

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ

ВАРИАНТ 37101 для 10-го класса

1. Кластеризация данных – можно ли разделить массив n точек на плоскости на m частей так, чтобы расстояние всех элементов от среднего в пределах части (кластера) было меньше половины расстояния между средними значениями любой пары частей? Предложите алгоритм проверки для заданного массива точек, m и n .

Решение: возможны варианты решения. Целесообразным представляется выделить функцию, возвращающую расстояние между точками: $R[i,j]=\sqrt{(x[i]-x[j])^2+(y[i]-y[j])^2}$ и сформировать группы (кластеры) точек, по $p[i]$ = Целая часть (n / m) элементов в каждом, добавив оставшиеся точки в последний кластер, число элементов в нем $p[m]=p[m-1] + \text{Остаток}(n/m)$. Первоначальное распределение точек по кластерам может быть произвольным.

Средняя точка в пределах кластера может быть вычислена как:

$k=1$

Цикл по $i=1$ до m (по кластерам)

$M[i]=0$

Цикл по $j=1$ до $p[i]$ (по элементам кластера)

$XM[i]=XM[i]+x[k]$

$YM[i]=YM[i]+y[k]$

$k=k+1$

Конец $j=j+1$

$XM[i]=XM[i]/p[i]$ (среднее значение для кластера)

$YM[i]=YM[i]/p[i]$ (среднее значение для кластера)

Конец $i=i+1$

Проверка условия при этом выглядит так:

$k=1$

Condition = Истина

$Cmin = \sqrt{(XM[1]-XM[m])^2+(YM[1]-YM[n])^2}$

Цикл по $i=1$ до m (по кластерам)

Цикл по $j=1$ до m (по кластерам)

$C=Cmin$

Если $i \sim j$ то $C = \sqrt{(XM[i]-XM[j])^2+(YM[i]-YM[j])^2}$

Если $C < Cmin$ то $Cmin=C$

Цикл по $i=1$ до m (по кластерам)

$Dmax=0$

Цикл по $j=1$ до $p[i]$ (по элементам кластера)

$$D = \sqrt{(XM[i]-x[k])^2 + (YM[i]-y[k])^2}$$

Если $D > D_{\max}$ то $D_{\max} = D$

$$k = k + 1$$

Конец $j=j+1$

Если $C_{\min} < 2 * D_{\max}$ то Condition = Ложь (проверка условия для каждого кластера)

Конец $i=i+1$

Если проверка дала неудовлетворительный результат можно перераспределить элементы между кластерами и повторять проверку условия и перераспределение элементов до тех пор, пока не образуются вырожденные (пустые кластеры). При этом условие исключения точки из кластера – максимальное расстояние от точки до центра кластера, условие добавление в кластер – минимизация расстояния до центра кластера.

2. Классификация по методу опорных векторов – построить алгоритм проверки принадлежности заданной точки (x, y, z) в пространстве классу – нижнему или верхнему полупространству относительно плоскости-классификатора. Обученный классификатор: $d = ax + by + cz$

Решение: достаточно проверить условие

Low = Истина (принадлежность ниже границы)

Если $z > (d - a * x - b * y) / c$ то Low = Ложь

High = Истина (принадлежность нижней полуплоскости)

Если $z < (d - a * x - b * y) / c$ то High = Ложь

Соответственно, при строгом выполнении равенства, нельзя вынести определенного суждения о принадлежности точки определенному классу

3. Предложите алгоритм суммирования двух двухразрядных чисел с использованием только логических функций И, НЕ

Решение:

Пусть A_0, A_1 – младший и старший разряды первого операнда, B_0, B_1 – младший и старший разряды второго операнда, S_0, S_1, S_2 – разряды суммы

$$\text{Тогда } S_0 = (A_0 \text{ И } (\text{НЕ } B_0)) \text{ ИЛИ } (B_0 \text{ И } (\text{НЕ } A_0)) = \text{НЕ } (\text{НЕ}(A_0 \text{ И } (\text{НЕ } B_0)) \text{ И } \text{НЕ}(B_0 \text{ И } (\text{НЕ } A_0)))$$

$$\text{перенос } C = A_0 \text{ И } B_0$$

$$S_1 = (A_1 \text{ И } (\text{НЕ } (B_1 \text{ И } (\text{НЕ } C)))) \text{ ИЛИ } (B_1 \text{ И } (\text{НЕ } (A_1 \text{ И } (\text{НЕ } C)))) \text{ ИЛИ } (C \text{ И } (\text{НЕ } (B_1 \text{ И } (\text{НЕ } (A_1)))) \text{ ИЛИ } (A_1 \text{ И } B_1 \text{ И } C))$$

$$S_2 = (A_1 \text{ И } B_1) \text{ ИЛИ } (A_1 \text{ И } C) \text{ ИЛИ } (B_1 \text{ И } C)$$

причем каждая операция A ИЛИ B заменяется на $\text{НЕ } (\text{НЕ}(A) \text{ И } \text{НЕ}(B))$

4. Для суммирования модулированной последовательности чисел без потери точности предлагается хранить результат в 256-разрядном числе S . Какова длина последовательности целых положительных 8-разрядных чисел, такая, что сумма сможет быть размещена в S , если модуляция последовательности осуществляется перемножением элемента на случайно выбранное число из массива $[1, 3, 8]$.

Решение: предполагая двоичные разряды, получаем наибольшее число, равное $2^{256}-1$. В худшем случае каждое число в последовательности имеет 8 разрядов, равных 1, то есть 2^8-1 , умножается на 8 (т.е. сдвигается на три двоичных разряда). Число элементов последовательности будет равно отношению $2^{253}-1$ к 2^8-1 .

5. Управляющей компании необходимо ежемесячно печатать единые платёжные документы, уведомляющих потребителей о сумме оплаты электроэнергии. Количество таких документов N не менее 25000. При этом для лиц, имеющих задолженность ($Q>0$) за электричество более 3 месяцев, документ печатается на листе красного цвета. В конце каждого года компания оформляет заказ на покупку белой бумаги и красной бумаги упаковками по 1000 листов, исходя из количества потраченной в прошедшем году, игнорируя неизрасходованный остаток.

Печать данных о потреблённой и оплаченной электроэнергии осуществляется в соответствии с базой данных компании, где для каждого из N потребителей указана величина его задолженности или нулевое значение при её отсутствии. Представьте в виде блок-схемы алгоритм работы программы, вычисляющей расход упаковок бумаги за 12 месяцев прошедшего года, если известно, что в январе компания из-за социально-экономической ситуации решила нарушить собственные правила и причислить к должникам всех лиц, имеющих задолженность.

