

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 17101 для 10 класса

1. Число A делится на 6 и его запись заканчивается цифрой 2. Если же последнюю цифру переставить в начало, то получится число, на 18 большее A . Может ли число A быть 2023-значным? 2024-значным? Если да, найдите пример такого числа; если нет, объясните, почему.

Ответ: а) может: $A = \underbrace{22 \dots 20}_2 2$; б) не может.

2. В круговой сектор радиуса R с центральным углом α вписаны две окружности (обе касаются радиусов-сторон сектора, друг друга внешним образом, а большая касается окружности сектора). Какое наибольшее значение может принимать отношение радиуса меньшей окружности к R и при каком значении α оно достигается?

Ответ: $1/8$ при $\alpha = 2 \arcsin \frac{1}{3}$.

3. На прямолинейной линии электропередач через каждые m км установлены обслуживающие подстанции. Если занумеровать их подряд вдоль линии, то расстояние от центрального поста до первой подстанции равно $6\sqrt{2}$ км, до третьей – $2\sqrt{34}$ км и до четвертой – $6\sqrt{10}$ км. На каком расстоянии от первой подстанции находится точка на линии, ближайшая к центральному посту? Найдите также расстояние от поста до линии и значение m , если это возможно.

Ответ: ближайшая точка – в 6 км от первой подстанции, расстояние до поста равно 6 км, $m = 8$ км.

4. Коэффициенты многочлена нечетной степени

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

взятые в том же порядке (начиная со старшей степени), образуют геометрическую прогрессию с отрицательным знаменателем q .

А) Докажите, что $P_n(x)$ не может иметь отрицательных корней.

Б) Определите максимально возможное количество положительных корней $P_n(x)$ и найдите хотя бы один из них.

Ответ: многочлен имеет единственный положительный корень $x_0 = -q$.

5. Книга о вкусной и здоровой пище людоеда (Г. Остер) содержит рецепт изумительного блюда «Сосиска со скромницами». Людоед имеет запас хорошо упитанных скромниц на 4 таких блюда и хочет составить свое меню на неделю так, чтобы перерывы между «Сосисками со скромницами» составляли не более двух дней (в рамках одной недели). Сколькими различными способами он может выбрать 4 дня для лакомства скромницами?

Ответ: 30.