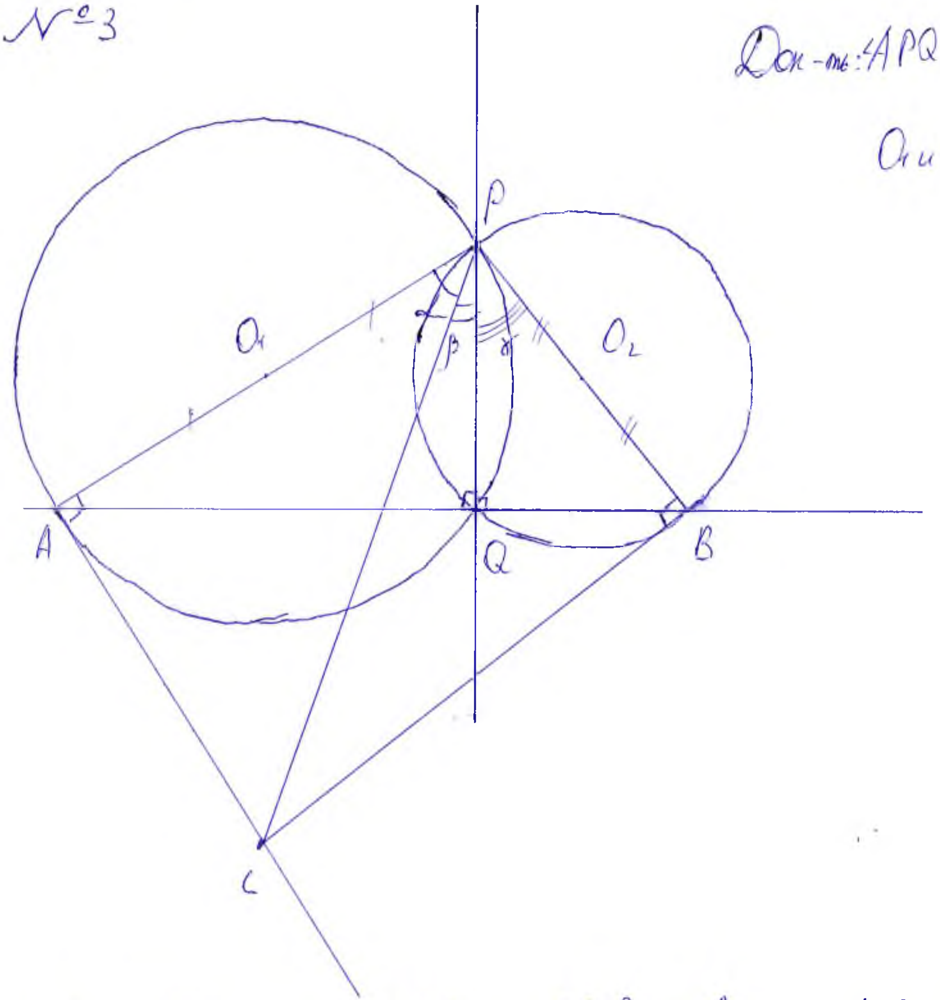
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AQ 79-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$

O_1 и O_2 – центры окружностей.



±

Т.к. $AB \perp PQ$, $\angle AQP$ и $\angle BQP = 90^\circ$, т.к. A, Q, P и B, Q, P лежат на окружностях AP и PB – диаметры.

$O_1A \perp AC$ и $O_2B \perp BC$, т.к. O_1A и O_2B – радиусы, а AC и BC – касательные.

Пусть $\angle APC = \alpha$, $\angle CPQ = \beta$, $\angle BPQ = \gamma$

$\triangle APC$, $\triangle APQ$, $\triangle PQB$, $\triangle PBC$ – прямоугольные ($\angle PAC = \angle PQA = \angle PQB = \angle PBC = 90^\circ$)

Тогда

$PC = \frac{AP}{\cos\alpha}$, $PC = \frac{PB}{\cos(\beta+\gamma)}$, $PQ = AP\cos(\alpha+\beta)$, $PQ = PB\cos\gamma$, тогда

$\frac{AP}{PB} = \frac{\cos\alpha}{\cos(\beta+\gamma)}$ $\quad \frac{AP}{PB} = \frac{\cos\gamma}{\cos(\alpha+\beta)}$

$\cos\gamma\cos(\beta+\gamma) = \cos\alpha\cos(\alpha+\beta)$ $\quad$ ($\cos \searrow$ на $[0;\pi]$)

Предположим, что $\alpha < \gamma$, тогда т.к. $\alpha, \gamma < 90^\circ$ $\cos\alpha > \cos\gamma$, $\cos(\alpha+\beta) > \cos(\gamma+\beta)$, тогда $\cos\alpha\cos(\alpha+\beta) > \cos\gamma\cos(\gamma+\beta)$, значит $\alpha \geq \gamma$, ~~аналогично $\gamma \geq \alpha$~~ ~~(предположим, что)~~ аналогично, предположив, что $\gamma < \alpha$, приходим к выводу, что $\gamma \geq \alpha$,

$\alpha \geq \gamma$, $\gamma \geq \alpha$, значит $\alpha = \gamma$. $\angle APQ = \alpha+\beta$ $\quad \angle CPB = \beta+\gamma$ $\quad \alpha+\beta = \gamma+\beta$, значит $\angle APQ = \angle CPB$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

$\frac{a+x+|a-x|}{2}=b$

$a+x+|a-x|=2b$

1) $x \le a$

$2a=2b$

$a=b$

при $a=b$, $x\in(-\infty;a]$

при $a\neq b$, решений нет.

2) $x\ge a$

$2x=2b$

$x=b$, при этом подразумевается, что $b\ge a$.

Заметим, что если существует пара чисел $\in X$ для a и b, где $b>a$ и уравнение имеет одно решение $x=b$, то существует и обратная пара, т.к. мы берём любые числа из множества X, тогда $a>b$ и решений нет.

Значит в множестве нет различных чисел, иначе для некоторых a и b уравнение бы не имело решения.

$a=b$, значит $X=a=b$. $(x\in(-\infty;a]\cup\{b\}))$

Если условие задачи подразумевает, что уравнение должно иметь только одно решение, которое находится в данном множестве, то подойдёт любое множество состоящее из одного элемента, иначе такого множества не существует.

Ответ: любое множество, состоящее из одного элемента или пустое множество, если считать, что при отсутствии каких-либо a и b не существует уравнений, а значит условие выполняется для всех уравнений, которые существуют.

№ 5 а) $+2\{5\}$; $-1\{2\}$

б) $+1\{5\}$; $+2\{2\}$

в) $-2\{5\}$; $+1\{2\}$

г) $-1\{5\}$; $-2\{2\}$

Заметим, что среди этих операций, операции ⓐ и ⓑ и операции ⓒ и ⓓ являются взаимно-обратными, значит если использовать обе эти операции, то ничего не изменится, значит если из состояния $30\{5\}$ и $30\{2\}$ мы можем перейти в состояние $30\{5\}$ и $3\{2\}$, то нам понадобятся максимум две функции, которые не являются взаимнообратными. Т.к. функции являются взаимно-обратными, то использование одной функции равносильно использованию другой с обратным знаком.

$\{5\}: \begin{cases}3+2x+y=30\\ 30-x+2y=3\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{сложение}} x=-3y \xrightarrow{\text{подставляем}} 5y=-27$ $y=-\frac{27}{5}$, y и x - целые, значит
$\{2\}:$

решений нет, а значит Он не может добиться желаемого.

(Если условие задачи подразумевается, что после того, как оценка стала 0, она больше не уменьшается, то Хакер может использовать ⓐ и $2\times$① и ② и $2\times$ⓑ, чтобы опустить все оценки до 0, а потом.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AQ 79-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3 раза воспользоваться операцией (в) и 6 раз использовать комбинацию операций (б) и 2×(а), чтобы поднять {5} до 30, но это только если операции работают при ~~...~~ достижении кол-ва оценок 0 и кол-во оценок не бывает отрицательным.)

