

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Проектируя новую ЛЭП, инженер Бычков-Запарамский столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$Q = \frac{2 \cos \frac{5\pi}{18} - 4 \sin \frac{7\pi}{9}}{\cos \frac{13\pi}{18}}.$$

Найдите значение Q и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

Ответ: $Q = 2$

2. Жюри в полном составе может проверить все поступившие работы за 10 дней. Если бы состав жюри был на 2 человека больше и каждый работал бы на 2 часа в день дольше, то проверка заняла бы 6 дней, а если бы состав жюри был еще на 2 человека больше и каждый работал бы еще на 2 часа в день дольше, то проверка заняла бы 4 дня. Сколько работ поступило на проверку? Сколько человек может быть в изначальном составе жюри?

Ответ: 480 работ;
изначально могло быть либо 6 чел. (по 8 часов), либо 8 чел (по 6 часов).

3. Докажите, что число $(3^{2023} + 1)^{2023} - 2$ делится на $3^{2023} - 2$.

4. На стене веломастерской остались следы ободов двух колес, стоявших вплотную к стене и друг к другу. Веломастер измерил расстояния от точки их соприкосновения до точек касания пола колесами и получил значения a и b . Можно ли по этим двум величинам восстановить радиусы колес? (Либо найдите эти радиусы, либо докажите невозможность.)

Ответ: $R = \frac{b}{2a} \sqrt{a^2 + b^2}$, $r = \frac{a}{2b} \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} |x| + y = 1, \\ x^{2022} + y^{2022} = 1. \end{cases}$$

Ответ: $(x, y) = (\pm 1, 0), (0, 1)$.