

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17551 для 5 класса

Решить задачу – это не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Некто пишет подряд без пробелов слово «математика». Вот так:

МАТЕМАТИКАМАТЕМАТИКАМАТЕМАТИКА...

Какой буквой будет 2023-я буква в этой цепочке?

Решение. Очевидно, что слово «математика» содержит 10 букв. Таким образом, число, делящееся на 10 без остатка и наиболее близкое к числу 2023 – это число 2020. После этого мы должны отсчитать от начала слова еще 3 цифры – $2023-2020=3$. Отсюда видно, что нужной буквой будет буква Т.

Ответ: буква Т.

2. Золушка вместе со своей крёстной выпустила коллекцию хрустальных туфелек из 7 новых моделей. Героини сказки устроили презентацию коллекции для некоторых гостей: зрители должны были сказать, какие туфли им понравились. Гости написали в анкете, какие модели, по их мнению, лучшие. Известно, что никакие два гостя не выбрали одинаковые наборы из любимых туфель. Какое наибольшее число человек (не считая Золушки и феи) могло присутствовать на презентации?

Решение. Представьте, что гостям раздали опросный лист, где напротив каждой пары туфель можно ставить «1» - понравившаяся пара и «0» - пара, которую не выделили как лучшую. Таким образом, мнение каждого гостя можно записать в виде строки из цифр «1» и «0». Тогда различных наборов любимых туфель столько же, сколько и строк с оценками туфель, то есть наибольшее число гостей на презентации – это $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7 = 128$ человек.

Ответ: 128 гостей.

3. Теннисист и бадминтонист устали от спортивных турниров и решили устроить математический поединок. Они выписали в ряд числа от 25 до 57 включительно и условились по очереди ставить между ними «+» или «-» (в произвольном порядке, но только эти знаки). Если ответ для выражения окажется четным, когда все знаки между числами будут

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

расставлены, то победит теннисист, а если нечетным – то бадминтонист. Кто же оказался победителем и почему?

Решение. Среди всех указанных чисел 17 нечетных, а сумма нечетных чисел тоже является нечетной. Общий результат выражения тогда всегда будет нечетным, и это не зависит от того, какие знаки стоят между нашими числами. Значит, выиграет бадминтонист.

Ответ: бадминтонист.

4. Четырнадцать лисиц встретили девятносто двух Колобков, пожалели и не стали их есть. Докажите, что какие-то две из всех лис встретили одинаковое число Колобков. (Будем также считать, что лиса могла и не встретить ни одного Колобка.)

Решение. Предположим, что все лисицы встретили разное количество Колобков. Расположим их в порядке возрастания увиденных Колобков.

1-я лиса встретила 0 или больше Колобков

2-я лиса встретила 1 или больше Колобков

...

14-я лиса встретила 13 Колобков или больше.

Следовательно, вместе они встретили $0+1+2+\dots+13$ Колобков, и сумма встреченных ими Колобков равна 91. Но в условии задачи Колобков уже 92, и отсюда мы видим, что какой-нибудь из лисиц нужно увеличить количество встреченных на единицу. Если это будет последняя лиса, то она встретит не 13, а 14 колобков и у нас построен контрпример: все условия задачи соблюдены, но при этом все лисицы встретили разное количество изделий из теста.

5. В реке Умновке живут Премудрые пескари, и у них существует закон: как только у одного меняется цвет глаз с серого на зеленый, он должен уплыть в реку Мозговку в ту же ночь, как он узнает об этом превращении. Зеркал под водой нет, а пескари всё понимают, но говорить и жестикулировать не умеют. Умеет говорить только старый карп, который иногда заплывает к ним. Но он говорит им лишь две фразы: «У всех глаза серые» - и тогда жизнь пескарей идет своим чередом, и «Хотя бы у одного из вас глаза зеленые» - и тогда все зеленоглазые рыбы должны уплыть. Как пескари понимают, что им надо уплывать – в случае, если зеленоглазый пескарь один? Если их двое? Если их трое и больше?

Решение. Если зеленоглазый пескарь только один, то он видит вокруг себя только сероглазых пескарей и понимает, что он зеленоглазый; тогда он тут же уплывает. Если зеленоглазых пескарей двое, то первый зеленоглазый видит второго среди пескарей, и если второй пескарь не уплыл в ту же ночь, то тогда первый зеленоглазый понимает, что он

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

тоже имеет зеленые глаза, а второй видит первого зеленоглазого и рассуждает аналогично; после этого уплывают оба пескаря. Если зеленоглазых пескарей трое, то, пользуясь логикой предыдущих рассуждений, после второй ночи обнаружится, что их трое, и они уплывут на третью ночь. (Если после второй ночи те двое, которых видит зеленоглазый пескарь, не уплыли, значит, каждый из них видит более одного зеленоглазого.) И так далее.