Уточнение: X для {5} и X для {2} – операция (а) (операция (в), при $X<0$)

Y для {5} и Y для {2} – операция (б) (операция (г), при $Y<0$)

Ответ: не может (но только если кол-во оценок всегда неотрицательно и ~~функции~~ операции не работают при достижении критических значений. Иначе он может, см. скобки.)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

ML 86-74

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Климченко

ИМЯ Валентина

ОТЧЕСТВО Ильинична

Дата рождения 01.10.2007

Класс: 6 А

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ML 86-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Рассмотрим 2 варианта:

I если Марья Ивановна сидит ВКонтакте,

а II если не сидит:

(Будем называть учителей по первой букве его имени и ~~фам~~ отчества)

I: Если МИ сидит ВКонтакте, то (из первого условия) ИИ и АВ, тоже сидят там. Из четвёртого условия ПП тоже сидит ВКонтакте. Т.е. все учителя сидят ВКонтакте, но тогда второе утверждение неверно => ∅.

II Если МИ не сидит ВКонтакте, то (из третьего) ИИ сидит ВКонтакте =>(из четвёртого условия) ПП сидит ВКонтакте =>(из второго условия) АВ не сидит ВКонтакте. Т.е. ВКонтакте сидят ИИ и ПП, а АВ и МИ не сидят.

Ответ: могу. (Марья Ивановна и Александра Варфоломеевна не сидят в ВКонтакте, а Иван Ильич и Пётр Петрович сидят).

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ML 86-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$2019^1 = \ldots 9$ (2019).

$2019^2 = \ldots 1$ (т.к. последняя цифра 9, а $9 \cdot 9 = 81$, последняя цифра).

$2019^3 = \ldots 9$ (т.к. последняя цифра 2019^2 — это 1, а 2019 - 9, а $1 \cdot 9 = 9$).

$2019^4 = \ldots 1$ (т.к. $9 \cdot 9 = 8\underline{1}$).

$2019^5 = \ldots 9$ (т.к. $1 \cdot 9 = \underline{9}$).

$201\cancel{6}9^6 = \ldots 1$ (т.к. ~~и т.д.~~ $9 \cdot 9 = 8\underline{1}$).

и т.д.

2019 в нечётной степени имеет последнюю цифру 9, а в чётной 1; 2020 - чётное => последняя цифра числа 2019^{2020} - это 1.

$2020 \vdots 10 \Rightarrow 2020^n \vdots 10 \Rightarrow 2020^{2019} \vdots 10$, а на 10 делятся только те числа, у которых последняя цифра 0 => 2020^{2019} заканчивается на 0.

~~2019~~ $\ldots 1 + \ldots 0 = \ldots 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots 1 \Rightarrow$

$2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается на 1.

Ответ: на 1.

+

Лист 02 из 04

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть Женя съела x ватрушек, а Саша y ватрушек, тогда:

$x+y=70$.

$x:(5:10)+y:(3:10)=180$ (3ч = 180 мин)

$x+y=70$

$x:\frac{1}{2}+y:0,3=180$

$x+y=70 \Rightarrow 2x+2y=140$.

$2x+3\frac{1}{3}y=180$

$2x+3\frac{1}{3}y=180$

$-\ 2x+2y=140$

$1\frac{1}{3}y=40$

$y=40:1\frac{1}{3}$.

$y=30$

30 ватрушек съела Саша $\Rightarrow x=40(70-30)$, столько ватрушек съела Женя.

Ответ: 30 ватрушек досталось Саше, а 40 ватрушек досталось Жене.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ML 86-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Допустим это возможно и вес слова СТО $=x$, а ШЕСТЬ $=y$ => ШЕСТЬСОТ $=x+y$, и тогда:

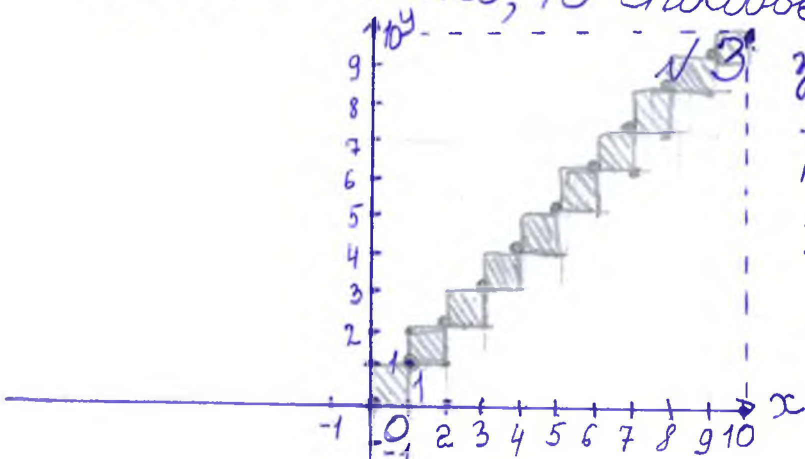
$x \geq x+y$

$0 \geq y$

Но т.к. числа не отрицательные, то $y=0$ => вес ~~чис~~ слова ШЕСТЬ $=0$ => Ш $=0$, Е $=0$, С $=0$, Т $=0$ и Ь $=0$ => вес слова СТО $=0+0+$С => вес слова СТО равен весу буквы С. С может принимать 10 различных значений => 10 вариантов. Такое кодирование не допускает однозначное восстановление слова т.к. 0 в коде может означать и Е, и С, и Т, и Ш, и Ь.

Ответ: можно, 10 способов, нет.

+



№3

закрашенная область - множество М. Это 10 квадратиков 1·1. Квадрат К $=10\cdot10=$ 100 таких квадратиков. $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$ часть занимает множество М от квадрата К. Ответ: $\frac{1}{10}$.

±

А где обоснование выбора области М?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФ МЭИ

Место проведения

КК 32-56

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ КОЛОМИЕЦ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО ИВАНОВИЧ

Дата рождения 18.02.2005

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ВК

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КК 32-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Петр Иванович (П И) и Иван Ильич (И И) либо оба сидят, либо оба не сидят. Если либо Александра Варфоломеевна (АВ) либо П П сидят: то возможно 2 варианта, один из которых не удовлетворяет 1-ому условию: Если АВ сидит, то исходя из условий сидит и ИИ, но если сидит ИИ, сидит и ПП, но по условию сидит либо АВ, либо ПП ⇒ ⇒ суждение не верно. ⇒ Из этой пары сидит ПП ⇒ ИИ сидит ВКонтакте. МИ не сидит т.к. если она сидит, то должна сидеть и АВ что не уд. условию. Построим таблицу для ответа.

МИ	АВ	ПП	ИИ
—	—	+	+

(+)

Ответ: В ВКонтакте сидят Пётр Петрович и ~~Мария Ивановна~~ Иван Ильич.

2) 2020^{2019} оканчивается на „0" (т.к. 2020 оканчивается на 0)
2019^{2020} - оканчивается на „1" (т.к. 2019 оканчивается на 9 и возводится в четную степень) ⇒ $2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается на „1". и дальше?

(+)

Лист 01 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

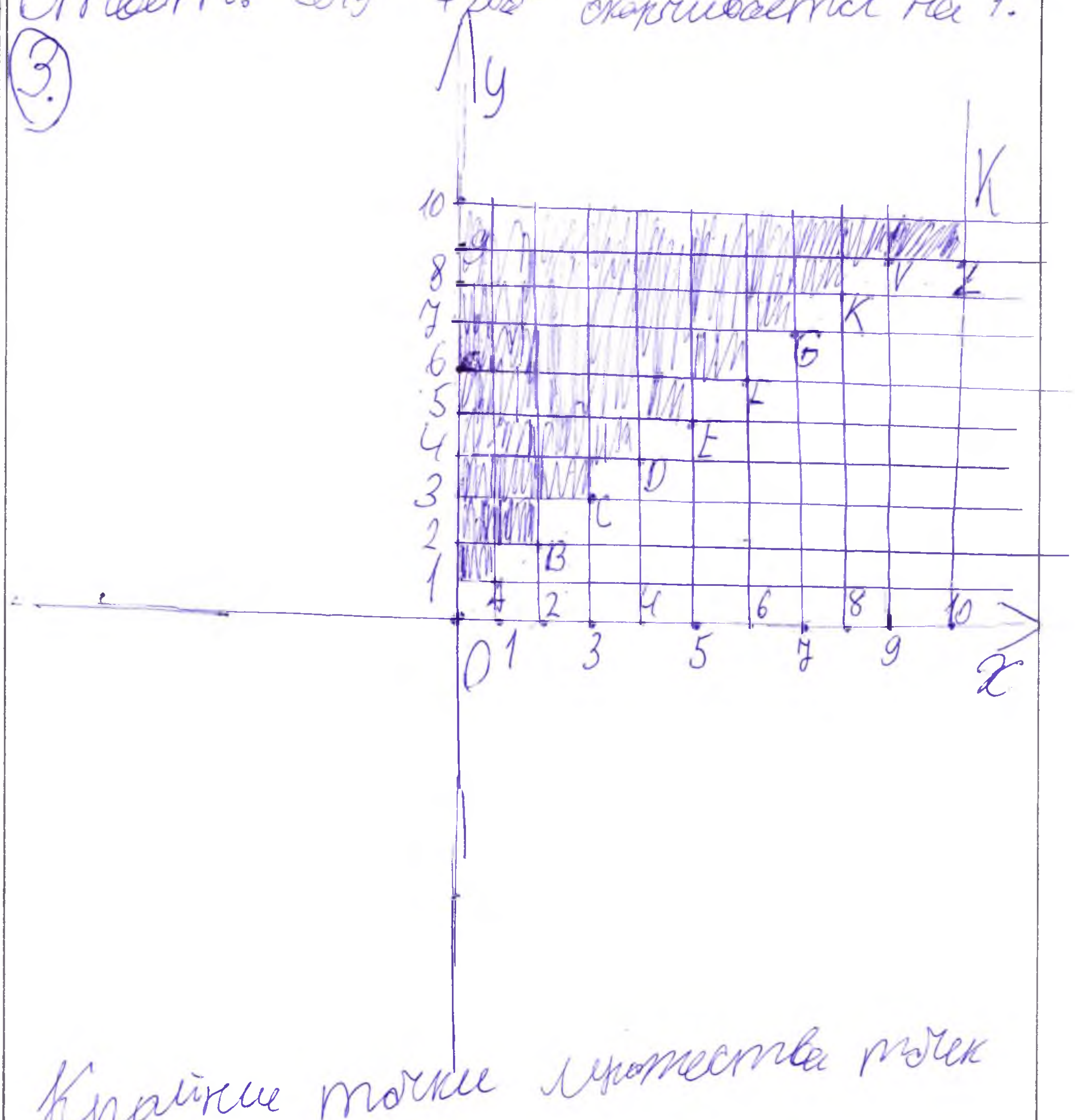
Вариант: 170 81

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КК 32-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $2019^{2020}+2020^{2019}$ оканчивается на 1.

3.



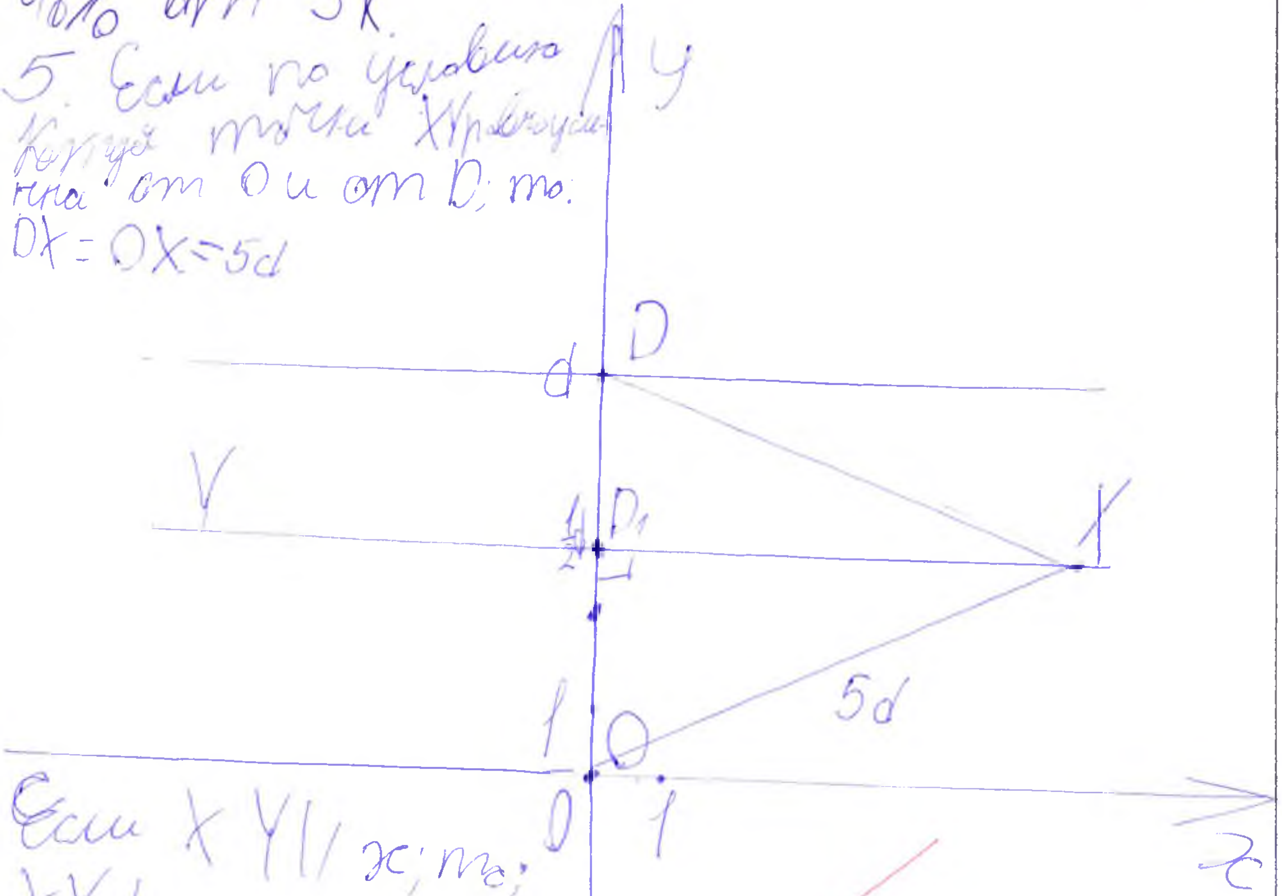
Крайние точки множества точек M: A[1; 1]; B[2; 2]; C[3; 3]; D[4; 4]; E(5; 5]; F[6; 6]; G(7; 7]; K(8; 8]; V[9; 9]; L(10; 10].

$S_M : S_K = 46 : 100$

~~Ответ: множество точек M занимает 46% от~~

S_K Ответ: S множества точек M занимает 46% от S_K

5 Если по условию каждая точка X равноудалена от O и от D; то:
$DX = OX = 5d$



Если $XY \parallel x$; то: $XY \perp y$.

По т. Пифагора $D_1X^2 = XO^2 - OD_1^2$
$D_1X^2 = 25d^2 - \frac{1}{4}d^2 = 24{,}75$. ⇒
⇒ $X[24{,}75;\ \frac{1}{2}d]$.

+

Ответ: $X[24{,}75;\ \frac{1}{2}d]$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КК 32-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~4. Т.к. в условии не сказано, могли ли повторяться суммы взносов имеет место быть интервал от 50(53) т.руб до 50(149) т.руб), где 53 - минимальная возможная сумма в~~

4. Т.к. в условии не сказано, могли ли повторятся суммы и сколько человек в какой день внесли средства, ~~ответ~~ имеет смысл представить ответ в промежутке от 50·1 т.руб до 50·100 т.р. Ответ может быть выражен любым натуральным числом из данного промежутка.

Ответ: [50; 5000] т. рублей.

не учтен второй день

$\overline{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

DS 64-86

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Коньков

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 15.03.2003 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

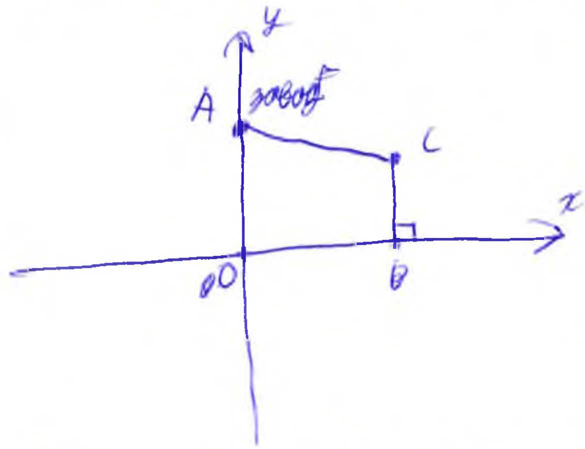
Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Коньков

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Введём прямоугольную систему координат XOY так, что OX совпадает с прямой ЛЭП, а завод по производству плит лежит на ~~оси OY~~ положительном направлении оси OY. Тогда:



A - завод, $A(0;d)$.

C - точка строящейся дороги, $C(x;y)$.

CB - расстояние от точки дороги до ЛЭП.

$B(x;0)$.

прямая OB - ЛЭП.

$O(0;0)$.

Тогда $AC=\sqrt{(x-0)^2+(y-d)^2}$

$BC=\sqrt{(x-x)^2+(y-0)^2}$.

Так как по условию хотят, чтобы $AC=BC$, то

$x^2+(y-d)^2=y^2$

$x^2+y^2-2yd+d^2=y^2$

$x^2+d^2=2yd.$

если $d=0$, то $x^2+0=0$

$x=0$. - уравнение прямой.

$x=0$ - уравнение линии, описывающей дорогу.

если $d\neq0$, то $y=\frac{x^2+d^2}{2d}$

$y=\frac{1}{2d}x^2+\frac{d}{2}$ - уравнение параболы.

$y=\frac{1}{2d}x^2+\frac{d}{2}$ - уравнение линии, описывающей дорогу.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$$(3)\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3[x]-2y=p. \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{3}{2}-2[x] \\ 3[x]-3+4[x]=p. \end{cases} \quad \begin{cases} y=\frac{3}{2}-2[x] & (2). \\ 7[x]=p+3. & (1). \end{cases}$$

если (1) имеет решение, то (2) точно имеет решение, тогда вся система имеет решение. если (2) не имеет решений, то ? и вся система не имеет решений. ~~Тогда система (3) равносильна ур~~ Тогда рассмотрим (1) уравнение.

$$[x]=\frac{p+3}{7}.$$

~~если p~~ $[x]\in Z$. Тогда $\left(\frac{p+3}{7}\right)\in Z$. Тогда, если p не является целым, то $\frac{p+3}{7}$ — также не является целым. ~~Тогда~~ Значит, $p\in Z$.

Тогда если $p\equiv -3 \pmod 7$, то $p+3\equiv 0 \pmod 7$, значит $(p+3)\,\vdots\,7$, значит, $\left(\frac{p+3}{7}\right)\in Z$, и тогда по значению $\frac{p+3}{7}$ можно найти значение x, например $x=\frac{p+3}{7}$. (так как $[m]=m$, ~~где m~~ если $m\in Z$). Тогда система разрешима.

если $p\not\equiv -3 \pmod 7$, то $p+3\not\equiv 0 \pmod 7$, тогда $(p+3)\not\vdots\, 7$, тогда $\frac{p+3}{7}$ — не целое, а значит, уравнение (1) не имеет решений, значит, и вся система не имеет решений.

Тогда ~~вся~~ система разрешима тогда и только тогда, когда $p=7k-3$, где $k\in Z$.

Ответ: при $p=7k-3$, где $k\in Z$.

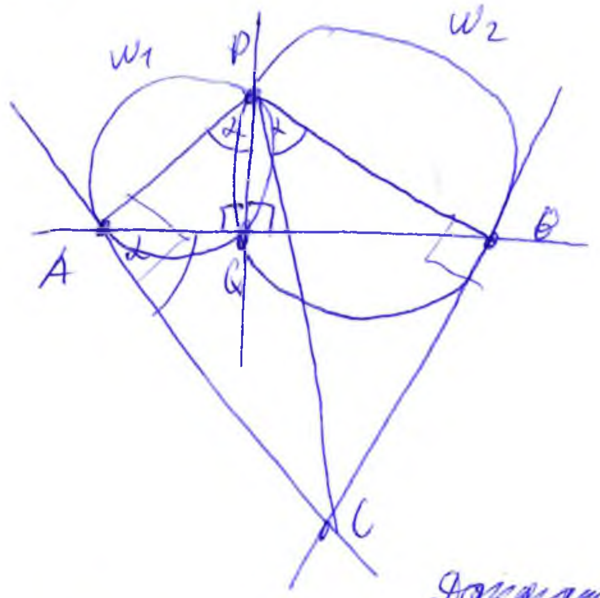
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано:
~~$w_1 \cap w_2 = P$~~
~~$w_1 \cap w_2 = Q$~~
Окружности w_1 и w_2 пересекаются ~~по~~ в точках P и Q.
$AB \perp PQ$, ~~$AB \cap w_1$~~
AB пересекает w_1 в A.
AB пересекает w_2 в B.
AC — касательная к w_1
BC — касательная к w_2.
Доказать: $\angle APQ = \angle CPB$.

Доказательство:

1) Так как $AB \perp PQ$, то $\angle AQP = 90^\circ$, $\angle PQB = 90^\circ$. ~~то~~ Так как $\angle AQP$ опирается на AP, то AP — диаметр окружности w_1. Так как ~~PB~~ $\angle PQB$ опирается на PB, то ~~a~~ PB — диаметр w_2. Тогда $AC \perp AP$, так как AC — касательная к w_1. Тогда $BC \perp BP$, так как BC — касательная к w_2. Тогда $\angle PAC = \angle PBC = 90^\circ$. Тогда $PABC$ — вписанный четырёхугольник, так как ~~a~~ $\angle PBC + \angle PAC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Тогда $\angle CPB = \angle BAC$.

2.) $\angle CAB$ — угол между касательной AC и хордой AQ. Тогда $\angle CAB = \angle APQ$, ~~так как $\angle APQ$ опирается на хорду AQ~~
$\angle APQ = \angle CAB = \angle CPB$, значит, $\angle APQ = \angle CPB$, ч.т.д.

не рассмотрен 2-й случай ±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17107.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64 - 86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (±)

$a \circ x = b. \quad (1)$

$\frac{a+x+|a-x|}{2} = b.$

$a+x+|a-x| = 2b$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a+x+a-x=2b \\ a \geq x \end{cases} \\ \begin{cases} a+x+x-a=2b \\ a<x \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a=2b \\ a \geq x \end{cases} \\ \begin{cases} 2x=2b \\ a<x \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b \\ x \leq b \end{cases} \\ \begin{cases} x=b \\ a<x \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq b \\ a=b \end{cases} \\ \begin{cases} x=b \\ a<b \end{cases} \end{array}\right.$

Т.к. $\forall a \in X$, $\forall b \in X$ уравнение (1) должно иметь ровно 1 решение на множестве X, то при $a=b$ и множества X (1) равносильно ~~сист уравнения~~ неравенству (2) и имеет ровно 1 решение на множестве X.

(2) $x \leq b$. ~~Если~~ Допустим, в множестве X существует хотя бы 2 элемента m и k (различных, если одинаковые, то это 1 элемент), ~~то~~ ~~так~~ тогда 1 из них больше другого, тогда пусть $m<k$. Тогда при $a=b=k$ ~~ура~~ неравенство (2) имеет 2 решения на множестве X — $x=k$ и $x=m$. В противоречие, значит, в множестве X не больше 1 элемента.
~~Если~~ Допустим, в множестве X нет элементов, тогда ~~уравнение~~ данное неравенство не имеет корней, противоречие.
Значит, в множестве X может быть только 1 элемент.
если в множестве X состоит из 1 элемента k, то ~~уравнение (1) можно записать в виде неравенства~~ ($\forall a \in X, \forall b \in X \Rightarrow a=b$), и неравенство (2) имеет ровно 1 решение $x=k$.

Ответ: все числовые множества, состоящие из 1 числа.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DS 64-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

~~Всё~~ Пусть количество пятёрок a, ~~тип~~ и количество двоек b.

Тогда рассмотрим наши возможные операции:

	для пятёрок	для двоек
I	+2	−1
II	+1	+2
III	−2	+1
IV	−1	−2

Допустим, у нас был план операций, с помощью которого мы могли ~~выполнить~~ ~~сделать~~ из 3 пятёрок и 30 двоек сделать 30 пятёрок и 3 двойки. Тогда заметим, что порядок операций не важен, важно только количество операций какого-то типа. Также заметим, что операция IV отменяет операцию II, а операция III отменяет операцию I, так как ~~III + I~~ =

		пятёрок	двоек
+	I	+2	−1
	III	−2	+1
		0	0

		пятёрок	двоек
+	II	+1	+2
	IV	−1	−2
		0	0

Тогда, если в плане были одновременно I и III операции; II ~~IV~~ и IV операции, то мы могли обойтись ~~...~~ 0 1 типом операций из I и III и 1 типом операций из II и IV.

Тогда наш ~~вес~~ план мог состоять из операций типа: I и II; I и IV; II и III; III и IV.
3) 4) 2) 1)

1) если были только III и IV. Тогда мы могли только уменьшать количество ~~все~~ пятёрок, и получить из 3 пятёрок 30 мы не смогли бы.

2) ~~IV~~ если были только II и III, то мы могли только увеличивать количество ~~пятёрок~~ двоек, и получить из 30 двоек 3 двойки мы не смогли бы.

3) если были только I и II, то для уменьшения двоек с 30 до 3 нам потребовалось хотя бы 27 операций I типа,

тогда мы бы увеличили количество пятёрок хотя бы на 54, а так как с помощью операций I и II типа уменьшить количество пятёрок нельзя, то мы бы не смогли сделать из 3 пятёрок и 30 двоек 30 пятёрок и 3 двойки.

4.) если были бы только операции I и IV.

Пусть операций I типа было k штук выполнено и операций ~~второго~~ IV типа было m штук выполнено.

Тогда пятёрок: $3+2k-m=30$

двоек: $30-k-2m=3$

$\begin{cases} 2k-m=27 \\ 27-2m=k \end{cases}$ $\begin{cases} 54-4m-m=27 \\ k=27-2m \end{cases}$ $\begin{cases} 5m=27 \\ k=27-2m. \end{cases}$

(1) $\begin{cases} m=5{,}4 \\ k=16{,}2. \end{cases}$ Так как k и m – количество операций, то $k \in Z$ и $m \in Z$. Тогда система (1) не имеет решений, а значит мы не смогли бы из 3 пятёрок и 30 двоек получить 30 пятёрок и 3 двойки. Тогда в любом из 4 случаев мы не смогли это сделать. Значит, такого плана выполнения операций не существует.

Значит, превратить 3 пятёрки и 30 двоек в 30 пятёрок и 3 двойки совершая данные 4 ~~опера~~ вида операций невозможно.

Ответ: нет, не может.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Новочебоксарск

Место проведения

CD 82-10

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Коханов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 15.04.2002 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Чтобы уравнение $x^3-3x=t$ имело 1 корень x_0 нужно:

$x^3-3x-t \;|\; \underline{x-x_0}$
$\qquad\qquad\quad ax^2+bx+c$

$D=b^2-4ac<0$

$(x-x_0)(ax^2+bx+c)=x^3-3x-t$

$ax^3+x^2(b-ax_0)+x(c-bx_0)-cx_0=x^3-3x-t$

$a=1$

$b-ax_0=0 \Rightarrow b-x_0=0 \Rightarrow b=x_0$

$c-bx_0=-3$

$c-b^2=-3$

1) $c=b^2-3$

$b^2-4ac=b^2-4(b^2-3)$

$-3b^2+12<0$

$b^2>4$

$\left[\begin{array}{l} b>2 \\ b<-2 \end{array}\right.$

2) $b^2=c+3$

$c+3-4c<0$

$3c>3$

$c>1$

3) $c>1$

$\left[\begin{array}{l} b>2 \\ b<-2 \end{array}\right.$

$t=cx_0=bc$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t>2 \\ t<-2 \end{array}\right.$

$b=x_0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0>2 \\ x_0<-2 \end{array}\right.$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} t>2 \\ t<-2. \end{array}\right.$

±

не дана оценка снизу для абс. величины ед-го корня!

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$$

т.к. $2[x]+y=\frac{3}{2}$, то $y=n+\frac{1}{2}$, где $n\in Z$

$[x]\in Z$

$\Downarrow$

$[y]=y-\frac{1}{2}$

$([x]-x)^2-2(y-\frac{1}{2})=k$

$([x]-x)^2-2y+1=k$

$\left.\begin{matrix} 2y\in Z \\ 1\in Z \\ k\in Z \end{matrix}\right| \Rightarrow ([x]-x)^2\in Z \Rightarrow [x]=x$, т.е $x\in Z$

$-2y+1=k$

$y=\frac{1-k}{2}$

$2x+\frac{1-k}{2}=\frac{3}{2}$

$2x=\frac{k+2}{2}$

$x=\frac{k+2}{4}$

$\begin{cases} y=n+\frac{1}{2}, n\in Z \\ x=\frac{k+2}{4}, x\in Z \end{cases} \Rightarrow k=2+4t, t\in Z$, при других же значениях k условие не выполняется и система решений не имеет.

Ответ: При $k=2+4t$, $t\in Z$: $\begin{cases} y=\frac{1-k}{2} \\ x=\frac{k+2}{4} \end{cases}$

При $k\neq 2+4t$, $t\in Z$: $\varnothing$.

+

№5

Запишем все операции, которые может совершить ученик:

а) +2 (5) −1 (2)

б) +1 (5) +2 (2)

в) −2 (5) +1 (2)

г) −1 (5) −2 (2)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим, что операции а) и в) и операции б) г) взаимообратные, т.е. выполнив сначала оп. а), а затем в) итоговый результат будет таким же как и прежде. Значит если выполнить условие возможно, то его возможно выполнить только при помощи 2 предложенных операций. Требуется увеличить кол-во пятёрок и уменьшить кол-во двоек => будем использовать операции а) и г)

Пусть операцию а) выполнили x раз

операцию г) выполнили y раз

Тогда кол-во пятёрок стало $3+2x-y$

кол-во двоек стало $30-x-2y$

По условию составим систему уравнений

$$\begin{cases} 3+2x-y=30 \\ 30-x-2y=3 \end{cases}$$

1) $y=2x-27$

2) $30-x-4x+54=3$

$5x=81$

$x=\frac{81}{5}\notin N$ => совершая такие операции юный маг не сможет превратить 3 (5) и 30 (2) в 30 (3) и 3 (2).

Ответ: не может.

$-$

№4

~~Возьмём 2 некоторых числа a, b, таких что $b>a$ и отметим на числовой прямой. Найдем среднее арифметическое для a и b и так же отметим на прямой $\frac{(a+b)}{2}$ будет являться серединой отрезка a, b.~~

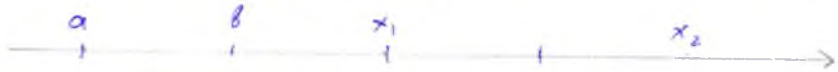
~~a, $\frac{a+\frac{a+b}{2}}{2}$, $\frac{a+b}{2}$, $\frac{\frac{a+b}{2}+b}{2}$, b~~

~~Так же найдем и отметим ср. арифметическое для a и $\frac{a+b}{2}$ и b и $\frac{a+b}{2}$. Заметим, что каждое последующее среднее арифметическое является серединой отрезка от предыдущих чисел, таким образом множество чисел X окажется бесконечным.~~

~~Получаем, что при $a \neq b$ множество X не соответствует условию задачи $\Rightarrow$~~
~~$\Rightarrow a = b$~~
~~При $a=b$ среднее арифметическое $\frac{a+b}{2} = a = b$~~
~~Получаем, что множество X~~

Возьмем 2 некоторых числа a, b, таких, что $b>a$ и отметим на числовой прямой. $\frac{a+x_1}{2} = b \Rightarrow x_1 = 2b-a$
$x_1 > b$.

Отметим число x_1; b - середина отрезка ax_1
Затем найдем x_2 для $S(a, x_2) = x_1$, $x_2 > x_1$, и так же отметим

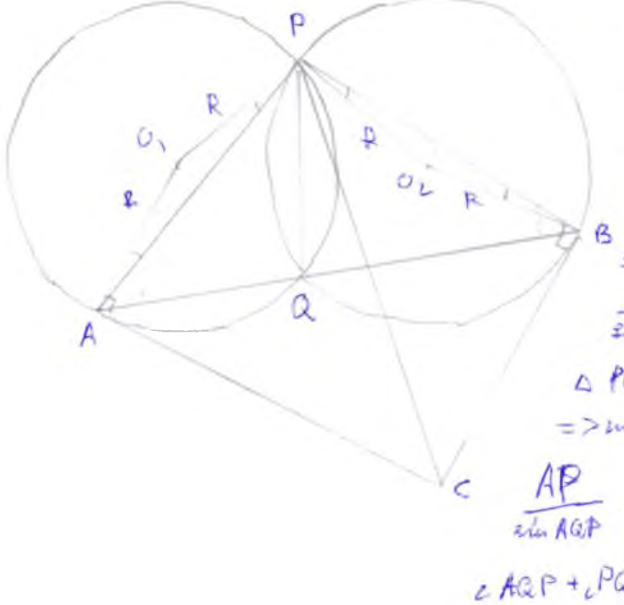


Таким образом находя x_n для $S(a; x_n) = x_{n-1}$, заметим, что множество отмеченных и вычисленных чисел бесконечно, что не соответствует условию задачи.
Получаем, что при $a \neq b$ множество X не соответствует условию
При $a=b$, ср. арифметическое чисел $\frac{a+b}{2} = a = b$
Получаем, что множество X содержит n одинаковых чисел. т.е. 1 элемент

±

$X_n: x_1, x_2, x_3 \dots x_n$, где $x_1 = x_2 = x_3 \dots = x_n$.

№3



Дано: окр$(O_1; R)$ = окр$(O_2; R)$.
Доказать: $\angle PBC = \angle AQP$
Доказательство:
$\triangle APQ$ - вписан в окр$(O_1; R) \Rightarrow$
$\Rightarrow$ по теореме синусов
$\frac{AP}{\sin AQP} = 2R$
$\triangle PQB$ - вписан в окр$(O_2; R) \Rightarrow$
$\Rightarrow$ по теореме синусов $\frac{PB}{\sin PQB} = 2R$

$\frac{AP}{\sin AQP} = \frac{PB}{\sin PQB}$
$\angle AQP + \angle PQB = 180^\circ \Rightarrow \sin AQP = \sin PQB$ $\Big| \Rightarrow AP = PB$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\triangle PAB$: $AP = BP \Rightarrow \triangle APB$ – р/б $\Rightarrow \angle BAP = \angle ABP = \alpha$

$\triangle AO_1P = \triangle PO_2B$ по 3 сторонам $(AP = PM,\ AO_1 = O_2B = R,\ O_1B = O_2P = R) \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle O_1AP = \angle O_2BP = \beta$

$\angle PAC + \angle PBC = 90 - \beta + 90 + \beta = 180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAC + \angle ABC = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle ACB = 2\alpha$

$\mp$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ №4	NT 90-69
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ КУЗИНОВ

ИМЯ ВАДИМ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 02.07.2003 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

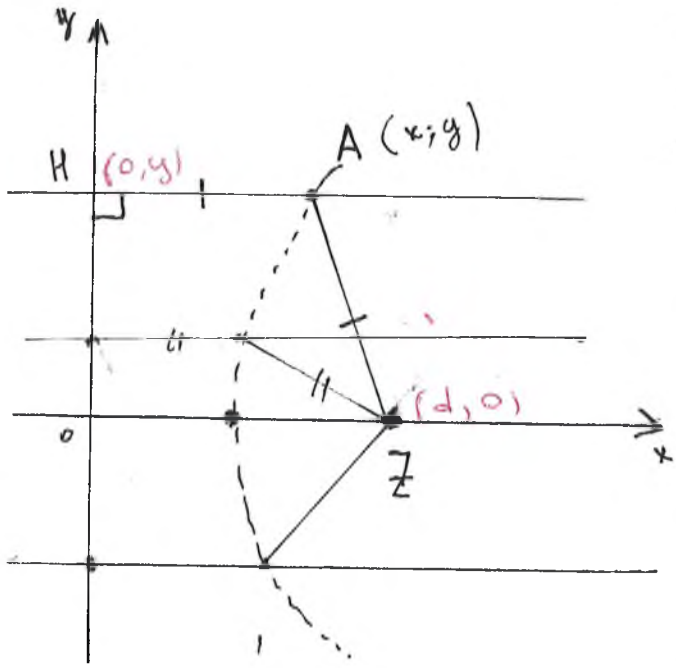
Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. (+)

Введём систему координат, где прямая $x=0$ - это ЛЭП, а завод - это точка с координатами $(d;0)$



A - точка дороги

$AH \perp$ оси y, т.е. AH - расстояние от точки дороги до ЛЭП

AZ - расстояние от точки дороги до завода, где Z - завод.

Пусть $H(0;y)$, тогда $A(x;y)$, т.к. $AH \parallel$ оси x.

$Z(d;0)$

$AH = AZ$

$AH = \sqrt{(x-0)^2+(y-y)^2} = \sqrt{x^2}$

$AZ = \sqrt{(x-d)^2+(y-0)^2} = \sqrt{(x-d)^2+y^2}$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(x-d)^2+y^2}$$
$$x^2 = (x-d)^2+y^2$$
$$x^2 = x^2-2dx+d^2+y^2$$
$$y^2 = 2dx-d^2$$
$$y = \pm\sqrt{2dx-d^2}$$

~~Граф~~ Тип линии - объединение парабол

$y = \sqrt{2dx-d^2}$ и $y = -\sqrt{2dx-d^2}$

Ответ: $y = \pm\sqrt{2dx-d^2}$.

№2.

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \quad |\cdot 2 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4[x]+2y=3 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$$

Сложим 2 ур-я системы

$7[x]=p+3$

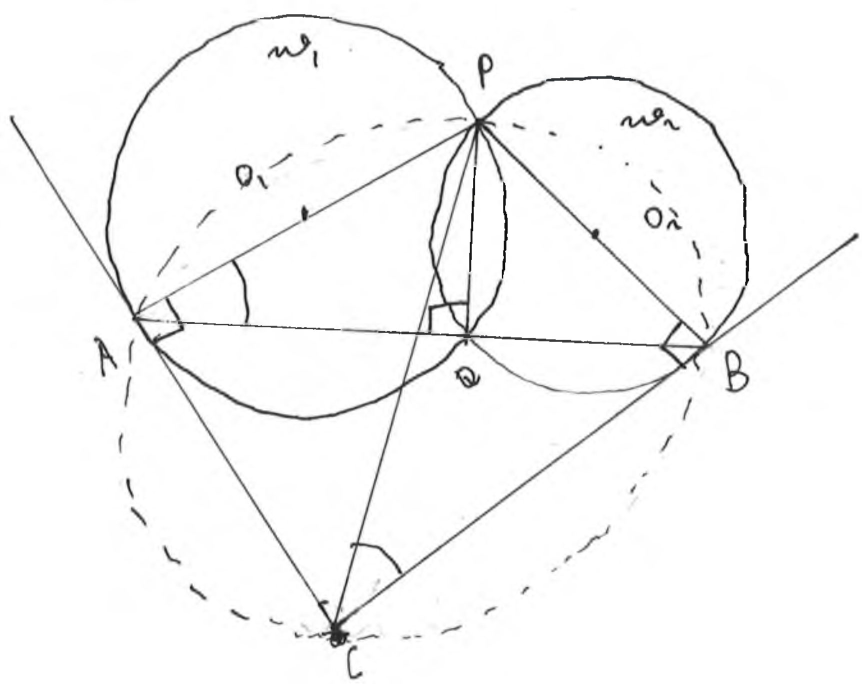
$p=7[x]-3$

Т.к. $[x]\in Z$, то $p=7k-3$, где $k\in Z$

Ответ: $7k-3$, $k\in Z$.

(+)

№3



1) $PQ \perp AB$, значит, $\angle PQA = 90^\circ$ и $\angle PQB = 90^\circ$.

2) $\angle PQA$ и $\angle PQB$ вписанные $\Rightarrow$ AP и PB - соответственно диаметры окружностей ω_1 и ω_2.

3) Тогда $\angle PAC = 90^\circ$ как угол между касательной CA и радиусом O_1A, проведённым в точку касания A и $\angle PBC = 90^\circ$ как угол между касательной CB и радиусом O_2B, проведённым в точку касания B.

4) В 4-угольнике $APBC$ сумма противоположных углов A и B равна $\angle PAC + \angle PBC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, значит $APBC$ - вписанный в окружность. в какую?

5) $\angle PAB = \angle PCB = \frac{1}{2} \cup PB$, как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу.

6) ~~Рассмотрим $\triangle PAQ$ и $\triangle PBC$~~: $\angle APQ = 90^\circ - \angle PAQ$ из пр-го $\triangle APQ$
$\angle CPB = 90^\circ - \angle PCB$ из пр-го $\triangle PCB$
~~$\angle PAQ = \angle PBC$, $\angle PAB = \angle PCB$; значит $\triangle PAQ \sim \triangle PBC$ по 2 углам.~~

7) Тогда $\angle APQ = \angle CPB$, т.к. $\angle PAQ = \angle PCB$

Значит, отрезки AQ и CB видны из точки P под одинаковыми углами.

$\pm$

2й случай

№4.

$\pm$

$$a \circ x = \frac{a + x + |a - x|}{2} = b$$

$$a + x + |a - x| = 2b$$

Док. лист

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NT 90-69

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $\begin{cases} a > x \\ \cancel{2a = 2b} \quad a+x+a-x = 2a = 2b \end{cases}$ – решений бесконечно – не зависит от x

$x \in X$

2) $\begin{cases} a < x \\ a+x-a+x=2b \end{cases}$ $\begin{cases} a < x \\ x = b \end{cases}$ $\Rightarrow a < b$

Нет такого множеств X, что для любых a, b : $a < b$.

3) $\begin{cases} a = x \\ a+x+a-x = 2a = 2b \end{cases}$ $\begin{cases} a = x \\ a = b \end{cases}$, т.е. $a = b = x$

Согласно условию задачи такими множествами будут являться единичные множества (1-элементные)

$\{K\}$, где $a \in \{K\}$, $b \in \{K\}$, $x \in \{K\}$

Ответ: множества вида $\{K\}$, где K – любое число. +

№ 5.

Сост-им таблицу:

	„5"	„2"
а)	+2	−1
б)	+1	+2
в)	−2	+1
г)	−1	−2

„5" стало больше на $30-3=27$

„2" стало меньше на $30-3=27$

Тогда, если a, b, c, d – кол-во операций а), б), в), г) соответственно, то:

$$\begin{cases} 2(a-c)+(b-d) = 27 \quad (1) \\ 2(d-b)+(a-c) = 27 \end{cases}, a,b,c,d \in \mathbb{Z}$$

$2a-2c+b-d = 2d-2b+a-c$

$a-c = 3(d-b)$ $\cancel{\Rightarrow (a-c) \vdots 3, \text{ т.е. } (a-c) = 3k}$

Подставим в (1): $6(d-b)+(b-d) = 27$

$5(d-b) = 27$

$d-b = \frac{27}{5} \notin \mathbb{Z}$ – противоречие, т.к. $(d-b)$ – целое.

Значит, таких a, b, c, d не существует, и юноша не может ~~превратить~~ 3 „5" и 30 „2" в 30 „5" и 3 „2".

Ответ: нет, не может.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

ЭЕ 44-86

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Кулоразов КУЛОРАЗОВ

ИМЯ Артём АРТЁМ

ОТЧЕСТВО Андреевич АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 02.04.2006 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Кул

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть
Марья Ивановна — М,
Иван Ильич — И,
Александра Варфоломеевна — А,
Пётр Петрович — П,
+ — сидит ВКонтакте,
- — не сидит ВКонтакте,

(1) Если М+, тогда И и А тоже +.

(2) Либо А + либо П+

~~И+ или М+~~

(3) И+ или М+ иначе И и М +

(4) П и И + или П и И −

Рассмотрим 4 варианта:

I. М+
II. И+
III. А+
IV. П+

I вариант

~~П~~ М + И и А +, по (1) утверждению.
И + по (2) утверждению П−,
А + а по (4) утверждению П+.
П

противоречие => I — не подходит.

II вариант

М− П+ по (4) утверждению.
И+ А− по (2) утверждению.
А− М− по (1) утверждению.
П+

противоречий нет, II вариант — подходит

III вариант

М П− по (2) утверждению
И− И− по (4) утверждению
А+ Если М+, тогда И и А+ (у нас не так) по (1) утверждению,
П− если М−, тогда И+ по (3) утверждению (у нас не так).
Противоречие ⇒ III вариант не подходит.

IV вариант

М− И+ по (4) утверждению
И+ А− по (2) утверждению
А− М− по (3) утверждению.
П+

Противоречий нет, IV вариант подходит

Варианты II и IV одинаковые ⇒
М−, И+, А−, П+.

Ответ: Марья Ивановна и Александра Варфоломеевна не сидят ВКонтакте, а Иван Ильич и Пётр Петрович сидят ВКонтакте.

+

№2

Чтобы узнать последнюю цифру числа суммы 2019^{2020} и 2020^{2019}, надо смотреть на последние цифры чисел и чётность степени.

$9 = 9$

$9 \cdot 9 = 81$

$9 \cdot 9 \cdot 9 = \ldots 9$

$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = \ldots 1$

При нечётном количестве девяток, последняя цифра 9, а при чётном количестве девяток, последняя цифра 1

2020 – чётное число ⇒ последняя цифра 2019^{2020} – 1

$0 = 0$

$0 \cdot 0 = 0$

$0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

0 в любой степени кроме степени 0 – 0 ⇒ последняя цифра 2020^{2019} – 0

$2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots 1 + \ldots 0 = \ldots 1$

Ответ: 1.

№4

В слове „шестьсот" употребляются все буквы слова „сто", значит слово „сто" может быть равно весу слова „шестьсот", но не может превышать его. Все буквы слова „шестьсот" не употреблённые в слове „сто" должны кодироваться как 0, иначе „сто" будет меньше „шестьсот". Буквы с и т употребляются по 2 раза ⇒ они должны быть равны 0 иначе „сто" будет меньше „шестьсот". Буква „о" может быть равна любому числу от 0 до 9, и в таком

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

случае вес „сто" равен весу „шестьсот".
Кодирование можно осуществить 9-10 способами, меняя вес „ко" буквы „о".

10-10 !

Однозначно восстановить слово по кодировке не возможно, так как разные буквы обозначают одинаковую цифру.

Ответ: можно; 9; нет.

+

№5

5 − 3 = 2 ватрушки — разница

3ч = 180 мин = 18 раз по 10 мин

18 · 3 = 54 ватрушки.

16 — „не хватает".

16 : 2 = 8 ⇒

8 · 5 + (18 − 8) · 3 = 70

8 · 5 = 40 ватрушек съел Женя

(18 − 8) · 3 = 30 ватрушек съел Саша

+10

Ответ: 40 — Женя; 30 — Саша

№3 −

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

QG 30-26

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Курицын

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 10.01.2005 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Мария Ивановна – М, Иван ~~Иванович~~ Ильич – И,

Александра Варфоломеевна – А, Петр Петрович – П

Составим логические выражения

если М, то и И и А

А или П

И или/и М

если П, то и И

если И, то и П

Предположим что М сидит в телефоне (V – сидит, X – не сидит)

М	И	А	П	
V	V	V		– если М, то и И и А
V	V	V	X	– А или П
V	V	V	V	– если И, то и П

} противоречие => М не сидит в телефоне

Предположим что И сидит в телефоне

М	И	А	П	
	V		V	– если И, то и П
	V	X	V	– А или П
X	V	X	V	– т.к А не в телефоне

Предположим что А сидит в телефоне

М	И	А	П
		V	X

– противоречие, т.к хотя бы 1 из И и М должен быть в телефоне, но если И V, то и П V. а если М V, то и И V, то и П V

Предположим что П сидит в телефон

М	И	А	П	
	V		V	если П, то и И
	V	X	V	~~а и~~ А или П
X	V	X	V	

Предположим что никто не сидит в телефоне

противоречие, т.к хотя бы 1 из М и И сидит.

Ответ: на педсовете в телефоне сидят Иван Ильич и Петр Петрович

+

№2 2019 – оканчивается на 9

9^1 — 9

9^2 — 81

9^3 — 729

9^4 — 6561

– все четные степени 9-ки оканчиваются на 1

+

2020 – оканчивается на 0, 0 в любой степени большей или равной 1 – 0   0+1=1.

При умножении мы получаем последнюю цифру из произведения последних цифр множителей, ~~поэ~~ поэтому мы можем отбросить остальную часть этих чисел.

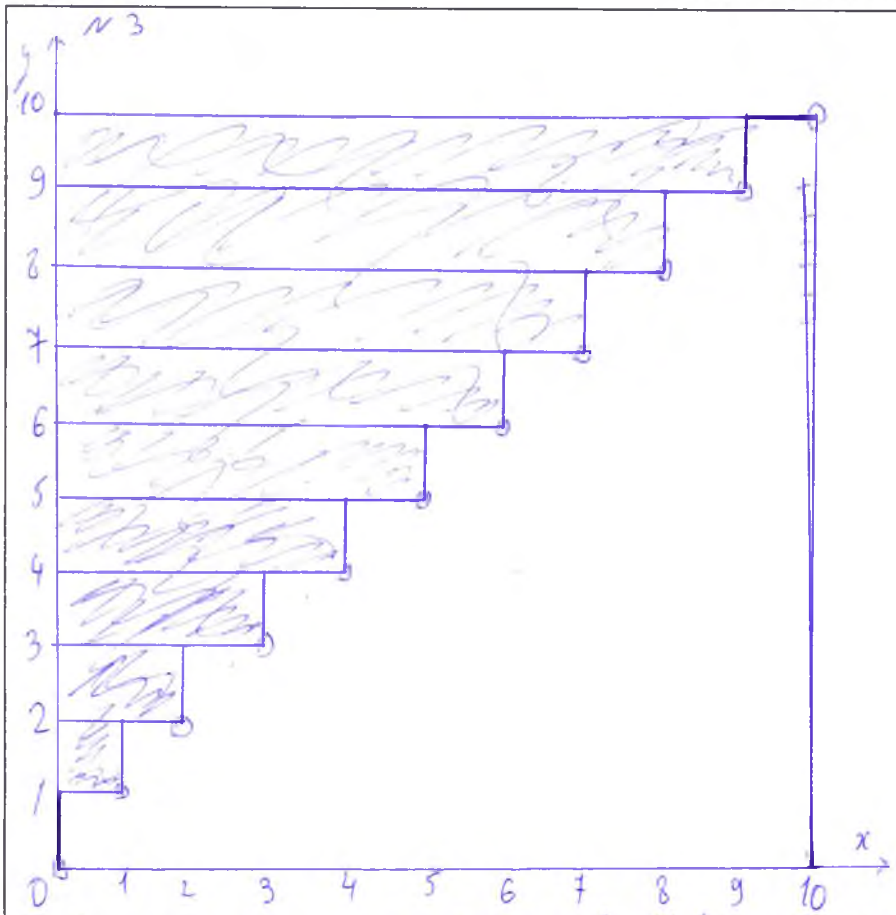
Ответ: цифра 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QG 30 - 26

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Закрашенная часть – множество M (отрезки ~~10,0~~ (т. 0;0 – т. 0;1) и (т. 9;10 – 10;10) тоже входят в область) точки (10;10) (9;9) (8;8) (7;7) (5;5) (4;4) (3;3) (2;2) (1;1) не входят в область

$S_{кв_б} = 10 \cdot 10 = 100$ $\quad S_{кв_м} = 1 \cdot 1 = 1$

$S_{обл} = \frac{(S_{кв} - 10 S_{кв_м})}{2} = 45$ площ. $\quad \frac{S_{обл}}{S_{кв_б}} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ (+)

Ответ: область составляет $\frac{9}{20}$ площади квадрата

№4 каждый динамист мог в первый день дать 49 тысячи, а во второй 51 тысячу

$50 \cdot 100\,000 = 5\,000\,000$

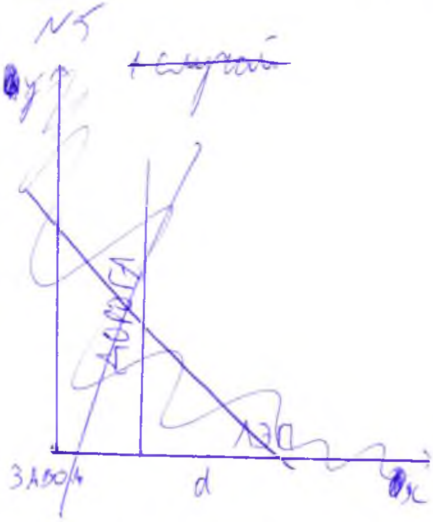
Ответ: собрали 5 млн рублей

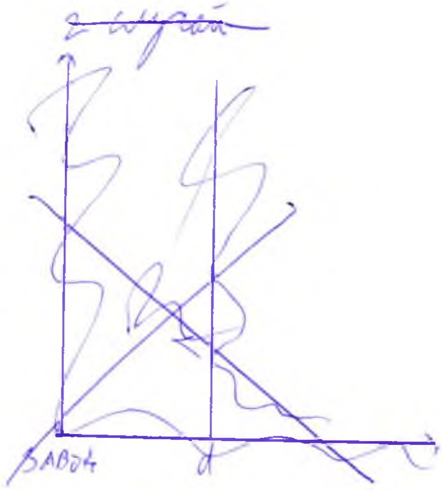
1 часть справ.

(+)

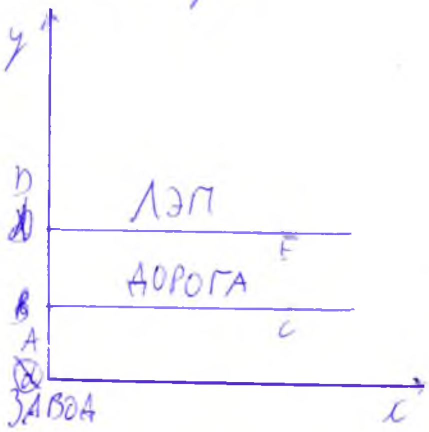
№5

~~1 случай~~ ~~2 случай~~

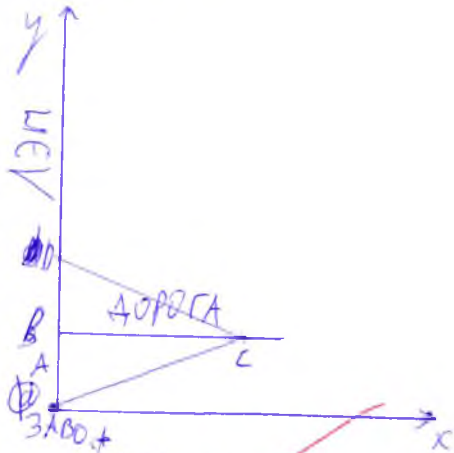




1 случай



2 случай



Рассмотрим случай, когда ЛЭП || оси x и т. d удалена от т. B, как т. A от т. B, ~~когда удалена т. A прямая~~ ... оси x, и ДОРОГА || оси x, то ДОРОГА || ЛЭП => найдутся точки E и C, которые мы отметим на продолжении ЛЭП и ДОРОГИ соответственно ~~AB = EC~~ DB = EC, но AC ≠ EC – 1 случай не верный

Рассмотрим второй случай, когда ЛЭП || оси y и т. d удалена от т. B, как т. A от т. B. ДОРОГА || оси x.

Возьмем на продолжении ДОРОГИ т. C

Рассмотрим ΔABC и ΔBCD

у них BC – общая

$\angle DBC = \angle ABC$ ($\angle = 90^\circ$)

$DB = AB$

$\Delta ABC = \Delta BCD$ по 2 сторонам и $\angle$ между ними

ΔABC – прямоугольный Δ $\quad AB = \frac{1}{2}d$

~~$AB^2 =$~~ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (теорема пифагора)

$BC^2 = (AC - AB)(AC + AB) = 4{,}5d \cdot 5{,}5d = 24{,}75d^2$

$BC = d\sqrt{24{,}75}$

Ответ: $d\sqrt{24{,}75}$

+